

СРАВНЕНИЕ «IMPLIED VOLATILITY» И «REALIZED VOLATILITY» НА ПРИМЕРЕ АНАЛИЗА РОССИЙСКОГО РЫНКА ОПЦИОНОВ

Старостенко В. В.

(Институт проблем управления РАН, Москва)

vstarostenko@nes.ru

Введение

При расчете стоимости опционов основным инструментом на данный момент является формула Блэка-Шоулза, которая позволяет определить справедливую стоимость опциона на основе следующих данных: стоимости базового актива, цены исполнения, безрисковой процентной ставки, количества дней до истечения контракта и волатильности доходности базового актива.

Формула Блэка-Шоулза была выведена для определения справедливой стоимости европейского опциона Call. Под справедливой ценой понимается такая цена опциона, которая исключает проведение сделок на рынке, позволяющих получить прибыль лишь за счет неправильной оценки опциона. Впоследствии было показано, что в случае, если базовый актив не платит дивидендов, формула Блэка-Шоулза верна также и для американского опциона Call.

При выводе формулы Блэка-Шоулза существенными являются следующие предположения:

1. Отсутствуют транзакционные издержки при совершении купли-продажи активов
2. Не существует ограничения на короткие продажи
3. Торговля происходит в непрерывном времени
4. Базовый актив не приносит дивидендов
5. На рынке существует постоянная непрерывная безрисковая процентная ставка r
6. Волатильность базового актива постоянна во времени
7. Доходность актива распределена нормально. Другими словами, распределение цены базового актива является логнормальным.
8. Доходности актива в различные моменты времени являются независимыми.

Очевидно, что применительно к реальным рынкам эти предположения зачастую далеки от реальности, тем не менее, формула Блэка-Шоулза применяется в очень большом количестве случаев.

Одним из наиболее существенных ограничений для применения формулы Блэка-Шоулза оказывается предположение о динамике стоимости базового актива. Гипотеза о логарифмически-нормальном распределении стоимости базового актива отвергается в подавляющем большинстве случаев. В связи с этим становится неочевидно, что считать волатильностью базового актива при определении стоимости опциона.

Приведем график, подтверждающий приведенные выше аргументы:

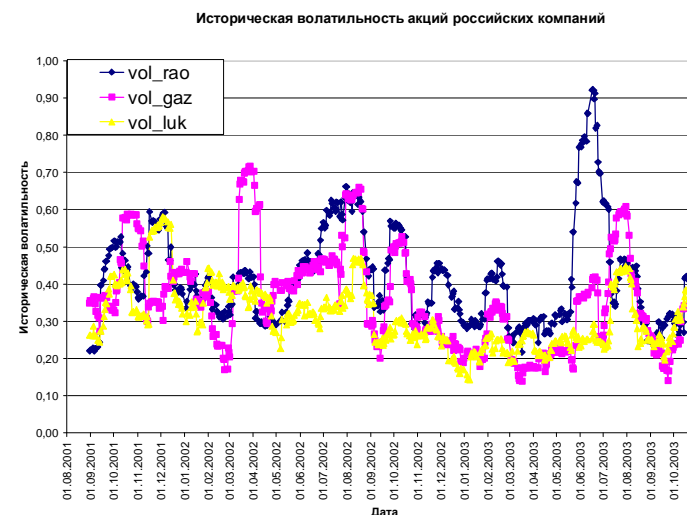


Рис. 1. Историческая волатильность акций российских компаний

В данной работе исследуется зависимость между различными типами волатильности, а именно implied volatility и realized (historical) volatility. В данной работе эти термины будут употребляться на английском языке, поскольку в русском языке не существует хорошего перевода для словосочетания implied

volatility. Приблизительным эквивалентом может служить «подразумеваемая волатильность», т.е. та волатильность, на основе которой определялась цена опциона. Realized volatility представляет собой оценку волатильности цены базового актива, сделанную на основе уже реализовавшихся значений его цены. По этой причине такая волатильность также зачастую называется исторической.

Implied volatility часто считают одним из лучших предикторов для будущих значений realized volatility, и эта гипотеза будет проверена в данной работе.

Данные

В работе используются дневные данные торгов по американским опционам Call на акции российских компаний «РАО ЕЭС», «Лукойл» и «Газпром» в российской торговой системе. Данные были взяты с сайта РТС (<http://www.rts.ru>).

Данные о стоимости акций были также взяты с сайта РТС. Пересчет стоимости акций в российские рубли был произведен на основе официального курса доллара, данные были взяты с сайта ЦБ РФ (<http://www.cbr.ru>).

В качестве безрисковой процентной ставки использовалась ставка по государственным краткосрочным облигациям. Данные также были взяты с сайта ЦБ РФ (<http://www.cbr.ru>).

В результате предварительного анализа некоторая часть данных была исключена из рассмотрения. В частности, это были данные по опционам, стоимость которых не удовлетворяла основным требованиям на цену опциона (цена Call опциона превышала цену базового актива, большинство таких сделок приходится на 2001 год, когда торговля опционными контрактами только начиналась).

После предварительного анализа данных в выборку было включено 2461 наблюдение. Рассматриваемый период времени – с 20.09.2001 по 6.11.2003 года.

Расчет волатильности

Расчет realized volatility производился на основе предыдущих значений стоимости базового актива. Среднегодовая волатильность

рассчитывалась на основе последних 20 значений цены акций. После этого производился пересчет волатильности по формуле $S_a = S_0 \sqrt{253}$, где S_a - среднегодовая волатильность (annualized volatility) S_0 - волатильность, подсчитанная на основе последних 20

значений цены, $S_0 = \sqrt{\frac{1}{19} \sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2}$, где x - значение цены базового актива.

В качестве количества торговых дней в году была взято значение 253 – количество рабочих дней в календарном году.

Расчет implied volatility производился на основе формулы Блэка-Шоулза, где единственным неизвестным параметром являлось значение implied volatility $C(S, t) = S\Phi(d_1) - Xe^{-r(T-t)}\Phi(d_2)$, где S - цена акции, X - цена исполнения опциона, $T-t$ - количество дней до истечения срока действия контракта, r - безрисковая процентная ставка, S - волатильность – неизвестный параметр, $\Phi(d_1)$ - функция распределения стандартной нормальной случайной величины

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}S^2\right)(T-t)}{S\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - \frac{1}{2}S^2\right)(T-t)}{S\sqrt{T-t}} = d_1 - S\sqrt{T-t}$$

Поиск решения уравнения приводился посредством решения уравнения: $C - C^{BS}(S) = 0$, где C - рыночная стоимость опциона, C^{BS} - стоимость опциона, рассчитанная по формуле Блэка-Шоулза.

В данном уравнении единственный параметр - S . Найдя этот параметр в результате решения уравнения, мы получаем искомую implied volatility.

Для некоторых опционов значение implied volatility получилось отрицательным, такие опционы были исключены из рассмотрения (их было очень мало, менее 10 штук).

Стоит отметить, что в выборке встречаются опционы с одинаковой продолжительностью срока действия контракта и разными ценам исполнения. В таком случае расчет implied volatility по формуле Блэка-Шоулза дает различные значения для разных опционов, хотя, руководствуясь здравым смыслом, можно заключить, что implied volatility не должна зависеть от цены исполнения опциона.

Поэтому в данном случае мы используем стандартную процедуру взвешивания значений implied volatility для опционов с разной ценой исполнения для получения агрегированного показателя, который уже является только функцией времени.

Другими словами, оценивается модель: $S_{T,strike}^{Implied} = S_T^{Implied} + x$.

Ошибка в данной модели предполагается со средним 0, но ее дисперсия, вообще может быть не постоянной и зависеть от цены исполнения опциона и других параметров (количество сделок по опциону и т.п.)

Средневзвешенная волатильность оценивалась посредством доступного обобщенного метода наименьших квадратов, в котором дисперсия ошибок предполагалась зависящей от цены исполнения опциона, а также от количества сделок по опциону.

Предикторские свойства implied volatility

В условиях, когда выполняются все требования модели Блэка-Шоулза (БШ), implied volatility должна равняться стандартному отклонению доходности актива и, соответственно, должна быть равна для всех опционов на один базовый актив независимо от длительности контракта.

Однако, большинство требований модели БШ заведомо невыполнимы. В частности, дисперсия доходности актива на рынке не постоянна, а довольно сильно изменчива во времени.

В качестве более точного приближения реальности можно использовать модифицированную модель, в которой волатильность базового актива во времени изменяется стохастически.

В таком случае implied volatility должна представлять собой среднюю ожидаемую рыночную волатильность в течение срока действия контракта. Другими словами, найденная по формуле БШ

волатильность предсказывает, в некотором смысле «среднюю»

будущую волатильность $S^{implied} = ES = \frac{1}{T} \int_0^T S(t) dt$.

По методу аналогий можно построить оценку ожидаемой волатильности в виде $\bar{S} = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T S(t)$. Таким образом, тестирование предикторских свойств implied volatility сводится к сравнению значения волатильности, рассчитанного по формуле БШ со средним значением волатильности в период действия опционного контракта. Обычно оценивается линейная регрессионная модель:

$$S_{0,T}^{Realized} = a + bS_T^{IV} + s$$

Implied volatility обладает хорошими предикторскими качествами в том случае, если коэффициенты a и b равны, соответственно, 0 и 1. Считаем, что ошибки обладают нулевым средним.

Для тестирования данной гипотезы мы поступали следующим образом. Всю выборку разделили на большое количество подвыборок, в каждую из которых входили данные по одному опциону (все опционные контракты с одинаковым типом базового актива, ценой исполнения и датой исполнения).

Таким образом, мы получаем возможность проводить тестирование гипотезы о том, что implied volatility предсказывает будущую волатильность, непосредственно для всех опционов.

Мы используем оценивание с помощью метода наименьших квадратов, в котором асимптотическая дисперсия считается с учетом серийной корреляции ошибок. Типичный срок действия опционного контракта равен 90 дням. С учетом того, что торги по определенному опциону проходят не каждый день, среднее количество дней, в которые заключаются сделки по опциону, составляет приблизительно 40.

Для тестирования гипотезы мы отобрали опционы, торги по которым проходили в не менее чем 20 различных дней. Всего таких опционов набралось 48 штук.

Тестирование гипотезы о том, что коэффициенты удовлетворяют линейному ограничению, производилось

посредством подсчета вальдовской статистики, которая распределена по хи-квадрат с двумя степенями свободы.

В результате для 15 из 48 опционов не удалось отвергнуть гипотезу о том, что коэффициенты удовлетворяют наложенным ограничениям на 5% уровне значимости.

Все эти опционные контракты приходятся на 2003 год, причем подавляющее большинство из них имеет дату исполнения в декабре 2003 года. Подавляющее большинство таких опционов (более 70%) имеют в качестве базового актива акции «РАО ЕЭС».

Оба этих факта довольно очевидны. Акции РАО ЕЭС являются наиболее ликвидными на российском рынке ценных бумаг, поэтому можно ожидать, что торги опционами на эти ценные бумаги являются наиболее интенсивными, а следовательно implied volatility должна больше приближаться к средней волатильности.

То, что все контракты, удовлетворяющие ограничениям на коэффициенты, приходятся на 2003 год можно также интерпретировать с учетом того, что количество сделок на рынке опционов резко возросло в последнее время. В 2001 году, когда рынок только начинал функционировать, нередко в день заключалась лишь одна сделка по опциону, теперь же по некоторым опционам число сделок доходит до 50 в день и более.

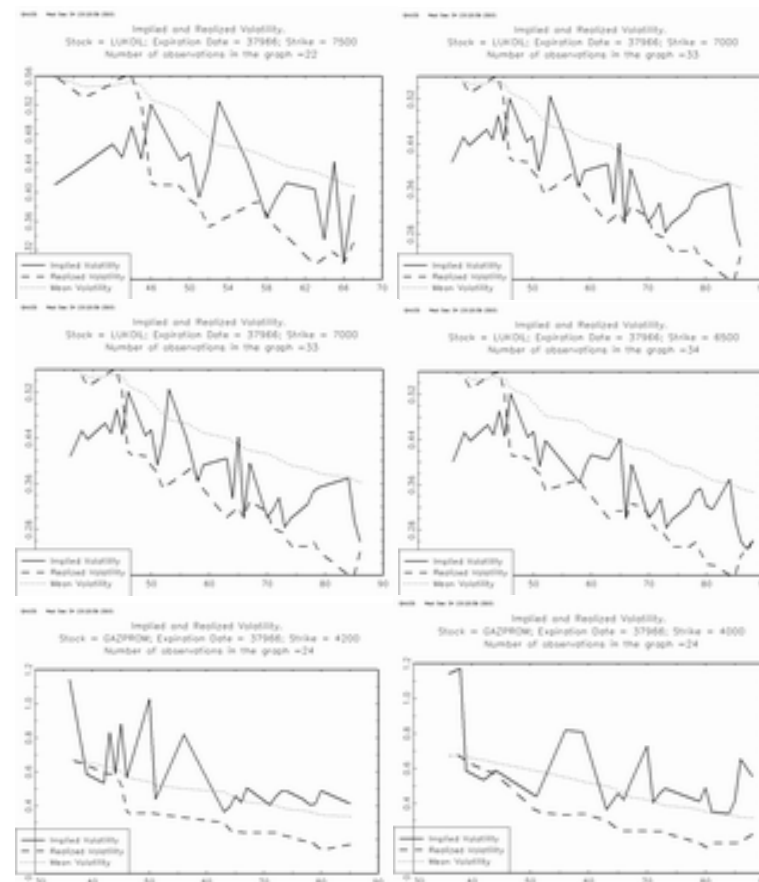
Однако стоит отметить, что при замене в регрессии средней реализованной волатильности в период действия опциона на реализованную волатильность в день заключения контракта количество контрактов, для которых нельзя отвергнуть гипотезу, возрастает до 25, что составляет более 50% всех контрактов, торги по которым проходили в не менее чем 20 различных дней.

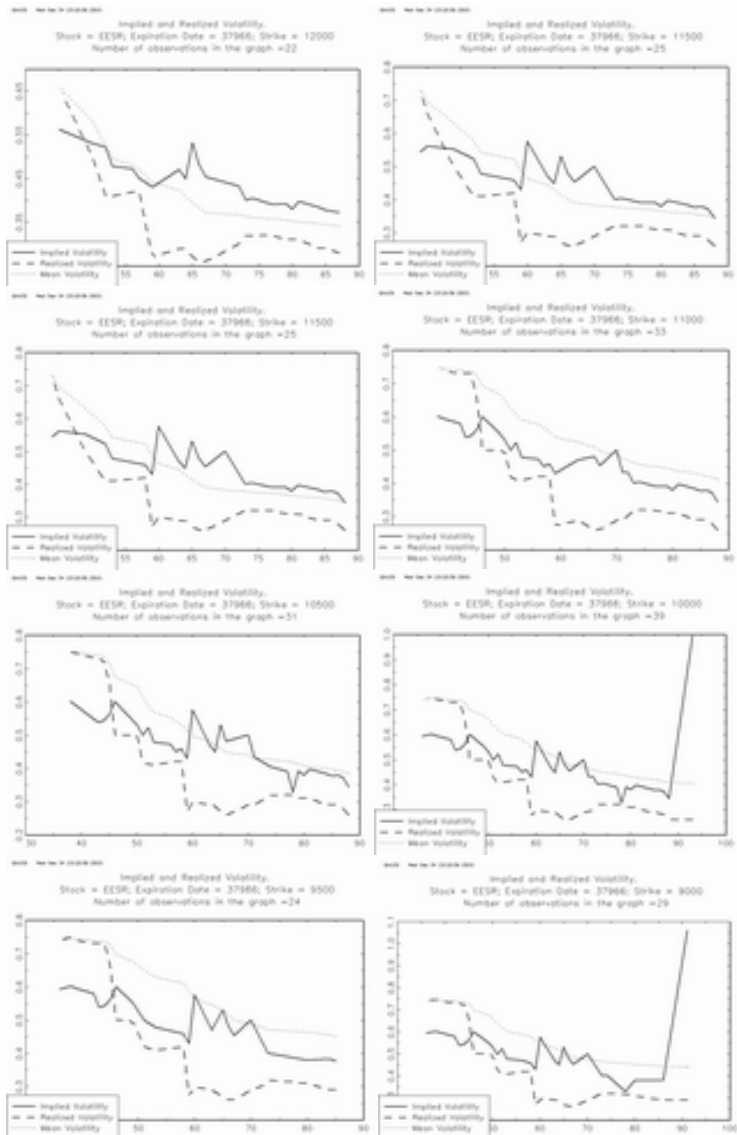
Из этого можно сделать вывод, что при оценке опционов инвесторы скорее руководствуются фактической волатильностью рынка, нежели чем ожидаемой.

Такой вывод выглядит очень правдоподобным с учетом того, что предсказание будущих значений волатильности доходности ценных бумаг на российском рынке представляет собой весьма непростую задачу.

В заключение работы приведем несколько графиков. На графиках изображены волатильности (жирная линия – implied volatility, пунктир – realized volatility, светлой линией показана средняя реализовавшаяся волатильность в течение срока действия

опционного контракта) для тех опционов, для которых не удалось отвергнуть гипотезу о том, что выполняется линейное ограничение на коэффициенты (графики построены с использованием пакета Gauss 5.0).





Выводы

В целом можно утверждать, что на данный момент implied volatility обладает относительно плохими предикторскими свойствами в качестве прогноза будущей волатильности доходности ценных бумаг. Однако есть предпосылки к тому, что с течением времени предикторские качества будут улучшаться.

Помимо того, что происходит постоянное увеличение торгов по опционам, в частности, это может также быть следствием того, что с ростом объемов торгов на рынке акций, доходность акций все лучше описывается функцией нормального распределения. В качестве иллюстрации приведем графики для доходности акций «РАО ЕЭС» в период с 1995 по 2003 год.

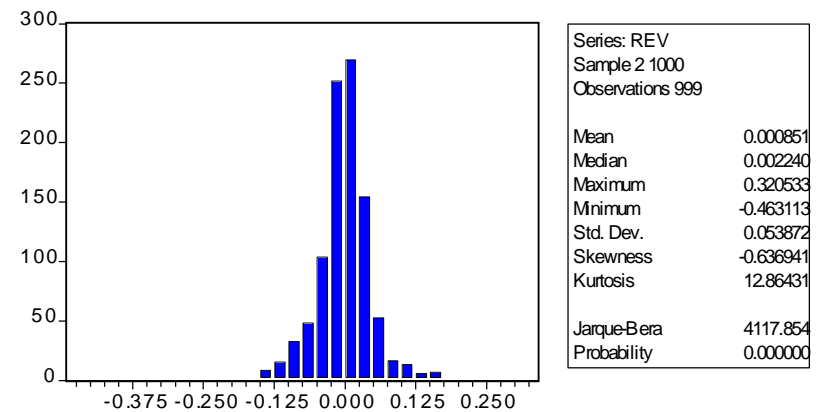


Рис. 2. Распределение доходностей акций РАО ЕЭС в период с 1995 по 1999 год

На первом графике изображены доходности в течение первой половины периода, на втором – в течение второй половины. Значения статистик свидетельствуют о том, что во втором периоде распределение значительно ближе к нормальному, а значит можно ожидать, что и поведение переменных, которые рассчитываются в предположении нормального распределения доходностей приближается к теоретическому прогнозу.

В частности, на американском фондовом рынке implied volatility обладает значительно большей предикторской силой и

считается в настоящее время одним из лучших индикаторов будущей волатильности.

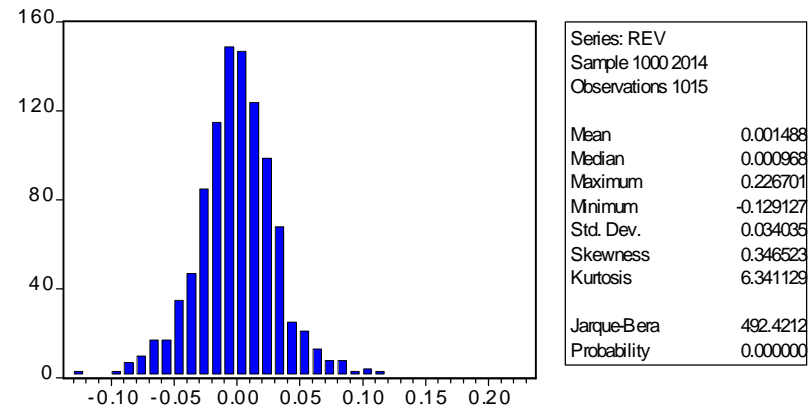


Рис. 3. Распределение доходностей акций ПАО ЕЭС в период с 1999 по 2003 год

С учетом того, что объемы торгов на российском фондовом рынке постоянно растут, можно ожидать, что implied volatility со временем будет все лучше и лучше приближать ожидание волатильности рынка.