

МЕХАНИЗМЫ СТИМУЛИРОВАНИЯ КАК ИНСТРУМЕНТ СОГЛАСОВАНИЯ ИНТЕРЕСОВ УЧАСТНИКОВ ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Д.А. Новиков

(Институт проблем управления РАН, Москва, novikov@ipu.ru)

ВВЕДЕНИЕ

В математическом моделировании для описания поведения людей, их групп или коллективов, используется *гипотеза рационального поведения* [9], заключающаяся в том, что агент с учетом имеющейся у него информации выбирает из множества допустимых действий наиболее предпочтительное действие. Пояснения требуют два понятия: «допустимость» и «предпочтительность».

Выбор агента может быть ограничен существующими законами, нормативами, инструкциями, нормами поведения, физическими, логическими, технологическими и другими ограничениями. Множество тех альтернатив, из которых производится выбор, и которые удовлетворяют всем ограничениям, называется *множеством допустимых действий*. Обозначим это множество A , а его элемент (действие) обозначим u .

Предпочтения и интересы агента обычно моделируются его *целевой функцией* (функцией выигрыша, функцией полезности, функцией предпочтения – делать различий между этими терминами мы не будем) $f(u)$, которая отображает множество допустимых действий на числовую ось, то есть, ставит в соответствие каждому действию действительное число, интерпретируемое как «выигрыш» агента от выбора данного действия. Тогда можно считать, что предпочтения агента отражены целевой функцией, в том смысле, что одно действие лучше (не хуже) другого, если первое приводит к большему (не меньшему) выигрышу, чем второе.

Следовательно, рациональный агент (стремящийся максимизировать свой выигрыш) выбирает действие, которое максимизирует его целевую функцию.

Гипотеза рационального поведения описывает поведение одного агента, выигрыш которого зависит только от его собственных действий. Но такая ситуация редко встречается на практике – члены организации, экономические агенты, организации и предприятия взаимодействуют друг с другом, и обычно выигрыш каждого из участников взаимодействия зависит не только от его собственных действий, но и от действий его оппонентов – других агентов. То или иное действие некоторого агента может быть выгодно для него, но невыгодно для какого-то другого агента (или даже для всех остальных агентов), и наоборот. Возникает вопрос – а возможно ли так организовать совместную деятельность агентов, чтобы сделать ее максимально выгодной для всех них?

Ответ на этот вопрос зависит от того, что понимать под «выгодностью для всех». Однозначного определения здесь, естественно, нет. Общепринятой концепцией является *эффективность по Парето*: состояние системы *эффективно* (по Парето), если для любого другого состояния, которое хотя бы один агент счи-

тает лучше исходного, найдется другой агент, предпочитающий исходное состояние [9, 13]. Другими словами, эффективным является состояние системы, при котором нельзя улучшить результат одного агента, не ухудшив при этом результат другого (других).

Задача согласования интересов агентов заключается в поиске механизма перехода в максимально выгодное для них (в том или ином смысле, оговариваемом в каждом конкретном случае) состояние.

Переход этот может осуществляться различными путями. Вообще говоря, задача согласования интересов, имеет несколько различных постановок в разных областях науки.

В экономике в рамках теории коллективного (общественного) благосостояния задача заключается в распределении ограниченного ресурса (или перераспределении некоторых благ) между агентами наиболее эффективным образом (что понимается под "эффективностью" с точки зрения общества, каждый раз оговаривается особо) [20].

В теории коллективного выбора при заданных предпочтениях агентов ищется "агрегированное" предпочтение в том или ином смысле наиболее близкое к предпочтениям агентов [1, 13].

В моделях динамики коллективного поведения исследуется процесс перехода коллектива агентов в устойчивое состояние посредством многократного последовательного принятия решений [7, 12, 18].

Согласование интересов, в частности, возможно за счет *побочных платежей*, когда одни агенты делятся частью своего выигрыша с другими агентами за то, что последние выбирают выгодные для первых действия [8, 10, 15]. Частным случаем побочных платежей является материальное стимулирование, математические модели которого рассмотрены в [6, 15]. Для осуществления материального стимулирования необходимы соответствующие институциональные условия, которые, как правило, создаются в рамках организаций (*организационная система* – объединение людей, совместно реализующих некоторую программу или цель и действующих на основе определенных процедур и правил (механизмов функционирования) [15]). Ниже проводится обзор основных подходов и результатов решения именно этого класса задач – то есть, моделям стимулирования, побуждающего участников организационных систем осуществлять согласованную совместную деятельность.

В терминах механизмов стимулирования задача согласования интересов участников организационных систем (агентов или агентов и управляющего органа – центра) заключается в том, чтобы найти такую зависимость между действиями агентов и теми побочными платежами, которые они должны друг другу выплачивать, чтобы действия, выгодные с индивидуальной точки зрения соответствующих агентов, были максимально выгодны другим агентам. Ряд общих подходов к решению этой задачи приводится ниже. При этом сначала рассматривается задача вертикального согласования в двухуровневой системе, состоящей из управляющего органа – центра – и подчиненных ему управляемых субъектов – агентов. Затем описываются механизмы горизонтального согласования интересов агентов, находящихся на одном уровне иерархии. Более сложные модели можно найти в [1, 3, 5].

ВЕРТИКАЛЬНОЕ СОГЛАСОВАНИЕ

Рассмотрим сначала двухуровневую организационную систему, состоящую из двух участников – центра на верхнем уровне иерархии и агента на нижнем. Агент характеризуется целевой функцией $f: A \rightarrow \mathcal{R}_1$ и в отсутствие управления со стороны центра выбирает действие y^* , максимизирующее его целевую функцию.

Центр характеризуется целевой функцией $\Phi(y)$, которая достигает максимума при действии агента, равном $y^* = \arg \max_{y \in A} \Phi(y)$. В общем случае интересы центра и агента могут не совпадать, то есть $y^* \neq y^*$: центр хотел бы, чтобы агент выбрал действие y^* , но у агента свои интересы, и он склонен к выбору действия y^* .

Как же согласовать интересы центра и агента? Каждый из них обладает свойством активности – способностью самостоятельно принимать решения – выбирать зависящие от него параметры. Если центр имеет возможность устанавливать побочные платежи (стимулирование), то он может предложить агенту: «Я хотел бы, чтобы ты выбрал действие x , и готов платить тебе за выбор действия y сумму $\sigma(x, y)$ ». Желательное с точки зрения центра действие агента x называется *планом*, и вознаграждение агента $\sigma(x, y) \geq 0$ в общем случае зависит как от его действия y , так и от плана x .

Агент выберет действие, совпадающее с планом, если такой выбор обеспечит максимум его выигрыша с учетом платежей со стороны центра:

$$(1) y \in A \quad f(x) + \sigma(x, y) \geq f(y) + \sigma(x, y),$$

то есть выбор любого допустимого действия $y \in A$ должен приносить агенту не больший выигрыш, чем выполнение плана. Условие (1) называется *условием согласованности* плана с интересами агента.

Обозначим $y^* = \arg \max_{y \in A} f(y)$ – действие, доставляющее максимум целевой функции агента, а максимальный размер выигрыша агента обозначим $f^* = f(y^*)$.

Если для некоторого платежа $\sigma(x, \cdot)$ выполнено (1), то это же неравенство выполнено и для платежа, который минимален (равен нулю) при всех действиях агента, отличных от плана, то есть $\sigma(x, y) = 0$ при $y \neq x$. Поэтому, вычисляя максимум правой части по y , выражение (1) можно записать в виде:

$$(2) \sigma(x, x) \geq f^* - f(x).$$

Содержательно, выражение (2) означает, что **центр должен компенсировать агенту потери, связанные с выбором действия, неоптимального с точки зрения последнего.**

С учетом побочных платежей целевая функция центра имеет вид $\Phi(y) = f(y) + \sigma(x, y)$. Так как побочные платежи входят в целевую функцию центра со знаком «минус», то центр заинтересован в минимизации этих платежей, следовательно, условие согласованности можно записать в виде равенства:

$$(3) \sigma(x, x) = f^* - f(x).$$

С точки зрения центра выгодными будут планы, обеспечивающие ему выигрыш, не меньший, чем в случае выбора агентом действия y^* в отсутствии платежей (это условие называется *условием индивидуальной рациональности* центра). Значит, *множество согласованных планов* S имеет вид:

$$(4) S = \{x \in A \mid \Phi(x) + f(x) \geq f^* + \Phi(y^*)\}.$$

Оптимальным согласованным планом будет **план x^* , максимизирующий целевую функцию центра на множестве согласованных планов:**

$$(5) x^* = \arg \max_{x \in S} [\Phi(x) + f(x)].$$

Во-вторых, оптимальный согласованный план (5) эффективен по Парето, так как максимизирует сумму целевых функций участников – центра и агента. Это свойство оптимального согласованного плана выполняется и в более широком классе организационных систем (см. ниже и [3, 9, 11, 14, 15]). Оно имеет важное значение: если рассматривать организационную систему в целом, то, условно, сумма целевых функций ее участников является характеристикой именно системы в целом («внутренние» побочные платежи взаимно сокращаются при суммировании). Поэтому **важность согласования интересов заключается в том, что оно позволяет не только скоординировать взаимодействие участников, но и повысить эффективность функционирования всей системы в целом.** Этот вывод справедлив и для вертикального, и для горизонтального, согласования.

Пример 1. Пусть $\Phi(y) = 5 - y$, $f(y) = 2y - y^2/4$, $y \geq 0$. Тогда получаем, что центр хотел бы, чтобы агент выбрал действие $y^* = 0$; агент в отсутствии управления выберет действие $y^* = 4$; при этом его выигрыш составит $f^* = 4$, а выигрыш центра – $\Phi(y^*) = 1$. Находим множество согласованных планов $S = [0; 4]$, и оптимальный согласованный план $x^* = 2$ – см. Рис. 1.

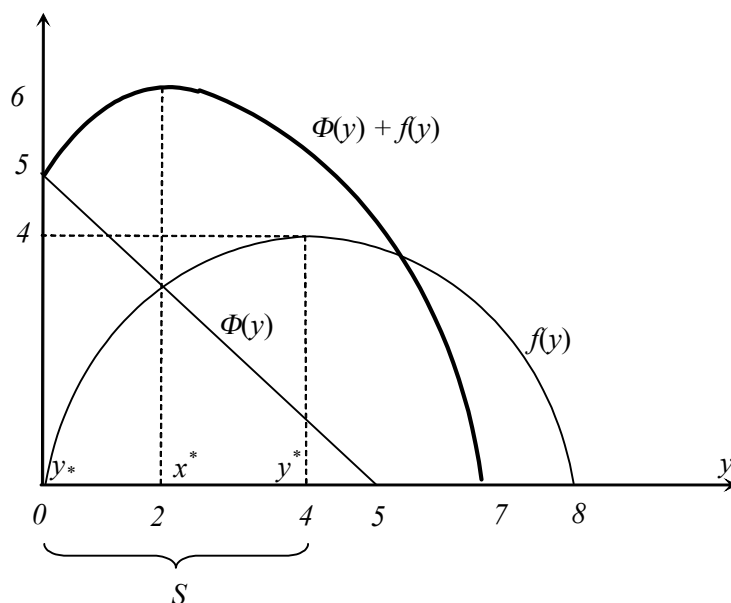


Рис. 1. Множество согласованных планов в примере 1

Таким образом, в рассмотренном простейшем случае задачи вертикального согласования интересов двух участников ее решение заключается в поиске побочных платежей (3) со стороны центра агенту за выполнение оптимального со-

гласованного плана (5). Аналогичным образом ищутся согласованные побочные платежи и в случаях, когда центр устанавливает систему штрафов [1]; когда имеется нескольких невзаимодействующих друг с другом агентов, подчиненных одному центру [3, 11, 14]; когда согласование достигается не за счет побочных платежей, а выбором управляющих параметров, входящих в целевые функции участников [3].

Еще раз отметим, что общая идея согласования интересов посредством системы побочных платежей заключается в следующем. Во-первых, система платежей может быть выбрана такой, что агент не получает вознаграждения, если он не выполнил план. Во-вторых, для согласованности плана достаточно компенсации центром потерь агента, связанных с выполнением плана по сравнению с выбором действия, оптимального с точки зрения агента. И, наконец, оптимальный согласованный план должен максимизировать выигрыш центра с учетом платежей агенту. Обобщим эту схему решения задачи согласования интересов на случай, когда имеется несколько взаимосвязанных агентов.

Рассмотрим двухуровневую организационную систему веерного типа, состоящую из одного центра на верхнем уровне иерархии и n агентов на нижнем. Множество агентов обозначим $N = \{1, 2, \dots, n\}$. Действие i -го агента y_i принадлежит множеству допустимых действий A_i . Взаимосвязь агентов отражается тем, что целевая функция каждого из них зависит в общем случае от действий всех, то есть $f_i = f_i(y)$, где $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ – вектор действий агентов. Множество допустимых векторов действий агентов обозначим $A' = \prod_{i \in N} A_i$.

В качестве отступления напомним [9, 13], что *равновесием Нэша* игры агентов, принимающих решения однократно, одновременно и независимо, является такой вектор $y^N \in A'$ их действий, одностороннее отклонение от которого не выгодно никому из агентов:

$$(6) \quad \forall i \in N, \forall y_i \in A_i \quad f_i(y^N) \geq f_i(y_i, y_{-i}^N),$$

где $y_{-i} = (y_1, y_2, \dots, y_{i-1}, y_{i+1}, \dots, y_n) \in A_{-i} = \prod_{j \neq i} A_j$ – *обстановка игры* для i -го агента.

Доминантной стратегией i -го агента называется такое его действие $y_i^D \in A_i$, которое доставляет максимум его целевой функции при любой обстановке игры [9]:

$$(7) \quad \forall y_{-i} \in A_{-i}, \forall y_i \in A_i \quad f_i(y_i^D, y_{-i}) \geq f_i(y_i, y_{-i}).$$

Равновесием в доминантных стратегиях (РДС) $y^D \in A'$ называется совокупность доминантных стратегий агентов (если таковые существуют): $y^D = (y_1^D, y_2^D, \dots, y_n^D)$.

Фиксируем вектор планов $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ и рассмотрим две системы платежей агентам со стороны центра:

$$(8) \quad \sigma_i^D(x_i, y) = \begin{cases} \max_{\xi_i \in A_i} f_i(\xi_i, y_{-i}) - f_i(x_i, y_{-i}), & y_i = x_i \\ 0, & y_i \neq x_i \end{cases}, \quad i \in N,$$

$$(9) \quad \sigma_i^N(x, y_i) = \begin{cases} \max_{\xi_i \in A_i} f_i(\xi_i, x_{-i}) - f_i(x), & y_i = x_i \\ 0, & y_i \neq x_i \end{cases}, \quad i \in N.$$

Содержательно, при использовании системы платежей (8) центр говорит каждому из агентов: «При условии выполнения плана, я компенсирую тебе потери (по сравнению с тем, что ты мог бы получить, максимизируя свою целевую функцию), независимо от того, выполнили ли план другие агенты». При использовании системы платежей (9) центр говорит каждому из агентов: «При условии выполнения плана, я компенсирую тебе потери (по сравнению с тем, что ты мог бы получить, максимизируя свою целевую функцию), считая, что остальные агенты выполнили план».

Оказывается [11, 15], **при использовании системы платежей (8) выполнение плана является РДС игры агентов; а при использовании системы платежей (9) выполнение плана является равновесием Нэша игры агентов.**

Обозначим $y_0 \in A'$ – вектор действий, который агенты выбирают в отсутствии воздействий со стороны центра (например, РДС или равновесие Нэша их игры). Так как в рамках (8) или (9) агентам выгодно выполнять планы, то можно вычислить суммарные по всем агентам затраты центра на платежи в случае выполнения плана (эти суммарные затраты одинаковы для систем платежей (8) и (9)):

$$(10) C(x) = \sum_{i \in N} \left[\max_{y_i \in A_i} f_i(y_i, x_{-i}) - f_i(x) \right],$$

и найти множество согласованных планов (с учетом условия индивидуальной рациональности центра):

$$(11) S = \{x \in A' \mid \Phi(x) - C(x) \geq \Phi(y_0)\}.$$

Задача оптимального согласованного планирования примет вид:

$$(12) x^* = \arg \max_{x \in S} [\Phi(x) - C(x)],$$

Итак, выражения (12) и (8) или (9) дают решение задачи вертикального согласования интересов центра и подчиненных ему взаимосвязанных агентов. В «предельном» случае (при $n = 1$ многоагентная модель перейдет в рассмотренную выше: (10) совпадет с (3), (11) – с (4), а (12) – с (5).

Из (10) и (12) следует, что оптимальный согласованный план (12) максимизирует сумму целевых функций участников системы (центра и агентов):

$$(13) x^* = \arg \max_{x \in S} [\Phi(x) + \sum_{i \in N} f_i(x)].$$

Таким образом, при использовании побочных платежей, **решая задачу согласования интересов, удается достичь эффективного по Парето состояния системы** (на множестве состояний, удовлетворяющих условиям индивидуальной рациональности участников).

Пример 2. Рассмотрим дуополию Курно:

$$(14) f_i(y) = (10 - y_1 - y_2) y_i - (y_i)^2 / [4i + 2], i = 1, 2,$$

в которой неотрицательные действия агентов интерпретируются как объемы выпускаемой ими продукции, первое слагаемое в (14) – как выручка (равная произведению цены на объем выпуска), второе слагаемое в (14) – как затраты агента. Взаимосвязь агентов отражена тем, что цена линейно убывает с ростом суммарного предложения.

Дифференцируя (14) и решая соответствующую систему уравнений, найдем равновесие Нэша: $y^N = (90/31; 100/31)$. При выборе агентами равновесных по Нэ-

шу стратегий сумма значений целевых функций всех участников системы равна 18,96.

Пусть целевая функция центра имеет вид:

$$\Phi(y) = -(y_1 - 2)^2 - (y_2 - 2)^2,$$

то есть центр заинтересован в том, чтобы объемы выпуска обоих агентов были как можно ближе к $y^* = (2; 2)$. Центром в данном случае может быть, например, государство или надгосударственный орган, обеспечивающий согласование интересов производителей в различных государствах-участниках.

Считая, что в отсутствии управлений со стороны центра агенты выбирают равновесие Нэша (то есть, $y_0 = y^N$), вычислим $\Phi(y_0) \approx -2,32$.

Положим $x = y^* = (2, 2)$, то есть найдем систему платежей, побуждающих агентов выбрать наиболее выгодные для центра действия. Вычисляем: $f_1(y^*) = 34/3, f_2(y^*) = 58/5, C(y^*) \approx 5,33$. Получаем, что

$$\Phi(y^*) - C(y^*) \approx -5,33 < \Phi(y_0) \approx -2,32,$$

то есть, центру не выгодно побуждать агентов выбирать оптимальные для него действия.

Найдем план, максимизирующий сумму целевых функций центра и обоих агентов: $x_0 \approx (2,17; 2,30)$. Вычисляем: $f_1(x_0) \approx 11,21, f_2(x_0) \approx 12,19, C(x_0) \approx 3,23$. Получаем, что $\Phi(x_0) - C(x_0) \approx -3,35 < \Phi(y_0) \approx -2,32$, то есть, план x_0 не удовлетворяет условию индивидуальной рациональности центра.

Найдем из (13) оптимальный согласованный план: $x^* \approx (2,37; 2,47)$. Вычисляем: $f_1(x^*) \approx 11,28, f_2(x^*) \approx 12,15, C(x^*) \approx 1,96$. Получаем, что $\Phi(x^*) - C(x^*) = \Phi(y_0) \approx -2,32$, то есть, план x^* удовлетворяет условию индивидуальной рациональности центра (оно выполняется как равенство).

При использовании центром оптимальной согласованной системы платежей сумма значений целевых функций всех участников системы равна 23,07, то есть, согласование интересов позволило увеличить этот показатель примерно на 22 %.

Завершив рассмотрение вертикального согласования интересов, перейдем к описанию «горизонтального» согласования, то есть изучению моделей согласованного взаимодействия нескольких равноправных (находящихся на одном и том же уровне иерархии) агентов.

ГОРИЗОНТАЛЬНОЕ СОГЛАСОВАНИЕ

Рассмотрим организационную систему, состоящую из n агентов, находящихся на одном (и единственном) уровне иерархии. Как и выше, множество агентов обозначим $N = \{1, 2, \dots, n\}$. Действие i -го агента y_i принадлежит множеству допустимых действий A_i . Целевая функция i -го агента в общем случае зависит от действий всех агентов, то есть $f_i = f_i(y)$, где $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ – вектор действий агентов. Множество допустимых векторов действий агентов обозначим $A' = \prod_{i \in N} A_i$.

Вопрос, какие действия выберут агенты, в общем случае, остается открытым. Если существует равновесие в доминантных стратегиях (РДС), то обычно предполагают, что агенты выберут именно доминантные стратегии. Если РДС не су-

ществует, то в качестве состояния системы обычно принимается равновесие Нэша. Если равновесий Нэша несколько, и среди них существуют равновесия, недоминируемые по Парето другими равновесиями, то, как правило, считают, что агенты выберут недоминируемые равновесия.

Содержательно, концепции равновесия в доминантных стратегиях и равновесия Нэша отражают индивидуальную рациональность поведения агентов. В первом случае существует оптимальное действие, не зависящее от обстановки; во втором – индивидуальное отклонение любого агента не выгодно ему, если все остальные агенты не отклоняются от равновесия.

К сожалению, во многих случаях индивидуальная рациональность входит в противоречие с коллективной рациональностью (условно отражаемой аксиомой Парето – предположением, что состояние системы должно быть эффективно). Противоречие следующее – с одной стороны, набор индивидуально рациональных действий (например, РДС или равновесие Нэша) может доминироваться другим набором действий (при котором все агенты получают не меньшие выигрыши, а кто-то – строго большие). С другой стороны, коллективно рациональных действий (эффективных по Парето) может быть несколько, и они могут быть неустойчивы относительно индивидуальных отклонений агентов (может найтись агент, который один, изменяя свое действие, еще более увеличивает свой выигрыш). Более того, в кооперативных играх [9, 13] отклоняться могут коалиции (множества из нескольких игроков) и решение игры должно быть устойчиво относительно подобных отклонений. Таким образом, соотношение индивидуальной и коллективной рациональности является одной из ключевых проблем теории игр (см. примеры и ссылки в [9, 13, 20]).

Интуитивно ясно, что если существует лучшая для всех агентов (по сравнению с индивидуально рациональным) линия поведения, то следует выработать процедуру (механизм) наказания тех агентов, которые будут от нее отклоняться. Эти «наказания» могут осуществляться либо самими агентами, либо/и метаигроком – центром. Следует отметить, что механизм наказания является «внешним» по отношению к агентам и зачастую навязывается им извне, например, центром, или является предметом их договоренности (расширение игры [6, 10]). Поясним это утверждение.

Если последовательно разыгрываются несколько партий игры, то, изменяя свои действия, агенты могут в текущем и будущих периодах наказать агента, отклонившегося в предыдущем периоде. Задачи построения таких стратегий решаются в теории повторяющихся игр (см. [20], а также обзор в [16]). Сложнее дело обстоит в статике – при разыгрывании одной единственной партии игры, так как в этом случае угроза будущего наказания со стороны партнеров бессмысленна.

Угроза наказания приобретает смысл в статике, если имеется третий (по отношению к агентам) субъект, наделенный соответствующими властными полномочиями, например – центр. Осуществляя управление, т.е. поощряя агентов, налагая на них штрафы и т.д., центр может сделать невыгодным индивидуальное отклонение от коллективного оптимума, то есть сделать Парето-оптимальную стратегию устойчивой по Нэшу. Это – первое, что может предложить центр агентам. Второй эффект от введения центра заключается в снижении объема информации, перерабатываемой агентами. Действительно, для «вычисления», напри-

мер, равновесия Нэша каждый из агентов должен знать целевые функции и допустимые множества всех агентов с тем, чтобы, опять же, каждый из них мог независимо решить систему неравенств, описывающую равновесие Нэша. При введении центра последнему достаточно, обладая информацией о каждом из агентов (информированность агентов друг о друге [17] уже не нужна), вычислить все равновесия, разработать согласованную систему побочных платежей (см. описание задачи вертикального согласования интересов), и дать соответствующую информацию агентам. Решением вышеприведенной задачи управления может заняться один из агентов – инициатор согласования интересов, либо агенты могут выбрать такого представителя из своего числа. Возможен вариант, когда для решения задачи согласования интересов агентами приглашается стороннее лицо – аналитик, консалтинговая фирма, банк и т.д.

Рассмотрим случай, когда центр в явном виде отсутствует, и опишем соответствующую задачу горизонтального согласования интересов.

Фиксируем вектор $x \in A'$ и рассмотрим следующую систему побочных платежей:

$$(15) \sigma_{ij}(x, y_j) = \begin{cases} s_{ij}(x), & y_j = x_j \\ 0, & y_j \neq x_j \end{cases}, \quad i, j \in N,$$

где $\sigma_{ij}(\cdot) \geq 0$ – платеж от i -го агента j -му, $i, j \in N$. Естественно считать, что $\forall x \in A' s_{ii}(x) = 0$, то есть агент сам себе ничего не платит, $i \in N$. То есть, система платежей (15) задается $n^2 - n$ числами.

Запишем условие того, что x – равновесие Нэша игры агентов (учтем при этом, что любой агент осуществляет платежи другим агентам, независимо от того, какое действие выбрал он сам):

$$(16) \sum_{k \in N} s_{ki}(x) \geq \max_{y_i \in A_i} f_i(y_i, x_{-i}) - f_i(x), \quad i \in N.$$

Отметим, что мы оставили вне рассмотрения вопрос о том, как заставить агентов осуществлять выплаты друг другу, предполагая, что соответствующий механизм принуждения существует (в противном случае может оказаться, что какой-то агент, получив платежи от других агентов, откажется платить им). Одним из механизмов является введение центра – представителя более высокого уровня иерархии, наделенного полномочиями налагать штрафы на агентов, отказавшихся от выполнения своих обязательств. Подобные вопросы (оппортунистическое поведение) подробно рассматриваются в теории контрактов [19, 22, 23].

Предположим, что существует вектор $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ ограничений на выигрыши агентов – так называемая *резервная полезность*, то есть u_i – размер гарантированного выигрыша i -го агента, который должен быть ему обеспечен при участии в данной организационной системе, $i \in N$. Резервная полезность может рассчитываться исходя из равновесия Нэша в отсутствии согласования интересов: $u_i = f_i(y_i^N)$, или как гарантированный выигрыш: $u_i = \max_{y_i \in A_i} \min_{y_{-i} \in A_{-i}} f_i(y_i, y_{-i})$, или каким-либо другим способом (см., например, [3]).

Тогда условие индивидуальной рациональности для i -го агента (условие его участия в процедуре согласования интересов) можно записать в следующем виде:

$$(17) f_i(x) + \sum_{k \in N} s_{ki}(x) - \sum_{j \in N} s_{ij}(x) \geq u_i, \quad i \in N.$$

то есть выигрыш агента в новом равновесии с учетом получаемых и отдаваемых платежей должен быть не меньше его резервной полезности.

Суммируя (17) по всем агентам («внутренние» платежи при этом взаимно сокращаются), получим, что **за счет побочных платежей можно осуществить переход в такое состояние системы, чтобы сумма выигрышей всех участников в этом состоянии была не меньше, чем в первоначальном состоянии.**

Множеством согласованных планов в данной модели естественно назвать планы, для которых существует система побочных платежей (15), удовлетворяющая условиям (16) и (17):

$$(18) S = \{x \in A' \mid \exists s_{ij}(x), i, j \in N: (16), (17)\}.$$

Пример 3. *Линейными* называются организационные системы, в которых целевая функция каждого агента линейно зависит от стратегий всех агентов [14]:

$$(19) H_i(y) = \alpha_{i0} + \sum_{j \in N} \alpha_{ij} y_j,$$

где $\{\alpha_{ij}\}$ и $\{\alpha_{i0}\}$ – известные константы, причем без потери общности можно считать, что $A_i = [0; 1]$, $i \in N$. В линейных системах у каждого агента существует доминантная стратегия: $y_i^D = \text{Sign}(\alpha_{ii})$, где $\text{Sign}(z) = \begin{cases} 1, & z \geq 0 \\ 0, & z < 0 \end{cases}$.

Обозначим $\beta_j = \sum_{i \in N} \alpha_{ij}$, $\beta_0 = \sum_{i \in N} \alpha_{i0}$. Тогда суммарный выигрыш агентов равен

$$(20) \Sigma(y) = \beta_0 + \sum_{j \in N} \beta_j y_j.$$

Парето-оптимальное (доставляющее максимум выражению (20)) действие i -го агента есть:

$$(21) y_i^P = \text{Sign}(\beta_i), i \in N.$$

Если $\forall i \in N \text{ Sign}(\alpha_{ii}) = \text{Sign}(\beta_i)$, то РДС является эффективным по Парето. Если $\exists i \in N: \text{Sign}(\alpha_{ii}) \neq \text{Sign}(\beta_i)$, то требуется согласование интересов агентов.

Найдем условия, когда план y^P является согласованным, то есть, существует соответствующая ему система взаимных платежей агентов, удовлетворяющая условиям (16) и (17). Для простоты рассмотрим случай $n = 2$:

$$f_1(y) = y_1 - 2 y_2, f_2(y) = -3 y_1 + y_2.$$

Доминантной стратегией каждого агента является выбор единичного действия: $y^D = (1; 1)$. При этом выигрыши агентов составляют: $f_1(y^D) = -1$, $f_2(y^D) = -2$.

Максимум суммы целевых функций агентов достигается при выборе ими вектора действий $y^P = (0; 0)$. При этом выигрыши агентов составляют: $f_1(y^P) = f_2(y^P) = 0$.

Выбор нулевых действий выгоден обоим агентам (доминирует по Парето РДС), однако не является равновесием Нэша – любой из агентов может, выбрав ненулевое действие, увеличить свой выигрыш, уменьшив при этом выигрыш оппонента.

В качестве резервной полезности выберем выигрыш агента в РДС: $u_i = f_i(y^D)$, $i = 1, 2$.

Тогда система неравенств (16) примет вид:

$$s_{12}(y^P) \geq 1, s_{21}(y^P) \geq 1;$$

а система неравенств (17):

$$s_{12}(y^P) - s_{21}(y^P) \geq -2, s_{21}(y^P) - s_{12}(y^P) \geq -1.$$

Минимум суммы взаимных платежей достигается при

$$s_{12}(y^P) = I, \quad s_{21}(y^P) = I.$$

Отметим, что в рассматриваемом случае каждый из агентов платит оппоненту ровно столько, сколько от него и получает, то есть, фактически, можно не осуществлять платежей – важно наличие договоренности об условиях этих платежей!

Разность $\Sigma(y^P) - \Sigma(y^D) = 3$, с одной стороны, может рассматриваться как эффект, возникающий в результате согласования интересов. С другой стороны, эта величина служит оценкой максимальных выплат, которые агентам выгодно сделать внешнему «арбитру» (например, центру) за то, чтобы тот установил и обеспечил соблюдение правил игры.

Таким образом, **необходимость и возможность эффективного согласования интересов взаимодействующих агентов является одним из объяснений возникновения в организационных системах иерархических структур.**

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Айзерман М.А., Алескеров Ф.Т. Выбор вариантов: основы теории. М.: Наука, 1990. – 236 с.
- 2 Ашимов А.А., Бурков В.Н., Джапаров Б.А., Кондратьев В.В. Согласованное управление активными производственными системами. – М.: Наука, 1986. – 248 с.
- 3 Богатырев В.Д. Модели механизмов взаимодействия в активных производственно-экономических системах. – Самара: СНЦ РАН, 2003. – 230 с.
- 4 Бурков В. Н. Основы математической теории активных систем. – М.: Наука, 1977. – 255 с.
- 5 Бурков В. Н., Кондратьев В. В. Механизмы функционирования организационных систем. – М.: Наука, 1981. – 384 с.
- 6 Васильева О.Н., Засканов В.В., Иванов Д.Ю., Новиков Д.А. Модели и методы материального стимулирования: теория и практика. – М.: Ленанд, 2007. – 288 с.
- 7 Васин А.А. Модели динамики коллективного поведения. М.: МГУ, 1989. – 156 с.
- 8 Гермейер Ю. Б. Игры с противоположными интересами. – М.: Наука, 1976. – 327 с.
- 9 Губко М. В., Новиков Д. А. Теория игр в управлении организационными системами. – М.: Синтег, 2002. – 148 с.
- 10 Кононенко А.Ф., Халезов А.Д., Чумаков В.В. Принятие решений в условиях неопределенности. – М.: ВЦ АН СССР, 1991. – 211 с.
- 11 Леонтьев С.В., Новиков Д.А., Петраков С.Н. Критериальное и мотивационное управление в активных системах // Автоматика и Телемеханика. 2002. № 7. С. 107 – 116.
- 12 Малишевский А.В. Качественные модели в теории сложных систем. М.: Наука, 1998. – 528 с.
- 13 Мулен Э. Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели. – М.: Мир, 1991. – 464 с.

- 14 Новиков Д. А. Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем. – М.: Фонд «Проблемы управления», 1999. – 150 с.
- 15 Новиков Д. А. Стимулирование в организационных системах. – М.: Синтег, 2003. – 312 с.
- 16 Новиков Д. А., Смирнов И. М., Шохина Т. Е. Механизмы управления динамическими активными системами. – М.: ИПУ РАН, 2002. – 124 с.
- 17 Новиков Д. А., Чхартишвили А. Г. Рефлексивные игры. – М.: Синтег, 2003. – 160 с.
- 18 Опойцев В.И. Равновесие и устойчивость в моделях коллективного поведения. М.: Наука, 1977. – 248 с.
- 19 Bolton P., Dewatripont M. Contract Theory. MIT Press, 2005. – 688 p.
- 20 Mas-Colell A., Whinston M.D., Green J.R. Microeconomic theory. N.Y.: Oxford Univ. Press, 1995. – 981 p.
- 21 Myerson R. B. Game theory: analysis of conflict. – London: Harvard Univ. Press, 1991. – 568 p.
- 22 Salanie B. The economics of contracts. MIT Press, 1999. – 223 p.
- 23 Stole L. Lectures on the theory of contracts and organizations. – Chicago: Univ. of Chicago. 1997. – 104 p.