

Задачи и упражнения по курсу "Механизмы стимулирования"

1. Модели индивидуального стимулирования

1.1. В организационной системе, состоящей из одного центра и одного агента, функция затрат агента имеет вид $c(y) = y^2 / 2r$, $y \geq 0$, функция дохода центра – $H(y) = a\sqrt{y}$. Резервная заработная плата агента равна нулю. Запишите целевые функции центра и агента, «линеаризовав» функцию дохода центра [1, п.1.1].

1.2. В условиях задачи 1.1 $H(y) = y$ [1, п.1.1].

1.2.1. Решите задачу стимулирования в рамках гипотезы благожелательности. Нарисуйте область компромисса. Исследуйте, как изменятся результаты, если отказаться от гипотезы благожелательности.

1.2.2. Найдите зависимость границ области компромисса от величины резервной заработной платы агента.

1.2.3. Решите задачу стимулирования, если $y \in \hat{I} [0; A^+]$.

1.2.4. Решите задачу стимулирования, если размер вознаграждения ограничен сверху величиной $R > 0$.

1.2.5. Найдите оптимальные системы стимулирования С-типа, L-типа, D-типа, LL-типа, L+C-типа.

1.2.7. Найдите внутренне согласованное метризованное отношение, описывающее предпочтения агента [3, п.2].

1.2.8. Найдите минимальные ограничения механизма стимулирования, необходимые для реализации заданного действия [1, п.1.1].

1.3. Найдите оптимальную систему стимулирования L-типа в случае вогнутой функции затрат агента [3, п.2].

1.4. Докажите, что, если некоторая система стимулирования реализует определенное действие, то и система стимулирования, отличная от нуля только при этом действии, также будет его реализовывать [1, п.1.1].

1.5. Докажите эквивалентность представления целевой функции агента в виде «стимулирование минус затраты» и «доход минус штрафы». Проиллюстрируйте на примере задачи 1.2.

1.6. Пусть у агента имеются два допустимых действия: $A = \{y_1; y_2\}$, $A_0 = \{z_1; z_2\}$, вероятности $P = \begin{vmatrix} p & 1-p \\ 1-p & p \end{vmatrix}$, $\frac{1}{2} < p < 1$. Затраты агента по выбору первого и второго действия равны c_1 и c_2 соответственно, $c_2 \geq c_1$; ожидаемый доход центра от выбора агентом первого и второго действия – H_1 и H_2 . Найдите оптимальный контракт [1, п.1.2].

2. Базовые системы стимулирования

2.1. В дилемме «доход – свободное время» функция полезности $u(q, t) = bqt$, $t \in \hat{I} [0; 16]$, нетрудовые доходы равны q_0 . Определите оптимальную с точки зрения агента продолжительность рабочего времени. Исследуйте эффекты дохода и замещения [1, п.1.4].

2.2. Исследуйте сравнительную эффективность систем стимулирования в задаче 1.2.5 [1, п.2.3].

2.3. Для задачи 1.2.5 нарисуйте графики «доход – свободное время» [1, п.2.3].

2.4. Приведите примеры зависимости желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты для агентов четырех различных типов, удовлетворяющие и не удовлетворяющие условию монотонности дохода [1, п.3.1].

2.5. Опросите нескольких человек и постройте по результатам опросов зависимости желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты. Проинтерпретируйте результаты в терминах индивидуальных стратегий предложения труда [1, п.3.1].

2.6. Определите (качественно) функцию дохода центра (в задаче стимулирования) для организации, в которой Вы работаете (учитесь) [1, п.4.1].

3. Модели коллективного стимулирования

3.1. В организационной системе с одним центром и слабо связанными агентами функции затрат агентов: $c_i(y_i) = y_i^2 / 2r_i$, $i \in I = \{1, 2, \dots, n\}$, а функция дохода центра – $H(y) = \sum_{i \in I} a_i y_i$, где $\{a_i\}_{i \in I}$ – положительные константы. Решить задачу стимулирования при заданном ограничении сверху на фонд заработной платы. Найти оптимальный размер фонда заработной платы [1, п.5.1].

3.2. Решить задачу стимулирования в системе с одним центром и двумя агентами, имеющими функции затрат: $c_i(y) = \frac{(y_i + a y_{3-i})^2}{2r_i}$, $i = 1, 2$, где a – некоторый параметр, отражающий степень взаимозависимости агентов. Функция дохода центра – $H(y) = y_1 + y_2$, а фонд заработной платы ограничен величиной R [1, п.5.1].

3.3. Имеются два агента с функциями затрат $c_i(y_i) = y_i^2 / 2 r_i$, $i = 1, 2$, а функция дохода центра равна сумме действий агентов. На индивидуальные вознаграждения наложены независимые ограничения (существует «вилка» заработной платы): $d_1 \leq s_1 \leq D_1$, $d_2 \leq s_2 \leq D_2$, и, кроме этого, существует одно глобальное (общее ограничение): $s_2 \leq b s_1$ (второй агент имеет более высокую квалификацию, чем первый – $r_2 \leq r_1$, и поэтому за одни и те же действия должен получать большее вознаграждение: $b \geq 1$). Найти оптимальные решения задач стимулирования первого и второго рода [1, п.5.1; 3, п.2; 10, п.4].

3.4. Найти равновесие Нэша игры агентов в системе с одним центром и n агентами. Целевая функция i -го агента $f_i(y, r_i)$ представляет собой разность между доходом $h_i(y)$ от совместной деятельности и затратами $c_i(y, r_i)$, где r_i – параметр эффективности (тип) агента, то есть $f_i(y, r_i) = h_i(y) - c_i(y, r_i)$, $i \in I$. Функции дохода и затрат: $h_i(y) = I_i q Y$, $i \in I$, $c_i(y, r_i) = \frac{y_i^2}{2(r_i \pm b_i \sum_{j \neq i} y_j)}$, $i \in I$, где $Y = \sum_{i \in I} y_i$, $\sum_{i \in I} I_i = 1$. Для случая, когда в знаменателе стоит знак « \leftrightarrow », предполагается, что $\sum_{j \neq i} y_j < \frac{r_i}{b_i}$. Решить задачу стимулирования в случае двух агентов, считая, что центр использует пропорциональные системы индивидуального стимулирования со ставками I_1 и I_2 [1, п.5.1].

3.5. Найти оптимальную аккордную систему стимулирования $s_i(y_1, y_2) = \begin{cases} C_i, & y_1 + y_2 \geq x \\ 0, & y_1 + y_2 < x \end{cases}$, в системе с двумя агентами, имеющими функции затрат $c_i(y_i) = y_i^2 / 2r_i$, где r_i – тип i -го агента, $y_i \in A_i = \mathbb{R}_1^+$, $i = 1, 2$ [1, п.5.1].

3.6. Найти оптимальную систему стимулирования за результат коллективной деятельности $z = \sum_{i \in I} y_i$, $H(z) = z$, агентов, имеющих функции затрат $c_i(y_i) = y_i^2 / 2r_i$, $i \in I$. Функция дохода центра $H(z) = z$ [1, п.5.2]. Решить эту же задачу, если $c_i(y) = \frac{(y_i + a y_{-i})^2}{2r_i}$, $i = 1, 2$; [10, п.4].

3.7. Решить задачи 1-4 из раздела 5.3 работы [1] для функций затрат агентов $c_i(y_i) = y_i^2 / 2r_i$, $i \in I$.

3.8. Найти оптимальную унифицированную систему стимулирования в условиях задачи 3.6. Исследовать ее сравнительную эффективность [1, п.5.3].

3.9. Исследовать свойства бригадных форм оплаты труда (раздел 5.4 работы [1]) для случая квадратичных функций затрат агентов: $c_i(y_i) = y_i^2 / 2r_i$, $i \in I$.

3.10. Решить задачу выбора шкалы оплаты труда в квазидинамической модели, в которой функция затрат агента $c(y) = a y$, функция дохода центра – $H(y) = b \sqrt{y}$, объем работ равен V [1, п.5.5; 4 п.7].

3.11. Найти оптимальную унифицированную ранговую систему стимулирования для случая трех агентов, когда функция дохода центра равна сумме действий агентов, а функции затрат $c_i(y_i) = k_i y_i$, $k_1 > k_2 > k_3$ [1, п.5.6].

3.12. Найти оптимальную соревновательную ранговую систему стимулирования в условиях задачи 3.11 [1, п.5.6].

3.13. Найти оптимальное число одинаковых агентов, имеющих функции затрат $c(y) = y^2/2b$, если доход центра пропорционален сумме действий агентов. Как изменится оптимальное решение, если целевую функцию центра домножить на убывающую функцию числа агентов (придумать самостоятельно примеры таких функций и исследовать их) [1, п.6; 10, п.10].

3.14. Решить задачу 3.13 в предположении, что резервная полезность агентов отлична от нуля [1, п.6; 10, п.10].

3.15. Решить задачу 3.13 (придумать самостоятельно примеры и исследовать их) в предположении, что для фиксированного множества агентов центр должен определить множество агентов, включаемых в состав системы и обеспечить им определенный уровень полезности, а остальным агентам (не включаемым в состав системы) он также должен обеспечить некоторый фиксированный уровень полезности [1, п.6; 10, п.10].

3.16. Найти область компромисса для организационной системы с распределенным контролем, в которой $c(y) = y$, $H^i(y) = a^i y$, $a^i \geq 1$, $i \in \bar{1}, K$, $k = 2$ и $A = [0; A^+]$, $A^+ < +\infty$ [12, п.2].

3.17. Найти область компромисса для организационной системы с распределенным контролем, в которой $k = 2$, $c(y) = y^2$, $H^1(y) = b - a^1 y$, $H^2(y) = a^2 y$ [12, п.2].

3.18. Найти область компромисса для организационной системы с распределенным контролем, в которой $k = 2$, $c(y) = y$, $H^i(y) = y - y^2/2r^i$, $i \in \bar{1}, K$. [12, п.2].

3.19. Исследовать в рамках задачи 3.17 целесообразность введения дополнительного уровня управления – метacentра [12, п.3].

3.20. Организационная система состоит из двух участников, имеющих целевые функции $W(z, y) = y - z$, $w(z, y) = z - y^2$ и выбирающих, соответственно, $z \in 0$ и $y \in 0$. Найти выигрыши участников в иерархических играх $\Gamma_0 - \Gamma_3$ при различных правах первого хода [12, п.3].

3.21. Организационная система состоит из двух участников, имеющих целевые функции $f_i = y_i + a_i (1 - y_i)$, $y_i \in A_i = [0; 1]$, $i = 1, 2$. Найти выигрыши участников в иерархических играх $\Gamma_0 - \Gamma_3$ с побочными платежами и без побочных платежей при различных правах первого хода [12, п.3].

4. Дополнительные главы

4.1. Решить задачу стимулирования в динамической организационной системе: $T = 2$, $H^t(y^t) = y^t$, $c^t(y^t) = (y^t)^2/2r^t$, $A^t = \mathfrak{R}_+^1$, $t = 1, 2$, при условии, что на суммарное (за оба периода) стимулирование наложено ограничение R [9, п.3].

4.2 Решить задачу стимулирования в динамической организационной системе: $T = 2$, $H^t(y^t) = y^t$, $c^t(y^t) = (y^t - g y^{t-1})^2/2r^t$, $A^t = \mathfrak{R}_+^1$, $t = 1, 2$ [9, п.3].

4.3. Решить задачу стимулирования в динамической организационной системе со связанными ограничениями: $T = 2$, $H^t(y^t) = y^t$, $c^t(y^t) = (y^t)^2/2r^t$, $t = 1, 2$, $A^1 = \mathfrak{R}_+^1$, $A^2(y^1) = [y^1; +\infty]$ [9, п.3].

4.4. Привести пример (численный) эффекта обмена ролями в динамической организационной системе.

4.5. Привести примеры (численные) всех возможных соотношений эффективностей различных режимов управления (текущего, скользящего с обязательствами, скользящего без обязательств) [9, п.3].

4.6*. Решить задачи 1.2 и 3.1 в условиях неполной информированности центра о значениях параметров $\{r_i\}$. Исследовать случаи интервальной и нечеткой неопределенности. Решить задачу о плате за информацию. Построить обобщенные решения [3, 10, 11].

4.7. В системе с внешней вероятностной неопределенностью целевая функция агента представляет собой разность между доходом $h(y) = y - y^2 / 2r$ и штрафами $c(z)$. Найти условия оптимальности системы стимулирования С-типа, если $p(z, y)$ – равномерное распределение [3, п.3].

4.8. В системе с внешней вероятностной неопределенностью целевая функция агента представляет собой разность между доходом $h(y) = A - ky$ и штрафами $c(z)$. Найти условия оптимальности системы стимулирования С-типа и величину минимальных ограничений на стимулирование, необходимых для реализации заданного действия, если $p(z, y)$ – равномерное распределение [3, п.3].

4.9. Докажите, что если $y \hat{I} A, z \hat{I} A_0 p(z, y) > 0$, то эффективность стимулирования строго меньше, чем в соответствующей детерминированной организационной системе [3, п.3].

4.10. Докажите, что в модели простого активного элемента стационарные точки его полезности и ожидаемой полезности совпадают [3, п.3].

4.11. Докажите, что в модели простого активного элемента эффективность стимулирования не выше, чем в соответствующей детерминированной организационной системе [3, п.3].

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

(работы, отмеченные звездочкой, можно найти в разделе "Электронная библиотека")

Основная:

1. Новиков Д.А. Стимулирование в организационных системах. М.: Синтег, 2003. – 312 с.
2. *Губко М.В., Новиков Д.А. Теория игр в управлении организационными системами. М.: Синтег, 2002. – 150 с.
3. *Новиков Д.А., Петраков С.Н. Курс теории активных систем. М.: Синтег, 1999. – 108 с.

Дополнительная:

4. *Васильев Д.К., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А., Цветков А.В. Типовые решения в управлении проектами. М.: ИПУ РАН, 2003. – 73 с.
5. *Губко М.В. Механизмы функционирования организационных систем с коалиционным взаимодействием участников. М.: ИПУ РАН, 2003. – 125 с.
6. *Караваяев А.П. Модели и методы управления составом активных систем. М.: ИПУ РАН, 2003. – 151 с.
7. *Коргин Н.А. Механизмы обмена в активных системах. М.: ИПУ РАН, 2003. – 128 с.
8. *Новиков Д.А. Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем. М.: Фонд "Проблемы управления", 1999. – 150 с.
9. *Новиков Д.А., Смирнов И.М., Шохина Т.Е. Механизмы управления динамическими активными системами. М.: ИПУ РАН, 2002. – 124 с.
10. *Новиков Д.А., Цветков А.В. Механизмы стимулирования в многоэлементных организационных системах. М.: Апостроф, 2000. – 188 с.
11. *Новиков Д.А. Стимулирование в социально-экономических системах: базовые математические модели. М.: ИПУ РАН, 1998. – 216 с.
12. *Новиков Д.А., Цветков А.В. Механизмы функционирования организационных систем с распределенным контролем. М.: ИПУ РАН, 1999. – 111 с.