УДК 519.714.3

© 2002 г. Н.Г. Андронникова, С.В. Леонтьев (канд. техн. наук),
Д.А. Новиков (д-р техн. наук)
(Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

МЕХАНИЗМЫ НЕЧЕТКОЙ АКТИВНОЙ ЭКСПЕРТИЗЫ

Исследуются процедуры принятия решений, основывающиеся на нечетких сообщениях экспертов, предпочтения которых на множестве коллективных решений также могут быть нечеткими.

1. Введение

Исследования теоретико-игровых моделей процедур принятия решений, основывающихся на сообщениях экспертов – специалистов в определенной области, ведутся в рамках теории активных систем [1-4] и теории принятия решений [5, 6]. Основной результат, полученный на сегодняшний день – доказательство существования эквивалентного прямого механизма экспертизы, в котором всем экспертам выгодно сообщать достоверную информацию.

В настоящей работе развивается и обобщается предложенный в [4] подход к описанию механизмов нечеткой экспертизы. Изложение имеет следующую структуру. Во втором разделе приводится краткий обзор основных известных результатов исследования механизмов активной экспертизы. В третьем разделе исследуются механизмы нечеткой экспертизы, в четвертом разделе – их частный случай – механизмы интервальной экспертизы.

2. Обзор основных известных результатов

Под механизмом активной экспертизы понимается следующая модель [1-6]. Пусть имеются n активных элементов (АЭ) – экспертов, каждый из которых имеет собственные представления $r_i \in X = [0; 1]$ об оцениваемой скалярной величине и сообщает организатору экспертизы – центру – информацию $s_i \in X$ о своих предпочтениях, $i \in I = \{1, 2, ..., n\}$ – множеству экспертов.

Результат экспертизы (итоговое мнение, коллективное решение и т.д.) $x \in X$ определяется в соответствии с процедурой планирования $\pi(s)$, т.е. $x = \pi(s)$, где $s = (s_1, s_2, ..., s_n)$ – вектор сообщений экспертов, $s \in S = X^n$. Совокупность $\{\pi(\cdot), X\}$ процедуры планирования и множества возможных сообщений называется механизмом экспертизы.

Предпочтения i-го АЭ описываются однопиковой функцией $\varphi_i(x, r_i)$ [7], определенной на множестве X и имеющей точку пика r_i, $i \in I$.

Информированность участников следующая: механизм экспертизы известен всем участникам, точка пика i-го АЭ, то есть его представления об оцениваемой величине, известны только ему самому. Последовательность функционирования следующая: центр сообщает АЭ механизм экспертизы, затем эксперты одновременно и независимо сообщают центру информацию о своих предпочтениях.

Относительно процедуры планирования предполагают [1-9]:

А.1. $\pi(\cdot)$ - непрерывна, строго монотонно возрастает по всем переменным и удовлетворяет условию единогласия: $\forall z \in X \ \ \pi(z, z, ..., z) = z$.

В рамках введенных предположений о предпочтениях экспертов каждый из них заинтересован в том, чтобы результат экспертизы был максимально близок к его мнению, поэтому в общем случае он будет сообщать недостоверную информацию, стремясь повлиять на результат в требуемую с его точки зрения сторону. Следовательно, возникает проблема манипулируемости механизма активной экспертизы.

В работах [2, 3] доказано, что для любого механизма экспертизы, удовлетворяющего введенным выше предположениям, существует эквивалентный прямой механизм [7], в котором сообщение достоверной информации о точках пика своих функций предпочтения является доминантной стратегией [7] каждого АЭ (такой механизм называется неманипулируемым), причем итоговое мнение в равновесии определяется совокупностью истинных мнений экспертов (иногда называемых их идеальными точками) $r = \{r_i\}$ и числами $v(\pi) = \{v_i(\pi)\}_{i=0}^{n}$, вычисляемыми следующим образом: если собственные представления всех экспертов различны и упорядочены в порядке возрастания, то

(1) $v_k(\pi) = \pi(\underbrace{0, 0, ..., 0}_{k}, \underbrace{1, 1, ..., 1}_{n-k}),\ k = \overline{0, n}$.

При этом равновесное итоговое мнение (коллективное решение) x^* определяется [2, 3]:

(2) $x^*(r, v(\pi)) = \max\limits_{k=\overline{1,n}} \ min\ (v_{k-1}, r_k)$.

Последовательность $v(\pi)$ зависит от упорядочения идеальных точек экспертов. В общем случае существует 2^n разбиений вида (1), однако, так как (2) описывает соответствующий механизму π прямой механизм [7], все рассуждения можно проводить для некоторого фиксированного упорядочения.

Кроме того, в настоящей работе ограничимся анонимными механизмами активной экспертизы, т.е. механизмами, симметричными относительно перестановок АЭ. Если механизм экспертизы анонимен, то разбиение (1) единственно и не зависит от упорядочений истинных мнений экспертов.

Определим линейный механизм активной экспертизы [8]:

(3) $\pi_L(s) = \sum\limits_{k=1}^{n} \alpha_k s_k$, где $\alpha_k > 0,\ \sum\limits_{k=1}^{n} \alpha_k = 1$.

Последовательность (1) для линейного механизма имеет вид:

(4) $v_k(\pi_L) = 1 - \sum\limits_{i=1}^{k} \alpha_i,\ k = \overline{1, n},\ v_0(\pi_L) = 1$.

Очевидно, у любого анонимного механизма последовательность $v(\pi)$ разбивает отрезок [0; 1] на n равных частей, в частности - у анонимного линейного механизма экспертизы $\alpha_i = 1/n$. В работах [8, 9] для анонимных механизмов экспертизы доказано, что, во-первых, в многоуровневых АС они допускают произвольную децентрализацию, и, во-вторых, что для любого механизма экспертизы в двухуровневой АС существует эквивалентный линейный механизм экспертизы, причем при обосновании последнего факта устанавливается следующая взаимосвязь между исходным (нелинейным) механизмом экспертизы и соответствующим ему линейным механизмом:

(5) $\alpha_k = \nu_{k-1} - \nu_k,\ k = \overline{1,n}$.

Таким образом, выше приведены основные известные результаты исследования механизмов активной экспертизы, позволяющие определять равновесие и описывающие свойства линейных механизмов (см. (1)-(5)). Важное свойство анонимных механизмов экспертизы – то, что при их исследовании достаточно ограничиться изучением линейных механизмов экспертизы с одинаковыми весами сообщений всех экспертов.

3. Нечеткая активная экспертиза

Перейдем к рассмотрению анонимных механизмов нечеткой активной экспертизы, т.е. механизмов, в которых сообщения экспертов нечеткие. Для этого, в первую очередь, требуется определить, что понимается под равновесием Нэша в случае, когда стратегии игроков нечеткие. Напомним, что в четком случае $s^* \in S$ – равновесие Нэша, тогда и только тогда, когда выполнено:

(6) $\forall\, i \in I\ \ \forall\, s_i \in X\ \ f_i(s_i^*,\ s_{-i}^*) \geq f_i(s_i,\ s_{-i}^*)$,

где $f_i(s)$ – целевая функция i-го АЭ, $s_{-i} = (s_1, s_2, \ldots, s_{i-1}, s_{i+1}, \ldots, s_n)$ – обстановка игры для i-го АЭ. Обозначим $P(\pi)$ – множество четких равновесий Нэша. В [2] доказано, что $P(\pi) \neq \varnothing$.

Пусть функции выигрыша игроков f_i: $X \to \Re^1$ и механизм планирования π: $S \to X$ четкие, а сообщения АЭ нечеткие. Обозначим (здесь и далее тильда обозначает нечеткость соответствующей переменной) $\tilde{X}$ - множество всех нечетких подмножеств множества X, $\tilde{S}$ - множество всех нечетких подмножеств множества S.

Стратегия i-го АЭ – нечеткое сообщение $\tilde{s}_i \in \tilde{X}$ с функцией принадлежности $\mu_{\tilde{s}_i}(s_i)$. Построим функцию принадлежности $\mu_{\tilde{s}}(s)$ вектора $\tilde{s} \in \tilde{S}$:

(7) $\mu_{\tilde{s}}(s) = \min\limits_{i \in I} \{\mu_{\tilde{s}_i}(s_i)\}$.

Обозначим $S(x) = \{s \in S \mid \pi(s) = x\}$. В соответствии с принципом обобщения [10] при нечетких сообщениях АЭ и четкой процедуре планирования коллективное решение $\tilde{x}$ будет нечетким подмножеством множества X с функцией принадлежности $\mu_{\tilde{x}}(x)$, определяемой следующим образом:

(8) $\mu_{\tilde{x}}(x) = \sup\limits_{s \in S(x)} \mu_{\tilde{s}}(s)$.

Определим предпочтения экспертов на множестве $\tilde{X}$ нечетких коллективных решений. Образом нечеткого множества $\mu_{\tilde{x}}(x)$ при четком отображении f_i: $X \to \Re^1$ будет нечеткое множество $\tilde{f}_i$ с функцией принадлежности $\mu_{\tilde{f}_i}(f_i)$, которая в силу принципа обобщения [10] удовлетворяет:

(9) $\mu_{\tilde{f}_i}(f_i) = \sup\limits_{x \in X_i(f_i)} \mu_{\tilde{x}}(x)$,

где $X_i(z) = \{x \in X \mid f_i(x) = z\}$, $i \in I$. Подставляя (7) и (8) в (9), получим:

(10) $\mu_{\tilde{f}_i}(f_i) = \sup\limits_{x \in X_i(f_i)}\ \sup\limits_{s \in S(x)}\ \min\limits_{i \in I}\ \{\mu_{\tilde{s}_i}(s_i)\}$, $i \in I$.

Выражение (10) есть функция принадлежности нечеткого выигрыша АЭ в нечеткой ситуации игры $\tilde{s} = (\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, ..., \tilde{s}_n)$.

До сих пор предпочтения АЭ на множестве X считались четкими. В общем случае предпочтения АЭ на множестве коллективных решений нечеткие, т.е., заданы нечеткими функциям выигрыша (см. ниже) или нечеткими отношениям предпочтения (НОП) $\tilde{R}_i$ с функциями принадлежности $\mu_{\tilde{R}_i}(x, y)$, $x, y \in X, i \in I$. Фиксируем для i-го АЭ нечеткую обстановку $\tilde{s}_{-i}$, тогда (8) можно записать как: $\mu_{\tilde{x}}(x, \tilde{s}_i, \tilde{s}_{-i})$. Аналогично можно записать (10) как: $\mu_{\tilde{f}_i}(f_i, \tilde{s}_i, \tilde{s}_{-i})$. Тогда обобщенное НОП i-го АЭ на множестве $\tilde{X}$ есть [4, 10]:

$$\eta_i(\tilde{s}_i^1, \tilde{s}_i^2, \tilde{s}_{-i}) = \sup_{x_1, x_2 \in X} \min \{ \mu_{\tilde{x}}(x_1, \tilde{s}_i^1, \tilde{s}_{-i}),\ \mu_{\tilde{x}}(x_1, \tilde{s}_i^2, \tilde{s}_{-i}),\ \mu_{\tilde{R}_i}(x_1, x_2) \}, i \in I.$$

Имея НОП $\eta_i(\cdot)$, можно по аналогии с тем, как это делается в [10], построить для каждого АЭ множество максимально недоминируемых при данной обстановке альтернатив: $\Psi_i(s_i, s_{-i}) = 1 - \sup_{z \in S_i} [\eta_i(z, s_i, s_{-i}) - \eta_i(s_i, z, s_{-i})]$, и рассматривать функцию принадлежности $\Psi_i(\cdot)$ как функцию выигрыша i-го АЭ при определении нечеткого равновесия Нэша в соответствии с (6), $i \in I$.

Если предпочтения АЭ на множестве X заданы в виде нечетких функций выигрыша: $\mu_{\tilde{\varphi}_i}(u, x)$ $\Re^1 \times X \to [0; 1]$, $i \in I$, то функцию принадлежности нечеткого выигрыша $\tilde{f}_i$ определим как:

(11) $\mu_{\tilde{f}_i}(f_i) = \sup_{x \in X} \min \{ \mu_{\tilde{x}}(x),\ \mu_{\tilde{\varphi}_i}(f_i, x)\}, i \in I.$

Если предпочтения АЭ четкие, то (11) переходит в (9).

Используя функции принадлежности нечеткого выигрыша (9) и (11), введем на множестве $\tilde{X}$ отношение "$\succ_{\tilde{s}_{-i}}$" доминирования стратегий: при фиксированной остановке $\tilde{s}_{-i}$ игры $\tilde{s}_i^2 \succ_{\tilde{s}_{-i}} \tilde{s}_i^1$ тогда и только тогда, когда:

(12) $\forall\ f_i^1\ \exists\ f_i^2$: $f_i^2 \geq f_i^1$ и $\mu_{\tilde{f}_i}(f_i^1, \tilde{s}_i^1, \tilde{s}_{-i}) \leq \mu_{\tilde{f}_i}(f_i^2, \tilde{s}_i^2, \tilde{s}_{-i})$.

Рациональным при фиксированной обстановке будем считать выбор АЭ недоминируемой стратегии. Вектор недоминируемых стратегий назовем нечетким равновесием Нэша. Отметим, что в предельном случае – при переходе к четким стратегиям – введенное нечеткое равновесие Нэша совпадает с (6).

Обозначим $\tilde{P}(\pi)$ – множество нечетких равновесий Нэша. Очевидно, что выполнено $P(\pi) \subseteq \tilde{P}(\pi)$, то есть $\tilde{P}(\pi) \neq \varnothing$. Введем следующее предположение:

А.2. Нечеткие функции выигрыша АЭ нормальны и строго однопиковые в смысле [1] с точками пика r_i; нечеткие множества $\tilde{s}_i$, $i \in I$, нормальны (напомним, что нормальным называется нечеткое множество, максимальное значение функции принадлежности которого равно единице [10]).

Теорема 1. *В анонимном нечетком механизме активной экспертизы для любого АЭ и для любого равновесного по Нэшу его сообщения существует недоминируемое равновесное по Нэшу четкое сообщение.*

Доказательство. В силу предположения А.2 множество $X_i(f_i)$ состоит не более чем из двух точек (и не менее чем из одной точки), которые мы обозначим $x_i^-(f_i)$ и $x_i^+(f_i)$, $x_i^-(f_i) \leq x_i^+(f_i)$. Очевидно, что при этом выполнено:

$$\forall\ f_i^1 > f_i^2 \quad x_i^-(f_i^2) \le x_i^-(f_i^1) \le r_i \le x_i^+(f_i^1) \le x_i^+(f_i^2).$$

Выражение (9) при этом упрощается и принимает вид:

(13) $\mu_{\tilde{f}_i}(f_i) = \max\ \{ \mu_{\tilde{x}}(\ x_i^-(f_i)),\ \mu_{\tilde{x}}(\ x_i^+(f_i))\}$.

Пусть при нечеткой обстановке $\tilde{s}_{-i}$ для i-го АЭ существует нечеткая недоминируемая стратегия $\tilde{s}_i^*$. Сделаем ее четкой, положив соответствующую функцию принадлежности $\mu_{\tilde{s}_i^*}(s_i)$ равной нулю всюду, за исключением точки, на которой достигается максимум в (12)-(13). Получим четкую недоминируемую стратегию i-го АЭ. Аналогичным образом можно поступить поодиночке и для других АЭ, получив в итоге четкое равновесие Нэша (6), эквивалентное исходному нечеткому равновесию Нэша. Теорема доказана.

Результат теоремы 1 и выражение (2) для равновесного коллективного решения останутся в силе, если представления экспертов об оцениваемой величине нечеткие и отражены строго однопиковыми нормальными функциями принадлежности с точками пика $\{r_i\}$.

Следствием теоремы 1 является тот факт, что для любого АЭ и для любой его нечеткой стратегии всегда существует не худшая для него четкая стратегия. Поэтому, с одной стороны, можно утверждать, что допущение возможности сообщения экспертами нечеткой информации качественно не изменяет структуру и свойства равновесных стратегий.

С другой стороны, при нечетких сообщениях АЭ расширяется множество равновесных по Нэшу стратегий ($P(\pi) \subseteq \tilde{P}(\pi)$), что порождает определенные трудности при построении соответствующего прямого механизма (см. также модель интервальной экспертизы ниже). Поясним последнее утверждение более подробно. Соответствующим исходному механизму $\pi(s)$, π: $S \to X$, прямым механизмом $h(r)$, h: $\Re^n \to X$, называется механизм [7], в котором АЭ сообщают центру информацию о своих точках пика, после чего центр вычисляет равновесные $s^*(r)$ в исходном механизме при данных точках пика заявки, то есть $h(r) = \pi(s^*(r))$. Если соответствующий прямой механизм неманипулируем, т.е. в нем сообщение достоверной информации – равновесная стратегия каждого АЭ, то он называется эквивалентным прямым механизмом [7].

Если для каждого профиля предпочтений (профилем предпочтений в случае однопиковых целевых функций называется вектор точек пика) в исходном (непрямом) механизме существует единственное равновесие Нэша (вектор равновесных по Нэшу сообщений АЭ), то это равновесие подставляется в соответствующий прямой механизм. Именно так дело обстоит в четком механизме активной экспертизы, в котором существует единственное равновесие Нэша, и для которого можно построить эквивалентный прямой механизм.

Ситуация усложняется, если существуют несколько равновесий Нэша. В этом случае для задания соответствующего прямого механизма используют соответствие отбора равновесий, определяющее единственное для каждого профиля предпочтений равновесие в непрямом механизме. Основная проблема заключается в том, что при практическом использовании соответствия отбора равновесий нет никакой гарантии, что АЭ выберут равновесие, отбираемое применяемым соответствием. Выходов из этой ситуации несколько: либо использование максимального гарантированного (по множеству равновесий при каждом профиле) результата, либо введение дополнительных гипотез о поведении АЭ (см. интервальные модели экспертизы ниже). В первом случае уменьшается эффективность управления, во втором случае требуется обоснование вводимых гипотез.

Таким образом, можно сделать следующий качественный вывод – при использовании механизмов нечеткой активной экспертизы увеличивается информация, поступающая от экспертов, но, в то же время, возникает неопределенность относительно равновесных стратегий экспертов, снятие которой либо приводит к снижению эффективности данного механизма, либо требует дополнительной информации для введения обоснованных предположений о поведении экспертов. Так как и тот, и другой способ применимы далеко не во всех ситуациях, встречающихся на практике, то наиболее прямолинейный способ решения проблемы множественности равновесий – отказ от нечеткости, т.е. переход к четким механизмам экспертизы, в которых равновесие единственно.

4. Интервальная активная экспертиза

Частный случай механизмов нечеткой активной экспертизы – механизмы интервальной активной экспертизы, к описанию которых мы и переходим.

Пусть каждый АЭ сообщает центру отрезок $\tilde{s}_i = [s_i^-;\ s_i^+]$, где $0 \le s_i^- \le s_i^+ \le 1$, $i \in I$. Механизм интервальной экспертизы является частным случаем механизма нечеткой экспертизы, так как первому соответствует конкретная функция принадлежности:

(14) $$\mu_{\tilde{s}_i}(s_i) = \begin{cases} 1, & s_i \in [s_i^-; s_i^+] \\ 0, & s_i \notin [s_i^-; s_i^+] \end{cases}, \ i \in I.$$

При использовании анонимного механизма множество $S(x)$ имеет вид: $S(x) = \{s \in S \mid \sum_{i=1}^{n} s_i = n\,x\}$. Коллективное решение – интервал с функцией принадлежности (см. (3) и (14)):

(15) $$\mu_{\tilde{x}}(x) = \begin{cases} 1, & nx \in [\sum_{i=1}^{n} s_i^-; \sum_{i=1}^{n} s_i^+] \\ 0, & nx \notin [\sum_{i=1}^{n} s_i^-; \sum_{i=1}^{n} s_i^+] \end{cases}.$$

Из (15) в соответствии с (9) и (11) получаем, что интервальный выигрыш i-го АЭ имеет функцию принадлежности

(16) $$\mu_{\tilde{f}_i}(f_i) = \begin{cases} 1, & nx_i^-(f_i) \in [\sum_{i=1}^{n} s_i^-; \sum_{i=1}^{n} s_i^+] \text{ или } nx_i^+(f_i) \in [\sum_{i=1}^{n} s_i^-; \sum_{i=1}^{n} s_i^+] \\ 0, & nx_i^-(f_i) \notin [\sum_{i=1}^{n} s_i^-; \sum_{i=1}^{n} s_i^+] \text{ и } nx_i^+(f_i) \notin [\sum_{i=1}^{n} s_i^-; \sum_{i=1}^{n} s_i^+] \end{cases}, \ i \in I.$$

Построим равновесие Нэша. Пусть АЭ упорядочены в порядке возрастания их точек пика: $r_1 \le r_2 \le \dots \le r_n$. Построим разбиение отрезка [0; 1]: $\Omega_i = [\frac{n-i}{n};\ \frac{n-i+1}{n}]$, $i \in I$. По аналогии с четким случаем (см. раздел 2 и [2, 3]) можно утверждать, что, если существует (а он, если существует, то единственен) АЭ с номером k таким, что

$r_k \in \Omega_k$, то он является диктатором, т.е. его точка пика будет принадлежать интервальному коллективному решению.

Обозначим $\Sigma_i^- = \sum_{j \neq i} s_j^-$, $\Sigma_i^+ = \sum_{j \neq i} s_j^+$. Структура равновесия Нэша $\tilde{s}^*$ и его свойства в рамках предположения А.1 и однопиковости функций выигрыша АЭ даются следующей теоремой.

Т е о р е м а 2. *1) Если* $\Sigma_i^- > n\, r_i$, *то* $\tilde{s}_i^* = [0; a]$, *где a – произвольное число из отрезка* $[0; 1]$;

2) Если $\Sigma_i^+ + 1 < n\, r_i$, *то* $\tilde{s}_i^* = [a; 1]$, *где a – произвольное число из отрезка* $[0; 1]$;

3) Если $n\, r_i \in [\Sigma_i^-; \Sigma_i^+ + 1]$, *то* $\tilde{s}_i^* = [a; b]$, *где* $a \le b$ *и* $a \in [0; \min \{n\, r_i - \Sigma_i^-; 1\}]$.

Доказательство теоремы 2 заключается в проверке того, что построенные сообщения при фиксированной обстановке являются недоминируемыми (см. (12)), и опускается.

С л е д с т в и е. В интервальном механизме активной экспертизы диктатором является АЭ с номером k (см. определение выше). Равновесные сообщения имеют следующий вид:

(17) $\forall\, i < k \;\; \tilde{s}_i^* = [0; a]$, $\forall\, i > k \;\; \tilde{s}_i^* = [b; 1]$,

а сообщение диктатора таково, что $r_k \in \pi(\tilde{s}^*)$.

Результат теоремы 2 может быть обобщен на случай, когда представления экспертов об оцениваемой величине отражены интервалами $[r_i^-; r_i^+]$, $i \in I$. Для этого необходимо потребовать, чтобы выполнялось $r_i^+ < r_{i+1}^-$, $i = \overline{1, n-1}$, и заменить r_i в пункте 1) на r_i^+, в пункте 2) – на r_i^-, а в пункте 3) – условие $n\, r_i \in [\Sigma_i^-; \Sigma_i^+ + 1]$ на условие $[r_i^-; r_i^+] \cap [\Sigma_i^-/n; (\Sigma_i^+ + 1)/n] \neq \varnothing$.

Отметим, что в соответствии с теоремой 2 одним из равновесий Нэша является сообщение всеми экспертами одинаковых сообщений, совпадающих с отрезком [0; 1] (см. выражения (16) и (17)), то есть интервалом всех возможных значений оцениваемой величины. Понятно, что подобные сообщения (являющиеся равновесными!) не несут никакой информации.

Основной качественный результат теоремы 2 заключается в том, что в интервальных механизмах активной экспертизы существует множество равновесий Нэша. Для уменьшения их числа необходимо вводить те или иные гипотезы о поведении АЭ или модифицировать механизм, например, ограничивать “ширину” отрезков, сообщаемых АЭ, и т.д.

5. Заключение

В настоящей работе исследованы свойства механизмов нечеткой и интервальной активной экспертизы. Перспективным представляется обобщение результатов изучения других механизмов планирования в АС на нечеткий случай.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Новиков Д.А.* Механизмы стимулирования в социально-экономических системах. М.: ИПУ РАН, 1998.
2. *Бурков В.Н., Данев Б., Еналеев А.К.* и др. Большие системы: моделирование организационных механизмов. М.: Наука, 1989.
3. *Бурков В.Н., Новиков Д.А.* Как управлять проектами. М.: Синтег, 1997.
4. *Колосова Е.В., Новиков Д.А., Цветков А.В.* Методика освоенного объема в оперативном управлении проектами. М.: Апостроф, 2000.
5. *Мулен Э.* Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели. М.: Мир, 1991.
6. *Moulin H.* Generalized Condorcet winners for single-peaked and single-plateau preferences // Social Choice and Welfare. 1984. N 1. P. 127 – 147.
7. *Новиков Д.А., Петраков С.Н.* Курс теории активных систем. М.: Синтег, 1999.
8. *Новиков Д.А.* Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем. М.: Фонд "Проблемы управления", 1999.
9. *Новиков Д.А., Петраков С.Н., Федченко К.А.* Децентрализация механизмов планирования в активных системах // А и Т. 2000. № 6. С. 143 – 155.
10. *Орловский С.А.* Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. М.: Наука, 1981.