ИННОВАЦИОННОЕ УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМАМИ С НЕОГРАНИЧЕННОЙ КОНКУРЕНЦИЕЙ

Головинский П.А.
(Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, Воронеж)
golovinski@mail15.com

Рассмотрены модели конкуренции, приводящие к перераспределению ресурсов. Проведен анализ как системы с конечным числом конкурирующих элементов, так и непрерывного предела, соответствующего очень большому числу элементов. Во всех случаях происходит концентрация ресурсов у одного элемента за конечное время независимо от исходного распределения. Использование инноваций создает новые элементы, не находящиеся в конкуренции с уже имеющимися. Это позволяет им эффективно и независимо развиваться до стадии установления развитой конкуренции, при которой начинается взаимное поглощение.

Ключевые слова: ресурсы, конкуренция, модель, кинетическое уравнение, инновации.

Введение

Конкуренция двух видов является хорошо известной задачей, которая подробно изучена в модели Лотка-Вольтерра системы «хищник-жертва». В экономике подобная модель Гудвина описывает классовую борьбу рабочих и капиталистов в виде системы двух дифференциальных уравнений для доли затрат на оплату труда и коэффициента занятости [2]. Известно как существование колебательных режимов в этих моделях, так и их структурная неустойчивость [1]. В то же время представляет интерес исследование конкуренции некоторой совокупности элементов одного вида, для которых способность к конкуренции является не одинаковой, а как-либо распределена по множеству элементов. Мы будем иметь в виду, например, конкуренцию между фирмами малого бизнеса одного профиля или между несколькими государствами, но у модели могут быть и другие применения, которые мы обсудим позднее.

Целью нашей работы является изучение некоторых возможных сценариев перераспределения ресурсов как в чисто распределительных системах, так и в развивающихся системах с асимметрией производства и потребления и возможности изменять эти сценарии путем изменения параметров элементов системы. На основе этого можно будет сделать определенные заключения о возможностях управления ресурсами в системах из конкурирующих элементов.

1. Основная модель

Занумеруем конкурирующие n элементов системы индексом i. Конкуренцию мы понимаем как борьбу за ресурсы того или иного вида: финансовые, сырьевые или какие-либо иные в зависимости от типов рассматриваемых систем. Пусть все элементы системы однотипны и все они конкурируют индивидуально за одни и те же ресурсы. Долю ресурсов, находящихся в распоряжении i-го элемента системы в момент времени t, мы обозначим $w_i(t)$, а всю совокупность таких параметров будем описывать в виде вектора-столбца $\mathbf{w} =^t (w_1, w_2, \ldots w_n)$. Каждый из элементов системы обладает некоторой способностью захватывать ресурсы в единицу времени, которую мы будем характеризовать коэффициентом f_i, а также противоположной способностью терять ресурсы в единицу времени, которую мы определим как g_i. Тогда скорость изменения доли ресурсов у i-го элемента системы можно записать как

(1) $$\frac{dw_i}{dt} = w_i f_i \sum_{j \neq i} g_i w_j - w_i g_i \sum_{j \neq i} f_i w_j,\ i, j = 1, 2, \ldots n.$$

В силу симметрии условие $j \neq i$ можно опустить, поскольку соответствующие члены, учитывающие формально взаимодействие элемента системы с самим собой, сокращаются. С учетом этого уравнение (1) можно записать в более компактном виде

(2) $$\frac{dw_i}{dt} = w_i f_i (w, g) - w_i g_i (w, f),$$

где

(3) $$(w, g) = \sum_{j \neq i} g_i w_j, \qquad (w, f) = \sum_{j \neq i} f_i w_j$$

– соответствующие скалярные произведения.

Записанная система уравнений характеризует только возможности элементов системы в борьбе за ресурсы, которые всегда каким-либо образом распределены, оставляя в стороне вопрос о происхождении самих ресурсов. Здесь не учитывается возможность появления нового ресурса в каком-то из элементов системы, не связанного с перераспределением ресурсов между элементами системы, а возникшего, например, в результате производственной деятельности, обнаружения нового месторождения полезных ископаемых или технологического открытия. Если же таковой новый ресурс, связанный с деятельностью элементов системы появляется, то в правую часть уравнения (2) следует добавить слагаемое $h_i w_i$, что приведет как к суммарному росту всех ресурсов, так и к изменению динамики перераспределения ресурсов. Добавленное слагаемое описывает как производство ресурсов при положительном знаке константы скорости h_i, так и их усиленное потребление без воспроизводства при отрицательном знаке этой константы. При $h_i \equiv 0$ полный ресурс остается неизменным с течением времени. Действительно, просуммируем обе части уравнения (2) по индексу i. Обозначая $W = \sum_i w_i$, получим

(4) $$\frac{dW}{dt} = (w, f)(w, g) - (w, g)(w, f) \equiv 0,$$

то есть можно считать

(5) $W = const = 1$.

При $h_i \neq 0$ скорость изменения совокупного ресурса составит

(6) $$\frac{dW}{dt} = (w, h).$$

Отметим, что возможны как системы, развивающиеся с расширенным воспроизводством ресурсов, так и деградирующие системы с уменьшающимися ресурсами, а также ансамбли, состоящие из смеси разных элементов.

По всей видимости, почти распределительные системы тоже вполне возможны, например, в том случае, когда источником богатства является природная рента. При этом речь не идет, по сути, не о создании богатства, а его распределении.

Мы проследим возможную динамику перераспределения ресурсов в нескольких различных случаях, и начнем с распределительной модели, в которой $h_i = 0$.

2. Дискретная распределительная модель

При рассмотрении динамики системы особый интерес всегда представляет анализ возможности существования в ней устойчивых состояний. Предположим, что для системы (2) такое состояние возможно. Тогда $dw_i / dt = 0$, и

(7) $$\frac{f_i}{g_i} = \frac{(w, f)}{(w, g)}, \forall i.$$

Поскольку правая часть равенства (7) не зависит от индекса i, то $f_i = Cg_i$, то есть способность элемента системы захватывать ресурсы пропорциональна его способности их терять, что представляется маловероятным, уникальным случаем. В силу этого, в общем случае устойчивое состояние в чисто распределительной модели невозможно.

Рассмотрим типичные особенности динамики распределительной модели для системы, имеющей всего два элемента, перераспределяющих между собой ресурсы. Система уравнений в этом случае имеет вид

$$\begin{aligned} &\frac{dw_1}{dt} = w_1 f_1 w_2 g_2 - w_1 g_1 w_2 f_2 = w_1 w_2 (f_1 g_2 - g_1 f_2), \\ &\frac{dw_2}{dt} = w_2 f_2 w_1 g_1 - w_2 g_2 w_1 f_1 = w_1 w_2 (f_2 g_1 - g_2 f_1). \end{aligned} \tag{8}$$

Обозначим константу $f_1 g_2 - f_2 g_1 = a$, тогда вместо (8) имеем систему уравнений

$$\begin{aligned} &\frac{dw_1}{dt} = a w_1 w_2, \\ &\frac{dw_2}{dt} = -a w_1 w_2. \end{aligned} \tag{9}$$

Пусть для определенности $a > 0$. В силу симметрии системы (9) это означает лишь последовательность нумерации элементов системы. Поскольку в силу нормировки $w_1 + w_2 = 1$, то

$$\frac{dw_1}{dt} = a w_1 (1 - w_1). \tag{10}$$

Начальное условие для уравнения (10) определяется начальным распределением ресурсов $w_1(0) = v_1$. Уравнение (10) является частным случаем уравнения Фишера-Прая, описывающего процесс вытеснения старой технологии новой [3,4]. Решение уравнения (10) имеет простой вид

$$w_1(t) = 1 - \frac{1}{1 + Ae^{at}}, A = \frac{1}{1 - v_1} - 1. \tag{11}$$

На больших временах $w_1(t) \to 1$, то есть со временем ресурсы полностью переходят к первому элементу. Рис. 1 демонстрирует пример такого поведения.

Мы видим, что система, в которой имеется всего два элемента, неустойчива, что, в конечном счете, приводит к концент-

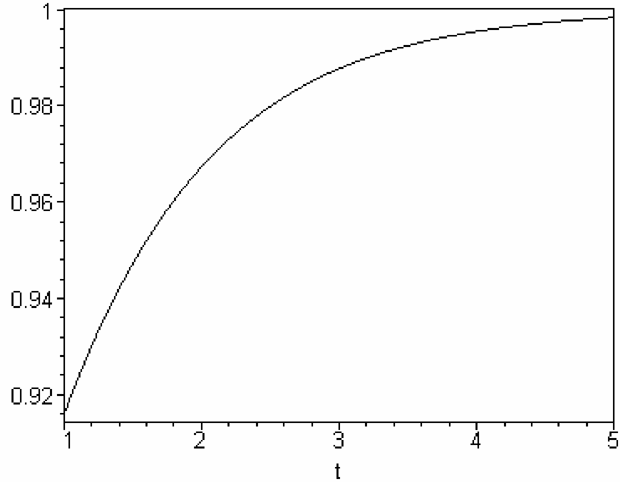

Рис. 1. Перераспределение ресурсов при чистой конкуренции двух элементов

рации всех ресурсов у наиболее сильного элемента независимо от начального распределения ресурсов.

3. Непрерывная модель

В данном разделе мы остановимся на ситуации, когда система содержит столь большое число однородных элементов, что распределение ресурсов по элементам можно считать непрерывным. В этом случае суммирование по индексу i можно заменить на интегрирование по некоторому непрерывному параметру τ. Разумно предположить, что достаточно общей является ситуация, когда элемент, имеющий большее значение коэффициента f_1, имеет меньшее значение коэффициента g_i и наоборот. Упорядочим ряд f_i в порядке возрастания. Тогда коэффициенты g_i с той же последовательностью нумерации образуют убывающую последовательность. Соответственно, при переходе к непрерывным распределениям мы получим две монотонные функции: монотонно растущую функцию $f(\tau)$ и монотонно убывающую функцию $g(\tau)$. Конечно, такое формальное упорядочение может исказить смысловое содержание модели, расположив рядом достаточно разнородные в других отношениях элементы. Однако данная модель различает элементы по их способности к конкуренции, поэтому такое упорядочение оправдано и резко сужает множество рассматриваемых функций.

Пусть текущий результат борьбы за ресурсы в сообществе описывается функцией распределения $W(t,\tau)$ по параметру τ, а t – текущее время. Функция распределения меняется с течением времени за счет взаимодействия элементов. С учетом парных взаимодействий кинетическое уравнение для функции распределения (2) приобретает вид

$$\frac{\partial W(t,\tau)}{\partial t} = f(\tau)W(t,\tau)\int W(t,\tau_1)g(\tau_1)d\tau_1 - \tag{12}$$

$$- f(\tau)W(t,\tau)\int W(t,\tau_1)g(\tau_1)d\tau_{.1}.$$

Уравнение (12) является нелинейным интегро-дифференциальным кинетическим уравнением. Если проинтегрировать обе части уравнения (12) по значениям параметра τ, то получим

$$\frac{\partial \overline{W}}{\partial t} = 0, \tag{13}$$

где $\overline{W} = \int W d\tau = \mathrm{const}$. Это означает, что нормировка распределения остается постоянной во времени и ее можно принять равной единице. Таким образом, модель описывает перераспределение ресурсов внутри сообщества, в то время как полный ресурс остается неизменным.

Для удобства дальнейших вычислений сместим начало отсчета переменной τ, и изменим ее масштаб так, чтобы интервал ее изменений стал симметричным: $\tau \in [-1,1]$. Выберем в качестве функций, характеризующих интенсивность захвата и потерь ресурсов, линейные зависимости. Переопределим также масштаб времени так, чтобы учесть интенсивность процесса, определяемую постоянным множителем в правой части уравнения. Тогда вместо уравнения (12) получим уравнение

$$(14)\quad \frac{\partial W(t,\tau)}{\partial t} = W(t,\tau)[\tau - \int_{-1}^{1} W(t,\tau_1)\tau_1 d\tau_1].$$

Будем искать решение уравнения (14), удовлетворяющее начальному условию $W(0,\tau) = 1/2$, то есть равномерному начальному распределению ресурсов. В силу положительности функции $W(t,\tau)$ возможна эквивалентная запись уравнения (14) в виде

$$(15)\quad \frac{\partial \ln W(t,\tau)}{\partial t} = \tau - \int_{-1}^{1} W(t,\tau_1)\tau_1 d\tau_1 .$$

Правая часть уравнения (15) содержит два члена, один из которых зависит только от τ, а второй только от t. С учетом этого решение уравнения (15) имеет вид

$$(16)\quad \ln W(t,\tau) = \tau t + \ln F(t),$$

где $F(t)$ – неизвестная функция времени. Из условия нормировки функции распределения на единицу получим

$$(17)\quad W(t,\tau) = \frac{te^{\tau t}}{2\sinh t}.$$

График решения представлен на рис.2. Прямой подстановкой также можно убедиться, что получено верное решение.

Из решения и его графического представления с очевидностью следует концентрация ресурсов с ростом времени в окрестности точки $\tau = 1$. Прямые численные расчеты подтверждают подобное поведение и для других конкретных зависимостей в функциях, описывающих конкуренцию.

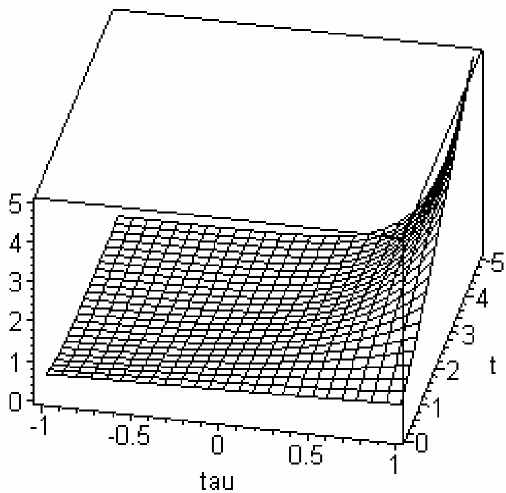

Рис. 2. Динамика перераспределения ресурсов с линейными конкурентными характеристиками

4. Инновационные механизмы

Наличие подобной динамики означает вырождение любой системы с простой неограниченной конкуренцией с течением времени, когда «в живых» останется только один элемент системы. Скажем, с точки зрения конкуренции фирм, производящих однотипную продукцию, это означает победу в конечном итоге одной сверхбольшой компании. Подобные процессы действительно постоянно происходят в мировой экономике, и для их корректировки в различных странах служит антимонопольное законодательство. Такой характер регулирования конкуренции является по сути внеэкономическим и, в определенной мере, силовым по отношению к самопроизвольным механизмам рынка. В связи с этим представляют интерес модели с регулируемыми функциями конкуренции, а также модели, учитывающие дополнительные механизмы, отсутствующие в модели чистой конкуренции. Это позволяет ставить вопрос об управлении динамикой конкуренции.

Если законодательно менять время от времени условия, в которых происходит конкуренция, то такие меры будут препятствует накоплению ресурсов в одних руках. Поэтому так называемая «нестабильность законодательства», кроме известных негативных последствий, может нести в себе и функцию ограничения темпов роста концентрации капитала. Однако при этом все равно условия конкуренции остаются достаточно постоянными на протяжении длительных периодов времени, позволяющим в ряде случаев произойти процессам концентрации ресурсов. Другим способом поддержания конкурентной среды является поощрение постоянного возникновения новых конкурентоспособных компаний. Возникновение таких компаний в той же среде, что и уже имеющиеся, является практически бесперспективным, поскольку по описанным выше причинам они, скорее всего, исчезнут вскоре после своего появления. На самом деле этот процесс постоянно идет в мировой экономике в виде постоянного создания и достаточно быстрого исчезновения большого числа малых фирм, которые являются своеобразным «кормом» для крупных корпораций. Другой формой борьбы за существование на рынке является создание фирм, предлагающих товары и услуги отсутствующие в данный момент на рынке. Таким образом, речь идет об инновационном бизнесе, который не будет встречать конкуренции со стороны других производителей на начальном этапе своего развития, пока вновь не возникнет конкурентная среда. Отсюда видны преимущества инновационного механизма развития экономики с точки зрения поддержания динамического равновесия в рыночной системе, поскольку он позволяет добиться хороших экономических результатов новым экономическим субъектам, в то время как борьба в имеющихся секторах для новых фирм обречена на поражение.

Заключение

Результаты изучения модели перераспределения ресурсов при неограниченной конкуренции показывают, что система является абсолютно неустойчивой и в ней происходит неограниченная концентрация ресурсов. Найденное аналитическое решение в предельном случае модели с непрерывным распределением ресурсов по элементам системы показывает характерную динамику перераспределения ресурсов в больших системах. В приложении к конкуренции на рынке модель позволяет сделать вывод о монополизации рынка при отсутствии противодействующих механизмов. Проведенный анализ механизмов противодействия монополизации ресурсов показывает, что одним из эффективных методов поддержания динамического равновесия может служить политика инновационного протекционизма.

Литература

1. АРНОЛЬД В.И. *Жесткие и мягкие математические модели.* М: Изд-во МЦНМО, 2004. – 32 с.
2. ЗАНГ В.-Б. *Синергетическая экономика.* М.: Мир, 1999. – 335 с.
3. ЭБЕЛИНГ В., ЭНГЕЛЬ А., ФАЙСТЕЛЬ Р. *Физика процессов эволюции.* М.: УРСС, 2001. – С. 137.
4. FISHER J.C., PRY H.R. *Practical Applications of Technological Forecasting in Industries.* (Ed.: Cetron V.J.) John Wiley & Suns, Inc. , New York, 1971.