© 2002 г. *Автоматика и Телемеханика. 2002. № 12. С. 96 – 115*

В.Н. Бурков, д-р техн. наук,
Н.А. Кузнецов, академик,
Д.А. Новиков, д-р техн. наук
(Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва;
Институт проблем передачи информации РАН, Москва)

МЕХАНИЗМЫ УПРАВЛЕНИЯ В СЕТЕВЫХ СТРУКТУРАХ

Рассматривается постановка задачи синтеза оптимальной структуры активной системы в рамках теоретико-игровой модели сетевого взаимодействия ее участников. Приводятся ее решение и результаты исследования механизмов управления в прикладных задачах внутрифирменного управления и многоагентных системах.

1. ВВЕДЕНИЕ

Если традиционно в работах по управлению социально-экономическими системами рассматриваются организационные (активные – под активностью понимается способность субъекта, обладающего собственными целями и интересами, самостоятельно выбирать свои действия) системы (АС) с фиксированной структурой, в которых распределение ролей участников АС (метацентры – центры – активные элементы) является заданным, то в настоящей работе исследуется так называемое сетевое взаимодействие активных агентов, каждый из которых, в зависимости от ситуации и решаемой задачи, может выступать как в роли управляемого субъекта – активного элемента (АЭ), так и в роли управляющего органа – центра, или в роли метацентра, осуществляющего руководство центрами и т.д.

Необходимость изучения сетевого взаимодействия обусловлена, с одной стороны, тем, что для функциональных элементов АС характерно наличие возможности выступать в различных ролях, т.е. решать те или иные задачи с различной эффективностью, а с другой стороны – многообразием этих задач и быстрым изменением внешних условий функционирования. Содержательными примерами являются:

задачи управления региональным развитием [1, 2], в которых имеет место возможность определенных центров (например, подразделений администрации региона) выступать в роли метацентров (т.е. брать на себя ответственность за результаты, установление правил взаимодействия и принятия решений другими центрами и т.д.) при управлении соответствующим множеством проектов развития;

задачи управления проектами [3], в которых одно и то же множество исполнителей может реализовывать различные пакеты работ, сотрудники функциональных подразделений могут выступать в роли руководителей проектов на время их реализации;

задачи внутрифирменного управления и управления вертикально интегрированными структурами [4-7], в которых временное распределение ролей между подразделениями варьируется в зависимости от заказа, полученного объединением, и др.

В терминах рассматриваемых в теории управления формальных моделей один и тот же субъект, принимающий решения (агент), в зависимости от набора решаемых системой задач может выступать как в роли исполнителя – АЭ, так и в роли центра или метацентра.

Целесообразность того или иного распределения ролей зависит от критерия эффективности, в соответствии с которым оцениваются управления и состояния системы.

В соответствии с определением, данным в [8], организация – 1) внутренняя упорядоченность, согласованность взаимодействия более или менее дифференцированных и автономных частей целого, обусловленная его строением; 2) совокупность процессов или действий, ведущих к образованию и совершенствованию взаимосвязей между частями целого; 3) объединение людей, совместно реализующих некоторую программу или цель и действующих на основе определенных процедур и правил, т.е. механизмов функционирования [9]. Упорядоченность взаимодействия и механизм управления (иерархия) возникает в сетевой структуре в результате необходимости специализации, позволяющей эффективно решать частные задачи. Другими словами, разнообразие решаемых задач порождает в сетевой структуре организации (АС) как временные иерархии. Все это вызывает необходимость исследования задач структурного синтеза.

Изложение материала настоящей работы имеет следующую структуру: сначала качественного рассматриваются эффекты сетевого взаимодействия (второй раздел), далее формулируется постановка задачи структурного синтеза (третий раздел) и приводятся содержательно интерпретируемые примеры ее решения (четвертый раздел). Заключение содержит краткое обсуждение основных результатов и перспектив дальнейших исследований.

2. СЕТЕВОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ: КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ

В большинстве моделей теории активных систем, теории иерархических игр и других разделов теории управления социально-экономическими системами подчиненность участников АС считается заданной. В работах по экономике и менеджменту обсуждаются преимущества и недостатки различных организационных структур [10-18], но задача синтеза оптимальной структуры даже не упоминается. В многочисленных работах, посвященных задачам оптимизации иерархических структур [1, 19-42], практически не учитывается характерная для участников АС целенаправленность (активность) поведения либо исследуется взаимодействие активных агентов с фиксированными ролями, находящихся на различных уровнях иерархии [2, 20, 43-48]. Первое замечание справедливо и для чрезвычайно популярных на сегодняшний день программных многоагентных (или мультиагентных) систем [49, 50].

Исключение составляют работы [5, 51, 52], в которых исследовались теоретико-игровые модели многоуровневых иерархических систем с фиксированной структурой и изучалась специфика иерархий (факторов, влияющих на эффективность управления иерархической АС), а также было введено понятие сетевого взаимодействия, характерным признаком которого является потенциальная возможность каждого из участников АС выступать в роли центра или АЭ, или одновременно и в роли центра, и в роли АЭ (при взаимодействии с различными участниками).

Опишем различие между этими «ролями». Целенаправленное (активное) поведение в теории управления обычно описывается в рамках теоретико-игровых моделей [49]. Качественное отличие иерархических игр [53-55] от «обычных» неантагонистических игр заключается в наличии упорядочения участников АС по последовательности выбора действий. Обычно считается, что управляющий орган (центр в теории активных систем [9], первый игрок в теории иерархических игр [54], principal в теории контрактов [56, 57]) обладает правом первого хода, т.е. выбирает свою стратегию первым и сообщает ее другим участникам системы – управляемым субъектам (АЭ или агентам в теории активных систем, второму игроку или производителю в теории иерархических игр, agent в теории контрактов). Следует сделать важное терминологическое замечание. Выбор игрока (агента) обычно в теории управления называется "действием", а принцип выбора действий – "стратегией" (более корректно, стратегия – отображение информированности игрока во множество его допустимых действий [53]).

В зависимости от того, рассчитывает ли первый игрок на то, что ему станет известно действие (или стратегия) второго игрока, он может выбирать свою стратегию либо как действие в «обычной» игре – так называемая игра Γ_1, либо в виде «функции» от выбора второго игрока [54] – так называемая игра Γ_2, либо в более сложной форме – см. метаигры в [54, 55]. Тем самым первый игрок превращается в метаигрока, устанавливающего «правила игры» для остальных игроков (проявление отношения власти [5]). Таким образом, критерием отнесения конкретного участника, например двухуровневой АС, к множеству управляющих органов или к множеству управляемых субъектов является его приоритет в последовательности выбора стратегий и возможность выбирать в качестве своей стратегии «функцию» от стратегий игроков, имеющих более низкий приоритет.

Например, если в некоторой АС участники принимают решения последовательно и имеются три «момента» принятия решений, то можно условно рассматривать данную АС как трехуровневую иерархическую систему. Участники, делающие первый ход, при этом интерпретируются как центры верхнего уровня иерархии (метацентры), участники, делающие второй ход, интерпретируются как центры промежуточного уровня (центры), а участники, выбирающие свои действия последними – как управляемые субъекты (АЭ) [52]. Действия метацентров могут быть функциями от действий центров и АЭ, действия центров – функциями от действий АЭ. Следовательно, в рамках теоретико-игровой модели иерархическая структура АС порождается фиксацией последовательности выбора стратегий, свойств множеств допустимых стратегий и информированности участников [47, 52]. Элементный состав каждого уровня иерархии может определяться в результате решения задачи синтеза оптимального состава АС [58], т.е. соизмерения «эффекта масштаба» и издержек привлечения и удержания [14].

Таким образом, в процессе сетевого взаимодействия каждый из участников в общем случае может выступать как в роли центра того или иного уровня иерархии, так и в роли АЭ. Фактическая роль участника определяется двумя факторами. Первый фактор заключается во влиянии имеющегося отношения власти, т.е. институциональной возможности определенного участника выступать в той или иной роли. Второй фактор заключается в целесообразности (эффективности, в том числе и экономической) этой роли как с точки зрения самого участника, так и с точки зрения других участников (причем в моделях горизонтальной «интеграции» должны рассматриваться все рациональные комбинации потенциальных участников АС).

Фиксируем экзогенно заданное отношение власти и рассмотрим эффективность различных распределений ролей между участниками АС. Другими словами, предположим, что имеются несколько игроков (участников АС) – агентов, каждый из которых может выбирать свои стратегии в определенные моменты времени и в зависимости от принятой последовательности выбора стратегий делать свое действие зависящим от стратегий участников, выбирающих стратегии после него. Получаем метаигру с переменным составом игроков (который, в свою очередь, подлежит определению) – игру, в которой определяются роли участников (будем считать, что их выигрыши при каждом фиксированном распределении ролей могут быть вычислены).

Примерами сетевого взаимодействия (в том числе – «горизонтальной» и «вертикальной» интеграции [4]) являются взаимодействия: участников проекта, структур вертикально интегрированной компании и др.

В качестве отступления отметим, что решение о вертикальной интеграции заключается в том, что компания создает необходимые элементы производственно-коммерческого цикла самостоятельно, вместо того, чтобы покупать их на рынке, т.е. происходит объединение в рамках одной компании всех основных звеньев производственно-коммерческого цикла – от производства сырья до его переработки и продажи продуктов конечного потребления. Вертикальная интеграция подразумевает использование в большей степени внутренних, чем внешних, хозяйственных связей. Преимущества – экономия на масштабах производства и: обеспечение гарантированных каналов сбыта и условий поставок, меньшая зависимость от конкурентных угроз других компаний, совместные технологические разработки и внедрение результатов НИОКР предприятиями, интегрированными в структуру компании, реализация возможностей диверсификации продукции и интернационализации бизнеса, объединение знаний о рынке и создание единой системы информационного обеспечения. По направлениям процесса вертикальной интеграции различают прямую интеграцию (сырьевые отрасли (upstream business) интегрируются с перерабатывающими и маркетингом (downstream business)) и обратную интеграцию. По степени концентрации различают следующие формы интеграции: полная, неполная (часть – на внешнем рынке), квазиинтеграция (без перехода прав собственности на основании общности экономических интересов)

Приведенные в [5] результаты свидетельствуют, что одной из причин разделения функций управления (возникновения иерархий, изменения состава АС, распределения полномочий принятия решений и т.д.) в сложных проектах выступает неходимость и возможность повышения (как с точки зрения системы в целом, так и с точки зрения каждого из ее участников) эффективности взаимодействия агентов за счет снижения неопределенности относительно поведения друг друга. При этом частным случаем управления ограничениями и ресурсами может быть управление «производственными цепочками», т.е. набором агентов, взаимодействующих последовательно в силу причинно-следственных или технологических ограничений (примером в проектной деятельности является сетевой график, в производственной деятельности – вертикально интегрированные компании [10]). Основное требование к управлению этим классом систем заключается в том, что оно должно обеспечивать выполнение технологических ограничений. Это может достигаться, в частности, за счет того, что планы и стимулирование каждого агента должны побуждать его выбирать действия, обеспечивающие допустимость таких действий всех остальных агентов, которые приводят к требуемому результату их совместной деятельности [58], причем объемы этой деятельности определяются эффектами «горизонтальной» интеграции.

Под структурой АС будем понимать совокупность информационных, управляющих и других связей между участниками системы, включая отношения подчиненности и распределение прав принятия решений [5, 52].

В качестве типовых структур обычно выделяют следующие. Во-первых, это – линейная структура, при которой подчиненность участников АС имеет вид дерева, т.е. каждый участник подчинен одному и только одному участнику более высокого уровня иерархии (следует отметить, что в подавляющем большинстве работ, содержащих формальные модели управления АС, рассматривались модели АС, характеризуемые именно древовидными структурами). Под матричной структурой понимается такая структура, при которой некоторые участники АС могут быть подчинены одновременно нескольким, находящимся на одном и том же (следующем более высоком) уровне иерархии участникам (так называемое двойное подчинение или распределенный контроль [52]).

Возможны и другие (более или менее детальные) классификации. Например, в [10] выделяются следующие основные виды организационных структур промышленных фирм: иерархическая (которая порождается декомпозицией высшей цели организации на цели, подцели и т.д.), функциональная (декомпозиция производится на основании функций (исследование, производство, маркетинг и т.д.)), дивизиональные (декомпозиция по относительно независимым отделениям, каждое из которых может иметь ту или иную структуру – получается конгломерат), матричная (наложение «горизонтальной» ответственности руководителей проектов на функциональную структуру). Существуют «переходные» структуры – например, дивизионально-региональная, дивизионально-технологическая, дивизионально-продуктовая и др.

Межуровневое взаимодействие [52], понимаемое как подчинение некоторых участников одновременно нескольким участникам, находящимся на различных уровнях иерархии, в АС с матричной структурой отсутствует. Сетевой структурой управления называется такая структура управления АС, при которой могут иметь место и двойное подчинение, и межуровневое взаимодействие, причем одни и те же субъекты могут выступать как в роли управляющих органов, так и в роли агентов, т.е. вступать с ними в сетевое взаимодействие. Образно говоря, сетевая структура – набор априори равноправных агентов, в котором могут возникать временные иерархические и другие структуры, определяемые решаемыми агентами задачами.

Следует сделать следующее терминологическое замечание. Под сетевой структурой в некоторых работах понимается иерархическая структура, в которой имеется двойное подчинение (нарушение «древовидности»). В других работах под сетевой структурой понимается такой способ организации взаимодействия участников системы, при котором отсутствует ярко выраженная иерархия (т.е. подразумевается, что одноуровневая сеть является «противоположностью» многоуровневому дереву). Предложенное выше определение охватывает оба толкования как частные случаи.

Перейдем к описанию теоретико-игровой задачи структурного синтеза.

3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СТРУКТУРНОГО СИНТЕЗА

Рассмотрим множество $I = \{1, 2, \dots, n\}$ активных агентов (использование термина «агент» обусловлено, во-первых, тем, что в рамках сетевого взаимодействия каждый из субъектов имеет потенциальную возможность выступать как в роли центра, так и в роли АЭ, а, во-вторых, очень условной близостью рассматриваемой модели к многоагентным системам (МАС – multi-agent or agent-based systems) [49, 50]). Предположим, что каждый агент имеет непрерывную целевую функцию $f_i(y)$, отражающую зависимость его выигрыша от вектора действий $y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in A'$ всех агентов. Будем считать, что действие i-го агента принадлежит выпуклому компактному множеству A_i и выполнена гипотеза независимого поведения [56, 58] (ГНП), в соответствии с которой $A' = \prod_{i \in I} A_i$.

Совокупность $\{I, (f_i(\cdot))_{i \in I}, (A_i)_{i \in I}\}$ множества агентов, их целевых функций и допустимых множеств определяют игру Γ_0 в нормальной форме, в которой все агенты одновременно и независимо (кооперативные эффекты, если не оговорено особо, рассматривать не будем) выбирают свои действия [49, 57].

Напомним ряд определений.

Выбор действия $y_i^d \in A_i$ называется доминантной стратегией i-го агента [53], если

(1) $$\forall\ y_{-i} \in A_{-i},\ \forall\ y_i \in A_i\ \ f_i(y_i^d, y_{-i}) \geq f_i(y_i, y_{-i}),$$

где $y_{-i} = (y_1, y_2, \ldots, y_{i-1}, y_{i+1}, \ldots, y_n) \in A_{-i} = \prod_{j \neq i} A_j$ – обстановка игры для i-го агента, $i \in I$. Если каждый агент имеет доминантную стратегию, то их совокупность называется равновесием в доминантных стратегиях (РДС). Множество доминантных стратегий в игре Γ_0 обозначим через $E_0^d(r_1)$.

В настоящей работе принята следующая система обозначений, отражающая зависимость равновесия от структуры: буква E обозначает равновесие (equilibrium), верхний индекс обозначает тип равновесия: "d" – РДС, "N" – Нэша и т.д., нижний индекс – тип игры: "0" – игра Γ_0, "1" – Γ_1, "2" – Γ_2 и т.д., в скобках указывается структура, для которой определяется равновесие (в частности, нижний индекс у структуры обозначает число уровней иерархии в ней, например, r_1 – одноуровневая структура, в которой все агенты находятся на одном и том же уровне иерархии; очевидно, что структура с $m = 1$ единственна).

Вектор действий $y^N \in A'$ называется равновесием Нэша [53], если

(2) $$\forall\ i \in I,\ \forall\ y_i \in A_i\ \ f_i(y_i^N, y_{-i}^N) \geq f_i(y_i, y_{-i}^N).$$

Множество равновесий Нэша в игре Γ_0 обозначим через $E_0^N(r_1)$.

Любое непустое подмножество S множества I, включая и само I, называется коалицией. Понятно, что для игры n лиц возможны $2^n–1$ коалиций. Множество всех возможных коалиций обозначим как 2^I. Обозначим через $(y_{-S}^*, y_S) \in A'$ ситуацию игры, в которой агенты, не входящие в коалицию $S \subset I$, выбирают действия y_i^* ($i \in I \backslash S$), а агенты из S выбирают действия y_j ($j \in S$).

Ситуация y^{SN} называется сильно равновесной по Нэшу, если для любых коалиций $S \subset I$ и любых $y_S \in A_S = \prod_{j \in S} A_j$ найдется участник коалиции S ($i \in S$) такой, что $f_i(y^{SN}) > f_i(y_{-S}^{SN}, y_S)$. Как видно из определения, сильное равновесие Нэша отличается от равновесия Нэша тем, что агенты не только поодиночке не могут увеличить свой выигрыш выходом из равновесия, но и произвольная их коалиция не может, отклоняясь от равновесия, увеличить этим одновременно выигрыш всех своих участников. Множество всех сильных равновесий Нэша в игре Γ_0 обозначим через $E_0^{SN}(r_1)$. Множество всех эффективных по Парето ситуаций в игре Γ_0 обозначим как $E_0^P(r_1)$. Довольно просто показать, что выполнены следующие соотношения:

$$E_0^d(r_1) \subseteq E_0^N(r_1),\ E_0^{SN}(r_1) \subseteq E_0^N(r_1),\ E_0^{SN}(r_1) \subseteq E_0^P(r_1).$$

При всех привлекательных чертах сильного равновесия Нэша, его использование ограничено тем, что даже в смешанных стратегиях оно существует не во всех играх [53], поэтому будем ориентироваться, в основном, на равновесие Нэша (2), используя РДС (1) и сильное равновесие Нэша только если они существуют.

Перейдем к описанию структур. Для этого введем в рассмотрение $\tilde{A}_m = (S_i)$, $i = \overline{1,m}$ – множество упорядоченных разбиений множества I на m непересекающихся непустых подмножеств, объединение которых равно I, т.е. $S_i \in 2^I \setminus \{\varnothing\}$, $S_i \cap S_j = \varnothing$, $i, j = \overline{1,m}$, $\bigcup_i S_i = I$. Элемент $r_m \in \tilde{A}_m$ будем называть структурой АС или просто **структурой** (см. содержательные интерпретации ниже). Отметим, что задание структуры $r_m \in \tilde{A}_m$ определяет разбиение агентов на подмножества, соответствующие уровням иерархии, но не детализирует индивидуальную подчиненность агентов.

Число $d(m, n)$ различных размещений n объектов по m «непустым» множествам можно вычислить рекуррентно: $d(m, n) = m^n - \sum_{i=1}^{m-1} C_m^i \, d(i,n)$. Следовательно, всего имеется $N(n) = \sum_{m=1}^{n} d(m,n)$ вариантов структуры n-агентной системы, т.е. число вариантов различных структур быстро растет с увеличением числа n (например, при n = 20 $N(n)$ » 10^{21}).

Фиксация r_m Î Ã$_m$ задает разбиение множества агентов на m упорядоченных подмножеств, причем S_i может интерпретироваться как множество агентов, находящихся на i-м уровне иерархии, $i = \overline{1,m}$, которые условимся нумеровать сверху вниз, т.е. самым высоким является первый уровень иерархии, самым низким – m-й уровень.

Перейдем от игры Γ_0, описанной выше, к иерархической игре Γ_j^m, где верхний индекс обозначает число уровней иерархии в АС, а нижний индекс j – «глубину рефлексии» в терминах теории иерархических игр [6, 53, 54]. Игра Γ_1 соответствует случаю, когда агенты, делающие ход раньше, не рассчитывают наблюдать выборы агентов, делающих ходы позже них, т.е. игре Штакельберга. Игра Γ_2 соответствует случаю, когда агенты, делающие ход раньше, рассчитывают наблюдать выборы агентов, делающих ходы позже них, т.е. первые могут выбирать свои действия как функции от действий последних, и т.д. – см. подробное описание метаигр в [53, 54, 59, 60]. Игры более высоких порядков ($j = 3, 4, \ldots$) рассматривать в настоящей работе не будем (см. сравнение эффективностей метаигр в [54, 55]).

Установим следующее соответствие между типом игры и структурой АС: все агенты знают целевые функции и допустимые множества друг друга, кроме того, агенты из множества S_i (находящиеся на i-м уровне иерархии и выбирающие свои действия одновременно и независимо) знают выборы всех агентов из множеств $(S_j)_{j < i}$, $i = \overline{1,m}$ (как отмечалось выше, будем нумеровать S_i в порядке убывания уровня иерархии). Таким образом, **структура r_m порождает m-шаговую иерархическую игру и наоборот** (см. также аналогии в информационных расширениях игр [54, 60]). При этом в зависимости от конкретной структуры, заданной на одном и том же множестве агентов, каждый из них может выступать как в роли АЭ (находясь на самом нижнем уровне иерархии) или метацентра (находясь на самом высоком уровне иерархии), так и в роли центра промежуточного уровня иерархии.

Предположим, что заданы ограничения: Ã Í Ã$_m$, где Ã – множество допустимых структур. Под допустимостью, в частности, может подразумеваться ограниченность числа уровней иерархии, ограниченность числа агентов на определенном уровне, определенные соотношения между числом агентов на различных уровнях и т.д. Как отмечалось выше, в рамках рассматриваемого описания все агенты, находящиеся на одном и том же уровне иерархии, являются «неразличимыми по подчиненности», т.е. имеет смысл говорить о подчиненности уровня уровням, но не об индивидуальной подчиненности; детализация индивидуальных связей подчиненности еще более увеличит сложность решаемой задачи. Другими словами, каждый агент некоторого уровня подчинен всем агентам всех более высоких уровней иерархии.

Обозначим через $E_j(r_m) \subseteq A'$ – множество (определение и свойства этого множества приводятся ниже) равновесных (по Нэшу, если не оговорено другое) действий агентов в иерархической игре Γ_j^m, $j = 1, 2$, разыгрываемой участниками структуры r_m, $m = \overline{1,n}$; $f_0(y)$ – критерий эффективности, отражающий предпочтения лица, принимающего решения (ЛПР), на множестве состояний АС (под состоянием АС здесь и далее будем понимать равновесный вектор действий ее участников, т.е. подмножество множества A'). Отметим, что в теоретико-игровых моделях управления иерархическими АС обычно предполагается, что исследователь операций, решающий задачу управления, находится на позициях оперирующей стороны – центра – и не обладает собственными интересами. Поэтому при решении задачи структурного синтеза в качестве критерия эффективности принимается функционал, отражающий интересы внешнего по отношению к АС субъекта, оценивающего эффективность той или иной структуры.

Тогда **задача структурного синтеза** заключается в определении числа уровней иерархии m, правил взаимодействия агентов "j" и в таком распределении агентов по уровням иерархии (т.е. в нахождении такой допустимой структуры АС r_m), которые максимизировали бы критерий эффективности при условии, что агенты выбирают равновесные действия (использование максимума по множеству равновесий соответствует гипотезе благожелательности [9, 59] агентов по отношению к ЛПР):

(3) $$K_j(r_m) = \max_{y \in E_j(r_m)} f_0(y) \to \max_{r_m \in \wp,\, j \in \{0,1,2\}}.$$

Задача структурного синтеза в виде (3) является чрезвычайно трудоемкой – в АС с n агентами для ее решения необходимо определить $N(n)$ равновесий для каждого из трех возможных типов игр ($j = 0, 1, 2$). Разработка общих (аналитических и вычислительных) методов ее решения является перспективной задачей будущих исследований. В настоящей работе мы исследуем ряд представляющих интерес как с теоретической, так и с практической точек зрения частных случаев, допускающих получение простого (аналитического) содержательно интерпретируемого решения (см. четвертый раздел). Однако сначала детализируем, что в задаче (3) понимается под равновесием m-шаговой иерархической игры.

Обозначим: $S_j(r_m)$ – множество агентов, находящихся в структуре r_m на j-м уровне, $j = \overline{1,m}$, $L_k(r_m) = \bigcup_{j=\overline{k+1,m}} S_j(r_m)$ – множество агентов, находящихся в структуре r_m ниже k-го уровня, $G_k(r_m) = \bigcup_{j=\overline{1,k-1}} S_j(r_m)$ – множество агентов, находящихся в структуре r_m выше k-го уровня. Очевидно, что $\forall\ r_m \in \wp$, $\forall\ k = \overline{1,m}$ $L_k(r_m) \cup S_k(r_m) \cup G_k(r_m) = I$. Содержательно S_k – множество равноправных между собой (в смысле момента выбора действий (или стратегий) и информированности) агентов, находящихся на k-м уровне иерархии, G_k – множество их «начальников», L_k – множество их «подчиненных». Рассмотрим три типа игр.

Игра Γ_0, разыгрываемая множеством агентов I, не зависит от структуры (отношений подчиненности), так как в ней все агенты принимают решения одновременно и независимо.

Игрой типа Γ_1 назовем игру, в которой стратегией i-го агента, независимо от того, какому уровню иерархии он принадлежит, является безусловный (т.е. не зависящий от действий и стратегий других агентов) выбор действия – элемента множества A_i, $i \in I$.

Игрой типа Γ_2 назовем игру, в которой стратегией i-го агента, принадлежащего S_k, т.е. k-му уровню иерархии, является выбор функции u_i: $\prod_{j \in L_k} A_j \to A_i$, $i \in I$, т.е. выбор элемента множества A_i, зависящий от действий, выбираемых агентами из множества L_k.

Определим равновесие в игре типа Γ_1, в которой в том числе агенты из множества S_m, т.е. агенты, находящиеся на самом низком уровне иерархии, делают свой выбор, зная стратегии, выбранные агентами из множества $G_m = I \setminus S_m$. Будем считать, что они выберут равновесные по Нэшу действия, т.е. действия из следующего множества:

(4) $$NE_1(S_m, y_{Gm}) = \{y_{Sm} \in A_{Sm} \mid \forall\ i \in S_m\ \forall\ y_i \in A_i\ f_i(y_{Gm}, y_{Sm}) \geq f_i(y_{Gm}, y_{Sm}|y_i)\},$$

где $y_{Gm} = (y_i)_{i \in Gm} \in A_{Gm} = \prod_{i \in G_m} A_i$ – вектор действий агентов из множества G_m, $y_{Sm} = (y_i)_{i \in Sm} \in A_{Sm} = \prod_{i \in S_m} A_i$ – вектор действий агентов из множества S_m, $y_{Sm}|y_i$ – вектор y_{Sm} действий агентов из множества S_m, в котором действие i-го агента, $i \in S_m$, заменено на y_i.

В настоящей работе принята следующая система обозначений равновесий в иерархических играх: "*NE*" обозначает равновесие Нэша (Nash Equilibrium), нижний индекс – тип игры: "0" – игра Γ_0, "1" – Γ_1, "2" – Γ_2 и т.д., в скобках указываются: множество агентов, равновесие игры которых определяется, и действия агентов, находящихся на более высоких уровнях иерархии, так как именно от стратегий последних зависит рассматриваемое равновесие. Например, в соответствии с (4) $NE_1(S_m, y_{Gm})$ – множество равновесий Нэша в игре типа Γ_1 агентов из множества S_m в зависимости от действий y_{Gm} агентов из множества G_m.

Определим соответствие отбора равновесий (СОР) $\Psi_i : NE_1(L_i, y_{Gi+1}) \to NE_1(L_i, y_{Gi+1})$, однозначно определяющее с точки зрения агентов из множества S_i равновесные стратегии агентов из множества L_i, $i = \overline{1, m-1}$ (при заданных стратегиях агентов из множеств S_i и G_i; напомним, что в рамках принятой системы обозначений $G_{i+1} = S_i \cup G_i$). В качестве СОР может использоваться, например, применяемый агентами индивидуально принцип максимального гарантированного результата (МГР) или другие принципы – оптимистические оценки и т.д.

Агенты из множества S_{m-1}, т.е. агенты, находящиеся на предпоследнем (снизу) уровне иерархии, делают свой выбор, зная стратегии, выбранные агентами из множества G_{m-1}, и рассчитывая (в силу знания всех допустимых множеств и целевых функций) на выбор агентами из множества S_m стратегий $\Psi_{m-1}(NE_1(S_m, y_{Gm}))$. Таким образом, множество равновесий агентов (m-1)-го уровня есть

(5) $$NE_1(S_{m-1}, y_{Gm-1}) = \{y_{Sm-1} \in A_{Sm-1} \mid \forall\ i \in S_{m-1}\ \forall\ y_i \in A_i$$
$$f_i(y_{Gm-1}, y_{Sm-1}, \Psi_{m-1}(NE_1(S_m, y_{Gm}))) \geq f_i(y_{Gm-1}, y_{Sm-1}|y_i, \Psi_{m-1}(NE_1(S_m, y_{Gm-1}, y_{Sm-1}|y_i)))\},$$

где $y_{Gm-1}=(y_i)_{i \in Gm-1} \in A_{Gm-1}= \prod_{i \in G_{m-1}} A_i$ – вектор действий агентов из множества G_{m-1}, $y_{Sm-1} = (y_i)_{i \in Sm-1} \in A_{Sm-1} = \prod_{i \in S_{m-1}} A_i$ – вектор действий агентов из множества S_{m-1}, $y_{Sm-1}|y_i$ – вектор y_{Sm-1} действий агентов из множества S_{m-1}, в котором действие i-го агента заменено на y_i.

Продолжая по аналогии, обозначим

$$NE_1(L_i, y_{Gi+1}) =$$
$$= \{ \Psi_i(NE_1(S_{i+1}, y_{Gi+1})),\ \Psi_{i+1}(NE_1(S_{i+2}, y_{Gi},\ \Psi_i(NE_1(S_{i+1}, y_{Gi+1})))), \ldots,\ \Psi_{m-2}(\cdot\cdot\cdot),\ \Psi_{m-1}(\cdot\cdot\cdot)\} \in \prod_{i \in L_i} A_i$$

– множество равновесных (с точки зрения агентов i-го уровня) действий агентов более низких уровней в зависимости от стратегий агентов i-го и более высоких уровней, $i = \overline{1, m-1}$.

Таким образом, равновесие игры агентов из множества S_i можно записать в виде

(6) $$NE_1(S_i, y_{Gi}) = \{y_{Si} \in A_{Si} \mid \forall\ j \in S_i\ \forall\ y_j \in A_j$$
$$f_j(y_{Gi}, y_{Si},\ \Psi_i(NE_1(L_i, y_{Gi+1}))) \geq f_j(y_{Gi}, y_{Si}|y_j,\ \Psi_i(NE_1(L_i, y_{Si}|y_j, y_{Gi})))\},\ i = \overline{1, m-1}.$$

Выбор агентами первого уровня действий из множества

$$NE_1(S_1, \varnothing) = \{y_{S1} \in A_{S1} \mid \forall\, j \in S_1\ \forall\, y_j \in A_j \quad f_j(y_{S1}, Y_1(NE_1(L_1, y_{S1}))) \geq f_j(y_{S1}|y_j, Y_1(NE_1(L_1, y_{S1}|y_j)))\} \tag{7}$$

индуктивно задает множество $E_1^N(r_m)$ равновесных состояний системы со структурой r_m: $NE_1(S_2, NE_1(S_1, \varnothing))$ и т.д. Другими словами, игра типа Γ_1 является обобщением игры Γ_1 или игры Штакельберга на многоэлементный и многоуровневый случай.

Равновесие в игре типа Γ_2 строится более сложным образом, чем в игре типа Γ_1, но по аналогии с (4)-(7).

Прежде всего, рассмотрим случаи (классы исходных игр, т.е. моделей агентов), в которых введение структуры не изменяет равновесия и, следовательно, не изменяет значения критерия эффективности.

Из определения (1) РДС следует справедливость следующего утверждения: если в игре Γ_0 множество $E_0^d(r_1)$ равновесий в доминантных стратегиях не пусто, то

$$\forall\, m = \overline{1,n}\,,\ \forall\, r_m\ \ K_1(r_m) = \max_{y \in E_0^d(r_1)} f_0(y).$$

Содержательно это утверждение означает, что если каждый агент выбирает свои действия независимо от выбора других агентов, то изменение последовательности выбора стратегий не изменит равновесия. Другими словами, системы, в которых существует РДС, неуправляемы в смысле $K_1(\cdot)$. Отметим, что существенным при этом является невозможность выбора агентами действий, являющихся функциями от стратегий других агентов – как показывают приводимые в [52] примеры, в этом случае (качественно соответствующем игре Γ_2) системы, в которых существует РДС, управляемы в смысле $K_2(\cdot)$.

Поясним последнее утверждение. В определении (1) доминантной стратегии i-го агента фигурирует произвольная, но фиксированная (т.е. одинаковая в обеих частях неравенства) обстановка игры для этого агента. В игре типа Γ_2 на структуре r_m, в которой $i \in S_k$, $j \in S_l$, $l < i$, действие j-го агента является функцией от действия i-го агента y_i. Поэтому оптимальная стратегия i-го агента в этой игре может отличаться от стратегии, которая была оптимальна для него в игре Γ_0 – может оказаться, что (y_{-i-j} обозначает вектор, отличающийся от вектора $y \in A'$ отсутствием i-й и j-й компонент)

$$Arg \max_{y_i \in A_i} f_i(y_{-i-j}, y_i, y_j) \cap Arg \max_{y_i \in A_i} f_i(y_{-i-j}, y_i, u_j(y_i)) = \varnothing.$$

Итак, в настоящем разделе сформулирована в общем виде задача структурного синтеза. Приведенное выше построение равновесия в игре Γ_1^m свидетельствует о высокой вычислительной сложности этого класса задач. Поэтому рассмотрим ряд частных случаев задачи структурного синтеза.

4. ПРИКЛАДНЫЕ МЕХАНИЗМЫ УПРАВЛЕНИЯ В СЕТЕВЫХ СТРУКТУРАХ

В рамках обсуждаемой выше модели предпочтения агентов описывались "абстрактными" целевыми функциями, а структуре соответствовало разделение агентов на множества, упорядоченные в соответствии с последовательностью выбора стратегий.

В то же время в теории активных систем и близких к ней направлениях теории управления социально-экономическими системами разработано множество механизмов управления, ориентированных на те или иные прикладные задачи и характеризуемых частным видом целевых функций, специфичными информированностью и порядком функционирования. Поэтому значительный интерес представляет рассмотрение механизмов управления в сетевых структурах, под которыми будем понимать задачи синтеза структур совместно с механизмами управления из определенного класса.

Отметим, что имеющийся на сегодняшний день опыт анализа специфики того или иного механизма управления в различных многоуровневых (т.е. двух- и более уровневых) организационных структурах ограничивается задачами идеального агрегирования [5, 44-46] и произвольной децентрализации [5, 61] механизмов управления фиксированным набором АЭ при условии, что объединение АЭ в группы и управление этими группами производится так называемыми внешними центрами (назначаемыми "со стороны", т.е. не из числа агентов). В то же время в задачах структурного синтеза (по крайней мере, в том их виде, в котором они рассматривались в третьем разделе) назначение управляющих органов предполагается производить из числа агентов.

Рассмотрим примеры прикладных задач, иллюстрирующие приведенные выше общие рассуждения о задачах структурного синтеза и механизмах управления в сетевых структурах.

4.1. МЕХАНИЗМЫ ВНУТРЕННИХ ЦЕН

Пусть имеются n агентов со следующими целевыми функциями: $f_i(l, y_i, r_i) = l\, y_i - c_i(y_i, r_i)$, i Î I, где l – внутрифирменная цена единицы продукции, выпускаемой агентами, y_i – объем производства (выпуска) i-го агента, r_i – эффективность его деятельности, т.е. параметр его функции затрат $c_i(y_i, r_i)$, i Î I.

Содержательно, объединение агентов должно обеспечить суммарный объем выпуска R, который может интерпретироваться как внешний заказ. Пусть агенты имеют затраты типа Кобба-Дугласа: $c_i(y_i, r_i) = r_i\, j\,(y_i/r_i)$, где j (×) – монотонная выпуклая функция. В случае, если назначается внешний центр, то минимизации суммарных затрат агентов соответствует назначение цены, равной R / H, где $H = \sum_{i \in I} r_i$ (см. описание механизмов внутренних цен в [5, 7, 59]).

Выберем для простоты $j\,(z) = z^2$ и рассмотрим задачу синтеза оптимальной веерной структуры (напомним, что веерной называется двухуровневая иерархическая структура с одним центром на верхнем уровне), в которой агент, назначенный центром, обязан обеспечить реализацию заказа и выбирает оптимальную (с его точки зрения) цену (так называемую внутрифирменную цену), являющуюся единой для него и для его подчиненных. Содержательно, центр в этом случае выступает в роли посредника, а выигрыш каждого участника системы (АЭ и центра) определяется разностью между внутрифирменной стоимостью произведенной им продукции и его затратами. Обозначим через f_{ik}(×) целевую функцию i-го агента при назначении центром k-го агента, $Y_{-k} = \sum_{i \neq k} y_i$, $H_{-k} = \sum_{i \neq k} r_i$.

Целевая функция центра: $f_k(y_k, r_k) = l_k\, y_k - c_k(y_k, r_k)$, целевые функции агентов:

$$f_{ik}(y_i) = l_k\, y_i - c_i(y_i, r_i),\ i \text{ Î } I \backslash \{k\}.$$

Фиксируем цену l_k. Тогда действие, выбираемое i-м агентом (i ¹ k), равно: $y_{ik} = l_k\, r_i$. Следовательно, центр вынужден выбрать действие $y_k = R - l_k\, H_{-k}$.

Оптимальная с точки зрения центра (т.е. максимизирующая его целевую функцию) цена равна: $l_k = \dfrac{RH}{(H + r_k) H_{-k}}$.

Будем рассматривать в качестве критерия эффективности суммарное значение целевых функций всех n агентов, входящих в АС. Тогда решением задачи синтеза оптимальной веерной структуры будет назначение центром агента, имеющего максимальную эффективность (содержательные интерпретации очевидны). Например, пусть в рассматриваемой модели имеется 10 агентов, значения эффективностей которых равны: $r_1 = 1, r_2 = 2, ..., r_{10} = 10$, тогда оптимальные действия и суммарная полезность участников системы примут значения, приведенные в табл. 1 (строки соответствуют номерам агентов, назначенных центрами).

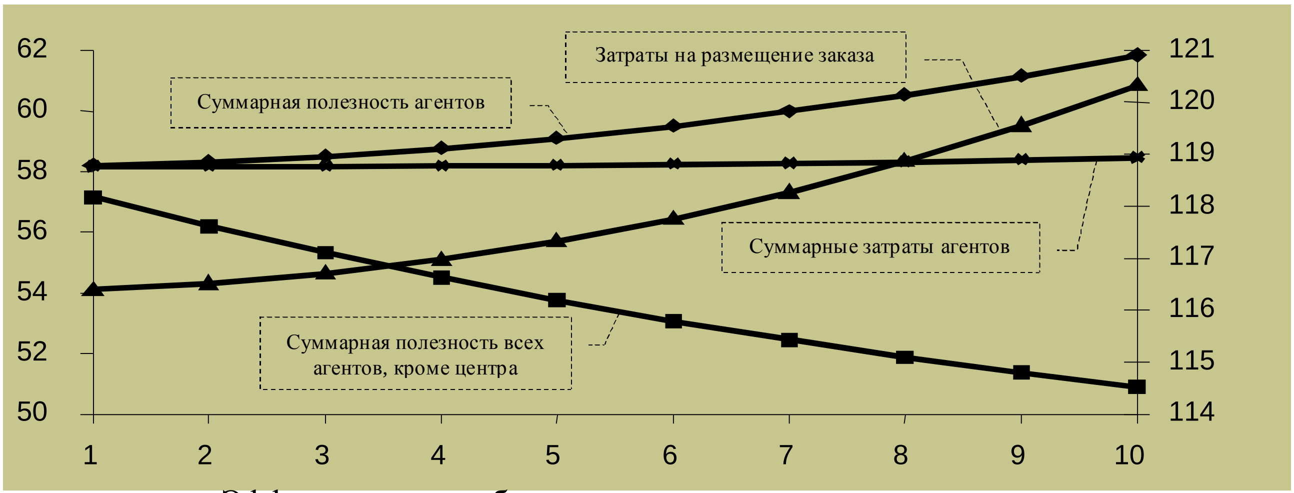
Таблица 1. Параметры механизма внутренних цен

Действия	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Суммарная полезность	Стоимость заказа	"Прибыль"
1	1,43	2,91	4,37	5,82	7,28	8,73	10,19	11,64	13,10	14,55	**58,22**	**116,40**	**58,18**
2	1,46	2,81	4,37	5,83	7,28	8,74	10,20	11,65	13,11	14,56	**58,33**	**116,52**	**58,18**
3	1,46	2,92	4,14	5,84	7,29	8,75	10,21	11,67	13,13	14,59	**58,52**	**116,71**	**58,19**
4	1,46	2,92	4,39	5,42	7,31	8,77	10,24	11,70	13,16	14,62	**58,78**	**116,98**	**58,20**
5	1,47	2,93	4,40	5,87	6,67	8,80	10,27	11,73	13,20	14,67	**59,11**	**117,33**	**58,22**
6	1,47	2,94	4,42	5,89	7,36	7,87	10,30	11,78	13,25	14,72	**59,51**	**117,77**	**58,25**
7	1,48	2,96	4,44	5,91	7,39	8,87	9,03	11,83	13,31	14,78	**59,99**	**118,28**	**58,29**
8	1,49	2,97	4,46	5,94	7,43	8,92	10,40	10,16	13,37	14,86	**60,54**	**118,88**	**58,34**
9	1,49	2,99	4,48	5,98	7,47	8,97	10,46	11,96	11,25	14,95	**61,16**	**119,57**	**58,41**
10	1,50	3,01	4,51	6,02	7,52	9,03	10,53	12,03	13,54	12,31	**61,85**	**120,34**	**58,49**

В таблице 1 также приведены стоимость заказа (произведение $l_k R$) и "прибыль", вычисляемая как разность между стоимостью заказа и суммарной полезностью участников системы. Кроме того, оптимальным с точки зрения заказчика является участие в выполнении заказа всех агентов, так как исключение любого из них не уменьшает стоимости заказа.

Таким образом, в рассматриваемом примере с точки зрения полезностей участников системы следует назначать центром десятого агента, что обеспечит суммарную полезность 61,85. Если же назначить внешний центр, то сумма полезностей агентов окажется меньше и составит 58,18. С точки зрения заказчика центром следует назначать первого агента, так как это обеспечит минимальные затраты на размещение заказа (минимизирует его стоимость). Отметим, что отношение суммарной полезности к стоимости возрастает с ростом номера агента, назначаемого центром, поэтому, если заказчик заинтересован в максимальной "рентабельности", то центром следует назначать опять же десятого агента.

Итак, оптимальное назначение центра в рассматриваемой модели неоднозначно и зависит от критерия эффективности, используемого ЛПР (см. рис. 1).



Эффективность работы агента, назначенного центром

Рис. 1. Показатели эффективности в сетевом механизме внутренних цен

Рассмотрим другую модель взаимодействия системы с внешним заказчиком и соответственно другой механизм взаимодействия участников системы между собой. Пусть известна рыночная цена (внешним заказчиком является рынок) l_0 единицы продукции. Предположим, что центр получает доход $l_0 R$ от выполнения заказа, несет затраты $c_k(y_k, r_k)$ и оплачивает другим агентам работу по единой ставке l_k, т.е. несет затраты на стимулирование $l_k Y_{-k}$. Другими словами, если выше считалось, что центр косвенно оплачивает работу агентов, то теперь рассмотрим ситуацию, когда он сам оплачивает затраты на стимулирование.

Таким образом, целевая функция центра: $f_k(y_k, r_k) = l_0 R - l_k H_{-k} - c_k(y_k, r_k)$, целевые функции агентов: $f_{ik}(y_i) = l_k y_i - c_i(y_i, r_i)$, i Î $I \backslash \{k\}$. Отметим, что действие, выбираемое i-м агентом (i ¹ k), по-прежнему равно $y_{ik} = l_k r_i$, а действие центра есть $y_k = R - l_k H_{-k}$. Изменится оптимальная для центра цена, которая станет равной $l_k = \min \{m_k, R / H_{-k}\}$ (взятие минимума обусловлено требованием неотрицательности действия центра), где $m_k = R / (R + r_k)$.

В рассматриваемом примере оптимальные действия и суммарная полезность, а также полезность центра примут значения, приведенные в табл. 2.

Таблица 2. Оптимальные действия и суммарная полезность агентов в механизме внутренних цен

Действия	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Суммарная полезность	Полезность центра
1	26,67	1,98	2,96	3,95	4,94	5,93	6,91	7,90	8,89	9,88	**-381,89**	**-408,23**
2	0,98	28,29	2,93	3,90	4,88	5,85	6,83	7,80	8,78	9,76	**-225,34**	**-250,57**
3	0,96	1,93	29,88	3,86	4,82	5,78	6,75	7,71	8,67	9,64	**-172,95**	**-197,11**
4	0,95	1,90	2,86	31,43	4,76	5,71	6,67	7,62	8,57	9,52	**-146,60**	**-169,73**
5	0,94	1,88	2,82	3,76	32,94	5,65	6,59	7,53	8,47	9,41	**-130,66**	**-152,80**
6	0,93	1,86	2,79	3,72	4,65	34,42	6,51	7,44	8,37	9,30	**-119,92**	**-141,12**
7	0,92	1,84	2,76	3,68	4,60	5,52	35,86	7,36	8,28	9,20	**-112,16**	**-132,45**
8	0,91	1,82	2,73	3,64	4,55	5,45	6,36	37,27	8,18	9,09	**-106,25**	**-125,67**
9	0,90	1,80	2,70	3,60	4,49	5,39	6,29	7,19	38,65	8,99	**-101,58**	**-120,16**
10	0,89	1,78	2,67	3,56	4,44	5,33	6,22	7,11	8,00	40,00	**-97,78**	**-115,56**

Интересно отметить, что во втором механизме большую часть заказа выполняет центр, в то время как в первом механизме распределение работ было примерно одинаковым (ср. табл. 1 и 2).

Из табл. 2 видно, что минимальная стоимость заказа, соответствующая назначению центром десятого агента (обеспечивающая ему нулевую полезность), равна 115,56, что дает участникам суммарную полезность 115,56 – 97,78 = 17,78 и что меньше, чем в случае первого механизма. Цена единицы продукции для заказчика при этом равна 115,96/80 = 1,45, что также меньше, чем в первом механизме, в котором цена равна 120,34/80 = 1,5. Таким образом, с точки зрения стоимости заказа выгоднее второй механизм, с точки зрения суммарной прибыли агентов – первый. Кроме того, в обоих механизмах максимум суммы полезностей АЭ (т.е. всех агентов, за исключением центра) достигается при назначении центром первого агента, но во втором механизме эта сумма меньше, чем в первом.

До сих пор мы рассматривали задачу назначения центра, не включая условия участия центра, т.е. его условие индивидуальной рациональности – условия, при котором ему выгоднее быть центром, чем агентом.

В первом механизме для всех агентов, кроме десятого, выгодно, чтобы центром был десятый агент (по сравнению с любым другим назначением), для десятого агента выгоднее, чтобы центром был девятый агент (в этом случае значение целевой функции десятого агента будет на 0,3 выше, чем при назначении центром именно его). Таким образом, стоимость заказа в первом механизме равна 0,3 + 120,34 = 120,64.

Во втором механизме, наоборот, для всех агентов, кроме первого, выгодно, чтобы центром был первый агент (по сравнению с любым другим назначением). В том числе для десятого агента выгоднее, чтобы центром был первый агент (в этом случае значение целевой функции десятого агента будет равно 4,88). Следовательно, как минимум, именно на эту величину необходимо увеличить стоимость заказа, которая станет равной 115,56 + 4,88 = 120,44.

Таким образом, оба рассмотренных механизма с учетом условий индивидуальной рациональности характеризуются примерно одинаковой стоимостью заказа для внешнего заказчика, но первый механизм обеспечивает участникам системы большую суммарную полезность.

В обоих рассмотренных механизмах возможно снижение затрат на стимулирование за счет отказа от предположения об использовании единой ставки оплаты для всех агентов. В этом случае центр может назначать планы всем агентам и обещать компенсировать им затраты. Тогда оптимальные действия будут равны тем же, что и в случае пропорциональной оплаты, затраты на стимулирование снизятся в два раза [59, 62], а суммарная полезность всех агентов, кроме центра, будет равна нулю.

Аналогичным приведенному примеру образом можно рассматривать задачи синтеза иерархических структур на основе механизмов внутренних цен (в которых, например, метацентры будут устанавливать объемы работ и цены подчиненным им группам центров и агентов), а также обобщать многочисленные и подробно исследованные для систем с фиксированной структурой механизмы управления (см. [3, 9, 46, 52, 58, 62 и др.]) на случай сетевого взаимодействия.

4.2. МЕХАНИЗМЫ УПРАВЛЕНИЯ В МНОГОАГЕНТНЫХ СИСТЕМАХ

В последнее время широкую распространенность получили модели, исследующие взаимодействие автономных агентов (как правило, реализованных в виде программных модулей), преследующих собственные цели и имеющих определенные представления [49] о поведении других агентов. Для описания этого класса моделей могут быть использованы как результаты теории активных систем по анализу и синтезу организационных механизмов, так и результаты настоящей работы по постановке и решению задач структурного синтеза для АС. Рассмотрим соответствующую модель многоагентной системы.

Исследуем задачу размещения производственного заказа на n предприятиях, решаемую автономными агентами – представителями предприятий. Пусть r_{ij} – удельные переменные издержки i-го предприятия по производству j-го вида продукции, c_i^0 – постоянные издержки i-го предприятия, y_{ij} – объем выпуска j-го продукта на i-м предприятии, x_j – суммарное количество продукции j-го вида, требуемое в заказе, x_{ij} – заказ выпуска j-го продукта i-му предприятию, λ_j – цена, установленная заказчиком (центром) на единицу продукции j-го вида, $i \in I$, $j = \overline{1,m}$.

Содержательные интерпретации модели таковы: представители предприятий – агенты – взаимодействуют между собой и с центром с целью получения заказа на производство. Цель центра – размещение заказа с минимальными затратами $\sum_{j=1}^{m} \lambda_j x_j$, цель каждого из агентов – максимизация прибыли, определяемой как разность между вознаграждением, выплачиваемым центром, и собственными затратами.

Предположим сначала, что центр имеет полную и достоверную информацию о параметрах (c_i^0, $\{r_{ij}\}$) агентов и заинтересован в том, чтобы все агенты работали безубыточно. Последнее условие может иметь место в случае, когда агенты представляют собой, например, подразделения холдинга или вертикально интегрированной компании, а выступающее в роли центра руководство холдинга или компании несет ответственность за деятельность всех подразделений.

Условие безубыточности запишем в виде:

(8) $$\sum_{j=1}^{m} (\lambda_j - r_{ij})\, x_{ij} \geq c_i^0,\ i \in I.$$

Задача центра заключается в нахождении цен $\{ l_j\}$ и заказов $\{x_{ij}\}$, минимизирующих $\sum_{j=1}^{m} l_j x_j$ при ограничениях (8) и $\sum_{i \in I} x_{ij} = x_j$, $j = \overline{1,m}$, и является стандартной задачей математического программирования.

Просуммируем условия безубыточности по всем предприятиям:

$$\sum_{j=1}^{m} l_j x_j \geq \sum_{i \in I} \left(\sum_{j=1}^{m} r_{ij} x_{ij} + c_i^0 \right).$$

В левой части неравенства стоит целевая функция центра, в правой – суммарные затраты агентов. Поэтому требование обеспечения безубыточности деятельности агентов в определенном смысле эквивалентно стремлению центра к минимизации их суммарных затрат. При этом, во-первых, не для всякого вектора x_j заказов найдутся цены l_j, обеспечивающие безубыточность деятельности всех агентов, а, во-вторых, рассмотренная модель отражает достаточно узкий круг реальных явлений.

Поясним последнее утверждение. Модель описывает, фактически, задачу внутрифирменного управления (требование учета центром безубыточности агентов) в условиях полной информированности. Последнее означает, что центру известны все существенные параметры агентов, а последние ведут себя пассивно, выбирая действия, совпадающие с назначенными центром планами. В экономической действительности более распространена ситуация, в которой центр является заказчиком (или представителем заказчика) и не интересуется благосостоянием агентов, которые сами предлагают условия, на которых они готовы взяться за выполнение заказа. Рассмотрим соответствующую модель.

Предположим, что постоянные издержки агентов могут быть отнесены к конкретным производимым продуктам, а переменные издержки описываются квадратичной функцией затрат типа Кобба-Дугласа, т.е. функции затрат имеют вид:

$$c_{ij}(y_{ij}) = c_{ij}^0 + y_{ij}^2/2r_{ij},\ i \text{ Î } I,\ j = \overline{1,m}.$$

Тогда в предположении, что агенты самостоятельно выбирают объемы выпуска при заданных внешних (устанавливаемых центром) ценах, можно вычислить лимитные цены (минимальные цены, обеспечивающие безубыточность производства) каждого агента по каждому виду продукции: $L_{ij} = \sqrt{2c_{ij}^0 / r_{ij}}$ и соответствующие точки безубыточности (минимальные объемы производства): $Y_{ij} = \sqrt{2c_{ij}^0 r_{ij}}$, i Î I, $j = \overline{1,m}$.

Следовательно, при цене l_j i-й агент будет производить продукцию в объеме $y_{ij} = r_{ij}\ l_j$, только если l_j ³ L_{ij}. Задача центра при этом может быть записана в виде:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{m} l_j x_j \to \min\limits_{\{l_j \geq 0\}} \\ x_j \leq l_j \sum_{i \in I} r_{ij} I(l_j \geq L_{ij}) \end{cases},$$

где $I(\cdot)$ – функция-индикатор. Приведенная задача центра может быть декомпозирована на m независимых задач определения цен по каждому виду продукции (для фиксированного продукта индекс, обозначающий номер этого продукта, будет опускаться):

$$\begin{cases} l \to \min \\ l \sum_{i \in I} r_i I(l \geq \sqrt{2c_i^0 / r_i}) \geq x \end{cases}.$$

При известных параметрах агентов решение данной задачи элементарно: центру следует упорядочить агентов в порядке возрастания лимитных цен и распределять задания между ним до тех пор, пока не будет распределен весь заказ.

Итак, пусть $L_1 \le L_2 \le \ldots \le L_n$ – упорядочение агентов. Определим $k \in I$: $\sum_{i=1}^{k-1} r_i < x / L_{k-1}$, $\sum_{i=1}^{k} r_i \ge x / L_k$. Тогда в оптимальном (т.е. минимизирующем цену) решении $l = L_k$, а объем выпуска равен $L_k \sum_{i=1}^{k} r_i$. Таким образом, мы получили аукционное решение [57] – заказ получат агенты, имеющие минимальные лимитные цены. Однако для того, чтобы найти это аукционное решение, центр должен знать истинные значения лимитных цен, что имеет место не во всех возникающих на практике случаях, поэтому рассмотрим, что произойдет, если лимитные цены не известны центру и он вычисляет их на основании сообщаемой агентами информации.

Предположим, что центру не известны эффективности $\{r_i\}$ деятельности агентов. Обозначим через s_i – сообщения агентов об эффективности собственной деятельности. На основании сообщений центр может вычислить $L_i(s_i) = \sqrt{2c_i^0 / s_i}$, $Y_i(s_i) = \sqrt{2c_i^0 s_i}$ – соответственно лимитную цену и точку безубыточности i-го агента, $i \in I$.

Таким образом, возникает игра агентов, в которой их выигрыши зависят от сообщаемой информации. Отметим, что так как вычисляемая центром лимитная цена каждого агента зависит только от его собственных сообщений, то можно условно считать, что он сообщает непосредственно оценку лимитной цены, а игра возникает при подстановке этих оценок в принцип принятия центром решений о назначаемой цене.

Легко видеть, что равновесием Нэша игры агентов является сообщение ими достоверной информации. Этот факт обусловлен тем, что центр использует одинаковую для всех агентов цену. Если бы внешние цены для разных агентов были различны, то мы получили бы классическое аукционное решение игры с сообщением информации, в котором первые k агентов сообщили бы одинаковые оценки, а именно – лимитную цену L_k.

При использовании описанного механизма центр "переплачивает" агентам (сверх минимально необходимой) следующую величину: $\sum_{i=1}^{k-1} (L_k - L_i) r_i$. При этом, очевидно, центр не может размещать заказ произвольного размера – существуют n значений заказов $\{d_i\}$, которые могут быть выполнены агентами по лимитным ценам (назначение внешней цены в промежутке между лимитными ценами агентов не изменит их суммарный объем выпуска, а только увеличит расходы центра): $d_1 = L_1 r_1$, $d_2 = (r_1 + r_2) L_2$, ..., $d_n = L_n \sum_{i \in I} r_i$. Соответствующие затраты C_d центра на размещение заказа равны $L_i d_i$.

Рассмотрим пример системы, состоящей из 8 агентов, параметры которых указаны в табл. 3.

Таблица 3. Параметры агентов в задаче размещения заказа

Номер агента	1	2	3	4	5	6	7	8
C_o	6	4	7	12	8	9	5	10
r	7	4	6	8	5	3	1	2
L	1,31	1,41	1,53	1,73	1,79	2,45	3,16	3,16
d	9,17	15,56	25,97	43,30	53,67	80,83	107,52	113,84
Cd	12,00	22,00	39,67	75,00	96,00	198,00	340,00	360,00
d/C_d	0,76	0,71	0,65	0,58	0,56	0,41	0,32	0,32

Восемь точек в координатах "объем заказа – затраты центра" приведены на рис. 2.

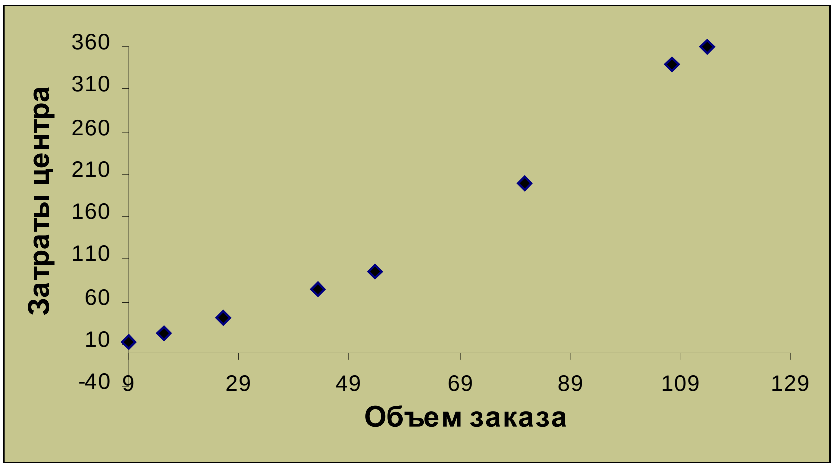


Рис. 2. Варианты размещения заказа в многоагентной системе

На основании полученных данных может быть вычислена рентабельность того или иного варианта заказа (как отношение объема к затратам центра). Видно, что рентабельность d/C_d уменьшается с ростом объема заказа.

Рассмотренные процедуры взаимодействия агентов и вычисления равновесия их игры могут быть реализованы программно и использоваться при построении многоагентной системы, имитирующей автономное взаимодействие программных модулей, отражающих интересы агентов.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты, полученные в настоящей работе, можно разделить на два класса. Основным качественным результатом является осознание соответствия между структурой АС и типом игры, которой описывается взаимодействие участников системы, а также вытекающая из этого соответствия формулировка задачи структурного синтеза как задачи поиска оптимальной (в смысле критерия эффективности, определенного на множестве состояний агентов, являющихся равновесными при данной структуре) структуры или, что то же самое, поиска оптимального распределения ролей между агентами (раздел 3). Конструктивные результаты относятся к исследованию сетевых моделей внутрифирменного управления и механизмов взаимодействия в многоагентных системах (раздел 4).

Перспективным направлением дальнейших исследований, в первую очередь, является систематическое изучение сетевого взаимодействия, в том числе получение аналитических решений задач структурного синтеза для максимально широкого набора АС, с целью построения конструктивной теории синтеза эффективных структур управления в сложных корпоративных организационных системах. Кроме того, значительный интерес представляет перенос и адаптация известных, а также получение новых результатов исследования механизмов управления в сетевых структурах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Леонтьев С.В. и др.* Механизмы финансирования программ регионального развития. М.: ИПУ РАН, 2002.
2. *Гилев С.Е., Леонтьев С.В., Новиков Д.А.* Распределенные системы принятия решений в управлении региональным развитием. М.: ИПУ РАН, 2002.
3. *Бурков В.Н., Новиков Д.А.* Как управлять проектами. М.: Синтег, 1997.
4. *Глухов В.В., Барков А.А.* Стратегическое управление в нефтяной компании. СПб.: Изд-во СПбГТУ, 1999.
5. *Новиков Д.А.* Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем. М.: Фонд "Проблемы управления", 1999.
6. *Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г.* Активный прогноз. М.: ИПУ РАН, 2002.
7. *Щепкин А.В.* Внутрифирменное управление (модели и механизмы). М.: ИПУ РАН, 2001.
8. Философский энциклопедический словарь. М.: Сов. энциклопедия, 1983.
9. *Бурков В.Н., Новиков Д.А.* Теория активных систем: состояние и перспективы. М.: Синтег, 1999.
10. *Алекперов В.Ю.* Вертикально интегрированные нефтяные компании России. М.: АУТОПАН, 1996.
11. *Виханский О.С., Наумов А.И.* Менеджмент: человек, стратегия, организация, процесс. М.: Изд-во МГУ, 1996.
12. *Глущенко В.В.* Информационные и структурные модели организационно-административных систем. СПб.: Изд-во СПбГТУ, 1997.
13. *Кондратенко В.И., Петкевич Ф.П.* Особенности организационной структуры и стратегии управления в рыночных условиях хозяйствования: Теория, опыт, практика. Тюмень: СофтДизайн, 1995.
14. *Менар К.* Экономика организаций. М.: ИНФРА-М, 1996.
15. *Мескон М., Альберт М., Хедоури Ф.* Основы менеджмента. М.: Дело, 1998.
16. *Мильнер Б.З.* Теория организации. М.: ИНФРА-М, 2002.
17. *Янг С.* Системное управление организацией. М.: Сов. радио, 1982.
18. *Meyer M.W.* Theory of organizational structure. Indianopolis: Bobbs-Merrill Educ. Publ., 1977.
19. *Айзерман М.А., Гусев Л.А., Петров С.В. и др.* Динамический подход к анализу структур, описываемых графами (основы графодинамики) // А и Т. I. 1977. № 7. С. 135 – 151. II. № 9. С. 123 – 136.

20. *Базилевич Л.А., Соколов Д.В., Франева Л.К.* Модели и методы рационализации и проектирования организационных структур управления: Уч. пособие Л.: Изд-во Ленингр. фин.-экон. ин-та, 1991.
21. *Бусленко Н.П.* Моделирование сложных систем. М.: Наука, 1978.
22. *Бусленко Н.П., Калашников В.В., Коваленко И.Н.* Лекции по теории сложных систем. М.: Сов. радио, 1973.
23. *Власюк Б.А., Моросанов И.С.* Синтез иерархической структуры управления в больших системах // А Т. 1973. № 3. С. 110 – 120.
24. *Воронин А.А., Мишин С.П.* Алгоритмы поиска оптимальной структуры организационной системы // А и Т. 2002. № 5. С. 120 – 132.
25. *Горский Ю.М.* Системно-информационный анализ процессов управления. Новосибирск: Наука, 1988.
26. *Дементьев В.Т., Ерзин А.И., Ларин Р.М. и др.* Задачи оптимизации иерархических структур. Новосибирск. Ин-т математики СО РАН, 1996.
27. *Ехлаков Ю.П., Яворский В.В.* Моделирование структурных взаимосвязей функционирования организационных систем управления. Томск: Изд-во ТГУ, 2000.
28. *Зингер И.С., Модин А.А., Коротяев М.Ф.* Экономико-организационные основы создания систем обработки данных. М.: Статистика, 1978.
29. *Крон Г.* Исследование сложных систем по частям – диакоптика. М.: Наука, 1972.
30. *Лейбкинд А.Р.* Математические методы в проектировании организационных структур управления. М.: ВНИИСИ, 1990.
31. *Лэсдон Л.С.* Оптимизация больших систем. М.: Наука, 1975.
32. *Михалевич В.С., Волкович В.Л.* Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем. М.: Наука, 1982.
33. *Модин А.А.* Матричное моделирование организационных структур / Оптимальное планирование и совершенствование управления народным хозяйством. М.: ИАТ, 1969.
34. *Овсиевич Б.Л.* Модели формирования организационных структур. Л.: Наука, 1979.
35. *Павлов В.Н.* Об одном подходе к оптимизации иерархических систем / Методы анализа взаимодействия в экономических системах. Новосибирск: Наука, 1980.
36. *Подчасов Т.П., Лагода А.П., Рудницкий В.Ф.* Управление в иерархических производственных структурах. Киев: Наук. думка, 1989.
37. *Поспелов Г.С., Ириков В.А., Курилов А.Е.* Процедуры и алгоритмы формирования комплексных программ. М.: Наука, 1985.
38. *Рийсмаа Т.А.* Об оптимизации структуры иерархической системы методами выпуклого программирования / Методы анализа взаимодействия в экономических системах. Новосибирск: Наука, 1980.
39. *Цвиркун А.Д.* Основы синтеза структуры сложных систем. М.: Наука, 1982.
40. *Цвиркун А.Д.* Структура сложных систем. М.: Радио и связь, 1975.
41. *Цвиркун А.Д., Акинфиев В.К., Соловьев М.М.* Моделирование развития крупномасштабных систем. М.: Наука, 1983.
42. *Цвиркун А.Д., Акинфиев В.К., Филиппов В.А.* Имитационное моделирование в задачах синтеза структуры сложных систем. М.: Наука, 1985.
43. *Алиев В.С., Кононенко А.Ф.* Об условиях точного агрегирования в теоретико-игровых моделях. М.: ВЦ РАН, 1991.
44. *Алиев В.С., Цветков А.В.* Игра двух лиц с фиксированной последовательностью ходов при агрегированной информации / Планирование, оценка деятельности и стимулирование в активных системах. М.: ИПУ РАН, 1985. С. 35-42.

45. *Баркалов С.А., Бурков В.Н., Гилязов Н.М.* Методы агрегирования в управлении проектами. М.: ИПУ РАН, 1999.
46. *Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А.* Теория графов в управлении организационными системами. М.: Синтег, 2001.
47. *Новиков Д.А., Петраков С.Н., Федченко К.А.* Стимулирование в управлении проектами как системообразующий фактор / Тр. Междунар. Симпоз. "Совнет' 99". Москва, 8-11 сентября 1999 г.
48. *Рубинштейн М.И., Сагынгалиев К.С., Медетов М.М. и др.* Задача синтеза производственной структуры / Механизмы управления социально-экономическими системами. М.: ИПУ РАН, 1988. С. 64 – 70.
49. *Трахтенгерц Э.А.* Компьютерная поддержка принятия решений. М.: Синтег, 1998.
50. *Юдицкий С.А.* Сценарный подход к моделированию поведения бизнес-систем. М.: Синтег, 2001.
51. *Бурков В.Н., Новиков Д.А.* Механизмы взаимодействия в сетевых структурах / Труды Международной конференции "Современные сложные системы управления". Липецк: Изд-во ЛГТУ, 2002.
52. *Новиков Д.А., Цветков А.В.* Механизмы функционирования организационных систем с распределенным контролем. М.: ИПУ РАН, 2001.
53. *Губко М.В., Новиков Д.А.* Теория игр в управлении организационными системами. М.: Синтег, 2002.
54. *Гермейер Ю.Б.* Игры с непротивоположными интересами. М.: Наука, 1976.
55. *Кукушкин Н.С., Морозов В.В.* Теория неантагонистических игр. М.: Изд-во МГУ, 1984.
56. *Kreps D.* Theory of choice. London: Vestview Press, 1988.
57. *Myerson R.B.* Game theory: analysis of conflict. London: Harvard Univ. Press, 1991.
58. *Новиков Д.А., Цветков А.В.* Механизмы стимулирования в многоэлементных организационных системах. М.: Апостроф, 2000.
59. *Новиков Д.А., Петраков С.Н.* Курс теории активных систем. М.: СИНТЕГ, 1999.
60. *Howard N.* Theory of meta-games / General syst. 1966. № 11. P. 187 – 200.
61. *Новиков Д.А., Петраков С.Н., Федченко К.А.* Децентрализация механизмов планирования в активных системах // А и Т. 2000. № 6. С. 120 – 126.
62. *Новиков Д.А.* Стимулирование в социально-экономических системах (базовые математические модели). М.: ИПУ РАН, 1998.