© 2006 г. А.А. Иващенко, канд. техн. наук,

Д.А. Новиков, д-р. техн. наук

(Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

МОДЕЛЬ ИЕРАРХИИ ПОТРЕБНОСТЕЙ

Предложена формальная модель иерархии потребностей, в которой степень удовлетворения каждой потребности индивидуума зависит от ресурса и от степеней удовлетворения потребностей более низких уровней. Для статической модели решены прямые и обратные задачи распределения ресурса, найдено множество критических ресурсов. Для динамической модели получены условия достижимости заданного уровня удовлетворения потребностей; задача распределения ресурсов между потребностями индивидуума сведена к задаче оптимального управления. Сформулирована задача распределения ресурсов организации на мотивацию сотрудников.

1. Введение

В принятой на сегодняшний день в психологии и менеджменте [1] концепции мотивации личности считается, что существует иерархия потребностей. В [2] предложена модификация пирамиды А. Маслоу [3], включающая семь упорядоченных потребностей: физиологические потребности, физиолого-психологические потребности, психолого-социальные потребности, социальные потребности, интересы функционирующего деятеля, интересы развивающего деятеля, стремление к культурно-творческой деятельности. Потребности нижнего уровня (первые две, лежащие в основании пирамиды) называются первичными, остальные – вторичными. Считается, что индивидуум «переходит» к удовлетворению потребности более высокого уровня тогда, когда у него относительно удовлетворены потребности более низких уровней. Настоящая работа посвящена рассмотрению описывающей этот качественный эффект формальной модели иерархии потребностей, в которой степень удовлетворения каждой потребности зависит от выделенного ресурса и от степеней удовлетворения потребностей более низких уровней.

2. Статическая модель

Пусть существуют n упорядоченных потребностей, первые k из которых являются первичными. Степень удовлетворения i-ой потребности будем измерять числом $x_i \in [0; 1]$, $i \in N = \{1, ..., n\}$, N – множество потребностей.

Предположим, что степень (уровень) удовлетворения i-й потребности зависит от ресурса (так как потребность характеризуется как нужда в чем-то, то можно условно считать, что это «что-то» и есть «ресурс») $u_i \geq 0$, направляемого на удовлетворение этой потребности, и от степеней удовлетворения потребностей более низких уровней:

(1) $x_i(u_1, ..., u_i) = \min \{f_i(u_i), \min\limits_{j=\overline{1,i-1}} \alpha_{ij} x_j\}, i \in N$,

где f_i: $\Re^1_+ \to [0; 1]$ – известные строго монотонные непрерывные функции, $\alpha_{ij} \in (0; 1]$ – константы (веса), отражающие взаимосвязь между потребностями, $j \leq i, i \in N$. Содержательно эти функции и константы отражают индивидуальные характеристики работника, потребности которого моделируются.

Приведем качественный пример. Положим константы $\{\alpha_{ij}\}$ равными единице. Например, для «человека-потребителя», ориентирующегося лишь на первичные потребности, может быть выполнено $\forall\, i = \overline{k+1, n}, \quad \forall\, u_i \geq 0$ $f_i(u_i) = 1$. Для «человека-аскета», стремящегося к высшим ценностям, может иметь место $\forall\, i = \overline{1, k}, \ \forall\, u_i \geq 0 \ \ f_i(u_i) = 1$, где функции $f_j(\cdot)$ растут достаточно медленно, причем их рост замедляется с увеличением $j \in \overline{k+1, n}$.

Так как практически любую индивидуальную специфику можно учесть подбором соответствующих функций $f_i(\cdot)$ и констант $\{\alpha_{ij}\}$, то в качестве агрегированной степени удовлетворения потребностей $s \in [0; 1]$ можно выбрать степень удовлетворения высшей из потребностей:

(2) $s(u) = x_n(u)$,

где $u = (u_1, ..., u_n) \in \Re_+^n$ – вектор ресурсов.

Величина $s(u)$ может интерпретироваться как степень удовлетворенности сотрудника своей работой (если ресурсы для удовлетворения его потребностей в основном предоставляются организацией), как готовность работать в данной организации (при смене работы сотрудник сравнивает текущее значение величины (2) с альтернативным – предлагаемым на новом месте) и т.д.

Отметим, что все приведенные ниже качественные результаты анализа формальной модели останутся в силе, если агрегированная степень удовлетворения потребностей будет монотонной непрерывной функцией степеней удовлетворения отдельных потребностей. Например, агрегированная степень удовлетворения потребностей может определяться как линейная комбинация (взвешенная сумма) степеней удовлетворения отдельных потребностей. Тогда, варьируя веса, можно отражать индивидуальные характеристики индивидуума, чьи потребности описываются.

Если функции $f_j(\cdot)$ принимают единичные значения при конечных значениях ресурса, то, считая заданным значение $x_1^{\max}$ максимально возможной степени удовлетворения потребности нижнего уровня, вычислим максимально возможные значения степеней удовлетворения потребностей $x_i^{\max}$, $i \in N$, следующим образом.

Введем в рассмотрение граф (N, E), где множество дуг E представляет собой совокупность дуг от каждой вершины (соответствующей потребности) ко всем вершинам-потребностям более высокого уровня. Вычислим «потенциал» [4] i-й вершины:

(3) $x_i^{\max} = \min_{j<i} (x_j^{\max} \alpha_{ij}), i \in N \setminus \{1\}$.

Выражения (1) и (2) позволяют при заданных функциях $f_i(\cdot)$ и векторе ресурсов u найти степень удовлетворения потребностей.

Можно решить и обратную задачу – поиска минимальных значений ресурсов $u^*(s^*)$, обеспечивающих достижение заданного уровня

(4) $s^* \le x_n^{\max}$

удовлетворения потребностей. Обозначим: $\boldsymbol{\alpha} = ||\alpha_{ij}||_{i,\, j \in N}$ – матрица весов (вес α_{ii} будем считать равным единице, $i \in N$); $f_i^{-1}(\cdot)$ – функция, обратная к функции $f_i(\cdot)$, $i \in N$; $l_{ij} = ln(1 / \alpha_{ij})$; L_i – длина максимального пути в графе (N, E) из вершины i в вершину n при условии, что длины дуг равны l_{ij}, $i \in N$.

Если функции $f_j(\cdot)$ принимают значение s^* при конечных значениях ресурса, то решение обратной задачи имеет вид:

(5) $u_i^*(s^*, \boldsymbol{\alpha}) = f_i^{-1}(s^* \exp(L_i)), i \in N.$

Утверждение 1. Минимальные значения ресурсов, обеспечивающие достижение заданного уровня $s^* \le x_n^{\max}$ *удовлетворения потребностей, определяются выражением* (5).

Принцип (5) распределения ресурса можно назвать «равномерным». Он совместно с выражением (1) отражает иерархическую структуру потребностей личности.

Рассмотрим теперь следующую задачу: пусть заданы ограничения $\{R_i\}_{i \in N}$ на ресурсы, т.е. $u_i \in [0; R_i]$, $i \in N$. Требуется определить, какие из них являются критическими, т.е. уменьшение количества каких ресурсов приведет к снижению агрегированного уровня удовлетворения потребностей.

Обозначим через $R = (R_1, ..., R_n)$ вектор ограничений на ресурсы. Вычислим в соответствии с (2) значение $s(R)$.

Утверждение 2. Критическими являются ресурсы из множества

$$N_0 = \{i \in N \mid R_i = u_i^*(s(R), \boldsymbol{\alpha})\}.$$

Обобщим теперь рассмотренную модель на динамический случай (напомним, что до сих пор мы не учитывали различие первичных и вторичных потребностей).

3. Динамическая модель

Пусть имеется возможность расходовать в единицу времени суммарное количество ресурса в размере Q единиц (это суммарное количество не зависит от времени). Обозначим через q_i количество ресурса, выделяемое в единицу времени на удовлетворение i-ой потребности (для простоты будем считать, что это количество постоянно во времени – возможность отказа от этого предположения обсуждается ниже), $i \in N$.

Предположим, что первичные потребности не являются насыщаемыми, т.е. $u_i = q_i$, $i = \overline{1,k}$, а вторичные потребности – насыщаемые, т.е. $u_i(t) = q_i\, t$, $i = \overline{k+1,n}$. Содержательно это предположение отражает тот факт, что удовлетворение, например, физиологических потребностей должно производиться в каждый момент времени – результаты этого удовлетворения не могут «накапливаться»; в то время как результаты удовлетворения потребности в творчестве могут жить веками в виде произведений искусства, научных теорий и т.п.

Для простоты здесь и далее будем считать, что $\alpha_{ij} = 1$, $i \in N$, $j \le i$. Тогда $L_i = 0$, $i \in N$, и получаем следующие уравнения динамики степеней удовлетворения потребностей в зависимости от вектора $q = (q_1, ..., q_n)$ ресурсов, потребляемых в единицу времени:

(6) $x_i(q_1, ..., q_i, t) = \min\limits_{j=\overline{1,i}} f_j(q_j)$, $i = \overline{1,k}$,

(7) $x_i(q_1, ..., q_i, t) = \min \{\min\limits_{j=\overline{1,k}} f_j(q_j),\ \min\limits_{m=\overline{k+1,i}} f_m(q_m\, t)\}$, $i = \overline{k+1,n}$.

Отметим, что все результаты останутся в силе и при произвольных α_{ij}, необходимо будет только учесть в соответствующих выражениях константы $\{L_i\}_{i \in N}$ – см. выражение (5).

Вектор ресурсов должен удовлетворять балансовому ограничению:

(8) $\sum\limits_{i \in N} q_i \le Q$.

Получим условие достижимости уровня удовлетворения потребностей s^* за конечное время.

Утверждение 3. Для достижения агрегированного уровня удовлетворения потребностей $s^* \le x_n^{\max}$ за конечное время, достаточно выполнения следующего условия:

(9) $\sum_{i=1}^{k} f_i^{-1}(s^*) < Q$.

Доказательство. Если выполнено условие (9), то, положив $q_i = f_i^{-1}(s^*)$, $i = \overline{1,k}$, из (6) получаем, что

(10) $x_i(q_1, ..., q_i, t) = s^*$, $i = \overline{1,k}$.

Фиксируем $n - k$ строго положительных констант δ_i, $i = \overline{k+1,n}$, таких, что $\sum_{i=k+1}^{n} \delta_i = Q - \sum_{i=1}^{k} f_i^{-1}(s^*)$. Такие константы существуют в силу условия (9).

Обозначим $\delta = (\delta_{k+1}, ..., \delta_n)$. Положим $q_i = \delta_i$, $i = \overline{k+1,n}$. Условие (8) при этом выполняется как равенство.

Из условий (7) и (10) получаем, что минимальное время $T(\delta)$, через которое будет достигнуто заданное значение s^* агрегированной степени удовлетворения потребностей, равно

(11) $T(\delta) = \max_{m=\overline{k+1,n}} \{ f_m^{-1}(s^*) \; / \; q_m\}$.

Это время конечно в силу, во-первых, строгой монотонности и непрерывности функций $f_i(\cdot)$ (см. выше), и, во-вторых, условия $s^* \le x_n^{\max}$. Утверждение 3 доказано.

Отметим, что содержательно условие (9) означает следующее: имеющегося ресурса должно хватать на удовлетворение первичных потребностей. Если это не так, то весь ресурс будет расходоваться на ненасыщаемые первичные потребности, а на удовлетворение вторичных (насыщаемых) потребностей ресурса не останется.

4. Задача управления

Рассмотрим теперь задачу о быстродействии – минимизации времени T достижения заданного уровня $s^* \in [0; 1]$ удовлетворения индивидуальных потребностей путем распределения ресурса при заданных ресурсных ограничениях. Минимальное время (результат решения этой задачи) обозначим через T^*.

Из доказательства утверждения 3 (в частности, из условия (11)) следует справедливость следующего утверждения (основная идея которого заключается в том, что все вторичные потребности должны достигать требуемого уровня одновременно).

Утверждение 4. Если $s^* \le x_n^{\max}$ и выполнено условие (9), то решение задачи о быстродействии имеет вид:

$$q_i = f_i^{-1}(s^*),\ i = \overline{1,k},$$

$$q_m = \frac{f_m^{-1}(s^*)}{\sum_{l=k+1}^{n} f_l^{-1}(s^*)}\left(Q - \sum_{i=1}^{k} f_i^{-1}(s^*)\right),\ m = \overline{k+1,n},$$

$$T^*(s^*, Q) = \frac{\sum_{l=k+1}^{n} f_l^{-1}(s^*)}{Q - \sum_{i=1}^{k} f_i^{-1}(s^*)}.$$

Полученные соотношения дают также возможность решать задачи терминального управления – минимизации суммарных ресурсов на достижение за заданное время требуемой степени удовлетворения потребностей или максимизации агрегированного уровня удовлетворения потребностей за заданное время при фиксированных ограничениях на ресурсы.

Выше было введено предположение о стационарности количеств ресурсов, затрачиваемых в единицу времени на удовлетворение каждой из потребностей (в качестве гипотезы можно предположить, что в случае вогнутых функций $\{f_i(\cdot)\}$ именно стационарные количества ресурса будут оптимальны – аналогичный результат известен в теории календарно-сетевого планирования и управления [4]). Возможно отказаться от этого предположения и искать оптимальные траектории расходования ресурсов. Однако в общем случае вряд ли, применяя методы теории оптимального управления [5], удастся получить аналитические решения задач терминального управления и задачи о быстродействии. Численное же решение этих задач, конечно, возможно и в общем случае.

5. Задача распределения ресурсов организации на мотивацию сотрудников

Выше рассматривалась задача распределения ресурсов для удовлетворения потребностей отдельного индивидуума. Полученные результаты позволяют ставить и решать задачи распределения ресурсов организации на мотивацию нескольких сотрудников. Продемонстрируем некоторые возможные подходы.

Обозначим через $M = \{1, ..., m\}$ множество сотрудников организации, m – их число. Выражение (5) позволяет вычислить величину $u_i(s^j, \boldsymbol{\alpha}^j)$ – минимальное значение ресурса i-го вида на удовлетворение соответствующей потребности j-го сотрудника, где $\boldsymbol{\alpha}^j$ – матрица, отражающая взаимосвязь между потребностями данного сотрудника, $i \in N, j \in M$.

Обозначим: $\boldsymbol{s} = (s_1, ..., s_m)$ – вектор степеней удовлетворения потребностей сотрудников, c_i – стоимость единицы ресурса i-го вида, $i \in N$. Если задана функция эффективности деятельности сотрудников организации $\Phi(s)$: $[0; 1]^m \to \Re^1$ и ограничение $W \geq 0$ на суммарные затраты организации на мотивацию, то задача распределения ресурсов организации на мотивацию сотрудников можно записать в виде: $\Phi(s) \to \max\limits_{\mathbf{s} \in [0;1]^m}$ при ограничении $\sum\limits_{i \in N} c_i \sum\limits_{j \in M} u_i(s^j, \boldsymbol{\alpha}^j) \leq W$.

Данная задача является стандартной оптимизационной задачей максимизации скалярной функции с одним ограничением. Аналогичным образом можно формулировать и «двойственную» задачу – минимизация суммарных затрат организации на мотивацию сотрудников при условии достижения заданной эффективности их деятельности.

6. Заключение

Предложена формальная модель иерархии потребностей, в которой степень удовлетворения потребности зависит от ресурса и от степеней удовлетворения потребностей более низких уровней. Решены прямые и обратные задачи распределения ресурса для статической модели (утверждение 1), найдено множество критических ресурсов (утверждение 2). Для динамической модели получены условия достижимости заданного уровня удовлетворения потребностей (утверждение 3), задача распределения ресурсов между потребностями индивидуума сведена к задаче оптимального управления (утверждение 4).

В заключение обсудим проблему идентификации предложенной формальной модели иерархии потребностей (т.е. что необходимо сделать и какую информацию получить для того, чтобы «увязать» ее с результатами экспериментальных психологических и социологических исследований). Для того чтобы задать модель, необходимо определить:

1) список упорядоченных потребностей. С этим этапом, как правило, проблем не возникает – можно взять за основу одну из известных в психологии концепций мотивации;

2) набор ресурсов и ограничения на них. В первом приближении можно следовать сложившейся в экономико-математическом моделировании традиции и считать, что ресурсов всего два – доход работника и его свободное время [6, 7]. Формализация других возможных мотивационных воздействий (в первую очередь, моральных) требует дальнейших исследований;

3) матрицу α, отражающую взаимовлияние потребностей. Здесь есть два возможных пути. Первый заключается в том, чтобы выявить типологию работников – установить связь между их объективными характеристиками и структурой взаимовлияния их потребностей различных уровней. Второй путь состоит в нахождении путем опросов персонала в каждом конкретном случае субъективной «важности» (весов) удовлетворения тех или иных потребностей. Множество подобных экспериментальных исследований уже проводи-

лось, и их результаты отражены в психологической и социологической литературе;

4) функции $\{f_i(\cdot)\}$, связывающие степени удовлетворения потребностей с количеством ресурса. Для их идентификации можно поступить следующим образом: предположить, что такая функция одинакова для всех потребностей (тем самым «переложив всю тяжесть» отражения индивидуальных особенностей на матрицу $\boldsymbol{\alpha}$), выбрать параметрический класс монотонных вогнутых функций, а затем определить типовые значения параметра по результатам наблюдений за интервалами времени между сменой сотрудником работы или повышением квалификации, или повышением в должности. Аналогичным образом, наверное, можно поступать и при решении задачи идентификации функции $\Phi(\cdot)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 *Мескон М., Альберт М., Хедоури Ф.* Основы менеджмента. М.: Дело, 1998.

2 *Верхоглазенко В.Н., Звезденков А.А., Хлюнева М.В.* Пирамида Маслоу плюс или когда бесспорное стало сомнительным // Менеджмент в России и за рубежом. 1998. № 5. С. 23 – 27.

3 *Маслоу А.Г.* Мотивация и личность. СПб.: Евразия, 1999.

4 *Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А.* Теория графов в управлении организационными системами. М.: Синтег, 2001.

5 *Ли Э.Б., Маркус Л.* Основы теории оптимального управления. М.: Наука, 1972.

6 *Эренберг Р.Дж., Смит Р.С.* Современная экономика труда. Теория и государственная политика. М.: Изд-во МГУ, 1996.

7 Handbook of labor economics / Ed. by O. Ashenfelter, R. Layard. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1986.