РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова

А.А. Иващенко, Д.В. Колобов,
Д.А. Новиков

МЕХАНИЗМЫ ФИНАНСИРОВАНИЯ ИННОВАЦИОННОГО РАЗВИТИЯ ФИРМЫ

Москва – 2005

Иващенко А.А., Колобов Д.В., Новиков Д.А. **Механизмы финансирования инновационного развития фирмы.** М.: ИПУ РАН, 2005. – 66 с.

Рассматривается комплекс механизмов (процедур принятия решений) финансирования проектов инновационного развития фирм. Этот комплекс включает: механизмы самостоятельного финансирования, механизмы распределения инвестиций, механизмы возврата инвестиций, механизмы смешанного финансирования, механизмы распределения затрат и механизмы распределения дохода. Полученные результаты отражают, в основном, теоретико-игровые и оптимизационные модели принятия решений инвесторами, фондами и фирмами об оптимальных объемах финансирования с учетом условий взаимного согласования интересов перечисленных групп агентов.

Работа рассчитана на специалистов (теоретиков и практиков) по управлению социально-экономическими системами.

Рецензент: д.т.н., проф. А.В. Щепкин

Утверждено к печати редакционным советом Института

Заказ 34. Тираж 250.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа посвящена описанию математических моделей и методов финансирования инновационного развития фирмы.

В утвержденных Президентом Российской Федерации «Основах политики Российской Федерации в области развития науки и технологий до 2010 года и дальнейшую перспективу» переход к инновационному развитию страны определен как основная цель государственной политики в области развития промышленности, науки и технологий. В статье 1 закона указано, что «инновационная деятельность – выполнение работ и (или) оказание услуг по созданию, освоению в производстве и (или) практическому применению новой или усовершенствованной продукции, нового или усовершенствованного технологического процесса».

Проблемы управления инновационным развитием являются предметом исследований в таких областях как:

- инновационный менеджмент [6, 28, 29, 39, 41, 67, 68, 75];
- управление финансами [3, 4, 15, 69, 71];
- принятие решений [19, 22, 21, 22, 26, 42, 58, 59, 60];
- управление организационными системами [8, 16, 27, 50, 54, 72];
- управление проектами и программами [17, 23, 32, 33, 38, 61].

Основные отличия проектов инновационного развития (или просто – инновационных проектов) от инвестиционных проектов [4, 15, 71] заключаются в следующем:

- результат инновационного проекта в существенной степени зависит от действий субъекта инновационного развития, реализующего проект, а также от действий других субъектов рынка и макропоказателей;
- существует значительная неопределенность как относительно результатов реализации проекта, так и относительно целей фирмы, реализующей инновационный проект, а также – критериев оценки его априорной и апостериорной эффективности.

Отмеченная специфика проектов инновационного развития обусловливает структуру изложения материала настоящей работы. Во втором разделе производится общее описание модели трехуровневой систем «инвесторы-фонд-фирмы», функционирующей в рамках заданных институциональных условий. Вводится в рассмотрение комплекс механизмов финансирования, который включает: механизмы самостоятельного финансирования, механизмы распределения инвестиций, механизмы возврата инвестиций, механизмы смешанного финансирования, механизмы распределения затрат и механизмы распределения дохода. Механизмы самостоятельного финансирования рассматриваются в третьем разделе настоящей работы, механизмы распределения ресурса между фирмами – в четвертом разделе, а механизмы инвестирования – в пятом разделе. Заключение содержит основные результаты и краткое обсуждение перспектив дальнейших исследований.

2. ОБЩЕЕ ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ И КЛАССИФИКАЦИЯ ЗАДАЧ

Рассмотрим модель, представленную на Рис. 1. Субъектами инновационной деятельности являются:

- государство, устанавливающее институциональные условия инновационного развития;
- инвесторы;
- фонд (венчурный или иное объединение инвесторов);
- фирмы (субъекты инновационного развития).

Отметим, что представленная на Рис. 1 трехуровневая модель отражает взаимодействие «инвесторы-фонд-фирмы», но она может также описывать ситуацию «инвесторы-фирма-проекты», то есть в роли фонда может выступать фирма, реализующая портфель проектов своего инновационного развития.

Роль государства в создании условий инновационного развития рассмотрена [43, 65], механизмы создания условий инновационного развития на уровне регионов – в [15]. В настоящей работе мы ограничимся изучением взаимодействия инвесторов, фонда и фирм в рамках фиксированных институциональных условий.

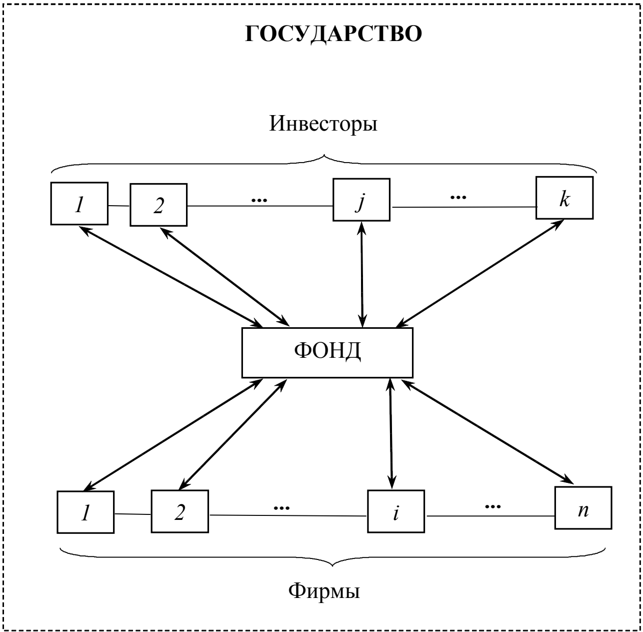

Рис. 1. Субъекты инновационной деятельности

Обозначим $K = \{1, 2, ..., k\}$ – множество инвесторов, $k \geq 1$, $N = \{1, 2, ..., n\}$ – множество фирм, $n \geq 1$.

Инвестор j несет затраты $C_j \geq 0$ (его взнос – инвестиции в фонд) и получает[1] доход $D_j \geq 0$ от этих инвестиций, $j \in K$.

Фонд не обладает собственными средствами (в противном случае его можно рассматривать как одного из инвесторов), он получает от инвесторов сумму $C = \sum_{j \in K} C_j$ и выплачивает им сумму $D = \sum_{j \in K} D_j$.

[1] *Моменты инвестирования и получения дохода, как правило, разнесены во времени, поэтому будем считать, что все денежные доходы приведены (например, путем дисконтирования) к моменту принятия решений с учетом возможности альтернативных вложений.*

Фонд осуществляет инвестиции в проекты инновационного развития фирм, выделяя i-ой фирме сумму $c_i \geq 0$ и получая от нее доход (возврат инвестиций) $d_i \geq 0,\ i \in N$. Суммарные затраты фонда на инвестиции в фирмы составляют $c = \sum_{i \in N} c_i$, его суммарный доход от проектов инновационного развития фирм составляет $d = \sum_{i \in N} d_i$.

Фирма с номером i осуществляет собственные инвестиции $y_i \geq 0$ в проекты своего развития (если некоторая фирма инвестирует в проекты других фирм, то она должна рассматриваться одновременно в двух ролях – инвестора и субъекта инновационного развития), $i \in N$. Финансовый результат проекта инновационного развития i-ой фирмы h_i зависит от затрат c_i и y_i на этот проект, а также от типа $r_i \in \Omega_i$ фирмы (параметра, отражающего все существенные ее характеристики, влияющие на результат проекта инновационного развития), то есть $h_i = v_i(c_i, y_i, r_i),\ i \in N$.

Таким образом, целевая функция i-ой фирмы есть[1]:

(1) $f_i(c_i, d_i, y_i, r_i) = v_i(c_i, y_i, r_i) - y_i - d_i,\ i \in N$.

Целевая функция фонда (жирный шрифт здесь и далее обозначает вектор):

(2) $F(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{d}, \boldsymbol{C}, \boldsymbol{D}) = \sum_{j \in K} C_j - \sum_{j \in K} D_j - \sum_{i \in N} c_i + \sum_{i \in N} d_i$.

Целевая функция j-го инвестора:

(3) $\Phi_j(c_j, d_j) = D_j - C_j,\ j \in K$.

Условия индивидуальной рациональности для фирм, фонда и инвесторов, имеют соответственно вид:

(4) $f_i(c_i, d_i, y_i, r_i) \geq 0,\ i \in N$.

(5) $F(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{d}, \boldsymbol{C}, \boldsymbol{D}) \geq 0$,

(6) $\Phi_j(c_j, d_j) \geq 0,\ j \in K$.

Рассмотрим три крупных класса механизмов финансирования. Предположим, что имеет место полная информированность, то есть все целевые функции, допустимые множества и другие пара-

[1] *В настоящей работе принята независимая внутри подразделов нумерация формул.*

метры являются общим знанием среди всех участников (инвесторов, фонда и фирм).

Первый класс механизмов финансирования (регламентирующих принятие решений фирмами) составляют ***механизмы самостоятельного финансирования*** – $y_i = \eta_i(\mathbf{c}, \mathbf{d}, \mathbf{r})$, $i \in N$, определяющие зависимость собственных инвестиций фирм от их типов, а также внешних инвестиций (со стороны фонда) и условий возврата инвестиций.

Второй класс механизмов финансирования (регламентирующих взаимодействие «фонд-фирмы») составляют *механизмы распределения ресурса* (средств фонда) между фирмами: во-первых, ***механизм возврата инвестиций*** $d_i = \pi_i(\mathbf{c})$, $i \in N$, определяющий, какими должны быть выплаты со стороны фирм фонду в зависимости от размеров инвестиций в фирмы. Механизм возврата может зависеть от размера собственных инвестиций, то есть иметь вид $d_i = \rho_i(\mathbf{c}, \mathbf{y})$, $i \in N$. Во-вторых, ***механизм распределения инвестиций*** $c_i = w_i(\mathbf{r})$, $i \in N$, определяющий, какими должны быть размеры инвестиций в проекты фирм со стороны фонда в зависимости от типов последних (то есть предлагаемых для финансирования проектов инновационного развития). В третьих, ***механизм смешанного финансирования***: $c_i = \mu_i(\mathbf{r}, \mathbf{y})$, $i \in N$, определяющий, какими должны быть размеры инвестиций в проекты фирм со стороны фонда в зависимости от типов и размеров собственных инвестиций фирм.

Третий класс механизмов финансирования (регламентирующих взаимодействие «фонд-инвесторы») составляют *механизмы распределения затрат инвесторов и дохода*, полученного фондом, между инвесторами: во-первых, ***механизм распределения дохода*** $D_j = g_j(\mathbf{C}, \mathbf{d})$, $j \in K$, определяющий, какими должны быть выплаты инвесторам со стороны фонда в зависимости от размеров их инвестиций и дохода фонда. Во-вторых, ***механизм распределения затрат*** $C_j = q_j(\mathbf{D}, \mathbf{d})$, $j \in K$, определяющий, какими должны быть взносы инвесторов в фонд в зависимости от их предполагаемых доходов и дохода фонда.

На Рис. 2 представлена совокупность механизмов финансирования, используемых на различных уровнях иерархии модели «инвесторы-фонд-фирмы» (см. Рис. 1).

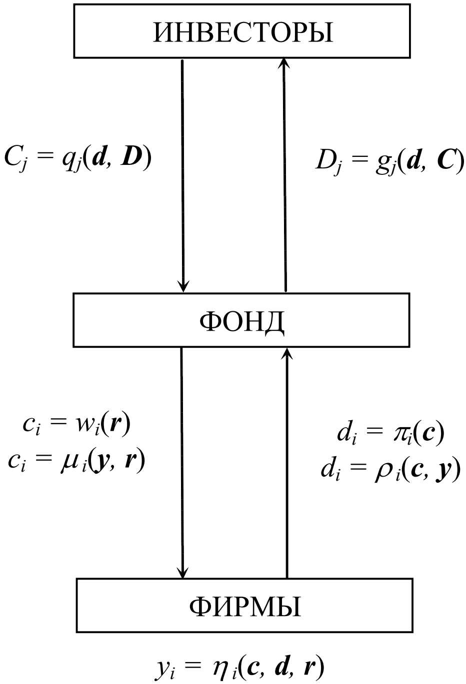

Рис. 2. Механизмы финансирования

Выше перечислены шесть базовых механизмов финансирования инновационного развития фирмы:

- механизмы самостоятельного финансирования ($\boldsymbol{\eta}(\cdot)$);
- механизмы распределения инвестиций ($\boldsymbol{w}(\cdot)$);
- механизмы возврата инвестиций ($\boldsymbol{\pi}(\cdot)$, $\boldsymbol{\rho}(\cdot)$);
- механизмы смешанного финансирования ($\boldsymbol{\mu}(\cdot)$);
- механизмы распределения затрат ($\boldsymbol{q}(\cdot)$);
- механизмы распределения дохода ($\boldsymbol{g}(\cdot)$).

Поиск одновременно всех шести механизмов является чрезвычайно трудоемкой (с теоретической точки зрения) и редко встречающейся (с практической точки зрения) задачей. Обычно часть механизмов фиксирована, и необходимо разработать или усовершенствовать один (редко – несколько) механизмов. Поэтому ниже приводится общая идеология построения комплекса механизмов финансирования, а затем механизмы описываются по отдельности, или в тех или иных комбинациях.

Приведем возможную постановку задачи синтеза оптимальных механизмов финансирования.

Предположим, что механизмы $\boldsymbol{\pi}(\cdot)$ и $\boldsymbol{g}(\cdot)$ фиксированы и известны всем участникам. Тогда каждый из них может принимать решения независимо. А именно:

- фирмы будут выбирать объемы собственных инвестиций, решая следующую оптимизационную задачу:

(7) $y_i^*(\boldsymbol{c}, r_i) = \arg \max\limits_{y_i \geq 0} [v_i(c_i, y_i, r_i) - y_i - \pi_i(\boldsymbol{c})], \ i \in N;$

- фонд будет выбирать оптимальное с его точки зрения распределение инвестиций между фирмами:

(8) $c^*(\boldsymbol{C}) = \arg \max\limits_{\mathbf{c} \geq 0} [\sum\limits_{j \in K} C_j - \sum\limits_{j \in K} g_j(\mathbf{C}) - \sum\limits_{i \in N} c_i + \sum\limits_{i \in N} \pi_i(\mathbf{c})];$

- инвесторы будут максимизировать собственные целевые функции, выбирая свои инвестиции (то есть, выбирая инвестиции, являющиеся равновесием Нэша $E_N(g(\cdot))$ игры инвесторов при заданном механизме $G(\cdot)$):

(9) $C^* \in \{\boldsymbol{C} \geq 0 \mid \forall j \in K, \ \forall a_j \geq 0 \ \ d_j(\boldsymbol{C}) - C_j \geq d_j(\boldsymbol{C}_{-j}, a_j) - a_j\},$

где $\boldsymbol{C}_{-j} = (C_1, C_2, \ldots, C_{j-1}, C_{j+1}, \ldots, C_k)$.

Эффективность $K(\pi(\cdot), g(\cdot), \boldsymbol{r})$ механизмов финансирования $\pi(\cdot)$ и $g(\cdot)$ можно оценивать как отношение эффекта (суммы целевых функций всех участников[1]) к затратам (которые определяются суммарными затратами всех инвесторов и суммарными собственными инвестициями всех фирм):

---

[1] *Что понимать под эффектом, зависит от того, с чьей точки зрения формулируется задача. Стремление к максимизации суммы целевых функций всех участников отражает позицию метасистемы. С точки зрения, например, фонда, следовало бы максимизировать его целевую функцию, то есть считать оптимальными механизмы финансирования, доставляющие максимум его прибыли (2). Понятно, что решение задачи – «оптимальный» механизм финансирования – зависит от того, с чьей точки зрения рассматривается оптимальность.*

$$(10)\ K(\pi(\cdot), g(\cdot), \boldsymbol{r}) = \frac{\sum_{i \in N} [v_i(y_i^*(\mathbf{c}^*(\mathbf{C}^*), r_i), c_i^*, r_i) - y_i^*(\mathbf{c}^*(\mathbf{C}^*), r_i)]}{\sum_{j \in K} C_j^* + \sum_{i \in N} y_i^*(\mathbf{c}^*(\mathbf{C}^*), r_i)}.$$

Задача синтеза оптимальных механизмов финансирования заключается в поиске механизмов, максимизирующих эффективность (10):

$$(11)\ K(\pi(\cdot), g(\cdot), \boldsymbol{r}) \to \max_{\pi(\cdot), g(\cdot)}.$$

Отметим, что, так как эффективность (10) зависит от вектора $\boldsymbol{r}$ типов фирм, то и решение задачи (11), то есть – оптимальные механизмы, зависит от типов фирм. Такой подход оправдан, если задача решается для конкретного набора фирм. В случае же, если требуется разработать «универсальные» механизмы (применимые для фирм с любыми комбинациями типов), то необходимо максимизировать гарантированную эффективность, то есть, решать следующую задачу:

$$(12)\ \min_{\mathbf{r} \in \Omega} K(\pi(\cdot), g(\cdot), \boldsymbol{r}) \to \max_{\pi(\cdot), g(\cdot)},$$

где $\Omega = \prod_{i \in N} \Omega_i$.

Приведенная постановка задачи синтеза оптимальных механизмов финансирования является очень абстрактной, и задачи (11) или (12) не могут быть решены в общем виде. Однако они вполне могут решаться в тех или иных конкретных частных случаях. Рассмотрим иллюстративный пример.

<u>Пример 1.</u> Предположим, что $v_i(c_i, y_i, r_i) = 2\, r_i \sqrt{y_i + c_i}$, $\pi_i(c) = \alpha\, c_i$, $g_j(C) = \beta\, C_j$, $i \in N$, $j \in K$, где $\beta \geq \alpha > 1$. Допустим, что на величины инвестиций наложены ограничения сверху: $C_j \in [0;\ C_j^{\max}]$, $j \in K$.

Из (9) получаем, что $C_j^* = C_j^{\max}$, $j \in K$. Из (8) следует, что вектор $\boldsymbol{c}^*$ таков, что

$$(13)\ \sum_{i \in N} c_i^* = \sum_{j \in K} C_j^{\max}.$$

Из (7) вычисляем

(14) $y_i^*(\boldsymbol{c}, r_i) = \max\,\{0;\ r_i^2 - c_i\},\ i \in N.$

Получаем задачу максимизации эффективности (10) выбором вектора $\boldsymbol{c}$, удовлетворяющим ограничению (13):

$$(15)\quad \frac{\sum_{i\in N}\begin{cases}(2-\alpha)c_i, & c_i \le r_i^2\\ 2r_i\sqrt{c_i} - \alpha c_i, & c_i > r_i^2\end{cases}}{\sum_{j\in K} C_j^{\max} + \sum_{i\in N}\max\,\{0; r_i^2 - c_i\}} \to \max_{\mathbf{c},\,(13)}.$$

Рассмотрим два частных случая.

Пусть $c_i \le r_i^2,\ i \in N$. Тогда из (15) получаем следующую оценку эффективности механизма финансирования:

$$(16)\quad K(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{C}^{max}) = (2-\alpha)\,\frac{\sum_{j\in K} C_j^{\max}}{\sum_{i\in N} r_i^2}.$$

Отметим, что эффективность (16) не зависит от распределения инвестиций фонда между фирмами.

Пусть $c_i > r_i^2,\ i \in N$. Находим оптимальное распределение инвестиций фонда:

$$(17)\quad c_i^* = \frac{r_i^2}{\sum_{l\in N} r_l^2}\ \sum_{j\in K} C_j^{\max},\ i \in N.$$

Подставляя (17) из (15) получаем следующую оценку эффективности механизма финансирования:

$$(18)\quad K(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{C}^{max}) = 2\sqrt{\frac{\sum_{i\in N} r_i^2}{\sum_{j\in k} C_j^{\max}}} - \alpha.$$

Подчеркнем, что в оптимальном механизме финансирования должно выполняться $\alpha \le 2$, иначе при $c_i \le r_i^2,\ i \in N$, из (16) следует, что эффективность отрицательна. Содержательно этот факт означает, что «нормативная рентабельность» инновационных проектов в некоторых случаях должна быть ограничена – в настоящем примере фонд может требовать не более чем 100%-ой прибыли от своих инвестиций. В случае (18) эта оценка зависит от соотношения параметров фирм и суммарных ограничений взносов инвесторов. •[1]

Завершив рассмотрение примера, отметим, что описанная выше постановка задачи синтеза механизмов финансирования охватывает далеко не все встречающиеся на практике ситуации. Дело в том, что, во-первых, предположение о полной информированности участников является достаточно сильным – на практике далеко не всегда все существенные параметры являются общим знанием (особенно это касается типов фирм). Во-вторых, механизмы финансирования зачастую являются более гибкими, то есть зависят от большего числа параметров – например, информации об инновационных проектах. Поэтому ниже рассматриваются модели, учитывающие перечисленные аспекты.

Для исследования комплекса механизмов финансирования проектов инновационного развития фирм воспользуемся общими подходами теории иерархических игр и теории управления организационными системами [21, 25, 47, 53].

Эти подходы заключаются в следующем: с теоретико-игровой точки зрения организационная иерархия соответствует последовательности ходов (принятия решений) участниками системы – чем на более высоком уровне находится субъект, тем раньше он принимает решения, имея возможность устанавливать «правила игры» для субъектов, находящихся на более низких уровнях.

Однако для анализа равновесия иерархической игры необходимо вести рассмотрение снизу вверх – ведь каждый субъект, принимая решения, должен прогнозировать, как на эти его решения отреагируют те, кто будет принимать решения после него.

Поэтому сначала следует рассмотреть принятие решений фирмами о размере собственных инвестиций при известных инвестициях со стороны фонда. Затем, решив эту задачу, можно рассматривать принятие решений фондом о том, как финансировать фирмы. После этого можно исследовать механизмы принятия решений инвесторами.

Выше были выделены три общих класса механизмов финансирования – механизмы самостоятельного финансирования (приня-

---

[1] *Символ «•» здесь и далее обозначает окончание примера.*

тие решений фирмами), механизмы распределения ресурса (принятие решений фондом) и механизмы распределения затрат и доходов (принятие решений инвесторами). Эти классы механизмов исследуются ниже, соответственно, в третьем, четвертом и пятом разделах настоящей работы.

3. МЕХАНИЗМЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ФИНАНСИРОВАНИЯ

В настоящем разделе рассматриваются модели принятия фирмами решений о размере собственных инвестиций в проекты инновационного развития. В том числе – статическая модель, в рамках которой решается задача выбора размера инвестируемых средств при фиксированных и известных фирме инвестициях со стороны фонда (раздел 3.1); динамическая модель, в которой фирма принимает решение о динамике инвестиций, управляя сменой технологий (раздел 3.2); и модель конкуренции фирм на рынке инноваций (раздел 3.3).

3.1. СТАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В рамках рассмотренной во втором разделе модели целевая функция агента (фирмы) имеет вид

(1) $f(c, d, y, r) = v(c, y, r) - y - d.$

Стратегией фирмы (ее действием) является выбор размера собственного финансирования $y \geq 0$. Если известны все параметры: размер внешних инвестиций $c \geq 0$, механизм финансирования $\pi(c)$ и тип фирмы $r \in \Omega$, то принятие фирмой решения в рамках гипотезы рационального поведения [26] заключается в выборе действия y^*, максимизирующего ее целевую функцию:

(2) $y^* \in \operatorname{Arg} \max\limits_{y \geq 0} \; [v(c, y, r) - y - \pi(c)].$

Если финансовый результат проекта инновационного развития – функция $v(\cdot)$ – монотонна и вогнута по действию агента, то существует единственный максимум целевой функции (1) по этой переменной, то есть оптимизационная задача (2) имеет единственное решение.

<u>Пример 2.</u> Предположим, что $v(c, y, r) = 2\,r\,\sqrt{y+c}$, $d = \pi(c) = \alpha\, c,\ \alpha \geq 1$.

Тогда $y^*(r, c) = r^2 - c$ и наиболее выгодный для агента размер внешнего финансирования равен нулю. Содержательно этот факт можно интерпретировать следующим образом: в целевую функцию агента

$$f(c, y, r) = 2\,r\,\sqrt{y+c} - y - \alpha\, c$$

со знаком минус входят собственные и внешние инвестиции, причем последние умножаются на константу α, не меньшую единицы. Отдачу оба этих типа вложений дают одинаковую, однако заемные средства «стоят» дороже, поэтому выгоднее использовать собственные средства. •

Выше считалось, что собственные средства агента не ограничены. Такое допущение редко имеет место на практике, поэтому рассмотрим ситуацию, когда существует ограничение $R \geq 0$ сверху на размер собственных средств агента. Если допустить, что агент сам может выбирать величину $c \geq 0$ заемных средств при известной зависимости $\pi(c)$ размера возвращаемых средств от занимаемых[1], то получим следующую задачу принятия решений агентом об оптимальной величине собственных y^* и заемных c^* средств:

(3) $(y^*, c^*) \in \operatorname{Arg} \max\limits_{y \in [0; R],\, c \geq 0} [v(c, y, r) - y - \pi(c)]$.

<u>Пример 3.</u> Найдем в условиях примера 2

$$\max_{y \in [0; R],\, c \geq 0} [2\,r\,\sqrt{y+c} - y - \alpha\, c].$$

Если $r^2 \leq R$, то остаемся в условиях примера 2: $y^* = r^2,\ c^* = 0$. Если $r^2 > R$, то $y^* = R,\ c^* = [(r^2 / \alpha^2) - R]\ I(r^2 / \alpha^2 > R)$, где $I(\cdot)$ – функция-индикатор. Видно, что оптимальная величина заемных средств убывает с ростом процента по кредиту. •

Теперь рассмотрим ситуацию, когда условия возврата заемных средств зависят от размера собственных средств, инвестированных

---

[1] *Простейшим, наверное, является случай $\pi(c) = \alpha\, c,\ \alpha \geq 1$, то есть когда фиксирован постоянный процент $(\alpha - 1)$ за пользование кредитом.*

агентом. А именно, будем считать, что $d = \rho(c, y) = \alpha(y)\ c$, где $\alpha(\cdot)$ – известная функция. Рассмотрим, какими свойствами она должна обладать.

Во-первых, потребуем, чтобы инвестиции были выгодны для фонда, то есть должно выполняться: $\forall y \geq 0\ \ \alpha(y) \geq 1$. Во-вторых, инвестиции фонда должны побуждать агента к увеличению размера собственных средств, вкладываемых в проекты его инновационного развития. Для этого можно потребовать невозрастания $\alpha(y)$ по y.

Целевая функция агента равна

$$f(c, y, r) = v(c, y, r) - y - \alpha(y)\ c.$$

Наложим ограничение c_{max} – ограничение сверху на размер инвестиций фонда. Следовательно, для агента него наиболее выгодны следующие размеры собственных и внешних инвестиций:

(4) $(y^*, c^*) \in \operatorname{Arg} \max\limits_{y \in [0; R],\, c \in [0; c_{\max}]} [v(c, y, r) - y - \alpha(y)\ c]$.

Целевая функция фонда равна $(\alpha(y) - 1)\ c$, следовательно, для него наиболее выгоден нулевой объем собственных инвестиций агента и максимально возможный объем инвестиций средств фонда c_{max}.

Сумма целевых функций агента и фонда равна $v(c, y, r) - y - c$. Если функция эффекта зависит только от суммарных инвестиций: $v(c, y, r) = v(c + y, r)$, дифференцируема и вогнута по этой переменной, то Парето-оптимальными (максимизирующими сумму целевых функций агента и фонда) являются инвестиции (y^P, c^P), удовлетворяющие условию

(5) $y^P + c^P = \min \{z;\ R + c_{max}\}$,

где z – решение уравнения

(6) $\dfrac{\partial v(z, r)}{\partial z} = 1$.

Таким образом, в рамках введенных предположений существует множество комбинаций инвестиций фонда и собственных инвестиций агента, которые являются оптимальными по Парето. Однако в общем случае интересы фонда и агента не согласованы.

<u>Пример 4.</u> Найдем в условиях примера 3: $z = r^2$. Значит, $y^P + c^P = \min \{r^2;\ R + c_{max}\}$. Для агента оптимальны инвестиции

$(\min\{r^2; R\}, [(r^2 / \alpha^2) - R]\, I(r^2 > R)\, I(r^2 / \alpha^2 > R)$, где $I(\cdot)$ – функция-индикатор, для фонда оптимальны инвестиции $(0, c_{max})$.

На Рис. 3 для случая $(r^2 / \alpha^2) \geq R$, $r^2 \leq c_{max}$ изображена прямая оптимальных по Парето инвестиций: $y^P + c^P = r^2$, а также точки A и B, оптимальные, соответственно, с точки зрения агента и фонда.

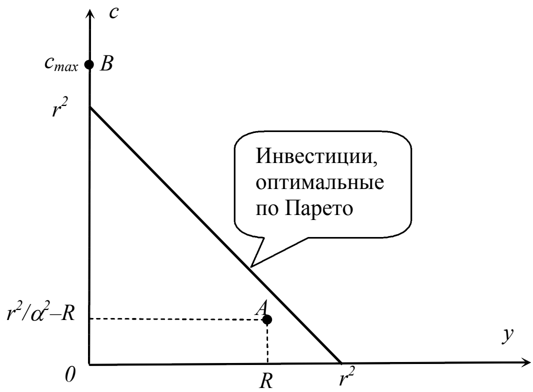

Рис. 3. Оптимальные инвестиции в примере 4 •

В заключение настоящего раздела отметим, что задача принятия единственным агентом решений о размере собственных средств, выделяемых на финансирование проектов его инновационного развития, является достаточно простой с «технической» точки зрения – она сводится к задаче максимизации скалярной функции одной или нескольких переменных (см. выражения (2), (3) и (4)). Можно учитывать возможную неопределенность относительно существенных параметров – типа фирмы (например, характеризующего будущую отдачу от инвестиций), условий возврата заемных средств и т.д. Для этого целесообразно использовать известные методы принятия решений в условиях неопределенности [13, 17, 26, 38, 49, 59]. Рассматривать их подробно в настоящей работе мы не будем, так как в случае одного агента они не дают качественно новых свойств механизмов финансирования. Остановимся более подробно на таких свойствах проектов инновационного развития как динамика их реализации (раздел 3.2) и взаимозависимость результатов проектов, реализуемых различными фирмами (раздел 3.3).

3.2. ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ[1]

Аппарат дифференциальных уравнений и оптимального управления давно и успешно используется для построения моделей развития сложных систем [37, 40, 63]. Настоящий раздел посвящен формулировке и исследованию динамической модели смены технологий, в рамках которой ставится задача выбора инновационной политики [66, 67] (в какие моменты времени начинать разработку и/или внедрение той или иной новой технологии, включая принятие решений о целесообразности ее внедрения вообще) и инвестиционной политики [71] – каков оптимальный график инвестиций в новые технологии. Предлагаемая модель является достаточно общей – она применима для любого объекта (экономического агента, принимающего решение относительно инновационного развития) – начиная с уровня государства и заканчивая корпорацией или небольшой фирмой.

Рассмотрим следующую модель. Предположим, что рассматривается динамика развития $n \geq 1$ *технологий* (последовательно сменяющих друг друга технологических укладов [43, 65], инноваций – содержательный их смысл в рамках рассматриваемой модели одинаков) на *плановый горизонт* T, который фиксирован и считается известным. Динамика развития i-ой технологии (ее *жизненный цикл*) описывается следующим дифференциальным уравнением:

(1) $\dot{x}_i(t) = \{\gamma_i(x_{i-1}(t_i), u_i(t))\, x_i(t)\, [Q_i - x_i(t)]\}\, I(t \geq t_i)$,

где $I(\cdot)$ – функция-индикатор, $t \in [0; T]$, $u_i(\cdot)$ – управление (инвестиции), $Q_1 \leq Q_2 \leq \ldots \leq Q_n$ – известные *предельные уровни* развития технологий (технологические пределы[2]), $i \in N = \{1, 2, \ldots, n\}$ –

[1] *Авторы признательны проф. А.Г. Бутковскому и проф. Р.М. Нижегородцеву за ценные замечания и рекомендации по материалу настоящего раздела.*

[2] *Разность между «соседними» технологическими пределами характеризует технологический скачок.*

упорядоченному множеству технологий, $t_1 = 0 \le t_2 \le ... \le t_n \le T$ – конечная последовательность моментов «переключения» – перехода от одной технологии к следующей. Зададим начальные и конечные условия: $x_1(0) = x_0 \ge 0$, $x_i(t) = 0$, $t \in (t_{i+1}, T]$, $i \in \{1, 2,..., n-1\}$,
(2) $x_i(t_i) = \max\,[x_0, x_{i-1}(t_i) - q_i]$, $x_i(t) = 0$, $t \in (t_{i+1}, T]$, $i \in N$.

Содержательно, моменты времени $\{t_i\}_{i \in N}$ соответствуют «*переключению*» (переходу) на новую технологию, известные величины $\{q_i\}_{i \in N}$ – потерям, связанным с переходом, $u_i(\cdot) \ge 0$ – динамике изменения *ресурсов*, вкладываемых в развитие технологий, $i \in N$. Динамика i-ой технологии описывается *обобщенным логистическим уравнением* (1) [43, 44] со скоростью роста, описываемой известной функцией $\gamma_i(x_i(t_i), u_i(t))$, зависящей от уже достигнутого на предыдущем этапе уровня $x_i(t_i)$ развития (точнее – «стартового» для данного этапа уровня – см. (2)) и количества ресурсов $u_i(\cdot)$.

Траектория $x(t) = x_i(t)$, $t \in [t_i; t_{i+1})$, характеризует уровень развития технологий.

Определим достигнутый к концу планового горизонта T *уровень развития* технологий $X(T)$:
(3) $X(T) = \max\limits_{i \in N} \{x_i(T)\}$.

Пусть заданы:

- *функция «дохода»* $H(X(T))$, отражающая доход, получаемый в конце планового периода (зависящий от достигнутого уровня $X(T)$ развития технологий),

- *функционал «дохода»*

$$F(x(\cdot)) = \int_0^T f(x(t))dt,$$

отражающий доход, получаемый в процессе развития технологий;

-*функция затрат*

$$C(u(\cdot)) = \int_0^T \sum_{i \in N} u_i(t) e^{-\delta(t)t} dt,$$

где $\delta(t) \in (0; 1]$ – коэффициент дисконтирования, $u(\cdot) = (u_1(\cdot), u_2(\cdot), ..., u_n(\cdot))$ – вектор динамики ресурсов, который отражает ***инвестиционную политику***, $\Theta = (t_1 = 0 \le t_2 \le ... \le t_n \le T)$ –

вектор моментов времен смены технологий, который отражает ***инновационную политику***.

В функционале затрат множитель $e^{-\gamma(t)\,t}$ означает, что в промежутках между моментами технологических сдвигов действует так называемый закон убывающей производительности капитала (закон тенденции средней нормы прибыли к понижению), и моральный износ научно-технической информации в это время носит монотонно убывающий характер.

Наложим следующие *ограничения*:

(4) $u_i(t_i) \geq c_i$, $u_i(t) = 0,\ t \notin [t_i;\ t_{i+1}),\ i \in N$,

где константы $\{c_i \geq 0\}$ могут интерпретироваться как инвестиции в приобретение и/или начало внедрения соответствующих технологий.

Критерий эффективности можно записать в виде разности между доходом и затратами, тогда оптимизационная задача примет вид: максимизировать критерий эффективности выбором последовательности Θ смены технологий и вектора $u(\cdot)$ динамики ресурсов, то есть:

(5) $H(X(T)) + F(x(\cdot)) - C(u(\cdot)) \rightarrow \max\limits_{\Theta,\, u(\cdot)}$,

при условии, что динамика технологий описывается системой уравнений (1) с начальными условиями (2), а ресурсы удовлетворяют ограничению (4).

Альтернативой может быть использование рентабельности (эффективности) инвестиций:

(6) $\gamma(\Theta,\, u(\cdot)) = \dfrac{H(X(T)) + F(x(\cdot))}{C(u(\cdot))}$.

Введем следующее предположение: функции $\gamma_i(x_{i-1},\, u_i)$ не убывают по всем переменным, $\gamma_i(x_{i-1},\, 0) = 0$, $i \in N$; функция $H(\cdot)$ также является неубывающей. Содержательные интерпретации этих предположений очевидны.

Отметим, что частным случаем решения задачи (5) может являться реализация любого подмножества множества технологий N, что может происходить при совпадении соответствующих времен переключений.

Каждое из уравнений, входящих в систему (1), может быть решено независимо:

(7) $x_i(t, u_i(\cdot)) =$

$$\frac{x_i(t_i)\, Q_i\, I(t \ge t_i)}{[x_i(t_i) \int\limits_{t_i}^{t-t_i} \gamma_i(r_i, x_{i-1}(t_i), u_i(\tau) e^{\int\limits_{t_i}^{\tau} \gamma_i(r_i, x_{i-1}(t_i), u_i(\xi)) d\xi} d\tau + Q_i] e^{-\int\limits_{t_i}^{t-t_i} \gamma_i(r_i, x_{i-1}(t_i), u_i(\xi)) d\xi}},$$

$i \in N$.

Если $u_i(t) = u_i$ при $t \in [t_i; t_{i+1})$, $i \in N$, то из (7) получим набор логистических кривых (связанных соотношением (2)):

(8) $x_i(t, u_i) = \dfrac{x_i(t_i)\, Q_i\, I(t \in [t_i; t_{i+1}))}{x_i(t_i) + (Q_i - x_i(t_i)) e^{-\gamma_i(r_i, x_{i-1}(t_i), u_i) t}}$, $t \ge t_{i+1}$, $i \in N$.

Задача (5) является «аддитивной», так как в ней критерий эффективности представляет собой разность функционала от терминального значения траектории и функционала, зависящего от всей траектории, причем моменты переключений априори упорядочены. Поэтому данная задача может быть отнесена к классу задач оптимального управления [5, 35]с фазовыми координатами, разрывными во внутренних точках [7]. Для ее решения, в случае известных моментов переключений, могут быть использованы известные методы [18], в общем же случае следует сначала искать оптимальные управления при фиксированных моментах переключений, а затем – применять метод динамического программирования для поиска моментов переключения при условии, что оптимальные инвестиции между моментами переключений ищутся из решения соответствующих задач оптимального управления.

Решение задачи (5) в ряде случаев может быть получено численно, что позволяет, во-первых, при заданных исходных данных находить оптимальную инновационную и инвестиционную политику (см. пример ниже). Во-вторых, появляется возможность посредством имитационного моделирования анализировать различные политики, оценивать их эффективность, сравнивать между собой и т.д. Кроме того, отметим, что в предложенной модели фигурирует достаточно много параметров, поэтому, опуская часть из них, можно получать более простые модели, вводя для которых содержательно интерпретируемые предположения, можно получать аналитические решения (см. (8)).

Итак, в предложенной модели фигурируют следующие параметры[1].

<u>1. Характеристики технологий:</u> $\{q_i, c_i, Q_i, \gamma_i(\cdot)\}$, где q_i – одномоментные потери (или выигрыш) в уровне развития технологий, связанные с внедрением новой технологии, c_i – инвестиции в новую технологию, Q_i – максимальный уровень ее развития (технологический предел), $\gamma_i(\cdot)$ – зависимость скорости развития от инвестиций и характеристик объекта, внедряющего новые технологии, $i \in N$.

<u>2. Характеристики объекта:</u> x_0 – начальный уровень развития технологий, T – горизонт планирования.

<u>3. Характеристика внешней среды:</u> $\delta(t)$ – коэффициент дисконтирования.

Задача (6) заключается в совместном (!) выборе инновационной политики (в какие *моменты времени* начинать внедрение той или иной новой технологии, включая принятие решений о целесообразности ее внедрения вообще) и инвестиционной политики – каков оптимальный *график инвестиций* в новые технологии.

Содержательные интерпретации задачи (6) могут быть самыми разными – начиная от анализа государственной политики стимулирования инновационного развития экономики, отраслей и отдельных предприятий, и заканчивая выбором фирмой стратегии своего инновационного развития. Приведем иллюстративный пример.

<u>Пример 5.</u> Пусть $n = 2$, $T = 100$, $x_0 = 0{,}1$, $Q_1 = 1$, $Q_2 = 3$, $q_2 = 0$, $\delta = 1$, $H(X) = 100\,X^2$, $F(\cdot) \equiv 0$, $u_1 = Const$, $u_2 = Const$, $\gamma_1 = 20\,u_1\,x_0$, $\gamma_2 = 3\,u_2\,x_2(t_2)$, где $x_2\,(t_2) = x_1(t_2 - 1) - q_2$. Оптимальное решение приведено на Рис. 4 (пунктирная линия соответствует динамике первой технологии, непрерывная – второй).

[1] *Разбиение параметров на группы достаточно условно, так как в зависимости от моделируемой ситуации один и тот же параметр может быть отнесен к различным группам.*

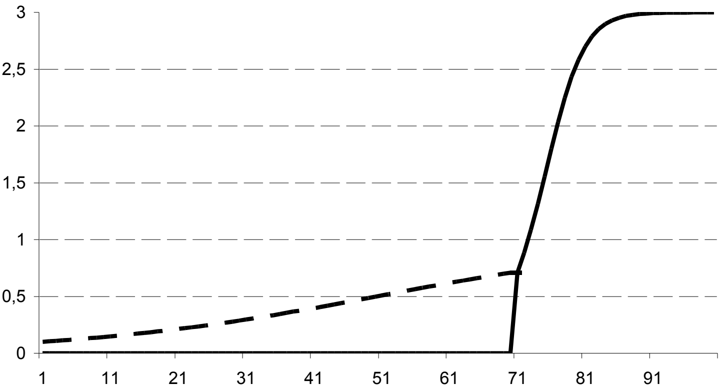

Рис. 4. Оптимальное решение $u_1 = 0{,}022$; $u_2 = 0{,}051$, $t_2 = 71$ (параметры модели: $q_2 = 0$, $x_0 = 0{,}1$)

Расчеты производились в MS Excel (модуль «Поиск решения»), поэтому уверенности, что найдено оптимальное (а не локально оптимальное) решение, нет. Более того, рассматриваемая задача является существенно невыпуклой, поэтому ее решения не устойчивы по параметрам модели (начальным данным).

Изменим $q_2 = 0{,}4$, $x_0 = 0{,}3$. Оптимальное решение приведено на Рис. 5.

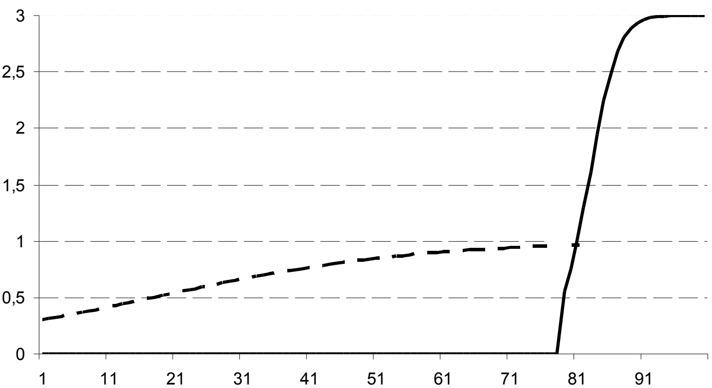

Рис. 5. Оптимальное решение $u_1 = 0{,}008$; $u_2 = 0{,}087$, $t_2 = 79$ (параметры модели: $q_2 = 0{,}4$, $x_0 = 0{,}3$)

Изменим теперь $\gamma_1 = 6\ u_1\ x_0,\ \gamma_2 = 0{,}01\ u_2\ x_2(t_2),\ x_0 = 0{,}1,\ q_2 = 0{,}2$. Оптимальное решение приведено на Рис. 6.

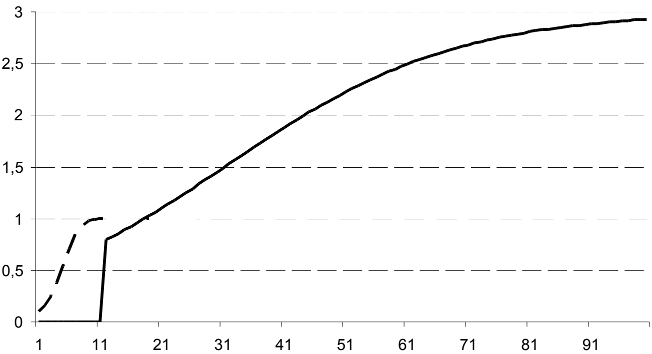

Рис. 6. Оптимальное решение $u_1 = 1{,}123$; $u_2 = 2{,}222$, $t_2 = 12$ (параметры модели: $q_2 = 0{,}2$, $x_0 = 0{,}1$)

Если уменьшить, например, в 100 раз по сравнению с предыдущим случаем, скорость γ_2 второй технологии, то окажется, что ее реализовывать вообще не выгодно – оптимальное решение приведено на Рис. 7.

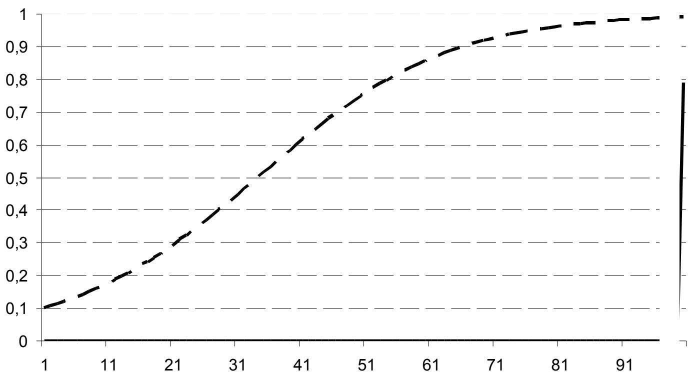

Рис. 7. Оптимальное решение $u_1 = 0{,}113$; $u_2 = 0$, $t_2 = 100$ (параметры модели: $q_2 = 0{,}2$, $x_0 = 0{,}1$)

Таким образом, в настоящем разделе рассмотрена динамическая модель смены технологий, в рамках которой сформулирована задача совместного выбора инновационной и инвестиционной политики. Перспективными представляются следующие направления дальнейших исследований (помимо численной реализации методов решения задачи (5) и получения для нее условий оптимальности).

1. Анализ чувствительности – изучение зависимости оптимального решения от начальных данных и параметров модели.

2. Введение неопределенности – получение решения, оптимального в условиях априорной неопределенности относительно различных параметров модели.

3. Сценарный анализ – исследование свойств оптимальных решений в зависимости от предположений, вводимых относительно диапазонов значений параметров модели (обобщение пп. 1 и 2). Данный этап является существенным, так как необходимо различать предпосылки и следствия из них – бессмысленно сравнивать различные стратегии инвестиций в новейшие технологические уклады и сценарии их развития, если в их основе лежат отличающиеся между собой оценки эффективности инвестиций.

4. Обобщение результатов пп. 1-3 на случаи, когда динамика развития технологий описывается другим дифференциальным уравнением, нежели (1) – постановка задачи при этом сохранится.

5. Управление портфелем технологий – обобщение модели на случай выбора из нескольких технологий в момент переключения, причем множество альтернатив на каждом шаге может зависеть от множества уже реализованных технологий.

В последнем случае теряется аддитивный характер задачи и, соответственно, усложняются методы ее решения. Но, появляются и новые возможности – например, допуская зависимость q_i от c_i, $i \in N$, получаем возможность анализировать различные стратегии – ориентацию на приобретение технологий (имитационный характер деятельности) или на собственные новации (инновационный характер деятельности), или на разработку и внедрение уже имеющихся технологических решений (стратегия «подхватывания» – catching up) и т.д.

6. Следующим этапом может служить разработка и исследование игровой модели, в которой имеются несколько агентов и отдача от инвестиций в новые технологии каждого зависит от действий его конкурентов.

3.3. КОНКУРЕНЦИЯ НА РЫНКЕ ИННОВАЦИЙ[1]

В настоящем разделе рассматривается следующая модель. Имеются несколько экономических *агентов*, каждый из которых принимает (одновременно с другими агентами и независимо от них) решения об инвестициях в новые технологии [29, 41]. В фиксированный и известный всем агентам момент времени тот агент, который достиг наилучших результатов – назовем его «*победитель*», получает фиксированный доход – например, продает результаты разработок, или выходит на рынок производства и сам становится монополистом в развиваемом им продукте. Остальные агенты не получают ничего, то есть их затраты произведены впустую. Требуется найти равновесие игры агентов.

Обозначим $N = \{1, 2,..., n\}$ – множество агентов. Агент номер i выбирает свое *действие* $y_i \geq 0$ – уровень развития технологии. Действительнозначные функции затрат агентов $\{c_i(y_i)\}_{i \in N}$ известны всем агентам.

Обозначим

(1) $x(y) = \max\limits_{i \in N} \{y_i\}$,

где $y = (y_1, y_2, ..., y_n)$ – вектор действий агентов. Содержательно (1) характеризует наилучший *результат*, достигнутый агентами. Агента с номером $k(y) = \arg \max\limits_{i \in N} \{y_i\}$, которым достигнут этот результат, назовем победителем. Если максимальный результат достигнут одновременно несколькими агентами, то будем считать, что априори известна процедура, в соответствии с которой из них выбирается единственный победитель. Например, условимся, что побеждает агент с бóльшим номером. Можно также полагать, что если победителей несколько, то они делят между собой вознаграж-

[1] *Раздел написан совместно с М.Б. Искаковым.*

дение поровну. Однако в последнем случае устойчивого равновесия взаимодействия агентов не существует.

Пусть задана действительнозначная функция $H(x)$. Ее содержательная интерпретация такова – победитель получает доход $H(x)$, зависящий от результата (1). Проигравшие агенты не получают ничего.

То есть, выигрыш победителя равен $H(x) - c_k(x)$, а выигрыши проигравших равны их затратам, взятым со знаком минус:

$$(2)\ f_i(y) = \begin{cases} H(x) - c_k(x), \text{если}\, i = k(y) \\ -c_i(y_i), \qquad \text{если}\, i \neq k(y) \end{cases},\ i \in N.$$

Введем следующие предположения.

А.1. Функции затрат агентов непрерывны и строго возрастают.

А.2. Затраты от выбора нулевого действия равны нулю.

А.3. Существует упорядочение агентов, такое, что

$$(3)\ \forall y > 0\ \ c_1(y) > c_2(y) > \ldots > c_n(y).$$

В.1. $H(\cdot)$ – непрерывная неубывающая положительнозначная функция.

В.2. $\exists y^+ > 0,\ y^+ < +\infty\text{:}\ \forall z \geq y^+\ \ H(z) < \min_{i \in N} c_i(z)$.

В.3. $\forall x \geq 0\ \ H(x) = h$.

В ходе дальнейшего изложения будем каждый раз обговаривать, какая из комбинаций предположений считается выполненной (естественно, при разных предположениях получаются различные результаты). Сначала рассмотрим наиболее частный случай (когда все предположения считаются выполненными), затем будем последовательно отказываться от части предположений.

Итак, имеем игру агентов в нормальной форме [26]: множество агентов N, их целевые функции (2) и множества допустимых действий заданы; считаем, что агенты производят свой выбор однократно, одновременно и независимо, а описание игры является общим знанием [58] среди агентов. Задача заключается в нахождении решения (равновесия) игры агентов.

Прежде чем приступать к решению данной задачи, сделаем ряд качественных замечаний.

С одной стороны, рассматриваемая модель близка к задаче синтеза оптимальной *соревновательной системы стимулирования*, исследованию которой посвящена многочисленная литература

[48, 55, 62, 70]. В соревновательных системах стимулирования управляющий орган – центр – фиксирует процедуру сравнительной оценки деятельности агентов, задает число классов и число мест в каждом из классов, а также величины поощрений агентов, попавших в тот или иной класс. Таким образом, в соревновательных системах стимулирования индивидуальное поощрение агента зависит не столько от абсолютной величины выбранного им действия, а определяется тем местом, которое он занял в упорядочении показателей деятельности всех агентов. Следует отметить, что теоретико-игровой анализ соревновательных систем стимулирования гораздо более сложен и трудоемок, нежели, чем «обычных» или нормативных [55] систем стимулирования. Основная сложность заключается в том, что при использовании принципа «конкурса» у агентов не существует равновесных по Нэшу стратегий, следовательно, возникает необходимость введения гипотез о поведении элементов [55, 62] и искусственного построения множества решений игры. Одним из возможных вариантов является следующий (используемый в настоящей работе) – следует проверять *условие «угроз»* [55, 62]: произвольный агент не может быть спокоен до тех пор, пока другой агент может угрожать ему изменением своей стратегии.

Определение. *Угрозой агенту* называется такая игровая ситуация, при которой какой-либо из его партнеров может изменить свою стратегию, увеличив при этом свой выигрыш и одновременно уменьшив выигрыш того, кому он угрожает. *Равновесием в безопасных стратегиях* в таком случае будет такой набор стратегий, при отклонении от которого в одиночку, любой игрок или уменьшает значение своего выигрыша, или попадает в угрожающее ему состояние [30].

С другой стороны, рассматриваемая модель близка к модели *аукциона*, для которой обычно используется равновесие Байеса-Нэша [77, 81]. Можно также искать равновесие в смешанных стратегиях [81]. Рассмотрение упомянутых типов равновесий представляется интересной с точки зрения будущих исследований задачей. В настоящей работе ограничимся равновесиями в безопасных стратегиях (РБС), далее под термином «равновесие» подразумевая именно РБС.

Рассмотрим сначала случай, когда выполнены предположения А.1-А.3 и В.1-В.3. Тогда победителем является агент с номером n. Фиксируем $h > 0$ и обозначим

(4) $x_i(h) = c_i^{-1}(h),\ i \in N$,

где $c_i^{-1}(\cdot)$ – функция, обратная функции затрат i-го агента (эта функция существует в силу предположения А.1). Из предположения А.3 следует, что

(5) $\forall h > 0\ \ x_1(h) < x_2(h) < \ldots < x_n(h)$.

Обозначим РБС через y^*. В рассматриваемом случае равновесие зависит от размера вознаграждения h, то есть $y^* = y^*(h) = (y_1^*(h),\ y_2^*(h), \ldots,\ y_n^*(h))$. Из определения РБС (см. условие отсутствия угроз выше) и теоремы 5.2.1 [55] получаем справедливость следующего утверждения.

<u>Утверждение 1.</u> Пусть выполнены предположения А.1-А.3 и В.1-В.3. Тогда:

а) существует РБС, такое, что:

(6) $\forall i \neq n\ \ y_i^*(h) = 0;\ y_n^*(h) = x_{n-1}(h) + \varepsilon$,

где

(7) $\varepsilon \in (0;\ x_n(h) - x_{n-1}(h))$;

б) зависимость соответствующего равновесию результата x^* от вознаграждения h имеет вид:

(8) $x^*(h) = x_{n-1}(h) + \varepsilon$.

Если ввести гипотезу, что агент, получающий в результате победы нулевую полезность, предпочтет выбирать нулевое действие, то можно положить константу ε равной нулю. Эту гипотезу будем считать выполненной в дальнейшем (в противном случае можно считать ε сколь угодно близкой к нулю).

Содержательно утверждение 1 означает, что победителем будет агент с минимальными затратами – который за фиксированное вознаграждение может добиться максимального результата (при условии неотрицательности его целевой функции, то есть – в рамках предположения А.2 – при условии, что затраты не превышают вознаграждения). Он выберет такое действие, чтобы ему не мог угрожать ни один другой агент. А угрожать ему может, в первую очередь, предыдущий в упорядочении затрат агент. Поэтому победитель, стремясь минимизировать свои затраты, выберет действие $x_{n-1}(h)$, на котором обращается в ноль выигрыш угрожающего ему агента. Этот качественный принцип определения РБС справедлив и при более слабых предположениях – см. ниже.

Откажемся теперь от предположения А.3. Фиксируем $h > 0$. Перенумеруем агентов таким образом, чтобы больший номер соответствовал большему значению величины (4):

$$i_1(h) < i_2(h) < \ldots < i_n(h).$$

Если оказывается, что у нескольких агентов величина (4) одинакова, то упорядочиваем этих агентов в порядке возрастания их номера в исходном упорядочении. В результате получим упорядочение

(8) $\forall h > 0 \quad x_{i_1(h)}(h) \le x_{i_2(h)}(h) \le \ldots \le x_{i_n(h)}(h)$.

<u>Утверждение 2.</u> Пусть выполнены предположения А.1-А.2 и В.1-В.3. Тогда:

а) существует РБС, такое, что:

(9) $\forall i \ne i_n(h) \quad y_i^*(h) = 0; \; y_{i_n(h)}^*(h) = x_{i_{n-1}(h)}(h)$;

б) зависимость соответствующего равновесию результата x^* от вознаграждения h имеет вид:

(10) $x^*(h) = x_{i_{n-1}(h)}(h)$.

в) зависимость (10) результата от размера вознаграждения является монотонной непрерывной функцией.

Для обоснования справедливости пунктов а) и б) утверждения 2 достаточно проверить, что (9) удовлетворяет условию отсутствия угроз. Справедливость пункта в) следует из предположения А.1 и определения упорядочения (8).

Рассмотрим иллюстративный пример.

<u>Пример 6.</u> Пусть $n = 3,\; c_1(y) = 0{,}3\, x^2,\; c_2(y) = y,\; c_3(y) = 2{,}5\sqrt{y}$. Графики функций затрат приведены на Рис. 8.

При $h < 3{,}3(3)$ – см. точку А на Рис. 8 (неравенство строгое, так как при $h = 3{,}3(3)$ имеются два претендента на роль победителя – первый и второй агенты – и выбирается второй агент, так как он имеет больший номер) – победителем является первый агент, а выбираемое им действие определяется функцией затрат второго агента (то есть $i_1 = 3,\; i_2 = 2,\; i_3 = 1$). Например, при $h = 2$ получаем:

$x^*(2) = y^*_{i_n(2)}(2) = y^*_1(2) = 2$. Второй и третий агент при этом выбирают нулевые действия.

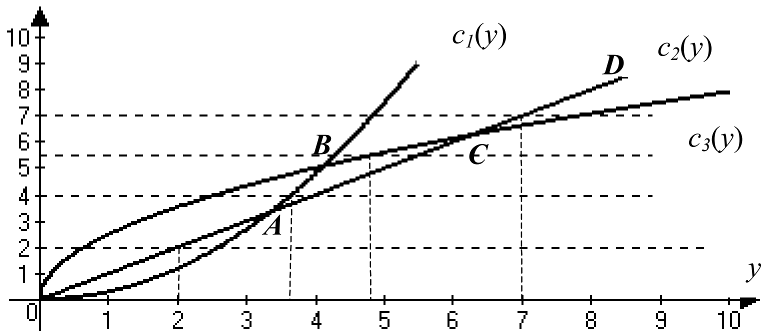

Рис. 8. График функций затрат в примере 6

При $3{,}3(3) \leq h \leq 5{,}08$ – см. точки A и B на Рис. 8 – победителем является второй агент, а выбираемое им действие определяется функцией затрат первого агента (то есть $i_1 = 3,\ i_2 = 1,\ i_3 = 2$). Например, при $h = 4$ получаем: $x^*(4) = y^*_{i_n(4)}(4) = y^*_2(4) = 3{,}65$. Первый и третий агент при этом выбирают нулевые действия.

При $5{,}08 \leq h < 6{,}28$ – см. точки B и C на Рис. 8 – победителем по-прежнему является второй агент, но выбираемое им действие определяется уже функцией затрат третьего агента (то есть $i_1 = 1,\ i_2 = 3,\ i_3 = 2$). Например, при $h = 5{,}5$ получаем: $x^*(5{,}5) = y^*_{i_n(5{,}5)}(5{,}5) = y^*_2(5{,}5) = 4{,}84$. Первый и третий агент при этом выбирают нулевые действия.

При $h > 6{,}28$ – см. точку C на Рис. 8 – победителем является третий агент, а выбираемое им действие определяется функцией затрат второго агента (то есть $i_1 = 1,\ i_2 = 2,\ i_3 = 3$). Например, при $h = 7$ получаем: $x^*(7) = y^*_{i_n(7)}(7) = y^*_3(7) = 7$. Первый и второй агент при этом выбирают нулевые действия.

Таким образом, зависимость (10) результата $x^*(h)$ от размера вознаграждения h в рассматриваемом примере определяется кривой 0ABCD.

В заключение рассмотрения примера отметим, что «смена победителя» определяется точками пересечения функций затрат. Если выполнено предположение А.3, то победитель одинаков при любых вознаграждениях. Если это предположение не выполнено, то победитель определяется, в том числе, размером вознаграждения. Данное свойство является хорошей иллюстрацией «субъективности» конкурсов, тендеров и т.д. – варьируя величину h, организатор конкурса в рассматриваемом примере может «сделать победителем» любого агента. •

Утверждение 2 справедливо в рамках предположений А.1-А.2 и В.1-В.3. Откажемся теперь от предположения В.3 (отказ от предположений А.1 и/или В.1 существенно усложнит анализ, так как число возможных вариантов станет невообразимо велико; предположение В.2 является достаточным для существования РБС, если выполнены предположения А.1 и В.1; возможность отказа от предположения А.2 обсуждается ниже).

Обозначим

(11) $y_i^{\max} = \max \{y \geq 0 \mid H(y) \geq c_i(y)\},\ i \in N,$

(12) $k^* = \arg \max\limits_{i \in N} y_i^{\max}$.

В силу предположения В.2 выполнено: $y_i^{\max} \leq y^+ < +\infty,\ i \in N$. Если выполнено предположение А.3, то величины (11) упорядочены в соответствии с исходной нумерацией агентов, и $k^* = n$.

Перенумеруем агентов таким образом, чтобы больший номер соответствовал большему значению величины (11): $j_1 < j_2 < \ldots < j_n$. Если оказывается, что у нескольких агентов величина (11) одинакова, то упорядочиваем этих агентов в порядке возрастания их номера в исходном упорядочении. В результате получим упорядочение

(13) $y_{j_1}^{\max} \leq y_{j_2}^{\max} \leq \ldots \leq y_{j_n}^{\max}$.

<u>Утверждение 3.</u> Пусть выполнены предположения А.1, А.2, В.1 и В.2. Тогда:

а) существует РБС, такое, что: $\forall\, i \neq j_n\ \ y_i^* = 0$;

(13) $y_{j_n}^* = \arg \max\limits_{y \in [y_{j_{n-1}}^{\max};\, y_{j_n}^{\max}]} [H(y) - c_{j_n}(y)]$.

б) равновесию соответствует результат $x^* = y^*_{j_n}$.

Для обоснования справедливости утверждения 3 достаточно проверить, что (11) удовлетворяет условию отсутствия угроз.

Пример 7. Пусть $n = 2$, $c_1(y) = y^2$, $c_2(y) = y^2/2$, $H(x) = x$. Тогда выполнено предположение А.3 и $j_1 = 1$, $j_2 = 2$, $k = 2$, $y^{\max}_{j_1} = 1$, $y^{\max}_{j_2} = 2$, $x^* = y^*_{j_2} = 1$. •

Выше считалось, что функции затрат агентов и зависимость вознаграждения от результата был общим знанием среди агентов. Рассмотрим теперь, что произойдет, если отказаться от этого предположения. Другими словами, будем решать обратную задачу – при каких информированностях агентов, фиксированный результат является субъективным (информационным) равновесием [58] их игры.

Будем теперь считать, что выполнены предположения А.1-А.3 и В.1-В.3 и, кроме того, положим, что функции затрат агентов имеют вид:

(14) $c_i(y_i) = r_i\, c(y_i),\ i \in N$,

где $c(\cdot)$ – монотонно возрастающая непрерывная функция, равная нулю в нуле, а строго положительные константы $\{r_i\}_{i \in N}$ – *типы* агентов – упорядочены следующим образом:

(15) $r_1 > r_2 > \ldots > r_n$.

Обозначим $\xi(\cdot)$ – функцию, обратную функции $c(\cdot)$. Из утверждения 1 получаем, что, если параметры функции затрат (15), функция $c(\cdot)$ и размер вознаграждения являются общим знанием, то победителем является агент с номером n и он выбирает действие

(16) $x^*(h) = \xi(h / r_{n-1})$.

Предположим теперь, что функция затрат $c(\cdot)$ является общим знанием, каждый агент знает свой тип, а относительно типов оппонентов и размера вознаграждения имеет некоторые представления.

Обозначим $r_{ij} > 0$ – представления i-го агента о типе j-го агента, $r_{ii} = r_i$, h_i – его представления о размере вознаграждения, $i, j \in N$. Рассмотрим несколько случаев информированности агентов о результатах игры, и исследуем, какие представления агентов будут стабильны [57] – то есть таковы, что агенты будут наблюдать тот результат игры, на который они рассчитывали в рамках своих субъективных представлений.

Случай 1. Предположим, что агенты после выбора своих действий наблюдают, кто стал победителем (узнают номер агента, ставшего победителем), но им не известно, какие действия выбрали агенты, и какое вознаграждение получил победитель. То есть они наблюдают только число $k \in N$.

Тогда стабильными являются (независимо от представлений о размере вознаграждения) представления агентов о типах оппонентов, удовлетворяющие следующей системе неравенств (отражающей субъективное выполнение неравенства $r_k \leq r_i$ для всех $i \leq k$ и $r_k < r_j$ для всех $j > k$):

(17) $\forall j \leq k \;\; r_{ik} \leq r_{ij}, \;\; \forall j > k \;\; r_{ik} < r_{ij}, \; i \in N.$

Минимальной является структура информированности [58], при которой i-ый агент субъективно считает представления $\{r_{ij}\}_{j \in N}$ общим знанием среди агентов, $i \in N$. То есть, все агенты должны быть уверены, что минимальный тип имеет k-ый агент, и этот факт должен быть субъективным общим знанием с точки зрения каждого агента.

Случай 2. Предположим, что агенты после выбора своих действий наблюдают, кто стал победителем (узнают номер агента, ставшего победителем), и какое вознаграждение получил победитель, но им не известно, какие действия выбрали агенты. То есть они наблюдают число $k \in N$ и число $h > 0$ (отметим, что наблюдается реальное вознаграждение).

Тогда стабильными являются совпадающие с истиной представления о размере вознаграждения:

(18) $h_i = h, \; i \in N,$

и представления агентов о типах оппонентов, удовлетворяющие системе неравенств (17).

Случай 3. Предположим, что агенты после выбора своих действий наблюдают, кто стал победителем (узнают номер агента, ставшего победителем), и какое действие x он выбрал, но им не известно, какое вознаграждение получил победитель, и какие действия выбрали проигравшие агенты. То есть они наблюдают число $k \in N$ и число $x > 0$.

Тогда стабильными являются представления агентов о типах оппонентов, которые, во-первых, удовлетворяют системе неравенств (17). Во-вторых, эти представления должны быть таковы, чтобы они «объясняли» в соответствии с (16) наблюдаемое действие победителя. Для этого должно быть выполнена система соотношений

(19) $\xi\left(\dfrac{h_i}{\max\limits_{j \neq k} \{r_{ij}\}}\right) = x,\ i \in N.$

<u>Случай 4.</u> Предположим, что агенты после выбора своих действий наблюдают, кто стал победителем (узнают номер агента, ставшего победителем), какое действие x он выбрал, какое вознаграждение получил победитель, но им неизвестно, какие действия выбрали проигравшие агенты. То есть они наблюдают число $k \in N$, число $h > 0$ и число $x > 0$. Объединяя второй и третий случаи, получаем, что должны быть выполнены соотношения (17), (18) и (19).

<u>Случай 5.</u> Предположим, что агенты после выбора своих действий наблюдают, кто стал победителем (узнают номер агента, ставшего победителем), какое действие x он выбрал, какие действия y^* выбрали все агенты (очевидно, $y_k^* = x$), но им неизвестно какое вознаграждение получил победитель. То есть они наблюдают число $k \in N$ и вектор y^*.

Тогда стабильными будут представления, удовлетворяющие соотношениям (17), (19), а наблюдаемые действия проигравших агентов должны быть равны нулю:

(20) $y_i^* = 0,\ i \in N \setminus \{k\}.$

Для того, чтобы (20) было РБС субъективной игры каждого агента, независимо от представлений о размере вознаграждения, достаточно выполнения соотношений (17).

<u>Случай 6.</u> Предположим, что агенты после выбора своих действий наблюдают значения всех параметров, то есть, узнают, кто стал победителем, какие действия y^* выбрали все агенты, и какое вознаграждение получил победитель. То есть они наблюдают только число $k \in N$, число $h > 0$ и вектор y^*. Объединяя четвертый

и пятый случаи, получаем, что должны быть выполнены соотношения (17), (18) и (19).

Сформулируем результаты исследования приведенных выше шести случаев в виде следующего утверждения.

Утверждение 4. В зависимости от наблюдаемых агентами результатов их игры, стабильными являются представления, удовлетворяющие условиям, приведенным в Табл. 1 («плюс» соответствует наблюдаемости параметра, «минус» – ненаблюдаемости).

Табл. 1. Условия стабильности при различных наблюдаемых результатах

№	Номер победителя (k)	Размер вознаграждения (h)	Действие победителя (x)	Действия всех агентов (y^*)	Условия стабильности
1	+	–	–	–	(17)
2	+	+	–	–	(17), (18)
3	+	–	+	–	(17), (19)
4	+	+	+	–	(17)-(19)
5	+	–	+	+	(17), (19)
6	+	+	+	+	(17)-(19)

Перечислим перспективные направления исследований моделей конкуренции на рынке инноваций.

Во-первых, одним из перспективных направлений дальнейших исследований представляется рассмотрение неопределенности (интервальной, вероятностной или нечеткой) относительно параметров модели – функций затрат агентов и размеров вознаграждений.

Во-вторых, возможно ослабление предположений А.1, А.2, В.1 и В.2 – например, рассмотрение разрывных функций затрат, а также разрывных и/или немонотонных функций вознаграждения.

В-третьих, представляют интерес случаи, когда результаты деятельности каждого агента зависят не только от его действий, но и от действий его оппонентов, а также когда агенты могут образовывать коалиции.

И, наконец, в-четвертых, возможно рассмотрение динамических моделей, когда достижение результата представляет собой управляемый агентом динамический процесс, причем момент «выхода на рынок» может также выбираться агентом.

4. МЕХАНИЗМЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСА МЕЖДУ ФИРМАМИ

В настоящем разделе рассматриваются модели и методы распределения ресурса фонда между фирмами. Основной акцент делается на изучении роли неопределенности относительно будущих результатов реализации проектов инновационного развития (раздел 4.1) и исследовании механизмов смешанного финансирования (раздел 4.2).

4.1. РОЛЬ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Наверное наиболее распространенным классом механизмов распределения ресурса являются конкурсные механизмы. Общая идея любого конкурса заключается в следующем – претенденты упорядочиваются на основании имеющейся о них информации (как объективной, так и сообщаемой самими претендентами), затем победителем (или победителями) объявляется претендент, занявший первое место (или, соответственно, несколько первых мест – в зависимости от условий конкурса). Возникающая при этом проблема заключается в том, что участники конкурса могут искажать сообщаемую информацию, то есть манипулировать ею с целью войти в число победителей.

Различают дискретные и непрерывные конкурсы. В первом случае претенденту требуется вполне определенное количество ресурса и любое меньшее количество ресурса его не удовлетворяет – приводит к нулевому эффекту (например, не позволяет реализовать проект, выпустить изделие и т.д.). В случае же непрерывных конкурсов претендент, получая ресурс в количестве, меньше запрашиваемого, может получить эффект, отличный от нуля. Примером такой ситуации является пропорциональная зависимость между эффектом и ресурсом (эффективность постоянна).

Изучению конкурсных механизмов посвящено значительное число работ – см., например [11, 16, 17, 54], и известные результаты можно и нужно использовать при разработке механизмов финансирования проектов инновационного развития фирм. Однако ниже основное внимание уделяется анализу свойств механизмов распределения ресурса, обусловленных, во-первых, целенаправленностью поведения агентов (возможностью искажения ими сообщаемой центру информации) и, во-вторых, возможной неопределенностью относительно результатов реализации проектов.

Рассмотрим, следуя [16, 53], постановку задачи распределения ресурса в двухуровневой организационной системе (фонд – фирмы). Пусть в распоряжении центра (фонда) имеется ресурс в фиксированном количестве. Стандартная постановка задачи распределения ресурса подразумевает нахождение такого его распределения между агентами (фирмами), которое максимизировало бы некоторый критерий эффективности – например, суммарную эффективность использования ресурса агентами. Если эффективность использования ресурса агентами не известна центру, то он вынужден использовать сообщения агентов, например, о требуемых им количествах ресурса. Понятно, что, если имеется дефицит ресурса, то возникает проблема манипулируемости – агенты могут сообщать центру недостоверную информацию, стремясь получить оптимальное для себя количество ресурса.

Пусть центр использует непрерывную и строго монотонную процедуру распределения ресурса (инвестиций), отображающую вектор заявок агентов (или их типов, если последние достоверно известны центру) в вектор количеств ресурса, выделяемого агентам, и удовлетворяющую следующим свойствам:

1. Весь ресурс распределяется полностью;

2. Если агент при данной процедуре получил некоторое количество ресурса, то он всегда может получить любое меньшее количество;

3. Если количество ресурса, распределяемое центром между заданным множеством агентов, увеличивается, то каждый из агентов из этого множества при той же процедуре распределения в равновесии получит не меньше, чем при прежнем количестве ресурса.

Перечисленные выше свойства механизма распределения ресурса представляются достаточно естественными. Действительно, этим свойствам удовлетворяют большинство используемых на практике механизмов.

В монотонных механизмах распределения ресурса равновесие Нэша игры агентов имеет следующую структуру:

1) агенты, получающие в равновесии ресурс в количестве, меньшем необходимого, сообщают максимально возможные заявки;

2) если в равновесии агент сообщает заявку, строго меньшую максимально возможной, то он получает оптимальное для себя количество ресурса.

Известен следующий факт [11, 16, 50] – для любого механизма распределения ресурса, удовлетворяющего введенным предположениям, существует эквивалентный прямой (неманипулируемый) механизм не меньшей эффективности. Значит, оптимальный механизм содержится в классе неманипулируемых механизмов, то есть, строя механизм, в котором все агенты сообщают правду, центр не теряет эффективности.

Завершив краткий качественный обзор известных свойств механизмов распределения ресурса, перейдем к учету роли неопределенности, а именно, попытаемся учесть априорную неопределенность результатов реализации инновационных проектов. Единственной известной на сегодняшний день работой, в которой учитывается неопределенность относительно количества распределяемого ресурса, является [10]. В ней строятся оценки гарантированных и ожидаемых выигрышей центра и агентов в условиях интервальной и вероятностной неопределенности.

Рассмотрим следующую модель. Пусть эффект от реализации инновационного проекта i-ым агентом равен $h_i(c_i, r_i)$, задана пропорция $\beta \in (0; 1)$, в которой агент и центр (фонд) делят этот эффект: центр получает βh_i, а $(1 - \beta) h_i$ остается у агента (то есть $d_i = \beta h_i(c_i, r_i)$), $i \in N$.

Если у центра имеется ресурс R, а функции эффекта являются общим знанием, то оптимальный с точки зрения центра механизм распределения ресурса определяется в результате решения следующей задачи условной оптимизации:

(1) $\beta \sum_{i \in N} h_i(c_i, r_i) \to \max_{\mathbf{c}}$,

при

(2) $\sum_{i \in N} c_i \le R$.

Предположим, что функции эффекта $h_i(\cdot)$ – непрерывны, возрастают и вогнуты по c_i, $i \in N$, тогда решение задачи (1)-(2) существует, единственно и в оптимальном решении условие (2) выполняется как равенство. Кроме того, оптимальное решение эффективно по Парето (максимизирует сумму целевых функций центра и всех агентов).

В дискретном случае – когда проект инновационного развития i-ой фирмы требует затрат ровно s_i и дает эффект H_i, задача распределения ресурса в условиях полной информированности сводится к задаче о ранце:

(3) $\beta \sum_{i \in N} H_i x_i \to \max_{\{x_i \in \{0;1\}\}_{i \in N}}$,

при

(4) $\sum_{i \in N} s_i x_i \le R$.

Решение задач (1)-(2) или (3)-(4) позволяет в условиях полной информированности найти оптимальный механизм распределения ресурса, а в случае неполной информированности – вид этого механизма (с точностью до неизвестных центру параметров), который может использоваться в процедурах распределения ресурса, основывающихся на сообщаемой агентами центру информации.

Пример 8. Пусть $h_i(c_i, r_i) = 2\, r_i \sqrt{c_i}$, $i \in N$. Тогда решение задачи (1)-(2) имеет вид:

(5) $c_i^* = \dfrac{r_i^2\, R}{\sum_{j \in N} r_j^2}$, $i \in N$,

то есть оптимальным является распределение ресурса пропорционально квадратам типов агентов. Если типы агентов неизвестны центру, то возможной процедурой распределения ресурса является его распределение пропорционально квадратам сообщаемых агентами оценок своих типов.

Отметим, что механизм распределения ресурса (5) удовлетворяет свойствам 1-3, приведенным выше, и, следовательно, является неманипулируемым. •

Предположим теперь, что центр не имеет полной информации об эффекте реализации проектов – он знает функции принадлежности $\mu_{\tilde{h}_i}(c_i, r_i, h_i)$ нечеткого эффекта $\tilde{h}_i$, где

$$\mu_{\tilde{h}_i} : \Re^1_+ \times \Omega_i \times \Re^1_+ \to [0;\ 1],\ i \in N.$$

То есть имеет место нечеткая неопределенность – при фиксированных c_i и r_i функция $\mu_{\tilde{h}_i}(c_i, r_i, \cdot)$ отражает степень принадлежности эффекта $h_i \geq 0$ нечеткому множеству $\tilde{h}_i$, $i \in N$. Нечеткие оценки результатов реализации инновационных проектов могут быть получены, например, путем опроса экспертов.

В соответствии с принципом обобщения Беллмана-Заде [59] получаем следующее значение функции принадлежности нечеткого выигрыша фонда в зависимости от вектора распределения ресурса:

(6) $$\mu_{\tilde{\Phi}}(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{r}, \Phi) = \sup_{\{\mathbf{h} \geq 0 \mid \beta \sum_{j \in N} h_j = \Phi\}} \ \min_{i \in N} \ \{\mu_{\tilde{h}_i}(c_i, r_i, h_i)\}.$$

Введем, следуя [59], индуцированное нечеткое отношение предпочтения на множестве векторов распределения ресурса:

(7) $$\xi(\boldsymbol{c}^1, \boldsymbol{c}^2, r) = \sup_{0 \leq \Phi^1 \leq \Phi^2} \ \min \{\mu_{\tilde{\Phi}}(\boldsymbol{c}^1, \boldsymbol{r}, \Phi^1),\ \mu_{\tilde{\Phi}}(\boldsymbol{c}^2, \boldsymbol{r}, \Phi^2)\}.$$

Вычислим функцию принадлежности множества недоминируемых альтернатив:

(8) $$\Psi(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{r}, R) = \min \{1 - \sup_{\{\mathbf{a} \geq 0 \mid \sum_{j \in N} a_j \leq R\}} [\xi(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{c}, r) - \xi(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{a}, r)];\ \xi(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{c}, r)\}.$$

Предположим, что множество (6) 1-нормально [49, 59], то есть

$$\forall \boldsymbol{r} \in \Omega \ \ \forall \boldsymbol{c} \geq 0 \ \sup_{\Phi \geq 0} \ \mu_{\tilde{\Phi}}(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{r}, \Phi) = 1.$$

Тогда задача синтеза оптимального механизма распределения ресурса в условиях нечеткой неопределенности относительно эффектов реализации проектов инновационного развития заключается в выборе вектора (четкого!) ресурсов, удовлетворяющего бюджетному ограничению (2) и максимизирующего функцию (8) принадлежности множества недоминируемых альтернатив.

Таким образом, обоснована справедливость следующего утверждения:

Утверждение 5. В условиях нечеткой неопределенности оптимально распределение ресурса, являющееся решением следующей задачи:

(9) $\Psi(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{r}, R) \to \max\limits_{\{\mathbf{c} \geq 0 | \sum\limits_{j \in N} c_j \leq R\}}$.

4.2. СМЕШАННОЕ ФИНАНСИРОВАНИЕ

Крупные инновационные проекты, как правило, редко финансируются из одного источника. Инициаторы проекта стараются привлечь средства федерального и регионального бюджетов, различные фонды и т.д.

Опишем, следуя [54], известные подходы к моделированию механизмов смешанного финансирования проектов для случая, когда, помимо средств фирм, реализующих проекты, желательно привлечь средства фонда (например, бюджетные средства). В известных механизмах смешанного финансирования рассматривается ситуация, когда проекты экономически невыгодны для фирм, поскольку планируемая экономическая отдача от них (эффект на единицу вложенных средств) меньше единицы. Такая ситуация может быть типичной для проектов в области фундаментальных исследований (в этом случае в роли «фонда» может выступать государство или уполномоченная им организация).

Бюджет фонда, как правило, ограничен и зачастую недостаточен для реализации необходимого числа проектов. Идея смешанного финансирования состоит в том, что инвестиции фонда выдаются при условии, что фирма обязуется выделить на свой проект и собственное финансирование. Как правило, на практике фиксируется доля средств, которую должна обеспечить фирма (например, 30% средств выделяется из фонда, а 70% составляют собственные средства фирмы). Однако такая жесткая фиксация доли средств фонда имеет свои минусы. Если эта доля мала, то будет незначительным и объем средств, инвестируемых фирмами, а если велика, то, во-первых, желающих вложить собственные средства будет слишком много, и придется проводить дополнительный отбор (например, на основе конкурсных механизмов [16]), а во-вторых, уменьшается эффективность использования средств фонда. Поэтому целесообразно использовать механизм смешанного финансирования с гибко настраиваемой величиной доли участия фонда.

Дадим формальную постановку задачи разработки механизма смешанного финансирования [54]. Имеются n фирм (агентов), а также центр – централизованный фонд финансирования программ инновационного развития. Фирма i предлагает для включения в программу развития проект, требующий суммарного финансирования S_i, $i \in N = \{1, 2, \ldots, n\}$ – множеству агентов. Эти проекты проходят экспертизу, в результате которой определяется их социальная ценность (или экономический эффект для центра) $f_i(S_i)$, $i \in N$. Помимо социальной ценности, проект имеет экономическую ценность $\varphi_i(S_i)$ для фирмы. На основе заявок фирм центр (например, руководство региона или фонда венчурного финансирования) определяет объемы финансирования проектов фирм $\{x_i\}$ (как правило, $x_i \leq S_i$), исходя из ограниченного объема бюджетных средств (средств фонда) R. Процедура $\{x_i = \mu_i(\boldsymbol{S}), \ i \in N\}$, где $\boldsymbol{S} = (S_1, S_2, \ldots, S_n)$ – вектор заявок фирм, называется *механизмом смешанного финансирования*. Дело в том, что недостающие средства $z_i = S_i - x_i$ фирма i обязуется обеспечить за свой счет. Таким образом, интересы фирмы описываются выражением:

(1) $\varphi_i(S_i) - z_i$,

где $\varphi_i(S_i)$ – доход фирмы (если фирма берет кредит z_i в банке, то учитывается процент за кредит). Задача центра заключается в том, чтобы разработать такой механизм $\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{S})$, который обеспечит максимальный эффект: $\Phi = \sum_{i=1}^{n} f_i(S_i^*)$, где $\boldsymbol{S}^* = \{S_i^*\}$ – равновесные стратегии фирм (точка Нэша [26, 81] соответствующей игры).

Рассмотрим линейный случай, когда $\varphi_i(S_i) = \alpha_i S_i$, $f_i(S_i) = \gamma_i S_i$, $0 < \alpha_i < 1$, $\gamma_i > 0$, $i \in N$. Содержательно, α_i – отдача от i-го проекта на единицу вложенных средств. Так как проекты считаются нерентабельными, то $\alpha_i < 1,\ i \in N$. Проведем анализ механизма прямых приоритетов [21]

(2) $x_i(\mathbf{S}) = \dfrac{l_i S_i}{\sum\limits_{j \in N} l_j S_j} R,\ \ i \in N$,

где l_i – приоритет i-ой фирмы. Примем без ограничения общности, что $R = 1$. Заметим, что в данном случае может иметь место $x_i(\boldsymbol{S}) > S_i$ (фирма получает средств больше, чем заявляет). Будем считать, что в этом случае разность $x_i(\boldsymbol{S}) - S_i$ остается у фирмы. Отметим, что фонд в рассматриваемом случае распределяет средства «безвозмездно», то есть не требует возврата средств.

Определим ситуацию равновесия Нэша. Для этого подставим (2) в (1) и определим максимум по S_i выражения

$$\alpha_i S_i - \left(S_i - \frac{l_i S_i}{L(\mathbf{S})} \right) = \frac{l_i S_i}{L(\mathbf{S})} - (1 - \alpha_i) S_i ,$$

где $L(\mathbf{S}) = \sum\limits_{i \in N} l_i S_i$.

После несложных вычислений получим: $l_i S_i = L(\mathbf{S})[1 - \delta_i L(S)]$, где $\delta_i = \dfrac{1 - \alpha_i}{l_i}$. Из условия $\sum\limits_{i \in N} l_i S_i = L(\mathbf{S})$ определяем

(3) $L(\mathbf{S}^*) = (n - 1) / Q,\ S_i^* = \dfrac{n-1}{l_i Q} \left[1 - \dfrac{(n-1)\delta_i}{Q} \right]$,

где $Q = \sum\limits_{i \in N} \delta_i$. При этом должно, очевидно, выполняться условие $S_i^* \geq 0$ или

(4) $\dfrac{\delta_i}{Q} < \dfrac{1}{n-1},\ i \in N$.

Если это условие нарушается, то соответствующие фирмы выбывают из состава претендентов. С новыми значениями Q и n вычисления следует повторить. Если при этом появляются новые фирмы, для которых нарушается (4), то эти фирмы также выбывают и т.д. За конечное число шагов будет получена ситуация равновесия, такая, что для всех фирм выполняется (4). Пусть фирмы упорядочены по возрастанию δ_i, то есть $\delta_1 \le \delta_2 \le \ldots \le \delta_n$. Для определения числа фирм – претендентов на участие в финансировании проектов инновационного развития со стороны фонда – необходимо найти максимальное k такое, что $\delta_i < \dfrac{Q_k}{k-1}$, где

$$Q_k = \sum_{j=1}^{k} \delta_j,\ i = \overline{1, k}\ .$$

Рассмотрим теперь нелинейный случай. Примем, что эффект от реализации проектов для i-ой фирмы составляет

(5) $\varphi_i(S_i) = \dfrac{1}{\alpha} S_i^{\alpha} r_i^{1-\alpha}$, $0 < \alpha < 1$.

В этом случае интересы фирмы описываются выражением

(6) $\varphi_i(S_i) - y_i = \dfrac{1}{\alpha} S_i^{\alpha} r_i^{1-\alpha} - (S_i - x_i)$.

Проведем анализ механизма прямых приоритетов

$$\pi_i(\mathbf{S}) = \frac{S_i}{\sum_{j \in N} S_j}\ .$$

Примем, что имеет место гипотеза слабого влияния, согласно которой фирмы не учитывают влияния своей заявки на общий множитель $(\sum S_j)^{-1}$. В этом случае равновесная заявка i-ой фирмы определяется из условия

(7) $\left(\dfrac{r_i}{S_i}\right)^{1-\alpha} = 1 - \dfrac{1}{S_0}$, $i \in N$,

или

(8) $S_i = r_i \left(1 - \dfrac{1}{S_0}\right)^{-\frac{1}{1-\alpha}}$, $i \in N$,

где S_0 определяется из уравнения

(9) $H = S_0\left(1-\frac{1}{S_0}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$, $H = \sum_{j\in N} r_j$.

Нетрудно видеть, что уравнение (9) всегда имеет единственное решение $S_0^* > 1$. Покажем, что всегда имеет место $S_0^* > H$. Это следует из очевидного неравенства в случае $H > 1$: $\left(1-\frac{1}{H}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} < 1$.

Таким образом, механизм смешанного финансирования обеспечивает привлечение средств фирм большее, чем в случае непосредственного финансирования фирмами своих проектов. Действительно, при непосредственном (только собственном) финансировании i-ая фирма получает максимум прибыли при объеме финансирования $S_i = r_i$. Поэтому суммарное привлечение средств фирм в случае их собственного финансирования составит ровно H.

Завершив рассмотрение известных механизмов смешанного финансирования, отметим, что они отражают ситуацию, когда инновационные проекты фирм являются убыточными (экономический эффект от них с точки зрения фирмы не превышает затрат). Рассмотрим ситуацию, когда проекты рентабельны, то есть эффект от их реализации превышает затраты.

Для этого предположим, что отдача от проекта i-ой фирмы составляет (см. обозначения во втором разделе) $\alpha_i y_i$, где $y_i \geq 0$ – объем ее собственных инвестиций, $\alpha_i \geq 1$, $i \in N$. Предположим, что установлен норматив $\beta \geq 1$, одинаковый для всех фирм (при $\beta = 0$ получаем рассмотренный выше случай).

Механизм смешанного финансирования имеет вид: $c_i = \mu_i(\boldsymbol{y})$, $i \in N$, где $\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, ..., y_n)$ – вектор действий агентов (размеров их собственных инвестиций).

Целевая функция i-го агента имеет вид:

(10) $f_i(\boldsymbol{y}) = (\alpha_i - 1)\, y_i + (\alpha_i - \beta)\, \mu_i(\boldsymbol{y})$, $i \in N$.

Исследуем механизм прямых приоритетов (без ограничения общности считая, что фондом распределяется единичное количество ресурса):

(11) $\mu_i(\boldsymbol{y}) = \dfrac{l_i y_i}{\sum_{j \in N} l_j y_j}$, $i \in N$.

Найдем равновесие Нэша [26, 81] игры агентов. Для этого подставим (11) в (10) и продифференцируем получившееся выражение для целевой функции агента по y_i, $i \in N$:

(12) $l_i\, y_i = L(\boldsymbol{y})\, [1 + b_i\, L(\boldsymbol{y})]$, $i \in N$,

где $b_i = \dfrac{\alpha_i - 1}{(\alpha_i - \beta) l_i}$, $i \in N$, $L(\boldsymbol{y}) = \sum_{j \in N} l_j y_j$.

Суммируя (12) по всем агентам, выражая $L(y)$ и подставляя в (12), получим

(13) $y_i^* = \dfrac{n-1}{B^2}\, [(n - 1)\, b_i - B]$, $i \in N$,

где $B = \sum_{j \in N} b_j$. При этом должно выполняться условие $y_i^* \geq 0$ или

(14) $\dfrac{\alpha_i - 1}{(\alpha_i - \beta) l_i} \geq B / (n - 1)$, $i \in N$.

Если условие (14) нарушается, то соответствующие фирмы выбывают из состава претендентов. С новыми значениями B и n вычисления следует повторить. Если при этом появляются новые фирмы, для которых нарушается (14), то эти фирмы также выбывают и т.д. За конечное число шагов будет получена ситуация равновесия, такая, что для всех фирм выполняется (14) – см. также выше.

Найдем вектор приоритетов $\boldsymbol{l}^*$ при которых достигается максимум суммарных инвестиций фирмами собственных средств (максимальная отдача на вложения средств фонда). Для этого просуммируем выражения (13) по всем агентам и найдем максимум этой суммы по вектору приоритетов.

Утверждение 6. Максимум суммы средств, выделяемых в равновесии фирмами на финансирование проектов инновационного развития, достигается при выборе в механизме смешанного финансирования приоритетов фирм, удовлетворяющих следующему соотношению:

$$(15)\quad \sum_{i \in N} \frac{\alpha_i - 1}{(\alpha_i - \beta) l_i^*} = \frac{n-1}{\sqrt{n}}.$$

<u>5. МЕХАНИЗМЫ ИНВЕСТИРОВАНИЯ</u>

Настоящий раздел посвящен рассмотрению механизмов распределения затрат и доходов, то есть механизмов, регламентирующих взаимодействие инвесторов и фонда. Для этого в разделе 5.1 кратко описываются известные результаты исследования этого класса механизмов, а также изучаются механизмы экспертизы – принятия решений о параметрах механизмов финансирования на основании информации, сообщаемой экспертами. Раздел 5.2 посвящен моделированию эффектов страхования, возникающих в условиях неопределенности относительно результатов реализации проектов – оказывается, что фонд может рассматриваться как страховщик, перераспределяющий риски между несклонными к риску инвесторами-страхователями.

5.1. МЕХАНИЗМЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАТРАТ И ДОХОДОВ

Рассмотрим, следуя [10], классификацию и содержательные интерпретации ряда задач распределения затрат или доходов (см. также обзор в [42]).

<u>Задача 1. Финансирование совместного проекта.</u> Несколько фирм (агентов) решили совместно осуществить выполнение проекта. От реализации этого проекта каждая фирма ожидает получить некоторый доход. Затраты на проект зависят от суммарного дохода, который ожидают получить фирмы. Обозначим D_i – оценку дохода, которую сообщает фирма i. Тогда суммарная оценка ожидаемого дохода будет $D = \sum_{i \in N} D_i$, а затраты равны $C(D)$. Очевидно, $C(D)$ – возрастающая функция и обычно считают, что $C(0) = 0$. Как распределить эти затраты между агентами? Обозначим механизм

распределения затрат $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{D})$, то есть $C_i = g(\boldsymbol{D})$, $i \in N$, $\sum_{i \in N} g_i(\mathbf{C}) = C(D)$.

Какой механизм распределения затрат является наиболее справедливым и предпочтительным? Как правило, для данной задачи предполагается, что справедливый механизм должен удовлетворять двум условиям (аксиомам): анонимности и монотонности.

Аксиома анонимности: механизм распределения затрат называется анонимным, если результат распределения не зависит от перенумерации агентов. Другими словами, распределение затрат зависит только от оценок дохода, и ни один агент не имеет особого преимущества перед другими агентами.

Аксиома монотонности: с ростом оценки ожидаемого дохода i-го агента растут (не уменьшаются) его затраты. В более сильной форме аксиомы монотонности требуется, чтобы при росте оценки дохода агента росла (не уменьшалась) доля его затрат.

Аксиома анонимности отражает естественное требование равенства партнеров, а аксиома монотонности столь же естественное требование, суть которого: больше получаешь – больше платишь.

Заметим, что, желая уменьшить свои затраты, фирма может сознательно исказить (уменьшить) оценку ожидаемого дохода. Такое явление называется манипулированием данными. Механизмы распределения затрат, защищенные от манипулирования, называются механизмами честной игры (открытого управления, неманипулируемыми механизмами [8, 11, 16, 50, 80]). Манипулирование оценками проявляется в тех случаях, когда партнерам трудно проконтролировать уровни доходов, получаемых друг другом, например, от эксплуатации общего объекта. В зарубежной литературе этот эффект получил название эффекта безбилетного пассажира (free-rider problem), когда один агент хочет «прокатиться» за счет других [77].

Эта задача имеет и другую содержательную интерпретацию. Пусть речь идет о финансировании некоторой региональной программы, затрагивающей федеральные интересы или наоборот, федеральной программы, в которой заинтересован и регион (или несколько регионов). В данном случае D_1 определяет ожидаемый эффект от реализации мероприятий (проектов) программы (региональной или федеральной) для региона, а D_2 – для федерации в целом, то есть и D_1 и D_2 являются обобщенными оценками эффекта от мероприятий (проектов) программы, которые интересуют регион (федерацию). Как распределить общий объём финансирования $C(D)$ между региональным и федеральным уровнями?

К финансированию инновационных проектов данная модель вряд ли применима, так как инвесторы (и сам фонд) редко получают доход «непосредственно» от реализации проектов – обычно их интересует чисто инвестиционная составляющая.

Задача 2. Финансирование программ развития. Пример: крупная фирма, объединяющая несколько предприятий, разрабатывает программу развития. Эта программа представляет собой объединение программ развития отдельных предприятий, входящих в объединение. Каждое предприятие формирует и представляет в Совет директоров (или правление) фирмы свою программу с обоснованием требуемого финансирования c_i. Обозначим $v_i(c_i)$ доход i-го предприятия в результате реализации программы. Если суммарный объём средств $\sum_{i \in N} c_i = c$, требуемый для финансирования всех программ, превышает величину централизованного фонда развития фирмы R, то есть (как правило, это превышение значительно), то возникает необходимость получить дополнительные средства путем взятия кредита, выпуска дополнительных акций и т.д., что приводит к дополнительным затратам $(c - R)$ на реализацию всех программ. Задача заключается в распределении этих дополнительных затрат между предприятиями. В данном случае аксиома анонимности не всегда имеет место. Так, если представленные предприятиями проекты оцениваются независимыми экспертами, и эти оценки существенно влияют на распределение дополнительных затрат, то аксиома анонимности может не выполняться.

С точки зрения финансирования проектов инновационного развития задача финансирования программ развития актуальна, если инициатива привлечения финансирования происходит снизу – фирмы объединяются для поиска источников финансирования, образуют фонд инновационного развития (например, в рамках корпорации) и т.д.

Задача 3. Распределение дохода. Эта задача в определенном смысле является «двойственной» к предыдущей. Несколько предприятий объединяются для реализации общего проекта. Предприятие j сообщает объём средств C_j, который оно может вложить в этот проект (то есть, объём затрат). Ожидаемый доход от проекта $D(C)$, естественно, зависит от объёма суммарного финансирования C, $\sum_{j \in K} C_j = C$. Как распределить этот доход $D(C)$ между предприятиями? Здесь аксиомы анонимности и монотонности представляются естественными, хотя возможны исключения (если, например, в качестве одного из предприятий выступают органы государственной или местной власти).

Настоящая модель наиболее близка к задачам распределения дохода инвесторов, участвующих в фонде венчурного финансирования (см. также конкурсные механизмы в [11, 16] и механизмы назначения в [16, 54]).

Задача 4. Финансирование программ развития приоритетных направлений. На сегодняшний день инновационное развитие возможно во многом на основе селективной государственной поддержки приоритетных направлений. Формы такой поддержки различны. Это и прямое бюджетное финансирование (частичное или полное), и льготное кредитование, и льготное налогообложение [15] и др. При формировании программ развития приоритетных направлений организуется конкурс на участие в этих программах. Государственные, частные предприятия и организации подают заявки, указывая объём требуемых финансовых ресурсов и обосновывая эффективность своего участия в программе. Необходимо сформировать программу, определив состав участников, форму централизованной (например, государственной) поддержки и объёмы финансирования.

С точки зрения проектов инновационного развития данная задача актуальна на государственном, региональном или муниципальном уровне, когда формируется программа инновационного развития и необходимо принимать решения об отборе будущих участников этой программы.

Итак, все рассмотренные задачи имеют общие черты. Каждый агент имеет определенную свободу в сообщении того эффекта (дохода), который он ожидает получить от участия в финансировании общего проекта (программы), либо в сообщении объёма средств, который он согласен затратить на этот проект. Однако от эффекта (дохода) зависит доля его затрат и, наоборот, от его доли затрат зависит доля его эффекта (дохода).

Завершив краткий обзор известных механизмов распределения затрат и доходов, перейдем к рассмотрению механизмов экспертизы.

Механизмы экспертизы. При управлении проектами инновационного развития нередко возникает ситуация, когда решения принимаются в условиях неопределенности – неполной информированности лица, принимающего решение (ЛПР). Снижение неопределенности может происходить за счет сообщения информации от более информированных субъектов менее информированным. В случае, когда в качестве информированных субъектов выступают эксперты – специалисты в соответствующих областях – принятие решений на основании сообщений экспертов называется механизмом экспертизы. Изучению процедур экспертизы, методам подбора экспертов, обработки их мнений и т.д. посвящено множество исследований – см. обзор в монографии [36].

Одним из аспектов, проявляющихся в механизмах экспертизы, является то, что эксперты, заинтересованные в результатах (решениях) экспертизы, могут сообщать недостоверную информацию – искажать свои мнения, сообщаемые ЛПР, с целью повлиять на принимаемое решение в требуемую для них сторону. Этот эффект получил название манипулирования информацией. Следовательно, возникает задача построения таких процедур обработки мнений экспертов (механизмов экспертизы), при которых экспертам было бы выгодно сообщать достоверную информацию.

Механизмы экспертизы исследовались с точки зрения манипулируемости во многих работах [8, 11, 16, 34, 38, 42, 60, 73, 74, 79, 82], см. также обзор в [12]. В отличие от упомянутых работ ниже рассматривается модель, в которой множества возможных сообщений экспертов (а также множества их мнений и множество результатов экспертизы) составляет положительную полуось.

Сначала опишем общую модель [16, 50, 60], а затем сузим ее, введя конкретные предположения. Стратегией i-го эксперта является сообщение ЛПР некоторой информации[1] $s_i \in S_i$, $i \in N = \{1, 2, ..., n\}$ – множеству экспертов. ЛПР на основании сообщенной ему информации принимает решения – назначает планы $x_i = \pi_i(s) \in X_i \subseteq \Re^1$, где $\pi: S \to X$ – процедура (механизм) планирования, $\pi_i: S \to X_i$, $i \in N$, $\boldsymbol{s} = (s_1, s_2, ..., s_n) \in S = \prod_{i \in N} S_i$ – вектор сообщений всех экспертов, $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, ..., x_n) \in X = \prod_{i \in N} X_i$ – вектор планов.

Функция предпочтения (целевая функция) эксперта, отражающая интересы эксперта в задачах планирования: $f_i(x_i, r_i)$: $X_i \times \Re^1 \to \Re^1$, зависит от назначенного ему ЛПР плана и параметра $r_i \in \Re^1$ – типа эксперта [81].

Как правило, при исследовании механизмов планирования, то есть в ОС с сообщением информации, вводится предположение, что функции предпочтения экспертов однопиковые [50, 79] с точками пика $\{r_i\}_{i \in N}$, то есть функция $f_i(x_i, r_i)$ непрерывна, строго монотонно возрастает по x_i до единственной точки максимума r_i и строго монотонно убывает после нее, $i \in N$. Это предположение означает, что предпочтения эксперта на множестве допустимых планов таковы, что существует единственное наилучшее для него значение плана – точка пика, степень же предпочтительности остальных планов монотонно убывает по мере удаления от точки пика. Поэтому под типом эксперта будем понимать точку максимума (идеальную точку, точку пика) его функции предпочтения, то есть наиболее выгодное с его точки зрения значение плана.

На момент принятия решений общим знанием [58] для экспертов являются: процедура планирования, целевые функции и допустимые множества всех экспертов, а также вектор типов $\boldsymbol{r} = (r_1, r_2, ..., r_n) \in \Re^n$. ЛПР известны зависимости $f_i(x_i, \cdot)$ и множества $\{S_i\}_{i \in N}$ возможных сообщений экспертов, но не известны точные значения типов экспертов.

Последовательность функционирования следующая: ЛПР выбирает процедуру планирования $\pi(\boldsymbol{s}) = (\pi_1(s), \pi_2(s), ..., \pi_n(s))$ и

---

[1] *В настоящем разделе используется система обозначений, принятая в исследованиях по манипулируемости механизмов планирования.*

сообщает ее экспертам, эксперты при известной процедуре планирования одновременно и независимо сообщают ЛПР информацию $\{s_i\}$, на основании которой и формируются планы.

Так как решение, принимаемое ЛПР (назначаемые экспертам планы), зависит от сообщаемой экспертами информации, последние могут воспользоваться возможностью своего влияния на эти решения, сообщая такую информацию, чтобы получить наиболее выгодные для себя планы. Понятно, что при этом полученная ЛПР информация в общем случае может не быть истинной. Следовательно, возникает проблема манипулирования.

Будем считать, что эксперты ведут себя некооперативно, выбирая доминантные или равновесные по Нэшу [26] стратегии. Пусть s^* – вектор равновесных по Нэшу стратегий экспертов (если равновесий несколько, то необходимо ввести соответствие отбора равновесий, позволяющее из любого множества равновесий выбрать единственное):

(1) $\forall i \in N,\ \forall s_i \in S_i\ \ f_i(\pi_i(s_{-i}^*, s_i^*), r_i) \geq f_i(\pi_i(s_{-i}^*, s_i), r_i)$.

Очевидно, точка равновесия в общем случае зависит от вектора типов всех экспертов: $\boldsymbol{s}^* = s^*(\boldsymbol{r}) = (s_1^*(\boldsymbol{r}),\ s_2^*(\boldsymbol{r}), \ldots,\ s_n^*(\boldsymbol{r}))$.

Соответствующим механизму $\pi(\cdot)$: $S \to X$ прямым механизмом планирования $h(\cdot)$: $\Re^n \to X$ называется механизм $h(\boldsymbol{r}) = \pi(s^*(\boldsymbol{r}))$, ставящий в соответствие вектору точек пика экспертов вектор планов [50, 76, 78]. Термин «прямой» обусловлен тем, что эксперты сообщают непосредственно (прямо) свои точки пика (в исходном – непрямом – механизме $\pi(\cdot)$ они могли сообщать косвенную информацию $\boldsymbol{s} \in S$). Если при любых предпочтениях экспертов $\boldsymbol{r} \in \Re^n$ в соответствующем прямом механизме сообщение ими достоверной информации $\boldsymbol{r} \in \Re^n$ является равновесием Нэша:

(2) $\forall \boldsymbol{r} \in \Re^n,\ \forall i \in N,\ \forall \tilde{r}_i \in \Re^1\ \ f_i(h_i(\boldsymbol{r}), r_i) \geq f_i(h_i(\boldsymbol{r}_{-i}, \tilde{r}_i), r_i)$,

то такой механизм называется эквивалентным прямым (неманипулируемым) механизмом. Данное свойство далее будем называть неманипулируемостью.

Качественное отличие прямых механизмов от непрямых (помимо того, что в первых эксперты могут сообщать «косвенную» информацию о своих предпочтениях, существенные свойства которых при однопиковых целевых функциях однозначно описываются точкой пика) заключается в «ограниченности» множеств $\{S_i\}_{i \in N}$ возможных сообщений. Если в равновесии в непрямом монотонном по каждому из сообщений механизме некоторый эксперт получает план, строго меньший (больший) его точки пика, то в этом равновесии он должен сообщать максимально (минимально) возможную заявку. На этом свойстве равновесия базируются основные результаты исследования неманипулируемости соответствующих прямых механизмов [73, 74, 79] – см. также результаты ниже.

Введем теперь предположения, ограничивающие рассматриваемую ниже модель. Будем считать, что $S_i = \Omega_i = X,\ \Re^1_+,\ i \in N$, то есть всем экспертам назначаются одинаковые планы (результат экспертизы один). Отличие от известных моделей [11, 16, 60] заключается в неограниченности допустимых множеств. Относительно механизма $\pi(\cdot)$: $\Re^n_+ \to \Re^1_+$ будем предполагать, что функция $\pi(\cdot)$ непрерывна и монотонна по всем переменным, то есть $\pi(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ не убывает по s_i, $i \in N$.

Частным является, например, случай, в котором агрегированный критерий эффективности определяется «усреднением» оценок, сообщенных экспертами:

(3) $x = \pi(\mathbf{s}) = \dfrac{1}{n}\sum_{i \in N} s_i$.

Опишем теперь предпочтения экспертов. Будем считать, что каждый эксперт заинтересован в том, чтобы итоговое значение – решение ЛПР x – было как можно ближе к его субъективному мнению. Тогда предпочтения экспертов (напомним, что рациональные эксперты стремятся максимизировать свои целевые функции [26, 50]) можно описать однопиковыми [79] действительнозначными функциями $f_i(\pi(\mathbf{s}), r_i)$, возрастающими по мере приближения $\pi_j(\mathbf{s})$ к r_i, $i \in N$. Примерами могут служить

(4) $f_i(\pi(\mathbf{s}), r_i) = -\,|\pi(\mathbf{s}) - r_i|,\ i \in N$,

Содержательные интерпретации следующие. Эксперты, которыми могут быть представители инвесторов и/или фирм и/или сотрудники фонда и/или приглашенные специалисты, сообщают свои мнения ЛПР (например, руководству фонда) о неопределенном скалярном параметре, принимающем неотрицательные значения. В качестве такого параметра могут выступать эффективности инновационных проектов, доли, в соответствии с которыми между инвесторами делится прибыль или затраты фонда и т.д. У каждого эксперта есть свои («истинные» с его точки зрения) представления о значении оцениваемого параметра (тип эксперта). Каждый эксперт хочет, чтобы результат экспертизы был как можно ближе к его истинному мнению. Задача заключается в том, чтобы построить механизм экспертизы (процедуру обработки мнений экспертов), при использовании которого экспертам было бы выгодно сообщать ЛПР достоверную информацию, то есть сообщать свои истинные представления.

Имея целевые функции и множества допустимых действий (сообщений) экспертов, и считая, что они сообщают ЛПР информацию однократно, одновременно и независимо (при условии, что предпочтения экспертов являются общим знанием [58] между ними), можно анализировать игру экспертов.

Обозначим

(5) $q(\boldsymbol{r}) = \arg\max\limits_{i \in N} \{r_i\}$,

(6) $z(\boldsymbol{r})$: $\pi(\underbrace{0,0,\ldots,0}_{q(r)-1}, z(r), \underbrace{0,0,\ldots,0}_{n-q(r)}) = r_{q(r)}$.

Содержательно, $q(r)$ – номер того эксперта (диктатора в терминологии [60]), истинное мнение которого об оцениваемой величине максимально, $z(r)$ – такое сообщение этого эксперта, которое приводит к тому, что при нулевых сообщениях остальных экспертов результат экспертизы совпадает с его истинным мнением $r_{q(r)}$. Следующее утверждение описывает структуру равновесия Нэша игры экспертов.

<u>Утверждение 7.</u> $\forall i \neq q(r)$ $s_i^*(r) = 0$, $s_{q(r)}^* = z(r)$.

Справедливость утверждения 7 следует из определения равновесия Нэша.

Обозначим соответствующий механизму $\pi(\cdot)$ прямой механизм $h_\pi(r)$: $\Re_+^n \to \Re_+^1$, то есть $h_\pi(r) = \pi(s^*(r))$. Из утверждения 7 получаем, что

(7) $h_\pi(r) = r_{q(r)}$.

Утверждение 8. Механизм (7) является неманипулируемым.

Справедливость утверждения 8 следует из того, что любой эксперт, не являющийся диктатором, может изменить результат экспертизы только если он сам станет диктатором, то есть сообщит недостоверную информацию, завысив сообщение о своем типе сверх $r_{q(r)}$. Но, такое завышение ему не выгодно, так как еще более удаляет результат экспертизы от его истинного мнения. То есть, получаем, что:

$$\forall r,\ \forall i \in N,\ \forall r'_i \geq 0\ f_i(h_\pi(\mathbf{r}), r_i) \geq f_i(h_\pi(\mathbf{r}_{-i}, r'_i), r_i),$$

то есть механизм (7) неманипулируем.

В соответствии с утверждением 8 возможно построение неманипулируемого механизма экспертизы (эквивалентного прямого механизма). Этот механизм обладает тем свойством, что в его рамках в качестве результата экспертизы принимается мнение эксперта, имеющего максимальную субъективную оценку. Другими словами, «платой» за достоверную информацию является завышенная оценка неопределенного параметра.

5.2. ЭФФЕКТЫ СТРАХОВАНИЯ

Основная цель страхования заключается в перераспределении рисков – если у нескольких экономических агентов существует небольшой риск возникновения страхового случая, при котором они несут существенные издержки, то им может оказаться выгодным «объединить усилия» – создать фонд, используемый для возмещения (как правило, частичного) потерь. В роли аккумулятора могут выступать сами экономические объекты (взаимное страхование, имеющее наименьшую коммерческую направленность), государство (государственное страхование) или частные страховые компании (коммерческое страхование).

Страховой случай является недетерминированной величиной, и даже при известном распределении вероятностей, несмотря на использование в моделях страхования ожидаемых значений [13], вероятность разорения страховщика при работе с малым числом однородных страхователей выше, чем при страховании многих. Это очевидное свойство – увеличение стабильности страхового портфеля с ростом числа страхователей у одного и того же страховщика, лежит, фактически, в основе всего страхового дела.

С точки зрения финансирования проектов инновационного развития в качестве страховщика выступает фонд, который агрегирует риски инвесторов. Рассмотрим соответствующую модель.

Пусть портфель проектов фирм описывается характеристиками $(c_i, d_i, p_i)_{i \in N}$, где c_i – затраты на i-ый проект, d_i – отдача от i-го проекта, $p_i \in [0; 1]$ – вероятность успешного завершения i-го проекта (соответственно с вероятностью $(1 - p_i)$ i-ый проект завершается неуспешно и отдача от него равна нулю). Успешное завершение проектов будем считать независимыми событиями. Положим также, что нормативная рентабельность проектов одинакова и равна $\alpha \geq 1$, то есть $d_i = \alpha\, c_i,\ i \in N$.

Предположим, что инвесторы несклонны к риску и характеризуются одинаковой для всех инвесторов монотонной вогнутой функцией полезности $u(\cdot)$: $\Re^1_+ \to \Re^1_+$, отражающей их отношение к риску.

Если инвесторы работают напрямую с фирмами, то с их точки зрения портфель проектов инновационного развития фирм обладает рентабельностью (оценка следует из принципа эквивалентности [13])

$$(1)\ \beta = \frac{\sum_{i \in N} u(\alpha c_i)\, p_i}{\sum_{i \in N} c_i}.$$

Если инвестиции осуществляет нейтральный к риску (обладающий линейной функцией полезности) фонд, то с его точки зрения портфель проектов инновационного развития фирм обладает рентабельностью

$$(2)\ \beta_0 = \alpha \frac{\sum_{i \in N} c_i p_i}{\sum_{i \in N} c_i}.$$

Легко видеть, что, если функция полезности $u(\cdot)$ инвесторов строго вогнута, то $\beta_0 \geq \beta$, причем, если все затраты отличны от нуля, а вероятности – от единицы, то неравенство выполняется как строгое. Если инвесторы нейтральны к риску, то выражения (1) и (2) совпадают.

Установленный факт – портфель проектов обладает большей рентабельностью с точки зрения фонда, чем с точки зрения инвесторов – обусловлен различным отношением фонда и инвесторов к риску и объясняет, с одной стороны, выгодность взаимодействия инвесторов с фондом, а, с другой стороны, экономическую возможность существования фонда как «посредника» между инвесторами и фирмами.

Итак, существенным является различное отношение к риску инвесторов и фонда. Несклонность отдельных инвесторов к риску является типовым свойством, предполагаемым в большинстве экономико-математических моделей [13, 77]. Нейтральность фонда к риску (точнее – меньшая, чем у отдельного инвестора, несклонность к риску) объясняется тем, что он оперирует большими средствами («работает» на менее вогнутой, чем у инвестора, участке функции полезности) [13, 17]. Этот эффект известен в страховании и, фактически, лежит в его основе.

Оценим теперь выигрыш фонда. Инвесторы получают от успешной реализации i-го проекта полезность $u(\alpha\, c_i)$, в случае неуспеха полезность равна $u(0) = 0$. Значит, ожидаемая полезность инвестора равна $p_i\, u(\alpha\, c_i)$. Нейтральный к риску фонд получает от реализации i-го проекта ожидаемую полезность $e_i = \alpha\, c_i\, p_i$.

Фонд может предложить инвестору гарантированный (с вероятностью единица) возврат суммы E_i, приводящей к тому же значению ожидаемой полезности инвестора – см. Рис. 9, то есть

(3) $u(\alpha\, c_i)\, p_i = u(E_i),\ i \in N.$

Вычислим из (3) $E_i = u^{-1}[u(\alpha\, c_i)\, p_i],\ i \in N$. Получаем, что из-за различного отношения к риску фонда и инвесторов первый может получить прибыль

(4) $\Delta = \sum_{i \in N} \{\alpha\, c_i p_i - u^{-1}[u(\alpha\, c_i)\, p_i]\}.$

При линейной функции полезности инвесторов или при равных единице вероятностях успешной реализации проектов величина Δ обращается в нуль. Таким образом, мы доказали следующее утверждение.

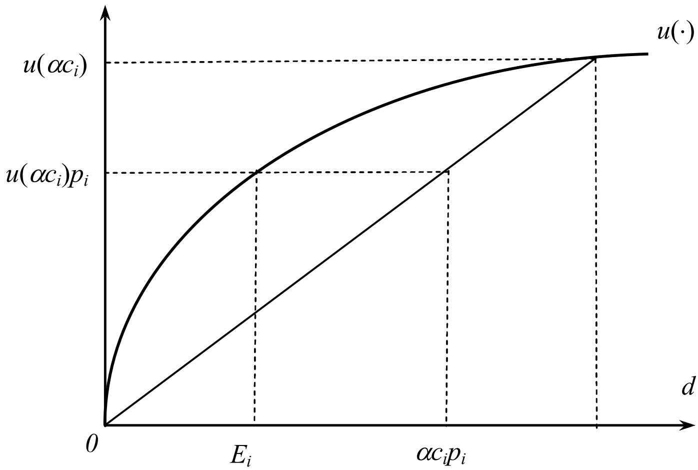

Рис. 9. Эффект страхования фондом вкладов инвесторов

Утверждение 9. Прибыль фонда определяется выражением (4).

Отметим, что, если ослабить введенные выше предположения (допустить, что рентабельность проектов различна, что инвесторы имеют различные функции полезности, что события, заключающиеся в успешном завершении проектов, являются зависимыми и т.д.), то качественный вывод о возможности страхования фондом рисков инвесторов и вид выражения (4) останутся в силе, лишь более громоздким станет выражение для прибыли фонда.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе рассмотрен комплекс механизмов финансирования проектов инновационного развития фирм. Этот комплекс включает: механизмы самостоятельного финансирования (см. третий раздел настоящей работы), механизмы распределения инвестиций, механизмы возврата инвестиций, механизмы смешанного финансирования (четвертый раздел), механизмы распределения затрат, механизмы распределения дохода (пятый раздел). Полученные результаты отражают, в основном, оптимизационные и теоретико-игровые модели принятия решений инвесторами, фондами и фирмами об оптимальных объемах финансирования с учетом условий взаимного согласования интересов перечисленных субъектов.

Перспективным направлением дальнейших исследований представляется более полный учет в моделях механизмов финансирования неопределенных факторов, а также одновременное рассмотрение нескольких механизмов и поиск их оптимальной комбинации.

ЛИТЕРАТУРА

1 Акинфиев В.К., Карибский А.В., Коновалов Е.Н., Цвиркун А.Д., Шишорин Ю.Р. Анализ эффективности инвестиционных проектов. М.: ИПУ РАН, 1994. – 51 с.

2 Балашов В.Г., Заложнев А.Ю., Иващенко А.А., Новиков Д.А. Механизмы управления организационными проектами. М.: ИПУ РАН, 2003. – 84 с.

3 Балашов В.Г., Ириков В.А. Технологии повышения финансового результата предприятий и корпораций. М.: ПРИОР, 2002. – 512 с.

4 Балашов В.Г. Модели и методы принятия выгодных финансовых решений. М.: Издательство физико-математической литературы, 2003. – 408 с.

5 Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления. М.: Наука, 1968. – 408 с.

6 Большаков А.С., Михайлов В.И. Современный менеджмент: теория и практика. СПб.: Питер, 2000. – 411 с.

7 Брайсон А., Ю-ши Х. Прикладная теория оптимального управления. М.: Мир, 1972. – 544 с.

8 Бурков В.Н. Основы математической теории активных систем. М.: Наука, 1977. – 255 с.

9 Бурков В.Н., Горгидзе И.А., Ловецкий С.Е. Прикладные задачи теории графов. Тбилиси: Мецниереба, 1974. – 234 с.

10 Бурков В.Н., Горгидзе И.И., Новиков Д.А., Юсупов Б.С. Модели и механизмы распределения затрат и доходов в рыночной экономике. М.: ИПУ РАН, 1997. – 57 с.

11 Бурков В.Н., Данев Б., Еналеев А.К. и др. Большие системы: моделирование организационных механизмов. М.: Наука, 1989. – 245 с.
12 Бурков В.Н., Еналеев А.К., Новиков Д.А. Механизмы функционирования социально – экономических систем с сообщением информации // Автоматика и Телемеханика. 1996. № 3. С. 3 – 26.
13 Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Кулик О.С., Новиков Д.А. Механизмы страхования в социально-экономических системах. М.: ИПУ РАН, 2001. – 109 с.
14 Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А. Теория графов в управлении организационными системами. М.: Синтег, 2001. – 124 с.
15 Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Леонтьев С.В., Новиков Д.А., Чернышев Р.А. Механизмы финансирования программ регионального развития. М.: ИПУ РАН, 2002. – 52 с.
16 Бурков В.Н., Новиков Д.А. Как управлять организациями. М.: Синтег, 2004. – 400 с.
17 Бурков В.Н., Новиков Д.А. Как управлять проектами. М.: Синтег, 1997. – 188 с.
18 Бутковский А.Г. Фазовые портреты управляемых динамических систем. М.: Наука, 1985. – 136 с.
19 Вагнер Г. Основы исследования операций. М.: Мир, 1972. Том 1. – 335 с., Том 2 – 488 с., Том 3. – 501 с.
20 Венда В.Ф. Системы гибридного интеллекта: эволюция, психология, информатика. М.: Машиностроение, 1990. – 448 с.
21 Гермейер Ю.Б. Игры с непротивоположными интересами. М.: Наука, 1976. – 327 с.
22 Гилев С.Е., Леонтьев С.В., Новиков Д.А. Распределенные системы принятия решений в управлении региональным развитием. М.: ИПУ РАН, 2002. – 54 с.
23 Гламаздин Е.С., Новиков Д.А., Цветков А.В. Механизмы управления корпоративными программами: информационные системы и математические модели. М.: Спутник, 2003. – 159 с.
24 Гольдштейн Г.Я. Инновационный менеджмент. Таганрог: Издательство ТРТУ, 1998. – 132 с.

25 Губко М.В. Механизмы управления организационными системами с коалиционным взаимодействием участников. М.: ИПУ РАН, 2003. – 118 с.
26 Губко М.В., Новиков Д.А. Теория игр в управлении организационными системами. М.: Синтег, 2002. – 148 с.
27 Заложнев А.Ю. Модели и методы внутрифирменного управления. М.: Сторм-Медиа, 2004. – 320 с.
28 Инвестиционный бизнес / Под ред. Ю.В. Яковца. М.: РАГС, 2002. – 342 с.
29 Инновационная экономика. М.: Наука, 2004. – 352 с.
30 Искаков М.Б. Равновесие в безопасных стратегиях // Автоматика и Телемеханика. 2005. № 3.
31 Караваев А.П. Модели и методы управления составом активных систем. М.: ИПУ РАН, 2003. – 151 с.
32 Кендалл И., Роллинз К. Современные методы управления портфелями проектов и офис управления проектами: максимизация ROI. М.: ПМСОФТ, 2004. – 576 с.
33 Коновальчук Е.В., Новиков Д.А. Модели и методы оперативного управления проектами. М.: ИПУ РАН, 2004. – 63 с.
34 Кузьмицкий А.А., Новиков Д.А. Организационные механизмы управления развитием приоритетных направлений науки и техники. М.: ИПУ РАН, 1993. – 68 с.
35 Ли Э.Б., Маркус Л. Основы теории оптимального управления. М.: Наука, 1972. – 576 с.
36 Литвак Б.Г. Экспертные оценки и принятие решений. М.: Патент, 1996. – 271 с.
37 Малинецкий Г.Г. Хаос. Структуры. Вычислительный эксперимент: введение в нелинейную динамику. М.: Наука, 1997. – 255 с.
38 Матвеев А.А., Новиков Д.А., Цветков А.В. Модели и методы управления портфелями проектов. М.: ПМСОФТ, 2005. – 206 с.
39 Медынский В.Д., Ильдеменов С.В. Реинжиниринг инновационного предпринимательства. М.: Юнити, 1999. – 414 с.
40 Милованов В.П. Неравновесные социально-экономические системы: синергетика и самоорганизация. М.: Эдиториал УРСС, 2001. – 264 с.
41 Морозов Ю.П., Гаврилов А.И., Городнов А.Г. Инновационный менеджмент. М.: ЮНИТИ, 2003. – 471 с.

42 Мулен Э. Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели. М.: Мир, 1991. – 464 с.
43 Нижегородцев Р.М. Информационная экономика. М.: МГУ, 2002. т. 1 – 163 с., т. 2 – 173 с., т. 3 – 170 с.
44 Новиков Д.А. Закономерности итеративного научения. М.: ИПУ РАН, 1998. – 96 с.
45 Новиков Д.А. Институциональное управление организационными системами. М.: ИПУ РАН, 2003. – 68 с.
46 Новиков Д.А. Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем. М.: Фонд «Проблемы управления», 1999. – 150 с.
47 Новиков Д.А. Сетевые структуры и организационные системы. М.: ИПУ РАН, 2003. – 102 с.
48 Новиков Д.А. Стимулирование в организационных системах. М.: Синтег, 2003. – 312 с.
49 Новиков Д.А. Стимулирование в социально-экономических системах (базовые математические модели). М.: ИПУ РАН, 1998. – 216 с.
50 Новиков Д.А., Петраков С.Н. Курс теории активных систем. М.: Синтег, 1999. – 108 с.
51 Новиков Д.А., Смирнов И.М., Шохина Т.Е. Механизмы управления динамическими активными системами. М.: ИПУ РАН, 2002. – 124 с.
52 Новиков Д.А., Суханов А.Л. Модели и методы управления научными проектами в ВУЗе. М.: ИУО РАО, 2005. – 84 с.
53 Новиков Д.А. Теория управления организационными системами: вводный курс. М.: ИПУ РАН, 2004. – 81 с.
54 Новиков Д.А. Теория управления организационными системами. М.: ИПУ РАН, 2005. – 472 с.
55 Новиков Д.А., Цветков А.В. Механизмы стимулирования в многоэлементных организационных системах. М.: Апостроф, 2000 – 184 с.
56 Новиков Д.А., Цветков А.В. Механизмы функционирования организационных систем с распределенным контролем. М.: ИПУ РАН, 2001. – 118 с.
57 Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Прикладные модели информационного управления. М.: ИПУ РАН, 2004. – 130 с.

58 Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Рефлексивные игры. М.: Синтег, 2003. – 160 с.
59 Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. М.: Наука, 1981. – 206 с.
60 Петраков С.Н. Механизмы планирования в активных системах: неманипулируемость и множества диктаторства. М.: ИПУ РАН, 2001. – 135 с.
61 Поспелов Г.С., Ириков В.А., Курилов А.Е. Процедуры и алгоритмы формирования комплексных программ. М.: Наука, 1985. – 424 с.
62 Сандак Н.Н. Некоторые общесистемные и математические аспекты теории систем с соревнующимися элементами / Управление техническими и организационными системами с применением вычислительной техники. Труды XXIII конференции молодых ученых. М.: Наука, 1979. С. 160 – 171.
63 Сергеева Л.Н. Моделирование поведения экономических систем методами нелинейной динамики (теории хаоса). Запорожье: ЗГУ, 2002. – 227 с.
64 Тарасов В.Б. От многоагентных систем к интеллектуальным организациям: философия, психология, информатика. М.: Эдиториал УРСС, 2002. – 353 с.
65 Теоретические основы и модели долгосрочного макроэкономического прогнозирования / Под ред. Ю.В. Яковца. М.: МФК, 2004. – 296 с.
66 Трифилова А.А. Управление инновационным развитием предприятия. М.: Финансы и статистика. – 176 с.
67 Управление инновациями / Под ред. Ю.В. Шленова. М.: Высшая школа, 2003. Том 1. – 252 с. Том 2. – 295 с. Том 3. – 240 с.
68 Фатхутдинов Р.А. Инновационный менеджмент. СПб.: Питер, 2004. – 400 с.
69 Царев В.В. Оценка экономической эффективности инвестиций. СПб.: Питер, 2004. – 464 с.
70 Цыганов В.В. Адаптивные механизмы в отраслевом управлении М.: Наука, 1991. – 166 с.
71 Шарп У., Александер Г., Бэйли Д. Инвестиции. М.: ИНФРА-М, 2001. – 350 с.

72 Щепкин А.В. Механизмы внутрифирменного управления. М.: ИПУ РАН, 2001. – 80 с.
73 Barbera S., Masso J., Serizawa S. Strategy-proof voting on compact ranges // Games and Behavior. 1998. Vol. 25. P. 272 – 291.
74 Border K., Jordan J. Straightforward elections, unanimity and phantom voters // Review of Economic Studies. 1983. Vol. 50. P. 153 – 170.
75 Cooke Ian, Mayers P. Introduction to Innovation and Technology Transfer. Boston: Artech House, Inc., 1996. Part 1. – 124 p.
76 Dasgupta P., Hammond P., Maskin E. The implementation of social choice rules: some general results on incentive compatibility // Review of Economic Studies. 1979. Vol. 46. № 2. P. 185 – 216.
77 Mas-Collel A., Whinston M.D., Green J.R. Microeconomic theory. N.Y.: Oxford Univ. Press, 1995. – 981 p.
78 Moore J. Implementation, contracts and renegotiation in environment with complete information / Advances in Economic Theory. Vol. 1. Cambridge: Cambridge University Press, 1992. P. 182 – 281.
79 Moulin H. On strategy-proofness and single-peakedness // Public Choice. 1980. Vol. 35. P. 437 – 455.
80 Moulin H., Shenker S. Serial cost sharing // Econometrica. 1992. Vol. 60. N 5. P. 1009 – 1037.
81 Myerson R.B. Game theory: analysis of conflict. London: Harvard Univ. Press, 1991. – 568 p.
82 Sprumont Y. The division problem with single-peaked preferences: a characterization of the uniform allocation rule // Econometrica. 1991. Vol. 59. № 2. P. 509 – 519.