

Н.С. Ермаков, А.А. Иващенко,

Д.А. Новиков

**МОДЕЛИ РЕПУТАЦИИ
И
НОРМ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова

**Н.С. Ермаков, А.А. Иващенко,
Д.А. Новиков**

**МОДЕЛИ РЕПУТАЦИИ
И
НОРМ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

Москва – 2005

Ермаков Н.С., Иващенко А.А., Новиков Д.А. **Модели репутации и норм деятельности**. М.: ИПУ РАН, 2005. – 67 с.

В работе рассмотрены теоретико-игровые модели репутации и норм деятельности, учитывающие рефлексию агентов. Под нормой деятельности агента понимается правило, предписывающее ему то или иное поведение в зависимости от ситуации. В случае если равновесий игры агентов несколько, норма деятельности определяет, какое равновесие выбирает агент. Репутация является, в некотором смысле, рефлексией над нормой деятельности – она отражает, каких действий от агента ожидают другие агенты в той или иной ситуации.

Теоретический анализ свидетельствует, что адекватным инструментом описания репутации и норм деятельности является рефлексивная игра. Зависимость образующих информационное равновесие действий реальных агентов от их представлений о существенных параметрах отражает нормы их деятельности. Зависимость образующих информационное равновесие действий фантомных агентов от их представлений о существенных параметрах отражает репутацию их прообразов. Репутация является оправданной, если информационное равновесие стабильно, то есть если ожидания агентов относительно поведения других агентов оправдываются.

Рассмотренные прикладные модели показывают, что предложенный подход может успешно применяться при изучении роли репутации в конкуренции фирм на рынке, а также при исследовании процессов формирования и функционирования команд.

Рецензент: д.т.н., проф. В.Н. Бурков

Утверждено к печати редакционным советом Института

Заказ 12. Тираж 200.

© Ермаков Н.С., Иващенко А.А., Новиков Д.А., 2005

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
1. Обзор литературы	6
2. Нормы деятельности и репутация	16
3. Модель репутации фирм, конкурирующих на рынке.....	28
4. Репутация с точки зрения потребителей.....	35
5. Команды с точки зрения репутации и норм деятельности.....	48
5.1. Описание модели	49
5.2. Неполная информированность центра	50
5.3. Задача управления	54
5.4. Нормы и репутация: функционирование команды	58
5.5. Нормы и репутация: формирование команды	61
Заключение	63
Литература	64

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа посвящена теоретико-игровым моделям репутации и норм деятельности. Приведем определения основных понятий.

Репутация – «создавшееся общее мнение о достоинствах или недостатках кого-либо, чего-либо, общественная оценка» [25, с. 431].

Норма – «узаконенное установление, признанный обязательным порядок» [25, с. 338], общепризнанное правило, стандарт, образец поведения.

Различают явные (например, закон, контракт, должностная инструкция и т.д.) и неявные нормы (например, этические нормы, организационная или корпоративная культура и т.д.). В частности, организационная культура в соответствии с [45] может быть описана на следующих уровнях: «базовые положения – ценности – нормы поведения – стереотипы (шаблоны) поведения – атрибуты и символы».

Норма деятельности агента (индивидуального или коллективного) в рамках формальных моделей описывается отображением множества возможных значений существенных параметров во множество действий агента. Качественно говоря, норма определяет, какие действия в каких ситуациях агент выбирает. С этой точки зрения репутацию можно рассматривать как ожидаемую (другими агентами) норму деятельности агента – какого поведения от него ожидают остальные. Репутация оправдывается, если выбор агента в рамках нормы деятельности совпадает с тем, чего от него ожидают остальные.

Будем считать, что репутация любого агента в его собственных глазах определяется нормой его деятельности.

Отдельно отметим, что, если нормы деятельности индивидуальны (коллективная норма должна быть детализирована в предписания конкретных выборов всех агентов), то репутация может быть как индивидуальной, так и коллективной – отражающей что от коллектива ожидают другие субъекты.

В [20] введено понятие *рефлексивной игры* – игры реальных и фантомных (существующих в сознании других реальных или фантомных агентов представлениях о соответствующем оппонен-

те) агентов. Исходом этой игры является информационное равновесие – совокупность действий реальных и *фантомных агентов*, являющихся их наилучшими ответами на выбор оппонентами тех действий, которые тот или иной агент считает рациональными в рамках той информированности, которую он приписывает оппонентам. В терминах рефлексивных игр согласованная с интересами агента норма его деятельности должна быть подмножеством множества его действий, входящих в информационное равновесие. Репутацией реального агента можно считать совокупность действий его фантомных "представителей", то есть фантомных агентов первого уровня – его образов в сознании оппонентов. Информационное равновесие называется *стабильным* [19], если ожидания всех реальных и фантомных агентов оправдываются. Поэтому целесообразно считать, что поведение агента соответствует его репутации (подтверждает его репутацию), если информационное равновесие стабильно.

Таким образом, зависимости действий, образующих информационное равновесие, реальных агентов от структур их информированности определяют нормы их деятельности. А зависимости действий фантомных агентов от структур их информированности определяют репутацию реальных и фантомных агентов.

Можно рассматривать нормы деятельности и репутацию как в случае априори несовпадающих ролей агентов (например, репутация исполнителя с точки зрения заказчика), так и в случае практически одинаковых функций агентов, осуществляющих совместную деятельность (например, производители товаров или услуг, стремящихся создать выгодную для себя репутацию в глазах потребителей, или членов организации, совместно достигающих общую цель). Последний случай соответствует так называемым командам (team – “a group of people working together in a coordinated effort”. Webster New World Dictionary, 1988. p. 1373.).

Под *командой* будем понимать коллектив (объединение людей, осуществляющих совместную деятельность и обладающих общими интересами), способный достигать цели автономно и согласованно, при минимальных управляющих воздействиях.

Существенными в определении команды являются два аспекта. Первый – достижение цели, то есть, конечный результат совместной деятельности является для команды объединяющим факто-

ром. Второй аспект – автономность и согласованность деятельности – означает, что каждый из членов команды демонстрирует поведение, требуемое в данных условиях (позволяющее достичь поставленной цели), то есть то поведение, которого от него ожидают другие члены команды. Итак, команда – объединение агентов с "самоподдерживающейся" взаимной репутацией.

На сегодняшний день, несмотря на большое количество качественных обсуждений, практически отсутствуют формальные модели формирования команды и ее функционирования, поэтому в [19] и ниже рассматриваются модели формирования команды, основывающиеся на рассмотрении иерархий взаимных представлений агентов об эффективности индивидуальной деятельности друг друга. Анализ информационных равновесий [20] показывает, что командой целесообразно считать множество агентов, выборы которых согласованы с иерархией их взаимных представлений друг о друге [19].

Таким образом, и для репутации, и для норм деятельности существенна рефлексия – взаимные представления субъектов о представлениях, представлениях о представлениях и т.д. о существенных параметрах. Поэтому структура изложения материала настоящей работы следующая: сначала проводится обзор литературы – кратко описываются основные подходы к математическому моделированию репутации и норм деятельности (первый раздел), затем приводится общая модель, связывающая репутацию и нормы деятельности (второй раздел), затем – модель репутации для фирм в области сферы услуг (третий раздел) и модель репутации с точки зрения потребителя (четвертый раздел), и, наконец, модели команд с точки зрения репутации и норм деятельности (пятый раздел).

1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Анализ литературы показывает, что на сегодняшний день существуют несколько подходов к определению репутации и стереотипов (норм) поведения (*конвенций*).

Модель Ж. Тироля. В [48] J. Tirole предложил рассматривать групповую репутацию как агрегированную репутацию членов группы. Поведение отдельных агентов в прошлом при этом на-

блюдается несовершенно, и работодатели ориентируются на репутацию группы в целом. Модель является динамической, с памятью, то есть новые поколения не в состоянии мгновенно изменить репутацию группы, и агент, запятнавший свою репутацию, не может ее исправить.

В [4] предложена модель коллективной репутации с забыванием, в которой потеря репутации в прошлом забывается с течением времени (при поддержании в это время хорошей репутации). В упомянутой работе определяется «оптимальная скорость забывания» – при меньшей скорости забывания нарушения репутации помнятся слишком долго, и агент не стремится ее восстанавливать, а при слишком большой скорости забывания агент не задумывается о потере репутации, так как она быстро восстанавливается.

Ближкие теоретико-игровые модели репутации (в основном, использующие аппарат биматричных и/или повторяющихся игр) приведены в [33-36, 40, 42, 44]. Обширный класс составляют работы, посвященные имитационному моделированию репутации (так называемые evolutionary games models) – см., например, [28].

Модель норм поведения (конвенций – conventions – см. качественное обсуждение с точки зрения философии в [41], с точки зрения экономики – в [44]). Если в игре существует несколько равновесий (например, равновесий Нэша), то нормой поведения называется правило выбора того или иного конкретного равновесия [5, 30, 43] (см. также ниже определение согласованной однозначной нормы).

Конвенция (соглашение) интерпретируется как соответствие отбора равновесий в [19, 28, 50]. В [19, 31, 38, 39] нормы поведения (отображения множества значений состояния природы или, соответственно, множества равновесий во множество действий агентов [12]) рассматриваются как элемент корпоративной культуры. К этому же классу моделей можно отнести: статистическую теорию дискриминации К. Эрроу [27]; модели неявных (implicit, self-enforcing) контрактов [37]; динамические модели, в которых использование стратегии наказания игроков, отклонившихся от коллективного оптимума [13], интерпретируется как общественная «норма» [38] (см. также обзор экспериментальных исследований в [32]).

Модель общих характеристик (common trait) предполагает, что норма поведения является индивидуальной (ненаблюдаемой явно) характеристикой агента, наблюдая за поведением которого управляющий орган – центр – может получать о ней все более полную информацию и соответственно корректировать свои представления о характеристиках той группы, которой принадлежит агент (предположение о том, что агенты, принадлежащие той или иной группе, обладают схожими характеристиками, является существенным) – см., например, [28].

Модель Шапиро-Стиглица [47] представляет собой модель «центр-агент», в которой агенту предлагается заработная плата и он имеет возможность путем обмана (взятки и т.п.) получить дополнительный доход. Аудит проводится центром с некоторой вероятностью, в результате аудита обман достоверно обнаруживается, в результате чего агент увольняется и получает резервную полезность. Стоимость аудита для центра известна.

Если агент и центр взаимодействуют в течение нескольких периодов, то можно записать условие того, что ожидаемая полезность агента при добросовестном поведении больше, чем при обмане [9]. Задача центра заключается в выборе размера вознаграждения агента (его зарплаты) и вероятности аудита, которые минимизировали бы затраты центра при условии выгоды для агента добросовестного поведения. В результате получается стандартная задача безусловной оптимизации. Результаты анализа ее решения (сравнительная статика) и содержательные интерпретации приведены в [47].

Перечисленные выше классы моделей трактовали репутацию агента (индивидуальную) или группы агентов (коллективную) как мнение остальных агентов (или центра) о том, что данный субъект ведет (и вел себя в прошлом) себя добросовестно и корректно – не стремится получить дополнительный доход (например, взятку), нарушить взятые на себя обязательства и т.д. При этом, как правило, считалось, что репутация может быть хорошей или плохой, и агент может вести себя "хорошо" или "плохо". Тогда задача заключается в построении моделей, которые на основании наблюдаемых характеристик позволяют определять истинную репутацию агентов и побуждать их вести себя "хорошо". Однако в жизни все гораздо более разнообразно – не всегда можно любое действие

однозначно классифицировать как "хорошее" или "плохое", да и приведенное выше определение репутации (создавшееся общее мнение о достоинствах или недостатках кого-либо) гораздо шире. Существует класс моделей, трактующих репутацию как ожидаемое оппонентами поведение субъектов (их краткий обзор приведен в настоящем разделе ниже). И именно этому подходу следуют оригинальные модели, описываемые в настоящей работе.

Модель институционального управления. В работе [12], посвященной *институциональному управлению*¹ организационными системами (ОС), рассмотрена следующая модель управления нормами деятельности.

Пусть ОС состоит из n агентов, выбирающих действия $y_i \in A_i$ из компактных множеств A_i и имеющих непрерывные целевые функции $f_i(\theta, y)$, где $\theta \in \Omega$ – состояние природы, $y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in A' = \prod_{i \in N} A_i$, $i \in N$, где $N = \{1, 2, \dots, n\}$ – множество агентов.

Нормой деятельности будем называть отображение $\aleph: \Omega \rightarrow A'$ множества возможных состояний природы (множества существенных параметров) во множество допустимых векторов действий агентов. Содержательно i -ая компонента вектор-функции $\aleph(\cdot)$ определяет, какое действие i -ый агент выбирает в зависимости от состояния природы.

Пусть предпочтения центра заданы на множестве состояний природы, норм деятельности и действий агентов: $\Phi(\theta, \aleph(\cdot), y)$. Предполагая, что агенты следуют установленным нормам, обозначим $K(\aleph(\cdot)) = F_\theta(\Phi(\theta, \aleph(\cdot), \aleph(\theta)))$ – эффективность институционального управления $\aleph(\cdot)$, где $F_\theta(\cdot)$ – оператор устранения неопределенности. В качестве оператора устранения неопределенности (в зависимости от информированности центра) может использоваться гарантированный результат по множеству Ω , или математическое ожидание по известному распределению вероятностей $p(\theta)$ на множестве Ω и т.д.

¹ Под институциональным управлением будем понимать управление ограничениями и нормами деятельности.

Тогда задачей институционального управления при ограничениях M_N на нормы деятельности будет выбор допустимой нормы $\mathcal{N}^*(\cdot) \in M_N$, имеющей максимальную эффективность¹:

$$(1) \mathcal{N}^*(\cdot) = \arg \max_{\mathcal{N}(\cdot) \in M_N} K(\mathcal{N}(\cdot)),$$

при условии, что агенты следуют установленным нормам деятельности.

Последнее условие требует пояснений. Так как агенты активны и выбирают свои действия самостоятельно, то выбор агента будет совпадать с выбором, предписываемым нормой, только в том случае, если агенту это выгодно. Детализируем, что можно понимать под «выгодностью».

Определим параметрическое равновесие Нэша [5]:

$$(2) E_N^0(\theta) = \{x \in A' \mid \forall i \in N, \forall y_i \in A_i f_i(\theta, x) \geq f_i(\theta, x_{-i}, y_i)\},$$

Будем называть норму $\mathcal{N}(\cdot)$ *согласованной* (с предпочтениями агентов), если

$$(3) \forall \theta \in \Omega E_N(\theta) \cap \mathcal{N}(\theta) \neq \emptyset.$$

Условие (3) можно интерпретировать следующим образом: норма деятельности реализует то или иное равновесие, если для любого состояния природы, выбор, предписываемый нормой, не противоречит рациональности поведения агентов (обеспечивает им соответствующий выигрыш и/или делает невыгодным одностороннее отклонение от нормы). Если $\mathcal{N}(\cdot)$ – однозначное отображение, то "навязывание" центром согласованной нормы деятельности может рассматриваться как сужение множества равновесий (подсказка о существовании фокальной точки и т.д. – см. обсуждение проблемы множественности равновесий в [5, 43]). С этой точки зрения управление нормами деятельности можно рассматривать как задачу поиска конвенции (см. выше) или как задачу реализации соответствия группового выбора (см. обзор результатов теории реализуемости в [22]), в которой $\theta \in \Omega$ является вектором индивидуальных характеристик агентов. Такой аспект рассмотрения представляется перспективным направлением дальнейших исследований, но выходит за рамки настоящей работы.

¹ При использовании максимумов и минимумов предполагается, что они достигаются.

Условия (2) и (3) совместно можно записать в следующем виде: норма $\aleph(\cdot)$ является согласованной тогда и только тогда, когда (4) $\forall \theta \in \Omega, \forall i \in N, \forall y_i \in A_i f_i(\theta, \aleph(\theta)) \geq f_i(\theta, \aleph_{-i}(\theta), y_i)$.

Условие (4) означает, что норма согласована с интересами агентов, если при любом состоянии природы каждому агенту выгодно следовать норме деятельности при условии, что остальные агенты также следуют этой норме.

Рассмотрим, какой информированностью должны обладать агенты для того, чтобы существовала согласованная норма. Легко видеть, что условия игры – множество агентов, целевые функции, допустимые множества, а также норма деятельности и состояние природы должны быть общим знанием. Напомним, что *общим знанием* в теории игр [20] называется факт, о котором:

- а) известно всем игрокам;
- б) всем игрокам известно а);
- в) всем игрокам известно б),

и так далее до бесконечности.

Действительно, для вычисления параметрического равновесия Нэша в рамках действующих норм деятельности каждый агент должен быть уверен, что и остальные агенты вычислят то же равновесие, что и он. Для этого он должен поставить себя на место остальных агентов, моделирующих его поведение, и т.д. Одним из способов создания общего знания является публичное сообщение соответствующего факта всем агентам, собранным вместе. Наверное, в том числе, этим объясняется то, что для формирования корпоративной культуры, корпоративных стандартов поведения и т.д. в современных фирмах так много внимания уделяется неформальному общению сотрудников, лояльности фирме и т.д., то есть созданию у работников впечатления (убежденности в) принадлежности общему делу, разделения общих ценностей и т.д. – все это нужно для существования общего знания.

Таким образом, под задачей институционального управления, как управления нормами деятельности, понимают задачу (1), (4) – поиска нормы, обладающей максимальной эффективностью на множестве допустимых и согласованных норм.

Как отмечалось выше, равновесие Нэша требует наличия общего знания. Отказ от общего знания приводит к концепции реф-

лексивной игры, поэтому приведем краткий обзор результатов, полученных в области рефлексивных моделей норм деятельности

Рефлексивные модели. Процесс и результат размышлений агента о принципах принятия решений оппонентами и о выбираемых ими действиях называется *стратегической рефлексией* [20]. В отличие от стратегической рефлексии, в рамках *информационной рефлексии* субъект анализирует свои представления об информированности субъектов, представления об их представлениях и т.д.

Общее знание (или, иначе говоря, симметричное общее знание) является частным случаем, а в общем случае представления агентов, представления о представлениях и т.д. могут различаться. Например, возможно асимметричное общее знание, при котором игроки понимают игру по-разному, но само это различное понимание является общим знанием. Возможно также субъективное общее знание, когда игрок считает, что имеет место общее знание (а на самом деле его может не быть).

В общем случае иерархия представлений агентов называется *структурой информированности*. Моделью принятия агентами решений на основании иерархии их представлений является рефлексивная игра [20], в которой каждый агент моделирует в рамках своих представлений поведение оппонентов (тем самым порождаются фантомные агенты первого уровня, то есть агенты, существующие в сознании реальных агентов). Фантомные агенты первого уровня моделируют поведение своих оппонентов, то есть в их сознании существуют фантомные агенты второго уровня и т.д. Другими словами, каждый агент выбирает свои действия, моделируя свое взаимодействие с фантомными агентами, ожидая от оппонентов выбора определенных действий. Устойчивый исход такого взаимодействия называется информационным равновесием [20].

Но, после выбора реальными агентами своих действий, они получают информацию, по которой можно явно или косвенно судить о том, какие действия выбрали оппоненты. Поэтому информационное равновесие может быть как стабильным (когда все агенты – реальные и фантомные – получают подтверждение своих ожиданий), так и нестабильным (когда чьи-то ожидания не оправдываются). Кроме того, стабильные равновесия можно, в свою очередь, подразделить на истинные (те стабильные информацион-

ные равновесия, которые остаются равновесиями, если агенты оказываются адекватно и полностью информированными) и ложные [19, 26].

Перейдем к рассмотрению собственно влияния информированности агентов на управление нормами деятельности. Выше норма для i -го агента была определена как отображение его информированности во множество его действий, а информированностью являлось знание о значении неопределенного параметра – состояния природы $\theta \in \Omega$. В случае, когда каждый агент обладает иерархией представлений, его информированность описывается структурой I_i его информированности. Поэтому нормой для i -го агента можно считать $\mathcal{N}_i(I_i) \in A_i$, $i \in N$, а нормой деятельности коллектива агентов – отображение информационной структуры $I = (I_1, I_2, \dots, I_n)$ во множество действий всех агентов: $\mathcal{N}(I) = (\mathcal{N}_1(I_1), \mathcal{N}_2(I_2), \dots, \mathcal{N}_n(I_n))$. Различные варианты информированности агентов, а также общие результаты решения задачи управления нормами деятельности приведены в [12].

Общие результаты позволяют рассматривать прикладные модели управления нормами деятельности. Перечислим исследованные в [12, 19] модели.

Модель «**Аккордная оплата труда**» отражает ситуацию, в которой вознаграждение коллектива агентов за работу имеет следующий вид: каждый агент получает фиксированное вознаграждение, если агрегированный результат деятельности агентов (например, сумма их действий) превышает заданный норматив; вознаграждение равно нулю, если норматив не выполнен.

Агенты имеют иерархию представлений о нормативе. Помимо общего знания рассматриваются следующие варианты:

- представления агентов о нормативе попарно различны; тогда либо никто из агентов не работает, либо один агент выполняет весь объем работ;

- если структура информированности имеет глубину два, и каждый из агентов субъективно считает, что играет в игру с асимметричным общим знанием, то множество возможных равновесных ситуаций максимально и совпадает со множеством индивидуально рациональных действий;

- если структура информированности имеет глубину два, и на ее нижнем уровне имеет место симметричное общее знание, то и в

этом случае множество информационных равновесий является максимально возможным;

- для любого индивидуально-рационального вектора действий существует такая структура информированности глубины два с симметричным общим знанием на нижнем уровне, что данный вектор является единственным равновесием.

Полученные результаты полностью подтверждают интуитивно правдоподобный качественный вывод: в коллективе работников совместная работа возможна (является равновесием) лишь в том случае, когда имеется общее знание о том, какой объем работ необходимо выполнить для получения вознаграждения. Кроме того, незначительное изменение информационной структуры приводит к существенному изменению информационного равновесия.

Интересно, что возможно следующее стабильное информационное равновесие: каждый агент считает, что именно за счет его усилий выполнен весь объем работ, и это всем известно (и даже является общим знанием).

Таким образом, игра "аккордная оплата труда", помимо эффектов сложной зависимости структуры информационных равновесий от вида структур информированности, интересна тем, что она иллюстрирует роль управления нормами деятельности в случаях, когда множество равновесий игры агентов состоит более чем из одной точки.

В модели «**Олигополия Курно**» агенты выбирают объемы производства. Рыночная цена на продукцию убывает с ростом суммарного объема производства и зависит от спроса.

Если неопределенным параметром является спрос, и относительно него каждый из агентов имеет собственную иерархию представлений, то информационное равновесие существенным образом зависит от взаимных представлений агентов. Если неопределенным параметром являются затраты агентов, то оказывается, что, наблюдая выбираемые действия, агенты могут в динамике придти к истинному информационному равновесию.

Для модели "Олигополия Курно" в [12] построено множество согласованных норм деятельности агентов, имеющих в общем случае различные иерархии взаимных представлений о существенных параметрах.

В модели «**Формирование команды**» неопределенными параметрами являются эффективности деятельности агентов. В рамках существующей иерархии взаимных представлений агентов об эффективности деятельности оппонентов каждый агент может предсказать, какие действия выберут другие агенты, какие они понесут индивидуальные «затраты» и каковы будут суммарные затраты. Если выбор действий производится многократно, и наблюдаемая некоторым агентом реальность оказывается отличной от его представлений, то он вынужден корректировать свои представления и при очередном своем выборе использовать «новые» представления.

Анализ информационных равновесий показывает, что командой целесообразно считать множество агентов, выборы которых согласованы с иерархией их взаимных представлений друг о друге, то есть с нормами деятельности. Такое определение команды качественно близко к определениям стабильности и согласованности информационного управления, отвечающих за то, чтобы реальные действия или выигрыши агентов совпадали с ожидаемыми действиями или выигрышами.

Кроме того, можно сделать интересный вывод, что стабильность команды и слаженность ее работы может достигаться, в том числе, и при ложных представлениях членах команды друг о друге [19]. Выход из ложного равновесия требует получения агентами дополнительной информации друг о друге.

Проведенный анализ позволяет сделать вывод, что модели формирования команд и их деятельности, описываемые в терминах рефлексивных игр, не только отражают автономность и согласованность деятельности команды, но и позволяют ставить и решать задачи управления процессом формирования команды. Управленческие возможности заключаются в создании, во-первых, разнообразных ситуаций деятельности (обеспечивающих выявление существенных характеристик агентов – получаем модель научения) и, во-вторых, обеспечения максимальных коммуникаций и доступа членов команды ко всей существенной информации.

В заключение отметим, что модели формирования команд исследовались не только в [19]: в [48] рассмотрен случай байесовской модели, в которой у каждого агента есть свои представления о вероятностном распределении результатов деятельности в зави-

симости от действий. Эти распределения корректируются с учетом наблюдаемых действий и/или результатов, что приводит к формированию так называемых *shared beliefs* – согласованных представлений агентов. Какая-либо рефлексия при этом, правда, отсутствует. То же относится и к модели, рассмотренной в [50], где конвенция определялась как «строгое равновесие Нэша» в повторяющейся игре, в которой набор агентов, участвующих в игре на каждом шаге определялся случайной выборкой из фиксированной конечной популяции агентов.

Завершив обзор моделей репутации и норм деятельности, перейдем к описанию общей, связывающей два этих понятия, модели.

2. НОРМЫ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ И РЕПУТАЦИЯ

Рассмотрим организационную систему, состоящую из одного агента и одного центра (описываемая ниже модель допускает непосредственное обобщение на случай нескольких агентов и/или нескольких центров), например – исполнителя и заказчика.

Предпочтения агента описываются его целевой функцией $f(y, \theta)$, где $y \in A$ – действие агента, $\theta \in \Omega$ – состояние природы. Предпочтения центра описываются его целевой функцией $F(y, \theta)$ также зависящей от действия агента и состояния природы.

Модель рационального поведения. Нормой деятельности агента будем считать отображение $\mathcal{N}: \Omega \rightarrow A$, ставящее каждому состоянию природы $\theta \in \Omega$ в соответствие множество (или точку) $\mathcal{N}(\theta) \subseteq A$. То есть, норма деятельности предписывает агенту при состоянии природы θ выбирать действия из множества $\mathcal{N}(\theta)$.

Репутацией агента (с точки зрения центра) будем считать отображение $\mathcal{R}: \Omega \rightarrow A$, ставящее каждому состоянию природы $\theta \in \Omega$ в соответствие множество (или точку) $\mathcal{R}(\theta) \subseteq A$. Репутация отражает, каких действий ожидает центр от агента в зависимости от состояния природы.

Норма $\mathcal{N}(\cdot)$ деятельности агента согласована с его предпочтениями, если

$$(5) \quad \forall \theta \in \Omega \quad \mathcal{N}(\theta) \subseteq P_{\mathcal{A}}(\theta),$$

где $P_f(\theta) = \text{Arg} \max_{y \in A} f(y, \theta)$ – множество рационального выбора.

Репутация $\mathfrak{R}(\cdot)$ агента согласована с предпочтениями центра, если

$$(6) \forall \theta \in \Omega \quad \mathfrak{R}(\theta) \subseteq P_F(\theta),$$

где $P_F(\theta) = \text{Arg} \max_{y \in A} F(y, \theta)$ – множество наиболее предпочти-

тельных с точки зрения центра выборов агента. Будем считать, что поведение агента подтверждает его репутацию у центра, если выбираемые им в рамках гипотезы рационального поведения действия соответствуют ожиданиям центра:

$$(7) \forall \theta \in \Omega \quad P_f(\theta) \subseteq \mathfrak{R}(\theta).$$

Если ввести гипотезу благожелательного отношения агента к центру [1], то условие (7) можно ослабить, записав его в виде:

$$(7') \forall \theta \in \Omega \quad P_f(\theta) \cap \mathfrak{R}(\theta) \neq \emptyset.$$

Норма деятельности агента согласована с его репутацией, если:

$$(8) \forall \theta \in \Omega \quad \aleph(\theta) \cap \mathfrak{R}(\theta) \neq \emptyset.$$

Предпочтения агента и центра согласованы, если

$$(9) \forall \theta \in \Omega \quad P_F(\theta) \cap P_f(\theta) \neq \emptyset.$$

Итак, имеем четыре подмножества множества A , зависящих от состояния природы:

$P_F(\theta)$ – "предпочтения" центра;

$P_f(\theta)$ – "предпочтения" агента;

$\mathfrak{R}(\theta)$ – репутация агента у центра;

$\aleph(\theta)$ – норма деятельности агента.

Возможны различные соотношения (в теоретико-множественном смысле – пересечения, вложенности и т.д.) между этими подмножествами:

- $\aleph(\theta) \subseteq P_f(\theta)$ отражает согласованность нормы деятельности агента с его предпочтениями;

- $\mathfrak{R}(\theta) \subseteq P_F(\theta)$ отражает согласованность репутации агента с предпочтениями центра;

- $P_f(\theta) \subseteq \mathfrak{R}(\theta)$ отражает подтвержденность репутации агента;

- $\aleph(\theta) \cap \mathfrak{R}(\theta) \neq \emptyset$ отражает согласованность нормы деятельности агента с его репутацией;

- $P_F(\theta) \cap P_f(\theta) \neq \emptyset$ отражает согласованность предпочтений агента и центра.

Содержательно в рамках модели "заказчик – исполнитель", условие (6) означает, что данный заказчик может обратиться к исполнителю с данной репутацией, а (7) означает, что исполнителю выгодно подтвердить свою репутацию в глазах заказчика.

Свойства (5)-(9) не являются независимыми. Так, из (5), (6) и (8) следует (9); из (5) и (7) следует (8); из (5), (6) и (7) следует (8) и (9). Но из (5), (6) и (9) в общем случае не следует ни (7), ни (8).

В частном случае репутация агента полностью определяется (совпадает с) нормой его деятельности, то есть $\forall \theta \in \Omega \mathfrak{R}(\theta) = \mathfrak{R}(\theta)$ и, следовательно, выполнено (8). Тогда из (5) и (6) следует (9), а из (5), (6) и (7) следует, что $\forall \theta \in \Omega P_A(\theta) \subseteq P_F(\theta)$, что является более сильным условием, чем (9).

Если и норма деятельности агента, и репутация являются однозначными отображения, то из (8) следует, что они совпадают, из (7) – что множество рационального выбора агента состоит из одной точки, из (5) следует, что эта точка определяется нормой деятельности, а для выполнения условия (9) достаточно выполнения условий (5) и (6). В рассматриваемом случае для существования хотя бы одной согласованной с предпочтениями всех участников нормы деятельности (репутации) агента достаточно, чтобы предпочтения центра и агента были согласованы.

Модель ограниченной рациональности. Рассмотренные выше в настоящем разделе определения согласованности нормы деятельности агента с его предпочтениями и согласованности его репутации с предпочтениями центра основывались на гипотезе рационального поведения – предположении о том, что агент выбирает одно из действий, максимизирующих при данном состоянии природы его целевую функцию, а для центра наиболее предпочтительны такие действия агента, которые максимизируют целевую функцию центра. В случае если каждое из множеств $P_F(\theta)$ и $P_A(\theta)$ состоит из одной точки, то, если выполнено (9), то эти точки совпадают, и согласованная норма совпадает с согласованной репутацией и определяется однозначно. Следовательно, для расширения "свободы для маневра" – расширения множества согласованных норм и множества согласованных репутаций – необходимо ослаблять требования к рациональности поведения соответственно агента и центра.

Для этого воспользуемся концепцией ограниченной рациональности [23], в соответствии с которой субъекты выбирают не оптимальные (максимизирующие целевую функцию на допустимом множестве) альтернативы, а рациональные альтернативы, то есть, приводящие к удовлетворяющему субъекта значению его целевой функции. Ряд формальных моделей ограниченной рациональности рассматривался в [12, 14]. Ниже мы приведем две модели ограниченной рациональности. В первой субъект выбирает ε -оптимальные при заданном $\theta \in \Omega$ альтернативы, где $\varepsilon \geq 0$ выступает в качестве параметра (при $\varepsilon = 0$ получаем модель классической рациональности). Во второй модели субъект выбирает альтернативы, обеспечивающие ему при заданном $\theta \in \Omega$ фиксированный уровень полезности u .

Определим множества рационального выбора центра и агента двумя способами:

$$(10) P_F(\theta, \varepsilon) = \{y \in A \mid F(y, \theta) \geq \max_{y \in A} F(y, \theta) - \varepsilon\},$$

$$(11) P_f(\theta, \delta) = \{y \in A \mid f(y, \theta) \geq \max_{y \in A} f(y, \theta) - \delta\},$$

$$(12) p_F(\theta, u) = \{y \in A \mid F(y, \theta) \geq u\},$$

$$(13) p_f(\theta, v) = \{y \in A \mid f(y, \theta) \geq v\}.$$

Определения согласованности при этом будут иметь вид (5)-(9) с соответствующей заменой множеств рационального выбора.

Дальше возможны различные постановки задач.

Рассмотрим сначала задачи

$$(14) \varepsilon + \delta \rightarrow \min_{\{(\varepsilon, \delta) \mid \forall \theta \in \Omega P_F(\theta, \varepsilon) \cap P_f(\theta, \delta) \neq \emptyset\}},$$

$$(15) u + v \rightarrow \max_{\{(u, v) \mid \forall \theta \in \Omega p_F(\theta, u) \cap p_f(\theta, v) \neq \emptyset\}},$$

закрывающиеся в поиске таких минимальных параметров "потерь" (ε, δ) или максимальных уровней полезности (u, v) соответственно, что интересы центра и агента согласованы. Решения этих задач могут интерпретироваться как стоимость компромисса [15] между центром и агентом (сумма в целевых функциях используется для получения Парето-эффективного решения).

Обозначим: $y_0(\theta) = \arg \max_{y \in A} [F(y, \theta) + f(y, \theta)]$,

$$y_f(\theta) = \arg \max_{y \in A} f(y, \theta), y_F(\theta) = \arg \max_{y \in A} F(y, \theta),$$

Утверждение 1. Пусть либо функции $F(\cdot)$ и $f(\cdot)$ непрерывны по совокупности переменных, а множества A и Ω компактны, либо множества A и Ω конечны. Тогда решение задачи (14) имеет вид:

$$(16) \varepsilon^* = \max_{\theta \in \Omega} [F(y_F(\theta), \theta) - F(y_\theta(\theta), \theta)],$$

$$\delta^* = \max_{\theta \in \Omega} [f(y_A(\theta), \theta) - f(y_\theta(\theta), \theta)],$$

а решение задачи (15) имеет вид

$$(17) u^* = \min_{\theta \in \Omega} F(y_\theta(\theta), \theta),$$

$$v^* = \min_{\theta \in \Omega} f(y_\theta(\theta), \theta).$$

Имея решения задач (14) и (15), можно ставить и решать задачу поиска согласованных нормы деятельности $\aleph(\cdot)$ и репутации $\mathfrak{R}(\cdot)$:

$$(18) \begin{aligned} \forall \theta \in \Omega \quad \aleph(\theta) &\subseteq P_A(\theta, \delta^*), \\ \forall \theta \in \Omega \quad \mathfrak{R}(\theta) &\subseteq P_F(\theta, \varepsilon^*), \\ \forall \theta \in \Omega \quad \aleph(\theta) \cap \mathfrak{R}(\theta) &\neq \emptyset. \end{aligned}$$

или

$$(19) \begin{aligned} \forall \theta \in \Omega \quad \aleph(\theta) &\subseteq p_A(\theta, v^*), \\ \forall \theta \in \Omega \quad \mathfrak{R}(\theta) &\subseteq p_F(\theta, u^*), \\ \forall \theta \in \Omega \quad \aleph(\theta) \cap \mathfrak{R}(\theta) &\neq \emptyset. \end{aligned}$$

Решения задач (18) и (19) существуют (так как в силу утверждения 1 интересы центра и агента согласованы) и обеспечивают Парето-эффективные значения выигрышей центра и агента.

Рефлексивная модель. В рассмотренной выше модели с двумя участниками – центром и агентом – фактически, имелся один активный субъект – агент, выбирающий собственные действия. Поэтому рассмотрим модель, в которой имеется множество $N = \{1, 2, \dots, n\}$ активных агентов. Агент $i \in N$ выбирает действие $y_i \in A_i$, а его целевая функция $f_i(y, \theta)$ зависит от вектора $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ действий всех агентов и от состояния природы $\theta \in \Omega$, то есть $f: A' \times \Omega \rightarrow \mathfrak{R}^1$, где $A' = \prod_{i \in N} A_i$.

Предположим, что информированность агентов описывается информационной структурой $I = (I_1, I_2, \dots, I_n)$, где $I_i = (\theta_i, \theta_{ij}, \theta_{ijk}, \dots)$, $i, j, k \in N$, – структура информированности i -го агента, $i \in N$, θ_i – его представления о состоянии природы, θ_{ij} – его

представления о представлениях j -го агента, θ_{ijk} – представления i -го агента о том, что j -ый агент думает о представлениях k -го агента и т.д. в общем случае до бесконечности [20].

Если задана структура информированности I , то тем самым задана и структура информированности каждого из агентов (как реальных, так и фантомных – то есть существующих в сознании других реальных и фантомных агентов). Выбор τ -агентом, где τ – некоторая последовательность индексов из множества N , своего действия x_τ в рамках гипотезы рационального поведения определяется его структурой информированности I_τ , поэтому, имея эту структуру, можно смоделировать его рассуждения и определить его действие. Выбирая свое действие, агент моделирует действия других агентов (осуществляет рефлексию). Поэтому при определении исхода игры необходимо учитывать действия как реальных, так и фантомных агентов.

Обозначим Σ_+ – множество всевозможных конечных последовательностей индексов из N , Σ – объединение Σ_+ с пустой последовательностью, $|\sigma|$ – количество индексов в последовательности σ (для пустой последовательности принимается равным нулю).

Набор действий x_τ^* , $\tau \in \Sigma_+$, называется информационным равновесием [20], если выполнены следующие условия:

1. структура информированности I имеет конечную сложность ν , то есть, дерево I содержит конечный набор попарно различных поддеревьев;

$$2. \forall \lambda, \mu \in \Sigma_+ \quad I_\lambda = I_\mu \Rightarrow x_\lambda^* = x_\mu^*;$$

$$3. \forall i \in N, \forall \sigma \in \Sigma$$

$$(20) \quad x_{\sigma i}^* \in \text{Arg max}_{y_i \in A_i} f_i(\theta_{\sigma i}, x_{\sigma i 1}^*, \dots, x_{\sigma i, i-1}^*, y_i, x_{\sigma i, i+1}^*, \dots, x_{\sigma i, n}^*).$$

Структура информированности является бесконечным деревом, отражающим иерархию представлений агентов в рефлексивной игре [20]. Информационное равновесие (20) (как решение рефлексивной игры) существует в случае, если структура информированности конечна. Конечность информационной структуры по своему определению означает не конечность ее дерева, а существование конечного базиса, в рамках которого рассмотрение фантомных агентов, имеющих ту же информированность, что и другие реальные или фантомные агенты, не дает новой информации и поэтому нецелесообразно.

Действия, выбираемые реальными и фантомными агентами в рамках информационного равновесия, зависят от структуры их информированности, то есть

$$x_{\sigma}^* = x_{\sigma}^*(I_{\sigma}), \sigma \in \Sigma_+.$$

Обозначим \mathfrak{T}_{Ω} – множество всевозможных n -деревьев, элементы которого принадлежат множеству Ω .

Согласованной нормой деятельности i -го агента (реального) $\mathfrak{N}_i: \mathfrak{T}_{\Omega} \rightarrow A_i$ будем называть отображение $\mathfrak{N}_i(I_i)$ его информационной структуры I_i во множество допустимых действий A_i (см. также [12]), $i \in N$. Это отображение (при условии, что целевые функции и допустимые множества всех агентов являются общим знанием) совпадает с отображением $x_i^*(I_i)$, $i \in N$. Другими словами, нормой деятельности реального агента будем считать соответствующую компоненту информационного равновесия (эта норма будет согласованной в силу определений согласованной нормы и информационного равновесия – см. выше). То есть, норма деятельности определяет, какие действия выбирает агент в зависимости от своей информированности (в зависимости от той ситуации, в которой он принимает решения).

Репутацией σj -агента (фантомного, то есть $\sigma \in \Sigma_+$, $|\sigma| \geq 1$) в глазах реального (при $|\sigma| = 1$) или фантомного (при $|\sigma| \geq 2$) σ -агента будем называть отображение $\mathfrak{R}_{\sigma j}: \mathfrak{T}_{\Omega} \rightarrow A_j$ его информационной структуры $I_{\sigma j}$ во множество допустимых действий A_j , $\sigma \in \Sigma_+$, $j \in N$. Это отображение (при условии, что целевые функции и допустимые множества всех агентов являются общим знанием) совпадает с отображением $x_{\sigma j}^*(I_{\sigma j})$, $\sigma \in \Sigma_+$, $j \in N$. То есть, репутация определяет, выбора каких действий ожидают от агента другие агенты в зависимости от той информированности, которую они ему приписывают (в зависимости от той ситуации, в которой он с их точки зрения принимает решения). Например, репутация \mathfrak{R}_{ij} j -го агента в глазах i -го отражает, каких действий x_{ij}^* ожидает i -ый агент от j -го.

Таким образом, зависимости действий, образующих информационное равновесие (20), реальных агентов от структур их информированности определяют нормы их деятельности. А зависимости

действий фантомных агентов от структур их информированности определяют репутацию реальных и фантомных агентов.

Приведенное выше определение отражает индивидуальную репутацию агентов. Рассмотрим группу $S \subseteq N$ агентов и предположим, что другие агенты наблюдают агрегированный результат $w_S = w_S(y_S)$, где $y_S = (y_i)_{i \in S}$ – вектор действий агентов из группы S , $y_S \in A_S = \prod_{i \in S} A_i$. То есть $w_S: A_S \rightarrow W_S$, где W_S – множество возмож-

ных агрегированных результатов деятельности группы.

Коллективной репутацией группы S в глазах реального (при $|\sigma| = 1$) или фантомного (при $|\sigma| \geq 2$) σ -агента будем называть отображение $\mathcal{R}_{\sigma S}: (\mathfrak{T}_\Omega)^{|\sigma|} \rightarrow W_S$ совокупности информационных структур $(I_{\sigma j})_{j \in S}$ во множество W_S допустимых агрегированных результатов деятельности группы S , $\sigma \in \Sigma_+$, $S \subseteq N$.

Согласованность репутации с поведением агентов ("оправданность" репутации) тесно связана с понятием стабильности информационного равновесия (см. качественное обсуждение выше) [19, 26]. Приведем формальные определения.

Напомним, что рефлексивная игра задается кортежем $\{N, (A_i)_{i \in N}, f_i(\cdot)_{i \in N}, I\}$, где $N = \{1, 2, \dots, n\}$ – множество участников игры (игроков, агентов), A_i – множество допустимых действий i -го агента, $f_i(\cdot): \Omega \times A' \rightarrow \mathcal{R}^1$ – его целевая функция, $i \in N$, I – структура информированности. Дополним эту конструкцию набором функций $w_i(\cdot): \Omega \times A' \rightarrow W_i$, $i \in N$, каждая из которых отображает вектор (θ, x) в элемент w_i некоторого множества W_i . Этот элемент w_i и есть то, что i -ый агент наблюдает в результате разыгрывания игры.

Функцию $w_i(\cdot)$ будем называть *функцией наблюдения* i -го агента. Будем считать, что функции наблюдения являются общим знанием среди агентов. Если $w_i(\theta, y) = (\theta, y)$, т. е. $W_i = \Omega \times A'$, то i -ый агент наблюдает как состояние природы, так и действия всех агентов. Если, напротив, множество W_i состоит из одного элемента, то i -ый агент ничего не наблюдает.

Пусть в рефлексивной игре существует информационное равновесие x_τ , $\tau \in \Sigma_+$ (напомним, что τ – произвольная непустая конечная последовательность индексов из N). Зафиксируем $i \in N$ и рассмотрим i -го агента. Он ожидает в результате игры пронаблю-

дать величину $w_i(\theta, x_{i1}, \dots, x_{i,i-1}, x_i, x_{i,i+1}, \dots, x_{in})$. На самом же деле он наблюдает величину $w_i(\theta, x_1, \dots, x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, \dots, x_n)$. Поэтому требование стабильности для i -агента означает совпадение этих величин, являющихся элементами некоторого множества W_i .

Другими словами, для стабильности репутации необходимо, чтобы каждый реальный агент наблюдал ту величину, которую он и ожидал увидеть в силу приписываемой им оппонентам репутации. Но этого мало – для стабильности равновесия (репутации) необходимо чтобы и ij -агент, $i, j \in N$, наблюдал «нужную» величину. Он ожидает в результате игры пронаблюдать

$$w_j(\theta_{ij}, x_{ij1}, \dots, x_{ij,j-1}, x_{ij}, x_{ij,j+1}, \dots, x_{ijn}).$$

На самом же деле (т. е. i -субъективно, ведь ij -агент существует в сознании i -агента) он наблюдает величину

$$w_j(\theta_b, x_{i1}, \dots, x_{i,j-1}, x_{ij}, x_{i,j+1}, \dots, x_{in}).$$

Поэтому требование стабильности для ij -агента означает совпадение этих величин.

В общем случае, т. е. для τi -агента, $\tau i \in \Sigma_+$, условие стабильности определяется следующим образом [19, 26]: информационное равновесие $x_{\tau i}$, $\tau i \in \Sigma_+$, называют *стабильным* при заданной структуре информированности I , если для любого $\tau i \in \Sigma_+$ выполняется

$$(21) \quad w_i(\theta_{\tau i}, x_{\tau i1}, \dots, x_{\tau i,i-1}, x_{\tau i}, x_{\tau i,i+1}, \dots, x_{\tau in}) = \\ = w_i(\theta_{\tau}, x_{\tau 1}, \dots, x_{\tau,i-1}, x_{\tau i}, x_{\tau,i+1}, \dots, x_{\tau n}).$$

В частном случае, когда функцией наблюдения является вектор действий всех агентов: $w_i(\theta, x_1, \dots, x_n) = (x_1, \dots, x_n)$, стабильным является информационное равновесие $x^* = (x_{\sigma i}^*)_{i \in N, \sigma \in \Sigma}$, удовлетворяющее следующему соотношению: $\forall i \in N, \forall \sigma \in \Sigma \quad x_{\sigma i}^* = x_i^*$, которое означает, что действие любого реального агента совпадает с действием, ожидаемым от него любым другим (реальным или фантомным) агентом.

Информационное равновесие, не являющееся стабильным, называют *нестабильным*. Соответственно, репутацию будем называть *оправданной*, если она определяется стабильным информационным равновесием.

Стабильные информационные равновесия разделяют на два класса – истинные и ложные равновесия. Пусть набор действий $x_{\tau i}$, $\tau i \in \Sigma_+$, является стабильным информационным равновесием. Будем называть его *истинным равновесием*, если набор (x_1, \dots, x_n)

является равновесием в условиях общего знания о состоянии природы θ . Из этого определения, в частности, следует, что в условиях общего знания любое информационное равновесие является истинным.

Стабильное информационное равновесие, не являющееся истинным, называют *ложным*. Таким образом, ложное равновесие – это такое стабильное информационное равновесие, которое не является равновесием в случае одинаковой информированности агентов (в условиях общего знания).

Соответственно, оправданную репутацию назовем *истинной*, если она определяется истинным информационным равновесием. Оправданную репутацию, определяемую ложным информационным равновесием, назовем *ложной*. Таким образом, оправданная репутация может быть как истинной, так и ложной.

Результаты исследований свойств стабильности и истинности информационных равновесий можно найти в [19, 26]. Их использование при построении моделей норм деятельности и репутации представляется целесообразным и многообещающим. Некоторые примеры приведены в настоящей работе ниже.

Завершая описание рефлексивной модели, рассмотрим следующий вариант взаимной информированности агентов. Пусть с точки зрения i -го агента состояние природы $\theta_i \in \Omega$ является общим знанием. Тогда определения репутации и норм деятельности (с учетом условия (20)) примут вид:

$$(22) \forall i \in N \ \mathfrak{R}_i(\theta_i) \in \text{Arg} \max_{y_i \in A_i} f_i(\theta_i, \mathfrak{R}_{i-1}(\theta_i), \dots, \mathfrak{R}_{i-i}(\theta_i), y_i, \mathfrak{R}_{i+i}(\theta_i), \dots, \mathfrak{R}_n(\theta_i)).$$

$$(23) \forall i, j \in N \ \mathfrak{R}_j(\theta_j) \in \text{Arg} \max_{y_j \in A_j} f_j(\theta_j, \mathfrak{R}_i(\theta_i), \dots, \mathfrak{R}_{i-j}(\theta_i), y_j, \mathfrak{R}_{i+j}(\theta_i), \dots, \mathfrak{R}_n(\theta_i)).$$

Если, в частном случае, репутации агентов $\{\mathfrak{R}_i(\cdot)\}$ являются общим знанием, то условия (22)-(23) примут вид:

$$(24) \forall i \in N \ \mathfrak{R}_i(\theta_i) \in \text{Arg} \max_{y_i \in A_i} f_i(\theta_i, \mathfrak{R}_i(\theta_i), \dots, \mathfrak{R}_{i-1}(\theta_i), y_i, \mathfrak{R}_{i+1}(\theta_i), \dots, \mathfrak{R}_n(\theta_i)).$$

$$(25) \forall i, j \in N \ \mathfrak{R}_j(\theta_j) \in \text{Arg} \max_{y_j \in A_j} f_j(\theta_j, \mathfrak{R}_j(\theta_j), \dots, \mathfrak{R}_{j-1}(\theta_j), y_j, \mathfrak{R}_{j+1}(\theta_j), \dots, \mathfrak{R}_n(\theta_j)).$$

В заключение настоящего раздела рассмотрим ряд модельных примеров.

Пример 1. Пусть $f(y, \theta) = \theta y - y^2 / 2r$, $F(y, \theta) = \theta y - y^2 / 2R$, $y \geq 0$, $\theta \in [1/2; 1]$. Тогда $y_f(\theta) = \theta r$, $y_F(\theta) = \theta R$, $P_f(\theta) = \{y_f(\theta)\}$, $P_F(\theta) = \{y_F(\theta)\}$. Норма деятельности $\aleph(\theta) = \theta r$ является единственной, удовлетворяющей (5), а репутация $\mathfrak{R}(\theta) = \theta R$ – единственной, удовлетворяющей (6). При этом (7), (8) и (9) выполнено только при $r = R$. Видно, что согласование в данном случае (когда множество рациональных действий состоит из одной точки) возможно только при полном совпадении интересов центра и агента – получили в некотором смысле вырожденный случай.

Исследуем, какие нормы деятельности и репутации окажутся согласованными в рамках моделей ограниченной рациональности.

Вычислим $y_0(\theta) = \frac{2\theta R r}{R+r}$. Из (16) получаем (максимумы в (16) достигаются при $\theta = 1$):

$$\varepsilon^* = \frac{R(R-r)^2}{2(R+r)^2}, \quad \delta^* = \frac{r(R-r)^2}{2(R+r)^2}.$$

Значение целевой функции в оптимальном решении задачи (14) равно $\frac{(R-r)}{2(R+r)}$. Очевидно, оно обращается в ноль при пол-

ном совпадении интересов центра и агента (то есть, при $R = r$).

Пусть для определенности $R \geq r$, тогда

$$P_f(\theta, \delta^*) = \left[r \left(\theta - \frac{R-r}{R+r} \right); r \left(\theta + \frac{R-r}{R+r} \right) \right],$$

$$P_F(\theta, \varepsilon^*) = \left[R \left(\theta - \frac{R-r}{R+r} \right); R \left(\theta + \frac{R-r}{R+r} \right) \right].$$

Найдем

$$(26) P_f(\theta, \delta^*) \cap P_F(\theta, \varepsilon^*) = \left[R \left(\theta - \frac{R-r}{R+r} \right); r \left(\theta + \frac{R-r}{R+r} \right) \right].$$

Видно, что при $\theta = 1$ $P_f(1, \delta^*) \cap P_F(1, \varepsilon^*) = y_0(1) = \frac{2Rr}{R+r}$.

Норма деятельности агента и его репутация, удовлетворяющие (18), должны давать непустое пересечение образов, принадлежащее (26).

Из (17) получаем: $u^* = \frac{R^2 r}{2(R+r)^2}$, $v^* = \frac{R r^2}{2(R+r)^2}$. Значение целевой функции в оптимальном решении задачи (15) равно $\frac{Rr}{2(R+r)}$. Минимумы в (17) достигаются при $\theta = 1/2$, поэтому при полном совпадении интересов центра и агента (то есть, при $R = r$) оптимум в (15) равен $r/4$.

Пусть для определенности $R \geq r$, тогда

$$p_A(\theta, v^*) = [r(\theta - \sqrt{\theta^2 - \left(\frac{R}{R+r}\right)^2}); r(\theta + \sqrt{\theta^2 - \left(\frac{R}{R+r}\right)^2})],$$

$$p_F(\theta, u^*) = [R(\theta - \sqrt{\theta^2 - \left(\frac{r}{R+r}\right)^2}); R(\theta + \sqrt{\theta^2 - \left(\frac{r}{R+r}\right)^2})].$$

Найдем

$$(27) p_A(\theta, v^*) \cap p_F(\theta, u^*) =$$

$$= [R(\theta - \sqrt{\theta^2 - \left(\frac{r}{R+r}\right)^2}); r(\theta + \sqrt{\theta^2 - \left(\frac{R}{R+r}\right)^2})].$$

Норма деятельности агента и его репутация, удовлетворяющие (19), должны давать непустое пересечение образов, принадлежащее (27). •¹

Пример 2. Пусть целевая функция агента представляет собой разность между доходом λy , получаемым им от "продажи" центру результатов своей деятельности $y \geq 0$ по цене $\lambda \geq 0$, и затратами $y^2/2$ θ , где $\theta > 0$ – эффективность деятельности агента:

$$f(y, \theta, \lambda) = \lambda y - y^2/2 \theta.$$

Целевая функция центра не зависит от параметра θ и представляет собой разность между его доходом $2R\sqrt{y}$ и вознаграждением λy , выплачиваемым агенту: $F(y, \lambda) = 2R\sqrt{y} - \lambda y$.

¹ Символ "•" здесь и далее обозначает окончание примера или доказательства.

Рассматривая данную модель как модель стимулирования [15], получим:

$$y_f(\lambda, \theta) = \lambda \theta, \quad y_f(\lambda) = (R / \lambda)^2, \\ F(y_f(\lambda, \theta), \lambda) = 2 R \sqrt{\lambda \theta} - \lambda^2 \theta.$$

Максимум функции $F(y_f(\lambda, \theta), \lambda)$ по $\lambda \geq 0$ достигается при

$$\lambda(\theta) = (R^2 / 4 \theta)^{1/3},$$

что приводит к $y_f(\theta) = (R \theta / 2)^{2/3}$, $y_f(\theta) = (4 R \theta)^{2/3}$. При этом $y_0(\theta) = (\theta R)^{2/3}$. Следовательно, если положить $\aleph(\theta) = y_f(\theta)$, $\mathfrak{R}(\theta) = y_f(\theta)$, то получим, что

$$\forall \theta \in \Omega \quad \aleph(\theta) \leq y_0(\theta) \leq \mathfrak{R}(\theta),$$

то есть в рамках классической рациональности центра и агента согласованных норм деятельности и репутаций не существует. Модели ограниченной рациональности могут рассматриваться так же, как и в примере 1. •

3. МОДЕЛЬ РЕПУТАЦИИ ФИРМ, КОНКУРИРУЮЩИХ НА РЫНКЕ

В настоящем разделе рассматривается модель норм деятельности и репутации для нескольких фирм, конкурирующих на рынке.

Начнем с простейшего случая, а затем будет усложнять модель.

Затраты агентов сепарабельны, рефлексия отсутствует.

Пусть имеются n фирм, производящих один и тот же продукт, или оказывающих одну и ту же услугу, и известен спрос D , не зависящий от предложения и цен на продукцию (или услуги).

Целевая функция i -го агента (фирмы) представляет собой разность между его доходом λy_i , где $\lambda \geq 0$ – установившаяся на рынке цена, $y_i \geq 0$ – выбираемый i -ым агентом объем производства (действие агента), и затратами $c_i(y_i, r_i)$, где $r_i > 0$ – тип i -го агента (характеристика, отражающая эффективность его деятельности), $i \in N = \{1, 2, \dots, n\}$ – множеству агентов. Отметим, что затраты агентов сепарабельны – затраты каждого агента зависят только от его собственных действий и не зависят от действий других агентов.

Если рыночная цена известна, то каждый агент может независимо от других агентов максимизировать свою целевую функцию выбором своего объема производства

$$(28) x_i(\lambda, r_i) \in \text{Arg max}_{y_i \geq 0} [\lambda y_i - c_i(y_i, r_i)], i \in N.$$

В результате установится рыночная цена $\lambda^*(r, D)$, определяемая из условия равенства суммарного предложения и спроса:

$$(29) \sum_{i \in N} x_i(\lambda^*(r, D), r_i) = D,$$

где $r = (r_1, r_2, \dots, r_n)$ – вектор типов агентов.

Для того чтобы каждый из агентов мог самостоятельно определить будущую рыночную цену и вычислить оптимальный с его точки зрения объем выпуска, вектор типов агентов и суммарный спрос должны быть общим знанием среди агентов.

Приведем пример. Пусть агенты имеют квадратичные функции затрат: $c_i(y_i, r_i) = (y_i)^2 / 2 r_i$, $i \in N$. Тогда из (28) получаем следующие выражения для действий агентов:

$$(30) x_i(\lambda, r_i) = \lambda r_i, i \in N,$$

и цены:

$$(31) \lambda = D / R,$$

$$\text{где } R = \sum_{i \in N} r_i.$$

Отметим, что действия (30) являются не только индивидуально рациональными (выбираемыми в силу (28)), но и Парето-эффективными – они максимизируют сумму целевых функций агентов при условии удовлетворения спроса [1].

Если спрос зависит от цены: $D = D(\lambda)$, то рыночная цена $\lambda^*(r)$ должна удовлетворять (ср. с (30)):

$$(32) \sum_{i \in N} x_i(\lambda^*(r), r_i) = D(\lambda^*(r)).$$

Если в условиях рассмотренного выше примера предположить, что имеет место гиперболическая зависимость спроса от цены: $D(\lambda) = D_0 \lambda_0 / \lambda$, где $D_0 > 0$ и $\lambda_0 > 0$ – константы, то:

$$(33) \lambda^*(r) = \sqrt{\frac{D_0 \lambda_0}{R}},$$

$$(34) D(\lambda^*(r)) = \sqrt{D_0 \lambda_0 R}.$$

Легко проверить, что из (33) и (34) следует (32), то есть спрос равен предложению. Если интерпретировать величину R как эффективность деятельности множества N агентов, то с ростом этой эффективности растет спрос и уменьшается цена. Интересно отметить, что сумма целевых функций агентов, равная $(\lambda^*(r))^2 R / 2$, не зависит от эффективностей r деятельности агентов. Этот вывод справедлив при гиперболическом спросе, и в общем случае он не имеет места (существенным параметром является эластичность спроса).

Затраты агентов несепабельны, рефлексия отсутствует.

Пусть в условиях рассматриваемой выше модели затраты агентов несепабельны, то есть затраты i -го агента $c_i(y, r_i)$ зависят от вектора $y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in \mathfrak{R}_+^n$ действий всех агентов. Тогда условие (28) рационального поведения агентов примет вид:

$$(35) x(\lambda, r) \in \{y \in \mathfrak{R}_+^n \mid \forall i \in N, \forall z_i \geq 0 \lambda y_i - c_i(y, r_i) \geq \geq \lambda z_i - c_i(z_i, y_{-i}, r_i)\},$$

где $y_{-i} = (y_1, y_2, \dots, y_{i-1}, y_{i+1}, \dots, y_n)$, то есть агенты выбирают действия, являющиеся равновесиями Нэша. В результате установится рыночная цена $\lambda^*(r, D)$, определяемая из условия равенства суммарного предложения и спроса:

$$(36) \sum_{i \in N} x_i(\lambda^*(r, D), r) = D.$$

Приведем пример. Пусть агенты имеют квадратичные функции затрат: $c_i(y_i, r_i) = y_i Y / 2 r_i$, где $Y = \sum_{j \in N} y_j$, $i \in N$. Тогда целевая

функция i -го агента равна $f_i(y, r_i) = \alpha y_i - y_i \sum_{j \in N} y_j / 2 r_i$, и из (35) в

предположении существования внутренних решений (для чего достаточно, чтобы выполнялось $r_i \geq R / (n + 1)$, $i \in N$, то есть, чтобы разброс типов агентов был не очень большим) получаем следующие выражения для равновесных по Нэшу действий агентов:

$$(37) x_i(\lambda, r_i) = \lambda (r_i - R / (n + 1)), i \in N,$$

и цены:

$$(38) \lambda = (n + 1) D / R.$$

Если в условиях рассматриваемого примера предположить, что имеет место гиперболическая зависимость спроса от цены:

$$D(\lambda) = D_0 \lambda_0 / \lambda, \text{ то: } \lambda^*(r) = \sqrt{\frac{D_0 \lambda_0}{R}} (n + 1) .$$

Затраты агентов сепарабельны, рефлексия присутствует.

Перейдем теперь к рассмотрению ситуаций, в которых общее знание о типах агентов отсутствует (будем считать, что вид целевых функций и суммарный спрос являются общим знанием). Неопределенным параметром будем считать вектор r типов агентов. Каждый агент знает свой тип и имеет некоторые представления о типах оппонентов. Обозначим r_{ij} – представления i -го агента о типе j -го агента, $r_{ii} = r_i$, $i, j \in N$.

Вектор представлений $r^i = (r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{in})$ i -го агента будем считать субъективным общим знанием, то есть данный агент считает, что r^i – вектор типов агентов, являющийся общим знанием (первый ранг рефлексии).

Если рыночная цена известна, а затраты сепарабельны, то каждый агент может в соответствии с (28) независимо от других агентов максимизировать свою целевую функцию выбором своего объема производства при прогнозируемой данным агентом цене λ_i :

$$(39) x_i(\lambda_i, r_i) \in \text{Arg max}_{y_i \geq 0} [\lambda_i y_i - c_i(y_i, r_i)], i \in N.$$

Агент $i \in N$ прогнозирует, что установится рыночная цена $\lambda_i^*(r^i, D)$, определяемая из условия равенства суммарного предложения и спроса:

$$(40) \sum_{j \in N} x_j(\lambda_i^*(r^i, D), r_{ij}) = D, i \in N.$$

Вычисляя из (40) величины $\lambda_i^*(r^i, D)$, $i \in N$, и подставляя их в (39), получим $x_{ij}(r^j)$ – действие, ожидаемое i -ым агентом от j -го, зависящее от r^j – типа i -го агента и его представлений о типах оппонентов, $i, j \in N$. Если агенты имеют квадратичные функции затрат, то из (39) и (40) получаем действия агентов:

$$(41) x_{ij}(r^j) = \lambda_i r_{ij}, i, j \in N,$$

и цены:

$$(42) \lambda_i = D / R_i, i \in N,$$

$$\text{где } R_i = r_i + \sum_{j \neq i} r_{ij} .$$

Так как в рамках рефлексивной модели каждый агент принимает решения независимо, то суммарное предложение будет равно

$$(42) Y(r^1, r^2, \dots, r^n) = D \sum_{i \in N} \frac{r_i}{r_i + \sum_{j \neq i} r_{ij}}.$$

Условием "стабильности" информационного равновесия является

$$(43) R_i = \sum_{j \in N} r_j, i \in N.$$

При этом, очевидно, суммарное предложение (42) будет в точности равно суммарному спросу D , а цены и объемы выпуска совпадут с ценами (31) и объемами (30), которые являются "равновесными" в условиях общего знания.

В рассматриваемой рефлексивной модели выражение (39) описывает согласованные нормы деятельности агентов, а выражение (41) – их репутацию, то есть, каких действий каждый агент ожидает от своих оппонентов.

Утверждение 2. Если затраты агентов квадратичны и сепарабельны, а репутация агентов удовлетворяет (43), то она оправдывается и приводит к тем же результатам деятельности агентов, которые имели бы место в условиях их полной взаимной информированности о типах друг друга.

Из выражения (43) следует, что стабильная репутация может быть ошибочной – требуется, чтобы каждый агент правильно оценивал лишь сумму типов оппонентов, а относительно их индивидуальных типов, приводящих к заданному значению суммы, он может заблуждаться. Стабильность подобных заблуждений станет невозможной, если каждый агент будет, помимо цены, наблюдать действия, выбираемые оппонентами.

Если в рассматриваемых условиях имеет место гиперболическая зависимость спроса от цены: $D(\lambda) = D_0 \lambda_0 / \lambda$, то:

$$\lambda_i^*(r^i) = \sqrt{\frac{D_0 \lambda_0}{R_i}}, i \in N.$$

Выше рассмотрена модель, в которой общее знание относительно типов агентов отсутствовало, но значение спроса было общим знанием. Рассмотрим, что произойдет, если типы агентов

являются общим знанием, но отсутствует общее знание относительно спроса.

Модель первого ранга рефлексии. Пусть D_i – представления i -го агента о спросе и он считает, что эти представления являются общим знанием среди агентов, $i \in N$. Тогда (39) останется в силе, а (40) примет вид:

$$(44) \sum_{j \in N} x_{ij}(\lambda_i^*(r, D_i), r_j) = D_i, i \in N.$$

Если агенты имеют квадратичные функции затрат, то из (39) и (44) получаем следующие выражения для действий агентов:

$$(45) x_{ij}(D_i) = \lambda_i r_j, i, j \in N,$$

и цены:

$$(46) \lambda_i = D_i / R, i \in N.$$

Так как в рамках рефлексивной модели каждый агент принимает решения независимо, то суммарное предложение будет равно

$$(47) Y(D_1, D_2, \dots, D_n) = (\sum_{i \in N} r_i D_i) / R.$$

Для "стабильности" (совпадения спроса и предложения) достаточно, чтобы представления агентов о спросе удовлетворяли

$$(48) \sum_{i \in N} r_i D_i = R D.$$

Условия (45) и (48) описывают нормы деятельности агентов – зависимости их действий от их представлений о спросе. Для того чтобы анализировать репутацию (репутацией можно считать и (45) при $j \neq i$), желательно рассмотреть следующий ранг рефлексии. Приведем соответствующую модель.

Модель второго ранга рефлексии. Пусть D_{ij} – представления i -го агента о представлениях о спросе j -го агента, и он считает, что с точки зрения j -го агента эти представления являются общим знанием среди агентов, $i, j \in N$. Тогда (39) останется в силе, а (44) примет вид:

$$(49) \sum_{k \in N} x_{ijk}(\lambda_{ij}^*(r, D_{ij}), r_k) = D_{ij}, i, j \in N,$$

где x_{ijk} – представления i -го агента о представлениях j -го агента о том, какое действие выберет k -ый агент.

Если агенты имеют квадратичные функции затрат, то из (39) и (49) получаем следующие выражения для действий агентов:

$$(50) x_{ijk}(D_{ij}) = \lambda_{ij} r_k, i, j, k \in N,$$

и цены:

$$(51) \lambda_{ij} = D_{ij} / R, i, j \in N.$$

Суммарное предложение при этом по-прежнему будет определяться выражением (47), а условие стабильности – выражением (48). Если понимать стабильность в смысле [19, 26], требующем, чтобы оправдывались ожидания всех – и реальных, и фантомных – агентов, то должно иметь место более сильное, чем (48), условие:

$$(52) D_{ij} = D, i, j \in N.$$

Затраты агентов несепабельны, рефлексия присутствующ. Пусть в условиях рассматриваемой выше модели (в которой отсутствует общее знание о типах агентов) затраты агентов несепабельны. Тогда условие (39) рационального поведения агентов примет вид:

$$(53) x^i(\lambda_i, r^i) \in \{y \in \mathfrak{R}_+^n \mid \forall j \in N, \forall z_j \geq 0 \lambda_i y_j - c_j(y, r_{ij}) \geq \lambda_i z_j - c_j(z_j, y_j, r_{ij})\}.$$

В результате установится рыночная цена $\lambda_i^*(r^i, D)$, определяемая из условия равенства суммарного предложения и спроса:

$$(54) \sum_{j \in N} x_{ij}(\lambda_i^*(r^i, D), r^i) = D.$$

Продолжим рассмотрение примера квадратичных функций затрат $c_i(y_i, r_i) = y_i Y / 2 r_i, i \in N$. Из (53) в предположении существования внутренних решений получаем следующие выражения для равновесных по Нэшу действий агентов:

$$(55) x_{ij}(\lambda_i, r^j) = \lambda_i (r_{ij} - R_i / (n + 1)), i, j \in N,$$

и цены:

$$(56) \lambda_i = (n + 1) D / R_i.$$

Так как в рамках рефлексивной модели каждый агент принимает решения независимо, то суммарное предложение будет равно

$$(57) Y(r^1, r^2, \dots, r^n) = D [(n + 1) \sum_{i \in N} \frac{r_i}{R_i} - n].$$

Условием "стабильности" информационного равновесия в рассматриваемом случае является выражение (43) (отметим, что это же условие требовалось в случае сепарабельных затрат). При этом, очевидно, суммарное предложение (57) будет в точности равно суммарному спросу D , а цены и объемы выпуска совпадут с

ценами и объемами, которые являются "равновесными" в условиях общего знания.

Утверждение 3. Если затраты агентов квадратичны и сепарабельны, а репутация агентов удовлетворяет (43), то она оправдывается и приводит к тем же результатам деятельности агентов, которые имели бы место в условиях их полной взаимной информированности о типах друг друга.

Рефлексивная модель репутации в случае отсутствия общего знания о спросе при несепарабельных затратах агентов рассматривается так же, как это делалось выше.

4. РЕПУТАЦИЯ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ

Если в предыдущем разделе описана модель репутации фирм, конкурирующих на рынке, и равновесная цена определялась из условия спроса и предложения, то в настоящем разделе анализируется неценовая конкуренция между фирмами. Если спрос на продукт (или услугу), производимый фирмами, постоянен, а цена фиксирована, то единственным фактором, которым та или иная фирма может привлечь потребителя, является ее репутация, под которой в данном разделе будет пониматься агрегированная характеристика деятельности фирмы. В этом случае репутация включает все характеристики продукта, кроме цены – его надежность, качество и т.д., а также условия взаимодействия с потребителем (выполнение взятых обязательств – сроков и других условий).

Рассмотрим следующую модель. Пусть имеется n фирм, производящих однородный продукт или услугу. Затраты i -ой фирмы (агента) $c_i(d_i)$ представляют собой сумму постоянных издержек c_{i0} и переменных издержек $\gamma_i d_i$, где γ_i – удельные переменные издержки, а d_i – объем производства, определяемый спросом, $i \in N = \{1, 2, \dots, n\}$ – множеству агентов. То есть $c_i(d_i) = c_{i0} + \gamma_i d_i$, $i \in N$. Если рыночная цена λ фиксирована, то легко определить точки безубыточности $d_i^{\min} = c_{i0} / (\lambda - \gamma_i)$, $i \in N$.

Пусть $r_i \geq 0$ – репутация i -го агента. Обозначим вектор репутаций $r = (r_1, r_2, \dots, r_n)$, вектор репутаций оппонентов i -го агента – $r_{-i} = (r_1, r_2, \dots, r_{i-1}, r_{i+1}, \dots, r_n) \in \mathfrak{R}_+^{n-1}$. Предположим, что спрос на

продукцию i -ой фирмы определяется ее репутацией, а также репутацией конкурентов и суммарным спросом, то есть $d_i = \pi_i(r, D)$, $i \in N$. Наложим на $\pi_i(\cdot)$ следующие требования:

- $\forall r \in \mathfrak{R}_+^n$ $\pi_i(\cdot)$ возрастает по r_i ;
- $\forall r \in \mathfrak{R}_+^n$ $\pi_i(\cdot)$ возрастает по D ;
- $\forall r \in \mathfrak{R}_+^n$, $\forall j \neq i$ $\pi_i(\cdot)$ убывает по r_j .

В соответствии с введенными предположениями, чем выше репутация фирмы или чем выше суммарный спрос, тем выше спрос на ее продукцию, и чем выше репутация конкурентов, тем этот спрос меньше. То есть в рассматриваемом случае спрос на продукцию фирмы определяется ее репутацией в глазах потребителей.

Вектор спроса обозначим $d = (d_1, d_2, \dots, d_n)$. Фиксируем суммарный спрос D , и предположим, что

$$(58) D \geq \sum_{i \in N} d_i^{\min},$$

и существует вектор репутаций r^{\min} , приводящих к $d_i^{\min} = \pi_i(r^{\min}, D)$, то есть существует такое распределение спроса между фирмами, что деятельность всех фирм безубыточна.

Предположим, что репутация агента зависит от его затрат на создание и поддержание репутации. Затраты i -го агента на свою репутацию (инвестиции в репутацию) обозначим $s_i \geq 0$, $i \in N$. Величина s_i может интерпретироваться как выигрыш агента от невыполнения обязательств перед потребителями, допустимого снижения качества и т.д., или как инвестиции в рекламу.

Пусть известна монотонная функция $q(s)$, отражающая зависимость репутации от затрат на нее: $r_i = q(s_i)$, $i \in N$. Для простоты эта функция будет считаться одинаковой для всех агентов.

Тогда целевая функция i -го агента примет вид:

$$(59) f_i(s) = (\lambda - \gamma_i) \pi_i(r(s), D) - c_{i0} - s_i, \quad i \in N.$$

Итак, имеем игру агентов, обладающих целевыми функциями (59), каждый из которых выбирает неотрицательные инвестиции в свою репутацию.

Утверждение 4. Если функция $q(\cdot)$ непрерывна, а функции $\pi_i(\cdot)$ непрерывны по совокупности переменных и вогнуты по r_i , то при фиксированном суммарном спросе, удовлетворяющем (58) существует равновесие Нэша игры агентов.

Справедливость утверждения 4 следует из того, что в рамках введенных в нем предположений целевые функции агентов удовлетворяют известным достаточным условиям существования равновесия Нэша [5]. •

Пример 3. Пусть $q(s) = s$ и

$$(60) d_i = \frac{r_i}{\sum_{j \in N} r_j} D, i \in N.$$

Обозначим $S = \sum_{i \in N} s_i$, $\beta = \sum_{i \in N} \frac{1}{\beta - \gamma_i}$. Подставляя (60) в (59) и

дифференцируя, получим:

$$s_i = S - \frac{S^2}{D(\lambda - \gamma_i)}, i \in N.$$

Суммируя по всем агентам, получим выражения для суммарных инвестиций и равновесных по Нэшу инвестиций агентов в свою репутацию:

$$S = (n - 1) D / \beta, \\ s_i^* = \frac{(n - 1) D}{\beta} \left[1 - \frac{n - 1}{\beta(\lambda - \gamma_i)} \right], i \in N. \bullet$$

Завершив рассмотрение примера, отметим, что выше рассматривалась статическая модель. В то же время, интуитивно понятно, что репутация является существенно динамической характеристикой – она изменяется во времени, причем инерционно, то есть, требуется время, чтобы при приложении соответствующих усилий фирма улучшила свою репутацию, а при отсутствии стремления фирмы к поддержанию своей репутации, последняя начнет также снижаться с некоторой задержкой. Поэтому рассмотрим динамическую модель конкуренции фирм с изменяющейся во времени репутацией.

Будем обозначать номер периода времени верхним индексом "t" и считать, что зависимость спроса то репутации имеет вид:

$$(61) d_i^t = \frac{(r_i^t)^\alpha}{\sum_{j \in N} (r_j^t)^\alpha} D, i \in N, t = 0, 1, 2, \dots,$$

где d_i^t – спрос на продукцию i -ой фирмы в периоде t , r_i^t – ее репутация в этом периоде, а показатель степени $\alpha \geq 1$ может интерпретироваться как характеристика конкурентности (степени влияния различий репутации фирм на спрос на их продукцию со стороны потребителей) – при больших α почти все потребители обратятся фирме с максимальной репутацией.

Предположим, что в условиях фиксированного суммарного спроса D и заданной рыночной цены λ , единственным параметром, который выбирает i -ый агент, является объем инвестиций s_i в свою репутацию. Отметим, что считается, что каждый агент выбирает постоянный (не зависящий от времени) объем инвестиций. Возможные обобщения рассматриваемой модели на случай, когда каждый агент выбирает траекторию инвестиций, качественно обсуждается ниже.

Динамику репутации будем описывать логистической кривой с управляемой скоростью роста [10]:

$$(62) \quad r_i^t = r_i^{t-1} + Q(s_i^0, s_i) r_i^{t-1} (1 - r_i^{t-1}), \quad i \in N, t = 1, 2, \dots, .$$

Пусть начальные значения репутации $r_i^0 \in [0; 1]$ агентов известны, а $Q(\cdot)$ – одинаковая для всех агентов монотонно возрастающая функция, принимающая значения из интервала $[-1; 1]$. Величина s_i^0 , которая такова, что $Q(s_i^0, s_i^0)$, может интерпретироваться как значение инвестиций, необходимое для поддержания репутации i -го агента на постоянном уровне.

В рамках введенных предположений

$$r_i^t \in [0; 1], \quad i \in N, t = 1, 2, \dots, .$$

Эскиз графика зависимости скорости динамики репутации от времени для

$$(63) \quad Q(s_i^0, s_i) = th(\Psi(s_i - s_i^0)),$$

где $th(\cdot)$ – гиперболический тангенс, $\Psi \geq 0$ – размерная константа, приведен на рисунке 1 при $s^0 = 1$, $\Psi = 1$.

Примеры динамики репутации агента для случая $\Psi = 10$, $s^0 = 0,1$ приведены на рисунке 2. Непрерывная линия соответствует $r^0 = 0,2$, $s = 0,11$ (то есть агент вкладывает в свою репутацию больше минимально необходимой величины и она растет со временем), пунктирная – $r^0 = 0,95$, $s = 0,09$ (то есть агент вкладывает в

свою репутацию меньше минимально необходимой величины и она убывает со временем).

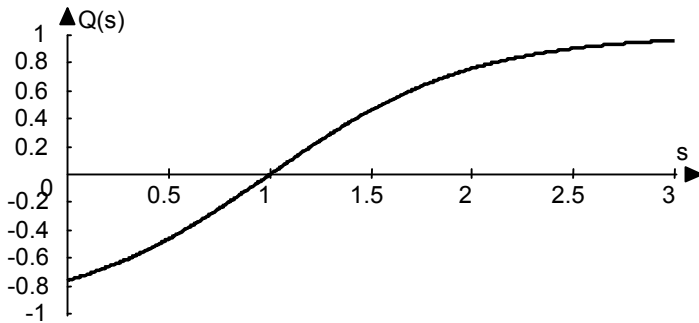


Рис. 1. Зависимость скорости динамики репутации от времени

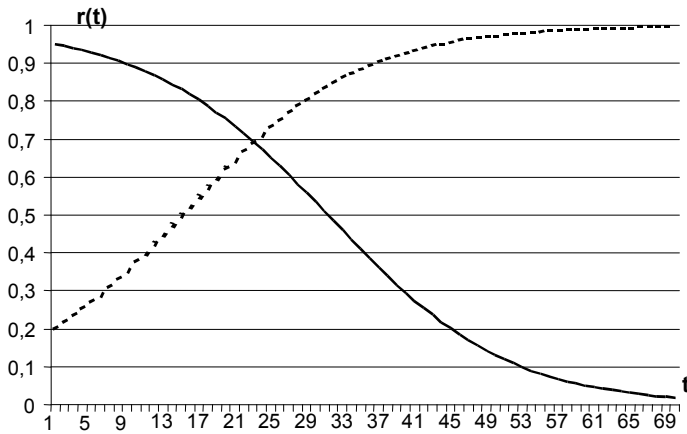


Рис. 2. Примеры динамики репутации

В качестве обоснования введенных предположений можно привести следующие рассуждения.

Возможность наличия отрицательных значений функции $Q(\cdot)$ – см. рисунок 1 – обусловлена тем, что поддержание репутации на постоянном уровне, отличном от нуля или единицы, как правило,

требует определенных затрат. Если эти затраты недостаточны, то репутация снижается. Вогнутость (и асимптотичность) функции $Q(\cdot)$ объясняется тем, что предельный эффект от увеличения инвестиций снижается с ростом размера этих инвестиций (см. закон убывающей предельной полезности в экономике [42]).

Логистический вид кривой динамики репутации – см. рисунок 2 – может интерпретироваться следующим образом. Сначала изменение репутации происходит медленно (изменить сложившиеся стереотипы потребителей тяжело). Далее скорость увеличивается, но по мере приближения к максимально (или минимально) возможному значению опять уменьшается – всегда имеется часть потребителей, заставить которых изменить своим привычкам (отказаться от потребления некоторого товара, заменив его другим, и т.д.) достаточно трудно.

Конечно, выбранные выше зависимости (62) и (63) не являются единственно возможными, и в каждом конкретном случае необходимо решать задачу идентификации – поиска тех зависимостей, которые наилучшим образом приближают или объясняют наблюдаемые эффекты. Однако они позволяют промоделировать многие эффекты и вполне соответствуют здравому смыслу и практическому опыту.

Запишем прибыль i -го агента в периоде t :

$$(64) f_i^t(s) = (\lambda - \gamma_i) \pi_i(r(s^t), D) - c_{i0} - s_i, \quad i \in N, \quad t = 1, 2, \dots,$$

где $s = (s_1, s_2, \dots, s_n)$ – вектор инвестиций агентов. Будем считать, что, если прибыль агента стала равна нулю или отрицательному числу, то он выбывает с рынка и, начиная с этого момента, не несет затрат на поддержание своей репутации.

В качестве целевой функции выберем среднюю за T периодов прибыль:

$$(65) F_i(s) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T f_i^t(s), \quad i \in N.$$

Подставляя (61)-(64) в (65), получим игру в нормальной форме, в которой каждый агент выбирает объем своих инвестиций. Для данной игры можно искать равновесие Нэша, исследовать его свойства, анализировать выигрыши агентов в зависимости от их стратегий. Приведем пример.

Пример 4. Рассмотрим взаимодействие двух агентов (все расчеты настоящего примера выполнялись в Excel). Пусть $\alpha = 1$, $\Psi = 10$, $d = 1$, $s_1^0 = 0,1$, $s_2^0 = 0,2$, $\lambda - \gamma_1 = 1$, $\lambda - \gamma_2 = 1,3$, $c_{i1} = c_{i2} = 0$.

Рассмотрим несколько типичных вариантов.

1. Пусть $r_1^0 = r_2^0 \approx 1$, $s_1 = s_2 = 0$, то есть оба агента первоначально имеют одинаковую очень высокую репутацию и делят рынок пополам. Но они не инвестируют свою репутацию. Так как в силу выбранного соотношения параметров репутация второго агента падает быстрее, чем у первого, в результате первый агент с нулевой репутацией оказывается монополистом на рынке.

Графики динамики репутации, доли рынка и прибыли для рассматриваемого случая приведены на рисунках 3а), 3б) и 3в) соответственно (здесь и далее в рассматриваемом примере пунктирная линия соответствует первому агенту, а непрерывная линия – второму).

Аналогичная ситуация (первый агент становится монополистом) имеет место в случае любых одинаковых первоначальных репутаций агентов и отсутствии инвестиции. Объясняется это тем, что первый агент априори находится в более выгодном положении, так как он теряет репутацию медленнее второго.

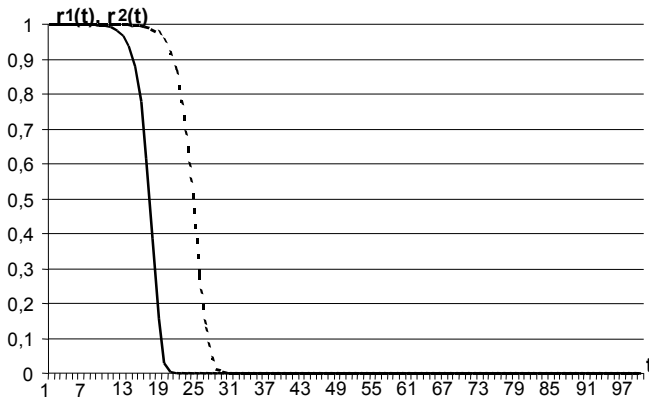


Рис. 3а). Динамика репутации при $r_1^0 = r_2^0 \approx 1$, $s_1 = s_2 = 0$

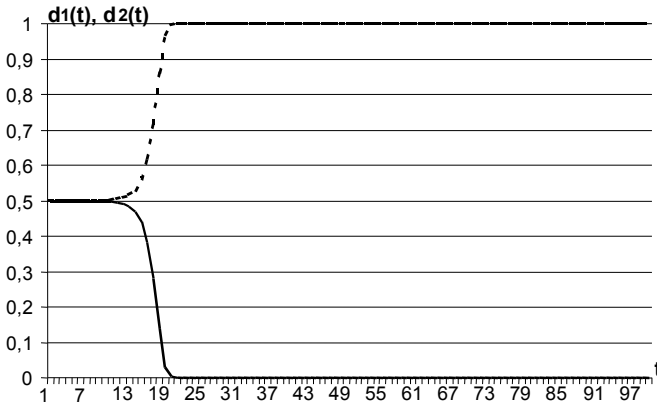


Рис. 3б). Динамика доли рынка при $r_1^0 = r_2^0 \approx 1, s_1 = s_2 = 0$

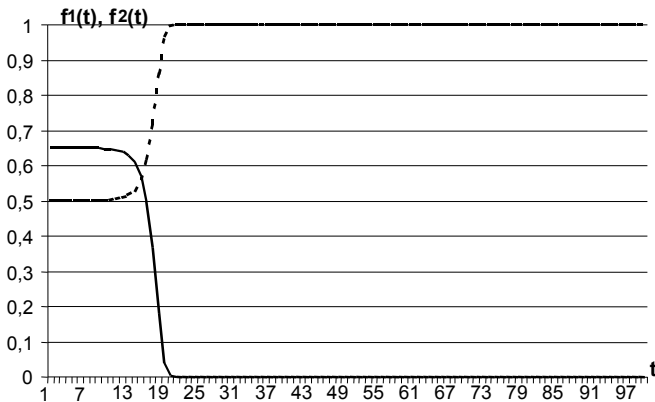


Рис. 3в). Динамика прибылей при $r_1^0 = r_2^0 \approx 1, s_1 = s_2 = 0$

Чтобы исправить ситуацию (стать в итоге монополистом) второму агенту достаточно выбрать размер инвестиций s_2 таким, чтобы $s_2^0 - s_2 > s_1^0 - s_1 = 0,1$, то есть, ему следует выбирать $s_2 > 0,1$. Приведем пример.

2. Пусть $r_1^0 = 0,5$, $r_2^0 = 0,3$, $s_1 = 0$, $s_2 = 0,11$. В результате второй агент с нулевой репутацией оказывается монополистом на рынке. Соответствующие графики приведены на рисунках 4а), 4б) и 4в).

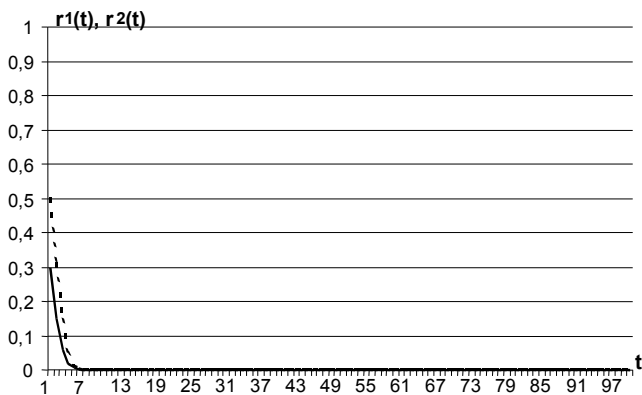


Рис. 4а). Динамика репутации
при $r_1^0 = 0,5$, $r_2^0 = 0,3$, $s_1 = 0$, $s_2 = 0,11$

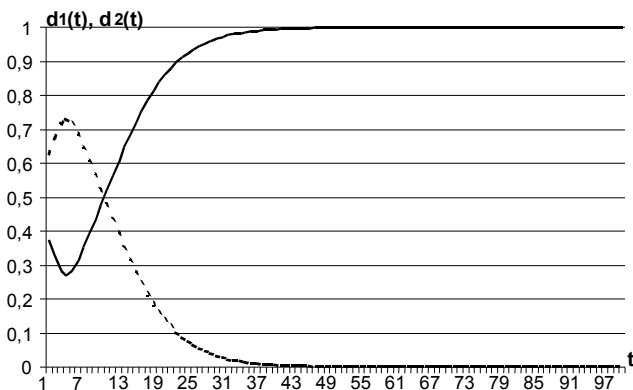


Рис. 4б). Динамика доли рынка
при $r_1^0 = 0,5$, $r_2^0 = 0,3$, $s_1 = 0$, $s_2 = 0,11$

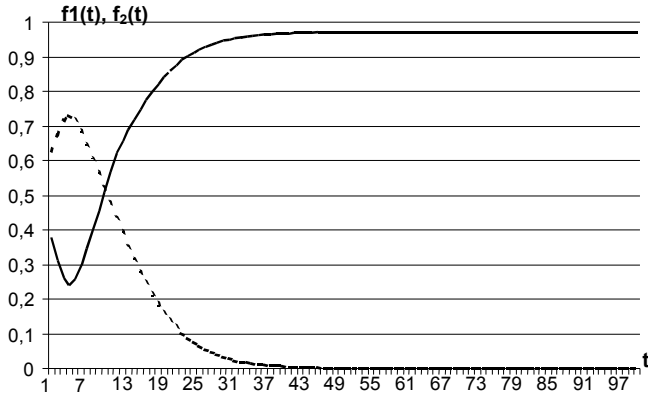


Рис. 4в). Динамика прибылей
 при $r_1^0 = 0,5$, $r_2^0 = 0,3$, $s_1 = 0$, $s_2 = 0,11$

3. В рамках рассматриваемой модели возможно решение задач оптимизации. Например, наилучшим ответом первого агента на рассмотренное выше поведение второго агента ($r_1^0 = 0,5$, $r_2^0 = 0,3$, $s_2 = 0,11$) является выбор $s_1 \approx 0,019$, что приводит к тому, что монополистом в итоге оказывается первый агент. Соответствующие графики приведены на рисунках 5а), 5б) и 5в).

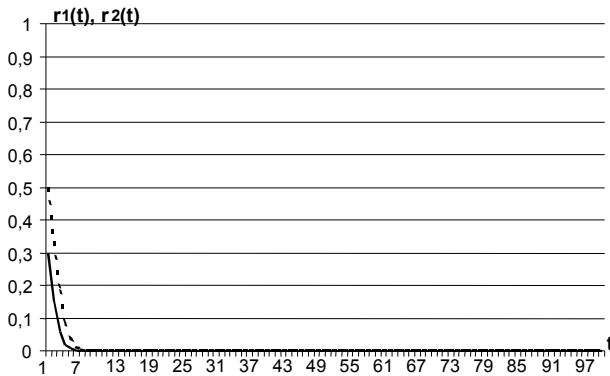


Рис. 5а). Динамика репутации
 при $r_1^0 = 0,5$, $r_2^0 = 0,3$, $s_1 \approx 0,019$, $s_2 = 0,11$

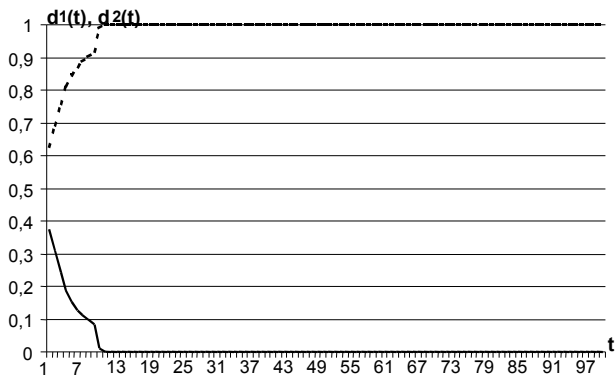


Рис. 5б). Динамика доли рынка
 при $r_1^0 = 0,5$, $r_2^0 = 0,3$, $s_1 \approx 0,019$, $s_2 = 0,11$

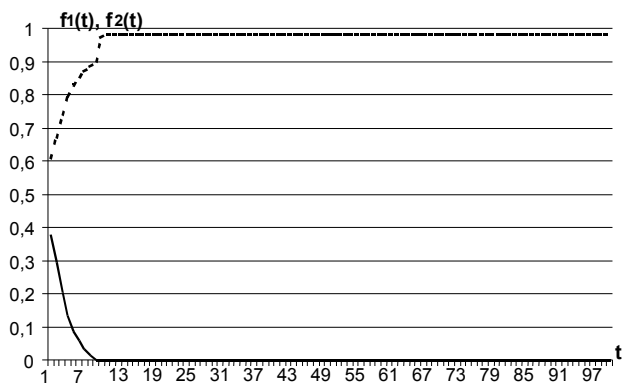


Рис. 5в). Динамика прибылей
 при $r_1^0 = 0,5$, $r_2^0 = 0,3$, $s_1 \approx 0,019$, $s_2 = 0,11$

Отметим, что с точки зрения максимизации суммы целевых функций обоих агентов оптимален вектор инвестиций $s_1 = 0$, $s_2 \approx 0,117$, то есть в итоге монополистом выгодно сделать второго агента (объясняется это тем, что у него выше рентабельность).

4. В рамках рассматриваемой модели возможен поиск равновесия игры агентов. Например, при начальных условиях $r_1^0 = 0,5$, $r_2^0 = 0,3$ равновесием Нэша является вектор $s_1 \approx 0,1143$; $s_2 \approx 0,2226$, при котором оба агента в итоге делят рынок поровну. Соответствующие графики приведены на рисунках 6а), 6б) и 6в).

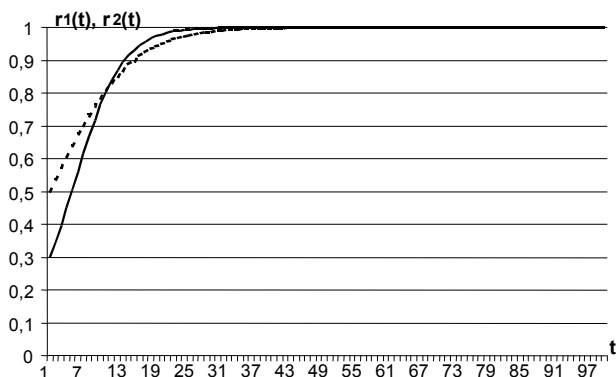


Рис. 6а). Динамика репутации
при $r_1^0 = 0,5$, $r_2^0 = 0,3$, $s_1 \approx 0,1143$; $s_2 \approx 0,2226$

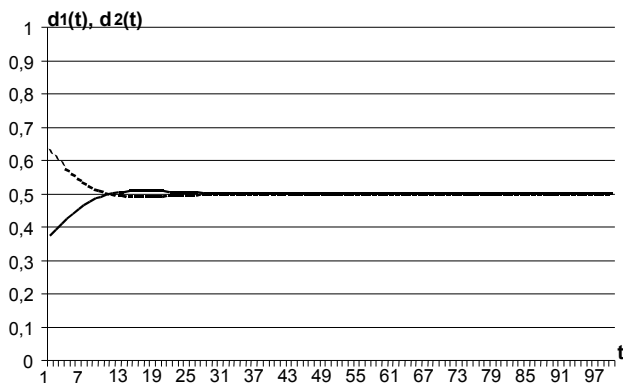


Рис. 6б). Динамика доли рынка
при $r_1^0 = 0,5$, $r_2^0 = 0,3$, $s_1 \approx 0,1143$; $s_2 \approx 0,2226$

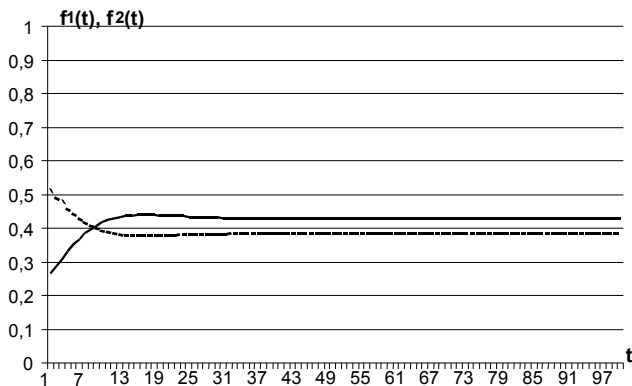


Рис. 6в). Динамика прибылей
при $r_1^0 = 0,5$, $r_2^0 = 0,3$, $s_1 \approx 0,1143$; $s_2 \approx 0,2226$

Для того чтобы проиллюстрировать роль параметра α (до сих пор он равнялся единице) выберем в условиях предыдущего случая $\alpha = 4$. В силу более высокой начальной репутации первого агента он в итоге становится монополистом (см. рисунок 7 в сравнении с рисунком 6а)).

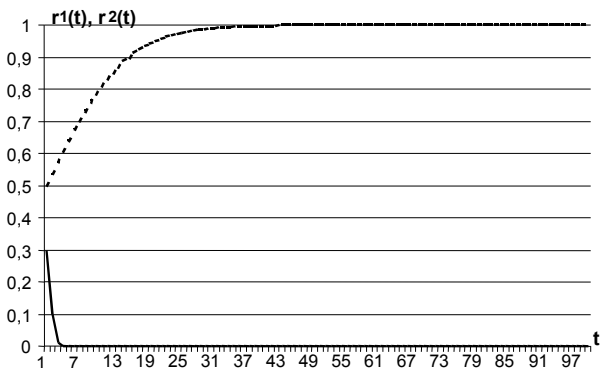


Рис. 7. Динамика репутации в условиях рисунка 6а) при $\alpha = 4$

Аналитическое нахождение векторов равновесных инвестиций агентов представляет собой достаточно сложную задачу, так равновесий может быть несколько. •

В заключение настоящего раздела отметим, что выше рассматривалась модель динамики репутации при постоянном во времени уровне инвестиций каждого агента в свою репутацию. Возможно обобщение полученной модели на случай, когда каждый агент выбирает траекторию $s_i^1, s_i^2, \dots, s_i^t, \dots$ инвестиций. Тогда задача принятия решений каждым агентом заключается в выборе оптимальной (например, максимизирующей его дисконтированную полезность) траектории. С учетом взаимосвязи агентов, получаем повторяющуюся игру [5, 13]. Аналитический поиск решения такой игры может оказаться достаточно сложной задачей. Тем не менее, имитационное моделирование вполне возможно. При этом, однако, следует принимать во внимание, что моделирование динамических систем при помощи систем нелинейных итерированных отображений следует осуществлять с учетом неустойчивости решений по начальным данным [6, 24].

Можно надеяться, что сложные динамические модели репутации позволят имитировать такие распространенные на практике эффекты, как создание ложной репутации, использование инерционности репутации (прекратив инвестиции в свою репутацию, агент может пользоваться тем, что ее снижение происходит не сразу) и др. Кроме того, выше мы не учитывали, что, наверное, у потребителей существуют определенные пороги различения изменений репутации. Разработка подобных теоретико-игровых моделей представляется перспективной задачей будущих исследований и выходит за рамки настоящей работы.

5. КОМАНДЫ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ РЕПУТАЦИИ И НОРМ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

В настоящем разделе рассматриваются модели репутации и норм деятельности, позволяющие описать и исследовать эффекты образования и функционирования команд. В том числе, в разделе 5.1 приводится общее описание модели и постановка задачи управления для случая, когда все существенные параметры являются общим знанием среди участников системы. Раздел 5.2 посвящен моделированию ситуации, в которой управляющий орган – центр – неполностью информирован о параметрах управляемых им

субъектов – агентов. Раздел 5.3 содержит результаты решения задач управления в условиях общего знания, разделы 5.4 и 5.5 – модели формирования и функционирования команд, учитывающие эффекты рефлексии с точки зрения репутации и норм деятельности членов команд.

5.1. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Рассмотрим следующую модель организационной системы (ОС), состоящей из одного управляющего органа – центра – и множества $N = \{1, 2, \dots, n\}$, состоящего из n управляемых субъектов – агентов. Каждый агент выбирает свое действие. Действие i -го агента обозначим $y_i \in A_i$, $i \in N$.

Целевая функция i -го агента $f_i(y, u, r_i)$ зависит от вектора $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ действий всех агентов, где $y \in A' = \prod_{i \in N} A_i$, от управления $u \in U$, выбираемого центром, и от параметра $r_i \in \Omega_i$ – типа i -го агента, $i \in N$. Будем считать, что вектор типов агентов $r = (r_1, r_2, \dots, r_n)$ принадлежит множеству $\Omega = \prod_{i \in N} \Omega_i$.

Игра (в нормальной форме) агентов описывается кортежем $\Gamma = (N, \{A_i\}_{i \in N}, \{f_i(\cdot)\}_{i \in N}, u \in U, r \in \Omega)$. Предполагая, что Γ является общим знанием среди агентов и центра, при фиксированных значениях управления $u \in U$ со стороны центра и параметра $r \in \Omega$ в качестве решения этой игры выберем множество равновесий Нэша:

$$(66) E_N(u, r) = \{x \in A' \mid \forall i \in N, \forall y_i \in A_i$$

где $x_i = (x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n) \in A_i = \prod_{j \neq i} A_j$ – обстановка игры

для i -го агента.

Если центр разыгрывает игру Γ_2 [3], назначая управление $u = w(y)$, где $w(\cdot): A' \rightarrow U$, то множество равновесий Нэша примет вид

$$(67) E_N(w(\cdot), r) = \{x \in A' \mid \forall i \in N, \forall y_i \in A_i$$

$$f_i(x, w(x), r_i) \geq f_i(x_{-i}, y_i, w(x_{-i}, y_i), r_i)\}.$$

Обозначим $E_{N_i}(u, r) = Proj_i E_N(u, r)$, $i \in N$. Согласованной нормой деятельности $\mathcal{N}_i(u, r)$ i -го агента в рассматриваемой модели можно считать соответствие отбора равновесий: $\mathcal{N}_i: E_{N_i}(u, r) \rightarrow E_{N_i}(u, r)$, которое предписывает i -му агенту выбрать одно из равновесных по Нэшу его действий. Нормы деятельности отдельных агентов должны быть согласованы с множеством равновесий, то есть вектор действий, выбираемых агентами в соответствии с нормами их деятельности, также должен быть равновесием Нэша:

$$(68) (\mathcal{N}_1(u, r), \mathcal{N}_2(u, r), \dots, \mathcal{N}_n(u, r)) \in E_N(u, r).$$

Пусть задана целевая функция центра $\Phi(y, u)$, $\Phi: A' \times U \rightarrow \mathcal{R}^1$. Тогда задача управления примет вид

$$(69) \min_{y \in E_N(u, r)} \Phi(y, u) \rightarrow \max_{u \in U},$$

то есть, будет заключаться в выборе центром такого допустимого управления, которое максимизировало бы его целевую функцию при условии, что агенты при заданном управлении выбирают действия, являющиеся равновесием Нэша их игры при данном управлении.

В случае если $u = w(y)$, то задача управления формулируется аналогично (69).

Постановке и решению задач управления вида (69) посвящено множество работ, как для одноэлементных [3], так и для многоэлементных [1, 13, 15, 22] организационных систем. Поэтому, для того, чтобы обобщить модель, ниже мы откажемся от ряда предположений – в частности, о том, что центр адекватно информирован о типах агентов, или о том, что вектор $r \in \Omega$ типов агентов является общим знанием для агентов и центра.

5.2. НЕПОЛНАЯ ИНФОРМИРОВАННОСТЬ ЦЕНТРА

Предположим, что центр не имеет достоверной информации о векторе типов агентов, который по-прежнему является среди них общим знанием. Если у центра имеются представления $\Omega_0 \subseteq \Omega$ о множестве возможных значений вектора типов агентов, то он может устранить неопределенность относительно типов агентов

вычислением гарантированного результата [5] и решать следующую задачу управления:

$$(70) \min_{r \in \Omega_0} \min_{y \in E_N(u, r)} \Phi(y, u) \rightarrow \max_{u \in U}.$$

Решение задачи (70) обозначим $u^*(\Omega_0)$.

Возможно также использование других методов устранения неопределенности – см. монографию [16], посвященную задачам управления организационными системами, функционирующими в условиях неопределенности.

Если взаимодействие центра с агентами производится многократно, то он может использовать наблюдения за действиями, выбираемыми агентами, для корректировки своих представлений об их типах.

Обозначим

$$(71) \Psi_r(u, x) = \{r \in \Omega \mid x \in E_N(u, r)\}$$

– множество таких векторов типов агентов, при которых выбором вектора действий $x \in A'$ является равновесием Нэша при использовании центром управления $u \in U$.

Рассмотрим модель "обучения" центра. Предположим, что первоначальные представления центра Ω_0 не противоречат истине, то есть $r \in \Omega_0$. Тогда возможно использование алгоритма корректировки представлений центра:

1. Центр решает задачу (70) и сообщает агентам управление $u^*(\Omega_0)$;
2. Агенты, зная управление $u^*(\Omega_0)$ и вектор своих типов, выбирают действие $x^* \in E_N(u^*(\Omega_0), r)$, являющееся равновесием Нэша;
3. Центр, наблюдая вектор x^* действий агентов, вычисляет $\Psi_r(u^*(\Omega_0), x^*)$ в соответствии с (71).
4. Если $\Psi_r(u^*(\Omega_0), x^*) = \Omega_0$, то алгоритм останавливается, если же $\Psi_r(u^*(\Omega_0), x^*) \subset \Omega_0$, то центр корректирует свои представления о множестве возможных значений вектора типов агентов следующим образом:

$$(72) \Omega_0 := \Omega_0 \cap \Psi_r(u^*(\Omega_0), x^*)$$

и переходит к пункту 1.

Отметим, во-первых, что использование приведенного выше алгоритма подразумевает, что агенты выбирают действия, являющиеся равновесиями Нэша. Если бы они были дальновидны –

максимизировали бы свои выигрыши в повторяющейся игре, зная об использовании центром принципа принятия решений (72), то для них было бы рациональным не выбирать на каждом шаге соответствующее равновесие Нэша (66), а выбирать такие действия, которые максимизировали бы их выигрыш в суперигре [13], с учетом того, что центр будет корректировать свои представления и выбирать управления в будущих периодах на основании наблюдаемых действий агентов (см. эффект обмена ролями в [17]).

Во-вторых, процедура (72) корректировки представлений центра не является единственно возможной (см. модели индикаторного поведения в [19]).

В третьих, использование процедуры (72) может дать центру возможность (в ряде случаев – см. примеры 5 и 6) найти истинный вектор типов агентов за один шаг. В то же время, в ряде случаев процедура (72) может остановиться на представлениях центра, представляющих собой целое множество возможных типов агентов (см. пример 7).

Пример 5. Пусть $n = 1$, $f(y, u, r) = u y - y^2 / 2 r$, $\Omega = [r_{min}, +\infty)$, $\Phi(y, u) = (\lambda - u) y$, $A = [0; +\infty)$, $U = [0; +\infty)$, $\Omega_0 = [r_0; +\infty)$, $r_0 \geq r_{min}$, $r_0 \leq r$.

Тогда

$$E_N(u, r) = \text{Arg max}_{y \in A} f(y, u, r) = \{u r\}.$$

То есть $x^* = u r$. Из (70) следует, что $u^* = \lambda / 2$, то есть оптимальное управление не зависит от типа агента и представлений центра об этом типе. При этом $\Psi_r(u^*(\Omega_0), x^*) = r$, то есть за один шаг, независимо от используемого управления, центр восстанавливает достоверную информацию о типе агента. Отметим, что в рассматриваемом примере дальновидные агенты будут вести себя таким же образом, что и недальновидные. •

Пример 6. Пусть $n = 2$, $f_i(y, u, r_i) = u y_i - y_i^2 / 2 (r_i + \alpha y_{3-i})$, $\Phi(y, u) = (\lambda - u) (y_1 + y_2)$, $A_i = [0; +\infty)$, $i = 1, 2$, $U = [0; +\infty)$, $\alpha \geq 0$, $\lambda > 0$, $\alpha \lambda \leq 1$.

Тогда $E_N(u, r) = (x_1^*, x_2^*)$, где

$$(73) x_i^*(u) = (u r_i + \alpha u^2 r_{3-i}) / (1 - \alpha^2 u^2), i = 1, 2.$$

Из (70) следует, что $\Phi(x^*(u), u, r) = \frac{(\lambda - u)u}{1 - \alpha u}$ ($r_1 + r_2$), тогда

$u^* = (1 - \sqrt{1 - \alpha\lambda}) / \alpha$, то есть оптимальное управление не зависит от типов агентов и представлений центра об этих типах.

При этом $\Psi_r(u^*(\Omega_0), x^*)$ определяется из решения системы уравнений (73) относительно r_1 и r_2 при известных x_1^* и x_2^* , то есть вычисляется однозначно и за один шаг, независимо от используемого управления, центр восстанавливает достоверную информацию о типах агентов:

$$r_1(x^*, u) = x_1^* / u - \alpha x_2^*, \quad r_2(x^*, u) = x_2^* / u - \alpha x_1^* \bullet$$

Пример 7. Пусть $n = 1$, $f(y, u, r) = uy - y^2 / 2r$, $\Omega = [r_{\min}, +\infty)$, $\Phi(y, u) = (\lambda - u)y$, $A = [0; a]$, $U = [0; +\infty)$, $\Omega_0 = [r_0; +\infty)$, $r_0 \geq r_{\min}$, $r_0 \leq r$.

Тогда

$$E_N(u, r) = \text{Arg max}_{y \in A} f(y, u, r) = \{\min(a; u r)\}.$$

То есть $x^* = \min(a; u r)$. Если бы тип агента был достоверно известен центру, то оптимальным было бы управление

$$(74) \quad u^*(\lambda, r) = \begin{cases} \lambda / 2, & r \leq 2a / \lambda \\ a / r, & r \geq 2a / \lambda \end{cases}.$$

Если центр использует управление $u \geq 0$, то, наблюдая выбранное при этом агентом действие x , центр может восстановить

$$(75) \quad \Psi_r(u, x) = \begin{cases} r = x / u, & x < a \\ [a / u; +\infty), & x = a \end{cases}.$$

Видно, что при определенных соотношениях параметров a , λ и r_0 центр, используя оптимальное управление, не может в силу (75) получить дополнительной информации о типе агента. •

В заключение настоящего раздела отметим, что в ситуации, когда приведенный выше алгоритм "зацикливается" на достаточно широком множестве для дальновидного центра может оказаться более эффективным использовать в течение нескольких первых периодов на каждом шаге не оптимальное в каждом периоде управление, а то, которое позволило бы лучше идентифицировать тип агента. Постановка и решение подобных задач активной идентификации [1] выходит за рамки настоящей работы.

5.3. ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ

В настоящем разделе рассматриваются две модели, описывающие совместную деятельность коллектива агентов. Первая модель основывается на предположении о том, что агенты выбирают равновесные по Нэшу действия, приводящие к требуемому центром результату их деятельности с минимальными затратами центра на управление. Во второй модели агенты выбирают из множества векторов действий, приводящих к требуемому результату, вектор, эффективный по Парето с точки зрения их целевых функций.

Модель 1. Пусть целевые функции агентов аддитивны по управлению (рассматривается иерархическая игра с побочными платежами [3, 15]), которое персонифицировано (то есть $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$), причем в целевую функцию i -го агента входит только управление $u_i \in U_i = \mathfrak{R}_+^1$, $U = \prod_{j \in N} U_j = \mathfrak{R}_+^n$):

$$f_i(y, u, r_i) = v_i(y, r_i) + u_i, \quad i \in N.$$

Будем рассматривать случай, когда известно однозначное отображение $Q: A' \rightarrow A_0$, и центр использует управление следующего вида:

$$(76) \quad w_{0i}(x_z, z) = \begin{cases} \sigma_i, & z = x_z \\ 0, & z \neq x_z \end{cases},$$

где $z = Q(y)$ – результат деятельности агентов, $x_z, z \in A_0$.

Предположим, что функция агрегирования строго монотонна по всем переменным, тогда

$$(77) \quad \forall i \in N \quad \forall y_{-i} \in A_{-i} \quad \forall y_i^1, y_i^2 \in A_i \quad y_i^1 \neq y_i^2, \quad Q(y_{-i}, y_i^1) \neq Q(y_{-i}, y_i^2).$$

Содержательные интерпретации рассматриваемой модели таковы: выигрыш каждого агента зависит от его действий, от действий его оппонентов, от его типа, а также от вознаграждения, выплачиваемого центром в том случае, если результат совместной деятельности агентов принадлежит заданному множеству. При этом условие выплаты вознаграждения зависит только от значения результата деятельности (см. (76)) и не зависит явным образом от вектора действий агентов, который может быть и не наблюдаем центром.

Тогда множество (67) равновесий Нэша игры агентов при заданном управлении (76) примет вид

$$(78) E_N(x_z, \sigma, r) = \{x \in A' \mid \forall i \in N, \forall y_i \in A_i \\ v_i(x, r_i) + w_{0i}(x_z, Q(x)) \geq v_i(x_{-i}, y_i, r_i) + w_{0i}(x_z, Q(x_{-i}, y_i))\},$$

где $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ – вектор вознаграждений.

Обозначим $Y(z) = \{y \in A' \mid Q(y) = z\} \subseteq A'$ – множество действий агентов, приводящих к результату $z \in A_0$ их деятельности.

Тогда можно записать управление (76) в следующем виде:

$$(79) w_i(x_z, y) = \begin{cases} \sigma_i, & y \in Y(x_z) \\ 0, & y \notin Y(x_z) \end{cases}, i \in N,$$

а множество равновесий Нэша (78) примет вид:

$$(80) E_N(x_z, \sigma, r) = \{x \in A' \mid \forall i \in N, \forall y_i \in A_i \\ v_i(x, r_i) + w_i(x_z, x) \geq v_i(x_{-i}, y_i, r_i) + w_i(x_z, x_{-i}, y_i)\}.$$

Предположим, что вектор типов агентов является общим знаком среди центра и агентов. Фиксируем этот вектор типов агентов и результат $z \in A_0$ деятельности агентов. Рассмотрим, какими должны быть управления со стороны центра, приводящие к тому, что агенты выбирают (как равновесие Нэша своей игры при заданном управлении) действия, приводящие к требуемому центру результату $z \in A_0$. Формально это требование можно записать следующим образом:

$$(81) E_N(x_z, \sigma, r) \cap Y(x_z) \neq \emptyset.$$

Условия (81), совместно с гипотезой благожелательности (заключающейся в том, что из множества равновесий Нэша агенты выберут наиболее предпочтительное для центра равновесие), достаточно для того, чтобы быть уверенным в реализации результата $z \in A_0$.

Определим множество управлений, обеспечивающих выполнение (81). Для этого фиксируем произвольную точку $z \in A_0$ множества A_0 и рассмотрим, при каких управлениях со стороны центра выбор агентами действий, приводящих к данному результату z , будет равновесием Нэша их игры.

В силу строгой монотонности функции агрегирования $x \in Y(z)$ – равновесие Нэша тогда и только тогда, когда

$$(82) \quad \forall i \in N, \forall y_i \in A_i \quad v_i(x, r_i) + \sigma_i \geq v_i(x_{-i}, y_i, r_i).$$

Отсюда получаем, что $\sigma_i \geq \Delta_i(x, r_i)$, где

$$(83) \quad \Delta_i(x, r_i) = \max_{y_i \in A_i} v_i(x_{-i}, y_i, r_i) - v_i(x, r_i), \quad i \in N.$$

Значит, можно найти минимальное суммарное вознаграждение агентов, побуждающее их выбрать как равновесие действия, приводящие к результату $z \in A_0$:

$$(84) \quad \Delta(z, r) = \min_{x \in Y(z)} \sum_{i \in N} \Delta_i(x, r_i).$$

Обозначим

$$(85) \quad x^*(z, r) = \arg \min_{x \in Y(z)} \sum_{i \in N} \Delta_i(x, r_i)$$

Утверждение 5. При использовании управления

$$(86) \quad w_{0i}(x_z, z, r) = \begin{cases} \Delta_i(x^*(x_z, r), r_i), & z = x_z \\ 0, & z \neq x_z \end{cases}, \quad i \in N,$$

вектор действий $x^*(x_z, r)$ является равновесием Нэша игры агентов. Суммарное вознаграждение агентов со стороны центра, равное $\Delta(x_z, r)$, при этом является минимально возможным среди всех управлений, реализующих результат $x_z \in A_0$.

Доказательство утверждения 5. Запишем, воспользовавшись условием (77), определение того, что вектор действий $x^*(x_z)$ является равновесием Нэша игры агентов: $\forall i \in N, \forall y_i \neq x_i^*(x_z)$

$$v_i(x^*(x_z), r_i) + \max_{y_i \in A_i} v_i(x_{-i}^*(x_z), y_i, r_i) - v_i(x^*(x_z), r_i) \geq v_i(x_{-i}^*(x_z), y_i, r_i).$$

Данное неравенство всегда имеет место. То, что сумма $\Delta(x_z, r)$ выплат агентам со стороны центра является минимально возможной из требуемых для реализации результата x_z , следует из (82)-(84). •

Утверждение 5, по существу, является обобщением модели стимулирования с агрегированием информации, описанной в [15], на случай произвольных целевых функций агентов.

Рассмотренная в настоящем разделе модель может интерпретироваться в терминах команд (см. также введение): деятельность команды (совместная деятельность коллектива взаимосвязанных агентов) оценивается на основании некоторого агрегированного

показателя, зависящего от действий всех членов команды. Члены команды поощряются, если команда в целом достигает успеха, то есть если достигается требуемый результат ее деятельности.

В соответствии с утверждением 5 согласованной нормой деятельности агентов является выбор из множества $Y(z)$ действий, приводящих к заданному результату деятельности, такого вектора действий $x^*(z, r)$, на котором достигается минимум суммарных «затрат» центра (84).

Модель 2. Как известно [5], концепция равновесия Нэша отражает устойчивость исхода взаимодействия (игры) агентов относительно индивидуальных отклонений отдельных агентов. Однако, зачастую, действия, равновесные по Нэшу, не эффективны по Парето – может существовать вектор действий, приводящий к тому же результату деятельности и обеспечивающий всем агентам не меньшие полезности, а кому-то – строго большие (при этом мы, правда, «забываем» об интересах центра – условно можно считать, что центр заинтересован в реализации того или иного результата деятельности и не различает затрат различных вариантов его достижения). Поэтому альтернативой описанной выше модели 1 является рассмотрение случая, когда агенты выбирают эффективные по Парето действия, например – максимизирующие сумму их целевых функций на множестве действий, приводящих к требуемому для центра результату.

Обозначим

$$(87) \text{Par}(z, r) = \text{Arg} \max_{y \in Y(z)} \sum_{i \in N} v_i(y, r_i), z \in A_0, r \in \Omega,$$

– множество векторов действий агентов, максимизирующих сумму их целевых функций на множестве всех действий, приводящих к заданному результату деятельности. Множество агентов (команда) в данном случае описывается вектором $r \in \Omega$ типов своих членов.

Нормой деятельности в рассматриваемой модели можно считать отображение $\mathcal{N}: A_0 \times \Omega \rightarrow A'$ множества пар результатов деятельности и векторов типов агентов во множество их Парето-эффективных действий. Другими словами, норма предписывает агентам выбирать из множества (87) определенные действия. Какими должны быть эти действия, можно задавать аксиоматически, используя те или иные механизмы компромисса [6, 10].

Возникает вопрос, а как связаны между собой нормы деятельности в моделях 1 и 2. Частичный ответ на этот вопрос дает следующее утверждение.

Утверждение 6. Если

$$(88) \forall i \in N, \forall x_{-i} \in A_{-i} \max_{y_i \in A_i} v_i(x_{-i}, y_i, r_i) = L_i,$$

то $x^*(z, r) \in Par(z, r)$.

Доказательство утверждения 6. В соответствии с (85)

$$x^*(z, r) = \arg \min_{x \in Y(z)} \left\{ \sum_{i \in N} (\max_{y_i \in A_i} v_i(x_{-i}, y_i, r_i) - v_i(x, r_i)) \right\}.$$

Обозначая $L = \sum_{i \in N} L_i$, $V(x, r) = \sum_{i \in N} v_i(x, r_i)$ получаем:

$$x^*(z, r) = \arg \min_{x \in Y(z)} \{ L - V(x, r) \} = \arg \max_{x \in Y(z)} V(x, r). \bullet$$

Условие (88) является достаточно сильным требованием (но иногда оно выполнено, например, в задачах стимулирования [15, 18]), и в общем случае может оказаться, что равновесный по Нэшу вектор действий агентов не является Парето-оптимальным.

Завершив краткое описание второй модели, отметим, что до сих пор мы считали, что все существенные параметры (типы агентов) являются среди агентов общим знанием. Понятно, что это достаточно сильное предположение. Поэтому откажемся от него – перейдем к рассмотрению эффектов рефлексии [20] – и исследуем, как члены команды будут себя вести в отсутствии общего знания.

5.4. НОРМЫ И РЕПУТАЦИЯ: ФУНКЦИОНИРОВАНИЕ КОМАНДЫ

В соответствии с результатами предыдущего подраздела, если выполнено условие (88) (в ходе дальнейшего изложения будем считать выполненными условия (77) и (88)), то агенты будут выбирать эффективные по Парето равновесия Нэша своей игры.

Обозначим множество этих равновесий

$$(89) X(z, r) = \text{Arg} \max_{x \in Y(z)} V(x, r).$$

Предположим, что $\forall z \in A_0, \forall r \in \Omega$ множество $X(z, r)$ состоит из одной точки $x^*(z, r)$. Это предположение, которое содержательно означает, что для данного набора агентов (характеризуемо-

го вектором типов $r \in \Omega$) существует единственный эффективный (в смысле максимума суммы целевых функций) способ достижения результата $z \in A_0$ совместной деятельности, имеет место во многих практически важных случаях – см. [15, 18, 19], а также примеры ниже.

В рассматриваемой модели согласованной нормой деятельности i -го агента будет выбор действия $x_i^*(z, r)$, то есть при условии, что $r \in \Omega$ – общее знание, имеем:

$$(90) \mathfrak{N}_i(z) = x_i^*(z, r), i \in N, z \in A_0, r \in \Omega.$$

Пусть теперь общее знание относительно вектора типов агентов отсутствует.

Обозначим $r^i = (r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{in})$ – вектор представлений i -го агента о типах оппонентов, $r^{ij} = (r_{ij1}, r_{ij2}, \dots, r_{ijn})$ – представления i -го агента о представлениях j -го агента о типах оппонентов, $i, j \in N$.

Если структура информированности [20] имеет единичную глубину (i -ый агент считает общим знанием вектор r^j), то граф соответствующей рефлексивной игры имеет вид $i \leftrightarrow j, i, j \in N$. Агент $i \in N$ ожидает от агента j выбора действия $x_j^*(z, r^i)$, $i, j \in N$. Следовательно, репутацией j -го агента в глазах i -го агента является

$$(91) \mathfrak{R}_{ij}(z) = x_j^*(z, r^i), i, j \in N.$$

Предположим, что каждый агент наблюдает все действия, выбранные своими оппонентами, а также, естественно, знает, какое действие выбрал он сам. Тогда репутация будет оправдываться, если взаимные представления агентов таковы, что

$$(92) \forall i, j \in N x_j^*(z, r^i) = x_j^*(z, r^j),$$

то есть, если агенты будут выбирать (в соответствии со своими собственными представлениями о векторе типов – см. правую часть выражения (92)) те действия, которых от них ожидают оппоненты. Определение (92) оправданности репутации обобщается на случай, когда каждый агент наблюдает значение некоторой функции (называемой функцией наблюдения) от действий оппонентов, по аналогии с тем, как это делается в [12, 19, 26].

Поэтому командой в рассматриваемом случае можно назвать множество N агентов, взаимные представления которых удовлетворяют (92). Отметим, что такое понимание команды тесно связано с понятием стабильного информационного равновесия [19, 26], в котором все агенты (реальные и фантомные) наблюдают те выборы оппонентов, которых они и ожидали.

Если структура информированности [20] имеет глубину, большую, чем единица, то условие оправданности репутации будет определяться соответствующими этой структуре информированности условиями стабильности информационного равновесия [12, 19]. Приведем иллюстративный пример.

Пример 8. Пусть $v_i(y, r_i) = y_i - y_i^2 / 2 r_i$, $i \in N$, $z = \sum_{j \in N} y_j$. Тогда

предположения (77) и (88) выполнены, и

$$(93) x_i^*(z, r) = z r_i / \sum_{j \in N} r_j, i \in N.$$

Условия (92) примут вид:

$$(94) \frac{r_{ij}}{\sum_{l \in N} r_{il}} = \frac{r_j}{\sum_{k \in N} r_{jk}}, i, j \in N.$$

Если $n = 2$, то (94) можно записать в виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{r_{12}}{r_1 + r_{12}} = \frac{r_2}{r_{21} + r_2} \\ \frac{r_{21}}{r_2 + r_{21}} = \frac{r_1}{r_2 + r_{12}} \end{array} \right\},$$

что эквивалентно (см. также [12, 19])

$$(94) r_{12} r_{21} = r_1 r_2. \bullet$$

Модель, рассмотренная в примере 8, может быть обобщена.

Утверждение 7. Если

$$(95) v_i(y, r_i) = C_i - r_i \varphi(y_i / r_i), i \in N,$$

где $\varphi(\cdot)$ возрастающая дифференцируемая выпуклая функция, то оптимальные действия агентов удовлетворяет (93), а условие оправданности репутации имеет вид (94).

Справедливость утверждения 7 следует из непосредственного вычисления выражения (89) и последующей подстановки результата в (92). Пример 8 иллюстрирует утверждение 7 для случая $\varphi(t) = t^2/2$. Содержательная интерпретация целевой функции (95) такова: агент получает фиксированный доход и несет затраты, зависящие от его действия и его типа. Результат утверждения 7

качественно не измениться, если первое слагаемое в выражении (95) заменить на $\alpha_i y_i$, где $\alpha_i \geq 0$ – константа.

Таким образом, в настоящем разделе мы рассмотрели рефлексивную модель функционирования команды, в рамках которой устойчивость совместной деятельности коллектива агентов обусловлена «правильными» их взаимными представлениями о существенных характеристиках друг друга. Однако вне рассмотрения остался вопрос – а что произойдет, если взаимные представления агентов не удовлетворяют, например, (92). Для того чтобы ответить на этот вопрос, необходимо рассмотреть модель формирования команды, описывающую динамику взаимных представлений агентов на основании наблюдаемой ими информации о действиях оппонентов.

5.5. НОРМЫ И РЕПУТАЦИЯ: ФОРМИРОВАНИЕ КОМАНДЫ

Впервые модели динамики представлений агентов в приложении к задаче формирования команд рассматривались в [12, 19]. Рассмотрим процесс формирования команды в рамках предложенной в настоящей работе модели. Для этого введем множество $Y(Q(x)) \subseteq A'$ таких векторов действий агентов, которые приводят к тому же результату деятельности, что и вектор $x \in A'$. Обозначим

$$(96) \Omega(x) = \{r \in \Omega \mid x \in \text{Arg} \max_{y \in Y(Q(x))} V(y, r)\}$$

– множество таких векторов $r \in \Omega$ типов агентов, что вектор действий $x \in A'$ доставляет максимум суммарной полезности агентов, обладающих этими типами.

Обозначим

$$(97) \Omega_i(x, s) = \{r \in \Omega(x) \mid r_i = s\}, s \in \Omega_i, x \in A', i \in N,$$

– множество типов оппонентов, которые i -ый агент, обладающий типом s , может восстановить, наблюдая выбранный агентами вектор действий $x \in A'$.

Пусть взаимодействие агентов происходит многократно. На шаге $t = 0, 1, 2, \dots$ агенты, имеющие представления $\{r_i^t\}_{i \in N}$, выбирают действия $x_i^*(z, r_i^t)$, $i \in N$, и каждый агент наблюдает дейст-

вия, выбранные всеми агентами. Агент i , зная свой тип r_i , может «восстановить» следующее множество типов оппонентов:

$$\Omega_{-i}(\{x_i^*(z, r_i^i)\}, r_i).$$

Для завершения описания динамической модели осталось определить, как агенты будут изменять свои представления, то есть каковы станут представления r_{t+1}^i i -го агента на шаге $t + 1$, $i \in N$. Здесь возможны различные варианты. Наиболее распространенной в моделях коллективного поведения процедурой динамики характеристик агентов является процедура индикаторного поведения [8, 21]. В этой процедуре

В рассматриваемой модели гипотеза индикаторного поведения выглядит следующим образом. Вычислим

$$(98) w_t^{ij}(x, r_b, r_{t-1}^{ij}) = \arg \min_{s \in \text{Pr}_j \Omega_{-i}(x, r_t)} |s - r_{t-1}^{ij}|, i, j \in N, t = 1, 2, \dots$$

Если первоначально агенты имели некоторые представления r_0^i о типах оппонентов, $i \in N$, то динамика их представлений описывается следующим образом:

$$(99) r_t^{ij} = r_{t-1}^{ij} + \gamma_t^{ij} [w_t^{ij}(\{x_k^*(z, r_{t-1}^k)\}_{k \in N}, r_b, r_{t-1}^{ij}) - r_{t-1}^{ij}],$$

где $\gamma_t^{ij} \in [0; 1]$ – константы, $i, j \in N, t = 1, 2, \dots$

Процедура (99) обладает тем свойством, что любой набор взаимных представлений, удовлетворяющий (92), является ее стационарной точкой. Сходимость процедуры (99) и области притяжения ее стационарных точек требуют в каждом случае отдельного исследования.

Система (99) описывает динамику представлений агентов о типах оппонентов. Так как эти представления полностью определяют то, каких действий ожидает агент от оппонентов, следовательно, можно считать, что (99) описывает и динамику репутации. Так как выше командой было предложено считать множество агентов с «оправдываемой» репутацией, то стабильной команде соответствует стационарная точка процедуры (99), а динамика репутации, описываемая этой процедурой, отражает процесс формирования команды (команду можно считать сформировавшейся, если взаимные представления ее членов не изменяются со временем в процессе функционирования команды). Примеры динамики

взаимных представлений (результаты имитационного моделирования) агентов в процессе формирования команды приведены в [19].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в настоящей работе рассмотрены теоретико-игровые модели репутации и норм деятельности, учитывающие рефлексию агентов. Под нормой деятельности агента понимается правило, предписывающее ему то или иное поведение в зависимости от ситуации. В случае если равновесий игры агентов несколько, норма деятельности определяет, какое равновесие выбирает агент. Репутация является, в некотором смысле, рефлексией над нормой деятельности – она определяет, каких действий от агента ожидают другие агенты в той или иной ситуации.

Теоретический анализ свидетельствует, что адекватным инструментом описания репутации и норм деятельности является рефлексивная игра. Зависимость образующих информационное равновесие действий реальных агентов от их представлений о существенных параметрах отражает нормы их деятельности. Зависимость образующих информационное равновесие действий фантомных агентов от их представлений о существенных параметрах отражает репутацию их прообразов. Репутация является оправданной, если информационное равновесие стабильно, то есть если ожидания агентов относительно поведения других агентов оправдываются.

Рассмотренные прикладные модели показывают, что предложенный подход может успешно применяться при изучении роли репутации в конкуренции фирм на рынке, а также при исследовании процессов формирования и функционирования команд.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Идентификация активных систем / Труды международной конференции «Идентификация систем и процессы управления». М.: ИПУ РАН, 2000. С. 101 – 121.
2. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Как управлять организациями. М.: Синтег, 2004. – 400 с.
3. Гермейер Ю.Б. Игры с непротивоположными интересами. М.: Наука, 1976. – 327 с.
4. Голован С.В. Эффект забывания в теории коллективной репутации. М.: Российская экономическая школа, 1999. – 38 с.
5. Губко М.В., Новиков Д.А. Теория игр в управлении организационными системами. М.: Синтег, 2002. – 148 с.
6. Лысаков А.В., Новиков Д.А. Договорные отношения в управлении проектами. М.: ИПУ РАН, 2004. – 100 с.
7. Малинецкий Г.Г. Хаос. Структуры. Вычислительный эксперимент: введение в нелинейную динамику. М.: Наука, 1997. – 255 с.
8. Малишевский А.В. Качественные модели в теории сложных систем. М.: Наука, 1998. – 528 с.
9. Милгром П., Робертс Д. Экономика, организация и менеджмент. С.-Пб.: Экономическая школа, 1999. Том 1. – 468 с.
10. Мулен Э. Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели. М.: Мир, 1991. – 464 с.
11. Новиков Д.А. Закономерности итеративного научения. М.: ИПУ РАН, 1998. – 96 с.
12. Новиков Д.А. Институциональное управление организационными системами. М.: ИПУ РАН, 2003. – 68 с.
13. Новиков Д.А. Механизмы стимулирования в динамических и многоэлементных социально-экономических системах // Автоматика и Телемеханика. 1997. № 6. С. 3 – 26.
14. Новиков Д.А. Сетевые структуры и организационные системы. М.: ИПУ РАН, 2003. – 108 с.
15. Новиков Д.А. Стимулирование в организационных системах. М.: Синтег, 2003. – 312 с.
16. Новиков Д.А. Стимулирование в социально-экономических системах (базовые математические модели). М.: ИПУ РАН. – 226 с.

17. Новиков Д.А., Смирнов И.М., Шохина Т.Е. Механизмы управления динамическими активными системами. М.: ИПУ РАН, 2002. – 124 с.
18. Новиков Д.А., Цветков А.В. Механизмы стимулирования в многоэлементных организационных системах. М.: Апостроф. 2000. – 184 с.
19. Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Прикладные модели информационного управления. М.: ИПУ РАН, 2004. – 130 с.
20. Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Рефлексивные игры. М.: Синтег, 2003. – 160 с.
21. Опойцев В.И. Равновесие и устойчивость в моделях коллективного поведения. М.: Наука, 1977. – 248 с.
22. Петраков С.Н. Механизмы планирования в активных системах: неманипулируемость и множества диктаторства. М.: ИПУ РАН, 2001. – 151 с.
23. Саймон Г. Науки об искусственном. М.: Мир, 1972. – 147 с.
24. Сергеева Л.Н. Моделирование поведения экономических систем методами нелинейной динамики (теории хаоса). Запорожье: ЗГУ, 2002. – 227 с.
25. Словарь иностранных слов. М.: Русский язык, 1982.
26. Чхартишвили А.Г. Теоретико-игровые модели информационного управления. М.: ПМСОФТ, 2004. – 227 с.
27. Arrow K. The theory of discrimination / Discrimination in labor markets. Ed. by O. Ashenfelter, A. Rees. Princeton: Princeton University Press, 1973.
28. Beaufils B., Branouy O. Reputation games and the dynamics of exchange network. Lille: University of Science and Technology, 2004 (forthcoming). – 22 p.
29. Benabou R., Gertner R. Search with learning from prices: does increased inflationary uncertainty lead to higher markups // Review of Economic Studies. 1993. Vol. 60. P. 69 – 94.
30. Binmore K. Game theory and the social contract. MIT Press, 1998. – 589 p.
31. Cole H., Mailath G., Postlewaite A. Social norms, savings behavior and growth // Journal of Political Economy. 1992. Vol. 100. P. 1092 – 1125.

32. Fehr E., Fischbacher U. Social norms and human cooperation // Trends in cognitive sciences. 2004. Vol. 8 № 4. P. 185 – 190.

33. Fudenberg D., Holmstrom B., Milgrom P. Short-term contracts and long-term agency relationship // Journal of Economic Theory. 1990. Vol. 52. N 1. P. 194 – 206.

34. Fudenberg D., Kreps D. Reputation in the simultaneous play of multiple opponents // Review of Economic Studies. 1987. N 4. P. 541 – 568.

35. Fudenberg D., Levine D. Reputation and equilibrium selection in games with a single patient player // Econometrica. 1989. Vol. 57. P. 251 – 268.

36. Fudenberg D., Tirole J. Sequential bargaining with incomplete information // Review of Economic Studies. 1983. Vol. 50. N 2. P. 221 – 247.

37. Hart O. Norms and the theory of the firms. Harvard: Harvard Institute of Economic Research, 2001. Discussion paper № 1923. – 25 p.

38. Kandori M. Social norms and community enforcement // Review of Economic Studies. 1992. Vol. 59. P. 61 – 80.

39. Kreps D. Corporate culture and economic theory / Perspectives on positive political economy. Ed. By J. Alt, K. Shepsle. Cambridge: Cambridge University Press, 1990. P. 90 – 143.

40. Kreps D., Wilson R. Reputation and imperfect information // Journal of Economic Theory. 1982. Vol. 27. P. 253 – 279.

41. Lewis D. Convention: a philosophical study. Cambridge: Harvard University Press, 1969.

42. Mas-Collel A., Whinston M.D., Green J.R. Microeconomic theory. N.Y.: Oxford Univ. Press, 1995. – 981 p.

43. Myerson R.B. Game theory: analysis of conflict. London: Harvard Univ. Press, 1991. – 568 p.

44. Posner R.A. Social norms: an economic approach // American Economic Review. 1997. Vol. 87. № 2. P. 365 – 369.

45. Schein E.H. Organizational culture and leadership: a dynamic view. San Francisco: Josse-Bass Publishers, 1985.

46. Shapiro C. Premiums for high quality products as rents to reputation // Quarterly Journal of Economics. 1983. Vol. 98. P. 659 – 680.

47. Shapiro C., Stiglitz J. Equilibrium unemployment as a worker discipline device // American Economic Review. 1984. Vol. 74. P. 433 – 444.

48. Steen E.V. On the origin of shared beliefs (and corporate culture) / MTI Working paper, 2003. – 25 p.

49. Tirole J. A theory of collective reputation (with applications to the persistence of corruption and to firm quality) // Review of Economic Studies. 1996. Vol. 63. P. 1 – 22.

50. Young P. The evolution of conventions // Econometrica. 1993. Vol. 61. P. 57 – 84.