

*Российская Академия Наук  
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова*

**Р.А. Выборнов**

**МОДЕЛИ И МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ  
ОРГАНИЗАЦИОННЫМИ СИСТЕМАМИ  
С КОРРУПЦИОННЫМ ПОВЕДЕНИЕМ  
УЧАСТНИКОВ**

Москва – 2006

УДК 519  
В 92

**Выборнов Р.А. Модели и методы управления организационными системами с коррупционным поведением участников.** М.:ИПУ РАН, 2006. – 110 с.

Работа посвящена разработке и исследованию методов эффективного управления организационными системами с коррупционным поведением участников. Проводится обзор и классификация известных моделей. Рассматриваются оригинальные задачи проведения тендеров, задачи планирования и задачи стимулирования в двух- и трехуровневых организационных системах с коррупционным поведением участников.

Работа рассчитана на специалистов (теоретиков и практиков) по управлению организационными системами.

*Рецензент: д.т.н., проф. В.Н. Бурков*

Утверждено к печати Редакционным советом Института

© Выборнов Р.А., 2006

# СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
ГЛАВА 1. ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМИ СИСТЕМАМИ С КОРРУПЦИОННЫМ ПОВЕДЕНИЕМ УЧАСТНИКОВ .	6
1.1. Понятие коррупционного поведения в теории управления организационными системами.....	6
1.2. Обзор известных моделей управления организационными системами с коррупционным поведением участников .....	9
ГЛАВА 2. ОБЩАЯ МОДЕЛЬ ОРГАНИЗАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ С КОРРУПЦИОННЫМ ПОВЕДЕНИЕМ УЧАСТНИКОВ .....	21
2.2. Общая модель организационной системы с коррупционным поведением участников.....	26
2.3. Механизмы распределения ресурса в организационных системах с коррупционным поведением участников.....	35
ГЛАВА 3. МОДЕЛИ И МЕХАНИЗМЫ СТИМУЛИРОВАНИЯ В ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ С КОРРУПЦИОННЫМ ПОВЕДЕНИЕМ УЧАСТНИКОВ .....	63
3.1. Стимулирование в организационных системах с коррупционным поведением участников.....	63
3.2. Стимулирование за результаты коллективной деятельности. Внутренний аудит.....	69
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	102
ЛИТЕРАТУРА.....	104

## ВВЕДЕНИЕ

Многообразию и быстрому изменению условий функционирования экономических объектов, характерные для современного этапа развития России, делают необходимым разработку эффективных механизмов управления социально-экономическими системами, допускающими коррупционное поведение участников. Несмотря на наличие множества публикаций, посвященных вопросам коррупционных взаимодействий, уклонению от налогов и другим проявлениям коррупционного поведения (см. обзор в главе 1), разработка эффективных механизмов управления организационными системами, допускающими возможность коррупционного поведения, представляет теоретический и практический интерес. Поэтому в настоящей работе разрабатываются и исследуются модели и методы эффективного управления организационными системами с коррупционным поведением участников. Для этого производится:

- разработка классификаций моделей и методов управления организационными системами с коррупционным поведением участников;
- разработка общей модели организационной системы с коррупционным поведением участников и постановка задачи управления;
- разработка эффективных механизмов распределения ресурса в организационных системах с коррупционным поведением участников
- разработка эффективных механизмов стимулирования в организационных системах с коррупционным поведением участников.

Во введении обоснована актуальность темы работы, определены цель и задачи исследования, описана структура работы и краткое содержание ее разделов.

В первой главе формализуется постановка проблемы, приводятся основные определения, формулировки и понятия, приводится обзор известных моделей управления организационными системами с коррупционным поведением участников. В разделе 1.1 приводятся формулировки понятия оппортунистического поведения: «преследование собственного интереса, доходящее до вероломства» (self-interest-seeking-with-guile, О. Уильямсон) и «поведение контрагентов, уклоняющихся от выполнения контракта» (Г.Б. Клейнер); приводится обзор подходов к качественному его исследованию. Понятие оппортунистического поведения близко к понятию коррупционного поведения и является более общим по отношению к нему. В разделе 1.2 проведен обзор работ, посвященных формальным моделям коррупционного взаимодействия в организационных системах.

Необходимым условием для успешной разработки эффективных механизмов управления организационными системами с коррупционным пове-

дением участников является создание классификации такого поведения. Поэтому в разделе 2.1 второй главы приведена классификация известных работ, посвященных коррупционным взаимодействиям, по следующим основаниям: виду коррупционных действий, отношению к организационной системе, числу уровней иерархии, числу агентов, числу центров, информированности участников, наличию динамики, типу математической модели. Также в этом разделе приведена классификация моделей автора, рассмотренных во второй и третьей главах. В этой классификации учитывался еще и тип коррупционного взаимодействия, т.е. отношение элементов, вовлеченных в коррупционные взаимодействия, к уровням организационной системы, на которых эти элементы функционируют. Также во второй главе формулируются задачи управления организационными системами с коррупционным поведением участников, и предлагается общая модель коррупционных взаимодействий в организационных системах. В качестве частного случая общей модели рассматривается задача распределения ресурса в организационной системе с коррупционным поведением участников. В разделе 2.1 также сформулированы задачи управления организационными системами с коррупционным поведением участников. В разделе 2.2 предложена общая трехуровневая (метацентр – центры – агенты) модель коррупционных взаимодействий в организационной системе. В последующих разделах второй и третьей глав рассматриваются модели, являющиеся частными случаями общей модели. В разделе 2.3 рассматриваются задачи распределения ресурса в организационных системах с коррупционным поведением участников, как частный случай общей модели.

В третьей главе рассматривается один из широких классов задач теории управления организационными системами – а именно, задачи стимулирования в организационных системах с коррупционным поведением участников. Решаются задачи, являющиеся частными случаями общей модели. В разделе 3.1 формулируется и решается задача индивидуального стимулирования в организационных системах с коррупционным поведением участников. В разделе 3.2 формулируются и решаются задачи стимулирования за результат коллективной деятельности в организационных системах с коррупционным поведением участников. Рассматривается использование механизма внутреннего аудита.

Заключение содержит результаты и выводы работы.

# **ГЛАВА 1. ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫМИ СИСТЕМАМИ С КОРРУПЦИОННЫМ ПОВЕДЕНИЕМ УЧАСТНИКОВ**

В первом разделе данной главы приведены основные формулировки, понятия, рассматриваемые в контексте теории управления организационными системами (ТУОС). Во втором разделе представлен обзор известных работ, посвященных теме коррупционного поведения (далее – КП) в организационных системах (ОС).

## **1.1. Понятие коррупционного поведения в теории управления организационными системами**

Теория активных систем (далее – ТАС) сформировалась в семидесятих годах прошлого века как самостоятельное направление, органично входящее в целостный комплекс теории управления организационными системами. Помимо ТАС, в этот комплекс входят следующие направления: теория игр, теория графов, теория принятия решений, теория контрактов, теория реализуемости. Успешное решение задач, стоящих перед этим направлением, подразумевает наличие эффективных методов анализа и синтеза механизмов управления социально-экономическими системами. ТУОС располагает большим количеством таких механизмов: механизмы планирования, механизмы распределения затрат, механизмы распределения ресурса, механизмы экспертизы и др. Важный класс механизмов организационного управления составляют механизмы стимулирования, служащие целям согласования интересов элементов социально-экономической системы и побуждения одних элементов к совершению определенных действий в интересах других элементов или системы в целом [45, 46].

Большинство механизмов, используемых в ТУОС, опираются на гипотезу рационального поведения элементов ОС в рамках установленных правил функционирования элементов этой ОС. Однако в существующих механизмах ТУОС не рассматривалась возможность нарушения элементами порядка и правил функционирования ОС в том случае, если это приносит элементу прибыль сверх той, что он получает, действуя в рамках установленного порядка функционирования, т. е. не рассматривалась возможность коррупционного (оппортунистического) поведения элементов ОС. Между тем с практической точки зрения вопрос о возможности такого поведения элементов ОС более чем актуален. Нарушение условий контрактов, взяточничество, коррупция и уклонение от налогов – те про-

явления оппортунистического поведения в ОС, которые можно видеть в повседневной жизни и моделировать с помощью механизмов ТУОС.

Для описания коррупционного (оппортунистического) поведения участников ОС в рамках ТУОС иногда используют термины «коррупция» и «недобросовестное поведение».

*Коррупция.* Несмотря на то, что понятие коррупции вошло в обиход в современном мире, точного определения этого понятия не существует до сих пор. Этимологически термин происходит от слияния двух терминов, использовавшихся в римском праве: «*correi*» – несколько участников в одной из сторон обязательственного отношения по поводу единственного предмета и «*rumperere*» – ломать, повреждать, нарушать, отменять [24]. Таким образом, появился новый термин «*corrumperere*», который предполагает участие в деятельности нескольких (не менее двух) лиц, целью которых является «порча», «повреждение» нормального хода судебного процесса или процесса управления обществом [29]. В настоящее время коррупция считается сложным, многогранным явлением, что позволяет многочисленные толкования этого термина, от социального (социально негативное явление, выражающееся в подкупе одних лиц другими [33, 34, 38, 39, 1]) до сугубо криминалистического [16, 25, 30, 35, 48, 49, 41, 17, 52]. Это понятие включает в себя и взяточничество, и nepotизм, и незаконное присвоение публичных средств для частного использования. [6, 55, 19]. По причине множества формулировок целесообразно выделить несколько признаков, по которым авторы работ [56, 60, 89, 21, 40], посвященных данной теме, определяют коррупцию. Прежде всего, коррупция – это двухсторонняя сделка, одной из сторон которой является лицо, находящееся на государственной службе или на службе в коммерческой организации, выполняющее властные, организационно-распорядительные или административно-хозяйственные функции. Именно это самое лицо является главным субъектом коррупции. Далее, коррупция существует постольку, поскольку существует возможность для чиновника распоряжаться не принадлежащими ему ресурсами путем принятия или непринятия тех или иных решений. Другими словами, речь идет о том, что коррупция имеет место, когда чиновник использует свои полномочия, авторитет и связанные с этим возможности для удовлетворения своих частных интересов. Следующий признак коррупционных отношений состоит в их устойчивости. Дело в том, что, как утверждает Г.А. Сатаров [60], преступность, в том числе коррупция, на некоторой фазе закономерного роста приобретает черты организованной, характерным признаком которой является устойчивость. Следующий признак вытекает из того положения, что очень редко должностное лицо может извлечь незаконную выгоду из своего служебного положения,

действуя изолировано. По мнению Г.А. Сатарова и М.И. Левина [59], некорректно говорить о коррупции, если чиновник «не вовлекает в свою противоправную деятельность других людей, как это бывает, например, при сокрытом от других присвоении не принадлежащих чиновнику средств». Применительно к моделям ОС, рассматриваемым в настоящей работе, нельзя утверждать, что поведение участников этих моделей удовлетворяет признакам коррупционного поведения, описанным выше. Тем более нельзя утверждать, что такое поведение удовлетворяет формулировкам коррупции, приведенным в действующем законодательстве. Поэтому при описании функционирования ОС мы будем пользоваться терминами «коррупция» и «коррупционное поведение» там, где это не противоречит формулировкам действующего законодательства.

*Недобросовестное поведение.* Также к описанию функционирования ОС в настоящей работе подходит определение «недобросовестное поведение». «Недобросовестное поведение» как термин не формализован ни в одном из нормативных актов, однако существуют близкие к нему термины «недобросовестная конкуренция» и «добросовестность». Определение первого из них выглядит так: «Недобросовестная конкуренция – любые направленные на приобретение преимуществ в предпринимательской деятельности действия хозяйствующих субъектов, которые противоречат положениям действующего законодательства, обычаям делового оборота, требованиям добропорядочности, разумности и справедливости и могут причинить или причинили убытки другим хозяйствующим субъектам – конкурентам либо нанести ущерб их деловой репутации». Термин «добросовестность» ввел в 1998 году Конституционный суд в постановлении КС РФ от 12.10.98 №24-П не раскрыв содержания этого термина, однако, отметив, что вопрос о недобросовестности поведения должен устанавливаться арбитражными судами в каждом конкретном случае.

*Оппортунистическое поведение.* Оппортунистическое поведение определяется О. Уильямсоном [95], который ввел это понятие в научный оборот, как «преследование собственного интереса, доходящее до вероломства» (self-interest-seeking-with-guile) [63, 95]. Речь здесь идет о любых формах нарушения взятых на себя обязательств, например – уклонении от условий контракта [27, 28, 63, 57, 95]. Агенты, максимизирующие полезность, будут вести себя оппортунистически (например, предоставлять услуги меньшего объема и худшего качества), когда это сулит им прибыль [32, 61, 68, 81]. Кроме того, целесообразно привести следующее определение: оппортунистическое поведение (opportunistic behavior) [68] – это поведение экономического агента в соответствии с собственными интересами, не ограниченное соображениями морали [1, 53, 50, 64, 82, 84]. Кроме



следования собственным интересам основным условием оппортунистического поведения является неопределенность и несовпадение с интересами контрагента [25, 40, 43, 50, 86]. Также в контексте рассматриваемой задачи уместно привести следующее определение: оппортунистическое поведение – «поведение контрагентов, уклоняющихся от выполнения контракта» (Г.Б. Клейнер). Однако при описании поведения участников ОС там, где это уместно, а также в обзоре работ отечественных и зарубежных авторов, употребляются и термины «коррупция», «недобросовестное поведение». Таким образом, в данном разделе мы определили основные понятия и формулировки в рамках ТАС и ТУОС, используемые в дальнейшем. Перейдем к обзору известных моделей управления ОС с коррупционным поведением участников.

## **1.2. Обзор известных моделей управления организационными системами с коррупционным поведением участников**

### **Модель искоренения коррупции**

Автор: Левин М.И. [37]

В данной модели рассматривается игровое взаимодействие в двухуровневой ОС. Центр (активный элемент, далее – АЭ верхнего уровня) принимает взятки с некоторой части агентов за выполнение своих функциональных обязанностей по отношению к агенту, причем все агенты готовы предложить взятку. С некоторой вероятностью проводятся проверки деятельности центра, при обнаружении факта взяточничества на центр накладывается штраф. Цель модели – найти условия равновесия Нэша без коррупционных платежей в этой игре.

*Состав ОС следующий:*

- агенты (АЭ нижнего уровня ОС, посетители);
- центры (АЭ верхнего уровня ОС, чиновники).

*Порядок функционирования ОС:*

К каждому АЭ верхнего уровня (чиновнику) направлен поток АЭ нижнего уровня (посетителей). С некоторой частью этого потока чиновник требует плату за выполнение своих обязанностей, т. е. взятку. Факт взяточничества может быть обнаружен с некоторой вероятностью, в таком случае на чиновника накладывается штраф. АЭ верхнего уровня может выбирать только один параметр – часть общего потока посетителей, с которых будет требоваться взятка.

*Оптимизационные задачи участников ОС:*

$\max x_n P((x_n + X) / N) (S + B) + (1 - x_n) S \rightarrow \max$  – оптимизационная задача АЭ верхнего уровня ОС в отсутствие штрафа. Поскольку игровое взаимодей-

ствие происходит только на верхнем уровне данной ОС, то оптимизационная задача присутствует только для АЭ этого уровня.

$\max x_n P((x_n + X) / N) (S + B + Z) + (1 - x_n) (S + Z) - Z \rightarrow \max$  – оптимизационная задача АЭ верхнего уровня ОС с учетом возможного штрафа.

*Основные параметры модели:*  $N$  – число АЭ верхнего уровня ОС;  $Z$  – штраф при обнаружении факта взяточничества;  $x_n$ ,  $0 < x_n < 1$  – часть посетителей, с которых предполагается брать взятки;  $P$  – вероятность обнаружения факта взяточничества;  $S$  – фиксированная заработная плата чиновника;  $B$  – фиксированный размер взятки;  $X = \sum_{k \neq n} x_k$  – часть посетителей, с

которых не требуется взятка;  $x = \sum_{k=1}^N x_k / N$  – средняя «интенсивность» коррумпции среди организационных элементов верхнего уровня.

*Основные результаты модели:*

1) в отсутствие штрафов при предположении о том, что функция  $P(x)$  непрерывна и удовлетворяет неравенствам:  $P(1) > S / (S + B) > P(1 / N)$  доказано, что такая игровая модель будет иметь два равновесия Нэша:  $x_n = 0$  и  $x_n = 1$ , т. е. бескоррупционное равновесие и равновесие с абсолютной коррупцией.

2) с учетом возможных штрафов при предположении  $P(1) < 1$  доказано, что для достаточно большого штрафа выполняется неравенство  $P(1) < (S + Z) / (S + B + Z)$ , и соответственно, остается единственное равновесие Нэша  $x_n = 0$ , т. е. бескоррупционное равновесие.

3) показано, что для перехода к равновесию без коррупционных платежей в рамках этой модели достаточно ввести большой штраф лишь на короткое время. Коррупционное функционирование становится невыгодным и после уменьшения штрафа до нуля.

В модели показано, что манипулирование единственным инструментом – размером штрафа – может привести к равновесию в игре без коррупционных платежей. Кроме того, проиллюстрирован следующий эффект: даже при снижении штрафа единственное равновесие Нэша без коррупции таковым и остается.

## **Модель ограничения коррупции**

Автор: Луи Ф.Т. [79]

В данной модели рассматривается динамическая двухпериодная оптимизационная задача в двухуровневой ОС. В модели участвуют две группы АЭ, каждому из которых в данный период времени предлагается взятка. Далее центр с заданной вероятностью проводит проверку и при обнаружении взяточничества налагает штраф на агента. Цель модели – найти зави-

симось доли коррумпированных агентов во времени и оценить, какое влияние оказывает штраф на агента в его дальнейшей деятельности.

*Состав ОС следующий:*

- центр (АЭ верхнего уровня, в роли которого в данной модели выступает государство)
- агенты (АЭ нижнего уровня, в роли которых в данной модели выступают чиновники).

Агенты разделены на две группы по следующему признаку: в период времени  $t$  первую группу АЭ составляют те агенты, которые участвовали в ОС в период времени  $t-1$  (опытные агенты). Соответственно, вторую группу АЭ составляют те агенты, которые не участвовали в ОС в период времени  $t-1$  (неопытные агенты). Число агентов в каждой группе одинаково и равно  $N/2$ .

*Порядок функционирования ОС:*

В период времени  $t$  каждому агенту предлагается взятка в размере единицы; агент должен принять решение о том, брать ли эту взятку. Затем с вероятностью  $p(t)$  проводится проверка агентов обеих групп. Если агент коррумпирован, проверка всегда обнаруживает этот факт; в таком случае на агента накладывается штраф.

*Целевые функции участников ОС:*

$W_0(t) = 1 - p(t) C$  – целевая функция АЭ первой группы;

$W_0(t+1) = 1 - p^e(t+1) C$  – целевая функция АЭ второй группы.

*Основные параметры модели:*

$h$  – параметр агента, характеризующий степень ущерба для него от факта приема взятки; случайная величина с функцией распределения  $F(h)$ ,  $h \in [0; 1/f]$ .  $F(h)$  одинакова внутри одной группы;  $p(t)$  – вероятность проведения проверки в период  $t$ ;  $C$  – штраф, накладываемый на коррумпированного агента второй группы при проверке;  $C'$  – штраф, накладываемый на коррумпированного агента первой группы, при условии, что в предыдущий период времени этот агент при проверке также был коррумпирован.  $C' \gg C$ ;  $B(t)$  – общая доля коррумпированных агентов двух групп.

*Основные результаты модели:*

1) автором доказано, что доля коррумпированных агентов второй группы в момент  $t$  задается функцией:  $F(\bar{W}_\gamma(t))$  при  $p(t) > p^e(t+1)$ , где  $\bar{W}_\gamma(t) = 1 - (p(t) C [1 - p^e(t+1)]) / (1 - p(t))$  и функцией  $F(W_\gamma(t))$  при  $p(t) < p^e(t+1)$ , где  $W_\gamma(t) = 1 - p(t) C$ ;

2) автором доказано, что доля коррумпированных агентов первой группы в момент  $t$  задается функцией:  $(1 - p(t-1)) F(W_0(t))$  при  $p^e(t) > p(t-1)$ , где  $W_0(t) = 1 - p(t) C$ , и функцией  $F(W_0(t)) - p(t-1) F(\bar{W}_\gamma(t-1))$  при  $p^e(t) > p(t-1)$ ;

3) автором найден временной закон изменения доли общего числа коррумпированных агентов обеих групп:

$$B(t) = \frac{1}{2} [(2 - p(t - 1)) (1 - p(t) C) - J_1 + J_2]; J_{1,2} = \text{const}$$

и зависимость этого показателя от финансирования центром проверок (для нахождения этой зависимости необходимо в полученном законе использовать  $p(t) = R m / N - R n B(t) / N$ ).

Данная модель позволяет оценить, какая часть агентов, задействованных в государственном аппарате, коррумпирована; также можно сделать прогноз на изменение этой величины при изменении финансирования проверок.

### **Модель коррупции в службе лесной охраны**

Автор: Губко Г.В. [21]

В данной модели рассматривается оптимизационная задача в двухуровневой ОС. Центр назначает систему стимулирования агентам за поимку браконьеров; те, в свою очередь, при поимке предлагают агентам взятки для сокрытия факта поимки и уклонения от штрафа. Задача центра – добиться честной работы агентов. Цель модели – найти оптимальную систему стимулирования, побуждающую участников ОС работать в рамках оговоренного порядка функционирования и предотвращающую коррупционное поведение АЭ.

*Состав ОС следующий:*

- центр (АЭ верхнего уровня ОС, роль которого в данной модели играет управление службой лесной охраны)
- агенты (АЭ нижнего уровня ОС, роль которых в данной модели играют лесники – сотрудники службы лесной охраны)

*Порядок функционирования ОС:*

Центр назначает систему стимулирования агентам за поимку браконьеров; те, в свою очередь, при поимке предлагают агентам взятки для сокрытия факта поимки и уклонения от штрафа. Задача центра – найти систему стимулирования, побуждающую агентов честно сообщать о количестве задержанных браконьеров и предотвращающую взяточничество.

*Целевые функции участников ОС:*

$f_i(\alpha_i) = \sum_i ((1 - \alpha_i) b + \alpha_i k) + S + D$  – целевая функция агента.

*Основные параметры модели:*  $\sum_i$  – сумма штрафов с задержанных браконьеров;  $\alpha_i$  – доля браконьеров, на которых оформляется акт;  $k$  – доля от официального штрафа, которую получает агент;  $S$  – фиксированный оклад агента;  $D$  – сумма доплат;  $b$   $\sum_i$  – сумма взятки,  $\sum_i$  – сумма штрафа,  $b$  – коэффициент «беспокойства».

*Основные результаты модели:*

- 1) сформулирована и доказана следующая теорема: система стимулирования  $\chi(z_i) = A + B z_i$ ,  $B^* > b - k$  побуждает агента оформлять акты с каждого задержанного нарушителя и честно сообщать центру сумму причитающегося штрафа;
- 2) предложены и другие системы стимулирования, в той или иной степени позволяющие решить поставленную задачу.

Автором найдена система стимулирования, позволяющая решить поставленную задачу – добиться честного функционирования участников ОС.

### «Экономика коррупции»

Автор: С. Роз-Аккерман [88]

В данной модели рассматривается оптимизационная задача в трех-уровневой ОС. Метацентр (правительство в данной модели) заинтересован в приобретении определенной продукции и возлагает задачу проведения конкурса между производителями этой продукции на центр (чиновников). Производители продукции (агенты) готовы предложить взятку за получение контракта центру. Цель модели – исследовать возможность искоренения коррупционных явлений в области отношений между государством и частным торговым сектором.

*Состав ОС следующий:*

- метацентр (АЭ верхнего уровня ОС, правительство)
- центр (АЭ среднего уровня ОС, чиновники);
- агенты (АЭ нижнего уровня ОС, производители);

*Порядок функционирования ОС:*

- метацентр ставит задачу проведения конкурса центру;
- центром объявляется конкурс;
- агенты определяют допустимый размер взятки  $X_i^0(P_i)$ :  

$$X_i^0(P_i) = \{\pi_i = 0\} \cap \{G_i(X_i^0) \rightarrow \max\};$$

и сообщают это значение центру;

- центр определяет агента, выигравшего контракт  $\max_i G_i = G_{\max}^i$ .

*Целевые функции участников ОС:*

$G(X_i) = X_i - J(X_i) - R(X_i)$  – целевая функция центра;

$\pi_i(X_i) = P_i q - T_i - X_i - D_i(X_i) - N_i(X_i)$  – целевая функция агента.

*Основные параметры модели:*  $G$  – прибыль центра;  $\pi_i$  – прибыль  $i$ -го агента;  $X_i$  – размер взятки, предлагаемой  $i$ -ым агентом;  $P_i$  – цена за единицу продукции  $i$ -ого агента;  $q$  – количество единиц продукции, требуемое метацентру;  $J(X_i)$  – предполагаемое наказание центра,  $J' \geq 0$ ;  $R(X_i)$  – моральный ущерб центра от факта принятия взятки  $R' \geq 0$ ;  $T_i$  – общая стоимость

производства  $q$  единиц продукции для  $i$ -ого агента;  $D_i(X_i)$  – предполагаемое наказание для  $i$ -ого агента,  $D_i \geq 0$ ;  $N_i(X_i)$  – моральный ущерб для  $i$ -ого агента от факта передачи взятки  $N_i \geq 0$ .

*Основные результаты модели:*

1) Исследовано влияние вида функции штрафов для участников ОС на конечное решение оптимизационной задачи. Показано, что конечные штрафы агента и центра, зависящие от размера дохода (взятки), могут предотвратить коррупцию.

2) Проанализированы факторы, необходимые для учета при формировании такой функции штрафов  $D_i(X_i)$ , при которой коррупционные платежи становятся невыгодными.

Результаты данной работы могут служить основой для разработки методик искоренения коррупционных явлений в сфере отношений между государством и частным сектором.

### **Модель влияния степени конкурентности рынка на коррупцию**

Автор: К. Блисс, Р. Ди Телла [71]

Рассматривается оптимизационная модель в двухуровневой ОС. Цель модели – установить взаимосвязь между степенью близости рынка к рынку с совершенной конкуренцией и размером коррупционных платежей, соответствующих данному рынку.

*Состав ОС следующий:*

- центры (АЭ верхнего уровня ОС, роль которых в данной модели выполняют коррупционеры, условно – чиновники госаппарата);
- агенты (АЭ нижнего уровня ОС, роль которых в данной модели выполняют владельцы фирм).

*Порядок функционирования ОС:*

- агент пытается получить разрешение центра с помощью взятки;
- центр выдает необходимое разрешение, решая задачу максимизации взятки за это разрешение.

*Оптимизационные задачи участников ОС:*

$\max G - F(P - G)$  – задача максимизации взятки для центра.

*Основные параметры модели:*

$C$  – стоимость работы фирмы на данном секторе рынка, суммарные расходы фирмы;  $F(C)$  – распределение, определяющее вероятность того, что фирма будет иметь стоимость, не превышающую  $C$ ;  $A$  – число фирм на данном секторе рынка;  $P$  – прибыль фирмы на данном секторе рынка (считается одинаковой для всех фирм данного сектора);  $G$  – взятка, требуемая центром за разрешение агенту работать на этом рынке;  $\alpha$  – степень

соревновательности, т. е. близость данного рынка к рынку с совершенной конкуренцией.

*Основные результаты модели:*

1) Сформулирована и доказана следующая

*теорема:*  $dG / dP < 1$ , что содержательно означает, что темп роста взяток не опережает темп роста прибыли.

2) Сформулирована и доказана следующая

*теорема:* Если функция плотности распределения  $F(*)$  однородна, то:

а) коррупционные платежи составляют половину максимальной прибыли каждой фирмы;

б) со всех объединенных «выживших» фирм центры имеют три четверти прибыли, остающейся после уплаты «стоимости» фирмы.

3) Сформулированы и доказаны утверждения, описывающие взаимосвязь степени соревновательности на рынке и числа фирм, действующих на рынке, а также влияние степени соревновательности на размер коррупционных платежей.

Данная модель позволяет оценить ту часть прибыли фирмы, которая расходуется на коррупционные платежи, а также установить взаимосвязь этой величины со степенью близости данного рынка к рынку с совершенной конкуренцией. В частности, авторами доказано следующее утверждение: уменьшение степени соревновательности рынка всегда уменьшает коррупционные платежи для фирм, уменьшая также и число фирм, действующих на рынке.

### **Модель коррупции в налоговых органах**

Автор: Полтерович В.М. [54]

Рассматривается игровая модель в двухуровневой ОС. АЭ нижнего уровня ОС (налогоплательщики) разделены на две группы по уровню доходов. В соответствие со своими доходами агенты уплачивают налог (при этом коррупционное поведение агента заключается в том, что, имея фактически высокий уровень дохода, он может заявить низкий доход в декларации). Центр с известной вероятностью может проводить проверку заявленного низкого дохода. Цель модели – найти условия равновесия в этой игре.

*Состав ОС следующий:*

- центр (АЭ верхнего уровня ОС, налоговая служба);
- агенты (АЭ нижнего уровня ОС, налогоплательщики).

*Порядок функционирования ОС:*

- агенты указывают свой уровень дохода (высокий или низкий);

- центр с известной вероятностью проводит проверку заявленного низкого дохода;
- при обнаружении уклонения на агента накладывается штраф.

*Основные параметры модели:*  $I_L, I_H, 0 < I_L < I_H$  – низкий и высокий уровень дохода соответственно;  $T_L, T_H, 0 < T_L < T_H$  – ставки налога на низкий и высокий уровень дохода;  $q$  – вероятность того, что агент имеет высокий уровень дохода;  $F, F > 0$  – штраф, накладываемый на агента при обнаружении уклонения;  $c$  – стоимость проверки, проводимой центром;  $\alpha$  – вероятность сохранения высокого дохода, то есть вероятность того, что при высоком фактическом доходе, но заявленном низком, аудиторы не обнаружат нарушений;  $\beta$  – вероятность проверки заявленного низкого дохода.

*Основные результаты модели:*

Основным результатом модели являются найденные условия единственного равновесия Нэша в условиях данной игры:

1) если  $c \geq q(T_H - T_L + F)$ , то единственным равновесием Нэша будет:

$$\alpha^* = (c(1 - q)) / q(T_H - T_L + F - c); \beta^* = (T_H - T_L) / (T_H - T_L + F)$$

2) если  $c < q(T_H - T_L + F)$ , то единственным равновесием Нэша будет:

$$\alpha^* = 1, \beta^* = 0.$$

## **Модель управления сборами налогов**

Авторы: Гелб А. Хиллман А. [75]

Рассматривается оптимизационная задача в двухуровневой ОС. На верхнем уровне ОС расположен центр – региональная налоговая служба, выбирающая интенсивность сбора налогов в регионе, «усилие» по сбору налогов. Цель модели – найти оптимальную связь между уровнем налоговых сборов в регионе и централизованным трансфертом в этот регион (государственной дотацией).

*Состав ОС следующий:*

- центр (АЭ верхнего уровня ОС, налоговая служба);
- агенты (АЭ нижнего уровня ОС, налогоплательщики).

*Порядок функционирования ОС:*

Общий доход региона состоит из централизованного трансферта в этот регион и собственного дохода, сформированного местными налогами, зависящими от выбранного «усилия» по сбору налогов. Поэтому функционирование системы заключается в том, что центр должен выбрать оптимальное «усилие» по сбору налогов.

*Оптимизационные задачи участников ОС:*

$\max u(RS_i(e) / N_i, e); RS_i = (1 - \alpha) OR_i + \alpha M_i; OR_i = OR_i(e); e \in [0, 1]$  – оптимизационная задача центра.



*Основные параметры модели:*  $e$  – выбираемое центром «усилие» по сбору местных налогов;  $FR_i$  – федеральные налоги;  $FR_i = FR_i(e)$ ;  $TR_i$  – централизованный трансферт в регион;  $OR_i$  – собственный доход региона;  $OR_i = OR_i(e)$ ;  $RS_i$  – общий доход региона,  $RS_i = OR_i + TR_i$ ;  $u$  – полезность региона;  $u = u(RS_i / N_i, G, e)$ ;  $N$  – число регионов;  $M_i$  – минимальный расходный бюджет;  $G$  – расходы на общественные блага;  $\sum_{i=1}^N TR_i + G = \sum_{i=1}^N FR_i$ ;  $\alpha$  – часть дефицита бюджета, покрываемая трансфертом;  $TR_i = \alpha [M_i - OR_i]$ .

*Основные результаты модели:*

Основным результатом этой модели является найденная отрицательная связь между размером централизованного трансферта в регион и налоговыми сборами в этом регионе. А именно: если оптимальное «усилие» находится на возрастающем интервале кривой собственных доходов, то каждое увеличение в части централизованного трансферта будет вести к уменьшению «усилия» по сбору налогов, а значит, к уменьшению сбора налогов. Если оптимальное «усилие» находится на интервале убывания кривой собственных доходов, тогда каждое увеличение централизованного трансферта будет вести к увеличению «усилия» по сбору налогов в регионе, то есть опять приведет к уменьшению сбора налогов.

### **Сбор налогов и коррупция в налоговых органах**

Авторы: Васин А.А., Панова Е.И. [4]

Рассматривается оптимизационная задача в двухуровневой ОС. В модели рассматривается однородная группа налогоплательщиков, имеющих определенный доход и налоговые обязательства, соответствующие этому доходу. Возможность КП заключается в том, что налогоплательщик, декларируя доходы, может занижить фактический доход, уменьшив тем самым свои налоговые обязательства. Задача налоговой службы – оптимизировать налоговый сбор и проводить проверки декларированного дохода, в случае обнаружения уклонения – накладывать штраф на налогоплательщика. Рассмотрены две структуры налогов (пропорциональная и прогрессивная) и штрафов (пропорциональная и линейно зависящая от скрытого дохода). Кроме того, рассматривается возможность подкупа налогового инспектора со стороны уклоняющегося налогоплательщика. Найдена оптимальная стратегия, оптимизирующая налоговый сбор в условиях возможного подкупа налогового инспектора. Цель модели – разработка модели оптимизации налоговых сборов.

*Состав ОС следующий:*

- центр (АЭ верхнего уровня ОС, налоговая служба);
- агенты (АЭ нижнего уровня ОС, налогоплательщики).

*Порядок функционирования ОС:*

- центр объявляет вероятность проведения проверки;
- агенты декларируют свои доходы;
- с заданной вероятностью центр проводит проверку декларированных доходов;
- при обнаружении уклонения центр накладывает на агента штраф.

*Оптимизационные задачи участников ОС:*

$d(I, p(\cdot)) = \{I - T(I_d) - p(\cdot) F(I, I_d)\} \rightarrow \max_{I, I_d} \in [0, I]$  – оптимизационная задача

агента;

$R(p(\cdot)) = \int \{T(d(I, p(\cdot))) + p(d(I, p(\cdot))) [F(I, d(I, p(\cdot))) - c]\} \rho(I) dI \rightarrow \max_{p \in [0, 1]}$  – оптимизаци-

онная задача центра; вообще говоря, задачей центра является нахождение такой стратегии  $p^*(\cdot)$ , которая оптимизировала бы налоговый сбор.

*Основные параметры модели:*  $I$  – доход налогоплательщика,  $I \geq 0$ ;  $\rho(I)$  – функция плотности распределения дохода;  $T(I)$  – налоговое обязательство;  $I_d$  – декларированный доход;  $p(I_d)$  – вероятность проверки налогоплательщиков с декларированным доходом  $I_d$ ;  $F(I, I_d)$  – функция штрафа за коррупционное поведение агента;  $c$  – стоимость проведения проверки;  $t, f$  – положительные ставки налога и штрафа соответственно.  $q$  – вероятность того, что проверяемый агент имеет высокий доход;  $c^*$  – стоимость повторной проверки в случае, если налоговый инспектор предполагается коррумпированным  $F^*$  – штраф, накладываемый на инспектора за некачественный аудит;  $\gamma$  – параметр, характеризующий степень близости размера взятки к максимально возможному.

*Основные результаты модели:*

1) Для пропорциональной структуры налога и штрафа авторами доказана следующая

*Теорема.* Стратегия  $p(I_d) = t / (t + f)$  для любого  $I_d$  оптимальна, если  $\int (t(I - I^*) - c t / (t + f)) \rho(I) dI \geq 0$  (\*) для любого  $I^*$ ; иначе оптимальным является правило «отсечения» с некоторым доходом  $I^*$ , таким, что соотношение (\*) не выполняется.

Другими словами, для указанной структуры налога и штрафа авторы нашли оптимальную стратегию центра, максимизирующую налоговый сбор.

2) Для прогрессивной структуры налога и штрафа авторы показали рациональность следующего подхода: выбирается значение  $p(I_d)$ , немного превышающее  $t / f$  для любого  $I_d$ , что заставляет нейтральных к риску или избегающих риска налогоплательщиков декларировать реальный доход и позволяет центру получить больше информации о распределении дохода.

3) в условиях возможного подкупа налогового инспектора найдена стратегия, оптимизирующая налоговый сбор, приведен анализ полученного результата. В частности, показано, что в таких условиях при оптимальной стратегии чистый налоговый сбор определяется как:

$$R^* = T [q - (1 - q) \min \{(c / F) + (c^* / (F + F^*)); c / \gamma F\}].$$

### **Оптимизация налоговых сборов в условиях уклонения**

Авторы: Васин А.А., Васина П.А. [5]

Рассматривается оптимизационная задача в трехуровневой ОС. В модели рассматривается правительство, налоговые инспекторы и фирмы, работающие на определенном секторе рынка. Каждая фирма выбирает общий объем производимой продукции и регистрируемую часть этого объема. Правительство устанавливает единовременный налог и прогрессивный налог на продажу, поэтому в отсутствие проверок у фирм появляется возможность уклоняться от налогов и работать на черном рынке. Чтобы предотвратить уклонение налогов, правительство нанимает налоговых инспекторов и устанавливает штрафы при обнаружении уклонения.

*Состав ОС следующий:*

- метацентр (АЭ верхнего уровня ОС, в данном случае – правительство);
- центры (АЭ среднего уровня ОС, налоговые инспектора);
- агенты (АЭ нижнего уровня ОС, фирмы, работающие на определенном секторе рынка).

*Порядок функционирования ОС:*

- правительство объявляет ставки налогов и вероятность проведения аудита;
- агенты выбирают объемы производства и регистрируемые объемы производства;
- с заданной вероятностью проводится аудит фирм с низким зарегистрированным объемом; при обнаружении уклонения накладывается штраф.

*Оптимизационные задачи участников ОС:*

$$(V, V_\gamma) = \{p V - T - t p V_\gamma - c V - (1 + \delta) t p V_{du}(V, V_\gamma, e(V_\gamma))\} \rightarrow \max -$$

оптимизационная задача агента (фирмы) при стратегии метацентра (правительства)  $s_G = (T, t, e(V_\gamma))$ ;

$R(T, t, e) = (1 - q) (T_L - de) + q(T(V_\gamma) + F(V_\gamma, V_{du}(V, V_\gamma, e)) - de(V_\gamma))$  – оптимизационная задача метацентра;

*Основные параметры модели:*  $V_H$  – высокий объем производства фирмы;  $V_L$  – низкий объем производства фирмы;  $q$  – вероятность того, что фирма имеет высокий объем производства;  $p$  – стоимость единицы объема продукции;

$V$  – полный объем производства фирмы;  $V_\gamma$  – регистрируемый объем производства фирмы;  $c$  – предельная стоимость производства;

$T(V_\gamma) = T + t p V_\gamma$  – налоговая ставка, где  $T$  – безусловный налог,  $t$  – ставка налога на единицу продукции;  $e(V_\gamma)$  – аудит фирмы с зарегистрированным объемом  $V_\gamma$ ;  $de(V_\gamma)$  – стоимость такого аудита.

*Основные результаты модели:*

1) в базовой модели найдена оптимальная стратегия фирмы с высоким объемом производства, а именно:

для любой стратегии  $s_G = (T, t, e)$  оптимальная стратегия фирмы с высоким объемом производства описывается следующим образом:

$s_3$ , если  $t < (p - c) / p$ ,  $e > V_H / (1 + \delta)$ ;

$s_2$ , если  $t < (p - c) / p$ ,  $e < V_H / (1 + \delta)$  или  $t > (p - c) / p$ ,  $e(V_L) < (p - c) V_H / (t p (1 + \delta))$ ;

$s_1$ , если  $t > (p - c) / p$ ,  $e > (p - c) V_H / (t p (1 + \delta))$ .

Также в модели найдены оптимальные стратегии агентов и метацентра в зависимости от параметров модели; проведен анализ зависимости оптимальных стратегий агента и метацентра от параметров модели. Отмечается, что в такой модели честное поведение агентов не оптимально из-за негибкости функции штрафов.

2) в модели с инспекторами (модификация базовой модели) авторами доказан следующий результат: оптимальные налоговые ставки, штрафы, усилия по налогообложению и стратегии фирм в моделях с честными инспекторами также оптимальны в соответствующих моделях с нечестными инспекторами. В частности, всякий раз, когда честное поведение фирмы оптимально в первой модели оно также оптимально и во второй модели. В заключение авторами приведена методика определения оптимальной стратегии метацентра  $s_G$ .

Результаты данной модели представляют собой методику определения оптимальных налоговых ставок и штрафов, максимизирующих общий налоговый сбор как в условиях честной работы налоговых инспекторов, так и в условиях их коррупционного поведения.

Таким образом, в главе представлен обзор работ, посвященных коррупционным взаимодействиям (далее – КВ) в ОС, коррупции и уклонению от уплаты налогов как частному случаю КП, приведены основные формулировки и понятия, используемые далее при моделировании. Материал данной главы подается с целью дать представление о постановке проблемы, терминологии, математическом аппарате, используемом при решении различных задач, связанных с управлением организационными системами с коррупционным поведением участников (далее – ОСсКПУ).

## **ГЛАВА 2. ОБЩАЯ МОДЕЛЬ ОРГАНИЗАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ С КОРРУПЦИОННЫМ ПОВЕДЕНИЕМ УЧАСТНИКОВ**

В данной главе предложена классификация известных моделей и механизмов управления ОСсКПУ, рассмотренных в первой главе. Кроме того, с учетом предложенных классификаций сформулированы задачи управления ОСсКПУ, обоснована необходимость разработки общей модели ОСсКПУ. Во втором разделе данной главы предлагается структура общей модели, на основе которой далее приведена классификация возможных КВ в ТУОС. В третьем разделе данной главы на основе общей модели решена задача распределения ресурса в ОСсКПУ.

### **2.1. Классификация моделей управления организационными системами с коррупционным поведением участников**

Необходимым условием для успешной разработки механизмов управления в ОСсКПУ является создание классификации такого поведения по ряду признаков. В настоящее время существует достаточно много подобных классификаций [6, 29, 36, 70, 82], которые формализуют это понятие по следующим основным признакам:

- По *субъектному составу* коррупционные явления можно разделить на:
  - высшую коррупцию, которая охватывает высшее чиновничество и связана с принятием решений, имеющих высокую значимость;
  - низовую коррупцию, возможную при непосредственном взаимодействии человека с органами управления;
  - негосударственную коррупцию, проявляющуюся в негосударственных организациях, сотрудники которых могут совершать действия, направленные против интересов этой организации в пользу третьих лиц.
- По *характеру действий* коррупционные явления можно разделить на:

- выполнение официальных действий без оплаты, если таковая предусмотрена;
  - невыполнение того, что правила предписывают выполнять;
  - прямое нарушение законов.
- По *объекту воздействия* коррупционные явления можно разделить на:
- коррупция в органах законодательной власти;
  - коррупция в органах исполнительной власти;
  - коррупция в органах судебной власти;
  - коррупция в органах местного управления;
  - коррупция коммерческих и некоммерческих организациях.
- По *размерам*, охвату коррупционные явления можно разделить на:
- региональную;
  - государственную;
  - международную.

В данной работе интересны признаки, используемые в ТУОС, следовательно представляется целесообразным привести классификацию по признакам, используемым в ТУОС. Отметим, что некоторые признаки представленной ниже классификации совпадают с признаками классификаций других авторов.

**По характеру действий** коррупционные явления можно разделить на три класса: *выполнение действий*, *невыполнение действий* и *прямое нарушение законов*. Под выполнением действий здесь понимается следующее: АЭ ОС вменяются некоторые функциональные обязанности, определенные порядком функционирования ОС, однако выполняет он их только за взятку. Невыполнение действий – также распространенный тип коррупционных явлений в ОС, заключается в невыполнении АЭ функций, предписываемых ему правилами функционирования этой ОС. Наконец, третий тип – за прямое нарушение законов АЭ ОС.

**По отношению к объекту коррупции** можно выделить два класса – *внешнюю* и *внутреннюю*. Под внутренней коррупцией здесь понимается явление, происходящее внутри некоторой административной единицы

(например, взятки внутри организации). Если происходит подкуп работника одной фирмы со стороны конкурирующей фирмы – имеет место коррупция внешняя по отношению к объекту коррупции.

**По иерархии** можно выделить также два вида – *иерархическую* и *без иерархии*. Если в ОС происходит перераспределение коррупционных платежей между участниками различных уровней, то коррупция – иерархическая, в противном случае – без иерархии.

Соответственно, модели коррупционных явлений могут являться моделями с *одним агентом*, с *множеством агентов*, с *одним центром*, со *многими центрами*.

Следующий признак классификации – **по степени информированности**. Здесь понимается следующее: агент, предлагающий центру взятку, может быть в какой-либо степени информирован о склонности центра к взяточничеству. Будем считать, что если в модели рассматривается информированность агента относительно центра – модель относится к классу моделей с *полной информированностью*. Также к этому классу можно отнести модели с учетом степени риска агента, так как под риском можно понимать степень информированности. Если в модели не рассматривается степень риска, информированность – модель *без полной информированности*.

**По динамике** модели управления в ОСКПУ можно разделить на *статические* и *динамические*.

И, наконец, последний признак предложенной классификации – по **типу моделирования**: *игровое* и *оптимизационное*.

Классификация рассмотренных в Главе 1 моделей представлена в таблице 1.

**Таблица 1. Классификация моделей, представленных в первой главе**

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
<b>Характер действия</b>	<b>выполнение действия</b>														
	<b>невыполнение действия</b>														
<b>Отношение к объекту</b>	<b>внешнее</b>														
	<b>внутреннее</b>														
<b>Иерархия</b>	<b>с иерархией</b>														
	<b>без иерархии</b>														
<b>Число агентов</b>	<b>много агентов</b>														
	<b>один агент</b>														
<b>Число центров</b>	<b>много центров</b>														
	<b>один центр</b>														
<b>Полная информированность</b>	<b>с полной информированностью</b>														
	<b>без полной информированности</b>														
<b>Динамика</b>	<b>динамическое моделирование</b>														
	<b>статическое моделирование</b>														
<b>Тип моделирования</b>	<b>теоретико – игровое</b>														
	<b>оптимизационное</b>														

**Модели:**

1 – модель искоренения коррупции [37]

2 – модель «rent-seeking behavior» [91]<sup>1</sup>

3 – модель ограничения коррупции [79]

4 – модель управления сборами налогов [75]

5 – модель коррупции в налоговых органах [54]

6 – модель коррупции в службе лесной охраны [21]

7 – модель конверсии [89]<sup>2</sup>

8 – общий анализ игр «rent-seeking» [67]<sup>3</sup>

9 – модель «Экономика коррупции» [88]

10 – модель «к – равновесия» [72]<sup>4</sup>

11 – модель влияния степени конкурентности рынка на коррупцию [83]

12 – модель распределения лицензий;

<sup>1</sup> Модель не вошла в обзор

<sup>2</sup> Модель не вошла в обзор

<sup>3</sup> Модель не вошла в обзор

<sup>4</sup> Модель не вошла в обзор



- 13 – теоретико-игровая модель распределения лицензий;  
 14 – модель распределения лицензий с внутренним равновесием;  
 15 – сбор налогов и коррупция в налоговых органах [4]  
 16 – модель коррупционных отношений в производстве [82]<sup>5</sup>  
 17 – оптимизация налогового сбора в условиях уклонения от налогов [5]

Из предложенной классификации видно, что на данный момент теоретико-игровое моделирование практически не используется. Следовательно, актуальна разработка моделей с использованием игрового подхода.

Классификация разработанных автором моделей, рассматриваемых в данной работе, представлена в таблице 2.

**Таблица 2. Классификация разработанных моделей**

		1	2	3	4	5	6	7	8
Характер действия	выполнение действия								
	невыполнение действия								
Отношение к объекту	внешнее								
	внутреннее								
Иерархия	с иерархией								
	без иерархии								
Число агентов	много агентов								
	один агент								
Число центров	много центров								
	один центр								
Полная информированность	с полной информированностью								
	без полной информированности								
Динамика	динамическое моделирование								
	статическое моделирование								
Тип моделирования	теоретико – игровое								
	оптимизационное								
Тип взаимодействия	«центр» – «агент»								
	«центр» – «центр»								
	«центр» + «агент» – «метацентр»								

<sup>5</sup> Модель не вошла в обзор

## **2.2. Общая модель организационной системы с коррупционным поведением участников**

Следует заметить, что разработанные к настоящему времени механизмы управления ОСсКПУ, представленные в обзоре, носят разрозненный характер и применимы в узких ограниченных областях. Основной причиной отсутствия единого системного подхода к решению задач управления в ОСсКПУ является многогранность самого явления коррупции. Другими словами, сложно учесть все возможные аспекты коррупционного поведения в ОС при построении единого структурного подхода к решению задач управления ОСсКПУ. Вместе с тем, наличие такого подхода могло бы облегчить задачи исследования и управления ОСсКПУ.

Таким образом, становится очевидной необходимость построения общей модели коррупционных взаимодействий для разработки на ее основе единого структурного подхода к решению задач управления в ОСсКПУ. Что же касается непосредственно задач управления ОСсКПУ, то к таковым следует отнести:

- построение общей модели коррупционных взаимодействий в ОС и разработка на базе этой модели структурного подхода к решению задач управления ОСсКПУ;
- построение моделей, адекватно описывающих поведение АЭ в указанных ОС;
- синтез и анализ механизмов управления ОСсКПУ.

Следовательно, важнейшими задачами данной работы являются:

- построение общей модели коррупционных взаимодействий в ОС и разработка на базе этой модели структурного подхода к решению задач управления ОСсКПУ;
- разработка эффективных механизмов управления ОСсКПУ с привлечением известных механизмов теории организационных систем.

## Общая модель коррупционных взаимодействий в организационной системе

Рассмотрим трехуровневую ОС, участниками которой являются (в терминологии ТУОС):

- агенты – АЭ нижнего уровня ОС, заинтересованные в максимизации собственной полезности и имеющие возможность каким-либо образом повлиять на других участников ОС;
- центры – АЭ среднего уровня ОС, заинтересованные в решении одной или нескольких из следующих задач: максимизация собственной полезности, оптимизация деятельности агентов, борьба с коррупционными взаимодействиями;
- метацентр – АЭ верхнего уровня ОС, заинтересованный в решении одной или нескольких из следующих задач: максимизация собственной полезности, оптимизация деятельности центров, борьба с коррупционными взаимодействиями.

Можно видеть, что участники такой ОС разделены на группы (уровни ОС) по характеру своей деятельности.

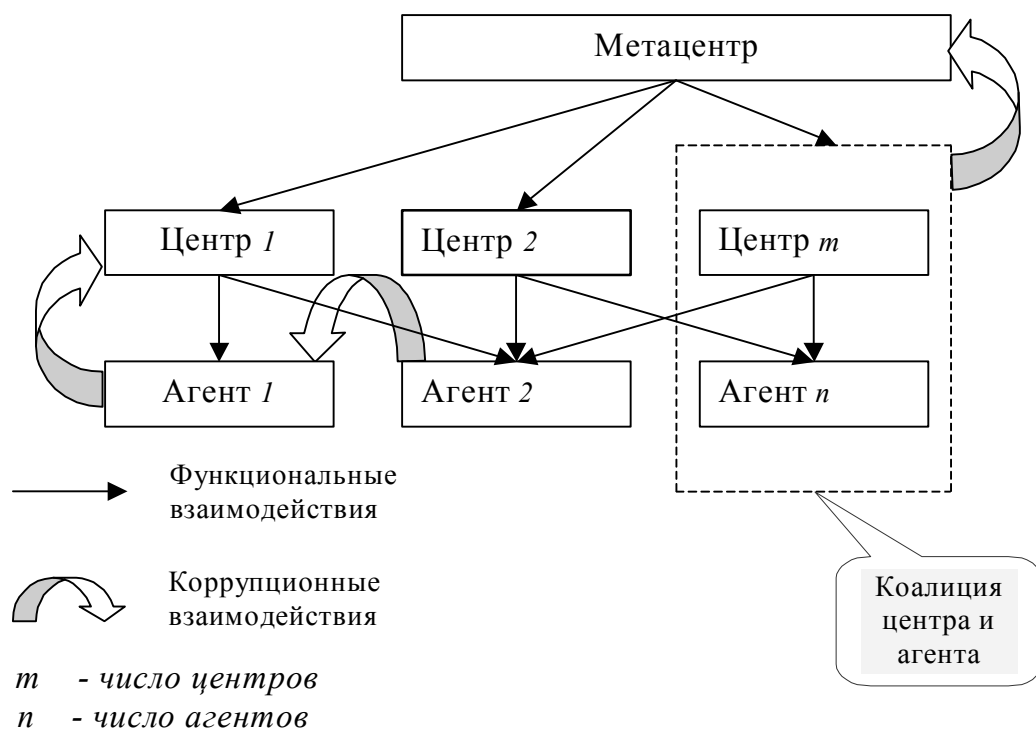
Функциональные обязанности участников ОС:

- метацентр назначает  $m$  центров, контролирует их деятельность, взаимодействует с ними в собственных интересах;
- каждому центру вменяется в обязанности управление<sup>6</sup> одним или несколькими из множеств агентов;
- агенты максимизируют собственную полезность, пытаясь повлиять на предпочтения одного или нескольких центров.

Схематически ОС представлена на рисунке 1.

---

<sup>6</sup> Здесь имеется в виду выбор наилучшего проекта, распределение дефицитных благ, и др. Другими словами, принятие каких-либо решений относительно действий агентов.



**Рисунок 1. Схема организационной системы общей модели**

В подобной обобщенной структуре ОС возможны коррупционные взаимодействия (далее – КВ) следующих пяти видов:

1. «Метацентр – Центр». Такой вид КВ предполагает, что центр с помощью какого-либо коррупционного инструмента (например, взятка) изменяет предпочтения метацентра относительно центров, причем метацентр информирован, т. е. является непосредственным участником КВ.

2. «Центр – Центр». Такой вид КВ предполагает, что два или более центра изменяют представления метацентра о центрах. Помимо этого, такой вариант отличается от предыдущего тем, что метацентр не информирован о КВ.

3. «Центр – Агент». Данный вид КВ предполагает, что агент с помощью какого-либо коррупционного инструмента (например, взятка) изменяет предпочтения центра, причем центр информирован о КВ, т. е. является непосредственным участником такого взаимодействия.

4. «Агент – Агент». Данный вид КВ предполагает, что два или более агента изменяют представления центра об агентах. В данном случае центр не информирован о КВ.

5. «Центр + Агент – Метацентр». В данном случае предполагается, что агент и центр совместно изменяют предпочтения метацентра.

Можно видеть, что КВ 1 и 3 (а также 2 и 4) аналогичны и различаются лишь по уровням ОС, на которых находятся участники соответствующего типа КВ. Следовательно, целесообразно рассматривать только взаимодействия типов 3, 4 и 5. Таким образом, можно сформулировать следующее

**Утверждение 1:** *в трехуровневой общей модели КВ в ОС возможны взаимодействия пяти типов, три из которых («центр – агент», «агент – агент», «центр и агент – метацентр») являются базовыми.*

Запишем целевые функции участников такой ОС. Целевая функция агента имеет вид:

$$f_i(x_i, \pi_i) = \pi_i - x_i - I(x_i, \pi_i) - p(x_i, \pi_i) \bar{p}(x_i, \pi_i) (\alpha \bar{x}_i + (1 - \alpha) z(x_i)) + q_0$$

Здесь  $\pi_i$  – доход, получаемый агентом  $i$  в случае «удачного» взаимодействия с центром и выбора последним «правильного» решения в отношении агента;  $x_i$  – размер взятки, с помощью которой агент пытается повлиять на решение центра;  $I(x_i, \pi_i)$  – физический эквивалент морального ущерба агента от факта дачи взятки, зависит от размера взятки и предполагаемого дохода агента;  $p(x_i, \pi_i)$  – вероятность проверки деятельности агента и центра со стороны метацентра, зависит от размера взятки и предполагаемого дохода агента;  $\bar{p}(x_i, \pi_i)$  – вероятность того, что эта проверка обнаружит факт взяточничества, зависит от размера взятки и предполагаемого дохода агента;  $\alpha$  – вероятность того, что центру и агенту удастся с помощью откупа скрыть факт взяточничества в случае обнаружения такового;  $\bar{x}_i$  – размер откупа в случае обнаружения факта взяточничества;  $z(x_i)$  – штраф, накладываемый на агента в случае, если факт взяточничества обнаружен, но факт откупа не состоялся;  $q_0$  – предполагаемая полезность агента в случае неучастия его во взаимоотношениях с центром.

Целевая функция центра имеет вид:

$$F_j = B + \eta(\bar{x}_i, \bar{x}_j) - p(\eta(\bar{x}_i, \bar{x}_j)) \bar{p}(\eta(\bar{x}_i, \bar{x}_j)) (\alpha \bar{y}_j + (1 - \alpha) z(\eta(\bar{x}_i, \bar{x}_j))) - J(\eta(\bar{x}_i, \bar{x}_j)) - y_j$$

Здесь:  $B$  – фиксированная заработная плата центра, т. е. доход центра при неучастии его в КВ;  $\bar{x}_i$  – вектор агентов «своего» множества, которые во-

влечены в КВ с центром;  $\bar{x}_j$  – вектор агентов остальных множеств, которые вовлечены в КВ с центром;  $\eta(\bar{x}_i, \bar{x}_j)$  – сумма взяток, взимаемых центром,  $p(\eta(\bar{x}_i, \bar{x}_j))$  – вероятность проверки деятельности центра метацентром;  $\bar{p}(\eta(\bar{x}_i, \bar{x}_j))$  – вероятность того, что проверка со стороны метацентра выявит факты взяточничества;  $\alpha$  – вероятность того, что центру и агенту удастся с помощью откупа скрыть факт взяточничества в случае обнаружения такового;  $\bar{y}$  – размер откупа в случае обнаружения факта взяточничества;  $z(\eta(\bar{x}_i, \bar{x}_j))$  – штраф, накладываемый на центр, если факт взяточничества обнаружен, но факт откупа не состоялся;  $J(\eta(\bar{x}_i, \bar{x}_j))$  – физический эквивалент морального ущерба центра от факта приема взятки,  $y_i$  – размер возможной взятки метацентру с целью изменения его предпочтений по распределению множеств агентов.

Отметим, что параметр  $\alpha$  и для агента, и для центра одинаков, в то время как размер откупа, если он имеет место, разный:  $\bar{x}_i$  и  $\bar{y}_j$ . Кроме того, вид целевых функций предполагает следующее: в ОС с заданной вероятностью проводится аудит, способный выявить факты КВ. При этом участники ОС, уличенные в КВ, имеют возможность откупиться от штрафа.

Наконец, целевая функция метацентра:

$$F_M = \sum_{j=1}^m y_j + \sum_{j=1}^m p_j(\cdot) (\alpha (\sum_{i=1, k=j}^n x_i + \bar{y}_j) + (1 - \alpha) z_j(\eta(\bar{x}_i, \bar{x}_j))) - mB - c.$$

Здесь  $c$  – стоимость проверки деятельности центров,  $mB$  – общая заработная плата центрам.

Можно утверждать, что любое КВ, возможное в ОС, так или иначе является частным случаем представленного выше описания. Следовательно, данную задачу можно представить в виде нескольких задач меньшей трудоемкости, решение которых применимо к любому КВ в ОС (достаточно лишь будет определить, к какому из типов относится данное коррупционное взаимодействие). Таких задач и соответственно, решений, будет три (вообще говоря, их пять, но два из них попарно аналогичны). Ниже мы рассмотрим одно из трех взаимодействий, а именно взаимодействие 3-го типа «Центр – Агент»;

Рассматриваемые в последующих главах задачи являются частными случаями основной модели и относятся к одному из трех базовых типов взаимодействия, перечисленных выше. Схема соотношения общей модели, рассматриваемых задач и типа взаимодействия, к которому принадлежит рассматриваемая задача, представлена на рисунке 2.



**Рисунок 2. Соотношение общей модели и рассматриваемых моделей**

### **Взаимодействие «Центр – Агент» (задача о тендере)**

В настоящее время большая часть договоров подряда заключается между заказчиком, с одной стороны, и подрядчиком, выигравшим тендер, проводимый заказчиком, с другой. Такой порядок функционирования ОС допускает возможность коррупционных платежей с целью выигрыша тендера. Однако полученные в рассмотренной ниже модели результаты позволяют снизить вероятность такого поведения участников.

Рассмотрим взаимодействие «Центр – Агент». Задача о тендере, относящаяся к такому типу взаимодействия, является частным случаем общей модели. Отношение этой задачи к общей модели представлено на рисунке 3.



**Рисунок 3. Соотношение задачи о тендере и общей модели**

При таком взаимодействии агент с помощью какого-либо коррупционного инструмента изменяет предпочтения центра, причем центр информирован о КВ. Содержательно это может означать, например, следующее: центр должен выбрать один из проектов, предлагаемых несколькими агентами. Ради победы в тендере агенты готовы предложить взятку центру. Со стороны метацентра проводится проверка, задача метацентра – создать условия, при которых КВ агентов и центра были бы невыгодны им.

Целевые функции участников имеют вид:

$$f = \pi - x - I(x, \pi) - p(x, \pi)(\alpha \bar{x} + (1 - \alpha)z(x)) + q_0 \text{ – для агента;}$$

$$F = B + x - J(x) - p(x, \pi)(\alpha \bar{y} + (1 - \alpha)Z(x)) \text{ – для центра.}$$

Перечислим кратко значения переменных:  $\pi$  – прибыльность проекта для агента в случае выбора центром этого проекта;  $x$  – размер взятки, предлагаемой центру;  $B$  – фиксированная заработная плата центра;  $I(x, \pi)$ ,  $J(x, \pi)$  – эквивалент морального ущерба для агента и центра соответственно;  $p(x, \pi)$  – вероятность поимки;  $z(x)$ ,  $Z(z)$  – штрафы при поимке для агента и центра соответственно;  $\alpha$  – вероятность того, что при поимке удастся откупиться;  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  – размер откупа;  $q_0$  – предполагаемая полезность агента при неучастии его во взаимодействии с центром. Действие агента – выбор  $x$ , действие центра – выбор победителя тендера.



В целях упрощения задачи предположим, что следующие параметры равны нулю:  $q_0 = 0$  (для агента проект крайне важен);  $\alpha = 0$  (откупиться при поимке не удастся);  $I(x, \pi) = J(x, \pi) = 0$  (моральные аспекты не рассматриваются).

Задачей участников будем считать максимизацию собственной целевой функции. Тогда:

$$(1) \begin{cases} F = B + x - p(x, \pi)Z(x) \rightarrow \max_{x \in X} \\ f = \pi - x - p(x, \pi)z(x) \rightarrow \max_{x \in X} \end{cases}$$

**Утверждение 2:** в задаче о тендере

$\exists p^* \in [0,1]: \forall x \in R^1, \forall \pi \in R^1 \rightarrow F(x, \pi, p) \leq F(x=0, \pi, p^*); f(x, \pi, p) \leq f(x=0, \pi, p^*),$   
т. е. в задаче о тендере с помощью информационного управления (объявления параметра  $p_{\min}$ ) в возможно предотвращение коррупционного взаимодействия.

**Доказательство:** необходимые условия для взаимодействия участников:

$$(2) \begin{cases} p(x, \pi)z(x) \leq \pi - x \\ p(x, \pi)Z(x) \leq B + x \end{cases}$$

Складывая эти неравенства:

$$p(x, \pi)(z(x) + Z(x)) \leq \pi + B$$

Метацентр не знает вероятности уличения  $p(x, \pi)$ , но может сделать оценку снизу этой величины, зная количество ранее пойманных игроков на взяточничестве и предполагая, что в коррупцию вовлечены все игроки. Сделав такую оценку  $p_{\min}$ , можно определить минимальную сумму штрафов для агента и центра, необходимую для неучастия их в подлоге:  $z(x) + Z(x) \leq (\pi + B) / p_{\min}$ . Заметим, что подобную оценку  $p_{\min}$  могут сделать и игроки. Таким образом, условие участия игроков в КВ

$$z(x) \leq (\pi - x) / p_{\min}, Z(x) \leq (\pi + B) / p_{\min}$$

Следовательно, метацентр может предотвратить взяточничество на этом уровне взаимодействия, устанавливая штрафы:

$$(3) z = (\pi - x) / p_{\min} + \delta, Z = (\pi + B) / p_{\min} + \delta$$

Однако следует заметить, что для центра и метацентра рентабельность выигрышного проекта  $\pi$  не является общей информацией и может быть только оценочной. Другой аспект этого решения заключается в том, что значения штрафов в (3) могут превосходить некие ограничения на штрафы, возможно наложенные законодательством. В силах метацентра обойти эти

ограничения следующим образом: в действительности метacentр может управлять параметром  $p_{\min}$ , т. е. оценкой снизу вероятности поимки участников с КП. Завышая число уличенных в КП участников, и делая эту информацию общей, центр тем самым завышает значение  $p_{\min}$  для центров, делая КВ менее привлекательным•

Вернемся к задаче (1):

$$f = \pi - x - p(x, \pi) z(x) \rightarrow \max$$

$$F = B + x - p(x, \pi) Z(x) \rightarrow \max$$

Здесь метacentр заранее объявляет игрокам штрафы  $z(x)$ ,  $Z(x)$ , агенту известна рентабельность его проекта  $\pi$ , центру известна его фиксированная зарплата  $B$ . Поэтому игроки в данном случае могут управлять параметром  $x$  и оценивать для себя вид функции  $p(x, \pi)$ .

Пусть для определенности  $p(x, \pi) = x / \pi$ ,  $Z = x$  тогда:  $F = B + x - x(x / \pi) \Rightarrow F'(x = \pi / 2) = 0$ . Т. е. при таком штрафе и вероятности поимки чиновник будет стремиться половину рентабельности проекта присвоить себе в качестве взятки. При увеличении штрафа в  $n$  раз «аппетит» чиновника падает также в  $n$  раз.

**Утверждение 3:** в задаче о тендере при  $z(x) = \alpha x$ ;  $Z(x) = \beta x$ ;  $\alpha, \beta = \text{const}$  и  $p(x, \pi) = \gamma(x / \pi)$ ,  $\gamma = \text{const}$  :

а) увеличение штрафа центра уменьшает размер взятки, необходимой для победы в тендере.

б) увеличение штрафа агента не выгодно ни одному из игроков.

в) одновременное увеличение штрафов выгодно агенту и не выгодно центру.

**Доказательство:** для доказательства утверждения достаточно заметить, что при штрафе  $Z(x) = z(x) = x$  и вероятности поимки  $p = x / \pi$ :

$$(4a) x^* = \pi / 2, f = \pi / 4, F = B + \pi / 4.$$

При штрафе  $Z(x) = n x$ ,  $z(x) = x$  и той же вероятности уличения:

$$(4б) x^* = \pi / 2 n, f = \pi (1 - 1/2 n - (1/2 n) (1/2 n)), F = B + \pi / 4 n .$$

Наоборот,  $Z(x) = x$ ,  $z(x) = n x$ :

$$(4в) x^* = \pi / 2, f = \pi (1 - n/2) / 2, F = B + \pi / 4 .$$

Наконец  $Z(x) = z(x) = n x$ :

$$(4г) x^* = \pi / 2 n, f = \pi (1 - 1/4 n), F = B + \pi / 4 n \bullet$$

Из результатов (4а) – (4г) видно, что если в интересах метacentра значится максимизация целевых функций агентов, то приемлемыми действиями будут одновременное увеличение штрафов за взяточничество и для центров и для агентов, или увеличение штрафа для центра. Однако эти решения не приведут к решению глобальной задачи метacentра – искоренению коррупции. Одним из методов решения этой задачи считается увеличение фиксированной зарплаты центра  $B$  с тем, чтобы относительная доля дохода со взяточничества была невелика. Отметим, что этот метод был бы действенным, если центры не были бы нейтральны к риску. Если же считать, что центры нейтральны к риску, то эффективным методом решения глобальной задачи метacentра является комплексное увеличение штрафов и вероятности уличения игроков в КВ.

### **2.3. Механизмы распределения ресурса в организационных системах с коррупционным поведением участников**

#### **Задача распределения ресурса**

Рассмотрим модель ОС, участниками которой являются агенты, центры, распределяющие некоторое количество ресурса ( $N$  лицензий) между агентами и метacentр. Такая модель является частным случаем общей модели. Соотношение общей модели и задачи распределения ресурса, а также тип КВ, который предусматривает эта задача, представлен на рисунке 4.



**Рисунок 4. Соотношение задачи распределения ресурса и общей модели**

Предполагается, что число агентов, желающих получить лицензию, больше чем число лицензий, то есть присутствует дефицит. Агенты готовы предложить взятку  $x$ , размер которой фиксирован, за право получить лицензию. Управляющий орган (далее – метацентр) может провести аудит по цене  $c$  и уличить центр в КП (взятничестве) с некоторой вероятностью.

Функция  $p(x, c)$  описывает зависимость вероятности уличения центра от размера взятки. При уличении центра во взяточничестве на него налагается штраф  $Z$ . Таким образом, целевая функция центра описывается следующим образом:

$$f = Nx - p(x, c) Z \rightarrow \max_x$$

где  $c, c \in R^+$  – стоимость аудита. Действие центра – выбор  $x$

Целевая функция метацентра, осуществляющего аудит и заинтересованного в уменьшении коррупции в таком случае:

$$F = p(x, c) Z - c$$

Задачи метацентра могут быть различны, приведем четыре типовых случая.

- Максимизация целевой функции:

$$F = p(x, c) Z - c \rightarrow \max_{c, N}$$

- Минимизация равновесной взятки при ограничении расходов на аудит:

$$(5) x^* \rightarrow \min_{c, N}$$

при условии  $c \leq c_0$ , где  $x^* = \arg \max_{x \geq 0} f(x)$

- Минимизация равновесной взятки при ограничении на количество выдаваемых лицензий:

$$x^* \rightarrow \min_{c, N} \text{ при условии } N \geq N_0.$$

- Минимизация равновесной взятки  $x^* \rightarrow \min_{c, N}$  при обоих условиях:

$N \geq N_0, c \leq c_0$ . Здесь  $N_0$  – минимальное количество выдаваемых лицензий,  $c_0$  – максимальная приемлемая цена аудита.

Важно также учитывать свойства функции вероятности уличения центра в коррупционном поведении от размера взятки, которую он взял. Рассмотрим три простейших функции:

- а)  $p(x, c) = x^2 c / (c + 1), x \in [0, 1]$ .

Здесь дробь  $c / (c + 1)$  отражает зависимость вероятности уличения центра в КП от стоимости аудита. К недостаткам такой зависимости можно отнести прямо пропорциональную зависимость вероятности от размера взимаемой взятки, а также параметризацию взятки  $x$  от 0 до 1

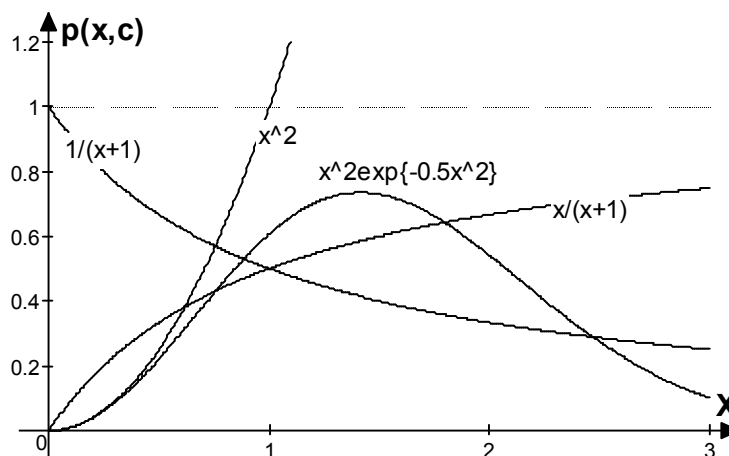
- б)  $p(x, c) = c x / (x + 1) (c + 1)$ .

К недостаткам этой модели также можно отнести прямо пропорциональную зависимость вероятности уличения центра от размера взимаемой взятки.

- в)  $p(x, c) = x^2 (\exp(-x^2 / 2))$ .

Эта зависимость наиболее приближена к реалиям (вероятность уличения максимальна для средних взяток и существенно меньше для малых и крупных взяток).

На рисунке 5 изображены эскизы графиков зависимостей  $p(x, c)$ .



**Рисунок 5. График зависимостей  $p(x,c)$**

Также целесообразно было бы исследовать убывающую зависимость вероятности уличения центра от размера взятки, такую, например, как:  $p(x, c) = c / (c + 1) (x + 1)$ . Однако в таких условиях центру всегда было бы выгодно максимизировать размер получаемой взятки – этот случай рассматриваться не будет.

**Задача 1.** Решим задачу максимизации целевой функции метацентра при функции вероятности уличения центра  $p(x, c) = x^2 c / (c + 1)$ ,  $x \in [0, 1]$ .

**Утверждение 4:** решением задачи максимизации целевой функции метацентра в задаче распределения ресурса при заданной функции вероятности  $p(x, c) = x^2 c / (c + 1)$  обнаружения коррупционного поведения центра являются следующие действия центра и метацентра

$$\{x^*, y^*\} = \{1, c = \sqrt{Z - 1}\}; \{x^*, y^*\} = \{N(c + 1) / 2 c Z; c \rightarrow \min, N \rightarrow \max\}$$

**Доказательство:**

целевая функция метацентра  $F = p(x, c) Z - c$ ,

целевая функция центра  $f = N x - p(x, c) Z \rightarrow \max_x$ .

Задача метацентра: максимизация целевой функции:  $F = p(x, c) Z - c \rightarrow \max_{c, N}$ .

Зависимость вероятности поимки от размера взятки:  $p(x, c) = x^2 c / (c + 1)$ ,  $x \in [0, 1]$ . Размер взятки, которую выберет центр:  $x^* = N(c + 1) / 2 c Z$ . Таким образом,

$$x^* = \min(N(c + 1) / 2 c Z, 1)$$

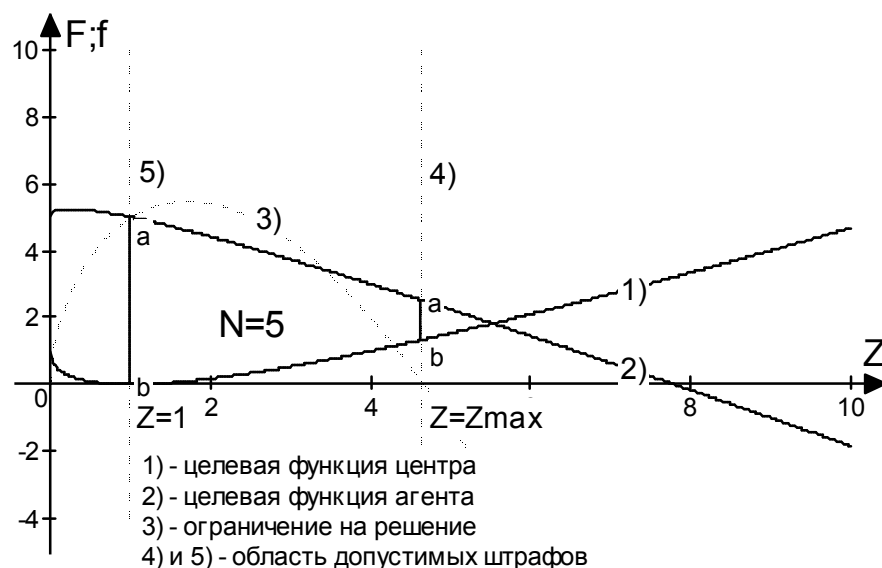
Задача метацентра теперь:  $F = p(x^*, c) Z - c \rightarrow \max_{c, N}$ . В случае если центр выбирает  $x^* = 1: F(x^* = 1, c, N) = c Z / (c + 1) - c \rightarrow \max_{c, N}$ . Исследуя функцию  $F(x^* = 1, c, N) = c Z / (c + 1) - c$ , приходим к выводу, что метацентр выбирает аудит  $c = \sqrt{Z} - 1$  (в этом случае достигается максимум функции  $F(x^* = 1, c, N)$ ). В противном случае, при выборе центром  $x^* = N(c + 1) / 2 c Z \leq 1$ , целевая функция метацентра  $F(x^* = N(c + 1) / 2 c Z \leq 1, c, N) = (N(N(c + 1)) / 4 c Z) - c \rightarrow \max_{c, N}$  возрастает по  $N$ , и убывает по  $c$ , т. е.  $F'_N > 0, F'_c < 0$  на множестве  $R^+$ . Поэтому метацентр выберет действие:  $\{N \rightarrow \max, c \rightarrow \min\}$ , так, чтобы при этом выполнялось неравенство:

$$N(c + 1) / 2 c Z \leq 1.$$

Рассмотрим первую пару решений  $\{x^*, y^*\} = \{1, c = \sqrt{Z} - 1\}$ . При этом функции полезности метацентра и центра записываются как:  $F = (\sqrt{Z} - 1)^2$  и  $f = N - z + \sqrt{Z}$  соответственно. Ограничение  $N(c + 1) / 2 c Z \leq 1$  принимает вид:

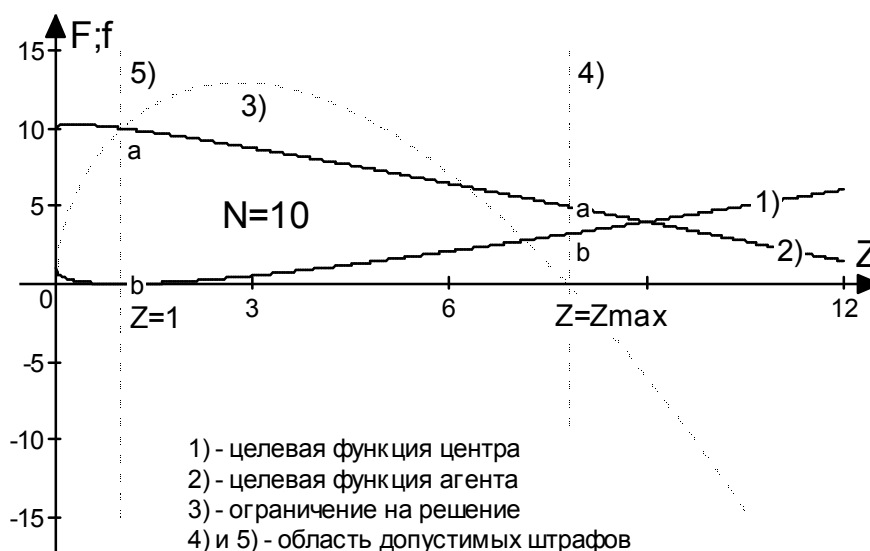
$$N \sqrt{Z} - 2 Z (\sqrt{Z} - 1) \geq 0.$$

На рисунках 6, 7 и 8 приведены эскизы графиков целевых функций метацентра и центра, а также ограничение на решение при различных значениях числа лицензий.



**Рисунок 6. Графики целевых функций метацентра и центра**

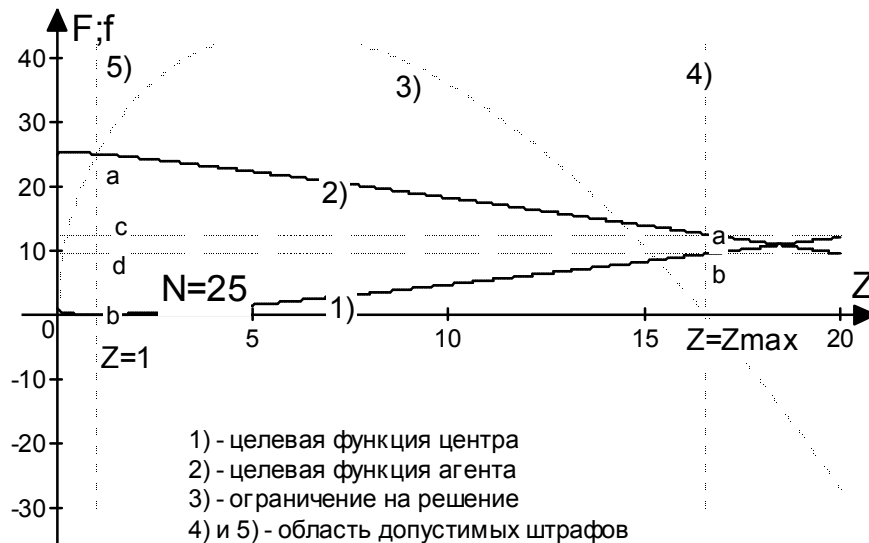
Несмотря на независимость целевой функции метацентра от числа лицензий в данном случае, метацентру выгодно давать центру как можно больше лицензий, так как при этом расширяется диапазон возможных штрафов и увеличивается равновесное значение целевой функции метацентра. Решением является точка пересечения кривых 1) и 4). Видно, что целевая функция метацентра растет с ростом размера штрафа, поэтому метацентр, решая неравенство:  $N\sqrt{Z} - 2Z(\sqrt{Z} - 1) \geq 0$  находит максимальный штраф  $Z$ , который удовлетворяет этому неравенству (пересечение графика 3) с осью абсцисс). Если найденное таким образом значение  $Z$  меньше законодательно установленного штрафа, то метацентр выбирает это значение в качестве штрафа, в противном случае выбирается законодательно установленный штраф. Далее устанавливается стоимость аудита:  $c = \sqrt{Z} - 1$ . Значения целевых функций метацентра и центра определяются как ординаты точек пересечения графиков 1) и 2) с графиком 4) соответственно.



**Рисунок 7. Графики целевых функций метацентра и центра**

Видно, что при увеличении числа выдаваемых центру лицензий, максимальный штраф, при котором центр еще выберет  $x^* = 1$  (то есть ограничение на решение), возрастает. Поэтому метацентру выгодно выдавать центру большее число лицензий •





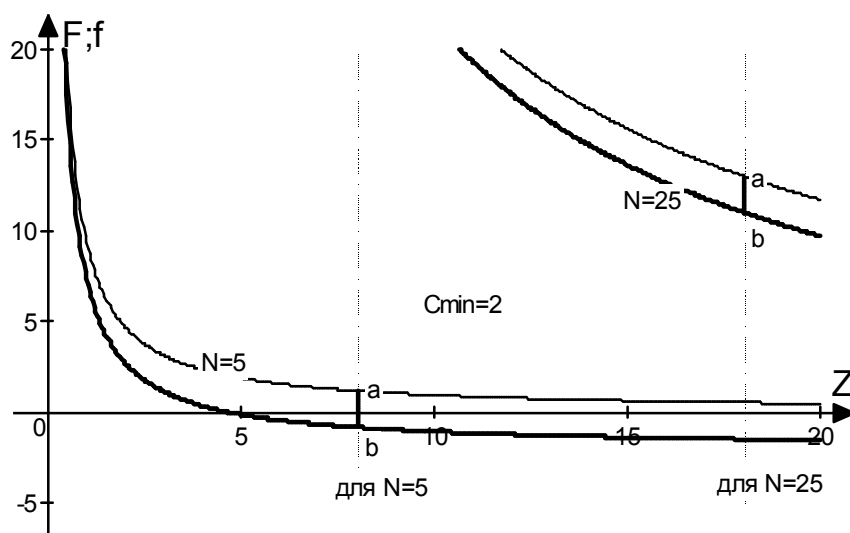
**Рисунок 8. Графики целевых функций метацентра и центра**

Интересно также отметить, что возможна коалиционная игра центра и метацентра против интересов государства. Сумма целевых функций центра и метацентра:  $N - \sqrt{Z} + 1$  строго убывает по  $Z$ . Поэтому может получиться так, что при минимально возможном штрафе  $Z = 1$  сумма целевых функций принимает большее значение, чем та же сумма при максимально возможном (или законодательно установленном) штрафе. Естественно, в таком случае метацентр и центр договорятся, и будут работать с минимальным штрафом, сообщая при этом государству, что работают с максимальным штрафом. Поясним это на примере рисунка 8. Если нет коалиционного соглашения между центром и метацентром, то решением метацентра будет назначение максимального штрафа  $Z = Z_{\max}$ . При этом получаем точки  $a$  и  $b$  — пересечения графиков целевых функций и установленного штрафа. Ординаты этих точек пересечения (точки  $c$  и  $d$ ) соответствуют значениям целевых функций центра и метацентра соответственно. Однако метацентр может установить не  $Z = Z_{\max}$ , а  $Z = 1$  (отрезок  $ab$  при этом будет лежать на графике 5). При этом целевая функция метацентра равна нулю, значение целевой функции центра равно  $N$ . Таким образом, если  $N \geq c + d$ , то центру и метацентру очевидно, выгоднее договориться и играть в коалиции против государства. Стоит отметить, что вероятность возникновения такой

ситуации растет с ростом числа выдаваемых лицензий, поэтому в интересах государства ограничивать это число.

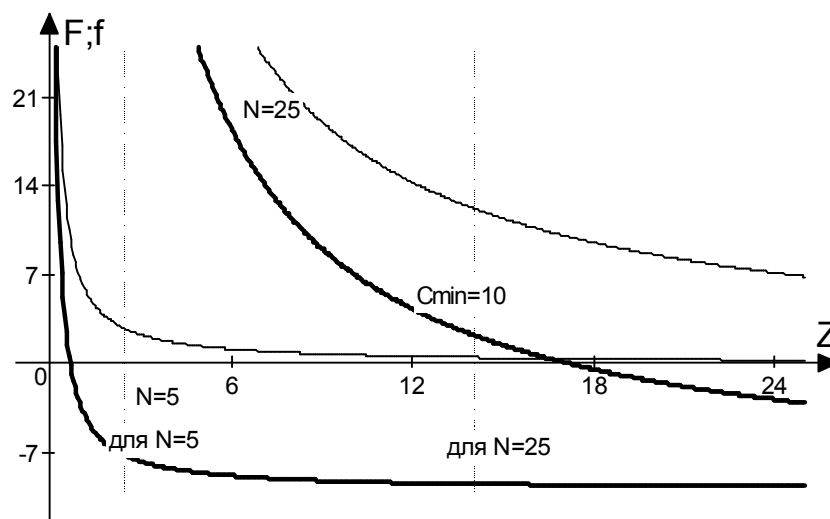
Рассмотрим вторую пару решений:  $\{x^*, y^*\} = \{N(c + 1) / 2cZ; c \rightarrow \min, N \rightarrow \max\}$ . При этом значения целевых функций будут равны соответственно:  $f(x^*) = (N^2(c + 1)) / 4cZ$  (для центра) и  $F(x^*, c, N) = N^2(1 + 1/c) / 4Z - c$  (для метacentра). Очевидно, что метacentру (и центру) предпочтительнее  $c \rightarrow \min, N \rightarrow \max$ , но так, чтобы выполнялось неравенство:

$$(6) N(c + 1) / 2cZ \leq 1$$



**Рисунок 9. Графики целевых функций метacentра и центра в зависимости от штрафа**

При этом обоюдовыгодно уменьшение штрафа при выполнении неравенства (6), эквивалентное следующему:  $Z \geq N(c + 1) / 2c$ . Представим на рисунке 9 графики целевых функций метacentра и центра, представленных.



**Рисунок 10. Графики целевых функций метацентра и центра в зависимости от штрафа**

И метацентру, и центру обоюдовыгодно уменьшение штрафа, так как при этом возрастает значение их целевых функций. Поэтому решением будет служить отрезок  $ab$  на рисунке 9), то есть на границе области решений. Но это решение имеет место в том случае, если законодательно установленный штраф лежит в области решений, в противном случае центр уже не выбирает  $x^* = N(c + 1) / 2cZ$ , а выбирает  $x^* = 1$ . Кроме того, следует отметить, что метацентру выгодно работать только при некотором минимальном количестве лицензий. Так, например, при  $N = 5$  точка  $b$  отрезка  $ab$ , являющегося решением, лежит ниже оси абсцисс, то есть значение целевой функции метацентра отрицательно. Что касается стоимости аудита, очевидно, что при прочих равных условиях метацентр заинтересован в дешевом аудите. (При низкой стоимости аудита точка  $b$  лежит выше, чем при высокой). Таким образом, каким бы ни был установленный государством штраф за взяточничество, если он находится в области решений, то решением будет отрезок  $ab$ . Отметим также, что длина отрезка  $ab$  – не что иное, как стоимость аудита и разница целевых функций центра и метацентра.

**Задача 2.** Решим задачу максимизации целевой функции метацентра при функции вероятности уличения центра

$$p(x, c) = (x / (x + 1)) (c / (c + 1)), x \in [0, 1]$$

**Утверждение 5:** решением задачи максимизации целевой функции метацентра в задаче распределения ресурса при заданной функции вероятности  $p(x, c) = x^2 c / (c + 1)$  обнаружения коррупционного поведения центра являются оптимальные действия центра и метацентра:

$$\{x^*, y^*\} = \{x_0; c = \sqrt{x_0 Z / (x_0 + 1)} - 1, Z_0\}$$

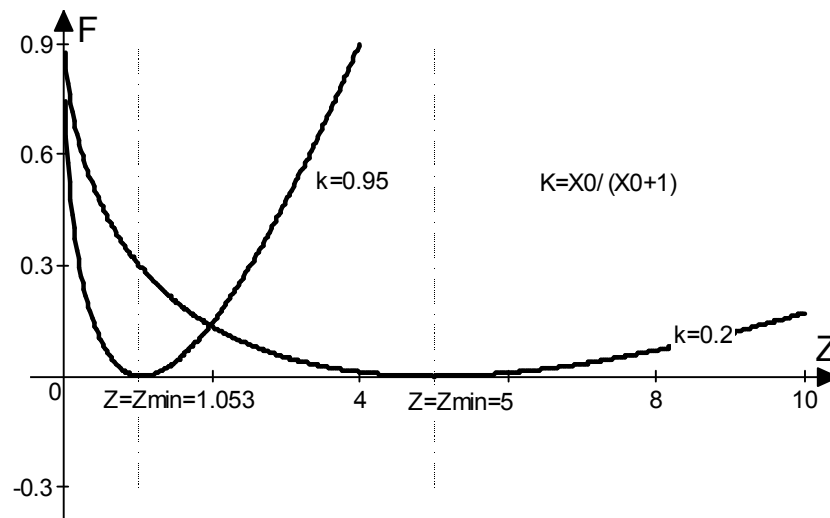
**Доказательство:** целевая функция метацентра  $F = p(x, c) Z - c$ . Целевая функция центра  $f = N x - p(x, c) Z \rightarrow \max_x$ . Задача метацентра – максимизация целевой функции  $F = p(x, c) Z - c \rightarrow \max_{c, N}$ . Зависимость вероятности поимки от размера взятки:  $p(x, c) = x c / (x + 1) (c + 1)$ .  $x^* = \pm \sqrt{c Z / N(c + 1)} - 1$  – наихудшее действие центра, т. е. точка локального минимума его целевой функции. Значит, решение центра в данном случае:  $x \rightarrow \max$ . Стратегия центра:  $c \rightarrow \min, N \rightarrow \max, Z \rightarrow \min$ . Для того чтобы исследовать поведение метацентра, необходимо ограничить максимальную взятку (т.к.  $x \rightarrow \max$ ). Пусть  $x \leq x_0$ , где  $x_0$  – максимальная допустимая взятка. Тогда решение центра:  $x^* = x_0$ .

Решая уравнение  $F(x^* = x_0, c, N) = (x_0 Z / (c + 1) (x_0 + 1) (c + 1)) - 1 = 0$  относительно  $c$ , получаем выбранную метацентром цену аудита (при этой цене достигается максимум целевой функции метацентра):  $c = \sqrt{x_0 Z / (x_0 + 1)} - 1$ . Вообще говоря, решений будет два, но одно из них отрицательное и потому не представляет для нас интереса, так как отрицательная цена аудита не имеет физического смысла. Итак, получены решения центра и метацентра:  $\{x^*, y^*\} = \{x_0; c = \sqrt{x_0 Z / (x_0 + 1)} - 1\}$ . При этом решении целевая функция метацентра принимает значение:

$$F(x^* = x_0, c = \sqrt{x_0 Z / (x_0 + 1)} - 1, N) = (x_0 / (x_0 + 1)) ((Z \sqrt{x_0 Z / (x_0 + 1)} - Z) / (\sqrt{x_0 Z / (x_0 + 1)})) - \sqrt{x_0 Z / (x_0 + 1)} + 1$$

Пусть  $x_0 / (x_0 + 1) = k$ . На рисунке 11 представлены графики целевых функций метацентра при различных значениях параметра  $k$ . Из тех же соображений о не отрицательности цены аудита получает еще одно ограничение:  $k Z \geq 1$ . Это означает на графике, что решение для каждого  $k$  можно искать только на правой части параболы, так как только на этой части выполнено неравенство  $k Z \geq 1$ .

Видно, что метацентр предпочтет установить максимально возможный коэффициент  $k$  (при большем  $k$  целевая функция растет быстрее) и, соответственно, максимально возможный размер взятки  $x_0$ . Однако размер взятки за определенную услугу – величина довольно стабильная, поэтому вариант  $k \rightarrow 1$  исключен. Что касается штрафов, то метацентр выберет законодательно установленный размер штрафа  $Z_0$ , так как его целевая функция строго возрастает по  $Z$  •



**Рисунок 11. Графики целевых функций метацентра при различных значениях параметра  $k$**

**Задача 3.** Решим задачу минимизации равновесной взятки при ограничении расходов на аудит; функция вероятности уличения центра  $p(x, c) = x^2 c / (c + 1)$ ,  $x \in [0, 1]$ .

**Утверждение 6:** решение  $\{x^*, y^*\}$  задачи минимизации равновесной взятки при ограничении на стоимость аудита  $c \leq c_0$  в задаче распределения ресурса при заданной функции вероятности  $p(x, c) = x^2 c / (c + 1)$  обнаружения коррупционного поведения центра имеет вид  $\{x^*, y^*\} = \{N(1 + 1/c) / 2 Z; c = c_0, N = N_0, Z = Z_0\}$ .

**Доказательство:** целевая функция центра  $f = N x - p(x, c) Z \rightarrow \max_x$ . Задача метацентра:  $x^* \rightarrow \min_{c, N} (5)$  при условии  $c \leq c_0$ , где  $x^* = \arg \max_{x \geq 0} f(x)$ . Зависимость

вероятности уличения от размера взятки:  $p(x, c) = x^2 c / (c + 1)$ ,  $x \in [0, 1]$ . Размер взятки, которую выберет центр:  $x^* = N(c + 1) / 2 c Z$ . Таким образом,  $x^* = \min \{N(c + 1) / 2 c Z, 1\}$ . Представим решение  $x^* = N(c + 1) / 2 c Z$  в виде  $x^* = N(1 + 1/c) / 2 Z$ . Очевидно, стратегия метacentра:  $c \rightarrow \max, N \rightarrow \min, Z \rightarrow \max$ . Учитывая ресурсные ограничения на цену аудита, а также величину  $Z_0$  законодательно установленного штрафа и минимальное число  $N_0$  выдаваемых лицензий, получаем необходимое решение •

**Задача 4.** Решим задачу минимизации равновесной взятки при ограничении расходов на аудит; функция вероятности уличения центра  $p(x, c) = (x / (x + 1)) (c / (c + 1))$ ,  $x \in [0, 1]$

**Утверждение 7:** решение задачи минимизации равновесной взятки при ограничении на стоимость аудита  $c \leq c_0$  в задаче распределения ресурса при заданной функции вероятности  $p(x, c) = x / (x + 1) (c / (c + 1))$  обнаружения коррупционного поведения центра имеет вид

$$\{x^*, y^*\} = \{x_0, x_0 \rightarrow \min\}; \{x^*, y^*\} = \{x_0, c = c_0, N = N_0, Z = Z_0\}.$$

**Доказательство:** Целевая функция центра  $f = N x - p(x, c) Z \rightarrow \max_x$ . Задачи метacentра: минимизация равновесной взятки при ограничении расходов на аудит:  $x^* \rightarrow \min_{c, N}$  при условии  $c \leq c_0$ , где  $x^* = \arg \max_{x \geq 0} f(x)$ . Зависимость вероятности уличения от размера взятки:  $p(x, c) = x c / (x + 1) (c + 1)$ . Решим уравнение  $f'_x = N - c Z / (x + 1) (c + 1) (x + 1) = 0$  относительно  $x$ . Получаем:  $x^* = \pm \sqrt{c Z / N(c + 1)} - 1$  – наихудшее действие центра, т. е. точка локального минимума его целевой функции. Значит, решение центра в данном случае:  $x \rightarrow \max$ . Пусть  $x \leq x_0$ , где  $x_0$  – максимальная допустимая взятка. Тогда решение центра:  $x^* = x_0$ . Если в силах метacentра минимизировать  $x_0$ , то метacentр выбирает это решение:  $x_0 \rightarrow \min$ . В противном случае, задача метacentра приобретает следующий вид:  $f(N, x_0, c, Z) = N x_0 - c x_0 Z / (x_0 + 1) (c + 1) \rightarrow \min_{c, N}$  и значит, метacentр выберет решение задачи 3:  $\{c = c_0, N = N_0, Z = Z_0\}$  •

Из этих результатов можно сделать следующий вывод: так как размер взятки за определенную услугу – вполне устойчивая величина, то метacentр может добиваться таких значений  $c_0, N_0$  и  $Z_0$ , чтобы  $f(N_0, x_0, c_0, Z_0) \leq 0$ ,

то есть таких условий, чтобы центру стало невыгодно коррупционное поведение. Однако следует заметить, что при таких условиях целевая функция метацентра будет отрицательна.

Таким образом, в данной модели были рассмотрены четыре различных задачи. Основные результаты приведены в таблице 3. Проведенный анализ решений позволяет сделать следующие выводы:

- в задаче 1 найдена пара решений, т. е. пара оптимальных стратегий метацентра и центра

$$\{x^*, y^*\} = \{1, c = \sqrt{Z - 1}\}; \{x^*, y^*\} = \{N(c + 1) / 2cZ; c \rightarrow \min, N \rightarrow \max\}.$$

Показано, что и метацентру, и центру обоюдовыгодно увеличение числа выдаваемых лицензий, однако при этом возрастает вероятность их коалиционной игры против интересов государства. Поэтому для предотвращения возможности коррупционного поведения элементов в этой задаче необходимо ограничивать число распределяемых лицензий.

- в задаче 2 найдено решение, т. е. оптимальные стратегии метацентра и центра. Показано, что при заданных условиях метацентр выберет максимально возможный штраф и максимальные взятки.
- в задаче 3 найдено решение

$$\{x^*, y^*\} = \{N(1 + 1/c) / 2Z; c = c_0, N = N_0, Z = Z_0\}.$$

Показано, что в заданных условиях метацентр для минимизации равновесной взятки центра выберет максимально возможный штраф и аудит максимальной стоимости. В интересах центра снижение цены аудита, снижение штрафа и увеличение числа распределяемых лицензий.

- в задаче 4 показано, что решение аналогично решению задачи 3

**Таблица 3. Основные результаты задачи распределения ресурса в организационных системах с коррупционным поведением участников**

	$a) p(x, c) = x^2 c / (c + 1)$	$b) p(x, c) = x c / (x + 1) (c + 1)$
1) Максимизация целевой функции метацентра	1) найдено решение, т. е. оптимальные стратегии центра и метацентра; 2) проведен анализ полученного решения; 3) исследована возможность коалиционной игры центра и метацентра против интересов государства.	1) найдено решение, т. е. оптимальные стратегии центра и метацентра; 2) проведен анализ полученного решения;
2) Минимизация равновесной взятки при ограничении на стоимость аудита	1) найдено решение, т. е. оптимальные стратегии центра и метацентра; 2) проведен анализ полученного решения;	1) показана аналогичность решения данной задачи с задачей 3

### Задача распределения ресурса с внутренним равновесием

Построим теперь модель распределения ресурса, аналогичную рассмотренной выше, но с таким отличием, чтобы игра центров имела решением внутреннее равновесие Нэша. Такая модель также является частным случаем основной модели; соотношение этих моделей, а также тип КВ, рассматриваемых в этой задаче, представлен на рисунке 12.



**Рисунок 12. Соотношение задачи распределения ресурса и общей модели**

Пусть  $x \in [0, 1]$  – размер взятки, взимаемый  $i$  – ым центром,  $i \in [1, 2] = I$  – номер центра. Общее число лицензий, фиксировано и равно  $N_0$ .  $c$  – цена



аудита, который может провести метacentр с целью проверки центров.  $p(x_i, c)$  – функция зависимости вероятности уличения центра в КВ а. Целевая функция центра имеет вид:

$$f_i(x_i) = x_i N_i - c x_i^2 / 2 (c + I) (Z / (\Theta_i + \alpha x_j)), i \neq j.$$

Здесь  $N_i$  – число лицензий, выдаваемых  $i$  –ому центру,  $Z$  – возможный штраф при поимке. Будем рассматривать игру двух центров. Поясним выражение для целевой функции каждого центра.  $x_i N_i$  – доход со взяточничества,  $c x_i^2 / 2 (c + I)$  – функция зависимости вероятности уличения центра от размера взимаемой им взятки, а также от цены аудита.  $\Theta_i$  – степень самооценки центра, то есть если  $\Theta_i$  высокий параметр, то центр уверен в том, что его не уличат во взяточничестве.  $\alpha \in (0, 1)$  – параметр, который можно интерпретировать, как оценку центром деятельности соперника (влияние деятельности другого игрока на свою стратегию). То есть если  $\alpha x_j$  принимает большое значение (например, при тотальном взяточничестве соперника), то центр  $i$  считает, что вероятность его уличения во взяточничестве незначительна. Будем считать, что центры максимизируют собственную функцию полезности.

**Утверждение 8:** *решением задачи распределения ресурса с внутренним равновесием является равновесие Нэша*

$$x_i^* = \{(\Theta_i + \alpha N \Theta_j) / Z\} / \{Z / N - \alpha^2\}.$$

**Доказательство:** найдем наилучшие действия игроков:

$$(f_i(x_i))' = N_i - Z c x_i / (c + I) (\Theta_i + \alpha x_j) = 0 \rightarrow x_i^* = N_i (c + I) (\Theta_i + \alpha x_j) / c Z.$$

Будем считать, что число выдаваемых центру лицензий фиксировано и равно  $N$ . Таким образом, для двух игроков получаем систему наилучших действий каждого центра в зависимости от стратегии второго:

$$x_1^* = N (c + I) (\Theta_1 + \alpha x_2) / c Z;$$

$$x_2^* = N (c + I) (\Theta_2 + \alpha x_1) / c Z.$$

Решая эту систему, получаем необходимое равновесие Нэша

$$x_i^* = \{(\Theta_i + \alpha N \Theta_j) / Z\} / \{Z / N - \alpha^2\} \bullet$$

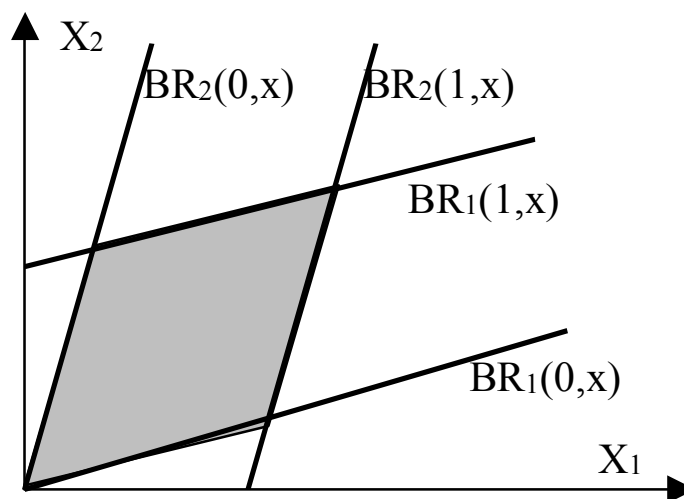
Обозначим  $BR_i(\Theta_i, x_j)$  наилучшее действие  $i$  – го центра в ответ на стратегию второго. Поясним полученный результат на рисунке 13. Прямые, представленные на этом рисунке, соответствуют уравнениям:

$$BR_1(0, x) = \alpha x_2$$

$$BR_1(1, x) = 1 + \alpha x_2$$

$$BR_2(0, x) = \alpha x_1$$

$$BR_2(1, x) = 1 + \alpha x_1$$



**Рисунок 13. Область внутренних равновесий**

Т. о., в зависимости от  $\Theta_i$  равновесие Нэша находится в заштрихованной области рисунка. Изменяя  $\Theta_i$  и  $\Theta_j$ , то есть осуществляя информационное регулирование, метацентр может реализовать как равновесие Нэша любую точку из заштрихованного множества.

**Утверждение 9:** для устранения коррупционного взаимодействия центров в задаче распределения ресурса с внутренним равновесием необходима следующая стратегия метацентра:

$$N_0 = N_{\min}, Z = Z_{\max}.$$

**Доказательство:** если метацентр заинтересован в устранении возможности КП центров, то в его интересах снизить размер равновесной взятки, то есть:

$$x_i^* = \{(\Theta_i + \alpha N \Theta_j) / Z\} / \{Z / N - \alpha^2\} \rightarrow \min.$$

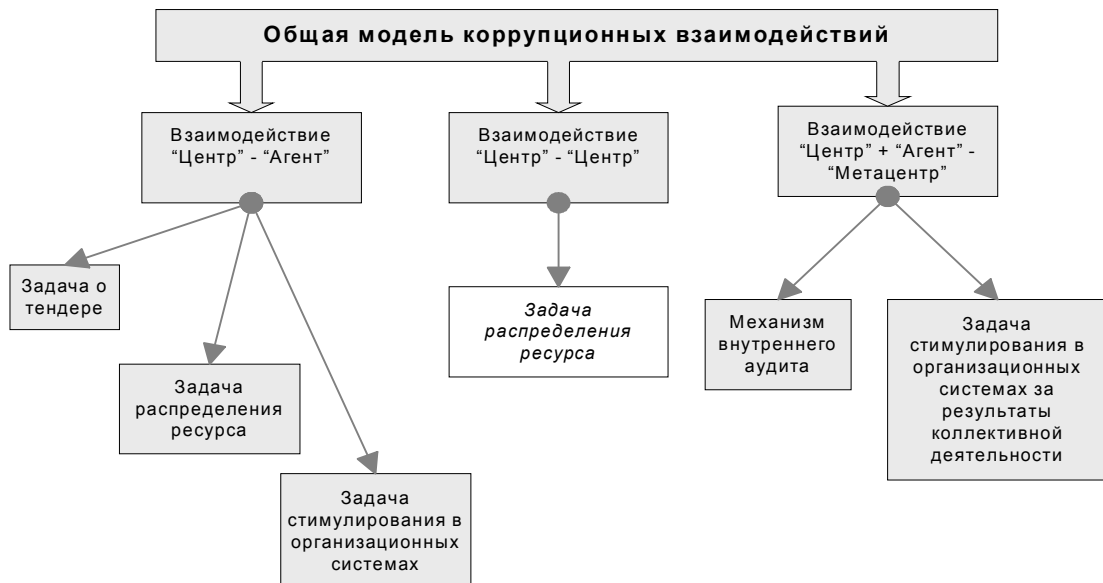
Необходимую стратегию метацентра можно напрямую получить из вида выражения равновесной взятки •

Если стратегии  $N_0 = N_{\min}, Z = Z_{\max}$  вполне понятны, то интерпретация стратегий  $\alpha \rightarrow \min$  и  $\Theta_i + \Theta_j \rightarrow \min$ , также целесообразных в данной задаче, не вполне очевидна. Содержательная интерпретация этих стратегий тако-

ва:  $\theta_i + \theta_j \rightarrow \min$ , то есть снижение оценки центром вероятности «остаться безнаказанным», можно представить в виде распространения информации с завышенным числом уличенных центров.  $\alpha \rightarrow \min$ , то есть снижение влияния взяточничества второго на стратегию первого можно образно представить как действия, направленные на повышение сознательности участников ОС.

### Теоретико-игровая задача распределения ресурса

Рассмотрим теоретико-игровую задачу распределения ресурса для нескольких центров. Эта задача является частным случаем общей модели, КВ, рассматриваемые в этой задаче, принадлежат к типу взаимодействий «центр» – «центр» (рисунок 14).



**Рисунок 14. Соотношение задачи распределения ресурса и общей модели**

Пусть  $x_i \in [0, 1]$  – размер взятки, получаемой  $i$ -ым центром,  $i \in \{1, 2, \dots, n\} = I$  – номер центра. Общее число лицензий, выдаваемых всем центрам, фиксировано и равно  $N_0$ . Зависимость числа получаемых лицензий от размера взятки  $N_i(x_i)$  должна обладать следующими свойствами:

- $x_j = a, j \in I \rightarrow N_j(a_1, a_2, \dots, a_n) = N_0/n$ , где  $n$  – число центров,  $i \in I$ . Содержательно это свойство означает следующее: если все центры

берут одинаковые взятки, то все они получают одинаковое количество лицензий.

- $\partial N_i(x_i) / \partial x_i \leq 0, i \in I$ , то есть чем большие взятки предпочитает брать центр, тем меньшее количество лицензий для распределения ему достается.
- $\partial N_i(x_i) / \partial x_j \geq 0, i \in I, i \neq j$  – при увеличении размера взяток, взимаемых остальными центрами,  $i$  – ому достается большее количество лицензий для распределения.
- $\forall \vec{x} : \sum_{i \in I} N_i(x_i) = N_0$ . Содержательно это свойство означает, что все лицензии распределяются между агентами. Примером функции, которая удовлетворяет всем четырем перечисленным свойствам, может служить функция

$$(7) N_i(x_i) = (1/x_i) N_0 / \sum_{j \in I} 1/x_j$$

Пусть  $c$  – цена аудита, который может провести метацентр, чтобы уличить центр в коррупционном поведении.  $p(x_i, c)$  – функция зависимости вероятности обнаружения коррупционного поведения центра от размера получаемой им взятки, а также от цены аудита. Целевая функция центра выражается следующим образом:  $f_i(x_i) = x_i N_i(x_i) - p(x_i, c) Z$ , где  $Z$  – штраф, налагаемый на центр при обнаружении факта взяточничества. Целевая функция метацентра имеет вид:

$$F = \sum_{i \in I} F_i = \sum_{i \in I} p(x_i, c) Z - nc.$$

Найдем и исследуем равновесия Нэша этой игровой модели в случае участия двух центров. В этом случае:

$f_i(x_i) = x_i N_i(x_i) - p(x_i, c) Z$  – целевые функции центров. В качестве зависимости вероятности обнаружения взяточничества от размера взятки и цены аудита будем использовать следующую зависимость:

$$p(x, c) = x c / (c + I).$$

Что касается распределения числа лицензий для каждого центра, воспользуемся функцией (7):  $N_i(x_i) = (1/x_i) N_0 / \sum_{i \in I} 1/x_i$ ,

$i \in \{1, 2, \dots, n\} = I$ . Таким образом, для случая двух центров  $i$  и  $j$  имеем:

$$N_i(x_i) = (1/x_i)(1/x_i + 1/x_j) = x_j N_0 / (x_i + x_j);$$

$$f_i(x_i) = x_j x_i N_0 / (x_i + x_j) - x_i c Z / (c + 1).$$

Найдем наилучшее действие центра, т. е. такой размер взятки, при котором достигается максимум его целевой функции. Для этого:

$$(f_1(x_1))'_{x_1} = (x_2 N_0 (x_1 + x_2) - x_1 x_2 N_0) / (x_1 + x_2)^2 - Zc / (c + 1) = 0$$

$$\Rightarrow x_1^* = x_2 (\sqrt{N_0 (c + 1) / Zc} - 1).$$

Таким образом,

$$(8) x_i^* = x_j (\sqrt{N_0 (c + 1) / Zc} - 1) \text{ – наилучшее действие } i \text{ – го центра.}$$

Легко проверить, что в этих точках,  $x_1^*$  и  $x_2^*$  соответственно, целевые функции центров достигают своих максимумов. Как и следовало ожидать, наилучшие действия центров симметричны друг относительно друга. При определенных условиях (при  $N_0 (c + 1) / c Z = 1$ ) любая пара решений  $\{x_1, x_2\}$  такая, что  $x_1 = x_2$  будет решением этой игры. Но этот случай вырожденный и рассматривать его мы не будем.

Т. к.  $x \in [0, 1]$ , то необходимо исследовать, будут ли граничные точки 0 и 1 равновесиями Нэша.

1) Проверим, является ли точка  $(0, 0)$  равновесием Нэша. В этой точке целевые функции центров равны между собой и равны нулю:

$f_1(x_1 = 0) = f_2(x_2 = 0) = 0$ . Предположим, что второй центр отклоняется от этой точки и начинает брать взятки  $x_2 = \varepsilon$ ,  $\varepsilon \geq 0$  тогда:  $f_1(x_1 = 0) = 0$  и

$f_2(x_2 = \varepsilon) = -\varepsilon Z c / (c + 1)$ . Очевидно, что ему невыгодно брать взятки в таком

случае, так как его целевая функция становится отрицательной. Аналогичная ситуация возникает, когда отклоняется из этой точки первый центр.

Таким образом, точка  $(0, 0)$  является равновесием Нэша.

2) Покажем, что точка  $(0, 1)$  не является равновесием Нэша. В этой точке первый центр не берет взятку, а второй берет максимально возможные взятки. Соответственно, их целевые функции принимают значения:

$f_1(x_1 = 0) = 0$  и  $f_2(x_2 = 1) = -Z c / (c + 1)$ . Если второй центр отклоняется из этой точки и  $x_2 = \varepsilon$ , то  $f_2(x_2 = \varepsilon) = -\varepsilon Z c / (c + 1)$ . Так как  $\varepsilon \leq 1$ , то очевидно, что второму центру выгодно отклоняться из этой точки. Таким образом, точка

$(0, 1)$  не является равновесием Нэша. Кроме того, стоит отметить, что при

выполнении условия  $Z \leq N_0(c + 1) / 2c$  первому центру также будет выгодно отклоняться из этой точки при неизменности стратегии второго.

3) Доказательство того, что точка  $(1, 0)$ , в которой первый центр берет максимально возможные взятки, а второй не берет вовсе, не является равновесием Нэша, аналогично рассмотренному выше для точки  $(0, 1)$ .

4) Рассмотрим точку  $(1, 1)$ , в которой оба центра берут максимально возможные взятки. В этом случае значения их целевых функций:

$$f_1(x_1 = 1) = f_2(x_2 = 1) = N_0 / 2 - Zc / (c + 1).$$

Если значение целевых функций в этой точке положительно, то отклоняться кому-либо из них невыгодно. Таким образом, если  $Z \leq N_0(c + 1) / 2c$ , то точка  $(1, 1)$  – равновесие Нэша.

Итак, в данной задаче существуют два равновесия Нэша –  $(0, 0)$  и  $(1, 1)$ . Как и следовало ожидать, они симметричные. Если целью деятельности метацентра является бескоррупционное равновесие, то ему в данной модели достаточно установить штраф, удовлетворяющий неравенству:  $Z > N_0(c + 1) / 2c$ . Если же в интересах метацентра максимизация собственной функции полезности, то очевидно, первое решение  $(0, 0)$  ему не подходит. Следовательно, метацентру необходимо установить штраф  $Z \leq N_0(c + 1) / 2c$  для того, чтобы центры «скатились» в равновесие  $(1, 1)$ .

Стоит также отметить, что качественно результаты не изменятся, если перейти от двух к нескольким центрам. Так, например, формула для наилучшего действия центра (8) примут вид:

$$x_i = x_j (\sqrt{N_0(c+1)/Zc} - 1)$$

То есть равновесия также будут симметричные, по-прежнему будет вырожденный случай при  $N_0(c + 1) / Zc = 1$ . При этом любой вектор  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  такой, что  $x_1 = x_2 = \dots = x_n$  будет являться решением. Существенное различие будет лишь в размере штрафа, который необходимо устанавливать, чтобы добиться коррупционного или бескоррупционного равновесия.

**Утверждение 10:** *в теоретико-игровой модели распределения ресурса для существования равновесия Нэша без коррупционных взаимодействий необходимо выполнение следующего неравенства:  $Z \geq N_0(c + 1) / nc$ .*

**Доказательство:** рассмотрим точку  $(l, l, l, \dots, l)$ , в которой все центры берут максимально возможные взятки. В этом случае значения их целевых функций:

$f_1(x_1 = l) = f_2(x_2 = l) = \dots = N_0/n - Zc/(c + l)$ . Если значение целевых функций в этой точке положительно, то отклоняться кому-либо из них невыгодно. Таким образом, если  $Z \leq N_0(c + l)/2nc$ , то точка  $(l, l)$  – равновесие Нэша.

Если целью деятельности метацентра является бескоррупционное равновесие, то ему в данной модели достаточно установить штраф, удовлетворяющий неравенству:  $Z > N_0(c + l)/nc$ . Если же в интересах метацентра максимизация собственной функции полезности, то необходимо установить штраф  $Z \leq N_0(c + l)/nc$  для того, чтобы центры «скатились» в равновесие  $(l, l)$ •

Для бескоррупционного равновесия метацентру достаточно установить штраф  $Z \geq N_0(c + l)/nc$ , для вынуждения центров перейти к коррупционному равновесию необходимо ограничивать штраф  $Z \leq N_0(c + l)/nc$ , где  $n$  – число центров. Метацентр может использовать этот результат в своих целях. Пусть  $N_0 = 1000$  распределяют два центра. Необходимо вынудить перейти их к бескоррупционному равновесию. Согласно полученному выше результату, метацентру необходимо для достижения этой цели установить штраф  $Z \geq N_0(c + l)/2c$ . Пусть при этом метацентром проводится аудит ценой  $c = 1$ . То есть центру нужно установить штраф  $Z \geq 1000$ . Однако возможна такая ситуация, что существует законодательно установленный штраф, штрафы выше которого метацентр не имеет права назначать. Пусть для определенности в нашем случае такой законодательный штраф равен  $Z_0 = 200$ . Следовательно, для достижения своей цели метацентр обяжет распределять лицензии еще восемь центров (общее число станет  $n = 10$ ). При этом ограничение на штраф станет  $Z \geq N_0(c + l)/nc$ , то есть  $Z \geq 200$ , что уже не противоречит ограничениям. То есть станет достижимо бескоррупционное равновесие.

Предположим, что функции зависимости вероятности уличения двух центров умножены на коэффициенты –  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно. Содержательно эти коэффициенты отражают отношение центра к игре, его опыт.

То есть чем выше коэффициент, тем легче поймать этот центр на взятке. Тогда их целевые функции запишутся в виде:

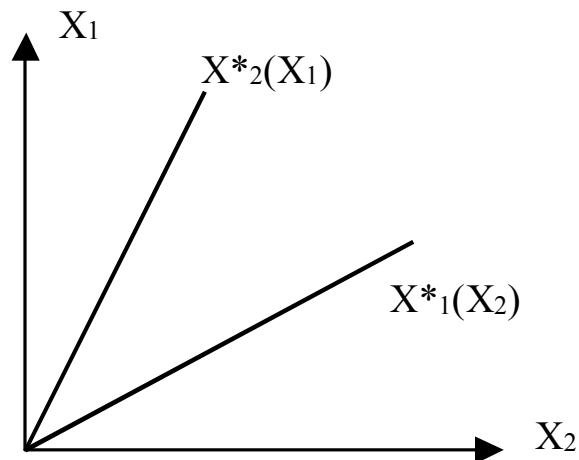
$$f_1(x_1) = x_2 x_1 N_0 / (x_1 + x_2) - \alpha (x_1 c Z) / (c + I) - \text{для первого центра и}$$

$$f_2(x_2) = x_2 x_1 N_0 / (x_1 + x_2) - \beta (x_2 c Z) / (c + I) \text{ для второго соответственно.}$$

Находим производные целевых функций и их нули:

$$x_1^* = x_2 (\sqrt{N_0(c+1)/Zc\alpha} - 1) \text{ и } x_2^* = x_1 (\sqrt{N_0(c+1)/Zc\beta} - 1) - \text{наилучшие действия}$$

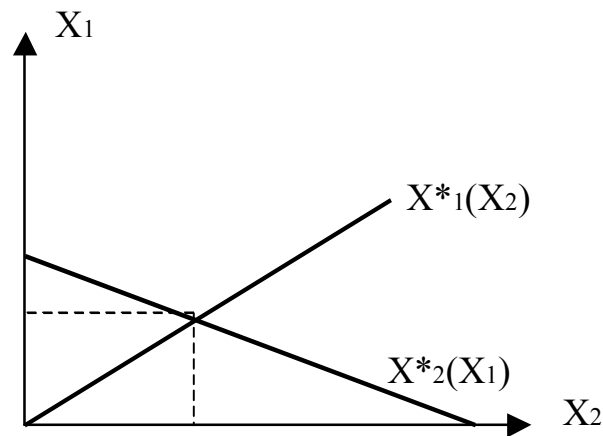
первого и второго центров соответственно, т. е. такие размеры взяток, при которых достигается максимум целевой функции. Легко видеть, что вырожденный случай остался. То есть при  $\alpha = \beta = N_0(c + I) / c Z$  любая пара решений  $(x_1, x_2)$  такая, что:  $x_1 = x_2$  будет решением игры. Покажем на рисунке 15, что внутренних равновесий Нэша в данном случае быть не может.



**Рисунок 15. Best response без внутренних равновесий**

Очевидно, наилучшим их совместным действием может быть бескоррупционное равновесие, а внутреннего равновесия быть не может. Для существования внутреннего равновесия необходимо, чтобы графики наилучших действий игроков пересекались не в нуле, так как это показано на рисунке 16.





**Рисунок 16. Best response с внутренним равновесием**

Проверим, будут ли в этом случае граничные точки  $0$  и  $1$  равновесиями Нэша.

1)  $(0, 0)$  – В этой точке значения целевых функций центров равны нулю:  $f_1(x_1 = 0) = f_2(x_2 = 0) = 0$ . Если второй центр отклоняется в точку  $(0, 1)$ , то:  $f_1(x_1 = 0) = 0$  и  $f_2(x_2 = 1) = -Z c \beta / (c + 1)$ . Аналогично, если первый центр отклоняется из этой точки в точку  $(1, 0)$ , то:  $f_1(x_1 = 1) = -\alpha Z c / (c + 1)$  и  $f_2(x_2 = 0) = 0$ . Следовательно, точка  $(0, 0)$  является равновесием Нэша. Однако здесь необходимо отметить следующее: при  $\alpha = 0$  или  $\beta = 0$  центрам нет никакой разницы, отклоняться из этой точки по одному или не отклоняться, так как их целевые функции будут равны нулю в обеих точках. То есть равновесие Нэша в точке  $(0, 0)$  при  $\alpha = 0$  и/или  $\beta = 0$  неустойчивое.

2)  $(1, 0)$  – В этой точке:  $f_1(x_1 = 1) = -\alpha Z c / (c + 1)$ ;  $f_2(x_2 = 0) = 0$ . Первому центру выгодно отклониться в точку  $(0, 0)$  при неизменной стратегии второго. Значит, точка  $(1, 0)$  не является равновесием Нэша.

3)  $(0, 1)$  – не является равновесием Нэша (аналогично предыдущему пункту).

4)  $(1, 1)$  – В этом случае целевые функции центров принимают значения:

$$f_1(x_1 = 1) = N_0 / 2 - \alpha Z c / (c + 1);$$

$$f_2(x_2 = 1) = N_0 / 2 - \beta Z c / (c + 1).$$

Если для каждого из них значение «своей» целевой функции положительно, то точка  $(1, 1)$  будет равновесием Нэша. То есть точка  $(1, 1)$  является равновесием только в том случае, если:

$$Z \leq N_0 (c + 1) / 2 c \alpha;$$

$$Z \leq N_0(c + 1) / 2c\beta.$$

$\alpha$  и  $\beta$  – это опыт центра; будем называть их коэффициентами риска центров. Т. о., в равновесии  $(1, 1)$  будут удерживаться пары опытных центров, которые ничем не рискуют, получая взятки, т. е. центры с низкими коэффициентами  $\alpha$  и  $\beta$ .

Следует заметить, что полученные результаты применимы и для случая нескольких центров. В многоэлементном случае точка  $(1, 1, \dots, 1)$  будет равновесием, если:  $\forall i \in I: Z \leq N_0/n - Zc\alpha_i/(c+1)$ . Метацентр может использовать полученный результат в своих целях.

**Утверждение 13:** *для существования равновесия Нэша без коррупционных взаимодействий в теоретико-игровой модели распределения ресурса с учетом рисков необходимо:*

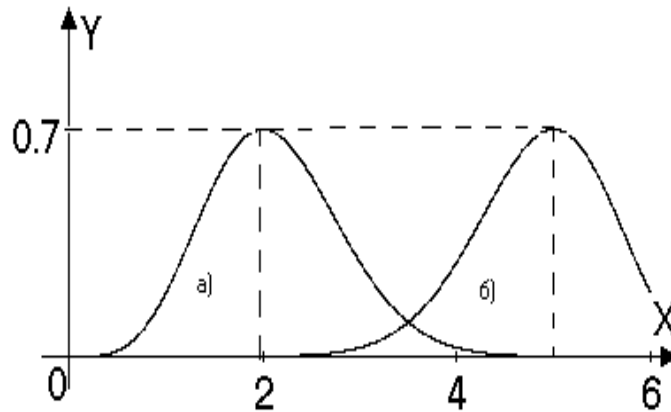
$$\exists i \in I: Z \geq N_0/n - Zc\alpha_i/(c+1),$$

*т. е. существования элемента организационной системы с высоким коэффициентом риска*

**Доказательство:** предположим, что  $n$  центров находятся в равновесии  $(1, 1, \dots, 1)$ . Метацентру необходимо вынудить перейти их к бескоррупционному равновесию  $(0, 0, \dots, 0)$ . Но для этого нужно установить штраф, размер которого превышает законодательно установленный размер штрафа. Метацентр легко может решить эту задачу, включив в группу распределения лицензий центр с высоким коэффициентом  $\alpha_i$ ,  $\exists \alpha_i \geq 0, \forall i \in I: Z \leq N_0/n - Zc\alpha_i/(c+1)$  т. е. Для него не будет выполняться условие  $\forall i \in I: Z \leq N_0/n - Zc\alpha_i/(c+1)$  и новичок отклонится в  $0$  (из-за высокого коэффициента  $\alpha_i$  ему невыгодно будет брать взятки). При этом количество лицензий, которые он будет получать для распределения, будет увеличиваться, и остальные центры будут вынуждены перейти в равновесие  $(0, 0, \dots, 0)$ •

Предположим теперь, что в модели участвуют  $i$  центров, но стратегиями центров будут нечеткие взятки  $\tilde{x}_i$ . Под нечеткой взяткой понимается нечеткое значение переменной, т. е. некоторое множество с функцией принадлежности. В работе [51] подробно описаны свойства нечетких множеств, нечетких отношений предпочтения и др. Метацентру известен не

точный размер взятка, а некоторое нечеткое множество, поясним это на рисунке 17:



**Рисунок 17. Иллюстрация нечетких множеств**

При определенном размере установленного штрафа метацентр имеет представление о размере получаемой  $i$  – ым центром взятке в виде нечеткого множества, ограниченного кривой а). При уменьшении штрафа взятки будут увеличиваться и кривая а) сместится вправо (кривая б) на рисунке).

Стратегией  $i$  – ого центра является нечеткая взятка  $\tilde{x}_i \in \tilde{X}_i$  с функцией принадлежности  $\mu_{\tilde{x}_i}(x_i)$ . Построим функцию принадлежности  $\mu_{\tilde{x}}(x)$  вектора нечетких взятков:  $\tilde{x} \in \tilde{X}$ . Здесь  $\tilde{X}_i$  – множество всех нечетких подмножеств множества  $X_i, i \in I$ ,  $\tilde{X}$  – множество всех нечетких подмножеств множества  $X$ . В соответствии с принципом обобщения [51]:

$$(9) \mu_{\tilde{x}}(x) = \min_{i \in I} \{\mu_{\tilde{x}_i}(x_i)\}$$

- функция принадлежности вектора нечетких взятков. Далее метацентр назначает, согласно четкой процедуре  $z = \pi(x)$  штраф  $z$  при обнаружении взятки, зависящий от размера взимаемой взятки. Обозначим,  $Z_i(z_i) = \{x \in X \mid \pi_i(x) = z_i\}$  (То есть  $Z_i(z_i)$  – множество, состоящее из таких векторов взятки  $x$ , которые приводят к штрафу  $z_i$ ). Тогда в соответствии с принципом обобщения при нечетких взятках и четкой процедуре определения штрафа  $z = \pi(x)$  распределение  $\tilde{z}$  будет нечетким множеством с функцией принадлежности  $\mu_{\tilde{z}}(\tilde{x}, z)$ , определяемой следующим образом [51]:

$$(10) \mu_{\tilde{z}_i}(\tilde{x}, z) = \sup_{x \in Z_i(z_i)} \mu_{\tilde{x}}(x)$$

- функция принадлежности вектора нечетких штрафов. Определим предпочтения центров на множестве нечетких штрафов  $\tilde{Z}$ . Образом нечеткого множества  $\mu_{\tilde{z}_i}(\tilde{x}, z)$  при четком отображении  $\varphi(x, z) \rightarrow R^1$  (другими словами, функции полезности) будет нечеткое множество  $\tilde{f}_i$  с функцией принадлежности  $\mu_{\tilde{f}_i}$ , которая в силу принципа обобщения удовлетворяет:

$$(11) \mu_{\tilde{f}_i}(f_i) = \sup_{(x, z) \in F_i(f_i)} \mu_{\tilde{z}_i}(\tilde{x}, z),$$

где:  $F_i(f_i) = \{(x, z): \varphi_i(x, z) = f_i\}$ . То есть  $F_i(f_i)$  – множество, состоящее из таких пар векторов  $(x, z)$ , которые приводят к заданной функции полезности  $f_i$ . Подставляя (9) и (10) в (11) получаем:

$$(12) \mu_{\tilde{f}_i}(f_i) = \sup_{(x, z) \in F_i(f_i)} \{ \sup_{x \in Z_i(z_i)} \min_{i \in I} \{ \mu_{\tilde{x}_i}(x_i) \} \}$$

- функция принадлежности нечеткого выигрыша центра.

Введем на множестве  $\tilde{X}_i$  отношение «  $\phi_{\tilde{x}_i}$  » доминирования стратегий: при фиксированной обстановке  $\tilde{x}_{-i}$  игры  $\tilde{x}_{-i}^2 \phi_{\tilde{x}_i} \tilde{x}_{-i}^1$  тогда и только тогда, когда:  $\forall f_i^1 \exists f_i^2 : f_i^2 \geq f_i^1$  и  $\mu_{\tilde{f}_i}(f_i^1, \tilde{x}_i^1, \tilde{x}_{-i}^1) \leq \mu_{\tilde{f}_i}(f_i^2, \tilde{x}_i^2, \tilde{x}_{-i}^2)$ . Рациональным будем считать выбор центром недоминируемой стратегии. Вектор недоминируемых стратегий назовем *нечетким равновесием Нэша*. Отметим, что в предельном случае – при переходе к четким стратегиям – введенное нечеткое равновесие Нэша совпадает с четким равновесием. Обозначим  $\tilde{P}(\pi)$  – множество нечетких равновесий Нэша. Очевидно, что выполнено  $P(\pi) \subseteq \tilde{P}(\pi)$ , то есть:  $\tilde{P}(\pi) \neq \emptyset$ . Сделаем следующее *предположение*: функции полезности центров строго однопиковые, с точками пика  $r_i$ , а нечеткие множества  $\tilde{x}_i$  нормальны (то есть  $\sup_{x_i} \mu_{\tilde{x}_i}(x_i) = 1$   $\sup_{x_i} \mu_{\tilde{x}_i}(x_i) = 1$ ).

**Утверждение 12:** *в задаче нечеткого распределения ресурса для любого центра и для любой его равновесной по Нэшу нечеткой стратегии существует недоминируемая равновесная по Нэшу четкая стратегия.*

**Доказательство:** в силу сделанного предположения множество  $F_i(f_i)$  состоит не более чем из двух точек (и не менее чем из одной точки), которые

мы обозначим  $F_i^-(f_i)$  и  $F_i^+(f_i)$ ,  $F_i^-(f_i) \leq F_i^+(f_i)$ . Очевидно, что при этом выполнено:  $\forall f_i^1 \geq f_i^2 : F_i^-(f_i^2) \leq F_i^-(f_i^1) \leq r_i \leq F_i^+(f_i^1) \leq F_i^+(f_i^2)$ . Выражение (12) при этом упрощается и принимает вид:  $\mu_{\tilde{f}_i}(f_i) = \max\{\mu_{z_i}(F_i^-(f_i)), \mu_{z_i}(F_i^+(f_i))\}$ .

Пусть при нечеткой обстановке  $\tilde{x}_{-i}$  для  $i$ -ого центра существует нечеткая недоминируемая стратегия  $\tilde{x}_i^*$ . Сделаем ее четкой (произведем «дефаззификацию») положив соответствующую функцию принадлежности  $\mu_{\tilde{x}_i^*}$  равной нулю всюду, за исключением точки, на которой достигается максимум. Получим четкую недоминируемую стратегию для  $i$ -ого центра. Аналогичным образом можно поступить поодиночке и для других центров, получив в итоге четкое равновесие Нэша, эквивалентное исходному. •

Следствием утверждения является тот факт, что для любой нечеткой стратегии любого центра в рамках этой модели всегда существует не худшая для него четкая стратегия. Т. е. представление метацентра о размерах взяток в виде нечеткой информации не изменяет качественно структуру и свойства равновесных стратегий, но содержательной точки зрения нечеткая структура размеров взяток дает лицу, принимающему решение о распределении штрафов, большую информацию, нежели четкая. С другой стороны, при нечетких размерах взяток расширяется множество равновесных по Нэшу стратегий ( $P(\pi) \subseteq \tilde{P}(\pi)$ ), что порождает определенные трудности при построении соответствующего прямого механизма.

Таким образом, в данной главе представлена классификация существующих моделей и механизмов управления в ОСсКПУ. Из представленной классификации можно сделать вывод, что к настоящему времени практически не рассматривались динамические модели, иерархические модели с одним агентом и несколькими центрами, а также в качестве математического аппарата не применялось теоретико-игровое моделирование. Построена общая модель ОС, позволившая классифицировать возможные КВ в ОС. Также рассмотрена теоретико-игровая задача распределения ресурса в ОС, в которой предложена методика управления данной ОС, найдены внутренние и граничные равновесия в игре двух агентов, показана эквивалентность четкой и нечеткой стратегии агента в такой модели. Эта же мо-

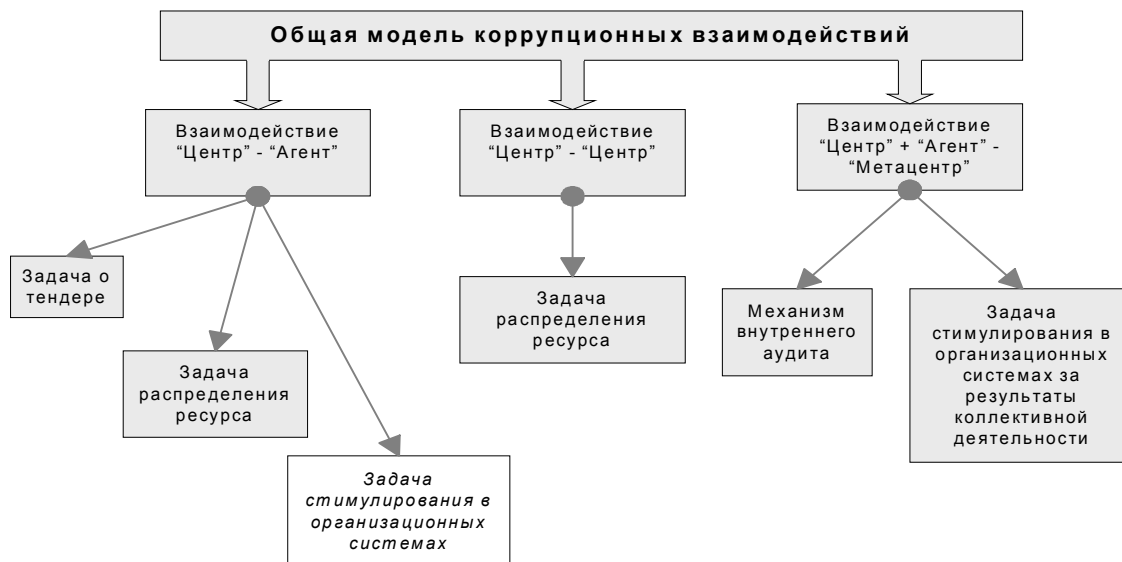
дель была рассмотрена с помощью оптимизационного моделирования, в результате чего были получены утверждения, позволившие существенно расширить полученную методику управления ОСсКПУ.

### **ГЛАВА 3. МОДЕЛИ И МЕХАНИЗМЫ СТИМУЛИРОВАНИЯ В ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ С КОРРУПЦИОННЫМ ПОВЕДЕНИЕМ УЧАСТНИКОВ**

В данной главе рассмотрены модели и механизмы стимулирования в ОСсКПУ. В первом разделе сформулирована и решена задача стимулирования в ОСсКПУ; на основе полученных результатов разработана методика применения полученных механизмов в управлении реальными социально – экономическими системами. Во втором разделе данной главы сформулирована и решена задача стимулирования за результаты коллективной деятельности в ОСсКПУ. Вводится понятие внутреннего аудита, рассматривается механизм его действия. Также предлагается модель управления ОСсКПУ с помощью механизма внутреннего аудита.

#### **3.1. Стимулирование в организационных системах с коррупционным поведением участников**

В существующих механизмах ТУОС широко используются квазикомпенсаторные системы стимулирования [45]. Однако на практике часто эффективность деятельности ОС с подобной системой стимулирования оказывается ниже максимальной. Часто причиной такого расхождения является завышение затрат агентом на выполнение поставленного плана. Результаты рассматриваемой ниже модели позволяют избежать завышения агентами затрат на выполнение плана. Задача стимулирования в ОСсКПУ рассматривает КВ типа «центр» – «агент» и является частным случаем общей модели (рисунок 18).



**Рисунок 18. Соотношение задачи стимулирования в организационных системах и общей модели**

Рассмотрим ОС, состоящую из одного центра и одного агента.

Целевая функция центра:

$$\Phi(\sigma, y) = H(y) - \sigma(y)$$

Целевая функция агента:

$$f(\sigma, y) = \sigma(y) - c(y, r)$$

Здесь  $y$  – действие, совершаемое агентом;  $y \geq 0$ ,  $y \in A$ ,  $A$  – множество допустимых действий агента;  $c(y)$  – затраты агента на совершение действия; непрерывная функция,  $c'(y) \geq 0$ ,  $c(0) = 0$ ;  $\sigma(y)$  – стимулирование агента;  $H(y)$  – доход центра, непрерывная функция,  $H(y) \geq 0$ ,  $H(0) = 0$ ;  $r$  – тип агента,  $r \in \Omega$ ,  $\Omega$  – множество возможных типов агента.

Порядок функционирования системы следующий: центр назначает систему стимулирования  $\sigma(y)$ , после чего агент выбирает действие  $y$  в условиях гипотезы рационального поведения, т. е. стремясь максимизировать свою целевую функцию.

Если центру достоверно не известен тип агента, КП участников проявляется в том, что агент может предоставить центру недостоверную информацию  $s \in \Omega$  о своем типе, т. е. о затратах  $c(y, r)$ . Пусть  $c_r'(y, r) \leq 0$ , тогда агент будет сообщать центру  $s \leq r$ . Содержательно это означает, что агент в сообщении центру будет занижать свой тип, увеличивая тем самым затра-



ты по совершению действия. Если центр использует принцип МГР или просто верит сообщению агента, то, следуя принципу компенсации затрат (стимулирование в точности должно равняться сумме затрат агента и резервной полезности), стимулирование центра при этом возрастает.

Будем также считать, что центр назначает агенту квазикомпенсаторную систему стимулирования, то есть вознаграждение выплачивается агенту только при точном выполнении назначенного центром плана  $x \in X = A$ :

$$(1) \sigma(x, y, s) = \begin{cases} c(y, s), & y = x \\ 0, & y \neq x \end{cases} \quad \text{где } X \text{ – множество допустимых планов.}$$

Можно отметить, что при использовании системы стимулирования (1) сразу встает вопрос о неманипулируемости, то есть создании такой системы управления, при которой агенту выгодно было бы сообщать центру свой действительный тип. Проблема манипулируемости представляет практический интерес в ТУОС и является предметом многочисленных исследований, в частности, [45, 46]. Однако обсуждение этой проблемы выходит за рамки нашего исследования.

Естественно, в интересах центра обнаружить искажение информации. Для достижения этой цели центр с некоторой вероятностью  $p$  проводит аудит фиксированной стоимости  $\tilde{c}$ . Будем считать, что, если аудит проводится, то искажение информации агента  $s \leq r$  о своем типе *всегда* обнаруживается, то есть в случае аудита центр наблюдает тип агента. В этом случае на агента налагается штраф  $\chi(r - s)$ .

Таким образом, ожидаемые значения целевых функций участников (центра и агента соответственно):

$$\begin{aligned} \Phi(\sigma, y) &= H(y) - c(y, s) - p \tilde{c} + p \chi(r - s) \\ f(\sigma, y) &= c(y, s) - c(y, r) - p \chi(r - s) \end{aligned}$$

Следует пояснить вид целевой функции агента: поскольку агент занижает свой параметр  $r$ , завышая тем самым свои расходы (а центр компенсирует агенту расходы) по отношению к фактическим расходам по совершению действия, то разница  $c(y, s) - c(y, r)$  представляет собой не что иное, как сумму, на которую агент обманывает центр.

Еще раз оговорим порядок функционирования системы и информированность участников:

- общим знанием является:  $H(\cdot)$ ,  $c(\cdot)$ ,  $\chi(\cdot)$ ,  $p$ ,  $\Omega$ ,  $A$  и стоимость аудита  $\tilde{c}$ ;
- центр определяет вероятность аудита  $p$  и сообщает ее агенту;
- агент сообщает центру свой тип  $s$ ;
- центр назначает агенту план  $x$  и стимулирование (1);
- агент выбирает действие  $y$
- центр выплачивает агенту вознаграждение в соответствии с (1)
- с вероятностью  $p$  проводится аудит.

Следует также отметить, что в зависимости от поведения центра в отношении вероятности аудита  $p$  можно выделить три задачи. В нашем случае, центр объявляет вероятность аудита. Также центр может не объявлять  $p$ , выбирая стратегию МГР по этому параметру. Третий вариант – центр может объявить агенту не вероятность  $p$ , а функцию  $p(s)$ .

При использовании системы стимулирования (1) агенту выгодно выполнять план:  $y = x$ . Для доказательства этого утверждения достаточно заметить, что, в точности выполняя план, агент получает полезность  $c(y, s) - c(y, r) - p\chi(r - s)$ ; отклоняясь же от плана, агент получает полезность  $-c(y, r) - p\chi(r - s)$ , что заведомо ему невыгодно, так как  $\forall y, \forall s: c(y, s) \geq 0$ .

Центр назначает агенту оптимальный для себя план  $x^*(s)$ , решая следующую задачу:  $\min_{r \in \Omega} \{\Phi(x, p, s)\} \rightarrow \max_{x \in X}$ , то есть:

$$(2) \min_{r \in \Omega} \{H(x) - c(x, s) - \tilde{c} p + p\chi(r - s)\} \rightarrow \max_{x \in X}$$

Агент выбирает оптимальное для себя сообщение  $s^*(p, r)$  центру о своем типе, решая следующую задачу:  $f(x^*(s), s, r) \rightarrow \max_{s \in \Omega}$ , то есть:

$$(3) c(x^*(s), s) - c(x^*(s), r) - p\chi(r - s) \rightarrow \max_{s \in \Omega}$$

Далее, центр оптимизирует свою целевую функцию по вероятности проведения аудита  $p$ , решая следующую задачу:

$$\min_{r \in \Omega} \{\Phi(x^*(s^*(p, r)), r, p, s^*(p, r))\} \rightarrow \max_{p \in [0;1]}$$

$$\tilde{c} p + p\chi(r - s^*(p, r)) \rightarrow \max_{p \in [0;1]}$$

$$(4) \min_{r \in \Omega} \{H(x^*(s^*(p, r))) - c(x^*(s^*(p, r)), s^*(p, r))\}$$

**Утверждение 13** для того чтобы агент сообщал центру достоверную информацию в задаче стимулирования в организационных системах с коррупционным поведением участников для функции дохода  $H(y) = y$ , функции затрат  $c(y, r) = y^2/2r$  и линейного штрафа, достаточно выполнения неравенства:

$$(5) \alpha p \geq 1/2.$$

**Доказательство:** пусть  $H(y) = y$ ;  $c(y, r) = y^2/2r$ ;  $\chi(r - s) = \alpha(r - s)$ , тогда:

из (2) находим назначаемый агенту план:  $x^*(s) = s$ ,

из (3) находим оптимальное сообщение агента:  $s^*(p, r) = (1/2 + \alpha p)r$ . Поскольку, как предполагалось выше, агент предоставляет центру искаженную информацию  $s \leq r$  о своем типе, то оптимальное сообщение агента в данном случае:  $s^*(p, r) = \min [(1/2 + \alpha p)r; r]$ •

Содержательно это означает, что, выбирая систему штрафов и вероятность проведения аудита (и сообщая эту информацию агенту, конечно), удовлетворяющую (5), центр может добиться неманипулируемости, т. е. сообщения агентом достоверной информации о своем типе. Кроме того, здесь следует заметить, что при выполнении условия (5) агент будет сообщать достоверную информацию о своем типе, поэтому никаких проверок центру проводить не потребуется. Следовательно, далее мы будем рассматривать условия, при которых (5) не выполняется, т. е.  $p < \alpha/2$ .

Из (4) находим оптимальную вероятность проведения проверки, решая следующую оптимизационную задачу:

$$\min_{r \in \Omega} [r(1/4 + \alpha p - \alpha^2 p^2) - \tilde{c}p] \rightarrow \max_{p \in [0,1]}$$

Пусть множество всех типов агентов  $r \in \Omega = [r^-, r^+]$ , то есть центру известны минимальный и максимальный типы агентов. Тогда оптимизационную задачу можно представить в виде следующей системы:

$$(6) \begin{cases} [r^+(1/4 + \alpha p - \alpha^2 p^2) - \tilde{c}p] \rightarrow \max_{p \in [0,1]}, (1/4 + \alpha p - \alpha^2 p^2) \leq 0 \\ [r^-(1/4 + \alpha p - \alpha^2 p^2) - \tilde{c}p] \rightarrow \max_{p \in [0,1]}, (1/4 + \alpha p - \alpha^2 p^2) \geq 0 \end{cases}$$

Однако из утверждения 1 мы рассматриваем  $p < \alpha/2$ , и множеством решений первого неравенства системы (6) является пустое множество, по-

этому далее мы будем рассматривать только оптимизационную задачу и второе неравенство системы (6).

**Утверждение 14:** оптимальная вероятность проведения аудита стоимости  $\tilde{c}$  в задаче стимулирования в организационных системах с коррупционным поведением участников для функции дохода  $H(y) = y$ , функции затрат  $c(y,r) = y^2/2r$  и линейного штрафа имеет вид:

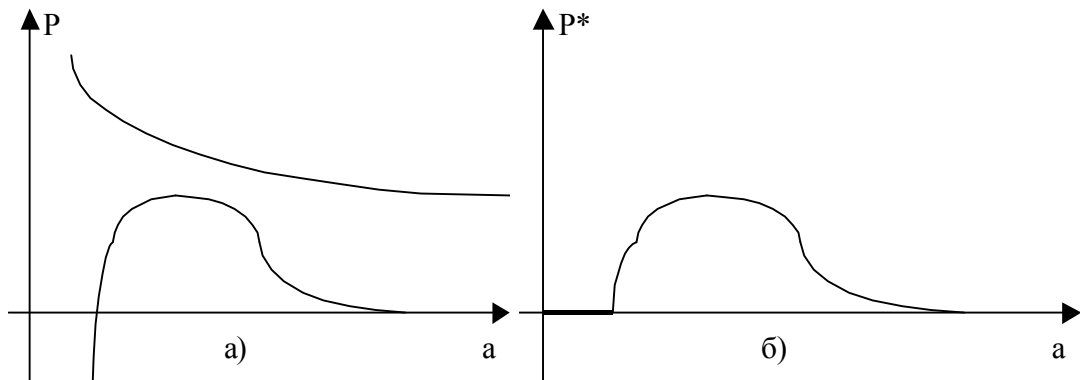
$$p^* = (\alpha r^- - \tilde{c}) / 2\alpha^2 r^-, p \in [0; 1/2\alpha]$$

**Доказательство:** решая неравенство системы (6) относительно  $p$ , получаем следующий вид оптимизационной задачи:

$$(7) [r^-(1/4 + \alpha p - \alpha^2 p^2) - \tilde{c}p] \rightarrow \max_{p \in [0;1]}, p \in [0; 1/2\alpha].$$

Решая (7), получаем указанное выражение для оптимальной вероятности проведения аудита•

Представим схематически полученное решение на рисунке 19:



**Рисунок 19. Эскиз графика зависимости оптимальной вероятности проведения аудита**

На рисунке 19 представлены эскизы графиков функций  $p^* = (\alpha r^- - \tilde{c}) / 2\alpha^2 r^-$  и  $p = \alpha / 2$ . Легко проверить, что друг относительно друга они будут располагаться именно так, поскольку для пересечения необходимо выполнение условия  $\tilde{c} \leq 0$ , что не имеет содержательной интерпретации.

На рисунке 19 схематически представлен график зависимости оптимальной вероятности проверки агентов от коэффициентов штрафа.

Итак, в рассматриваемой модели центр может выбрать вероятность проведения проверки и коэффициент штрафа таким образом, что агенту будет выгодно сообщать свой истинный тип, т. е. добиться неманипулируемости. Если же по каким-либо причинам центр не имеет возможности объявить такие параметры (например,  $\alpha$  превышает законодательно установленный коэффициент штрафов), то центр выбирает вероятность проведения проверки, максимизируя свою целевую функцию так, как показано в модели. В этом случае доход центра может оказаться больше, чем при честном поведении агента. То есть данная модель показывает, что с помощью таких инструментов как штрафы, линейно зависящие от размера укрываемой суммы и объявления вероятности проверок в организационной системе можно создать такие условия, что коррупционное поведение не будет выгодно участникам этой организационной системы. Если же выбор необходимого линейного штрафа по каким-либо причинам невозможен, то центр может выбрать оптимальную вероятность проведения проверки так, чтобы максимизировать свою целевую функцию.

### **3.2. Стимулирование за результаты коллективной деятельности.**

#### **Внутренний аудит**

#### **Задача стимулирования за результаты коллективной деятельности по нормативу рентабельности**

В настоящее время в ТУОС широкое применение находят системы стимулирования за результаты коллективной деятельности по нормативу рентабельности. Несмотря на то, что подобные системы стимулирования оптимальны для целого класса задач, на практике оказывается, что эффективность деятельности ОС с подобной системой стимулирования часто оказывается ниже теоретически рассчитанной. Одна из причин такого расхождения заключается в том, что подрядчик часто завышает расходы на выполнение плана. Результаты, полученные в рассмотренной ниже модели, позволяют избежать завышения расходов подрядчиком.

Задача стимулирования за результаты коллективной деятельности по нормативу рентабельности предполагает оппортунистические взаимодействия типа «центр» + «агент» – «метацентр» и является частным случаем общей модели (рисунок 20).



**Рисунок 20. Соотношение задачи стимулирования за результаты коллективной деятельности и общей модели**

В [45] представлена и решена задача о стимулировании за результаты коллективной деятельности. При стандартной постановке задачи КП участников невозможно (под коррупционным поведением понимается уклонение от выбранной стратегии поведения, завышение издержек на выполнение плана и т.д.). Действительно, пусть ОС состоит из  $n$  агентов, но центр не имеет возможности наблюдать результат деятельности каждого агента. Наблюдаемый результат деятельности  $z \in A_0 = Q(A')$  этой организационной системы определяется функцией агрегирования действий агентов:  $z = Q(y) \in A_0, y \in A'$ , где  $y_i \in A_i$  – действие  $i$  – го агента,  $A_i$  – множество допустимых действий  $i$  – го агента,  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in A' = \prod A_i$  – вектор действий агентов,  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  – множество агентов.

Интересы и предпочтения участников системы – центра и агентов выражены их целевыми функциями. Целевая функция центра:

$$(8) \Phi(\sigma(\cdot), z) = H(z) - v(z),$$

где  $H(z)$  – доход центра,  $v(z)$  – суммарное вознаграждение, выплачиваемое агентам:  $v(z) = \sum_{i \in N} \sigma_i(z)$ ,  $\sigma(z) = (\sigma_1(z), \sigma_2(z), \dots, \sigma_n(z))$ ,  $\sigma_i(z)$  – стимулирование  $i$  – го агента.

Целевая функция агента представляет собой разность между стимулированием со стороны центра и затратами  $c_i(y)$ , то есть:

$$f_i(\sigma_i(\cdot), y) = \sigma_i(z) - c_i(y), \text{ где } y = (y_1, y_2, \dots, y_n).$$

Информированность участников системы следующая: центру и агентам на момент принятия решений известны целевые функции и допустимые множества всех участников системы, а также функция агрегирования.

Порядок функционирования ОС:

- центр выбирает функции стимулирования и сообщает их агентам;
- агенты при известных функциях стимулирования выбирают действия, максимизирующие их целевые функции.

**Утверждение 15:** *при заданном составе организационной системы, порядке ее функционирования и целевых функциях участников в задаче стимулирования за результаты коллективной деятельности по нормативу рентабельности недобросовестное поведение агентов невозможно.*

**Доказательство:** действительно, центр, не наблюдая действий агентов, с одной стороны, платит за результат, который наблюдает. С другой стороны, зная целевые функции агентов, центр выбирает функции стимулирования таким образом, чтобы компенсировать минимальные суммарные издержки по достижению заданного результата  $z$ , то есть:

$$c_L(z) = \min_{y \in Y(z)} \sum_{i \in N} c_i(y), \text{ где } Y(z) = \{y \in A \mid Q(y) = z\} \bullet$$

Т.е. такая модель является идеализацией, поскольку не допускает возможность недобросовестного поведения.

Однако можно видоизменить модель следующим образом: пусть участником ОС является еще и метациентр (например, генеральный подрядчик). Пусть также система стимулирования, которую выбирает метациентр для центра, определяется нормативом рентабельности, то есть:

$$\sigma_\rho(x, z) = (1 + \rho) c(x), z = x,$$

$$0, z \neq x;$$

где  $\rho$  – норматив рентабельности,  $\rho \geq 0$ , то есть вознаграждение центру выплачивается только при точном выполнении плана.

При такой системе стимулирования (распространенной на практике) доход центра прямо пропорционален расходам на выполнение плана, поэтому у центра появляется стимул завышать расходы на выполнение плана с целью повышения своего дохода. Метацентр может проверить деятельность центра с вероятностью  $p \in [0, 1]$  и при обнаружении завышения расходов наложить штраф  $\chi \geq 0$ .

Порядок функционирования ОС следующий:

- центр выбирает свою стратегию  $\mu \in \{L, H\}$  (честного поведения  $c_L(z)$  или завышения расходов  $c_H(z)$ ) и сообщает метацентру зависимость  $c_\mu(z)$ ;
- метацентр назначает план  $x \in A_0$  и объявляет вероятность проверки  $p \in [0, 1]$ ;
- центр назначает стимулирование агентам исходя из минимальных суммарных издержек на выполнение плана  $x$  и назначая им квазикомпенсаторную систему

$$(9) \sigma_i(x, z) = \begin{cases} c_i(y^*(x)), z = x \\ 0, z \neq x \end{cases}, i \in N \text{ стимулирования (8);}$$

- агенты выбирают действия, максимизирующие их целевые функции;
- метацентр компенсирует заявленные центром затраты и с заданной вероятностью проверяет деятельность центра.

Целевая функция метацентра:

$$\Phi_{\mu M}(z, \rho, \chi, \mu) = H(z) - (1 + \rho) c(z) + p \chi, \text{ где } \mu \in \{L, H\}.$$

Целевая функция центра:

$$\Phi_\mu(z, \rho, \chi, \mu) = \rho c(z) - p \chi.$$

Целевая функция агента:

$$f_i(x, z, y_i) = \sigma_i(x, z) - c_i(y_i).$$

Заметим, что здесь система стимулирования (9)  $\sigma_i(x, z)$  назначается центром



агентам из условия минимизации общих издержек агентов на выполнение плана и не имеет ничего общего с  $\sigma_p$ .

Таким образом, у центра есть две стратегии:

- стратегия честного поведения –  $\mu = L$ , при которой центр будет заявлять истинные расходы  $c_L(z)$  на выполнение плана;
- стратегия завышения –  $\mu = H$  расходов  $c_H(z)$  на выполнение плана.

Соответственно, целевые функции центра при этих стратегиях:

$$\begin{aligned}\Phi_L &= \rho c_L(z); \\ \Phi_H &= (1 + \rho) c_H(z) - c_L(z) - p \chi.\end{aligned}$$

Естественно, в интересах метacentра выбрать такие условия  $(p, \rho, \chi)$ , при которых центру выгодно было бы избирать стратегию честного поведения<sup>7</sup>. То есть такие условия, чтобы было выполнено:

$$(10) \Phi_L(z_L^*(\rho, p, \chi), p, \chi) \geq \Phi_H(z_H^*(\rho, p, \chi), p, \chi),$$

где  $z_L^*$  и  $z_H^*$  определяются из условия выбора метacentром плана, который бы максимизировал его целевую функцию.

$$(11) z_H^*(\rho, p, \chi) = \arg \max_{z \in A_0} \{H(z) - (1 + \rho) c_H(z) + p \chi\};$$

$$z_L^*(\rho, p, \chi) = \arg \max_{z \in A_0} \{H(z) - (1 + \rho) c_L(z) + p \chi\}.$$

Тогда, учитывая (10), легко получить следующее

**Утверждение 16.** *Для того чтобы центр выбирал стратегию поведения без завышения расходов в задаче стимулирования за результаты коллективной деятельности по нормативу рентабельности, необходимо выполнение следующего неравенства:*

$$(12) \rho c_L(z_L^*(\rho, p, \chi)) - (1 + \rho) c_H(z_H^*(\rho, p, \chi)) + c_L(z_H^*(\rho, p, \chi)) + p \chi \geq 0$$

где  $z_L^*(\rho, p, \chi)$  и  $z_H^*(\rho, p, \chi)$  определяются (11).

**Доказательство:** напрямую следует из условия индивидуальной рациональности центра•

<sup>7</sup> Так как в целевые функции входит произведение  $p\chi$ , то метacentр может выбирать сразу это произведение, не варьируя по отдельности  $p$  и  $\chi$ . В случае, если на  $p$  и  $\chi$  наложены дополнительные ограничения (например, штраф  $\chi$  может быть ограничен законодательно), то эти ограничения следует учесть в условии (12).

Далее метацентру необходимо найти оптимальные значения вероятности проверки  $p^*$ , процентной ставки  $\rho^*$  и штрафа  $\chi^*$ . Решить такую задачу аналитически затруднительно, поэтому решим ее для частного случая.

Пусть  $H(z) = z$ ,  $c_i(y_i) = y_i^2 / 2 r_i$  где  $r_i \in \Omega$  – тип агента, т. е. параметр, характеризующий затраты агента на совершение действия,  $\Omega$  – множество допустимых типов.

Центр выбирает систему стимулирования, решая задачу минимизации суммарных затрат на выполнение плана:

$$\begin{cases} \sum_{i \in N} c_i(y_i) \rightarrow \min \\ \sum_{i \in N} y_i = z \end{cases}$$

Решение этой задачи имеет вид:

$$(13) y_i^*(z) = z r_i / W, \text{ где } W = \sum_{i \in N} r_i;$$

$$c_L(z) = z^2 / 2 W, \text{ где } W = \sum_{i \in N} r_i.$$

Далее центр решает задачу максимизации суммарных затрат на выполнение плана:

$$\begin{cases} \sum_{i \in N} c_i(y_i) \rightarrow \max \\ \sum_{i \in N} y_i = z \end{cases}$$

Решение этой задачи имеет вид:

$$(14) y_i^*(z) = \begin{cases} z, i = q \\ 0, i \neq q \end{cases}, \text{ где } q = \arg \min_{i \in N} \{r_i\}$$

$$c_H(z) = z^2 / 2 r_q$$

Пусть  $r_i = r, i \in N$  то есть все агенты имеют один тип. Тогда из (13) и (14) получаем:

$$c_L(z) = z^2 / 2 n r;$$

$$c_H(z) = z^2 / 2 r.$$

Следовательно, оптимальный план, выбираемый метацентром, будет:

$$z_L^*(\rho) = n r / (1 + \rho);$$

$$z_H^*(\rho) = r / (1 + \rho).$$

Соответственно, получаем выражения  $c_L(z_L^*)$ ,  $c_L(z_H^*)$ ,  $c_H(z_H^*)$ :

$$c_L(z_L^*) = n r / 2 (1 + \rho)^2;$$

$$c_L(z_H^*) = r / 2(1 + \rho)^2;$$

$$c_H(z_H^*) = r / 2 n (1 + \rho)^2.$$

Тогда неравенство (12) принимает вид:

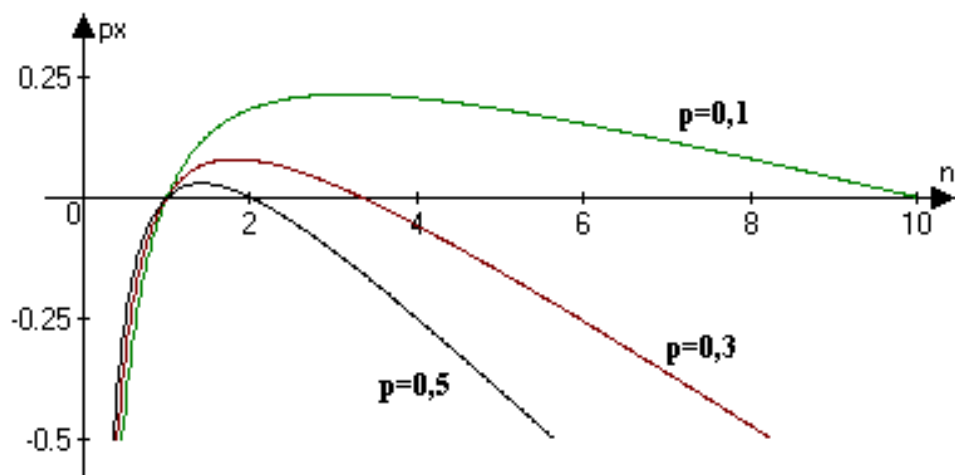
$$(15) \rho n^2 r \geq (1 + \rho) n r - r - 2 n (1 + \rho)^2 p \chi$$

Преобразуем неравенство (15) к виду:

$$(16) p \chi \geq (-n^2 \rho r) + n r (1 + \rho) - r / (2 n (1 + \rho)) \text{ и к виду}$$

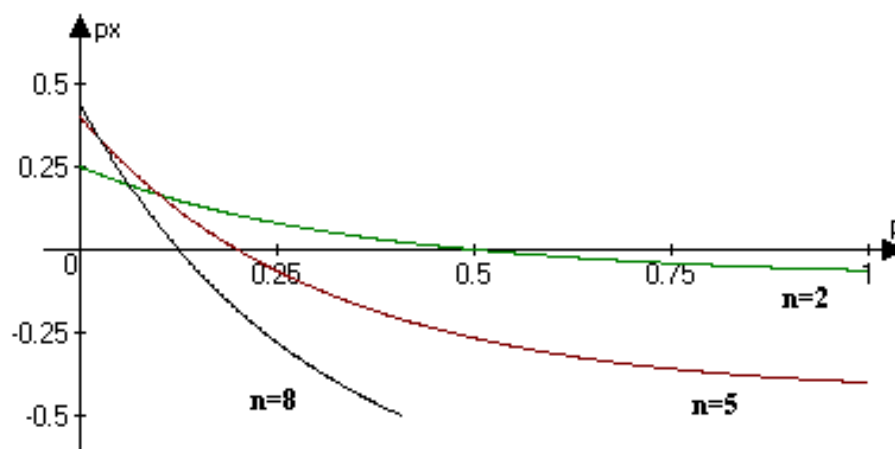
$$(17) p \chi \geq (n \rho r (1 - n) + r (n - 1)) / ((2 n \rho^2 + 4 n \rho + 2 n))$$

Представим схематически неравенства (16) и (17) на рисунках 21, 22.



**Рисунок 21. Зависимость величины необходимого штрафа от количества агентов.**

Из представленной зависимости видно, что при достаточно большом количестве агентов центр даже при отсутствии штрафов будет выбирать стратегию честного поведения. Более того, чем выше норматив рентабельности, тем меньше минимальное необходимое для стратегии честного поведения количество агентов.



**Рисунок 22. Зависимость величины необходимого штрафа от норматива рентабельности.**

Из рисунка 22 видно, что при достаточно высоком нормативе рентабельности нет нужды устанавливать какой-либо штраф – центр в любом случае будет выбирать стратегию без завышения расходов. Причем с ростом числа агентов норматив рентабельности, необходимый для честного поведения агентов, уменьшается.

Аналитически несложно получить, что для выбора центром стратегии честного поведения при отсутствии штрафов необходимо выполнение условия:

$$(18) \quad n \rho \geq 1.$$

**Утверждение 17:** для функции дохода вида  $H(y) = y$ , функции затрат вида  $c(y, r) = y^2/2r$  и предположения о симметричности агентов выполнение неравенства  $n \rho \geq 1$  в задаче стимулирования за результаты коллективной деятельности по нормативу рентабельности исключает возможность коррупционного поведения центра.

**Доказательство:** действительно, неравенство

$$\rho c_L(z_L^*) \geq (1 + \rho) c_H(z_H^*) - c_L(z_H^*) \text{ при}$$

$$c_L(z_L^*) = n r / 2 (1 + \rho)^2;$$

$$c_L(z_H^*) = r / (2 (1 + \rho)^2);$$

$$c_H(z_H^*) = r / 2 n (1 + \rho)^2 \text{ легко привести к виду (18)•}$$

Этот неочевидный, на первый взгляд вывод, легко объясняется выбранным видом функций затрат. Действительно, при заданной функции

затрат доход центра при стратегии честного поведения прямо пропорционален числу агентов.

Таким образом, в ОС со стимулированием за результаты коллективной деятельности по нормативу рентабельности КП участников можно предотвратить повышением числа участников и норматива рентабельности. Причем, если функция затрат агентов соответствует рассмотренной в модели, то для честного поведения участников достаточно выполнения соотношения (18).

### Механизм внутреннего аудита

В настоящее время распространена ситуация, когда владельцы фирм получают представление о деятельности фирмы на основе отчетов менеджеров и не имеют возможности проверить отчеты, в результате чего последние в отчетах занижают реальные результаты. В итоге до владельцев доходит по статистике лишь треть реальных доходов фирмы.

Рассматриваемая ниже модель формализует эту задачу и предоставляет эффективный механизм борьбы с такой ситуацией. Модель предполагает коррупционные взаимодействия типа «центр» + «агент» – «метацентр» и является частным случаем общей модели, как показано на рисунке 23.



Рисунок 23. Соотношение механизма внутреннего аудита и общей модели

В [45] поставлена и решена задача стимулирования за результаты коллективной деятельности в ОС. Однако выше доказано, что в стандартной формулировке такая задача не допускает коррупционного поведения центра. Построим такую модель, которая допускала бы подобное поведение участников ОС. Пусть ОС состоит из агентов  $i, i = 1, 2$  (исполнителей), центра (менеджера проекта) и метacentра (заказчика). Результат работы  $i$ -го агента  $x_i \in \{0, 1\}$ . Действие  $i$ -го агента  $a_i \in [0, 1]$  – определяет вероятность достижения  $i$ -ым агентом положительного результата  $x_i(a_i) = 1$ ;  $c_i(a_i)$  – затраты агента на выполнение действия  $a_i$ ;  $\sigma_i(x_i)$  – стимулирование агента со стороны центра за результат  $x_i$

### 1. Стимулирование за результат коллективной деятельности.

Будем считать, что метacentр платит вознаграждение центру за суммарный результат деятельности агентов, из которого центр выплачивает вознаграждение агентам. Поскольку рассматриваемая система содержит двух агентов, целевая функция центра описывается выражением:

$$F = b(x_1 + x_2) - \sigma_1(x_1) - \sigma_2(x_2)$$

Если предположить, что агенты характеризуются одинаковыми затратами на совершение одного и того же действия  $c(a_i) = a_i^2 / 2$ , то целевую функцию  $i$ -го агента можно представить в следующем виде:

$$f_i(a_i) = \sigma_i(x_i) - c(a_i).$$

Целевая функция метacentра описывается выражением:

$$F_M = x_1 + x_2 - b(x_1 + x_2).$$

Поскольку результат деятельности агента  $x_i$  принадлежит множеству  $\{0, 1\}$ , то суммарный результат деятельности двух агентов  $x_1 + x_2$  принадлежит множеству  $\{0, 1, 2\}$ , соответственно, вознаграждение, выплачиваемое центру, описывается вектором:  $\{b_0, b_1, b_2\}$ , то есть  $b_0 = b(x_1 + x_2 = 0)$ ,  $b_1 = b(x_1 + x_2 = 1)$ ,  $b_2 = b(x_1 + x_2 = 2)$ . Как уже отмечалось выше,  $a_i$  – это вероятность достижения  $i$ -ым агентом результата  $x_i = 1$ . Поэтому для целевой функции агента справедливо следующее выражение:

$$(19) M[f_i] = a_i \sigma_i^1 + (1 - a_i) \sigma_i^0 - c(a_i)$$

Воспользовавшись принципом предельных затрат, из (19) легко получить оптимальное действие  $i$  – го агента:

$$\sigma_i^1 - \sigma_i^0 = c'(a_i) = a_i^*, \quad a_i^* = (\sigma_i^1 - \sigma_i^0).$$

Более точно,

$$a_i^* = \min[1; (\sigma_i^1 - \sigma_i^0)].$$

Будем считать также, что стимулирование агентов симметрично, то есть:  $\sigma_1^1 = \sigma_2^1 = \sigma_1$ ,  $\sigma_1^0 = \sigma_2^0 = \sigma_0$ , тогда оптимальное действие каждого агента можно записать как:

$$(20) \quad a^* = \min[1; (\sigma_1 - \sigma_0)].$$

Из соображений, аналогичных тем, что были использованы при получении выражения (19), относительно целевой функции центра справедливо следующее:

$$(21) \quad M[F(\sigma_0, \sigma_1)] = (a^*)^2 b_2 + 2a^*(1 - a^*)b_1 + (1 - a^*)^2 b_0 - (a^*)^2 (2\sigma_1) - 2a^*(1 - a^*)(\sigma_1 + \sigma_0) - (1 - a^*)^2 (2\sigma_0)$$

где  $a^*$  определяется (20)

Далее будем полагать следующее: параметры модели таковы, что  $\sigma_1 - \sigma_0 \leq 1$ , то есть  $a^* = \min[1; (\sigma_1 - \sigma_0)] = \sigma_1 - \sigma_0$ . Легко видеть, что оптимальное стимулирование агента за нулевой результат равно нулю:  $\sigma_0 = 0$ . Действительно, из условия индивидуальной рациональности метacentра  $\forall x_1, \forall x_2 \rightarrow F_M(x_1, x_2) \geq 0$  следует, что при  $x_1 = x_2 = 0 \Rightarrow F_M = -b_0 \Rightarrow b_0 = 0$ . Целевая функция центра при этом:  $F = -\sigma_1(0) - \sigma_2(0)$ . Аналогично, из условия индивидуальной рациональности центра следует, что  $\sigma_1(0) = \sigma_2(0) = \sigma_0 = 0$ . Из (20) получаем с учетом введенных предположений:

$$a^* = \sigma_1.$$

Тогда (21) приобретает вид:

$$M[F(\sigma_1)] = \sigma_1^2 b_2 + 2\sigma_1(1 - \sigma_1)b_1 + (1 - \sigma_1)^2 b_0 - 2\sigma_1^3 - 2\sigma_1^2(1 - \sigma_1).$$

Отсюда выражение для оптимального стимулирования агента за положительный результат:

$$(22) \quad \sigma_1^* = \frac{b_0 - b_1}{b_2 - 2b_1 + b_0 - 2}$$

Из условия индивидуальной рациональности метацентра следует, что  $b_0 = 0$  (поскольку при нулевом суммарном результате агентов целевая функция метацентра принимает следующий вид:  $F_M = -b_0$ , а условие индивидуальной рациональности требует, чтобы целевая функция активного элемента была неотрицательной), поэтому (22) можно привести к виду:

$$(23) \sigma_1^* = \frac{b_1}{2b_1 - b_2 + 2}.$$

Известно оптимальное действие  $a^*$ , выбираемое агентом, оптимальное стимулирование  $\sigma_1^*$ , выбираемое центром для агентов. Необходимо найти оптимальное вознаграждение, выплачиваемое метацентром центру. В этих условиях математическое ожидание выигрыша метацентра равно:

$$(24) M[F_M(b_1, b_2)] = (\sigma_1^*)^2(2 - b_2) + 2\sigma_1^*(1 - \sigma_1^*)(1 - b_1),$$

где  $\sigma_1^*$  определяется (23).

Из условия индивидуальной рациональности центра

$\forall x_1, \forall x_2 \rightarrow F = b(x_1 + x_2) - \sigma_1(x_1) - \sigma_2(x_2) \geq 0$  следует, что  $b_1 \geq \sigma_1^*$ ,  $b_2 \geq 2\sigma_1^*$ . Возможны три варианта, представим их в таблице 4. Вариант  $b_1 > \sigma_1^*$ ,  $b_2 > 2\sigma_1^*$  не рассматривается, поскольку он заведомо не оптимален.

**Таблица 4. Три варианта оптимального вознаграждения центра**

Условие ИР центра при $x_1 + x_2 = 1$	Условие ИР центра при $x_1 + x_2 = 2$	Возможность существования	Оптимальность решения	Ожидаемый выигрыш центра
1) $b_1 = \sigma_1^*$	1) $b_2 = 2\sigma_1^*$	невозможен	—	—
2) $b_1 = \sigma_1^*$	2) $b_2 \geq 2\sigma_1^*$	возможен	оптимально	1 / 3
3) $b_1 \geq \sigma_1^*$	3) $b_2 = 2\sigma_1^*$	возможен	не оптимально	144 / 675

1) Покажем, что существование первого варианта невозможно. Из условия

$b_1 = \sigma_1^*$  следует, что  $b_1 = \frac{b_1}{2b_1 - b_2 + 2}$  откуда  $b_2 = 2b_1 + 1$ . С другой стороны, из

условий  $b_1 = \sigma_1^*$  и  $b_2 = 2\sigma_1^*$  следует, что  $b_2 = 2b_1$ . Очевидно противоречие.

2) Из условия  $b_1 = \sigma_1^*$  следует, что  $b_2 = 2b_1 + 1$ . Тогда (24) можно переписать в следующем виде:



$M[F_M(b_1, b_2)] = -3b_1^2 + 2b_1$ , откуда можно получить оптимальное вознаграждение центра:

$b_1^* = 1/3, b_2^* = 5/3, \sigma_1^* = a^* = 1/3$ . Заметим, что полученное решение удовлетворяет условиям  $b_2 \geq 2\sigma_1^*, a^* < 1$ .

Ожидаемый выигрыш центра при этом равен  $1/3$ .

3) Из условия  $b_2 = 2\sigma_1^*$  следует, что  $b_2 = \frac{2b_1}{2b_1 - b_2 + 2}$  откуда

$b_1 = (2b_2 - b_2^2) / (2(1 - b_2))$ . Так как вознаграждение не может быть отрицательной величиной, то из последнего условия следует, что  $b_2 < 1$ . Подставив полученное значение  $b_1$  и  $b_2 / 2 = \sigma_1^*$  в (24) получим выражение для математического ожидания выигрыша метacentра:

$$M[F_M(b_2)] = b_2^2 / 2 - b_2^3 / 2 - b_2^4 / (4 - 4b_2) + 3b_2^3 / (2 - 2b_2) - 5b_2^2 / (2 - 2b_2) + b_2 / (1 - b_2)$$

Можно показать, что максимум этой функции с учетом условия  $b_2 < 1$  достигается при  $b_2 = 0.4$ . Соответственно, оптимальное вознаграждение центра в этом случае равно:  $b_1^* = 8/15, b_2^* = 2/5$ . Заметим, что полученное решение удовлетворяет условию  $b_1 \geq \sigma_1^*$ . Ожидаемый выигрыш центра при этом равен  $144/675 \sim 0.22$ . Следовательно, оптимальным с точки зрения метacentра будет второй вариант:  $b_1^* = 1/3, b_2^* = 5/3$ .

При таком взаимодействии значение математического ожидания целевой функции центра равно  $1/9$ , а значение математического ожидания целевой функции метacentра равно  $1/3$ . (Заметим, что если бы метacentр имел возможность наблюдать действия агентов, то он мог бы сам выбирать оптимальное стимулирование агентов без участия центра; при этом оптимальное стимулирование агентов равнялось бы  $\sigma_1^* = 1/2$ , а выигрыш метacentра составил бы  $1/2$ . Так как такой возможности у метacentра нет, то ему приходится платить центру  $1/9$ , получая при этом выигрыш  $1/3$ . Легко видеть, что эффективность системы в целом, т. е. сумма целевых функций участников при этом снижается).

## 2. Стимулирование по результатам отчета центра.

Изменим порядок взаимодействия участников этой ОС следующим образом: пусть метacentр не наблюдает результат действий агентов, а при

выборе размера вознаграждения центру полагается на сообщение самого центра о суммарном результате действий агентов - такой случай распространен на практике.

Пусть  $s$  – это сообщение центра о суммарном результате действий агентов. Размер вознаграждения по-прежнему может принимать три значения:

$$b_0 = b(s = 0), \quad b_1 = b(s = 1), \quad b_2 = b(s = 2).$$

Целевая функция центра принимает вид:

$$F = b(s) - \sigma_1(x_1) - \sigma_2(x_2)$$

При этом агенты не наблюдают действий друг друга, но знают сообщение  $s$  центра в отчете метacentру. При таком взаимодействии у центра появляется возможность манипулирования информацией: центр в сообщении метacentру может исказить суммарный результат деятельности агентов. Поскольку центр выплачивает агентам вознаграждение за результат деятельности из вознаграждения  $b(s)$ , полученного от метacentра (при этом по-прежнему остается в силе принцип компенсации затрат), то у центра появляется возможность *занижения* суммарного результата деятельности агентов (с целью занижения суммарных выплат им). Рассмотрим более подробно возможные варианты:

1.  $x_1 + x_2 = 0$ , т. е. суммарный результат деятельности агентов равен нулю. Понятно, что в таком случае возможности *занизить* этот результат в сообщении метacentру у центра нет.

2.  $x_1 + x_2 = 1$ , суммарный результат деятельности агентов равен единице. В этом случае центр также не будет *занижать* этот результат в сообщении метacentру, поскольку единственно возможный вариант *занижения*  $s = 0$ , но тем самым центр обнаружит свое недобросовестное поведение перед тем агентом, результат которого  $x_i = 1$ . Агент, обнаруживший недобросовестное поведение центра, может сообщить об этом метacentру. В результате такого поведения агента на центр может быть наложен штраф или иное взыскание со стороны метacentра. Будем считать далее, что возможное взыскание настолько велико, что центр при суммарном результате агентов, равном единице, не *занижает* результат в сообщении метacentру.

3.  $x_1 + x_2 = 2$ . Только в этом случае у центра появляется возможность «без риска» (поскольку агенты не наблюдают результат друг друга) занижить результат и сообщить  $s = 1$ . Соответственно, и рассматривать далее будем только случай 3.

В этих условиях математическое ожидание выигрыша центра равно:

$$(25) M[F(\tilde{\sigma}_1)] = (a^*)^2(b_1 + 1 - 2\tilde{\sigma}_1) + 2a^*(1 - a^*)(b_1 - \tilde{\sigma}_1)$$

Здесь  $\tilde{\sigma}_1 \neq \sigma_1$  поскольку стимулирование агентов центром за результат  $x_i = 1$  изменится, а значение  $b_1$  остается прежним, поскольку метацентр не предполагает возможности манипулирования информацией центром. Тем не менее, принцип предельных затрат для агентов по-прежнему останется в силе, и оптимальное действие агента (а значит, и вероятность результата  $x_i = 1$ )  $a^* = \tilde{\sigma}_1$ . Таким образом, (25) принимает вид:

$$(26) M[F(\tilde{\sigma}_1)] = \tilde{\sigma}_1^2(b_1 + 1 - 2\tilde{\sigma}_1) + 2\tilde{\sigma}_1(1 - \tilde{\sigma}_1)(b_1 - \tilde{\sigma}_1)$$

Центр выбором стимулирования  $\tilde{\sigma}_1$  стремится максимизировать свою прибыль, следовательно, оптимальное стимулирование  $\tilde{\sigma}_1^* = b_1 / (1 + b_1)$ . Так как метацентр не предполагает возможность КП центра, то вознаграждение, выплачиваемое центру, по-прежнему равно:  $b_1^* = 1/3$ , значит,  $\tilde{\sigma}_1^* = 1/4$ . Следовательно, (это легко проверить, подставив полученное значение  $\tilde{\sigma}_1^* = 1/4$  и значение  $b_1^* = 1/3$  в (26)) значение математического ожидания целевой функции центра равно  $1/12$ .

Т. о., в рассмотренном случае манипулирование информацией (а именно, занижение результата в сообщении метацентру) невыгодно для центра. Действительно, значение математического ожидания ( $1/12$ ) в этом случае меньше значения математического ожидания ( $1/9$ ) в случае честной работы центра. Т. е., при выбранных параметрах модели центр будет честно сообщать метацентру результат деятельности агентов. Однако на практике часто происходит так, что центр занижает результат деятельности агентов. Для того чтобы получить ответ на вопрос, почему это происходит, откажемся от предположения, что при суммарном результате деятельности агентов, равном единице, центр не имеет возможности манипулировать

информацией из-за сильного штрафа, накладываемого на него в случае обнаружения метацентром и результативным агентом.

### 3. Манипулирование информацией менеджером.

Будем предполагать следующее: если суммарный результат деятельности агентов равен единице, то центр также имеет возможность занизить результат. А для того, чтобы результативный агент не сообщал о подлоге метацентру, центр делится частью  $\lambda \in (0,1)$  своей прибыли (прибыль в данном случае равна единице за вычетом компенсации расходов агента по реализации действия), полученной в результате подлога. Таким образом:

$b_0 = 0; b_1 = 1/3; b_2 = 5/3$  – метацентр не подозревает о подлоге, поэтому оптимальная система стимулирования остается в силе. Всего возможны девять вариантов (стратегий) поведения центра, представим их следующей таблице 5:

**Таблица 5. Возможные стратегии центра**

	Сообщение центра, $s$	Целевая функция центра без сговора с агентом	Целевая функция центра при сговоре с агентом
$\sum x = 0$	$s = 0$	$F = 0$	—
	$s = 1$	$F = -1 + b_1 = -2/3$	<i>отсутствие необходимости сговора</i>
	$s = 2$	$F = -2 + b_2 = -1/3$	$F = -2 + b_2 - 2\lambda = -1/3 - 2\lambda$
$\sum x = 1$	$s = 0$	$F = 1 - \sigma_1 = 2/3$ ( <i>сильный штраф</i> )	$F = (1 - \lambda)(1 - \sigma^*)$
	$s = 1$	$F = b_1 - \sigma_1 = 0$	—
	$s = 2$	$F = -1 + b_2 = 2/3$ ( <i>сильный штраф</i> )	$F = (1 - \lambda)(-1 + b_2 - \sigma^*)$
$\sum x = 2$	$s = 0$	$F = 2$ ( <i>сильный штраф</i> )	$F = 2 - 2\sigma^* - 2(1 - 2\sigma^*)\lambda$
	$s = 1$	$F = 1 + b_1 - 2\sigma_1 = 2/3$	<i>отсутствие необходимости сговора</i>
	$s = 2$	$F = b_2 - 2\sigma_1 = 1$	—

Рассмотрим эти варианты подробно.

1)  $\sum x = 0, s = 0$ . В этом случае центр честно сообщает о нерезультативной деятельности агентов и не имеет прибыли. Нет необходимости какого-либо сговора с агентами.

2)  $\sum x = 0, s = 1$ . В этом случае суммарный результат деятельности агентов равен нулю, но центр в сообщении метацентру заявляет о суммарном результате, равном 1, получая от метацентра  $b_1$ , но отдавая единицу согласно своему сообщению. Целевая функция центра принимает при этом значение, равное  $-2/3$ . Поскольку агенты не знают результат деятельности друг друга, то в этом случае у центра нет необходимости вступать в сговор с агентами.

3)  $\sum x = 0, s = 2$ . В этом случае суммарный результат деятельности агентов равен нулю, но центр в сообщении метацентру заявляет о суммарном результате, равном 2, получая от метацентра  $b_2$ , но отдавая две единицы согласно своему сообщению. Целевая функция центра принимает при этом значение, равное  $-1/3$ . Т. к. агенты не наблюдают результат друг друга, но знают сообщение центра; каждый из них узнает, таким образом, о подлоге и «предложит поделиться» центру частью  $\lambda$ . При этом целевая функция центра принимает значение  $F = -2 + b_2 - 2\lambda = -1/3 - 2\lambda$ .

**Утверждение 18:** стратегией центра в задаче стимулирования за результаты коллективной деятельности с использованием механизма внутреннего аудита при суммарном результате деятельности агентов равном 0, будет честное сообщение результата метацентру.

**Доказательство:** легко видеть, что в случаях 2) и 3) целевая функция центра принимает отрицательные значения, тогда как в случае 1) она равна нулю•

4)  $\sum x = 1, s = 0$ . В этом случае суммарный результат деятельности агентов равен единице, однако центр в сообщении метацентру заявляет о нулевом суммарном результате, ничего не получая от него в качестве вознаграждения, при этом присваивая единицу (суммарный результат агентов). Кроме того, он должен выплачивать стимулирование  $\sigma^*$  результативному агенту (поскольку меняется целевая функция центра, то меняется и оптимальное стимулирование агентов со стороны центра, поэтому  $\sigma^* \neq \sigma_1$ ). Однако ре-

зультативный агент, видя сообщение  $s$ , может уличить центр в подлоге. Поэтому центр вынужден вступить в сговор с агентом, предложив тому оговоренное стимулирование на совершение действия и сверх того часть  $\lambda$  оставшейся прибыли. Таким образом, целевая функция центра принимает вид:  $F = (1 - \lambda) (1 - \sigma^*)$ .

5)  $\sum x = 1, s = 1$ . В этом случае центр честно сообщает о результате деятельности агентов и не имеет прибыли, так как метациентр компенсирует затраты центра на стимулирование. Нет необходимости какого-либо сговора с агентами.

6)  $\sum x = 1, s = 2$ . В этом случае суммарный результат деятельности агентов равен единице, но центр в сообщении метациентру заявляет о суммарном результате, равном двум, получая от метациентра  $b_2$ , но отдавая единицу согласно своему сообщению. В данном случае уже нерезультативный агент может обнаружить недобросовестное поведение центра и, под угрозой сильного штрафа центр вынужден будет вступить в сговор с этим агентом, предложив тому часть  $\lambda$  от разницы между полученной прибылью и затратами на стимулирование  $\sigma^*$  результативного агента. Таким образом, целевая функция центра принимает вид:  $F = (1 - \lambda) (-1 + b_2 - \sigma^*)$ .

Таким образом, при суммарном результате агентов, равном 1, у центра есть три альтернативы:  $s = 0, s = 1$  и  $s = 2$ . Целевая функция центра при этом принимает значения соответственно:

$$F = (1 - \lambda) (1 - \sigma^*);$$

$$F = 0;$$

$$F = (1 - \lambda) (-1 + b_2 - \sigma^*).$$

Поскольку вознаграждение  $b_2$ , выплачиваемое центру, не зависит от манипуляции информацией и по-прежнему равно  $5/3$ , то целевая функция центра принимает большее значение при занижении суммарного результата агентов.

Таким образом, можно сделать вывод, что при суммарном результате агентов, равном единице, оптимальной стратегией центра будет занижение суммарного результата в сообщении метациентру и раздел скрытой прибыли с результативным агентом.

7)  $\sum x = 2, s = 0$ . В этом случае суммарный результат деятельности агентов равен двум, но центр сообщает метacentру о не результативной деятельности агентов, суммарный результат присваивая себе. Оба агента могут уличить в подлоге центр и последний под угрозой сильного штрафа вынужден вступить в сговор с обоими агентами, предложив им оговоренное стимулирование  $\sigma^*$  на совершение действия и сверх того отдать часть  $\lambda$  оставшейся прибыли. Целевая функция центра, таким образом, может быть представлена в следующем виде:  $F = 2 - 2\sigma^* - 2\lambda(1 - 2\sigma^*)$ . Вообще говоря, у центра в данной ситуации две стратегии, первая из которых заключается в следующем: при сговоре объявить агентам, что оба они оказались результативны, поэтому прибыль, которую им надо делить, можно описать следующим образом:  $(2 - 2\sigma^* - 1)$ . Здесь  $2$  – скрытый от метacentра суммарный результат,  $2\sigma^*$  – выплата оговоренного стимулирования,  $1$  – заработок центра при честной игре. (Действительно, центру разумно делиться с агентами только той частью, которая получена именно в результате манипуляций.) При такой стратегии целевую функцию центра можно записать в указанном виде:  $F = 2 - 2\sigma^* - 2\lambda(1 - 2\sigma^*)$ . Вторая стратегия центра заключается в следующем: при сговоре объявлять каждому агенту, что именно он оказался результативным и общий результат деятельности агентов равен  $1$ , тогда прибыль, которую им надо делить, можно записать в следующем виде:  $(2 - \sigma^* - 1)$ . В таком случае целевую функцию центра можно записать в следующем виде:  $F = 2 - 2\sigma^* - 2\lambda(1 - \sigma_1)$ . Легко видеть, что первая стратегия более выгодна центру, так как в этом случае его целевая функция принимает большее значение (поскольку при выборе первой стратегии делиться придется меньшей частью). Таким образом, в данной ситуации будем считать, что центр объявляет агентам о том, что оба они оказались результативны и целевая функция центра принимает следующий вид:

$$F = 2 - 2\sigma^* - 2\lambda(1 - 2\sigma^*) = 1 + (1 - 2\sigma^*)(1 - 2\lambda)$$

8)  $\sum x = 2, s = 1$ . В этом случае суммарный результат деятельности агентов равен двум, но центр сообщает метacentру о результате деятельности агентов, равном единице, остаток присваивая себе. Поскольку агенты не наблюдают результат деятельности друг друга, то у центра в данном слу-

чае нет необходимости вступать в сговор с каким-либо из агентов. Целевая функция центра в этом случае:

$$F = 1 + b_1 - 2\sigma_1 = 2/3$$

9)  $\sum x = 2, s = 2$ . В этом случае центр честно сообщает о результате деятельности агентов, получая от метacentра вознаграждение  $b_2$  и назначая стимулирование обоим агентам по  $\sigma_1$ . Целевая функция центра принимает значение, равное 1. Нет необходимости какого-либо сговора с агентами.

Таким образом, при суммарном результате агентов, равном 2, у центра есть три альтернативы:  $s = 0, s = 1$  и  $s = 2$ . Целевая функция центра при этом принимает значения соответственно:

$$F = 1 + (1 - 2\sigma^*)(1 - 2\lambda) \text{ при } s = 0$$

$$F = 1 + b_1 - 2\sigma_1 = 2/3 \text{ при } s = 1;$$

$$F = 1 \text{ при } s = 2$$

Легко видеть, что стратегия занижения суммарного результата агентов, равного двум, на единицу (т. е. сообщение  $s = 1$ ) не является оптимальной стратегией. Однако при сговоре оптимальное действие агента и оптимальное стимулирование изменяются, поскольку изменяются выражения математического ожидания для агента и центра. При выборе оптимального действия агент должен учитывать и действие второго агента. В этих условиях математическое ожидание целевой функции первого агента:

$$M[f(a_1)] = -c(a_1) + a_1 a_2 (\sigma + \lambda(1 - 2\sigma)) + a_1 (1 - a_2) (\sigma + \lambda(1 - \sigma))$$

Аналогичным образом для второго агента можно записать:

$$M[f(a_2)] = -c(a_2) + a_2 a_1 (\sigma + \lambda(1 - 2\sigma)) + a_2 (1 - a_1) (\sigma + \lambda(1 - \sigma))$$

В равновесии  $\partial M[f] / \partial a_i = 0$ , с учетом  $c(a_i) = a_i^2 / 2$  получаем:

$$(27) \quad 0 = -a_1 + a_2 (\sigma + \lambda(1 - 2\sigma)) + (1 - a_2) (\sigma + \lambda(1 - \sigma));$$

$$(28) \quad 0 = -a_2 + a_1 (\sigma + \lambda(1 - 2\sigma)) + (1 - a_1) (\sigma + \lambda(1 - \sigma)).$$

Поскольку агенты симметричны, то справедливо считать  $a_1 = a_2 = a$ , тогда из любого из уравнений (27) и (28) можно получить оптимальное действие агента:

$$(29) \quad a^* = (\sigma + \lambda(1 - \sigma)) / (1 + \sigma\lambda)$$

Аналогично, математическое ожидание центра в условиях сговора с агентами можно представить в следующем виде:



$$(30) M[F(\sigma)] = (a^*)^2(2 - 2\sigma - 2(1 - 2\sigma)\lambda) + 2a^*(1 - a^*)(1 - \lambda)(1 - \sigma),$$

где  $a^*$  определяется (29).

Выражение (30) можно преобразовать к виду:

$$M[F(\sigma)] = 2(a^*)^2\sigma\lambda + 2a^*(1 - \lambda)(1 - \sigma).$$

Таким же образом получаем оптимальное стимулирование  $\sigma^*$ , назначаемое центром агентам при сговоре:

$$(31) \sigma^* = (1 - 2\lambda)/(2 - 3\lambda).$$

Далее необходимо найти те значения  $\lambda$ , при которых сговор с агентом (агентами) будет предпочтительнее с точки зрения центра, чем честное поведение. Для этого подставим полученное значение оптимального стимулирования (31) в целевые функции центра в тех случаях, когда центр вступает в сговор с агентом, т. е. в случаях 4) и 7) таблицы 4.

**Утверждение 19:** стратегией центра в задаче стимулирования за результаты коллективной деятельности с использованием механизма внутреннего аудита при суммарном результате деятельности агентов равном 1, будет занижение результата до нуля в сообщении метацентру и дележ скрытой прибыли с результативным агентом при том условии, что часть скрытой прибыли, отдаваемой при этом агенту, меньше  $2/3$ .

**Доказательство:** подставив полученное значение  $\sigma^*$  в выражение целевой функции центра для случая  $s = 0$ :  $F = (1 - \lambda)(1 - \sigma^*)$  получим:

$F = (1 - \lambda)^2/(2 - 3\lambda)$ . Можно найти, что при  $\lambda < 2/3$  значение целевой функции центра будет положительным, а при  $(\sqrt{5} - 1)/2 < \lambda < 2/3$  будет принимать значения, большие единицы. Прибыль центра будет максимальной при значении  $\lambda$ , близком к  $2/3$ •

**Утверждение 20:** стратегией центра в задаче стимулирования за результаты коллективной деятельности с использованием механизма внутреннего аудита при суммарном результате агентов, равном двум, будет занижение суммарного результата в сообщении метацентру до нуля и дележ скрытой прибыли с результативными агентами при условии, что часть  $\lambda$ , которой центр делится с агентами, не превышает  $1/2$ .

**Доказательство:** подставив полученное значение  $\sigma^*$  в выражение целевой функции центра для случая  $s = 0$ :  $F = 1 + (1 - 2\sigma^*)(1 - 2\lambda)$  получим:

$$F = 2(1 - \lambda - \lambda^2) / (2 - 3\lambda).$$

При  $\lambda \in (0; 1/2)$  целевая функция центра принимает значения, большие 1. Кроме того, оптимальным для центра будет значение  $\lambda = 1/3$ , т. к. при этом целевая функция центра принимает максимальное значение•

Также, можно найти оптимальное значение  $\lambda$  с точки зрения центра. Для этого подставим полученное значение оптимального стимулирования (31) в математическое ожидание целевой функции центра и продифференцируем полученное выражение по  $\lambda$ :  $(M[F(\sigma^*)])'_\lambda = 0$ , другими словами, при выбранном оптимальном стимулировании математическое ожидание целевой функции центра не зависит от  $\lambda$ . Аналогично, математическое ожидание целевой функции агентов не зависит от  $\lambda$ :  $(M[f(a^*, \sigma^*)])'_\lambda = 0$ . Это означает, что центр и агенты, участвуя в сговоре против интересов метacentра, выбирают платежи оптимальным образом, превращая трехуровневую модель в двухуровневую модель с оптимальными платежами.

Рассмотренная выше модель взаимодействия элементов ОС, предполагающая возможность сговора центра и агентов, не оптимальна и с точки зрения метacentра, поскольку элементы в сговоре стремятся исключить метacentр из игры, оставив его с нулевой прибылью. Также она не оптимальна и с точки зрения функционирования системы в целом, поскольку сумма целевых функций участников в сговоре меньше суммы целевых функций участников ОС при честном функционировании. Представим таблицу значений математического ожидания целевых функций участников ОС – таблицу 6.

**Таблица 6. Выигрыши участников**

	Агент	Центр	Метacentр	Суммарная
Честное функционирование	$1/18$	$1/9$	$1/3$	$5/9$
Коррупционное поведение центра	$1/32$	$1/12$	$7/24$	$7/16$
Сговор центра с агентами	$1/8$	$1/4$	$0$	$1/2$

Можно видеть, что эффективность системы в целом максимальна при честном функционировании элементов.

**Утверждение 21:** *эффективность работы организационной системы в целом при коррупционном поведении элементов в задаче стимулирования за результаты коллективной деятельности снижается.*

**Доказательство:** действительно, сумма значений целевых функций участников ОС ниже при КП элементов ОС, что проиллюстрировано в таблице 6•

Выше показано, что при заданном функционировании ОС элементы этой системы вступят в сговор, поскольку при этом математическое ожидание их целевых функций принимает большее значение, чем при честном функционировании (таблица 6 иллюстрирует этот случай). Метацентр может повлиять на выбор элементами функционирования (честного или коррупционного) с помощью штрафов или премий. В представленной модели не рассматривались штрафы за КП элементов, однако из таблицы 6 можно сделать вывод, что и с помощью одних только премий метацентр может повлиять на выбор функционирования элементов.

**Утверждение 22:** *в задачах, допускающих использование механизма внутреннего аудита, возможно создание таких условий функционирования организационной системы, при которых коррупционное поведение элементов становится невыгодным.*

**Доказательство:** действительно, сумма значений математического ожидания целевых функций агентов и центра в нашей задаче при честном функционировании равна  $2/9$ . Эта же сумма равна  $1/2$  при КП элементов в сговоре. Разница  $-5/18$  – сумма премий элементам, необходимым для того, чтобы побудить их выбирать честное функционирование. Как видим, эта сумма премий не превышает значения математического ожидания целевой функции метацентра при честном функционировании ОС, данная трехуровневая ОС может функционировать с максимальной эффективностью без введения штрафов. Метацентр может без введения штрафов побудить элементы выбирать честное функционирование•

Таким образом, в модели найдены оптимальные стратегии центра при различных суммарных результатах деятельности агентов. Показано, что эффективность системы в целом при КП участников ОС снижается. Пока-

зано, что с помощью одних только премий метацентр может создать такие условия функционирования ОС, что КП участников будет им невыгодно.

### Стимулирование за результаты коллективной деятельности по нормативу рентабельности с учетом вероятности реализации внешнего фактора

Задача стимулирования за результаты коллективной деятельности по нормативу рентабельности предполагает КВ типа «центр» + «агент» – «метацентр» и является частным случаем общей модели (рисунок 24).



**Рисунок 24. Соотношение задачи стимулирования за результаты коллективной деятельности в организационных системах и общей модели**

В [45] представлена и решена задача о стимулировании за результаты коллективной деятельности. При стандартной постановке задачи КП участников невозможно (под коррупционным поведением понимается уклонение от выбранной стратегии поведения, завышение издержек на выполнение плана и т.д.). Действительно, пусть ОС состоит из  $n$  агентов, но центр не имеет возможности наблюдать результат деятельности каждого агента. Наблюдаемый результат деятельности  $z \in A_0 = Q(A')$  этой ОС определяется функцией агрегирования действий агентов:  $z = Q(y) A_0$ ,  $y \in A'$ , где  $y_i \in A_i$  – действие  $i$ -го агента,  $A_i$  – множество допустимых действий  $i$ -го аген-

та,  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in A = \prod A_i$  – вектор действий агентов,  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  – множество агентов. Интересы и предпочтения участников системы – центра и агентов выражены их целевыми функциями. Целевая функция центра:

$$\Phi(\sigma(\cdot), z) = H(z) - v(z),$$

где  $H(z)$  – доход центра,  $v(z)$  – суммарное вознаграждение, выплачиваемое агентам:  $v(z) = \sum_{i \in N} \sigma_i(z)$ ,  $\sigma(z) = (\sigma_1(z), \sigma_2(z), \dots, \sigma_n(z))$ ,  $\sigma_i(z)$  – стимулирование  $i$ -го агента.

Целевая функция агента представляет собой разность между стимулированием со стороны центра и затратами  $c_i(y)$ , то есть:

$$f_i(\sigma_i(\cdot), y) = \sigma_i(z) - c_i(y),$$

где  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$

Информированность участников системы следующая: центру и агентам на момент принятия решений известны целевые функции и допустимые множества всех участников системы, а также функция агрегирования. Порядок функционирования ОС:

- центр выбирает функции стимулирования и сообщает их агентам;
- агенты при известных функциях стимулирования выбирают действия, максимизирующие их целевые функции.

**Утверждение 23:** *при заданном составе организационной системы, порядке функционирования системы и целевых функциях участников в задаче стимулирования за результаты коллективной деятельности недобросовестное поведение агентов невозможно.*

**Доказательство:** действительно, центр, не наблюдая действий агентов, с одной стороны, платит за результат, который наблюдает. С другой стороны, зная целевые функции агентов, центр выбирает функции стимулирования таким образом, чтобы компенсировать минимальные суммарные издержки по достижению заданного результата  $z$ , то есть:

$$c_L(z) = \min_{y \in Y(z)} \sum_{i \in N} c_i(y), \text{ где } Y(z) = \{y \in A \mid Q(y) = z\} \bullet$$

Однако можно видоизменить модель следующим образом: пусть участником организационной системы является еще и метациентр. Пусть также

система стимулирования, которую выбирает метацентр для центра, определяется нормативом рентабельности, то есть:

$$\sigma_{\rho}(x, z) = \begin{cases} (1 + \rho)c(x), & z = x \\ 0, & z \neq x \end{cases},$$

где  $\rho$  – норматив рентабельности,  $\rho \geq 0$ , то есть вознаграждение центру выплачивается только при точном выполнении плана.

Будем считать, что на затраты агентов по выполнению плана влияет внешний параметр  $\mu$ ; содержательно этот параметр может означать состояние окружающей среды, например. Также будем считать, что  $\mu \in \{L, H\}$ , то есть внешний фактор может принимать только два значения:  $L$  (благоприятный) и  $H$  (неблагоприятный). Если реализовался благоприятный внешний фактор  $L$ , то затраты агентов на выполнение плана низкие  $c_L(z)$ , в противном случае затраты агентов высокие  $c_H(z)$ , соответственно,  $c_H(z) > c_L(z)$ .

Информированность участников организационной системы:

- агентам известны собственные целевые функции и реализовавшийся внешний фактор  $\mu$ ;
- центру известна собственная целевая функция, функции затрат агентов, реализовавшийся внешний фактор  $\mu$  и затраты на выполнение плана  $c_L(z)$  и  $c_H(z)$ ;
- метацентру известна собственная целевая функция, возможные значения внешнего фактора  $L$  и  $H$ , а также затраты на выполнение плана  $c_L(z)$  и  $c_H(z)$ .

Порядок функционирования ОС:

- центр и метацентр устанавливают норматив рентабельности  $\rho$ , вероятность  $p$  проверки деятельности центра и возможный штраф  $\chi$  при обнаружении недобросовестного поведения последнего;
- метацентр выбирает оптимальный план  $z^*$ , максимизируя собственную целевую функцию;
- агенты выполняют предложенный план  $z^*$ , максимизируя собственные целевые функции;
- центр заявляет метацентру о реализовавшемся значении внешнего фактора  $\mu$  и, соответственно, о затратах  $c_{\mu}(z_{\mu})$ ;

- метацентр компенсирует заявленные затраты и с заданной вероятностью проводит аудит деятельности центра.

Поскольку информация о реализовавшемся значении внешнего фактора  $\mu$  неизвестна метацентру, то на этапе заявления затрат у центра появляется возможность исказить эту информацию с целью повышения собственного дохода, то есть возможность коррупционного поведения.

Предположим, реализовалось благоприятное значение  $L$  внешнего фактора, тогда стратегии и целевые функции центра таковы:

- сообщение истинного значения  $\mu = L$  и затрат  $c_L(z_L)$ ;

целевая функция центра при этом:

$$F = \rho c_L(z_L);$$

- завышение значения  $\mu = H$  и заявление затрат  $c_H(z_H)$ ;

целевая функция центра при этом:

$$F = (1 + \rho) c_H(z_H) - c_L(z_H) - p \chi.$$

Аналогично, если реализовалось неблагоприятное значение  $H$  внешнего фактора, тогда стратегии и целевые функции центра таковы:

- сообщение истинного значения  $\mu = H$  и затрат  $c_H(z_H)$ ;

целевая функция центра при этом:

$$F = \rho c_H(z_H);$$

- искажение значения  $\mu = L$  и искажение затрат  $c_L(z_L)$ ;

целевая функция центра при этом:

$$F = (1 + \rho) c_L(z_L) - c_H(z_L) - p \chi.$$

В общем случае верно следующее

**Утверждение 24:** для исключения возможности искажения информации центром в задаче стимулирования за результаты коллективной деятельности по нормативу рентабельности необходимо выполнение следующей системы неравенств:

$$(32) \begin{cases} \rho c_L(z_L) \geq (1 + \rho) c_H(z_H) - c_L(z_H) - p \chi \\ \rho c_H(z_H) \geq (1 + \rho) c_L(z_L) - c_H(z_L) - p \chi \end{cases}$$

**Доказательство:** напрямую следует из условия индивидуальной рациональности элементов, в данном случае, центра•

Второе неравенство системы (32) теряет содержательное значение, если принять во внимание условие  $c_H(z) > c_L(z)$ . Т. е. центр заинтересован в искажении информации с целью увеличения своего дохода только в случае реализации благоприятного значения внешнего фактора.

Для выполнения первого неравенства системы (32) (и исключения, таким образом, возможности КП центра) метacentру достаточно установить  $\chi \rightarrow \infty$ , т. е. бесконечно большой штраф. Однако на практике часто штраф ограничивается законодательно, поэтому будем считать, что система неравенств (32) эквивалентна следующему неравенству:

$$\rho c_L(z_L) \geq (1 + \rho) c_H(z_H) - c_L(z_H) - p \chi_{\max};$$

где  $\chi_{\max}$  – максимально возможный штраф, ограниченный законодательно. Кроме того, нужно учитывать условие индивидуальной рациональности центра, то есть условие  $\rho c_L(z_L) \geq 0$ . Таким образом, утверждение 2 можно представить в следующем виде:

$$(33) \begin{cases} \rho c_L(z_L) \geq (1 + \rho) c_H(z_H) - c_L(z_H) - p \chi_{\max} \\ \rho c_L(z_L) \geq 0 \end{cases}$$

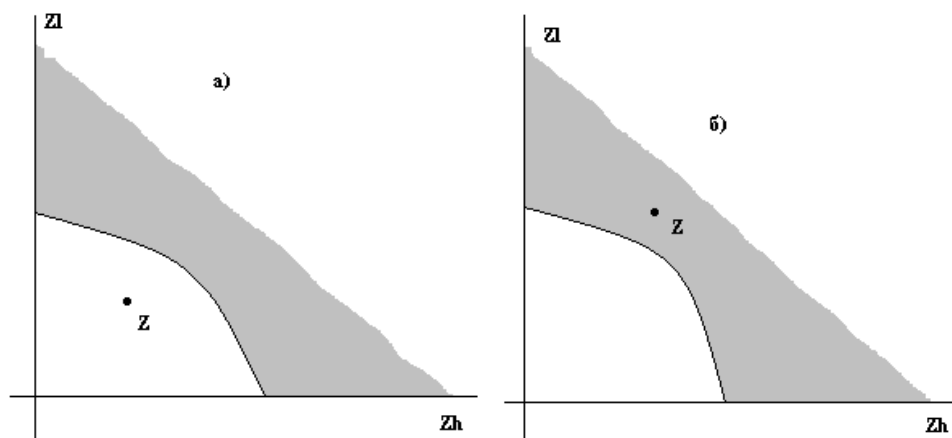
Пусть  $p_L$  – вероятность того, что реализовался благоприятный внешний фактор  $L$ ; вероятность реализации неблагоприятного внешнего фактора  $H$ , следовательно:  $p_H = 1 - p_L$ . Тогда для целевой функции метacentра справедливо следующее выражение:

$$(34) M[F_M] = (H(z_L) - c_L(z_L)) p_L + (1 - p_L) (H(z_H) - c_H(z_H))$$

Одной из задач центра остается нахождение оптимального плана  $\{z_L^*, z_H^*\}$ , удовлетворяющего (33) при ограничении максимального штрафа  $\chi_{\max}$ . В координатной плоскости  $\{z_L, z_H\}$  такой план представляет собой точку; ограничение максимального штрафа же образует на этой плоскости множество, назовем его множеством допустимых оптимальных планов.

На рисунках максимально допустимый штраф ограничивает незатемненную область – множество допустимых оптимальных планов. Это множество может содержать оптимальный план  $\{z_L^*, z_H^*\}$  в случае, если значение максимально штрафа достаточно велико (рисунок 25). В противном случае, если максимальный штраф недостаточно высок, точка оптимального плана  $\{z_L^*, z_H^*\}$  не принадлежит этому множеству (рисунок 25).





**Рисунок 25. Два варианта взаимного расположения точки оптимального плана и множества допустимых оптимальных планов**

**Утверждение 25:** *если максимальный разрешенный штраф в задаче стимулирования за результаты коллективной деятельности по нормативу рентабельности, принадлежит множеству допустимых штрафов то для добросовестного поведения центра достаточно использовать меньший штраф, определяемый выражением*

$$\chi_{\max}^* = (1/p) ((1 + \rho) c_H(z_H^*) - \rho c_L(z_L^*) - c_L(z_H^*)).$$

**Доказательство:** если максимальный штраф достаточно высок, то точка, соответствующая оптимальному плану, принадлежит множеству допустимых оптимальных планов и для того, чтобы найти значения оптимально плана  $z_L^*$  и  $z_H^*$ , достаточно воспользоваться принципом предельных затрат:

$$(35) H'(z_L^*) = c_L'(z_L^*); H'(z_H^*) = c_H'(z_H^*)$$

При этом справедливо следующее равенство:

$$(36) \rho c_L(z_L^*) = (1 + \rho) c_H(z_H^*) - c_L(z_H^*) - p\chi_{\max}^*$$

следовательно,

$$(37) \chi_{\max}^* = (1/p) ((1 + \rho) c_H(z_H^*) - \rho c_L(z_L^*) - c_L(z_H^*)) \bullet$$

**Утверждение 26:** *если в задаче стимулирования за результаты коллективной деятельности по нормативу рентабельности  $\chi^*$  превышает максимально допустимый штраф, то решение задачи оптимизации целевой функции метацентра  $\{z_L^{**}, z_H^{**}\}$  имеет вид*

$$(38) \begin{cases} \rho c_L(z_L^{**}) = (1 + \rho)c_H(z_H^{**}) - c_L(z_H^{**}) - p\chi_{\max}; \\ \frac{\partial L}{\partial z_L} = 0; \\ \frac{\partial L}{\partial z_H} = 0. \end{cases} \quad \text{где}$$

$$L = M[F_M] + \lambda ((1 + \rho) c_H(z_H) - c_L(z_H) - p\chi - \rho c_L(z_L)),$$

а  $M[F_M]$  определяется (34).

**Доказательство:** если максимальный штраф недостаточно высок, то точка, соответствующая оптимальному плану, не принадлежит множеству допустимых оптимальных планов и, значит, решение  $\{z_L^{**}, z_H^{**}\}$ , максимизирующее целевую функцию метacentра, будет принадлежать границе этого множества и определяться системой (38) •

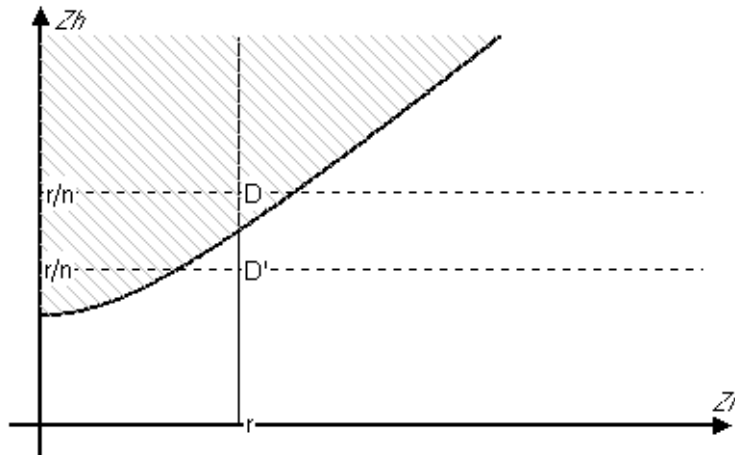
**Пример 1.** Пусть  $H(z) = z$ ,  $c_L(z) = z^2 / 2r$ ,  $c_H(z) = n z^2 / 2r$ , где  $r$  – тип агентов. Тогда из (33), эквивалентного утверждению 4, получаем:

$(\rho z_L^2) / 2r = (1 + \rho) n z_H^2 / 2r - z_H^2 / 2r - p\chi_{\max}$ , откуда

$$p\chi_{\max} = (z_H^2 / 2r) [(1 + \rho) n - 1] - \rho z_L^2 / 2r.$$

Представим зависимость  $p\chi_{\max}$  в координатах  $\{z_L, z_H\}$ , ограничивающую множество допустимых оптимальных планов. На рисунке 26 множество допустимых планов незаштриховано.

Заметим, что согласно (35), если  $\chi_{\max}$  достаточно высок, то  $z_L^* = r$ ,  $z_H^* = r/n$ . Однако полученные значения верны лишь в том случае, если принадлежат множеству допустимых оптимальных планов (точка D' на рисунке 26) В зависимости от параметров  $n$  и  $r$  найденная таким образом точка оптимального плана может не принадлежать множеству допустимых оптимальных планов (точка D на рисунке 26). В таком случае решение  $\{z_L^{**}, z_H^{**}\}$  будет лежать на границе множества допустимых оптимальных планов и являться точкой касания линии уровня  $M[F_M]$ , определяемой (34) и графиком  $p\chi_{\max} = (z_H^2 / 2r) [(1 + \rho) n - 1] - \rho z_L^2 / 2r$ , определяющим множество допустимых оптимальных планов (рисунок 27).



**Рисунок 26. Ожидаемый штраф ограничивает множество оптимальных планов. Решение (точка D') принадлежит множеству оптимальных планов**

Для того чтобы найти аналитически решение  $\{z_L^{**}, z_H^{**}\}$ , необходимо, согласно (38), решить уравнение:

$$\nabla(M[F_M]) = \lambda \nabla \left( (1 + \rho) \frac{nz_H^2}{2r} - \frac{z_H^2}{2r} - p\chi_{\max} - \rho \frac{z_L^2}{2r} \right).$$

Из (34) находим (при равных вероятностях реализации благоприятного и неблагоприятного значений внешнего фактора  $\mu$ ):  $\lambda = (z_L - r) / 2 \rho z_L$  и

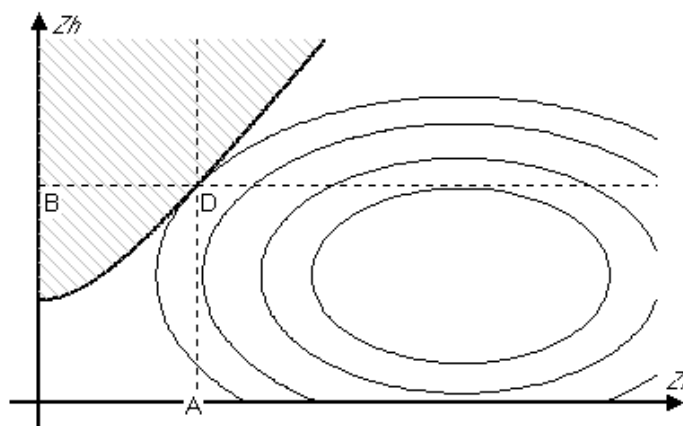
$$(39) z_H = r \rho z_L / [\rho z_L + (z_L - r)(n(1 + \rho) - 1) + 1]$$

Из (39) и (36) можно найти выражения для решения  $\{z_L^{**}, z_H^{**}\}$ .

Стратегию метacentра можно представить в следующем виде:  $\{z_L^*, z_H^*\} = \{r, r/n\}$  в случае достаточно высоких максимально разрешенных штрафов;  $\{z_L^{**}, z_H^{**}\}$  – решение системы уравнений

$$\begin{cases} z_H = rz_L \rho / [z_L \rho + (z_L - r)(n(1 + \rho) - 1) + 1] \\ \rho \frac{z_L^2}{2r} = (1 + \rho) \frac{nz_H^2}{2r} - \frac{z_H^2}{2r} - p\chi_{\max} \end{cases}$$

в случае недостаточно высоких максимально разрешенных штрафов.

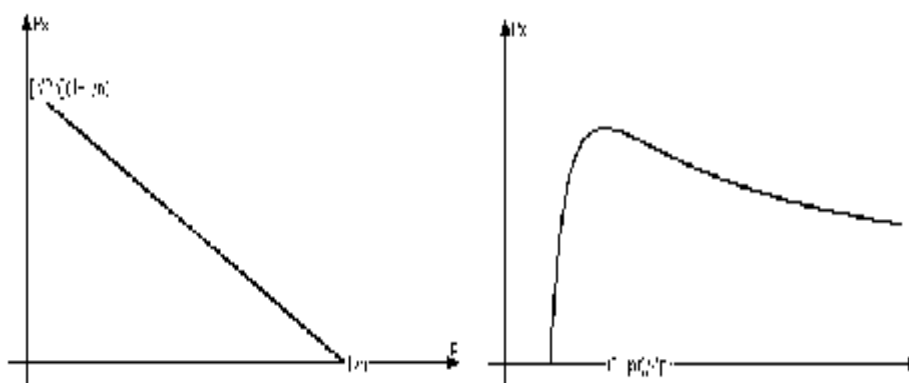


**Рисунок 27. Решение принадлежит границе множества оптимальных планов**

Следовательно, недостаточно высокие разрешенные штрафы могут не позволить метacentру реализовать максимальное значение целевой функции. Если же разрешенный штраф достаточно высок, то при оптимальном решении  $\{z_L^*, z_H^*\} = \{r, r/n\}$  легко получить выражение необходимого для добросовестного поведения центра штрафа:

$$p \chi^* = (1/2n) ((1 + \rho)r - r/n) - \rho r/2.$$

Представим схематически зависимость  $p \chi^*(n)$  на рисунке 28.



**Рисунок 28. Зависимость необходимого ожидаемого штрафа от норматива рентабельности и отношения затрат**

Подводя итог, отметим, что в рассмотренных выше моделях использовались следующие «управляющие параметры», влияющие на коррупционное поведение участников ОС: издержки на аудит; вероятность проведения аудита; размер штрафов за обнаруженное коррупционное взаимодействие;

вероятность обнаружения коррупционного взаимодействия в случае проведения аудита; возможность внутреннего аудита; количество ресурса, которым распоряжается участник ОС; число участников ОС; норматив рентабельности в системе стимулирования; представления участников о степени коррупционности оппонентов.

В сводной таблице 7 показана целесообразность использования управляющих параметров в соответствующих механизмах управления.

*Таблица 7 Управляющие воздействия в механизмах управления ОС с коррупционным поведением участников*

<b>УПРАВЛЯЮЩИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ</b>	<b>МЕХАНИЗМЫ</b>		
	<b>индивидуального стимулирования</b>	<b>коллективного стимулирования</b>	<b>планирования</b>
Увеличение издержек на аудит	+	+	+
Увеличение вероятности проведения аудита	+	+	+
Увеличение размера штрафов за обнаруженное коррупционное взаимодействие	+	+	+
Увеличение вероятности обнаружения коррупционного взаимодействия в случае проведения аудита	+	+	+
Возможность внутреннего аудита	-	+	-
Уменьшение количества ресурса, которым распоряжается участник АС	-	-	+
Увеличение числа участников АС	-	+	+
Увеличение норматива рентабельности в системе стимулирования	+	+	-
Уменьшение представлений участников о степени коррупционности оппонентов	-	-	+

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в настоящей работе получены следующие результаты:

1. Разработана классификация моделей управления организационными системами с коррупционным поведением участников по следующим основаниям: виду коррупционных действий, отношению к организационной системе, числу уровней иерархии, числу агентов, числу центров, информированности участников, наличию динамики, типу математической модели.

2. Сформулирована общая задача управления организационной системой с коррупционным поведением участников, которая задается перечислением набора участников организационной системы, набора видов ресурсов, ресурсных ограничений, возможностей коррупционных взаимодействий между участниками, функций предпочтения участников организационной системы и условий их индивидуальной рациональности. Выявлены три базовых типа коррупционных взаимодействий – взаимодействие «центр» – «агент», «центр» – «центр» и коалиция «центр и агент» – «мета-центр».

3. В рамках общей постановки задачи управления выявлены управляющие параметры, влияющие на коррупционное поведение участников организационной системы: издержки на аудит, вероятность проведения аудита, размер штрафов за обнаруженное коррупционное взаимодействие, вероятность обнаружения коррупционного взаимодействия в случае проведения аудита, возможность внутреннего аудита, количество ресурса, которым распоряжается участник, число участников, норматив рентабельности, представления участников о степени коррупционности оппонентов.

4. В задаче о тендере предложен механизм устранения коррупционных взаимодействий участников организационной системы, заключающийся в процедуре выбора оптимальной вероятности аудита при проведе-

нии тендеров и оптимальных штрафов, налагаемых на участников тендера при обнаружении их коррупционных взаимодействий. Обоснована необходимость сообщения информации о заведомо завышенной вероятности проведения аудита.

5. В задаче распределения ресурса предложен механизм устранения коррупционных взаимодействий участников организационной системы, заключающийся в максимизации издержек на аудит и штрафов, налагаемых на участников организационной системы в случае обнаружения их коррупционных взаимодействий. Найдены стратегии максимизации целевых функций участников организационной системы при наличии ограничений на стоимость проведения аудита и максимальные штрафы.

6. В задаче стимулирования за результаты индивидуальной и коллективной деятельности предложен механизм устранения коррупционных взаимодействий центра и агентов, заключающийся в процедуре выбора оптимального норматива рентабельности и числа агентов. Предложенный механизм позволяет определить оптимальные стратегии метacentра, в случае, если размер штрафа, необходимого для предотвращения коррупционного поведения центра, оказывается выше законодательно установленного максимального штрафа.

7. Построен механизм внутреннего аудита, позволяющий устранить возможность коррупционных взаимодействий центра и агентов в задаче стимулирования за результаты коллективной деятельности, заключающийся в процедуре выбора оптимального стимулирования центра.

## ЛИТЕРАТУРА

1. АФАНАСЬЕВ М. Н. *Клиентелизм и российская государственность*. М.: МОНФ, 2000. – 317 с.
2. БАЛИКОЕВ В. З. *Общая экономическая теория*. Новосибирск: ТОО «ЮКЭА», НПК «Модус», 1996. – 416 с.
3. БАПП Р. *Политическая экономия*. М.: Международные отношения, 1995. – 752 с.
4. ВАСИН А. А., ПАНОВА Е. И. *Собираемость налогов и коррупция в налоговых органах*. М.: РПЭИ. Фонд «Евразия», 1999. – 31 с.
5. ВАСИН А. А., ВАСИНА П. А. *Оптимизация налоговой системы в условиях уклонения от налогов*. М.: Российская экономическая школа, 2001. – 29 с.
6. ВОЛЖЕНИН В. В. *О так называемой взятке-благодарности* // Социалистическая законность. 1991. № 6. С. 51.
7. ВЫБОРНОВ Р. А. *Нечеткие механизмы распределения ресурса в организационных системах* / Труды XLIV научной конференции МФТИ. Долгопрудный: МФТИ, 2001. Часть I. С. 54
8. ВЫБОРНОВ Р. А. *Анализ и синтез оплаты труда* / Труды XLVI научной конференции МФТИ. Долгопрудный: МФТИ, 2002. Часть I. – С. 46.
9. ВЫБОРНОВ Р. А., ЧХАРТИШВИЛИ А. Г. *Активный прогноз как средство управления* / Труды XLVI научной конференции МФТИ. Долгопрудный: МФТИ, 2002. Часть II. – С. 40.
10. ВЫБОРНОВ Р. А. *Об одной модели коррупции* / Труды XLVII научной конференции МФТИ. Долгопрудный: МФТИ, 2003. Часть I. – С. 64.
11. ВЫБОРНОВ Р. А., ЧХАРТИШВИЛИ А. Г. *Рефлексивная модель коррупции* / Материалы IV международной конференции «Современные сложные системы управления». Тверь: ТГТУ, 2004. – С. 186 – 189.
12. ВЫБОРНОВ Р. А. *Стимулирование за результаты коллективной деятельности в организационных системах с недобросовестным поведением участников* / Материалы VI международной конференции «Современные сложные системы управления». Воронеж: ВГАСУ, 2005. – С. 134 – 140.
13. ВЫБОРНОВ Р. А. *Стимулирование в организационной системе с недобросовестным поведением агента* // Управление большими системами. М.: ИПУ РАН, 2005. Выпуск 10. С. 34 – 39.



14. ВЫБОРНОВ Р. А. *Механизм внутреннего аудита при стимулировании за результаты коллективной деятельности* // Управление большими системами. М.: ИПУ РАН, 2006. Выпуск 12-13. – С. 60 – 77.
15. ВЫБОРНОВ Р. А. *Стимулирование за результаты коллективной деятельности в организационных системах с манипулированием информацией* // Проблемы управления. 2006. № 5.
16. ГАЛЬПЕРИН Г. И. *Организованная преступность, коррупция, уголовный закон* / Социалистическая законность. 1989. № 4. С. 34.
17. ГАРАЕВ Р. Ф., СЕЛИХОВ Н. В. *Понятие коррупции* / Следователь. 2001. №2. С. 43
18. ГОЛОВАН С. В. *Эффект забывания в теории коллективной репутации*. М.: Российская экономическая школа, 1999. – 38 с.
19. ГОЛОСЕНКО И. А. *Феномен «русской взятки»: очерк истории отечественной социологии чиновничества* / Журнал социологии и социальной антропологии. 1999. №3. С. 105-119.
20. ГОРНЫЙ М. Б. *Коррупция и борьба с ней: роль законодательства* / СПб.: “Норма”, 2000.
21. ГРОМОВ Б.В. *Проблемы борьбы с организованной преступностью в Северо-Кавказском регионе: геополитический аспект и межконфессиональные отношения* / Проблемы борьбы с организованной преступностью в Северо-Кавказском регионе: Материалы Всероссийской научно-практической конференции. – М. 2000. С. 19
22. ГУБКО М. В. *Механизмы управления организационными системами с коалиционными взаимодействиями участников*. М.: ИПУ РАН, 2003.–140с.
23. ДАХИН А. В. *Коррупция: элементы социологической модели* // Коррупция в органах государственной власти: природа, меры противодействия, международное сотрудничество. Нижний Новгород, 2001. С. 192.
24. ДВОРЕЦКИЙ И. Х. *Латинско - русский словарь*. М.: Русский язык, 1976. – 266 с.
25. ЖИЛЕНКО И. М. *Политическая организованная преступность – угроза национальной безопасности* / Сборник научных трудов. Преступность и законодательство. М. 1996. С. 117-127.
26. ЗАГОРУЛЬКО М. М. *Основы экономической теории и практики*. Волгоград: Издательство Волгоградского государственного университета, 1994. – 342 с.

27. КАПЕЛЮШНИКОВ Р. И. *Экономическая теория прав собственности*. М.: ИМЭМО, 1990. – 90 с
28. КИПЕРМАН Г. Я., СУРГАНОВ Б.С. *Популярный экономический словарь*. – М.: Экономика, 1993. – 252 с.
29. КОЛОДКИН Л. М. *Коррупция и деонтологические меры борьбы с продажностью* / *Коррупция в России: состояние и проблемы: материалы научно-практической конференции*. М. – 1996. – С. 97.
30. КОМИССАРОВ В. С. *Коррупция и уголовный закон* / *Вест. Моск. ун-та. Сер. 11. Право*. 1993. №1. С. 30
31. КОМИССАРОВ В. С. *Обсуждение проблем с коррупцией* / *Государство и право* 1993. №2. С. 138
32. КОУЗ Р. *Фирма, рынок и право*. М.: Дело, 1993.
33. КУЗНЕЦОВА Н. Ф. *Коррупция в системе уголовных наказаний* / *Вестник Московского университета*. 1993. №1. С. 22.
34. КУЗНЕЦОВА Н. Ф. *Коррупция* / *Вестник Московского университета* 1993. Сер. 11. Право. №1. С. 22.
35. КУЗНЕЦОВА Н. Ф. *Элитно-властная преступность* / *Преступность: стратегия борьбы*. Сб. науч. трудов. Под ред. А. И. Долговой. – М. 1999. С. 166 – 169.
36. ЛЕВИН М. И., САТАРОВ Г. *Явление коррупции в России* // *Независимая газета*, 1997. № 145. С. 5 – 6.
37. ЛЕВИН М. И., ЦИРИК М. Л. *Коррупция как объект математического моделирования* // *Экономика и математические методы*. 1998. №5. С. 32-45.
38. ЛУНЕЕВ В. В. *Коррупция* / *Открытая политика*. 1997. №1. С. 41.
39. ЛУНЕЕВ В. В. *Организованная преступность в России: осознание, истоки, тенденции* // *Государство и право*. 1996. №4, С. 102.
40. ЛУНЕЕВ В. В. *Коррупция: политическая, экономическая, организационные и правовые проблемы* / *Государство и право*. 2000. №4. С. 101
41. МАМАЕВ Е., ОБУХОВ С. *Русской мафии нет? Есть криминальное государство!* // *Континент*. 1997. №48 (ноябрь). С. 4.
42. МАРШАЛЛ А. *Принципы экономической науки*, т.1. Пер. с англ. – М.: Прогресс, 1993 – 357 с.
43. МАРШАЛЛ А. *Принципы экономической науки*, т.2. Пер. с англ. – М.: Прогресс, 1993 – 310 с.
44. НАУМОВ А. В. *Комментарий к Уголовному кодексу РФ* М.: Юрист, 1996. – 701 с.

45. НОВИКОВ Д. А. *Стимулирование в организационных системах*. М.: СИНТЕГ, 2003, – 312с.
46. НОВИКОВ Д. А., ПЕТРАКОВ С. Н. *Курс теории организационных систем*. М.: СИНТЕГ, 1999, – 108с.
47. *О борьбе с коррупцией в системе государственной службы*. Указ Президента РФ / Российская газета. 1992. 7 апр.
48. ОВЧИНСКИЙ В. С., ОВЧИНСКИЙ С. С. *Борьба с мафией в России: Пособие в вопросах и ответах для сотрудников органов внутренних дел*. М.: СИМС. 1993. С. 9.
49. ОВЧИНСКИЙ В. С, ЭМИНОВ В.Е., ЯБЛОКОВ И.П. *Основы борьбы с организованной преступностью* / М.: ИНФРА-М, 1996. С. 181
50. ОЖЕРЕЛЬЕВ О. И. *Политическая экономия: словарь*. / М.: Политиздат, 1990. – 607 с.
51. ОРЛОВСКИЙ С. А. *Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации*, М.: Наука, – 205с.
52. ПАНКРАТОВ В. В. *Коррупция в контексте отношений собственности* / Вест. Моск. ун-та. Серия 11. Право. 1993. №1. С. 35-37, СПб. гуманитарно-политологический центр «Стратегия», СПб.: Норма, 2000, 134с.
53. ПЕЗЕНТИ А. *Очерки политической экономики капитализма*. М.: Прогресс, 1976. – 885 с.
54. ПОЛТЕРОВИЧ В. М. *Факторы коррупции*. М.: Экономика и математические методы, 1998, №3, 45-46с.
55. *Права человека: Сб. международных договоров*. – Нью-Йорк: ООН, 1989. С. 260.
56. РАДАЕВ В. В. *Формирование новых российских рынков: транзакционные издержки, форма контроля и деловая этика*. М.: Центр политических технологий, 1998. – 328с.
57. РАДАЕВ В.В., БУЗГАЛИН А.В. *Экономика переходного периода*. М.: Издательство МГУ, 1995. – 410 с.
58. САВВАТЕЕВ А. В. *Роль экстерналий в формировании равновесного уровня коррупции в производстве*. М.: РПЭИ, 2000, 57с.
59. САТАРОВ Г. А., ЛЕВИН М. И., ЦИРИК М. Л. *Россия и коррупция: Кто кого?* / Рос. газ. 1998. 19 февр. С. 3-5
60. САТАРОВ Г. А. *Социально-политический и социально-экономический аспекты коррупции в России* / Организованная преступность в России: философский и социально-политический аспекты. М. 1999. С. 37

61. СЕЛЕЗНЕВ А. *Становление рынка и его инфраструктуры* // Экономист. – 1993. – №9. – С.72-77.
62. ТАГАЦЕВ И. С. *Уложение о наказаниях уголовных и исправительных*. СПб.: Типография М. Меркушева, 1913. С. 460, 497
63. УИЛЬЯМСОН О. И. *Фирмы и рынки* // Современная экономическая мысль. М.: Прогресс, 1981, с.271-297.
64. ШАСТИТКО А. Е. *Новая теория фирмы*. М.: ТЕИС, 1996.
65. ЩЕТИНИН В. Д. *Правила рынка*. М.: Международные отношения, 1994, 134с.
66. АСЕМOLGU D., VERDIER T. *The Choice between Market Failures and Corruption*. CERAS, DELTA, 1997, Vol. 12, P.45.
67. ANTOCI A., SACCO P. L. *A public contracting evolutionary game with corruption* // Journal of Economics, 1995, Vol. 61, N2, P.89-122.
68. B.HOLMSTROM, P.MILGROM (1991) *Multitask principal-agent analysis: Incentive contracts, asset ownership and job design*. Journal of Law, Economics and Organization 7: 24-51.
69. BARDHAN P. *Corruption and development* // Journal of Economic Literature, 1997, Vol.35, N3, P.1320-1326.
70. BARDHAN P. *Corruption and Development: a Review of Issues*. Economic Literature, 1997, Vol. 10, P.146.
71. BLISS C, DI TELLA R., *Does Competition kill corruption?* //Journal of political economy, December, 5(105): 1001-1023.
72. CHANDER P., WILDE L. *A general characterization of optimal income tax enforcement* // Review of Economic Studies, 1998, Vol. 65, P.165-183.
73. CHEUNG S.N.S. *A Simplistic General Equilibrium – Theory of Corruption*. Contemporary Economy Policy, 1996, Vol. 5, P.60.
74. ERICSON R., DESAI P. *On an Allocative Role of the Soviet Second Economy. Marxism. Central Planning, and the Soviet Economy*. Cambridge. M.A.: The MIT Press, 1983, Vol. 2, P.51.
75. GELB A., HILLMAN A., URSPRUNG H. *Rents and the Transition*. Background paper. World Bank Development Report, 1996. Vol. 4, P.30.
76. GURIEV S. M. *A theory of informative red tape with an application to top-level corruption*. М.: Российская экономическая школа, 1999, 27с.
77. LEITZEL J. *Duke Corruption and Organized Crime in the Russian Transition*. University Durham, 1996, Vol.7, P.62.

78. LIEW L. H. *Corruption as a form of insurance* // European Journal of Political Economy, 1992, Vol.8, P.427-443.
79. LUI F. T. *A Dynamic Model of Corruption Deterrence*. Public Economics, 1986, Vol. 7, P.76.
80. MAS-COLELL, *Whinston and Green*. The Microeconomic Theory. Chapters 13,14
81. MENARD C. *Why organizations matter* // AEJ: DECEMBER 1996, VOL. 24, NO. 4 p.281-301.
82. MILGROM P., ROBERTS J. *Economics. Organization and Management*. N.Y.: Prentice-Hall, 1991.
83. MIRRLEES J. *An explanation in the theory of optimal income taxation* // Review of Economic Studies, 1971, Vol.38, P.175-208.
84. MONTEVERDE K., TEECE D. C. *Suppliers Switching Costs and Vertical Integration in the Automobile Industry* // Bell Journal of Economics. 1982. V.13. №1, p.206-213.
85. MOOKHERJEE D., PNG I.P.L. *Corruptible law enforcers: how they should be compensated?* // The Economic Journal, 1995, Vol.105, N1, P.145-159.
86. POLINSKY A. M., SHAVELL S., *The economic theory of public enforcement of law*// Journal of economic literature, Vol. XXXVIII (March 2000), pp. 45-76.
87. *Property Rights, Corruption and the Allocation of Talent: A General Equilibrium Approach*. CERAS, DELTA, 1996, Vol. 11, P.59.
88. ROSE-ACKERMAN S. *Corruption and Development Annual Bank Conference on Development Economics*. The World Bank. Washington, D.C., 1997, Vol. 5, P.67.
89. ROSE-ACKERMAN S. *Corruption: A Study in Political Economy*. New York, 1978.
90. SALANIE, BERNARD. *The Economics of Contracts: A Primer*. MIT Press 1997.
91. SAVVATEEV A. V. *Production and rent-seeking behavior* / Working Paper – Moscow, NES, 1998 – 47p.
92. SHLEIFER A., VISHNY R. J. *Corruption. The Quarterly*. Economics. August, 1993, Vol.8, P.101.
93. TANZI V. *Corruption, Governmental Activities and Markets*. International Monetary Fund Working Paper, 1994, Vol. 1, P.145.

94. TIROLE J. A. *Theory of Collective Reputations with Applications to the Persistence of Corruption and to Firm Quality*. Institute d'Economic Industrielle. Toulouse. MIT and CERAS. Paris, 1993, Vol.5, P.89.
95. WILLIAMSON O. *The Economic Institutions of Capitalism*. N.Y., 1985.