Д.А. Новиков

СТИМУЛИРОВАНИЕ В ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова

Д.А. Новиков

СТИМУЛИРОВАНИЕ В ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

Рекомендовано в качестве учебного пособия Методическим советом ФРТК Московского физико-технического института по специальности № 010300 «Прикладные математика и физика», специализация «Прикладные информационные технологии в управлении и бизнесе»

СИНТЕГ
Москва – 2003

УДК 519
ББК 22.18
Н 73

Н 73 Новиков Д.А. **Стимулирование в организационных системах**. М.: Синтег, 2003. – 312 с.

ISBN 5-89638-65-8

Монография посвящена описанию формальных моделей стимулирования в организационных системах. Ее целью, помимо ознакомления читателя с современным состоянием дел в данной области теории управления, является демонстрация необходимости и целесообразности использования моделей стимулирования для повышения эффективности функционирования организаций.

Рассматриваются модели индивидуального и коллективного стимулирования, устанавливается взаимосвязь между результатами моделирования и используемыми на практике формами и системами оплаты труда, приводятся результаты экспериментальных исследований, обсуждается возможность использования решений задач стимулирования при оптимизации состава организационных систем.

Книга адресована студентам вузов, аспирантам и специалистам (теоретикам и практикам) в области экономики труда и управления социально-экономическими системами.

Рецензенты: *доктор технических наук В.Г. Засканов*,
доктор экономических наук Р.М. Нижегородцев

УДК 519
ББК 22.18
Н 73

ISBN 5-89638-65-8

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Проблемы стимулирования, то есть побуждения людей, коллективов, предприятий, государств совершать действия, желательные для других, составляют важнейшую область общественных отношений. Материальное стимулирование (стимулирование материальными ценностями, в большинстве случаев – деньгами) является направлением, в котором наука управления сегодня имеет достаточно серьезные результаты. Это и понятно, поскольку наука управления ставит и решает задачи, допускающие, как правило, количественное измерение параметров, а деньги являются хорошим измерителем такого рода.

Предлагаемая читателю книга является, на мой взгляд, первым комплексным и достаточно полным изложением современного состояния в области стимулирования в организационных системах. Книгу можно разделить на три крупных раздела.

Первый раздел (главы с первой по четвертую) посвящен исследованию задач индивидуального стимулирования, когда орган, осуществляющий стимулирование (центр), строит систему стимулирования отдельно для каждого агента, то есть человека или организации, которых центр побуждает действовать в своих интересах. Здесь следует отметить сопоставительный анализ различных подходов к задачам стимулирования (с точки зрения теории управления, теории контрактов и экономики труда) и выделение на этой основе единой постановки задачи стимулирования в виде теоретико-игровой модели.

Автор вводит набор базовых систем стимулирования, и что важно, показывает, что применяемые на практике системы оплаты труда могут быть описаны базовыми системами стимулирования или их комбинациями.

В случае, если центр знает функции затрат агентов, то решение задачи стимулирования представляется достаточно очевидным. Необходимо компенсировать агенту затраты на выбор того или иного действия (достижения того или иного результата). Нетривиальные задачи возникают в случаях, когда решение необходимо найти в определенном классе систем стимулирования (например, в классе пропорциональных систем). В книге описаны соответствующие задачи математического программирования и на многочисленных примерах даны иллюстрации их решения.

Принципиальным вопросом является, однако, вопрос об идентификации функций затрат агентов. Как поведет себя агент в рамках действия той или иной системы стимулирования? Здесь мы вторгаемся отчасти в область психологии, экономики и социологии труда. В книге описаны четыре индивидуальные стратегии предложения труда и методы их анализа в терминах теории управления и экономики труда. Значительный интерес представляют результаты экспериментального исследования индивидуальных стратегий предложения труда на основе анкетного опроса трех категорий респондентов (студентов, учителей и работников медицинских учреждений). Экспериментальные данные показывают, что существуют четыре типа агентов, отличающихся стратегиями предложения труда. Интересно то, что более чем для половины респондентов их тип может быть правильно определен на основании информации только об их объективных характеристиках (пол, возраст, образование и т.д.). Конечно, этот вывод еще не достаточно обоснован – для повышения качества классификации требуется увеличение размера выборки, но важность его трудно переоценить.

Второй раздел включает, фактически, одну главу 5, посвященную моделям коллективного стимулирования. Возникающие здесь задачи становятся, естественно, более сложными, но в плане методологии используют ту же идею компенсации затрат агентов.

Интересный класс задач возникает при рассмотрении так называемых унифицированных систем стимулирования, которые наиболее распространены на практике. Здесь следует выделить результаты об оптимальности унифицированных систем, а также исследование конкретных классов систем оплаты труда, таких как бригадные формы оплаты труда, ранговые и соревновательные системы стимулирования и др.

Наконец, в третьем разделе (шестой и седьмой главах) автор рассматривает различные обобщения и развития базовых моделей предыдущих глав. Это и задачи выбора состава организационных систем, стимулирование в динамических организационных системах, системах с неопределенностью, системах с коалиционным взаимодействием участников, в иерархических системах и, наконец, в системах с распределенным контролем.

По стилю написания книгу отличает сочетание простоты и содержательности с достаточной строгостью и корректностью выводов. В целом она дает достаточно полное представление о современном состоянии в области проблем стимулирования в организационных системах и может служить как в качестве справочного и учебного пособия по этим вопросам, соответственно, для практиков и студентов, так и в качестве источника постановок новых задач для ученых – специалистов по управлению в социально-экономических системах.

Доктор технических наук, профессор, заведующий лабораторией активных систем Института проблем управления РАН

В.Н. Бурков

ВВЕДЕНИЕ

Организации и стимулирование. В соответствии с определением, данным в [106], *организация* (*организационная система*) – «объединение людей, совместно реализующих некоторую программу или цель и действующих на основе определенных процедур и правил». Совокупность процедур, правил и т.д., регламентирующих взаимодействие участников организационной системы (ОС) называется *механизмом* ее *функционирования*[1] [18, 78]. Частью механизма функционирования является *механизм управления* – совокупность процедур принятия управленческих решений [18].

Условия деятельности каждого субъекта в общем случае можно условно разделить на *ограничивающие* и *побуждающие*. Ограничивающие условия деятельности обусловлены принадлежностью к государству, нации, социальной группе, организации и т.д. и могут рассматриваться как институциональные. Среди них – система законов и норм, регламентирующих деятельность, начиная от законодательной системы и заканчивая «неписанными» законами и морально-этическими нормами. Они устанавливают систему ограничений, в рамках которой может осуществляться деятельность, разрешая или поощряя то, что не противоречит этой системе ограничений.

Побуждающие условия деятельности носят более персонифицированный характер и направлены на целенаправленное (то есть соответствующее целям и интересам отдельной личности, группы или коллектива, организации и т.д.) побуждение субъекта (или, опять же, группы, коллектива и т.д.) к совершению определенных действий. Каждый субъект, обладающий, в свою очередь, собственными целями и интересами, стремится к выбору действий, которые, с одной стороны, максимально соответствуют его целям и интересам, а, с другой стороны, удовлетворяют внешним и внутренним (ограничивающим) условиям деятельности.

---

[1] *Именно наличие механизма функционирования отличает организацию от коллектива (объединения людей, осуществляющих совместную деятельность) и группы (совокупности людей, объединенных общностью интересов).*

Одной из разновидностей целенаправленных внешних побуждающих воздействий (создания условий деятельности) является *стимулирование* (от латинского stimulus – остроконечная палка, которой погоняли животных) – «внешнее воздействие на организм, личность или группу людей, побуждение к совершению некоторого действия» [96]. Описание стимулирования включает: изучение поведения в отсутствии побуждения, анализ возможных реакций на те или иные воздействия, поиск допустимых воздействий, обеспечивающих совершение требуемых действий.

Последний аспект соответствует *управлению*, понимаемому как воздействие на управляемую систему с целью обеспечения желательного ее поведения. При этом в социально-экономических системах характерной чертой стимулирования, как разновидности управления, является необходимость согласования интересов управляющего и управляемого субъектов.

В настоящей работе стимулирование рассматривается именно с управленческой точки зрения (в том числе – при фиксированных институциональных ограничениях) и понимается в общем случае как комплексное целенаправленное внешнее воздействие на компоненты деятельности управляемой системы и процессы их формирования [77].

Следовательно, *механизм стимулирования* (*систему стимулирования*) можно определить как процедуру (правило) принятия управляющим органом решений относительно побуждения управляемых субъектов к совершению требуемых действий. Наиболее подробно изученной (и распространенной на практике) разновидностью стимулирования является *материальное стимулирование* – оплата труда. Поэтому, если не оговорено особо, под стимулированием будем понимать именно материальное стимулирование.

Стимулирование с точки зрения различных наук. Стимулирование изучается в таких областях науки как экономика, психология, управление и др. По «масштабу» рассмотрения и применяемым методам можно выделить следующие взаимосвязанные **подходы**:

- «*макроэкономический*», в котором в центре внимания находится рынок труда [3, 58, 108, 116, 136, 143, 148, 163];

- «*микроэкономический*», в котором акцент делается на рассмотрении стимулирования в рамках организации (предприятия, ведомства, фирмы и т.д.), причем основой является анализ именно экономической деятельности (как индивидуальной, так и коллективной) [22, 61, 64, 65, 88, 153];

- «*агентный*», в котором центром рассмотрения является человек, группа, коллектив и т.д. с их потребностями и интересами [2, 66, 68, 77, 121, 144].

Рассмотрим перечисленные подходы более подробно. Для их описания удобно использовать следующую качественную модель.

Выделим трех участников трудовых отношений (см. рисунок 1). Первый (управляемый) субъект – конкретный индивидуум, субъект (быть может, коллективный), например, работник, коллектив отдела и т.д., предложением которого является труд, за который он поощряется. Условно управляемого субъекта в дальнейшем будем обозначать термином «*агент*».

Второй (управляющий) субъект – «работодатель», то есть организация, предприятие, ведомство, фирма и т.д., которых мы будем обобщенно обозначать термином «*центр*», является «потребителем» труда агента, преобразуя его в некоторый товар (продукты, услуги и т.д.), обладающий рыночной стоимостью. Поставляя товар на рынок, центр получает некоторый доход.

И, наконец, третий объект – «*рынок*» (будем считать, что рынок не обладает собственными интересами) как институт обмена правами собственности (в данном случае имеются в виду товарный, фондовый и др. рынки, но не рынок труда), является «потребителем» товара центра.

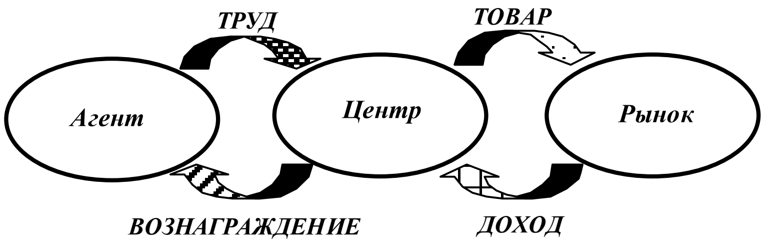

Рис. 1. Участники трудовых отношений

Итак, агент обменивает свой труд на вознаграждение со стороны центра[1], вступая тем самым во взаимоотношения с другими участниками *рынка труда*; а центр «обменивает» на рынке товар, созданный с использованием труда агента, на доход (см. рисунок 1).

Как отмечалось выше, в рамках настоящей работы нас интересуют вопросы стимулирования, в частности – оплаты труда. Для того чтобы ответить на вопрос, является ли то или иное вознаграждение допустимым и желательным с точки зрения агента и центра, следует определить их предпочтения.

Под *предпочтениями* центра (агента) мы будем понимать совокупность его свойств и способностей по определению индивидуальной ценности, полезности и т.д. различных альтернатив. В первом приближении можно считать, что центр заинтересован в максимизации прибыли (то есть его система предпочтений такова, что альтернативы, соответствующие большим значениям «прибыли», более предпочтительны), а агент – в максимизации некоторой субъективной полезности, зависящей от показателей труда и величины вознаграждения (то есть система предпочтений агента такова, что она позволяет ему «сравнивать» различные комбинации труда и вознаграждения).

---

[1] Следует отметить, что в приводимых рассуждениях один и тот же агент свободен в выборе работодателя, а работодатель – в выборе работника, поэтому можно условно считать, что на рисунке 1 изображена одна из возможных комбинаций взаимодействия некоторых агента и центра.

Введя предположение о наличии предпочтений участников трудовых отношений, для корректной постановки задачи поиска величины вознаграждения агента со стороны центра осталось определить, что является целью деятельности каждого из субъектов, а что – ограничениями (внешними условиями) деятельности. Именно в этот момент возникают несколько альтернатив, соответствующих различным подходам к исследованию стимулирования. Будем считать, что каждый агент имеет свои представления о минимальной оплате, которая с его субъективной точки зрения соответствует его квалификации.

В рамках «макроэкономического» подхода предполагается, что (для каждого агента) объективно существует рыночная зарплата. Если зарплата, предлагаемая некоторым работодателем, не ниже рыночной, то агент соглашается работать за данную оплату. Ограничениями при этом являются экономическая эффективность (выгодность с точки зрения прибыли центра) найма данного агента и соответствие предлагаемой оплаты субъективным представлениям агента. Подобный подход, в рамках которого условно можно считать «основным» взаимодействие агента и рынка труда (см. рисунок 2а), развивается в многочисленных работах по исследованию предложения и спроса на рынке труда [40, 58, 116, 131, 149].

На рисунке 2 (а, б и в) условно обозначены связи между рассматриваемыми участниками трудовых отношений. Жирными кружками (линиями) в каждом из случаев выделены те элементы (связи), которые считаются «основными».

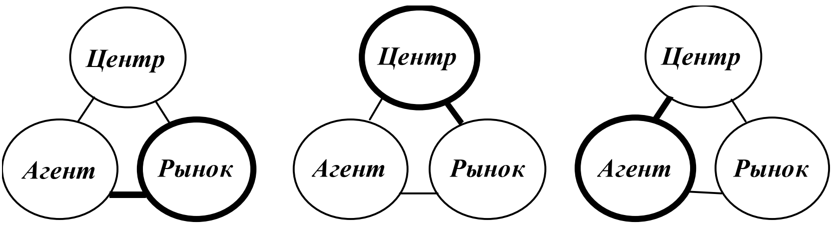

Рис. 2а. «Макроэкономический» подход

Рис. 2б. «Микроэкономический» подход

Рис. 2в. «Агентный» подход

При «микроэкономическом» подходе «основным» является взаимодействие центра и товарного рынка (см. рисунок 2б). Другими словами, центр нанимает конкретного агента, если его труд приводит к созданию товара или услуги, реализация которых приводит к максимальной прибыли. Ограничениями при этом являются субъективные представления агента и его рыночная зарплата. Задачи определения оптимальной (эффективной) заработной платы, оптимального числа нанимаемых работников и др. рассматриваются в работах по теории фирмы, теории контрактов и др. [64, 74, 141].

Если в качестве «основного» рассматривается взаимодействие агента с центром (см. рисунок 2в), то есть соответствие предлагаемого центром вознаграждения предпочтениям агента, то такой подход считается агентным. Ограничениями при этом являются экономическая эффективность (с точки зрения прибыли центра) найма данного работника за данную оплату, а также рыночная зарплата данного работника. Агентный подход рассматривается в основном в работах по принятию решений, теории управления и др. [18, 21, 27, 34, 77, 142, 150, 155].

Ниже в настоящей работе развивается, в основном, агентный подход, а именно считается, что агент соглашается на такие условия оплаты, которые являются наилучшими с точки зрения его субъективных предпочтений. Такое решение будет допустимым, только если оно выгодно для центра (обеспечивает ему допустимую или максимально возможную в данных условиях прибыль) и не нарушает рыночного равновесия (величина вознаграждения данного агента не ниже его рыночной зарплаты).

В рамках агентного подхода, в зависимости от выделяемого предмета исследования и используемых методов исследования различают следующие **направления**:

- «*менеджмента*», как совокупности систематизированных положений о наиболее эффективном управлении организацией, носящих обобщающий, эмпирический и интуитивный характер[1] [23, 24, 38, 55, 59, 66, 67, 90, 95, 113, 119, 132, 137];

---

[1] *Сюда же можно включить и управление персоналом* [1, 37, 39, 42-46, 100, 102, 103, 105, 114, 121, 146].

- «*психолого-социологическое*», исследующее процессы мотивации деятельности человека или в более общем случае – деятельность групп и коллективов [41, 44, 51, 60, 63, 89, 93, 109, 110];

- «*математическое*», изучающее формальные (математические, имитационные и др.) модели – аналоги реальных систем [4-21, 27, 28, 30-36, 47, 48, 52-54, 56, 57, 72-83, 87, 111, 112, 115, 140, 153, 156, 158].

Упомянутые направления и выделенные подходы взаимосвязаны и взаимно используют результаты и методы друг друга. Однако, к сожалению, на сегодняшний день это взаимопроникновение недостаточно глубоко, и зачастую исследователи говорят на разных языках, не осознавая возможности переноса результатов из одной области исследований в другую.

Более того, несмотря на то, что большинство исследователей отмечает многоаспектность стимулирования как составляющей части мотивации, то есть наличие разнообразных форм, методов и средств стимулирования, на сегодняшний день большинство работ явно или неявно посвящено изучению *материального стимулирования* – таких поощрений или наказаний субъектов, которые могут быть измерены в денежной форме. Помимо этого, многие результаты исследований стимулирования в «гуманитарных» областях науки носят интуитивный характер и не всегда достигают желательного уровня строгости и формализации. Формальные же модели стимулирования, как отмечалось выше, изучаются в теории управления.

Стимулирование в теории управления. Формальные (математические, точнее – теоретико-игровые) модели стимулирования исследуются в рамках таких разделов теории управления социально-экономическими системами как: теория активных систем [7, 18, 77, 78], теория иерархических игр [27, 30, 31, 53], теория контрактов [123, 124, 141-145] и др. Необходимость использования моделей обусловлена сложностью, а зачастую и невозможностью проведения на социально-экономических системах натурного эксперимента. С одной стороны, применение математических моделей в ряде случаев дает возможность оценить эффективность различных механизмов управления, провести игровое и/или имитационное исследование, обучение управленческого персонала и т.д. С другой стороны, для большинства существующих теоретических результатов, полученных в упомянутых выше научных областях, характерен определенный отрыв от практики: как вводимые предположения, так и получаемые выводы не всегда сопровождаются содержательными интерпретациями или не доводятся до конструктивных прикладных алгоритмов и методик.

Другими словами, наблюдается значительный разрыв между теорией и практикой: с одной стороны, специалисты-практики иногда даже не подозревают о том, что в теории управления накоплен значительный опыт анализа и синтеза формальных моделей стимулирования; с другой стороны, специалисты-теоретики далеко не всегда доводят свои результаты до этапа практического использования, когда ими могут воспользоваться управленцы, не имеющие соответствующей математической подготовки.

Существующий разрыв отрицательно сказывается на обеих областях – игнорирование последних достижений науки не позволяет достичь высокой эффективности системы управления организацией, а отрыв от практики приводит к изоляции и выхолащиванию содержания теоретических моделей.

Поэтому настоящая работа может рассматриваться как попытка сделать шаг в сторону установления более тесных связей результатов анализа теоретико-игровых моделей стимулирования и результатов, полученных в рамках «макроэкономического» и «микроэкономического» подходов.

С этой целью рассматривается совокупность моделей достаточно простых и широко распространенных на практике систем стимулирования. Для их исследования применяются различные методы. Сначала осуществляется формальное описание, и в рамках анализа теоретико-игровых моделей исследуются свойства систем стимулирования. Затем устанавливается взаимосвязь полученных формальных результатов (отчасти, производится идентификация компонентов моделей) с результатами анализа систем стимулирования в рамках современных представлений менеджмента.

Структура изложения. Изложение материала настоящей работы имеет следующую структуру.

Первая глава посвящена описанию *моделей индивидуального стимулирования* (индивидуальным называется стимулирование агента за показатели, зависящие только от него самого). В частности, рассматриваются подходы теории управления (раздел 1.1), теории контрактов (раздел 1.2) и экономики труда (разделы 1.3 и 1.4). Заключительный раздел первой главы (раздел 1.5) содержит обсуждение взаимосвязи между перечисленными подходами.

Во второй главе вводятся формальные модели *базовых систем стимулирования* – элементарных моделей систем стимулирования, из которых могут конструироваться другие более сложные системы стимулирования (раздел 2.1). Раздел 2.2 посвящен установлению соответствия между формальными моделями стимулирования и реальными формами и системами оплаты труда, используемыми на практике; раздел 2.3 – анализу сравнительной эффективности базовых систем стимулирования.

Третья и четвертая главы настоящей работы содержат описание теоретических и экспериментальных результатов исследования проблем идентификации основных компонентов моделей стимулирования – предпочтений, соответственно, агента и центра.

Пятая глава посвящена описанию *моделей коллективного стимулирования* (коллективным называется стимулирование агента за показатели, зависящие в общем случае от всех членов его коллектива). В частности, рассматриваются системы стимулирования за индивидуальные результаты (раздел 5.1) и за результаты коллективной деятельности (раздел 5.2).

Системы стимулирования, в которых для каждого агента устанавливается собственная зависимость его вознаграждения от тех или иных показателей, называются *персонифицированными*. В то же время, зачастую центр вынужден использовать единую для всех агентов зависимость вознаграждения от результатов деятельности, то есть – *унифицированную систему стимулирования*. Поэтому в разделе 5.3 рассматриваются модели унифицированных систем стимулирования.

Кроме того, в пятой главе содержится описание моделей таких распространенных на практике форм и методов коллективного стимулирования, как «бригадные» формы оплаты труда (раздел 5.4), шкалы оплаты труда (раздел 5.5) и ранговые системы стимулирования (раздел 5.6).

Умея решать задачи синтеза систем стимулирования (имея результаты исследования соответствующих моделей), можно ставить и решать более сложные задачи управления организационными системами. Примером являются задачи управления составом организационных систем, рассматриваемые в шестой главе.

Таким образом, в первых шести главах рассматриваются простейшие (так называемые базовые) модели стимулирования – в статических детерминированных двухуровневых организационных системах. Седьмая же глава содержит качественное обсуждение обобщений базовых моделей – задач институционального управления (раздел 7.1) и задач стимулирования в:

- динамических организационных системах (раздел 7.2);
- организационных системах с неопределенностью (раздел 7.3);
- иерархических организационных системах (раздел 7.4);
- матричных структурах управления (раздел 7.5);
- организационных системах с коалиционным взаимодействием участников (раздел 7.6).

Заключение содержит краткое обсуждение основных результатов и перспективных направлений дальнейших исследований систем стимулирования в организационных системах.

Настоящая работа рассчитана на широких круг читателей, интересующихся проблемами стимулирования в организационных системах, и не требует углубленной математической или экономической подготовки (достаточными являются знания высшей математики в объеме первых двух курсов технического или экономического вуза).

Можно предложить несколько подходов к ознакомлению с материалом настоящей книги. Первый – линейный, заключающийся в последовательном прочтении всех семи глав. Второй рассчитан на читателя, интересующегося в большей степени формальными моделями, и заключается в прочтении первой, пятой, шестой и седьмой глав и беглом ознакомлении с остальными главами. Третий ориентирован на читателя, не желающего вникать в математические тонкости, и заключается в прочтении первых четырех глав.

ГЛАВА 1. Модели индивидуального стимулирования

Изучение формальных моделей стимулирования в рамках *теории управления* началось практически одновременно и независимо как в бывшем СССР, так и за рубежом, примерно в конце шестидесятых годов прошлого века. Основными научными школами по этому направлению исследований являются *теория активных систем* [7, 18, 77, 78], *теория иерархических игр* [27, 30, 31, 53] и *теория контрактов* [141-145, 153]. Кроме того, проблемы стимулирования (спроса на труд, предложения труда и т.д.) традиционно находятся в центре внимания *экономики труда* [116, 143].

Поэтому первые два раздела настоящей главы посвящены описанию основных подходов и результатов таких разделов теории управления как теория активных систем, теория иерархических игр (раздел 1.1) и теория контрактов (раздел 1.2). Третий и четвертый разделы – обсуждению проблем стимулирования с точки зрения экономики труда. Заключительный раздел первой главы (раздел 1.5) содержит сопоставительный анализ различных моделей и условия их эквивалентности.

1.1. Задача стимулирования в теории управления

Основным аппаратом построения моделей стимулирования является *теория игр* – раздел прикладной математики, исследующий модели принятия решений в условиях несовпадения интересов сторон (*игроков*), когда каждая сторона стремится воздействовать на развитие ситуации в собственных интересах [27, 34, 35, 140, 158]. Простейшей игровой моделью является взаимодействие двух игроков – *центра* (principal) и подчиненного ему агента (agent). В качестве центра может выступать непосредственный руководитель агента или организация, заключившая трудовой (или какой-либо иной – страховой, подрядный и др.) договор с агентом. В качестве агента может выступать наемный работник или организация, являющаяся второй стороной по соответствующему договору.

Перейдем к описанию *базовой модели стимулирования*, отражающей взаимодействие одного начальника и одного подчиненного.

Рассмотрим *организационную систему* (ОС), состоящую из одного управляющего органа – *центра* – на верхнем уровне иерархии и одного управляемого субъекта – *агента* на нижнем уровне. *Участники ОС*, то есть центр и агент, обладают свойством *активности* – способностью самостоятельного выбора действий (стратегий).

Механизмом функционирования ОС называется совокупность правил, законов и процедур, регламентирующих взаимодействие участников системы. *Механизмом стимулирования* называется правило принятия решений центром, относительно стимулирования агента. Механизм стимулирования включает в себя *систему стимулирования*, которая в рамках моделей, рассматриваемых в настоящей работе, полностью определяется *функцией стимулирования,* задающей зависимость вознаграждения агента от выбираемых им действий. Поэтому в дальнейшем при рассмотрении теоретико-игровых моделей будем употреблять термины «механизм стимулирования», «система стимулирования» и «функция стимулирования» как синонимы.

Стратегией агента является выбор *действия* $y \in A$, принадлежащего множеству допустимых действий A. Содержательно действием агента может быть количество отрабатываемых часов, объем произведенной продукции и т.д. Множество допустимых действий агента представляет собой набор альтернатив, из которых он производит свой выбор. Например, диапазон возможной продолжительности рабочего времени, неотрицательный и не превышающий технологические ограничения объем производства, уровень качества продукции и т.д.

Стратегией центра является выбор *функции стимулирования* $\sigma(y) \in M$, принадлежащей допустимому множеству M и ставящей в соответствие действию агента некоторое неотрицательное вознаграждение, выплачиваемое ему центром, то есть[1] $\sigma: A \to \Re_1^+$. Множество допустимых вознаграждений может ограничиваться как законодательно (например, минимальным размером оплаты труда), так и, например, соображениями экономической эффективности деятельности центра, тарифно-квалификационными требованиями к оплате труда данного агента и т.д.

Выбор действия $y \in A$ требует от агента *затрат* $c(y)$ и приносит центру *доход* $H(y)$. *Функцию затрат агента* $c(y)$ и *функцию дохода центра* $H(y)$ будем считать известными (проблемы их идентификации обсуждаются в третьей и четвертой главах настоящей работы).

Интересы участников организационной системы (центра и агента) отражены их *целевыми функциями*[2], которые обозначим, соответственно[3], $\Phi(\cdot)$ и $f(\cdot)$ (функциями выигрыша, полезности и т.д., в записи которых зависимость от стратегии центра будет опускаться), представляющими собой: для агента – разность между стимулированием и затратами[4]

(1.1) $f(y) = \sigma(y) - c(y)$;

а для центра – разность между доходом и *затратами центра на стимулирование* – вознаграждением, выплачиваемым агенту:

(1.2) $\Phi(y) = H(y) - \sigma(y)$.

Обсудим структуру целевых функций.

Во-первых, исходя из содержательных интерпретаций (см. четвертую главу настоящей работы), функцию $H(y)$ правильнее было бы назвать «прибылью», а не «доходом». Тем не менее, будем следовать установившейся в теории управления терминологии.

Во-вторых, расходы на оплату труда обычно составляют незначительную часть затрат организации (например, для промыш-

---

[1] *Напомним, что запись «$g: X \to Y$» обозначает отображение g множества X во множество Y.*

[2] *Альтернативным способом описания предпочтений участников ОС является задание матрицы сравнительной (попарной) предпочтительности различных действий. Условия эквивалентности обоих описаний можно найти в* [14].

[3] *Напомним, что запись «$g(\cdot)$» обозначает функцию g от некоторого аргумента.*

[4] *В настоящей работе принята независимая нумерация формул, рисунков, таблиц и примеров внутри каждой главы. Первая цифра обозначает номер главы.*

ленных предприятий – от 3 до 15 процентов). Тем не менее, с точки зрения мотивации важна не относительная доля этих затрат, а абсолютный размер вознаграждения, что обосновывает целесообразность их учета в целевой функции центра наряду с доходом.

В-третьих, используемое в настоящей работе представление целевой функции агента в виде (1.1) – «*стимулирование минус затраты*» – не является единственно возможным. Так, существуют модели, в которых предпочтения агента описываются разностью между его доходом и штрафами, устанавливаемыми центром [7, 8, 15, 16, 77] – так называемое представление «*доход минус штрафы*» (при этом штрафы, выплачиваемые агентом, суммируются с доходом центра в целевой функции последнего). Так как оба представления эквивалентны (одно сводится к другому с помощью линейного преобразования и замены переменных [77, 78]), то результаты исследования одного представления предпочтений участников ОС непосредственно переносятся и на другое представление.

После того как введены целевые функции, отражающие предпочтения участников ОС, целесообразно обсудить различия в описании материального и нематериального стимулирования.

Наличие скалярной целевой функции подразумевает существование единого эквивалента, в котором измеряются все слагаемые целевых функций (затраты агента, доход центра и, естественно, само стимулирование).

В случае, когда речь идет о материальном вознаграждении агента, таким эквивалентом выступают деньги. Содержательные интерпретации дохода центра при этом очевидны (более того, практически во всех работах, содержащих описание формальных моделей стимулирования, предполагается, что и стимулирование, и доход центра «измеряются» в денежных единицах – см. также четвертую главу настоящей работы). Сложнее дело обстоит с затратами агента, поскольку не всегда можно адекватно выразить в денежных единицах, например, удовлетворенность агента работой и т.д. (см. также третью часть настоящей работы). С экономической точки зрения затраты агента можно интерпретировать как денежный эквивалент тех усилий, которые агент должен произвести для достижения того или иного действия. В рамках такой интерпретации вполне естественной выглядит идея компенсации затрат – вознаграждение со стороны центра должно как минимум компенсировать затраты агента (см. более подробно формальное описание в настоящем разделе ниже).

Если затраты агента измеряются в некоторых единицах «полезности» (учитывающей, например, физическую усталость, моральное удовлетворение от результатов труда и т.д.), отличных от денежных единиц (и несводимых к ним линейным преобразованием), то для того, чтобы иметь возможность складывать или вычитать полезности при введении целевой функции типа (1.1), необходимо определить полезность вознаграждения. Например, если используется материальное стимулирование, то можно ввести функцию полезности $\tilde{u}(\sigma(y))$, которая отражала бы полезность денег для рассматриваемого агента. Целевая функция агента при этом примет вид $f(y) = \tilde{u}(\sigma(y)) - c(y)$.

Также на практике распространен прием, заключающийся в «линеаризации» функции дохода центра. При этом целевые функции участников ОС (1.1) и (1.2) примут, соответственно, вид:

$$\hat{f}(y) = \hat{\sigma}(y) - \hat{c}(y),\ \hat{Ц}(y) = y - \hat{\sigma}(y),\ y \in \hat{A},\ \sigma \in \hat{M},$$

где $\hat{\sigma}(\cdot) = \sigma(H^{-1}(\cdot)),\ \hat{c}(\cdot) = c(H^{-1}(\cdot)),\ \hat{A} = H^{-1}(A),\quad \hat{M} = H^{-1}(M)$, $H^{-1}(\cdot)$ – функция, обратная функции $H(\cdot)$ дохода центра.

Введем следующие **предположения**[1], которых будем придерживаться, если не оговорено особо, в ходе дальнейшего изложения.

Во-первых, будем считать, что множество возможных действий агента составляет положительную полуось. Отказу агента от участия в ОС (бездействию) соответствует нулевое действие.

Во-вторых, относительно функции затрат агента предположим, что она не убывает, непрерывна, а затраты от выбора нулевого действия равны нулю (иногда дополнительно будем требовать, чтобы функция затрат была выпукла и непрерывно дифференцируема).

---

[1] *Данные предположения могут быть ослаблены – см.* [54, 77, 78, 80, 81], *что несколько усложнит обоснование основных результатов. Поэтому в настоящей работе выбран компромисс между простотой и общностью.*

В третьих, допустим, что функция дохода центра непрерывна, неотрицательна, и доход центра в случае отказа агента от участия в ОС (выборе последним нулевого действия) равен нулю.

Приведем содержательные интерпретации введенных предположений.

Первое предположение означает, что выбор возможных действий агента выражается величинами, представляющими собой неотрицательные действительные числа, например, количество отработанных часов, объем произведенной продукции и т.д.

Из второго предположения следует, что выбор б*о*льших действий требует от агента не меньших затрат. Например, затраты могут расти с ростом объема выпускаемой продукции. Кроме того, нулевое действие (отсутствие деятельности агента) не требует затрат.

Третье предположение накладывает ограничения на функцию дохода центра, требуя, чтобы при выборе агентом нулевого действия (что в силу второго предположения требует от последнего нулевых затрат, то есть соответствует отсутствию взаимодействия с центром) центр не имел дохода, но и не нес убытков. Отметим, что это предположение несущественно для большинства приводимых ниже рассуждений.

Рациональное поведение участника ОС заключается в максимизации выбором собственной стратегии его целевой функции с учетом всей имеющейся у него информации – так называемая *гипотеза рационального поведения* [16, 27, 34, 78] (ГРП).

Определим *информированность участников ОС* и *порядок функционирования*[1]. Будем считать, что на момент принятия решения (выбора стратегии) участникам ОС известны все целевые функции и все допустимые множества. Специфика теоретико-игровой задачи стимулирования заключается в том, что в ней фиксирован порядок ходов[2]: центр обладает правом первого хода,

---

[1] *Информированностью субъекта называется та информация, которой он обладает на момент принятия решений. Порядком функционирования называется последовательность получения информации и выбора стратегий участниками организационной системы.*

[2] *Игра* $Г_2$ *с побочными платежами в терминологии теории иерархических игр* [27].

сообщая агенту выбранную им функцию стимулирования, после чего при известной стратегии центра агент выбирает свое действие, максимизирующее его целевую функцию.

Пример 1.1. В качестве примера рассмотрим упрощенную модель *трудового контракта*, заключаемого между работником (агентом) и некоторой организацией (центром) и являющегося, как правило, документом[1], в котором отражено следующее: центр обязуется обеспечить условия работы и выплатить вознаграждение, прямо или косвенно зависящее от результатов деятельности (действий) агента. Помимо этого в контракте оговариваются права и обязанности агента, в том числе – выбор каких действий он может и обязуется производить и т.д.

Таким образом, стратегией центра является выбор системы стимулирования, стратегией агента – выбор действия. Условия контракта (его содержание) известны обеим сторонам. Информированность участников следующая. На момент принятия решений (о том, какую систему стимулирования центру следует установить для того или иного агента) центр имеет информацию о том, какие действия этот агент может выбирать (множество его допустимых (возможных) действий) и о предпочтениях агента (его целевой функции) на этом множестве. Помимо этого центру, естественно, известны свои собственные предпочтения и ограничения (в том числе, институциональные) на множество допустимых функций стимулирования. Агент на момент принятия решения о том, какое действие ему следует выбрать, знает свои предпочтения и множество своих возможных действий, а также выбранную центром систему стимулирования, то есть функциональную зависимость вознаграждения от действий. Порядок функционирования следующий: заключается контракт, затем агент выбирает свое действие, после чего производятся выплаты. •[2]

Так как значение целевой функции агента зависит как от его собственной стратегии – действия, так и от функции стимулирования, то в рамках принятой гипотезы рационального поведения агент будет выбирать действия, которые при заданной системе

---

[1] *Отметим, что различают явные и неявные контракты* [10, 73, 118, 144, 156].

[2] *Символом* «•» *здесь и далее обозначается окончание примера.*

стимулирования максимизируют его целевую функцию. Понятно, что множество таких действий, называемое множеством *реализуемых действий*, зависит от используемой центром системы стимулирования. **Основная идея стимулирования** как раз и заключается в том, что, варьируя систему стимулирования, центр может побуждать агента выбирать те или иные действия.

Так как целевая функция центра зависит от действия, выбираемого агентом, то *эффективностью*[1] *системы стимулирования* является значение целевой функции центра на множестве действий агента, реализуемых данной системой стимулирования. Следовательно, задача стимулирования заключается в том, чтобы выбрать оптимальную систему стимулирования – имеющую максимальную эффективность. Приведем формальные определения.

Множество действий агента, доставляющих максимум его целевой функции (и, естественно, зависящее от функции стимулирования), называется *множеством решений игры* или *множеством действий, реализуемых данной системой стимулирования*[2]:

(1.3) $P(\sigma) = \mathrm{Arg}\max_{y \in A} \{\sigma(y) - c(y)\}$.

Зная, что агент выбирает действия из множества[3] (1.3), центр должен найти систему стимулирования, которая максимизировала бы его собственную целевую функцию. Так как множество $P(\sigma)$ может содержать более одной точки, необходимо доопределить (с точки зрения предположений центра о поведении агента) выбор агента. Если не оговорено особо, то в ходе последующего изложения будем считать выполненной *гипотезу благожелательности* (ГБ), которая заключается в следующем: если агент безразличен

---

[1] *В экономике традиционно под «эффективностью» понимается отношение эффекта к затратам. Мы же будем следовать сложившейся в теории управления терминологии, и называть эффективностью управления значение целевой функции центра (в общем случае эффективность может определяться как некоторый функционал над* $(\Phi(\cdot), f(\cdot), \sigma(\cdot), y)$).

[2] *Всюду при использовании максимумов и минимумов предполагается, что они достигаются.*

[3] *Напомним, что запись «*$\mathrm{Arg}\max_{v \in V} g(v)$*» обозначает множество глобальных максимумов функции* $g(v)$ *на множестве* V.

между выбором нескольких действий (например, действий, на которых достигается глобальный максимум его целевой функции), то он выбирает из этих действий то действие, которое наиболее благоприятно для центра [16, 34, 78].

Итак, в рамках ГБ агент выбирает из множества (1.3) наиболее благоприятное для центра действие, следовательно, *эффективность системы стимулирования* $\sigma \in M$ равна:

(1.4) $K(\sigma) = \max\limits_{y \in P(\sigma)} \Phi(y)$

где $\Phi(y)$ определяется (1.2).

Если отказаться от гипотезы благожелательности, то следует вместо эффективности (1.4) стимулирования использовать *гарантированную эффективность*

$$K_g(\sigma) = \min\limits_{y \in P(\sigma)} \Phi(y).$$

Прямая задача синтеза оптимальной системы стимулирования заключается в выборе допустимой системы стимулирования, имеющей максимальную эффективность:

(1.5) $K(\sigma) \to \max\limits_{\sigma \in M}$,

или максимальную гарантированную эффективность:

$$K_g(\sigma) \to \max\limits_{\sigma \in M}.$$

Система стимулирования $\sigma^*(\cdot)$, являющаяся решением задачи (1.5), то есть имеющая максимальную эффективность, называется *оптимальной*[1]:

$$\sigma^*(\cdot) = \arg \max\limits_{\sigma \in M} K(\sigma).$$

Обозначим $K^* = K(\sigma^*)$, $K_g^* = \max\limits_{\sigma \in M} K_g(\sigma)$. Очевидно, что $K^* \geq K_g^*$. В [27, 77, 81] доказано, что, если целевые функции непрерывны, а допустимые множества компактны, то эффективность K_g^* гарантированно оптимальной системы стимулирования сколь

---

[1] *Напомним, что запись «*$\arg \max\limits_{v \in V} g(v)$*» значение аргумента, на котором достигается глобальный максимум функции* $g(v)$ *на множестве* V

угодно близка к эффективности K^* оптимальной системы стимулирования.

Обратная задача стимулирования заключается в поиске множества систем стимулирования, реализующих заданное действие, или в более общем случае – заданное множество действий $A^* \subseteq A$. Например, при $A^* = \{y^*\}$ обратная задача может заключаться в поиске множества $M(y^*)$ систем стимулирования, реализующих это действие, то есть[1] $M(y^*) = \{\sigma \in M \mid y^* \in P(\sigma)\}$. Определив $M(y^*)$, центр имеет возможность найти в этом множестве «минимальную» систему стимулирования, то есть реализующую заданное действие с минимальными затратами на стимулирование, или систему стимулирования, обладающую какими-либо другими заданными свойствами, например – монотонность, линейность и т.д.

Следует отметить, что введенные выше предположения согласованы в следующем смысле. Агент всегда может выбрать нулевое действие, не требующее от него затрат (второе предположение) и приносящее нулевой доход центру (третье предположение). В то же время, центр имеет возможность ничего не платить ему за выбор этого действия.

Во всех содержательных интерпретациях теоретико-игровых моделей стимулирования (см. обзор [10] по теории контрактов и [54, 77, 153]) предполагается, что у агента имеется альтернатива – сохранить статус-кво, то есть не вступать во взаимоотношения с центром (не заключать трудового контракта). Отказываясь от участия в данной ОС, агент не получает вознаграждения от центра и всегда имеет возможность выбрать нулевое действие, обеспечив себе неотрицательное (точнее – нулевое) значение целевой функции. Если вне данной ОС агент может гарантированно получить полезность $\overline{U} \geq 0$ (*пособие по безработице* или *резервную полезность* – reservation wage utility) в терминологии теории контрактов), то и при участии в данной ОС ему должен быть гарантирован не меньший уровень полезности. С учетом резервной полезности множество (1.3) реализуемых действий примет вид

---

[1] *Напомним, что запись* $\{v \in V \mid g(v) \geq 0\}$ *обозначает множество таких v, принадлежащих множеству V, на которых функция* $g(\cdot)$ *принимает неотрицательные значения.*

(1.6) $P(\sigma, \overline{U}) = \operatorname{Arg} \max\limits_{\{y \in A \mid \sigma(y) \geq c(y) + \overline{U}\}} \{\sigma(y) - c(y)\}$.

Далее для простоты, если не оговорено особо, без ограничения общности [54] будем считать резервную полезность равной нулю.

Сделав маленькое отступление, обсудим более подробно модель процесса принятия решений агентом. Предположим, что некоторый агент предполагает устроиться на работу на некоторое предприятие. Ему предлагается контракт $\{\sigma(y), y^*\}$, в котором оговаривается зависимость $\sigma(\cdot)$ вознаграждения от результатов y его деятельности, а также то, какие конкретные результаты y^* от него ожидаются. При каких условиях агент подпишет контракт, если обе стороны – и агент, и предприятие (центр) принимают решение о подписании контракта самостоятельно и добровольно? Рассмотрим сначала принципы, которыми может руководствоваться агент.

Первое условие – *условие согласованности стимулирования* (incentive compartibility constraint), которое заключается в том, что при участии в контракте выбор именно действия y^* (а не какого-либо другого допустимого действия) доставляет максимум его целевой функции (функции полезности). Другими словами, это – условие того, что система стимулирования согласована с интересами и предпочтениями агента.

Второе условие – *условие участия* в контракте (иногда его называют *условием индивидуальной рациональности* – individual rationality constraint), которое заключается в том, что, заключая данный контракт, агент ожидает получить полезность, большую, чем он мог бы получить, заключив другой контракт с другой организацией (с другим центром). Представления агента о своих возможных доходах на рынке труда отражает такая величина как *резервная заработная плата*. Остановимся на ее рассмотрении более подробно.

<u>Пример 1.2.</u> Предположим, что агент (безработный или собирающийся сменить работу) имеет свои субъективные[1] представле-

---

[1] *Необходимо помнить, что рассматривается модель поиска работы некоторым конкретным агентом. Поведение других агентов в тех же условиях может отличаться в силу различий их индивидуальных характеристик.*

ния о распределении вероятностей предлагаемой на рынке труда заработной платы (или ставки заработной платы[1]) [54, 116]. Обозначим плотность этого распределения $p(\sigma)$, k^* – уровень квалификации[2] данного агента. Гипотетическая кривая распределения приведена на рисунке 1.1.

Понятно, что в среднем более высокой квалификации соответствует более высокая оплата. Если бы агент обладал полной информацией о требованиях $\sigma^*(k)$ к квалификации, предъявляемых на рынке труда для получения соответствующей заработной платы, и если бы достоверная информация о его квалификации k^* была полностью доступна всем потенциальным работодателям (центрам), то он был бы, фактически, лишен выбора и соглашался бы на существующий однозначный рыночный уровень заработной платы $\sigma^*(k^*)$, соответствующий его квалификации. Проблема заключается в том, что информация о рынке труда несовершенна, то есть и агент, и центр действуют в условиях неполной информированности[3].

---

[1] *Ставка заработной платы при повременной оплате труда соответствует вознаграждению за единицу времени* (*час, день, месяц и т.д.*). *Заработная плата в этом случае определяется произведением ставки оплаты на продолжительность отработанного времени.*

[2] *Квалификацию в данном случае следует понимать в широком смысле – как совокупность не только профессиональных, но и личностных качеств и навыков* (*например, ответственность, организаторские способности, умение работать в коллективе и др.*).

[3] *Информированность субъектов экономики является важнейшей характеристикой, определяющей как их индивидуальное поведение, так и эффективность функционирования той социально-экономической системы, элементами которой они являются. Изучению роли информированности и неопределенности в экономических и экономико-математических моделях посвящено значительное число исследований. Интересующие нас в настоящей работе проявления фактора информированности обсуждаются ниже при рассмотрении соответствующих моделей. Более полную информацию по этому вопросу можно найти в* [34, 70, 71, 77, 82, 83, 132].

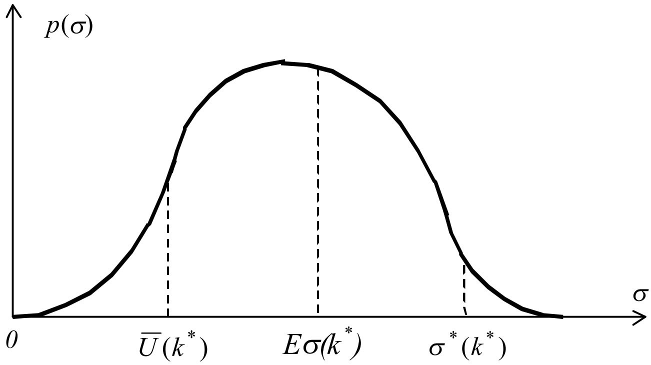

Рис. 1.1. Резервная, ожидаемая и максимальная заработная плата

Предположим, что агент имеет свои субъективные представления о минимальном уровне заработной платы $\overline{U}(k^*)$, за которую он согласен работать при данной его квалификации. Величина $\overline{U}(k^*)$ называется *резервной заработной платой*. Тогда процесс поиска работы можно представить себе следующим образом: получая информацию о предлагаемых условиях работы и ее оплаты, агент соглашается с первым предложением, превышающим его резервную заработную плату (в случае смены работы в качестве резервной заработной платы может выступать, например, величина зарплаты на старом месте работы или величина пособия по безработице и т.д.).

Так как агент не может получить заработную плату, превышающую $\sigma^*(k^*)$ (поэтому величину $\sigma^*(k^*)$ иногда называют *максимальной заработной платой*), то ожидаемая заработная плата будет равна следующей величине:

$$E\sigma(k^*) = \int_{\overline{U}(k^*)}^{\sigma^*(k^*)} \sigma\, p(\sigma)\, d\sigma .$$

Более подробное обсуждение свойств резервной заработной платы и моделей поиска работы можно найти в [116, 153]. •

Вернемся к анализу условий взаимовыгодности заключения трудового контракта.

Аналогичные (приведенным выше для агента) условия согласованности и индивидуальной рациональности можно сформулировать и для центра. Если имеется единственный агент – претендент на заключение контракта, то контракт будет выгоден для центра, если выполнены два условия.

Первое условие (аналогичное условию согласованности стимулирования) отражает согласованность системы стимулирования с интересами и предпочтениями центра, то есть применение именно фигурирующей в контракте системы стимулирования должно доставлять максимум целевой функции (функции полезности) центра (по сравнению с использованием любой другой допустимой системы стимулирования) – см. (1.4).

Второе условие для центра аналогично условию участия для агента, а именно – заключение контракта с данным агентом выгодно для центра по сравнению с сохранением статус-кво, то есть отказу от заключения контракта вообще. Например, если считать, что прибыль предприятия (значение целевой функции центра) без заключения контракта равна нулю, то при заключении контракта прибыль должна быть неотрицательна.

Если претендентов на заключение контракта несколько, то центру необходимо учитывать третье условие – наиболее выгодно должно быть заключение контракта именно с данным (а не каким-либо другим) агентом или множеством агентов – см. шестую главу настоящей работы.

Качественно обсудив условия заключения взаимовыгодного трудового контракта, вернемся к формальному анализу, то есть решению задачи стимулирования (1.4). Отметим, что решение данной задачи «в лоб» достаточно трудоемко. Но, к счастью, можно угадать оптимальную систему стимулирования исходя из содержательных соображений, а затем корректно обосновать ее оптимальность.

Легко видеть, что в рамках введенных предположений при участии агента в рассматриваемой организационной системе ему гарантируется как минимум нулевое значение полезности. Условие неотрицательности полезности агента:

(1.7) $\forall\, y \in P(\sigma)\ \ f(y) \geq 0$

является условием индивидуальной рациональности. Следовательно, как минимум, реализуемыми будут такие действия, при выборе которых значения целевой функции агента будут неотрицательны (см. (1.6)):

(1.8) $P_0(\sigma) = \{y \in A \mid \sigma(y) \geq c(y)\} \supseteq P(\sigma)$.

Предположим, что функция $H(\cdot)$ дохода центра – возрастающая и вогнутая (свойство убывающей предельной полезности), а функция $c(\cdot)$ затрат агента – выпуклая (предельные затраты увеличиваются с ростом действия). На рисунке 1.2 изображены графики функций: $H(y)$ и $(c(y) + \overline{U})$. С точки зрения центра стимулирование не может превышать доход, получаемый им от деятельности агента (так как, отказавшись от взаимодействия с агентом, центр всегда может получить нулевую полезность). Следовательно, допустимое решение лежит ниже функции $H(y)$. С точки зрения агента стимулирование не может быть меньше, чем сумма затрат и резервная полезность (которую агент всегда может получить, выбирая нулевое действие). Следовательно, допустимое решение лежит выше функции $(c(y) + \overline{U})$.

Множество действий агента и соответствующих значений вознаграждений, удовлетворяющих как для центра, так и для агента одновременно всем перечисленным выше ограничениям (согласования, индивидуальной рациональности и др.) называется «*область компромисса*» и заштрихована на рисунке 1.2. При этом реализуемыми оказываются действия агента из следующего множества:

(1.9) $S = \{x \in A \mid H(x) - c(x) - \overline{U} \geq 0\}$.

Легко видеть, что при неизменных функциях дохода и затрат с ростом величины $\overline{U}$ область компромисса вырождается.

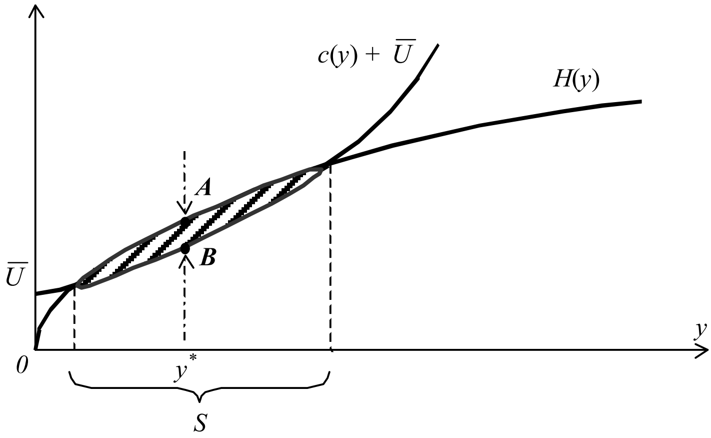

Рис. 1.2. Область компромисса в задаче стимулирования

Так как центр стремится минимизировать выплаты агенту, при условии, что последний выбирает требуемое действие, то оптимальная точка должна лежать на нижней границе области компромисса, то есть с точки зрения центра **стимулирование в точности должно равняться сумме затрат агента и резервной полезности**. Этот важный вывод получил в литературе название «*принцип компенсации затрат*» [54, 77, 78, 80]. В соответствии с этим принципом, для того, чтобы побудить агента выбрать определенное действие, центру достаточно, помимо резервной полезности, компенсировать затраты агента. Помимо компенсации затрат, центр может устанавливать также мотивирующую надбавку[1] $\delta \geq 0$.

Следовательно, для того, чтобы агент выбрал действие $x \in A$, стимулирование со стороны центра за выбор этого действия должно быть равно

(1.10) $\sigma(x) = c(x) + \overline{U} + \delta$.

[1] *С точки зрения формальной модели стимулирования достаточно, чтобы материальное стимулирование со стороны центра компенсировало затраты агента. Мотивирующая надбавка $\delta \geq 0$ может отражать мотивационные (психологические и др.) аспекты управления.*

Легко видеть, что, если в противном случае (то есть при выборе агентом другого действия) вознаграждение равно нулю, то выполнены как условия согласованности стимулирования, так и условие индивидуальной рациональности агента. При этом стимулирование со стороны центра является минимально возможным. Следовательно, доказано, что параметрическим (с параметром $x \in A$) **решением задачи стимулирования** (1.5) является следующая система стимулирования

(1.11) $$\sigma_{QK}(x, y) = \begin{cases} c(x) + \overline{U} + \delta, & y = x \\ 0, & y \neq x \end{cases},$$

которая называется *квазикомпенсаторной* (QK-*типа*).

В случае, если на максимальную величину вознаграждения наложено ограничение $C \geq 0$, которое можно рассматривать как размер *фонда заработной платы* (ФЗП), то из (1.10) следует, что область компромисса (1.9) имеет вид:

$$S = \{x \in A \mid H(x) - C - \overline{U} \geq 0\}.$$

Рассмотрим теперь, какое действие следует реализовывать центру, то есть каково оптимальное значение $x \in A$.

Так как в силу (1.10)-(1.11) стимулирование равно затратам агента, то **оптимальным реализуемым действием y^* является действие, максимизирующее в области компромисса разность между доходом центра и затратами агента**. Следовательно, оптимальное реализуемое действие может быть найдено из решения следующей стандартной оптимизационной задачи

(1.12) $$y^* = \arg \max_{x \in S} \{H(x) - c(x)\},$$

которая получила название *задачи оптимального согласованного планирования* [7, 8, 15, 16, 78]. Действительно, то действие, которое центр собирается побуждать выбирать агента, может интерпретироваться как *план* – желательное с точки зрения центра действие агента. В силу принципа компенсации затрат план является согласованным, значит центру в силу (1.11) остается найти оптимальный согласованный план.

Условие оптимальности в рассматриваемой модели (в предположении дифференцируемости функций дохода и затрат, а также вогнутости функции дохода центра и выпуклости функции затрат агента) имеет вид: $\frac{dH(y^*)}{dy} = \frac{dc(y^*)}{dy}$. Величина $\frac{dH(y)}{dy}$ в экономике называется предельной производительностью агента (MRP), а величина $\frac{dc(y^*)}{dy}$ – его предельными затратами (MC). Условие оптимума (MRP = MC) – определяет так называемую *эффективную заработную плату*.

Отметим еще одну важную содержательную интерпретацию условия (1.11). Оптимальный план y^* максимизирует разность между доходом центра и затратами агента, то есть доставляет максимум суммы целевых функций (1.1) и (1.2) участников ОС, и, следовательно, является эффективным по Парето[1].

Отметим, что квазикомпенсаторная система стимулирования не является единственной оптимальной системой стимулирования – легко показать, что в рамках гипотезы благожелательности решением задачи (1.5) является любая система стимулирования $\breve{\sigma}(\cdot)$, удовлетворяющая следующему условию: $\breve{\sigma}(y^*) = c(y^*) + \overline{U}$, $\forall y \neq y^*$ $\breve{\sigma}(y) \leq c(y)$ – см. рисунок 1.3, на котором приведены эскизы трех оптимальных систем стимулирования – σ_1^*, σ_2^* и σ_3^*.

---

[1] *Напомним, что альтернатива называется эффективной по Парето, если не существует другой альтернативы, обеспечивающей всем участникам ОС не меньшие выигрыши, и хотя бы одному участнику – строго больший выигрыш.*

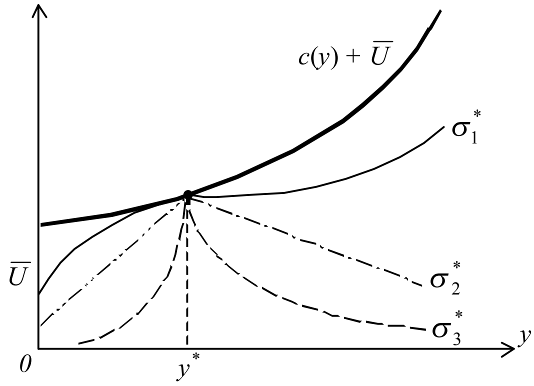

Рис. 1.3. Оптимальные системы стимулирования

Область компромисса является чрезвычайно важным понятием. Ее непустота отражает наличие возможности согласования интересов центра и агента в существующих условиях. Поясним последнее утверждение.

В формальной модели стратегии участников ограничены соответствующими допустимыми множествами. Учет ограничений индивидуальной рациональности агента (условно можно считать, что параметр резервной зарплаты $\overline{U}$, фигурирующий в условии участия, отражает ограничения рынка труда – см. введение) и центра (условно можно считать, что неотрицательность целевой функции центра отражает ограничения финансовой эффективности деятельности центра – затраты на стимулирование агента не должны превышать доход от результатов его деятельности), а также условий согласования, приводит к тому, что множество «рациональных» стратегий[1] – область компромисса – оказывается достаточно узкой.

Фактически, компромисс между центром и агентом заключается в дележе полезности, равной разности полезностей в точках А

[1] *См. также концепцию ограниченной рациональности в* [97].

и B на рисунке 1.2. Делая первый ход (предлагая контракт), центр «забирает» эту разность себе, вынуждая агента согласиться с резервным значением полезности. Легко проверить, что в противоположной ситуации, когда первый ход делает агент, предлагая контракт центру, нулевую полезность получает центр, а агент «забирает» разность полезностей между точками A и B себе [54].

Точки A и B на рисунке 1.2 являются «предельными» случаями, в которых вся «прибыль» $\Delta = H(y^*) - C(y^*) - \overline{U}$ достается, соответственно, либо агенту, либо центру. Значительный интерес представляют промежуточные случаи, в которых величина Δ делится между центром и агентом в соответствии с некоторым правилом, взаимная договоренность о котором является *компромиссом* и достигается в результате переговоров [54, 81, 104]. Примерами подобных правил являются: равное распределение (при котором центр и агент получают по $\Delta/2$), принцип равных рентабельностей:

$$[H(y^*) - \sigma(y^*)] \,/\, \sigma(y^*) = [\sigma(y^*) - c(y^*)] \,/\, c(y^*),$$

при котором размер вознаграждения является средним геометрическим между доходом центра и затратами агента, и др. [13, 17, 28, 68].

Из проведенного анализа следует, что решение задачи стимулирования может быть разделено на два этапа. На *первом этапе* решается *задача согласования* – определяется множество (1.3) реализуемых при заданных ограничениях действий. На *втором этапе* решается *задача оптимального согласованного планирования* (1.12) – ищется реализуемое действие, которое наиболее предпочтительно с точки зрения центра. Подобная идеология разбиения решения задачи управления ОС на этапы используется и в теории активных систем, и в теории контрактов при решении широкого класса задач.

Существенным «плюсом» квазикомпенсаторных систем стимулирования является их простота и высокая эффективность, существенным «минусом» – абсолютная неустойчивость относительно возможных возмущений параметров модели [20, 75]. Действительно, если центр неточно знает функцию затрат агента, то сколь угодно малая неточность может приводить к значительным изменениям реализуемых действий. Вопросы адекватности моделей стимулирования, устойчивости оптимальных решений и т.д. подробно исследовались в [20, 27, 75]. Предложенная в упомянутых работах техника анализа и методы повышения гарантированной (в рамках имеющейся у центра информации) эффективности стимулирования могут быть непосредственно использованы и для моделей, рассматриваемых ниже, поэтому проблемы адекватности и устойчивости в настоящей работе не рассматриваются.

Выше описан подход к решению задачи стимулирования, использующий анализ свойств множеств реализуемых действий: определялось множество действий, реализуемых некоторой системой стимулирования, после чего вычислялся максимум целевой функции центра по этому множеству, а затем уже выбиралась система стимулирования. При этом задача стимулирования распадается на два этапа: этап согласования и этап согласованного планирования. В явном виде эту последовательность можно выразить следующим образом: на первом этапе для каждой допустимой системы стимулирования вычисляются множества реализуемых действий, затем берется их объединение: $P_M = \bigcup_{\sigma \in M} P(\sigma)$, после чего на втором этапе решается задача планирования – максимизации целевой функции центра на множестве P_M (отметим, что с точки зрения модели компромисса $P_M = S$).

Умея решать прямую задачу стимулирования, достаточно просто найти и решение соответствующей обратной задачи. Например, выражение (1.9) позволяет определить минимальные ограничения на стимулирование, позволяющие реализовывать заданные действия. Взаимосвязь прямых и обратных задач стимулирования подробно обсуждались в монографии [77]. Поэтому в настоящей работе в основном ограничимся прямыми задачами стимулирования, наиболее близкими к задачам управления персоналом и т.д.

Интересно подчеркнуть, что выше оптимальное решение, фактически, угадано без решения задачи «в лоб»[1]. Существенную помощь при этом оказала идея введения множеств реализуемых действий. Альтернативным подходом является анализ минимальных затрат на стимулирование[2].

Минимальными затратами (*центра*) *на стимулирование* по реализации действия $y \in P_M$ в классе допустимых систем стимулирования M называется следующая величина:

(1.13) $\sigma_{\min}(y) = \min\limits_{\sigma \in M} \{\sigma(y) \mid y \in P(\sigma)\}$,

то есть минимальное допустимое вознаграждение, которое побудит агента выбрать заданное действие. Для тех действий, которые не могут быть реализованы в классе M, положим минимальные затраты на стимулирование равными бесконечности:

(1.14) $\sigma_{\min}(y) = +\infty,\ y \in A \setminus P_M$.

Если одно и то же действие может быть реализовано несколькими системами стимулирования, то, очевидно, что в рамках утилитарной модели большей эффективностью обладает та из них, которая характеризуется меньшими затратами на стимулирование. Другими словами, оптимальным является класс систем стимулирования, реализующий любое действие агента с минимальными затратами центра на стимулирование. Например, в рамках введенных предположений принцип компенсации затрат можно сформулировать следующим образом: $\forall\ y \in P_M \quad \sigma_{\min}(y) = c(y) + \overline{U}$.

---

[1] *Следует признать, что для теории активных систем во многих случаях характерно именно угадывание решений* (*исходя из интуиции, содержательных рассуждений и т.д.*), *а также стремление получить аналитическое решение. Объяснения этому достаточно прозрачны*: *исследование формальной модели социально-экономической системы не является самоцелью специалиста по управлению – его задача заключается в том, чтобы предложить максимально адекватное действительности содержательно интерпретируемое решение задачи управления.*

[2] *Следует сделать следующее терминологическое замечание. Понятие «затраты» характеризуют затраты агента по выбору того или иного действия, понятие же «затраты на стимулирование» характеризуют затраты центра на стимулирование по реализации того или иного действия.*

Как следует из сказанного выше, в рамках введенных предположений квазикомпенсаторная система стимулирования (1.11) является оптимальным решением базовой задачи стимулирования. Казалось бы, что можно еще «вытянуть» из этой задачи? Все дело в том, что считалось, что квазикомпенсаторная система является допустимой. Однако, на практике это не всегда так – центр может быть жестко ограничен некоторым фиксированным классом систем стимулирования, причем эти ограничения могут быть как экзогенными – например, определяться правовыми нормами, регулирующими оплату труда, так и эндогенными – по тем или иным причинам центр может быть склонен к использованию, например, сдельной или повременной оплаты, а не к простой компенсации затрат[1]. Следовательно, необходимо оценить сравнительную эффективность различных систем стимулирования – см. раздел 2.3.

Приводимое ниже описание систем стимулирования выполнено в рамках следующего общего подхода: для фиксированного класса систем стимулирования определяются минимальные затраты на стимулирование, затем сравниваются затраты на стимулирование для различных классов. Априори можно сказать, что так как «идеалом» являются «абсолютно оптимальные» квазикомпенсаторные системы стимулирования, то эффективность любой системы стимулирования будет не выше (а затраты на стимулирование, соответственно, не ниже), чем квазикомпенсаторной. Однако, важно не только качественное соотношение эффективностей, так как ключевым является вопрос именно о количественных потерях в эффективности (приросте в минимальных суммарных затратах на стимулирование) – только зная величину этих потерь управляющий орган может принимать решение о целесообразности использования конкретной системы стимулирования. Основным инструментом оценки потерь в эффективности являются приведенные выше результаты о соотношении эффективности и минимальных

[1] *Более того, затраты агента могут быть в силу тех или иных причин (например, неполной информированности или присутствия внешней неопределенности и т.д.) неизвестны центру. Тогда возможно использование механизмов с сообщением информации от агента центру [8, 16, 78, 87], механизмов, использующих процедуры устранения неопределенности (см. седьмую главу) и др.*

затрат на стимулирование, поэтому достаточным оказывается вычисление разности или отношения показателей эффективности или соответствующих затрат на стимулирование.

Закончив вводную часть, в которой с точки зрения теории активных систем и теории иерархических игр обсуждается инструментарий для дальнейшего исследования, перейдем к описанию задачи стимулирования с точки зрения теории контрактов.

1.2. Модель теории контрактов

Теория контрактов – раздел теории управления социально-экономическими системами, изучающий теоретико-игровые модели взаимодействия управляющего органа – центра – и управляемого субъекта – агента, функционирующих в условиях внешней (возникающей извне по отношению к рассматриваемой ОС) вероятностной неопределенности [10, 77, 144, 153].

Учет неопределенности в моделях теории контрактов производится следующим образом: *результат деятельности* агента $z \in A_0$ является случайной величиной, значение которой зависит как от действий агента $y \in A$, так и от внешнего неопределенного параметра – *состояния природы* $\theta \in \Omega$, отражающее внешние условия деятельности агента.

Информированность участников ОС следующая: на момент принятия решений и центр, и агент знают распределение вероятностей состояния природы $p(\theta)$, или условное распределение результата деятельности $p(z, y)$. Действия агента не наблюдаются центром, которому становится известным лишь результат деятельности. Агент может либо знать состояние природы на момент выбора своего действия (случай *асимметричной информированности*), либо знать только его распределение (случай *симметричной информированности*, более соответствующий моделям стимулирования и поэтому в основном рассматриваемый ниже).

Стратегией центра является выбор функции $\sigma(\cdot)$ от результата деятельности агента, которая в зависимости от содержательных трактовок модели может интерпретироваться как функция стимулирования (трудовые контракты [142, 145, 150, 155]), величина страхового возмещения (страховые контракты [10, 12, 17, 56, 136]), величина задолженности или выплат (долговые контракты) и т.д. Стратегией агента является выбор действия при известной стратегии центра. Под контрактом, как и в предыдущем разделе, понимается совокупность стратегий центра и агента. При этом различают как явные контракты, то есть зафиксированные с юридической точки зрения (большинство страховых и долговых контрактов являются явными), так и неявные, то есть не заключаемые формально или подразумеваемые (в ряде случаев трудовые контракты являются неявными) [10, 118, 123, 144, 156, 159].

Так как результат деятельности агента, значение которого определяет полезности участников ОС, зависит от неопределенных параметров, то будем считать, что при принятии решений они усредняют свои полезности по известному распределению вероятностей и выбирают стратегии, максимизирующие ожидаемую полезность.

Оптимальным является контракт, который наиболее выгоден для центра (максимизирует его целевую функцию), при условии, что агенту взаимодействие с центром также выгодно. Последнее означает, что с точки зрения агента, как и в рассмотренной в разделе 1.1 модели, одновременно должны выполняться два условия – условие участия и условие индивидуальной рациональности.

Исторически первые работы по теории контрактов (см. ABG-модель [123, 124, 141]) появились в начале 70-х годов как попытка объяснения в результате анализа теоретико-игровых моделей наблюдаемого противоречия между результатами макроэкономических теорий и фактическими данными по безработице и инфляции в развитых странах.

Одно из «противоречий» заключалось в следующем. Существуют три «типа» заработной платы: рыночная заработная плата («средняя» резервная полезность, на которую может рассчитывать данный агент), эффективная заработная плата (та заработная плата, которая максимизирует эффективность деятельности агента с точки зрения предприятия[1]) и фактическая заработная плата (та зарплата, которую получает агент). Статистические данные свидетельствовали, что фактическая зарплата не равна эффективной заработной плате (этот и подобные выводы делались исходя из анализа данных по уровню безработицы и уровню инфляции).

В первых моделях по теории контрактов рассматривались задачи определения оптимального числа нанимаемых агентов при учете только ограничения участия и фиксированных стратегиях центра, затем появились работы, посвященные методам решения задач управления (задач синтеза оптимальных контрактов), сформулированных с учетом и условия участия, и условия согласованности, затем акцент сместился на изучение более сложных моделей, описывающих многоэлементные и динамические модели, возможность перезаключения контрактов и т.д. (см. обзоры в [10, 11, 73, 144, 156] и раздел 7.2 настоящей работы).

С точки зрения эффектов страхования (перераспределения риска) интересен следующий сделанный в теории контрактов вывод: различие между эффективной и фактической зарплатой качественно может быть объяснено тем, что нейтральный к риску центр страхует несклонных к риску агентов (см. обсуждение отношения к риску в [17, 136, 153]) от изменений величины заработной платы в зависимости от состояния природы: стабильность заработной платы обеспечивается за счет того, что в благоприятных[2] ситуациях величина вознаграждения меньше эффективной заработной платы, зато в неблагоприятных ситуациях она выше

---

[1] В большинстве случаев эффективная заработная плата определяется из условия равенства предельного продукта, производимого агентом, и предельных затрат этого агента

[2] На деятельность предприятий и, следовательно, на величину заработной платы, оказывают влияние как внешние макропараметры (сезонные колебания, периоды экономического спада и подъема, мировые цены и т.д.), так и такие параметры как состояние здоровья работника и др.

той, которая могла бы быть без учета перераспределения риска[1]. Приведем пример, иллюстрирующий это утверждение.

Пример 1.3. Пусть у агента имеются два допустимых действия: $A = \{y_1; y_2\}$, $A_0 = \{z_1; z_2\}$, $P = \begin{Vmatrix} p & 1-p \\ 1-p & p \end{Vmatrix}$, $½ < p \le 1$. Содержательно, результат деятельности агента в большинстве случаев (так как $p > ½$) «совпадает» с соответствующим действием.

Обозначим затраты агента по выбору первого и второго действия c_1 и c_2 соответственно, $c_2 \ge c_1$; ожидаемый доход центра (стимулирование) от выбора первого и второго действия – H_1 и H_2 (σ_1 и σ_2) соответственно; целевую функцию центра, представляющую собой разность между доходом и стимулированием – Φ, целевую функцию агента, представляющую собой разность между стимулированием и затратами – f.

Задача центра заключается в назначении системы стимулирования, которая максимизировала бы ожидаемое значение его целевой функции[2] $E\Phi$ при условии, что выбираемое агентом действие максимизирует ожидаемое значение Ef его собственной целевой функции.

Допустим, что агент *нейтрален к риску* (то есть его *функция полезности*, отражающая отношение к риску, линейна), и рассмотрим какую систему стимулирования центр должен использовать, чтобы побудить агента выбрать действие y_1. В предположении равенства нулю резервной полезности задача поиска минимальной системы стимулирования, реализующей действие y_1, имеет вид (первое ограничение является ограничением согласованности стимулирования, второе – ограничением индивидуальной рациональности агента):

(1.15) $p\,\sigma_1 + (1-p)\,\sigma_2 \to \min\limits_{\sigma_1 \ge 0,\, \sigma_2 \ge 0}$

---

[1] *Быть может, именно важностью этого вывода обусловлено то, что в работах по теории контрактов рассматриваются практически только модели с внешней вероятностной неопределенностью (в детерминированном случае, или в случае неопределенности при нейтральном к риску агенте, эффекты страхования, естественно, пропадают и фактическая заработная плата равна эффективной).*

[2] *Символ «Е» обозначает оператор математического ожидания.*

(1.16) $p\,\sigma_1 + (1 - p)\,\sigma_2 - c_1 \geq p\,\sigma_2 + (1 - p)\,\sigma_1 - c_2$

(1.17) $p\,\sigma_1 + (1 - p)\,\sigma_2 - c_1 \geq 0.$

Задача (1.15)-(1.17) является задачей линейного программирования.

Множество значений стимулирования, удовлетворяющих условиям (1.16) и (1.17), заштриховано на рисунке 1.4, его подмножество, на котором достигается минимум выражения (1.15), выделено жирной линией (линия уровня функции (1.15), отмеченная на рисунке 1.4 пунктирной линией, имеет тот же наклон, что и отрезок[1] A_1B_1). Для определенности в качестве решения выберем из отрезка A_1C_1 точку C_1, характеризуемую следующими значениями:

(1.18) $\sigma_1 = [p\,c_1 - (1 - p)\,c_2] / (2p - 1)$,

(1.19) $\sigma_2 = [p\,c_2 - (1 - p)\,c_1] / (2p - 1)$.

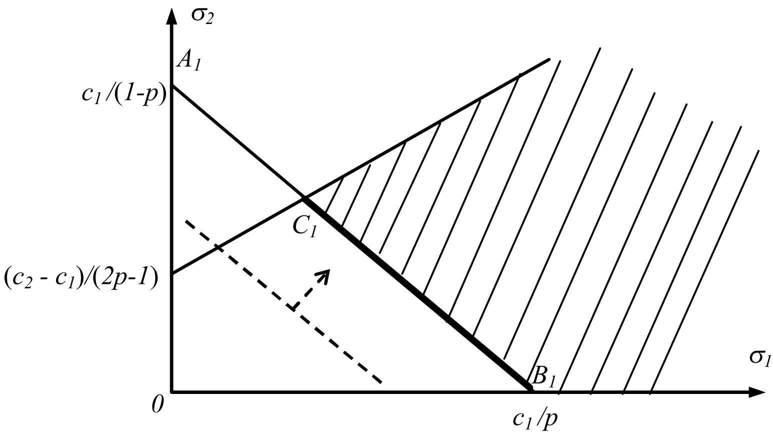

Рис.1.4. Реализация центром действия y_1 при нейтральном к риску агенте

---

[1] *Отметим, что наличие множества решений при нейтральных к риску центре и агенте является характерной чертой задач теории контрактов. В то же время, введение строго вогнутой функции полезности агента (отражающей его несклонность к риску) приводит к единственности решения – см. ниже и* [10, 12, 136, 144].

Легко проверить, что ожидаемые затраты центра на стимулирование $E\sigma(y_1)$ по реализации действия y_1 равны c_1, то есть

(1.20) $E\sigma(y_1) = c_1$.

Предположим теперь, что центр хочет реализовать действие y_2. Решая задачу, аналогичную (1.15)-(1.17), получаем (см. точку C_2 на рисунке 1.5):

(1.21) $\sigma_1 = [p\, c_1 – (1 – p)\, c_2] / (2p – 1)$,

(1.22) $\sigma_2 = [p\, c_2 – (1 – p)\, c_1] / (2p – 1)$,

(1.23) $E\sigma(y_2) = c_2$.

На втором шаге центр выбирает, какое из допустимых действий ему выгоднее реализовать, то есть какое действие максимизирует разность между доходом и ожидаемыми затратами центра на стимулирование по его реализации. Таким образом, ожидаемое значение целевой функции центра при заключении оптимального контракта равно $\Phi^* = \max \{H_1 – c_1, H_2 – c_2\}$.

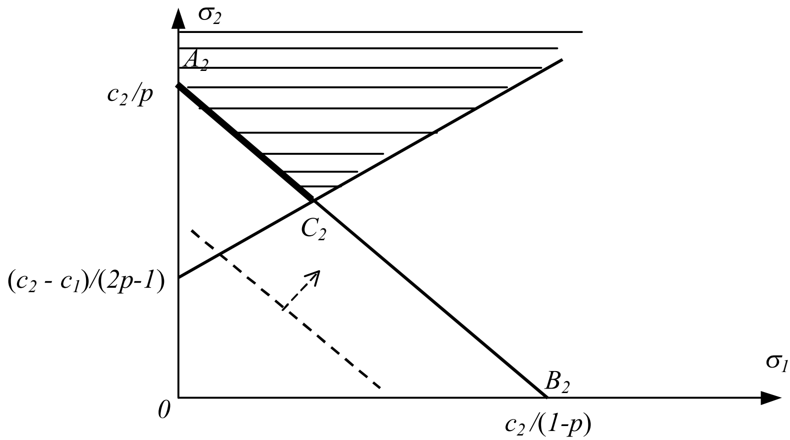

Рис. 1.5. Реализация центром действия y_2 при нейтральном к риску агенте

Исследуем теперь эффекты страхования в рассматриваемой модели. Пусть агент не склонен к риску, то есть оценивает неопределенные величины в соответствии со строго возрастающей строго вогнутой функцией полезности $u(\cdot)$. Так как от случайной величины – результата деятельности агента – зависит его вознаграждение (значение функции стимулирования), то предположим, что целевая функция агента имеет вид:

(1.24) $f(\sigma(\cdot), z, y) = u(\sigma(z)) - c(y)$.

Обозначим[1] $v_1 = u(\sigma_1)$, $v_2 = u(\sigma_2)$, $u^{-1}(\cdot)$ – функция, обратная к функции полезности агента, и предположим, что функция полезности неотрицательна и в нуле равна нулю. Пусть центр заинтересован в побуждении агента к выбору действия y_1. Задача стимулирования в рассматриваемой модели примет вид (первое ограничение является ограничением согласованности стимулирования, второе – ограничением индивидуальной рациональности агента):

(1.25) $p\, u^{-1}(v_1) + (1 - p)\, u^{-1}(v_2) \to \min\limits_{v_1 \geq 0,\, v_2 \geq 0}$

(1.26) $p\, v_1 + (1 - p)\, v_2 - c_1 \geq p\, v_2 + (1 - p)\, v_1 - c_2$

(1.27) $p\, v_1 + (1 - p)\, v_2 - c_1 \geq 0$.

Заметим, что линейные неравенства (1.26)-(1.27) совпадают с неравенствами (1.16)-(1.17) с точностью до переобозначения переменных. На рисунке 1.6 заштрихована область допустимых значений переменных v_1 и v_2. Линия уровня функции (1.25) (которая является выпуклой в силу вогнутости функции полезности агента) обозначена пунктиром.

---

[1] *Подобная замена переменных, позволяющая линеаризовать систему ограничений, используется в двушаговом методе решения задачи теории контрактов* [10, 118, 144].

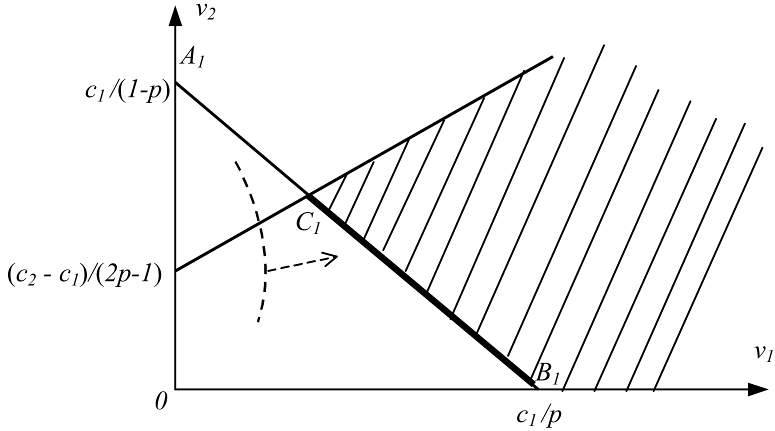

Рис. 1.6. Реализация центром действия y_1 *при несклонном к риску агенте*

В случае строго вогнутой функции полезности агента (при этом, очевидно, целевая функция (1.25) строго выпукла) внутреннее решение задачи условной оптимизации (1.25)-(1.27) единственно и имеет следующий вид (в качестве примера возьмем функцию полезности $u(t) = \beta\, ln(1 + \gamma\, t)$, где β и γ – положительные константы):

(1.28) $v_1 = c_1 + (c_1 - c_2)\,(1 - p) / (2p - 1)$,

(1.29) $v_2 = c_1 + (c_2 - c_1)\, p / (2p - 1)$.

Легко проверить, что в рассматриваемом случае при использовании системы стимулирования (1.28)-(1.29) ожидаемая полезность агента от выплат со стороны центра равна затратам агента по выбору первого действия, то есть

(1.30) $Ev = c_1$.

Аналогично можно показать, что, если центр побуждает агента выбирать второе действие, то ожидаемая полезность агента от выплат со стороны центра в точности равна затратам агента по выбору второго действия.

Из (1.28)-(1.29) видно, что в случае несклонного к риску агента, побуждая его выбрать первое действие, центр «недоплачивает» в случае реализации первого результата деятельности ($v_1 \leq c_1$) и «переплачивает» в случае реализации второго результата деятельности ($v_2 \geq c_2$), причем при предельном переходе к детерминированному случаю[1] (чему соответствует $p \to 1$) имеет место: $v_1 \to c_1$, $v_2 \to c_2$.

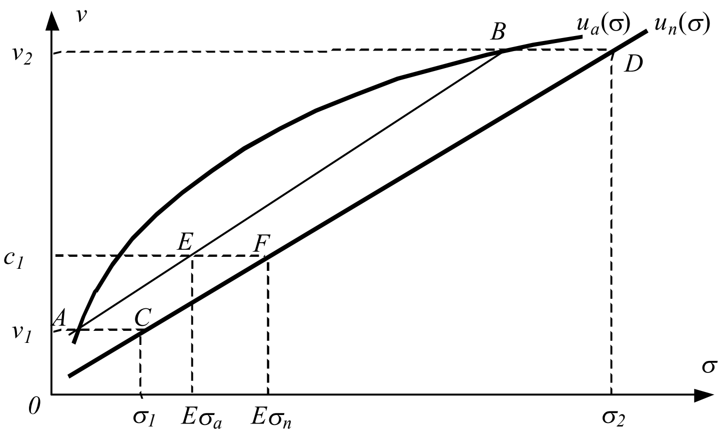

Рис. 1.7. Эффект страхования при реализация центром действия y_1 в примере 1.3

Графически эффект страхования в рассматриваемой модели для случая реализации первого действия отражен на рисунке 1.7, на котором изображены линейная (определенная с точностью до аддитивной константы) функция полезности агента $u_n(\cdot)$ и его строго вогнутая функция полезности $u_a(\cdot)$. Так как отрезок AB лежит выше и/или левее отрезка CD, а ожидаемая полезность агента в обоих случаях равна c_1, то при несклонности агента к риску ожидаемые выплаты $E\sigma_a$ меньше, чем ожидаемые выплаты

[1] *Отметим, что все модели с неопределенностью должны удовлетворять принципу соответствия* [77]*: при «стремлении» неопределенности к «нулю»* (*то есть при предельном переходе к соответствующей детерминированной системе*) *все результаты и оценки должны стремиться к соответствующим результатам и оценкам, полученным для детерминированного случая – см. также раздел 7.3. Например, выражения* (1.28)-(1.29) *при $p = 1$ переходят в решения, оптимальные в детерминированном случае.*

$E\sigma_n$, соответствующие нейтральному к риску агенту (см. точки E и F на рисунке 1.7). •

Завершив рассмотрение примера, иллюстрирующего эффекты страхования в моделях теории контрактов, перейдем к описанию задачи синтеза оптимального трудового контракта в терминах теории контрактов, следуя результатам, приведенным в [10, 118, 144].

Пусть целевая функция несклонного к риску агента $f(\sigma(\cdot), y, z)$ представляет собой разность между полезностью $u(\sigma(z))$ от стимулирования $\sigma(z)$, получаемого от центра и зависящего от результата деятельности агента, и детерминированными затратами $c(y)$, то есть

(1.31) $f(\sigma(\cdot), y, z) = u(\sigma(z)) - c(y)$.

Целевая функция нейтрального к риску центра $\Phi(\sigma(\cdot), y, z)$ представляет собой разность между детерминированным доходом $H(y)$ и стимулированием:

(1.32) $\Phi(\sigma(\cdot), y, z) = H(y) - \sigma(z)$.

Задача синтеза оптимального контракта, описываемого кортежем $(\sigma^*(\cdot), y^*)$, заключается в поиске такой зависимости $\sigma^*(\cdot)$ вознаграждения агента от результатов его деятельности, которая максимизировала бы ожидаемое значение целевой функции центра при условии, что агент в рамках заключенного страхового контракта выбирает действие y^*, максимизирующее ожидаемое значение его собственной целевой функции, то есть:

(1.33) $E\Phi(\sigma(\cdot), z, y^*) \to \max\limits_{\sigma(\cdot)}$,

(1.34) $y^* = \arg \max\limits_{y \in A} Ef(\sigma(\cdot), z, y)$.

Для решения задачи (1.33)-(1.34) в случае конечных множеств допустимых действий агента и допустимых результатов его деятельности возможно использовать *двушаговый метод*[1] [10, 78], заключающееся в следующем. На первом шаге для фиксированно-

---

[1] *Если и центр, и агент нейтральны к риску, то решение задачи* (1.33)-(1.34) *неоднозначно* (*см. также пример 1.3 выше*), *что качественно объясняется бессмысленностью перераспределения риска между субъектами, одинаково к нему относящимися.*

го действия агента ищется минимальная (в смысле ожидаемых затрат центра на стимулирование) система стимулирования, реализующая это действие. На втором шаге ищется оптимальное реализуемое действие агента.

Недостатком данного метода является, во-первых, возможность его использования только для дискретных задач, во-вторых, высокая вычислительная сложность (если возможны k действий агента, то необходимо решать k задач выпуклого программирования), в-третьих, отсутствие возможности анализа зависимости оптимального контракта от параметров модели (см. также обсуждение преимуществ и недостатков методов решения задач теории контрактов в [10]).

Завершив рассмотрение основных подходов к задаче стимулирования, используемых в теории управления, перейдем к обсуждению этой задачи с точки зрения экономики труда.

1.3. Равновесие на рынке труда и проблемы занятости[1]

Призрак равновесия: иллюзии и реальность. Большинство популярных в наши дни экономических доктрин работает в рамках так называемой *парадигмы равновесия*, то есть исследует равновесные состояния рынков (в том числе рынка рабочей силы), молчаливо предполагая, что такие состояния существуют, и выясняет условия достижения этого равновесия, причины отклонения от него и пути его восстановления.

Считая живой труд товаром, характеризующимся стандартными кривыми спроса и предложения, получаем схему рыночного равновесия, изображенную на рисунке 1.8, где кривая спроса обозначена буквой D, кривая предложения — буквой S. Данный рисунок легко позволяет проследить зависимость количества Q рабочей силы, обращающейся на рынке труда, от ее цены p.

---

[1] *Настоящий раздел написан доктором экономических наук Р.М. Нижегородцевым.*

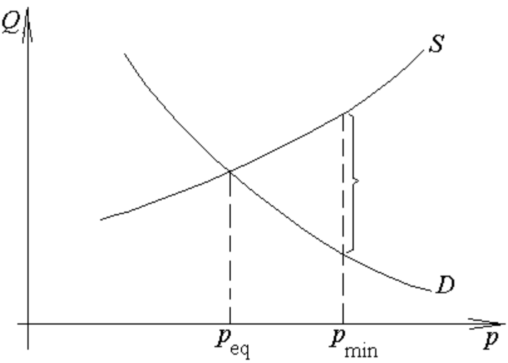

Рис. 1.8. Парадигма равновесия на рынке труда

Законодательно установленный в большинстве развитых стран уровень минимальной заработной платы p_{min} превышает равновесный уровень цены труда p_{eq}, что предопределяет наличие устойчивого избытка предложения рабочей силы по сравнению со спросом на нее. Этот избыток, величина которого обозначена фигурной скобкой на рисунке 1.8, называется *безработицей*, а отношение $\dfrac{S(p_{min}) - D(p_{min})}{S(p_{min})}$ величины этого избытка к текущему объему предложения труда называется *уровнем безработицы*.

Совокупность людей, рабочая сила которых составляет предложение на рынке труда, называется *экономически активным* населением. Его численность равна $S(p_{min})$. Заметим, что в статистических расчетах, посвященных проблемам занятости, вместо $S(p_{min})$ часто фигурирует численность всего трудоспособного населения, что не вполне корректно, поскольку безработным не может считаться человек, не желающий найти работу и не выносящий свою рабочую силу на рынок труда. Другая (противоположная по смыслу) некорректность заключается в том, что безработными, согласно официальной статистике, считаются только лица, официально зарегистрированные службами занятости в качестве ищущих работу.

Некий компромисс между этими подходами предлагает Международная Организация Труда: согласно принятой ею методике, безработными считаются лица, не имеющие в данный момент работы, активно ищущие ее и готовые к ней приступить. Показатель такого рода, как нетрудно понять, не привязан к данным официальной статистики и может быть получен лишь путем проведения выборочных анкетных опросов и экстраполяции их результатов, что неизбежно влечет за собой погрешности в количественных оценках и заметные расхождения в их трактовках.

Разумеется, как спрос на рабочую силу, так и ее предложение зависят, помимо цены, еще от целого ряда факторов, не обозначенных на рисунке 1.8. В частности, увеличение размеров пособия по безработице (выступающего источником существования, альтернативным заработной плате) снижает уровень предложения на рынке труда при *неизменном* уровне цены живого труда и, тем самым, перемещает кривую предложения вниз и вправо, что приводит к росту равновесного уровня цены p_{eq}: для того, чтобы удержать работников на производстве, предпринимателям придется повысить средний уровень зарплаты.

Некоторые представители неоклассического синтеза, опираясь на логику рисунка 1.8, активно выступали против государственного регулирования рынка труда. Согласно их представлениям, достаточно лишь упразднить законодательные ограничения, устанавливающие минимальный уровень заработной платы $p_{\min}$, и проблема безработицы будет решена, поскольку цена живого труда сама собой установится на равновесной отметке p_{eq}. Эта близорукая позиция (иногда сопровождаемая отдельными оговорками, тем не менее, не меняющими ее общей логики) игнорирует ключевую проблему, а именно: законодательно установленный минимум зарплаты есть волевое выражение *экономического* факта, состоящего в том, что равновесная цена рабочей силы (если это равновесие реально существует) не обеспечивает общественно нормального уровня ее воспроизводства.

Этот факт выражается рисунком 1.9, на котором цена труда, соответствующая уровню потребления, равного физиологическому прожиточному минимуму (nutrition minimum), обозначена через

p_{NM}. Установление цены труда на равновесном уровне p_{eq}, более низком, чем p_{NM}, означало бы, что совокупная общественная рабочая сила воспроизводится в затухающем, деградирующем виде, не соответствующем общественно нормальным условиям, и задача государства заключается именно в том, чтобы воспрепятствовать такому положению вещей.

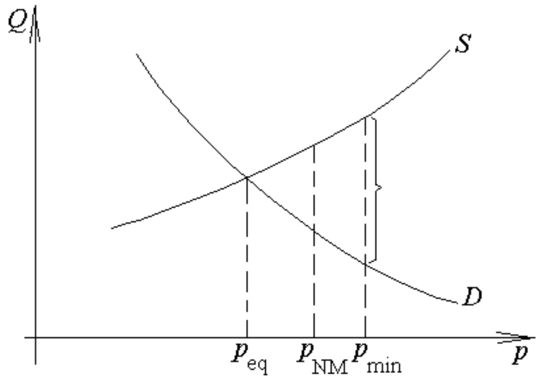

Рис. 1.9. Неравновесие на рынке труда богатых стран

Заметим, что во многих развивающихся странах и странах с переходной экономикой официально установленный уровень минимальной заработной платы не выполняет, как в развитых странах, своих регулирующих функций, поскольку этот уровень цены труда не обеспечивает даже физического выживания работника (см. рисунок 1.10). Достаточно сказать, что в 1992 г. минимальная заработная плата в России составляла 55% официально рассчитанного прожиточного минимума, в 1998 г. – 17,9% [99, С. 263]. Назначение столь символического уровня минимальной зарплаты в этих странах заключается в том, что к этой величине «привязан» ряд социальных гарантий, обеспечиваемых государством за счет скудного прибавочного продукта, – размер пособий и некоторых других выплат социального характера.

В том, что касается мер государственной политики регулирования рынка труда, неоклассическая позиция достаточно близка к неомальтузианству.

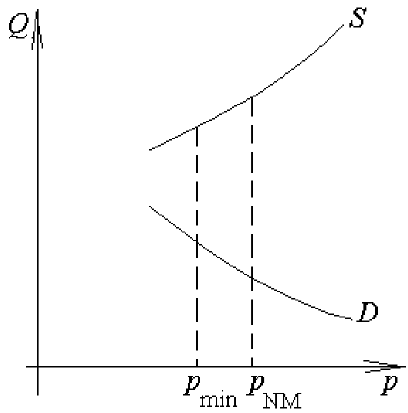

Рис. 1.10. Неравновесие на рынке труда бедных стран

Представители этого направления усматривают благо в наступлении войн, эпидемий, массовых катастроф, повышающих уровень смертности и тем самым ликвидирующих избыток населения по сравнению с ограниченными средствами его существования. Таким образом, как полагают некоторые теоретики, ликвидируется и избыточное предложение на рынке труда: кривая предложения смещается вправо и вниз, устанавливая цену рабочей силы на равновесном уровне (см. рисунок 1.11).

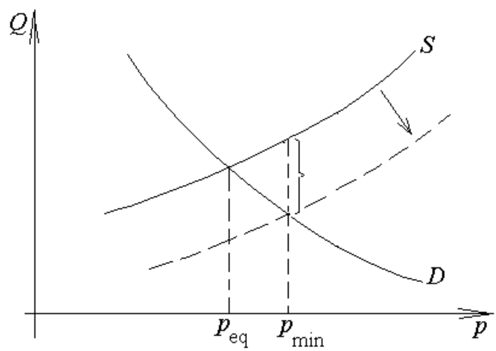

Рис. 1.11. Неомальтузианский подход

Идея пожертвовать жизнью части населения ради того, чтобы обеспечить достойную жизнь остальным, достаточно банальна и не блещет новизной. Однако мальтузианцы столь же явно заблуждаются, как и их братья-близнецы неоклассики. Уменьшение количества населения потребует свертывания производства, а значит, пропорционально снизит и спрос на рабочую силу (кривая спроса сдвинется вниз и влево), так что существующее неравновесное состояние рынка труда будет воспроизведено на более низком, регрессирующем уровне, а равновесие окажется столь же недостижимым, как и прежде.

Принципиально иную (в известном смысле — противоположную) позицию в данном вопросе занимают последователи кейнсианства. Логика их рекомендаций сводится к тому, чтобы обеспечить условия для развертывания производства, создавая эффективный спрос на рабочую силу и смещая кривую спроса вверх и вправо (см. рисунок 1.12). При этом предложение на рынке труда не сможет столь же стремительно возрасти в силу ограниченности объема трудовых ресурсов, так что предлагаемые неокейнсианцами меры способны реально снизить уровень безработицы.

Однако кейнсианская программа действий содержит «встроенные» ограничители иного рода: ее опасность заключается в том, что стимулирование спроса предполагает инфляционный разогрев экономики, который необходимо удерживать под контролем. В этом заключается смысл часто упоминаемой краткосрочной альтернативы между безработицей и инфляцией. Но главное – кейнсианская доктрина оставляет открытым вопрос о достижимости равновесия на рынке труда. Реальной целью применения кейнсианских мер всегда становится не *достижение* точки равновесия, а более или менее заметное *приближение* к ней. Это естественно, поскольку, начиная с некоторого момента, дальнейший разогрев экономики приносит убывающий эффект: каждый следующий процент прироста инфляции приводит ко все меньшему снижению доли безработных. В конце концов наступает точка насыщения, когда дальнейший рост инфляции, если она не будет остановлена, даже в краткосрочном периоде уже не приведет к сокращению безработицы.

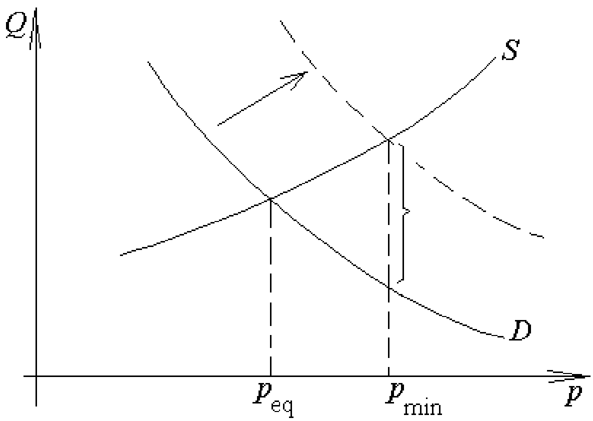

Рис. 1.12. Кейнсианский подход

Однако отсюда, вопреки мнению некоторых теоретиков (в частности, теоретиков монетаризма), не вытекает, что уровень безработицы, от которого не удается избавиться подобным способом, является «естественным», «нормальным» для данной макроэкономической системы. Столь же неверно и утверждение, будто в состоянии инфляционного насыщения незанятой остается лишь экономически неактивная часть населения, которую неправомерно относить к числу безработных.

Наконец, заслуживает отдельного упоминания позиция марксистской политической экономии. Ее коренное отличие от рассмотренных выше теоретических построений заключается в том, что марксизм отрицает наличие точки равновесия на рынке рабочей силы. Эта принципиальная позиция, проиллюстрированная рисунком 1.13, выражена в так называемом *капиталистическом законе народонаселения*, смысл которого заключается в том, что развитие капитализма неминуемо порождает резервную армию труда, наличие которой выступает необходимым условием его бытия. Следовательно, утверждают марксисты, кривые спроса и предложения могут смещаться (иногда достаточно быстро) в зависимости от смены фаз промышленного цикла, но они никогда не пересекутся.

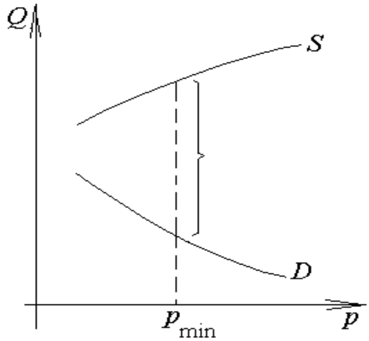

Рис. 1.13. Марксистский подход

Рынки труда: в чем был прав Маркс. Устойчивое наличие безработицы, даже в периоды относительно благополучной экономической конъюнктуры, и связанное с этим отсутствие равновесия на реально сложившихся рынках труда требовали от экономической теории более убедительного и внятного объяснения, чем ссылка на законодательно установленный минимальный уровень зарплаты. Это обстоятельство побудило представителей неоклассического синтеза к пересмотру вида кривой предложения труда. Современные представления о характере данной кривой позволяют выделить два ее участка, на которых ее поведение принципиально различно (см. рисунок 1.14).

Участок монотонного возрастания кривой $S = S(p)$ связан с так называемым *эффектом замещения* и выражает стандартную логику поведения работников на рынке труда: чем выше цена рабочей силы, тем выгоднее ее продавать, уменьшая зависимость от альтернативных источников дохода (самозанятость, пособие по безработице и проч.). При этом величина $S(0)$ характеризует предложение труда со стороны людей, готовых работать, не получая регулярного дохода (например, в условиях многомесячных задержек зарплаты или штрафов, полностью «съедающих» ее).

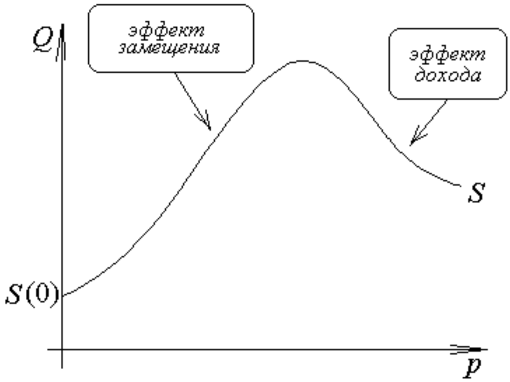

Рис. 1.14. Кривая предложения рабочей силы

Монотонное убывание предложения труда с дальнейшим ростом его цены выражает так называемый *эффект дохода*, проявляемый работниками, ценящими определенный объем свободного времени выше, чем возможность использовать это время для зарабатывания денег. Эффект дохода возникает лишь у работников, цена труда которых превышает сумму, необходимую для удовлетворения первичных жизненных потребностей, и лишь в тех случаях, когда потребность в свободном времени становится более интенсивной или более насущной по сравнению с другими.

Подобная специфика предпочтений нередко наблюдается у работников творческих и интеллектуальных профессий, а также у тех высококвалифицированных работников, рост мастерства которых достигается за счет свободного времени. Порой эти люди вынуждены жертвовать частью рабочего времени ради повышения квалификации (например, получения дополнительного образования), на которое уходит известная часть их досуга. «Сбережение рабочего времени, – отмечал Маркс, – равносильно увеличению свободного времени, то есть времени для того полного развития индивида, которое само, в свою очередь, как величайшая производительная сила обратно воздействует на производительную силу труда. С точки зрения непосредственного процесса производства это сбережение рабочего времени можно рассматривать как производство *основного капитала*, причем этим основным капиталом является сам человек» [62, С. 221].

Что касается кривой спроса на труд, то ее реальный вид также заметно отличается от кривой D на рисунке 1.8. В частности, с уменьшением цены труда до нуля спрос на него, согласно общетеоретическим соображениям, должен был бы неограниченно расти (это сладкое слово «халява»). Тем не менее, на практике этого не наблюдается, и реальный спрос на бесплатный труд, как правило, лишь ненамного превосходит его предложение. Это связано преимущественно с тем, что бесплатная рабочая сила чаще всего существенно уступает по качеству общественно нормальному уровню, и это заметно ограничивает возможности ее использования.

Заметим, что этот факт (проблема качества) касается спроса не только на бесплатный труд, но и на некоторые другие товары. Еще одним ограничителем спроса на бесплатный товар нередко выступают дополнительные, в том числе трансакционные, издержки, связанные с присвоением (транспортировкой, хранением, переработкой и т.п.) данного товара: подобрал бы его, да лень нагнуться, тяжело нести и т.п.

Столь же мало соответствует реальности и монотонное убывание спроса на труд при высоких значениях его цены. В действительности на рынках рабочей силы, как правило, имеет место *дефицит* работников высшей квалификации – менеджеров, юристов, актеров, спортсменов, музыкантов, причем спрос на их труд нередко растет с ростом его цены. Рисунок 1.15 демонстрирует соотношение между реально наблюдаемой кривой спроса на труд, обозначенной сплошной линией, и теоретически предполагаемой кривой, показанной штриховой линией.

Изображенное на рисунке 1.15 соотношение лежит в основе разделения рынка труда на три основные части, каждая из которых функционирует по определенным правилам и почти не пересекается с другими частями. Участок кривой $D(p)$, на котором ее поведение совпадает с теоретически предполагаемым, характеризует *общественно нормальный* рынок труда. Именно на этом рынке в подавляющем большинстве стран мира обращается основная доля совокупной рабочей силы. Участок кривой, характеризуемый более низкими значениями цены труда по сравнению с общественно нормальным рынком, соответствует *дискриминационному* рынку труда, а участок, характеризуемый более высокой ценой, – *элитарному* рынку труда.

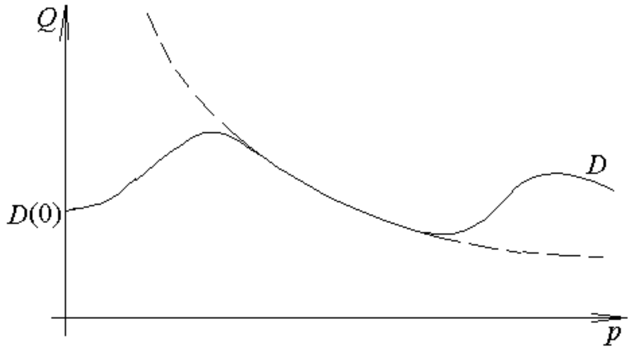

Рис. 1.15. Кривая спроса на рабочую силу

Кривые спроса на труд и его предложения совместно изображены на рисунке 1.16, где штриховые линии условно разделяют между собой три различных рынка труда – дискриминационный (№ 1), общественно нормальный (№ 2) и элитарный (№ 3).

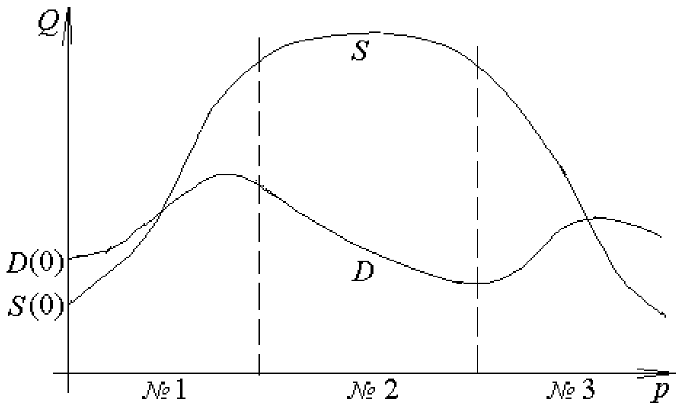

Рис. 1.16. Соотношение трех рынков труда

На дискриминационном рынке имеет место дискриминация как по характеру (эргономическим условиям) труда, так и по его оплате. Этот рынок заполняют представители национальных меньшинств, несовершеннолетние работники, «гастарбайтеры» (выходцы из других стран или регионов, приехавшие в поисках заработка), полукриминальные и частично люмпенизированные элементы, лица с частичной или ограниченной трудоспособностью. На данном рынке, как правило, существует точка ценового равновесия на низком уровне цены, не обеспечивающем общественно нормальных условий воспроизводства рабочей силы. Квалификация большинства работников на рынке № 1 также не соответствует общественно нормальному уровню.

Дискриминационный рынок характеризуется максимальной профессиональной мобильностью. Один и тот же человек сегодня может работать на стройке разнорабочим, завтра вскапывать грядки, помогая обустроить дачу нанявшему его «новому русскому», а послезавтра устроиться сторожем на автостоянку. Что касается территориальной мобильности, то и здесь возможности достаточно широки: в качестве примеров можно указать на обилие выходцев из ближнего зарубежья на легальных и полулегальных рынках труда г. Москвы (водители и кондукторы на автотранспортных предприятиях, продавцы на оптовых рынках, рабочие на строительстве метрополитена, в муниципальных хозяйственных службах и т.д.). На отдельных сегментах данного рынка, как правило, имеет место дефицит рабочей силы.

Общественно нормальный рынок труда характеризуется отсутствием точки равновесия и устойчивым избытком предложения рабочей силы над спросом. Достаточно сравнить рисунок 1.13 с сегментом № 2 на рисунке 1.16, чтобы убедиться в принципиальной правоте Маркса, верно описавшего динамику общественно нормального рынка труда.

Вследствие значительного избытка предложения рабочей силы на рынке № 2 часть безработных, создающих давление на этот рынок, теряет квалификацию и деклассируется, «скатываясь» на рынок труда № 1. Поскольку рабочая сила на рынке № 1 устойчиво воспроизводится в затухающем, деградирующем виде, этот рынок поддерживает свое существование лишь за счет постоянного притока мигрантов (в тех странах или регионах, где эта проблема актуальна) и деклассированных элементов с рынка труда № 2. Нетрудно заметить, что этот процесс соответствует сформулированному Марксом *всеобщему закону капиталистического накопления*, утверждающему неотвратимость абсолютного и относительного обнищания пролетариата по мере развития буржуазного способа производства.

Граница между рынками № 1 и № 2 достаточно подвижна и в разных странах и регионах соответствует совершенно разному уровню цены живого труда. В этом заключается объективное основание того факта, что методики расчета так называемой черты бедности (poverty level), ограничивающей снизу общественно нормальный уровень воспроизводства рабочей силы, в различных странах несопоставимы друг с другом. В некоторых странах в зависимости от целей может использоваться одновременно несколько разных методик расчета данного показателя.

Элитарный рынок труда является сильно расщепленным (сегментированным) в силу низкой профессиональной мобильности его участников. В самом деле, на этом рынке чрезвычайно редки случаи, когда выдающийся кинорежиссер становится блестящим ученым или топ-менеджер – известным спортсменом. Знаменитый музыкант может позволить себе стать посредственным кулинаром, но получение им статусной ренты продолжается лишь до тех пор, пока имеет место его творческая деятельность. Уход с этой рыночной ниши будет немедленно означать, что его рабочая сила переместилась с рынка труда № 3 на рынок труда № 2 – в сферу неравновесия и нестабильности.

Узкая сегментация рынка труда № 3 не позволяет делать обобщенный качественный анализ поведения кривой спроса: на одних сегментах рынка № 3 она может расти, на других – убывать, на третьих – осциллировать при одних и тех же значениях цены труда. Поэтому анализ и прогноз динамики данного рынка следует проводить по каждому сегменту в отдельности. Заметим, что в зависимости от смещения кривых спроса и предложения даже на одном и том же сегменте рынка № 3 в разные моменты времени могут иметь место различные варианты: наличие точки ценового равновесия, ее отсутствие, либо достаточно много равновесных состояний.

Проблемы занятости: парадоксы кризиса. В свете проведенной дифференциации трех рынков труда представляет интерес зависимость уровня безработицы в различных социальных группах от уровня их образования и квалификации. Статистические данные, приводимые в ряде недавних публикаций [91, С. 124-125; 94, С. 70], позволяют выстроить приведенную на рисунке 1.17 зависимость вероятности потери работы в период экономического кризиса тем или иным работником (параметр □) от совокупных инвестиций в его человеческий капитал, произведенных в течение всей его предшествующей жизни (параметр *I*): она представляет собой кривую типа параболы, ветви которой направлены вниз, с единственной точкой максимума.

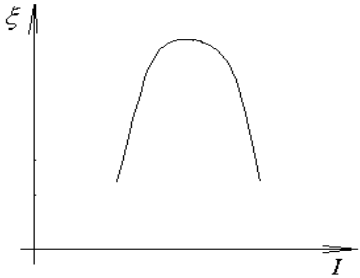

Рис. 1.17. Вероятность потери работы как функция инвестиций в человеческий капитал

На самом деле вероятность потери работы при наступлении кризиса как функция инвестиций в человеческий капитал подчиняется закону *нормального* распределения. Грубо говоря, вероятность потери работы и для работника с начальным образованием, и для академика достаточно мала – она максимальна для лиц с неоконченным высшим или только что полученным высшим образованием (молодых специалистов). Нетрудно заметить, что работники такого рода в подавляющей своей части выносят свою рабочую силу на рынок труда № 2, где не существует точки равновесия. Следовательно, они оказываются в числе безработных чаще, чем представители других социальных и квалификационных групп, *именно потому*, что уровень их образования (и в целом уровень воспроизводства их рабочей силы) в максимальной степени соответствует общественно нормальному. Именно в этом заключается и одна из причин резкого «омоложения» безработицы в странах, переживающих экономический кризис или депрессию. В частности, около 30% безработных в современной России составляет молодежь в возрасте до 29 лет.

В кризисной и депрессивной экономике рабочая сила в целом воспроизводится в затухающем виде, сокращающемся количественно и качественно. Резко падает уровень жизни большинства населения страны, расслоение общества на горстку богатых и огромную массу бедных достигает опасной черты. Чрезмерное отставание цены рабочей силы по сравнению с ценами других товаров вызывает ножницы цен и, помимо разрушительного воздействия на производство, приводит к тяжелым социальным последствиям. Особенно сильный удар при этом наносится трудоемким отраслям хозяйства, в продукте которых относительно высока доля живого труда (например, сельскому хозяйству), а также наукоемкому сектору, быстро теряющему внутренний спрос. Но если производство не предъявляет спроса на новую, передовую технику, то оно не предъявляет спроса и на людей, способных создавать ее и работать на ней. Поэтому в кризисной экономике особенно остро стоит задача сохранения кадрового потенциала, который будет востребован не ранее, чем в реальном секторе начнется экономический подъем.

Забавно, что в одном исследовании, выполненном на средства Фонда Форда, всерьез утверждается, что в кризисной экономике России предприятия «будут предпочитать увольнять в первую очередь менее образованных работников как менее производительных» [69, С. 33]. На самом деле, разумеется, принимаемые в данной области решения определяются не так называемой «производительностью труда» (выработкой, приходящейся на одного занятого), а совокупной эффективностью производственных процессов (эффектом, приходящимся на единицу *затрат*). Реальная практика недвусмысленно показала, что единственной возможностью выживания для подавляющего большинства предприятий в кризисной экономике стал переход к более низким, отсталым технологическим укладам хозяйства и, следовательно, разрушение своего технологического потенциала, овеществленного как в средствах производства, так и рабочей силе высокой квалификации, которая, естественно, в первую очередь попадает под «сокращение штатов».

При этом во всех странах, где наступает экономический кризис, имеет место одна и та же закономерность: вначале рушатся наукоемкие производства и на улице оказываются наиболее квалифицированные представители рынка труда № 2. Затем, по мере углубления кризиса, черта бедности (а значит, и граница между рынками № 1 и № 2) смещается влево, и в сфере действия жестких законов неравновесного рынка № 2 оказываются все менее квалифицированные работники, доля которых в совокупной резервной армии труда начинает постепенно возрастать [117, С. 233].

Нетрудно видеть, что *приращение* нормально распределенной функции □(I), график которой схематично изображен на рисунке 1.17, может быть хорошо приближено логистической кривой:

$$\int_{I_0}^{I} \xi(t)dt = f(I) \cdot$$

По поводу теоретического обоснования логистического характера этой зависимости заметим, что закон убывающей производительности капитала (убывающей отдачи от инвестиций) относится в равной мере и к инвестициям в человеческий капитал. В частности, статистика развитых стран мира свидетельствует о том, что затраты на получение среднего образования приносят более ощутимый экономический эффект и окупаются быстрее, чем на получение высшего, а они, в свою очередь, более эффективны, нежели затраты на переобучение и повышение квалификации, осуществляемые по месту работы. Так, по некоторым оценкам, норма отдачи от инвестиций в среднее образование составляет в развитых странах в среднем 11%, в менее развитых она лежит в пределах 15-18%. Норма отдачи от инвестиций в высшее образование составляет для развитых стран 9%, для менее развитых – 13-16% [86, С. 98]. При этом во всех группах стран прослеживается закономерность:

чем выше уровень образования, тем ниже его отдача. Так, для начального образования она может достигать 50-100%, для среднего — 15-20% [46, С. 6].

Факт убывающей производительности человеческого капитала влечет за собой существенные следствия для формирования и проведения в жизнь грамотной государственной политики в области образования и науки. В частности, убывающая производительность человеческого капитала означает, что достижение всеобщей грамотности приносит обществу более ощутимый экономический эффект, чем подготовка суперинтеллектуалов при наличии неграмотного большинства населения. По существу, на использование именно этой закономерности была направлена политика культурной революции, выдвинутая и реализованная в нашей стране в первые десятилетия советской власти. Нация, в которой все умеют читать и писать, в долгосрочной перспективе обгонит в техническом развитии нацию, в которой большинство населения неграмотно, хотя отдельные личности гениальны.

Заметим, что такая постановка проблемы в корне противоречит государственной образовательной политике большинства стран мира (особенно западных стран), в частности, новой доктрине образования, недавно принятой в нашей стране и выдвигающей в качестве ведущей цели функционирования системы образования не подготовку специалистов для народного хозяйства, как это было прежде, а удовлетворение интеллектуальных потребностей обособленной личности. Однако было бы неразумно полагать, будто потребности частных лиц в знаниях существуют абстрактно и вне зависимости от потребностей общественного производства в квалифицированных кадрах. Конечным потребителем специалистов с высшим образованием в любом случае остается сфера общественного производства (материального и духовного). Поэтому характер и уровень подготовки специалистов в вузах в конечном счете определяются потребностями современного производства.

1.4. Проблема стимулирования в экономике труда

Экономика труда – раздел экономической теории, изучающий функционирование рынка в сфере труда, то есть поведение работодателей и работников в ответ на действие общих факторов: заработной платы, цен, условий труда и т.д. – см. раздел 1.3. В контексте исследования задач стимулирования нас будет интересовать индивидуальное поведение на рынке труда (точнее, те его составляющие, которые определяются действующими на этом рынке механизмами и системами стимулирования), то есть принципы принятия решений агентом, являющимся субъектом рынка труда. Поэтому в настоящем разделе описывается модель взаимодействия агента и центра (соответственно, работника и предприятия), то есть в основном рассматривается эффективная, а не рыночная заработная плата.

Прерогативой агента – стороны, предлагающей рабочую силу на рынке труда, является, в частности, определение (совместно с работодателем) продолжительности рабочего времени, понимаемой в широком смысле – и как продолжительность рабочего дня, и как возможную работу в течение неполного рабочего дня и т.д. Для простоты будем считать, что единственной альтернативой рабочему времени является время, затрачиваемое на досуг, поэтому предложение труда эквивалентно спросу на досуг [116].

Опять же для упрощения изложения, пока не будет оговорено особо, будем считать, что совокупный доход пропорционален количеству отработанных часов, то есть, предположим, что на рынке труда используются только пропорциональные (повременные) системы стимулирования, в которых ставка оплаты постоянна и не зависит от суммарного количества отработанных часов.

Проанализируем поведение агента на рынке труда, то есть, исследуем его предпочтения в дилемме «труд – досуг», в рамках которой характеристикой предложения труда является желаемая продолжительность рабочего времени. Анализ будем проводить, последовательно усложняя описание модели поведения – от качественного вербального обсуждения к графическому анализу и, наконец, к формальной математической модели[1].

В экономике труда считается, что индивидуальное поведение на рынке рабочей силы определяется двумя эффектами – дохода и замещения – см. рисунок 1.14 и раздел 1.3. Опишем модель принятия агентом решения относительно продолжительности рабочего времени.

Пусть *полезность* агента $u(q, t)$ зависит от его *дохода* $q \in \Re^1$ и продолжительности ежедневного *свободного времени* (времени досуга) $t \in [0; T]$, где свободное и *рабочее время* $\tau \in [0; T]$ связаны условием[2] $t + \tau = T$. В некоторых работах зарубежных авторов полезность определяется на множестве пар «время досуга агента × количество товаров и услуг, которые он может приобрести». Понятно, что если цены на товары и услуги фиксированы, то такое представление эквивалентно введенному выше.

Предположим, что функция полезности $u(q, t)$ непрерывно дифференцируема, частично строго монотонна и имеет убывающие и выпуклые кривые безразличия[3].

Если у агента отсутствуют нетрудовые доходы (non-wage income), то его доход равен заработной плате и однозначно определяется продолжительностью рабочего времени, то есть $q(t) = \sigma(\tau)$.

Функция полезности $u(\cdot)$ ставит в соответствие каждой альтернативе – паре (q, t) – действительное число, интерпретируемое как полезность этой альтернативы. Считается, что чем выше полезность альтернативы, тем «лучше» она с точки зрения данного агента.

---

[1] *Все выводы, получаемые в рамках качественного анализа, остаются в силе и при графическом анализе. То же самое соотношение справедливо для графического и формального анализа. При этом чем более «формализованное» описание используется исследователем, тем более детальные и конструктивные (в рамках модели) выводы он может сделать.*

[2] *Обычно в экономике труда считается, что продолжительность рабочего дня не может превышать $T = 16$ часов (как минимум 8 часов в сутки человек должен тратить на сон, прием пищи и т.д.), то есть рабочее время $\tau \in [0; T]$. Если t – свободное время (время, которое тратится на досуг), то выполнено: $\tau + t = T$.*

[3] *См. подробное обсуждение свойств кривых безразличия функции полезности в* [116, 152].

Предположим, что $u(\cdot)$ – монотонная непрерывная функция своих переменных, то есть как увеличение дохода при фиксированном времени досуга, так и увеличение времени досуга при фиксированном доходе, приводят к увеличению полезности[1].

Некоторому фиксированному значению полезности γ может соответствовать целое множество альтернатив, имеющих эту полезность: $\{(q, t) \mid u(q, t) = \gamma\}$. Если изобразить это множество в координатах (t, q), то получим *кривую безразличия* (*изокванту*), которую также обозначим γ. Кривые безразличия функции полезности[2] агента в рассматриваемой модели обладают следующими свойствами:

1. Если γ_1 и γ_2 – две кривые безразличия, и $\gamma_2 > \gamma_1$, то кривая γ_2 расположена выше и правее кривой γ_1 (см. рисунок 1.18)[3].

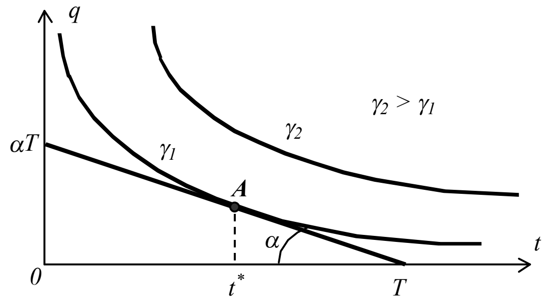

Рис. 1.18. Кривые безразличия и бюджетное ограничение

2. Кривые безразличия не имеют общих точек.

---

[1] *В качестве модельных и теоретических зависимостей функции полезности от дохода и рабочего времени в литературе использовались следующие*: $u = q^a t^b$, $u = [a(\tau + \varepsilon) + \overline{U}]^b [T - (\tau + c)]^d$, *где* $a, b, c, d, \varepsilon, \overline{U}$ *– константы* [120, 130, 147, 151, 157].

[2] *Подробное обсуждение общих свойств кривых безразличия и методов их построения приводится в* [116, 128, 134, 152].

[3] *Это утверждение – графическая иллюстрация доминирования по Парето любой альтернативой, имеющей полезность* γ_2, *любой альтернативы, имеющей строго меньшую полезность* γ_1.

3. Кривая безразличия строго монотонно убывает. Это ее свойство имеет следующую содержательную интерпретацию: при фиксированном уровне полезности нельзя одновременно увеличить и доход, и время досуга.

4. Кривая безразличия является выпуклой. Это менее очевидное, но признаваемое почти всеми исследователями, свойство качественно отражает представление о том, что агент больше ценит то, чего ему сильнее не хватает (любая комбинация дохода и свободного времени более ценна, чем каждая из компонент по отдельности). Действительно, в соответствии с первым законом Госсена каждая следующая единица потребляемого блага имеет для потребителя меньшую ценность, чем его предшествующая единица. Этот закон касается только тех благ или ресурсов, каждая следующая единица которых, будучи вовлеченной в процесс потребления, делает этот ресурс менее редким. К такому типу ресурсов относятся и доход, и свободное время.

5. Кривые безразличия в совокупности «покрывают» всю плоскость (t, q). В том числе, каждая внутренняя точка первого квадранта этой координатной плоскости принадлежит одной и только одной кривой безразличия (см. второе их свойство).

Если *ставка оплаты*, которая выше обозначена α, постоянна и нетрудовые доходы (non-wage income) отсутствуют, то графически зависимость суммарного дохода от часов досуга можно изобразить прямой из точки[1] $(T;\ 0)$ (если число отработанных часов $\tau = T - t$ равно нулю, то, очевидно, равен нулю и доход) в точку $(0; \alpha T)$ (отработав T часов, агент получит доход αT). Эта прямая отражает так называемое *бюджетное ограничение*.

Так как ставка оплаты является альтернативной стоимостью часа досуга, то *условием оптимума* (максимума полезности) является касание прямой бюджетного ограничения кривой безразличия

[1] Если агент имеет нетрудовые доходы в размере q_T, то прямая бюджетного ограничения будет проходить через точку $(T; q_T)$ – см. рисунок 1.9. Сделанные выводы не относятся к самозанятым (self-employed) работникам, чьи доходы, хотя и являются трудовыми, но в решающей степени определяются не продолжительностью рабочего времени, а стратегией действий в качестве производителей товаров и услуг.

[116]. На рисунке 1.18 кривая безразличия γ_1 касается прямой бюджетного ограничения в точке А. То есть в рамках введенных предположений в равновесии для агента альтернативные издержки одного часа досуга равны ставке заработной платы (и наоборот) – тому дополнительному заработку, который мог бы быть получен при работе в течение этого часа.

Изменение ставки оплаты (угла наклона бюджетного ограничения) приводит к изменению точки оптимума – точки касания. Сдвиг точки касания влево соответствует уменьшению времени досуга (проявление эффекта замещения), сдвиг вправо – росту времени досуга (проявление эффекта дохода). То, в какую сторону сдвинется точка касания, в каждом конкретном случае зависит от предпочтений агента, отражаемых его функцией полезности, то есть от свойств кривых безразличия. Никаких как более общих выводов, так и конкретных закономерностей индивидуального поведения на рынке труда, установить в рамках рассматриваемой модели невозможно – действительно, у каждого человека в общем случае имеется своя система предпочтений и, используя очень общие предположения о свойствах функции полезности, введенные выше, невозможно предсказать его поведение в каждом конкретном случае[1].

Обсудим последнее утверждение более подробно. Ряд исследователей констатирует, что «теория не в состоянии показать (или предсказать) какой из эффектов – замещения или дохода – возобладает при изменении ставки заработной платы» [116, С. 222]. Более того, ряд экспериментальных данных, полученных зарубежными авторами [120, 122, 125, 135, 160], свидетельствует, что у мужчин (в большинстве исследований – американских) и эффект дохода, и эффект замещения невелики (в смысле эластичности) и, возможно, даже равны нулю. Женщины (опять же, в большинстве случаев – американские) более чувствительны к изменениям ставки заработной платы и у них эффект замещения превалирует над эффектом дохода. Однако это влияет, в основном, не на изменение

---

[1] *Естественно, применяя используемую технику анализа к конкретной функции полезности, можно определить для данного агента желательную продолжительность рабочего времени.*

продолжительности рабочего времени, а на принятие решения об участии в трудовой деятельности. Нет необходимости подчеркивать, что даже качественные выводы, сделанные на основании анализа статистических данных, полученных для американского рынка труда, скорее всего, неприменимы в российских условиях.

Таким образом, графический анализ предпочтений позволяет из условия оптимума по заданным функции полезности (точнее – семейству кривых безразличия) и ставке заработной платы (точнее – бюджетному ограничению) определить желательную продолжительность рабочего времени (точнее – времени досуга).

Перечисленные качественные свойства кривых безразличия и условие оптимума очевидны. В то же время, они позволяют не только находить решение дилеммы «труд/досуг», но и исследовать (по крайней мере, на качественном уровне) дилемму «труд/досуг/работа дома» и другие эффекты, в том числе – влияние компенсационных выплат (социальные программы, компенсации временной потери трудоспособности и т.д.) на предложение труда [116, 120, 161 и др.].

Перейдем к формальному анализу модели индивидуального поведения на рынке труда.

Если уравнение $u(q, t) = \gamma$ разрешимо относительно q, то можно получить уравнение кривой безразличия: $q = v(\gamma, t)$. Обозначая $u'_t = \dfrac{\partial u(q,t)}{\partial t}$, $u'_q = \dfrac{\partial u(q,t)}{\partial q}$, получаем выражение для производной кривой безразличия:

(1.35) $\dfrac{dq}{dt} = -\, u'_t \;/\; u'_q\,.$

Если α – постоянная ставка оплаты, то прямая бюджетного ограничения имеет вид:

(1.36) $q(t) = \alpha\,\tau = \alpha\,(T - t)$.

Агент решает задачу выбора такого значения t^* времени досуга (и, соответственно, рабочего времени $\tau^* = T - t^*$), которое максимизировало бы его полезность:

(1.37) $t^* \in \operatorname{Arg} \max\limits_{t \in [0;T]} u(q(t), t)$, где $q(t)$ определяется выражением (1.36). Необходимое условие оптимальности – равенство нулю производной по t выражения $u(q(t), t)$:

$$u'_q \, \frac{dq}{dt} + u'_t = 0.$$

Подставляя (1.36), запишем условие оптимума следующим образом:

(1.38) $u'_t = \alpha \, u'_q$.

Условие (1.38) в литературе по предложению труда называется «*Roy's Identity*» [162].

Воспользовавшись (1.35), получаем, что необходимое условие оптимальности графически можно интерпретировать как условие касания кривой безразличия прямой бюджетного ограничения (см. рисунок 1.18). Отметим, что (1.38) является условием оптимума при «внутренних» решениях задачи (1.37). Если максимум в выражении (1.37) достигается при $t = T$ (граничное решение), то говорят, что имеет место «*угловое решение*» [116].

Содержательно, «угловое решение» соответствует оптимальности для рассматриваемого агента решению «не работать вообще», так как любой час своего досуга (в том числе и шестнадцатый) он ценит выше предлагаемой ставки оплаты. На рисунке 1.19 изображено «угловое решение», то есть при ставке резервной заработной платы $\overline{\alpha}$ и величине «нетрудовых доходов» q_T (доходов агента, не зависящих от количества отрабатываемых часов, например – рента, пособия и т.д.) кривая безразличия γ касается прямой бюджетного ограничения в точке A ($t^* = T$ – см. рисунок 1.19) или правее. Возможно и другое «угловое решение» – «не отдыхать вообще».

Итак, рассмотрены условия оптимальности при использовании центром пропорциональных систем оплаты. Та же идеология (см. раздел 2.3) используется для исследования условий оптимальности при использовании центром произвольных (не только пропорциональных) систем оплаты.

Рассмотрим пример, иллюстрирующий применение описанного метода определения оптимального времени досуга.

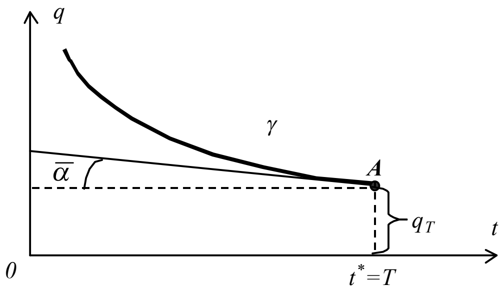

Рис. 1.19. «Угловое решение»

Пример 1.4. Пусть функция полезности имеет вид: $u(q, t) = \beta\, q\, t$, где β – некоторая положительная константа[1]. Кривой безразличия γ в данном случае является гипербола: $q(t) = \frac{\gamma}{\beta}\frac{1}{t}$. Из условия (1.38) получаем:

(1.39) $t^* = \sqrt{\frac{\gamma}{\alpha\beta}}$.

Из выражения (1.39) следует, что имеют место и эффект дохода: $\left.\frac{\partial t^*(\alpha,\gamma)}{\partial\alpha}\right|_{\gamma=Const} \le 0$, и эффект замещения: $\left.\frac{\partial t^*(\alpha,\gamma)}{\partial\gamma}\right|_{\alpha=Const} \ge 0$.

Существуют два способа определения оптимального времени досуга. Первый заключается в использовании условия (1.38): $\frac{dq}{dt} = -\alpha$. Проверяя, что оптимально внутреннее решение ($u(0) = u(T) = 0$), получаем: $t^* = T/2$.

Второй способ заключается в «лобовом» решении задачи максимизации полезности (см. (1.37)):

---

[1] *В приводимых в настоящей работе примерах фигурируют постоянные коэффициенты. Необходимость их введения обусловлена соображениями согласования размерностей. Так, в рассматриваемом примере коэффициент β имеет размерность «единица полезности / (рубль $\times$ час)».*

$$t^* = \arg\max_{t\in[0;T]} u(q(t), t) = \arg \max_{t\in[0;T]} \{\alpha\beta\, t\, (T - t)\} = T/2.$$

Интересно отметить, что при рассматриваемой функции полезности оптимальное решение t^* равно восьми часам и не зависит от ставки оплаты. В то же время, максимальное значение полезности $u^* = \alpha\, \beta\, T^2 / 4$ возрастает с ростом ставки оплаты. •

Напомним, что до сих пор рассматривались модели индивидуального поведения на рынке труда в предположении, что за каждый отработанный час агент получает одинаковую оплату (ставка оплаты считалась постоянной). Откажемся от этого предположения, то есть расширим класс допустимых систем стимулирования (любая система стимулирования может рассматриваться как пропорциональная с переменной ставкой оплаты).

Действием агента будем считать продолжительность рабочего времени τ, которая однозначно определяет продолжительность свободного времени: $t = T - \tau$, то есть $y = \tau$, $A = [0; T]$. Предположим, что центр использует некоторую (не обязательно пропорциональную) систему стимулирования $\sigma(\tau)$. Определим функцию «оплаты свободного времени» $\tilde{\sigma}(t) = \sigma(T - t)$. Отметим, что, если $\sigma(\cdot)$ – возрастающая (убывающая, выпуклая, вогнутая) функция, то $\tilde{\sigma}(t)$ – убывающая (соответственно, возрастающая, выпуклая, вогнутая) функция – см. также раздел 2.3.

Введем зависимость дохода от свободного времени:

$$q(t) = \tilde{\sigma}(t) = \sigma(T - t).$$

Определяя наиболее предпочтительное (с точки зрения значения своей функции полезности $u(q, t)$) значение продолжительности рабочего времени, агент решает следующую задачу:

(1.40) $u(q, t) = u(\sigma(T - t), t) \to \max\limits_{t\in[0;T]}$.

Предполагая существование внутреннего решения $t^* \in (0; T)$, получаем необходимое условие оптимальности:

(1.41) $\dfrac{u_t'}{u_q'} = -\tilde{\sigma}'(t) = \sigma'(T - t) = \sigma'(\tau)$.

Левая часть выражения (1.41) с точностью до знака совпадает с производной кривой безразличия функции полезности, следовательно, в точке оптимума графики кривой безразличия полезности $u(\cdot)$ и функции стимулирования $\sigma(\cdot)$ должны иметь общую касательную. Содержательно это утверждение означает, что предельный доход должен быть равен предельному стимулированию ($\frac{dq(t^*)}{dt} = -\left.\frac{d\sigma(\tau)}{d\tau}\right|_{\tau = T - t^*}$), то есть в точке оптимума альтернативная стоимость единицы свободного времени по абсолютной величине равна скорости изменения вознаграждения (см. также условия оптимальности для базовых систем стимулирования в разделе 2.3).

Второй важный (и достаточно очевидный) вывод, который следует из анализа выражения (1.41), заключается в том, что в точке оптимума $\tau^* = T - t^*$ производная функции стимулирования $\sigma(\tau)$ должна быть положительна (так как положительны обе производные функции полезности, фигурирующие в левой части (1.41); действительно, выше предполагалось, что полезность агента возрастает как с ростом дохода, так и с увеличением продолжительности свободного времени). Более того, так как «рабочим» оказывается участок функции стимулирования с положительной производной, то в рамках рассматриваемой модели для любой функции стимулирования найдется монотонная (неубывающая) функция стимулирования, побуждающая агента выбрать то же действие. Следовательно, справедливо следующее утверждение: **при решении задач синтеза оптимальных функций стимулирования достаточно (без потери эффективности) ограничиться классом неубывающих функций стимулирования**.

Это утверждение вполне согласовано со здравым смыслом и практическим опытом – б*о*льшим значениям действий (отработанному времени и т.д.) должно соответствовать большее вознаграждение.

1.5. Экономика труда и теоретико-игровые модели: сопоставительный анализ

В разделах 1.1 и 1.2 рассматривались задачи стимулирования, сформулированные в терминах целевых функций (подход теории управления), в разделах 1.3 и 1.4 – в терминах функции полезности (подход экономики труда). Установим соответствие между этими двумя представлениями предпочтений.

Действием агента будем считать продолжительность рабочего времени τ, которая однозначно определяет продолжительность свободного времени: $t = T - \tau$, то есть $y = \tau$, $A = [0; T]$. Предположим, что центр использует некоторую (не обязательно пропорциональную) систему стимулирования $\sigma(\tau)$. Определим функцию «оплаты свободного времени» $\tilde{\sigma}(t) = \sigma(T - t)$.

Если функция стимулирования задана, то, фактически, можно считать, что задана и зависимость дохода от свободного времени: $q(t) = \tilde{\sigma}(t) = \sigma(T - t)$. Определяя наиболее предпочтительное (с точки зрения значения своей функции полезности $u(q, t)$) значение продолжительности рабочего времени, агент решает задачу (1.40), для которой (1.41) – необходимое условие оптимальности.

Напомним, что в рамках теоретико-игровой модели предпочтения агента отражаются (см. выражение (1.1)) его целевой функцией $f(\cdot)$, представляющей собой разность между стимулированием и затратами: $f(y, \sigma) = \sigma(y) - c(y)$, где $y \in A$ – действие агента. В макроэкономических моделях предпочтения агента задаются либо функцией полезности $u(q, t)$, определенной на множестве «доход $\times$ свободное время», либо более частными зависимостями $\tau(\alpha)$ и $\alpha(\tau)$: соответственно, желательной продолжительности рабочего времени τ от ставки оплаты α, или минимальной ставки оплаты от продолжительности рабочего времени, которое агенту предлагается отработать.

Как отмечалось выше, между переменными функции полезности и целевой функции существует простая связь: $y \leftrightarrow \tau$, $\tau = T - t$, $\sigma \leftrightarrow q$, $A \leftrightarrow [0; T]$, где $T = 16$ часов. Если используется пропорциональная система стимулирования, то $q(\tau) = \alpha\,\tau$ (в общем случае $q(t) = \tilde{\sigma}(t)$).

Установление взаимосвязи между различными моделями предполагает исследование следующей задачи: информация об индивидуальных предпочтениях задана одним из <u>четырех способов</u> (см. рисунок 1.20):

I. Известна функция полезности $u(q, t)$;

II. Известна минимальная ставка почасовой оплаты $\alpha(\tau)$, при которой агент согласен отрабатывать в день заданное число часов τ;

III. Известна зависимость $\tau(\alpha)$ желательной продолжительности ежедневного рабочего времени τ от ставки почасовой оплаты α;

IV. Известна целевая функция $f(\tau, \sigma)$.

Требуется для каждого из четырех описаний ответить на следующий вопрос: можно ли, зная данную конкретную зависимость тем или иным образом (и каким?) «восстановить» остальные зависимости?

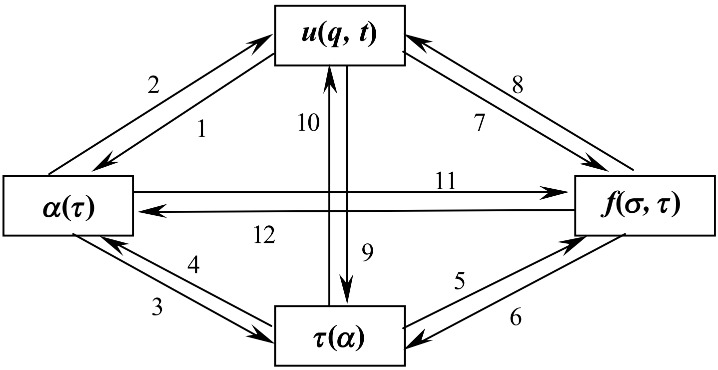

Рис. 1.20. Варианты описания индивидуальных предпочтений и возможные связи между ними

Помимо сформулированного общего вопроса о взаимосвязи различных представлений индивидуальных предпочтений, существуют два более частных вопроса. Первый – так как мы умеем (будем, по крайней мере, считать, что это так) решать теоретико-игровую задачу стимулирования, то каковы должны быть требования к экспериментальным данным для других моделей, по которым можно было бы идентифицировать теоретико-игровую модель? Второй вопрос обусловлен тем, что при рассмотрении макроэкономических моделей в основном изучаются пропорциональные системы стимулирования. В то же время, из формального анализа известно, что во многих случаях пропорциональные системы стимулирования не оптимальны – см. раздел 2.3 и [54, 77, 78]. Поэтому необходимо выяснить можно ли, используя эти частные зависимости при экспериментальной идентификации различных представлений индивидуальных предпочтений, получить информацию о более общих свойствах, например, функции затрат агента?

Для четырех вариантов описания индивидуальных предпочтений возможны шестнадцать их попарных комбинаций. Так как очевидно, что каждый из вариантов эквивалентен сам себе, получаем двенадцать комбинаций, последовательно рассматриваемых ниже (нумерация связей между вариантами введена на рисунке 1.20, направление стрелок отражает интересующее нас «направление» зависимости – из какого какое описание нужно получить).

Прежде чем систематически рассматривать взаимосвязь между вариантами, обсудим, что будет пониматься под «восстановлением» одного описания индивидуальных предпочтений на основании другого описания. Так как каждое из описаний однозначно определяется вполне конкретной зависимостью одних параметров от других (задается функцией или соответствием), то наиболее жестким требованием является возможность однозначного восстановления искомой зависимости по заданной. Если по известной зависимости A можно однозначно вычислить зависимость B, где $A, B \in \{I; II; III; IV\}$, то будем говорить, что B является *следствием* A, и будем обозначать этот факт $A \to B$. Если одновременно выполнено $A \to B$ и $B \to A$, то описания A и B *эквивалентны*.

Требование возможности однозначного восстановления и, тем более, эквивалентности является во многих случаях слишком жестким. Поэтому, помня, что нас интересует поведение агента, рациональное с точки зрения формально описанной системы его предпочтений (в силу гипотезы рационального поведения рациональным является выбор агентом стратегии, максимизирующей его целевую функцию или функцию полезности), можно использовать более слабый вид «причинно-следственных» связей, основывающийся на эквивалентности наблюдаемого извне системы ее поведения. Действительно, если, например, две различных целевых функции имеют одинаковые точки максимума (что в рамках гипотезы рационального поведения приводит к выбору агентом этой точки), то с точки зрения внешнего наблюдателя (который «видит» только выбранную агентом стратегию) обе целевых функции эквивалентны. Такой вид причинно-следственных связей будем называть «*эквивалентностью по внешнему поведению*[1]» (ЭВП).

Перейдем к последовательному рассмотрению двенадцати вариантов связей между четырьмя представлениями индивидуальных предпочтений.

Вариант 1. Пусть известна функция полезности агента $u(q, t)$. Исследуем возможность получения на основании этой информации зависимости $\alpha(\tau)$ минимальной ставки оплаты, побуждающей агента отработать заданное число часов.

Если положить значение ставки оплаты равной той, на которой достигается максимум полезности при заданной продолжительности рабочего времени, то есть $\alpha(\tau) = \arg\max\limits_{\alpha \geq 0} u(\alpha\, \tau,\, T - \tau)$, то максимум полезности может достигаться при бесконечных ставках оплаты (см. также выше).

Поэтому о зависимости $\alpha(\tau)$ в этом случае имеет смысл говорить в предположении, что агент стремится максимизировать свободное время при условии, что его доход не ниже некоторой заданной величины q_0 (**условие 1.1**). В последнем случае выполнено:

(1.42) $\alpha(\tau) = q_0 / \tau$.

Альтернативой является стратегия (**условие 1.2**), заключающаяся в стремлении агента обеспечить себе заданный уровень полезности, например, уровень $\overline{U}$, соответствующий резервной заработной плате. Тогда имеет место

(1.43) $\alpha(\tau) = \min \{\alpha \geq 0 \mid u(\alpha\tau,\, T - \tau) \geq \overline{U}\}$.

---

[1] *Необходимо помнить, что эквивалентность по внешнему поведению зависит от используемых предположений о рациональности индивидуального поведения и, кроме того, от того, как доопределяется выбор агента на множестве решений игры* (*может использоваться гипотеза благожелательности, гарантированный результат и т.д.* [34, 78]). *Два описания могут удовлетворять ЭВП при одних гипотезах о рациональности, и не удовлетворять ЭВП при использовании других гипотез.*

В случае, если выполнено (1.43), затраты агента определяются наиболее просто – они равны тому доходу, который необходимо выплатить агенту для того, чтобы он получил заданный уровень полезности:

(1.44) $c(\tau) = \tau\ \alpha(\tau)$.

Таким образом, утверждение $I \to II$ в общем случае не имеет места, оно справедливо лишь при наложении дополнительных (достаточных[1]) условий, например – условий 1.1 или 1.2.

Вариант 2. Однозначное восстановление функции полезности $u(q, t)$ по известной зависимости $\alpha(\tau)$ в общем случае невозможно. Соответствующие достаточные условия могут быть установлены для набора частных случаев и не носят сколь либо общего характера (см. также вариант 10).

Вариант 3. Отображение $\tau(\alpha)$ может рассматриваться как обратное к функции $\alpha(\tau)$, поэтому с формальной точки зрения[2] достаточным условием существования обратной функции является, например, **условие 3**: функция $\alpha(\tau)$ – непрерывная и строго монотонная. Содержательные интерпретации взаимосвязи описаний II и III приведены выше.

Вариант 4. По аналогии с вариантом 3 с формальной точки зрения можно утверждать, что для того, чтобы для функции $\tau(\alpha)$ существовала обратная функция (а не многозначное отображение) достаточно, чтобы выполнялось **условие 4**: функция $\tau(\alpha)$ – непрерывная и строго монотонная.

Вариант 5. Пусть известна функция $\tau(\alpha)$, исследуем возможность получения на основании этой информации целевой функции $f(\sigma, \tau)$. Так как целевая функция представляет собой разность между стимулированием и затратами, и именно затраты являются

---

[1] *Другими словами, необходима конкретизация того, что понимается под «минимальностью» ставки оплаты.*

[2] *С содержательной точки зрения кривые $\alpha^{-1}(\tau)$ и $\tau(\alpha)$, а также $\tau^{-1}(\alpha)$ и $\alpha(\tau)$, не должны совпадать, так как зависимость $\alpha(\tau)$ отражает минимальную ставку оплаты, а $\tau(\alpha)$ – желаемую продолжительность рабочего времени, причем каждый из этих параметров может оцениваться субъектом по различным критериям. Это суждение подтверждается экспериментальными данными* [6].

искомой величиной, то под «восстановлением» целевой функции следует понимать определение функции затрат агента.

По известной функции $\tau(\alpha)$ можно вычислить зависимость дохода от ставки оплаты:

(1.45) $q(\alpha) = \alpha\ \tau(\alpha)$.

Желательный доход агента может рассматриваться как минимальные затраты центра на стимулирование по компенсации затрат агента. Однако, затраты агента в явном виде зависят от его действия – продолжительности рабочего времени $\tau \in [0;\ T]$, поэтому использовать выражение (1.45) «в лоб» для определения затрат нельзя – необходимо перейти от зависимости $q(\alpha)$ к зависимости $q(\tau)$. Сделать это можно, в частности, в рамках варианта 4, что требует введения дополнительных предположений. Поэтому в качестве достаточного для возможности рассматриваемого перехода может рассматриваться условие 4 (см. также описание варианта 11).

Однако, такой подход к определению функции затрат неправомерен по следующей причине. Если используется пропорциональная система стимулирования, то в предположении существования внутреннего решения выбираемое агентом действие должно удовлетворять уравнению

(1.46) $c'(\tau) = \alpha$,

где $c'(\cdot)$ – производная функции затрат. Выражая из (1.46) продолжительность рабочего времени, получаем:

(1.47) $\tau(\alpha) = c'^{-1}(\alpha)$,

где $c'^{-1}(\cdot)$ – функция, обратная производной функции затрат. Зная зависимость $\tau(\alpha)$, можно (в рамках предположений о монотонности и непрерывности производной функции затрат, а также предположения о том, что $c(0) = 0$) найти функцию затрат как решение уравнений (1.46)-(1.47), то есть

(1.48) $c(y) = \int\limits_0^y \tau^{-1}(z)\, dz$.

Для существования функции затрат, вычисляемой в соответствии с выражением (1.48), достаточно выполнения условия 4. Сравнивая выражения (1.44) и (1.48), получаем, что при любой монотонно возрастающей положительнозначной функции $\tau(\cdot)$ выполнено $\int_0^y \tau^{-1}(z)\, dz \le y\, \tau^{-1}(y),\ y \ge 0$, то есть именно выражение (1.48) характеризует минимальные затраты на стимулирование.

Вариант 6. По известной целевой функции (то есть по известным затратам $c(\tau)$) зависимость $\tau(\alpha)$ вычисляется достаточно просто (см. также варианты 8 и 9, так как рассматриваемый вариант является частным случаем их комбинации), и при этом не требуется введения дополнительных предположений.

Рассмотрим пропорциональную систему стимулирования со ставкой оплаты α: $\sigma_L(\tau) = \alpha\, \tau$. Тогда целевая функция агента равна: $f(\sigma, \tau) = \alpha\, \tau - c(\tau)$. Положим $\tau(\alpha) = \arg \max\limits_{\tau \in [0;T]} \{\alpha\, \tau - c(\tau)\}$. Если функция затрат является гладкой, строго монотонной и выпуклой, то зависимость желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты определяется в явном виде следующим образом: $\tau(\alpha) = c'^{-1}(\alpha)$.

Вариант 7. Данный вариант представляет самостоятельный интерес (не только в контексте проблем стимулирования) по следующим причинам. Как отмечалось выше, целевая функция, записанная в виде «стимулирование минус затраты», является частным случаем представления функции полезности.

В теории принятия решений задаче декомпозиции функции полезности посвящено значительное число исследований. Наиболее известна так называемая *задача аддитивной представимости* [165], которая заключается в следующем (опишем ее на примере рассматриваемой в настоящей работе функции полезности, зависящей от двух переменных – дохода и свободного времени).

Пусть известна функция $u(q, t)$. Необходимо определить, каким требованиям она должна удовлетворять (какими свойствами она должна обладать) для того, чтобы ее можно было представить в виде суммы двух функций полезности, одна из которых зависит только от первой переменной – дохода, а вторая – только от второй переменной – свободного времени, то есть:

(1.49) $u(q, t) = u_1(q) + u_2(t)$.

Нас в рамках седьмого варианта интересует частный случай задачи аддитивной представимости функции полезности в виде $u(q, t) = q - c(\tau)$, то есть $u_1(q) = q,\ u_2(t) = c(T - t)$ (см. в разделе 3.1 шестую стратегию индивидуального поведения, в рамках которой $c(\tau) = -\tilde{\mu}\,(T - \tau)$. Для решения этой задачи можно воспользоваться общими результатами, полученными в теории принятия решений (см. ссылки в [54, 165]), однако целесообразней использовать специфику задачи стимулирования.

В задаче стимулирования при заданной функции стимулирования доход является функцией, зависящей от рабочего времени, поэтому условно можно считать, что полезность зависит только от одной переменной: $U_\sigma(\tau) = u(\sigma(\tau), T - \tau)$. При заданной системе стимулирования целевая функция $f(\sigma, \tau)$ также может рассматриваться как функция одной переменной: $F_\sigma(\tau) = \sigma(\tau) - c(\tau)$. Будем говорить, что представление индивидуальных предпочтений в виде целевой функции эквивалентно по внешнему поведению представлению индивидуальных предпочтений в виде функции полезности, если для заданной функции полезности существует функция затрат, такая, что для любых функций стимулирования из того, что в некоторой точке достигается глобальный максимум функции полезности $U_\sigma(\tau)$ следует, что в этой же точке достигается максимум целевой функции $F_\sigma(\tau)$, и наоборот.

Запишем формальное определение. Два представления индивидуальных предпочтений (функциями полезности и целевыми функциями) *удовлетворяют ЭВП*, если:

$$\exists\, c(\cdot)\colon [0;\, T] \to \Re_1^+ :\ \forall\, \sigma(\cdot)\ \ \mathrm{Arg}\max_{z \in [0;T]} U_\sigma(z) = \mathrm{Arg}\max_{z \in [0;T]} F_\sigma(z).$$

Поиск классов функций полезности, удовлетворяющих приведенному выше условию, представляет собой самостоятельную и достаточно сложную математическую задачу. Воспользуемся тем, что возможна следующая цепочка переходов между различными представлениями: I $\to$ III $\to$ IV (см. варианты 9 и 5, а также рисунок 1.21 ниже). Для осуществления указанной последовательности переходов достаточно, например, выполнения условия 4 (см. описание варианта 5 выше).

Таким образом, для определения целевой функции по известной функции полезности необходимо произвести следующую цепочку действий. Первое – вычислить по известной функции полезности $u(q, t)$ зависимость $\tau(\alpha)$ (см. вариант 9). Второе – по известной функции $\tau(\alpha)$ определить зависимость $\alpha(\tau)$ (см. вариант 5). Если $\tau(\alpha)$ – непрерывная строго монотонная функция (условие 4), то функция затрат вычисляется в соответствии с (1.46)-(1.48).

Вариант 8. Целевая функция $f(\sigma, \tau) = \sigma(\tau) - c(\tau)$ с учетом взаимосвязи дохода и стимулирования: $q = \sigma(\tau)$, действия и рабочего времени: $y \leftrightarrow \tau$; а также взаимосвязи свободного и рабочего времени: $t + \tau = T$, может рассматриваться как частный (аддитивный) случай функции полезности $u(q, t)$, то есть имеет место:

$$u(q, t) = f(\sigma(T - t), T - t) = \sigma(T - t) - c(T - t).$$

Следовательно, по заданной целевой функции всегда можно формально построить функцию полезности (понятно, что при этом они будут также эквивалентны по внешнему поведению).

Вариант 9. При известной функции полезности зависимость желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты определяется следующим образом – она будет равна такому значению продолжительности рабочего времени, которое максимизирует полезность при заданной системе оплаты, то есть:

$$(1.50)\quad \tau(\alpha) = \arg \max_{\tau \in [0;T]} u(\alpha\, \tau, T - \tau).$$

В более общем случае (то есть при нелинейной зависимости вознаграждения от числа отработанных часов) имеет место:

$$(1.51)\quad \tau(\sigma) = \arg \max_{\tau \in [0;T]} u(\sigma(\tau), T - \tau).$$

Никаких дополнительных условий рассматриваемый переход не требует.

Вариант 10. По заданной зависимости $\tau(\alpha)$ желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты восстановить функцию полезности в общем случае нельзя (см. также вариант 2). Действительно, однозначное восстановление функции двух переменных по параметрически заданному множеству точек ее максимума невозможно[1].

Вариант 11. В рамках данного варианта вопрос стоит об определении функции затрат $c(\tau)$ по информации о функции $\alpha(\tau)$ – зависимости минимальной ставки почасовой оплаты от требуемой продолжительности рабочего времени.

Вычислим функцию затрат следующим образом (ср. с (1.45)): $c(\tau) = \tau\, \alpha(\tau)$, тогда с точки зрения внешнего поведения описания II и IV эквивалентны.

Поясним последнее утверждение более подробно. Пусть некоторое действие $\tau^* \in [0; T]$ реализуемо в представлении II, тогда минимальные затраты центра на стимулирование равны $\vartheta(\tau^*) = \tau^*\, \alpha(\tau^*)$. Если использовать эти минимальные затраты на стимулирование в качестве функции затрат, входящей аддитивно в целевую функцию в представлении IV, то получим, что и в этом случае это действие можно реализовать квазикомпенсаторной системой стимулирования или в рамках гипотезы благожелательности – компенсаторной системой стимулирования.

Однако, при таком переходе, как и в выражении (1.45) варианта 5, вычисляются «неминимальные» затраты на стимулирование. Более корректным является использование условия (1.46), которое (в предположении $c(0) = 0$) дает

$$(1.52)\quad c(\tau) = \int_0^\tau \alpha(z)\, dz\,.$$

В предположении монотонности функции $\alpha(\tau)$ (см. условие 3) имеет место $\int_0^\tau \alpha(z)\, dz \le \tau\, \alpha(\tau)$, то есть именно выражение (1.52) характеризует минимальные затраты на стимулирование.

Вариант 12. Восстановление зависимости $\alpha(\tau)$ по известной целевой функции возможно не всегда. Качественно, проблема

---

[1] *В том числе, недостаточной является информация, которая может быть получена из необходимого условия максимума:* $\dfrac{\partial u(\alpha\tau, T-\tau)}{\partial \tau} = \tau(\alpha)\,.$

состоит в том, что в целевую функцию входит «переменная» система стимулирования. Для того, чтобы получить действительно минимальную ставку оплаты, побуждающую агента отработать заданное число часов, необходимо использовать минимальную систему стимулирования, реализующей соответствующее действие. Как известно из предшествующего изложения (см. раздел 1.1), минимальной является компенсаторная система стимулирования.

Перейдем к формальному описанию. Из выражений (1.44) и (1.45) следует, что ставка оплаты может быть определена как отношение дохода (стимулирования) к продолжительности рабочего времени:

(1.53) $\alpha(\tau) = q(\tau) / \tau$.

Доход агента определяется значением функции стимулирования. Покажем, что, использование выражения (1.53) позволяет обоснованно говорить об эквивалентности описаний II и IV по внешнему поведению.

Пусть в рамках описания IV некоторая система стимулирования σ реализует действие τ^*. Тогда имеет место:

(1.54) $\sigma(\tau^*) \geq c(\tau^*)$.

Следовательно, при ставке оплаты $\alpha = \sigma(\tau^*) / \tau^*$, агент согласится отработать τ^* часов. Следовательно, действие τ^* реализуемо и в рамках описания II.

Однако, следует помнить, что по определению $\alpha(\tau)$ – минимальная ставка оплаты, за которую агент согласен отработать заданное число часов. Минимум значения α, как следует из (1.53), достигается при минимальной величине стимулирования, которое, в свою очередь, ограничено снизу затратами агента (см. выражение (1.54)). Поэтому для корректного определения ставки оплаты следует положить $\sigma(\tau^*) = c(\tau^*)$. Этому условию удовлетворяет компенсаторная система стимулирования. Значит, рассматриваемый переход возможен, если выполнено **условие 12**: центр использует компенсаторную систему стимулирования[1].

---

[1] *В противном случае (при использовании «некомпенсаторных» систем стимулирования) центр переплачивает агенту (расходы центра на стимулирование превышают минимально необходимые для реализации заданного действия).*

Итак, рассмотрены двенадцать вариантов «перехода» от одних представлений индивидуальных предпочтений к другим. Описание каждого из вариантов производилось конструктивно, то есть указывались «алгоритмы» вычислений и условия, при которых рассматриваемые переходы возможны. Рассмотрим теперь в целом всю совокупность приведенных в настоящем разделе результатов.

Таблица 1.1 содержит сводку результатов исследования эквивалентности различных описаний. Столбцы и строки соответствуют различным описаниям. На пересечении строки и столбца стоят символы, отображающие отношение между описаниями: символ «↔» означает, что описания эквивалентны (в том числе, каждое описание эквивалентно самому себе) в оговоренном выше смысле; символ «↵» означает, что из описания, соответствующего столбцу, можно получить описание, соответствующее строке, символ «↵̸» означает, что из описания, соответствующего столбцу, нельзя получить описание, соответствующее строке. Кроме того, в ячейках таблицы указаны номера вариантов (см. рисунок 1.20 и описание вариантов выше) и номера условий, достаточных для возможности осуществления перехода (если номер условия отсутствует, то это означает, что переход возможен всегда).

Представим результат таблицы 1.1 в виде, приведенного на рисунке 1.21. Вершины графа соответствуют различным представлениям индивидуальных предпочтений. От одной вершины проведена дуга к другой, если на основании информации о первом описании может быть получено второе описание. Жирными дугами выделены отношения между описаниями, переход между которыми не требует дополнительных условий. У тонких дуг, соответствующих допустимым переходам, для осуществления которых требуется введение дополнительных предположений, указаны номера этих предположений[1] (достаточных условий, формулиров-

---

Отметим, что в двойственном рассматриваемому – одиннадцатом – варианте такие «переплаты» исключались (*см. выражение* (1.52)).

[1] *Кавычки у условий 3 и 4, обеспечивающих возможность перехода между представлениями II и III, обусловлены различиями их содержательной и формальной интерпретаций* (*см. обсуждение выше*).

ки которых приведены выше). Число, стоящее у тонкой дуги обозначает номер условия.

Таблица 1.1

Взаимосвязь различных представлений индивидуальных предпочтений

Представления индивидуальных предпочтений	$u(q,t)$	$\alpha(\tau)$	$\tau(\alpha)$	$f(\sigma, \tau)$
$u(q,t)$	↔	↵̸ (вариант 2)	↵̸ (вариант 10)	↵ (вариант 8, усл. ЭВП)
$\alpha(\tau)$	↵ (вариант 1, условия 1.1, 1.2)	↔	↵ (вариант 4, условие 4)	↵ (вариант 12, условие 12)
$\tau(\alpha)$	↵ (вариант 9)	↵ (вариант 3, условие 4)	↔	↵ (вариант 5)
$f(\sigma, \tau)$	↵ (вариант 7, условие 4)	↵ (вариант 11, условие 3)	↵ (вариант 4, условие 4)	↔

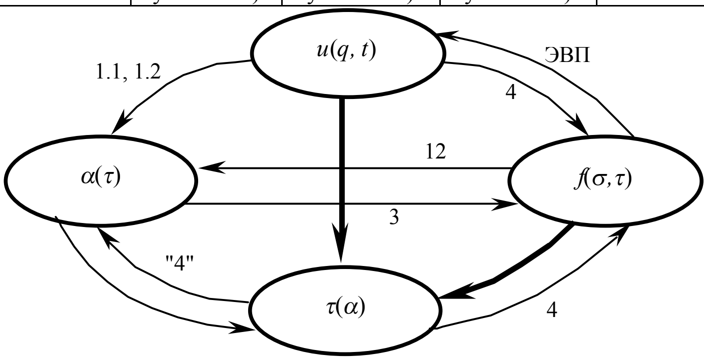

Рис. 1.21. Взаимосвязь различных представлений индивидуальных предпочтений

Граф, представленный на рисунке 1.21, наглядно иллюстрирует не только взаимозависимость между описаниями, но и такие характеристики системы из четырех различных описаний как непротиворечивость причинно-следственных связей и др. Также он может помочь ответить на вопрос о том, какие качественные выводы о полноте данных можно сделать на основании той информации, которая имеется у исследователя.

Итак, рассмотрена взаимосвязь между теоретико-игровыми моделями стимулирования и макроэкономическими моделями предложения на рынке труда. Проведенный анализ позволил не только провести содержательные аналогии, но и установить ряд количественных соотношений между параметрами этих двух классов моделей.

Важный качественный вывод, который можно сделать – это то, что изучение моделей индивидуального поведения на рынке труда позволяет найти функцию затрат, которая является существенной компонентой теоретико-игровой модели. Значит, для того, чтобы идентифицировать функцию затрат, необходимо знать функцию индивидуальной полезности или более частные зависимости[1] (см. выше), определяющие поведение агента на рынке труда. Следовательно, возникает вопрос – а как на практике определять функцию полезности, целевую функцию, функцию затрат и т.д.? Описание результатов исследования этого вопроса приводится в третьей и четвертой главах настоящей работы.

---

[1] *Необходимо признать, что и «функция полезности», и «целевая функция» являются гипотетическими конструкциями, вводимыми исследователем операций при построении модели индивидуального поведения. Понятно, что бессмысленно надеяться на непосредственное выявление этих функций на практике. Более приближенными к практике и «доступными» с точки зрения выявления предпочтений являются зависимости желаемой продолжительности рабочего времени от ставки оплаты и минимальной ставки от требуемой продолжительности рабочего времени. Поэтому два последних показателя были положены в основу экспериментального исследования, результаты которого приводятся в третьей главе настоящей работы.*

Итак, в настоящей главе рассмотрены основные подходы к постановке и решению задач индивидуального стимулирования. В следующей (второй) главе рассматриваются базовые системы стимулирования, охватывающие большинство используемых на практике форм и систем индивидуальной заработной платы. Их сравнительная эффективность оценивается как методами теоретико-игровых моделей, так и методами экономики труда.

ГЛАВА 2. Базовые системы стимулирования

В настоящей главе рассматриваются модели *базовых систем индивидуального стимулирования* – элементарные модели, из которых могут конструироваться другие более сложные системы стимулирования (раздел 2.1), устанавливается их связь с формами и системами индивидуальной заработной платы, используемыми на практике (раздел 2.2), а также в рамках моделей теории управления и экономики труда проводится анализ сравнительной эффективности различных систем стимулирования (раздел 2.3).

2.1. Описание базовых систем стимулирования

Перечислим базовые системы стимулирования.

Скачкообразные системы стимулирования (*С-типа*) характеризуются тем, что агент получает постоянное вознаграждение (равное заранее установленному значению *C*), при условии, что выбранное им действие не меньше заданного, и нулевое вознаграждение, при выборе меньших действий (см. рисунок 2.1):

(2.1) $$\sigma_C(x,y) = \begin{cases} C, & y \geq x \\ 0, & y < x \end{cases}.$$

Параметр $x \in X$ называется *планом* – желательным с точки зрения центра состоянием (действием, результатом деятельности и т.д.) агента.

Системы стимулирования С-типа могут интерпретироваться как *аккордные*, соответствующие фиксированному вознаграждению при заданном результате (например, объеме работ не ниже оговоренного заранее, времени и т.д. – см. ниже более подробно). Другая содержательная интерпретация соответствует случаю, когда действием агента является количество отработанных часов, то есть, вознаграждение соответствует, например, фиксированному *окладу* без каких либо надбавок и оценки качества деятельности.

Величины, соответствующие системам стимулирования C-типа, будем индексировать «*C*», например M_C – множество скачкообразных систем стимулирования и т.д.

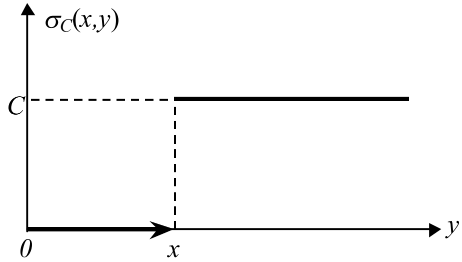

Рис. 2.1. Скачкообразная система стимулирования

Отметим, что большинство базовых систем стимулирования являются *параметрическими*, например, класс $M_C \subseteq M$ определяется заданием, помимо (2.1), множества допустимых планов X (относительно которого обычно предполагают, что оно совпадает с множеством допустимых действий агента: $X = A$, или с множеством действий P_M, реализуемых при заданных ограничениях механизма стимулирования).

Квазискачкообразные системы стимулирования (*QC-типа*) отличаются от скачкообразных тем, что вознаграждение выплачивается агенту только при точном выполнении плана (см. рисунок 2.2):

(2.2) $\sigma_{QC}(x,y) = \begin{cases} C, & y = x \\ 0, & y \neq x \end{cases}.$

Следует отметить, что системы стимулирования QC-типа[1] являются достаточно экзотическими (особенно в условиях неопределенности непонятно, что понимать под точным выполнением плана) и редко используются на практике.

---

[1] *Символ «Q» и приставка «квази-» обозначает квази-систему стимулирования, вознаграждение совпадает с вознаграждением в исходной системе стимулирования в случае выполнения агентом плана ($y = x$) и равно нулю в остальных случаях ($y \neq x$).*

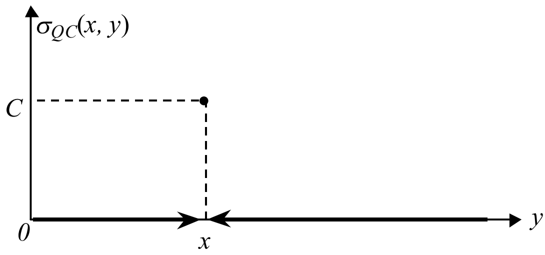

Рис. 2.2. Квазискачкообразная система стимулирования

Множество квазискачкообразных систем стимулирования обозначим M_{QC}.

Если на абсолютную величину вознаграждения агента не наложено никаких ограничений, то необходимо доопределить, что понимать под величиной C в (2.1) и (2.2), то есть амплитуда «скачка», также как и план, может являться переменной величиной, каковой и будем ее считать в системах стимулирования С-типа и QC-типа.

<u>Компенсаторная система стимулирования (*К-типа*)</u> характеризуется тем, что агенту компенсируют затраты при условии, что его действия лежат в определенном диапазоне, задаваемым, например, ограничениями на абсолютную величину индивидуального вознаграждения:

(2.3) $\sigma_K(x,y) = \begin{cases} c(y), & y \le x \\ 0, & y > x \end{cases}$,

где $x \le c^{-1}(C)$, $c^{-1}(\cdot)$ – функция, обратная функции затрат агента, то есть центр может компенсировать агенту затраты при $y \le x$ и не оплачивать выбор больших действий (см. рисунок 2.3).

Множество компенсаторных систем стимулирования обозначим M_K.

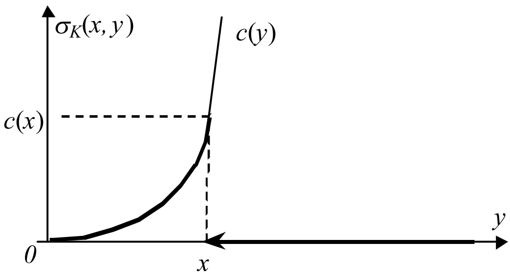

Рис. 2.3. Компенсаторная система стимулирования

Квазикомпенсаторные системы стимулирования (*QK-типа*) отличаются от компенсаторных тем, что вознаграждение выплачивается агенту только при точном выполнении плана (см. рисунок 2.4):

(2.4) $\sigma_{QK}(x,y) = \begin{cases} c(y), & y = x \\ 0, & y \neq x \end{cases}.$

Множество квазикомпенсаторных систем стимулирования обозначим M_{QK}. Этот класс систем стимулирования относительно подробно описан выше в разделе 1.1.

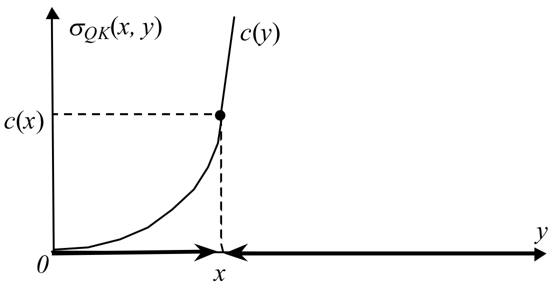

Рис. 2.4. Квазикомпенсаторная система стимулирования

Пропорциональные системы стимулирования (*L-типа*). На практике широко распространены системы оплаты труда, основанные на использовании постоянных ставок оплаты: повременная оплата подразумевает существование ставки оплаты единицы рабочего времени (как правило, часа или дня), сдельная оплата – существование ставки оплаты за единицу продукции и т.д. Объединяет эти системы оплаты то, что вознаграждение агента прямо пропорционально его действию (количеству отработанных часов, объему выпущенной продукции и т.д.), а ставка оплаты $\alpha \geq 0$ является коэффициентом пропорциональности (см. рисунок 2.5):

(2.5) $\sigma_L(y) = \alpha\, y$.

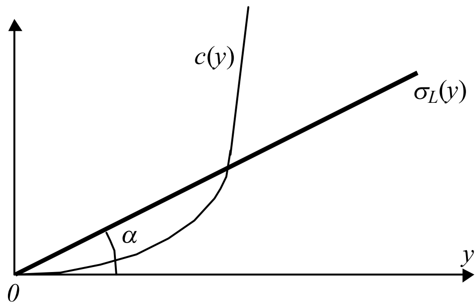

Рис. 2.5. Пропорциональная система стимулирования

В более общем случае возможно, что часть вознаграждения агента выплачивается ему независимо от его действий, то есть пропорциональная система может иметь вид $\sigma_L(y) = \sigma_0 + \alpha\, y$.

Множество пропорциональных систем стимулирования обозначим M_L.

<u>Системы стимулирования, основанные на перераспределении дохода</u> (<u>*D-типа*</u>) используют следующую идею [54, 74]. Так как центр выражает интересы системы в целом, то можно условно идентифицировать его доход и доход от деятельности всей организационной системы. Поэтому возможно основывать стимулирование агента на величине дохода центра – положить вознаграждение

агента равным определенной (например, постоянной) доле дохода центра[1]:

(2.6) $\sigma_D(y) = \xi\, H(y)$,

где $\xi \in [0; 1]$. На сегодняшний день формальные модели с переменной долей $\xi(y)$, к сожалению, не исследованы. Множество систем стимулирования, основанных на перераспределении дохода, обозначим M_D.

По аналогии с тем, как это делалось для скачкообразных и компенсаторных систем стимулирования, можно ввести квазилинейные системы стимулирования (QL-типа), при использовании которых агент получает вознаграждение, пропорциональное плану, в случае его выполнения, и нулевое вознаграждение во всех остальных случаях. Аналогично определяются системы стимулирования QD-типа.

Еще раз отметим, что системы стимулирования C, K, L и D-типа являются параметрическими:

- для определения конкретной скачкообразной системы стимулирования достаточно задать пару (x, C);
- конкретная компенсаторная система стимулирования однозначно определяется функцией затрат агента и планом x;
- для определения конкретной пропорциональной системы стимулирования достаточно задать ставку оплаты α;
- для определения конкретной системы стимулирования, основанной на перераспределении дохода, достаточно задать норматив ξ.

<u>Степенные системы стимулирования</u> представляют собой достаточно искусственную конструкцию, когда вознаграждение агента пропорционально его затратам в определенной степени:

(2.7) $\sigma_B(y) = \alpha\, c^{\beta}(y)$,

где $\beta \in (0; 1)$. Использование степенных систем стимулирования оказывается эффективным в многоэлементных ОС с неопределенностью [78, 80]. В настоящей работе рассматривать их подробно мы не будем.

---

[1] *Следует отметить, что согласно действующему законодательству доходы по акциям и другие доходы от участия работников в собственности предприятия не относятся к фонду заработной платы.*

Перечисленные выше системы стимулирования являются простейшими, представляя собой элементы «конструктора», используя которые можно построить другие более сложные системы стимулирования. Для возможности такого «конструирования» необходимо определить операции над системами стимулирования. Для одноэлементных ОС достаточно ограничиться операциями следующих трех типов.

Первый тип операции – переход к соответствующей квазисистеме стимулирования описан выше – вознаграждение считается равным нулю всюду, за исключением действия, совпадающего с планом. В детерминированных организационных системах «обнуление» стимулирования во всех точках, кроме плана, в рамках гипотезы благожелательности практически не изменяет свойств системы стимулирования, поэтому в ходе дальнейшего изложения не будем акцентировать внимание на различии некоторой системы стимулирования и системы стимулирования, получающейся из исходной применением операции первого типа.

Второй тип операции – разбиение множества возможных действий на несколько подмножеств и использование различных базовых систем стимулирования на различных подмножествах. Получающиеся в результате применения операции второго типа системы стимулирования будем называть *составными* и обозначать последовательной записью обозначений ее компонент.

Например, центр может фиксировать планы x_1 и x_2 ($x_1 \leq x_2$) и использовать систему стимулирования C-типа со скачком в точке x_1 при действиях агента, меньших x_2, и пропорциональную систему стимулирования при действиях агента, превышающих план x_2 (содержательные интерпретации очевидны). Эскиз получающейся при этом системы стимулирования CL-типа приведен на рисунке 2.6.

Понятно, что к одной и той же системе стимулирования можно применять операцию второго типа несколько раз. Возможно также применение операции второго типа к результатам ее предшествующего применения и т.д. Например, применяя операцию второго типа к системе стимулирования CL-типа, изображенной на рисунке 9, то есть добавляя условие, что система стимулирования является скачкообразной при $y \geq x_3 \geq x_2$, получим систему стимулирования CLC-типа. Применяя к ней, в свою очередь, например, операцию первого типа, получим систему стимулирования QCLC-типа и т.д.

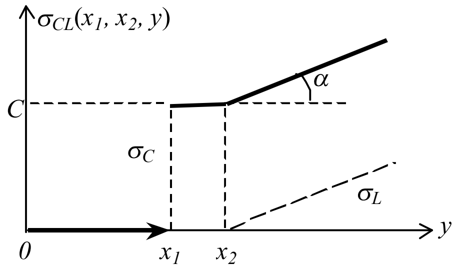

Рис. 2.6. Система стимулирования CL-типа

Третий тип операции – алгебраическое суммирование двух систем стимулирования (что допустимо, так как стимулирование входит в целевые функции участников системы аддитивно). Результат применения операции третьего типа будем называть *суммарной системой стимулирования* и обозначать «суммой» исходных систем стимулирования. Эскиз системы стимулирования C+L-типа, получающейся в результате применения операции третьего типа к системам стимулирования C-типа и L-типа, изображен на рисунке 2.7.

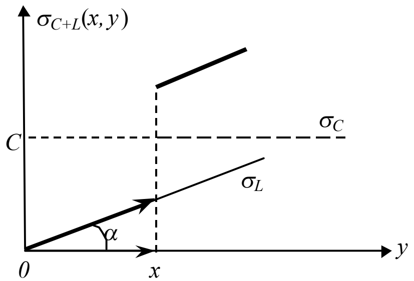

Рис. 2.7. Система стимулирования C+L-типа (суммарная)

Операцию третьего типа также можно применять последовательно к результатам предшествующих ее применений, получая, например, системы стимулирования C+L+K-типа и т.д. Возможно также ее комбинированное применение с операциями первого и второго типа.

Получающиеся в результате последовательного применения конечное число раз[1] операций первого, второго или третьего типа к системам C-типа, или K-типа, или L-типа или D-типа (которые называются *основными* [54]), а также к результатам предшествующих их применений, называются *производными* от исходных.

Базовыми системами стимулирования назовем системы стимулирования C-типа, K-типа, L-типа и D-типа, а также все производные от них системы стимулирования.

Итак, базовые системы стимулирования, полученные в результате применения только операций второго типа, названы *составными*. Базовые системы стимулирования, полученные в результате применения только операций третьего типа, названы *суммарными*. Основные, составные и суммарные системы стимулирования будем считать *простыми базовыми*. Суммарные составные системы стимулирования назовем *сложными базовыми* системами стимулирования.

Число различных суммарных систем стимулирования определяется элементарно. Имеются следующие варианты: M_{C+C}, M_{C+K}, M_{C+L}, M_{C+D}, M_{K+L}, M_{K+D}, M_{L+D} (класс M_{K+K} эквивалентен классу M_K, а класс M_{L+L} эквивалентен классу M_L), M_{C+K+L}, M_{C+K+D}, M_{C+L+D}, M_{K+L+D}, $M_{C+K+L+D}$. Учитывая, что классы M_{A1+A2} и M_{A2+A1}, где[2]

---

[1] *Несмотря на то, что число исходных систем стимулирования конечно* (*равно четырем – C, K, L и D*)*, применение к ним конечное число раз операций первого, второго или третьего типа порождает бесконечное множество систем стимулирования, хотя бы потому, что в операциях второго типа используются операции, зависящие от непрерывных параметров* (*планов и т.д.*)*.*

[2] *Условимся, что система стимулирования A-типа является обозначением произвольной базовой системы стимулирования.*

$A1, A2 \in \{C, K, L, D\}$, эквивалентны, получаем всего двенадцать[1] классов суммарных систем стимулирования.

Сложнее дело обстоит с составными системами стимулирования – их число зависит от числа точек разбиений множества допустимых действий агента. Поэтому ограничимся составными системами стимулирования, включающими не более двух комбинаций. Учитывая, что комбинация компенсаторной системы стимулирования с собой эквивалентна исходной, получаем пятнадцать пар: M_{CC}, M_{CK}, M_{CL}, M_{CD}, M_{KC}, M_{KL}, M_{KD}, M_{LL}, M_{LC}, M_{LK}, M_{LD}, M_{DD}, M_{DC}, M_{DK}, M_{DL}, то есть пятнадцать классов составных систем стимулирования.

Суммируя четыре основных, двенадцать суммарных и пятнадцать составных (двойных), получаем 31 простую базовую систему стимулирования.

Таким образом, перечислив скачкообразные, компенсаторные, пропорциональные и основанные на перераспределении дохода системы стимулирования и определив три операции над ними, мы получили возможность генерировать значительное число различных систем стимулирования.

Следует вспомнить, что в настоящей работе рассматриваются модели стимулирования в организационных системах, поэтому необходимо изучить, насколько полно введенные базовые системы стимулирования охватывают используемые на практике формы индивидуальной заработной платы.

---

[1] *Понятно, что можно рассматривать суммарные системы стимулирования, состоящие из трех и более «слагаемых», однако такие сложные системы стимулирования на практике встречаются редко, поэтому рассматривать их подробно не будем.*

2.2. Формы и системы индивидуальной заработной платы и их математические модели

Системой оплаты труда называется способ определения размеров вознаграждения в зависимости от затрат, результатов труда и т.д. Те или иные конкретные системы оплаты труда выделяются в рамках более общих *форм оплаты труда*. Поэтому рассмотрим сначала формы заработной платы, а затем для каждой из форм перечислим основные системы оплаты.

Различают следующие **формы индивидуальной заработной платы** [1, 22, 37, 54, 90]:

- *тарифная*, при использовании которой индивидуальное вознаграждение агента не связано явным образом с количественными показателями его деятельности, а определяется ее содержанием, квалификационными требованиями и прочими нормативами[1].

Для оплаты труда руководителей и специалистов может использоваться *окладно-премиальная* система оплаты, в которой индивидуальное вознаграждение складывается из оклада (тарифная система) и премии, определяющейся по результатам деятельности организации, подразделения и т.д.

Разновидностью тарифной формы оплаты также являются так называемые *плавающие оклады*, при использовании которых показатели тарифной системы на каждый период рассчитываются с учетом результатов деятельности в предыдущих периодах.

- *повременная*, при использовании которой индивидуальное вознаграждение зависит от отработанного времени с учетом квалификации и качества труда;
- *сдельная*, при использовании которой индивидуальное вознаграждение зависит от количества произведенной продукции;
- *участие в доходе* (*участие в прибылях, выплаты бонуса*), например – приобретение акций компании;

---

[1] *Так как тарифная форма заработной платы связана с показателями индивидуальной деятельности косвенным образом* (*хотя величина показателей тарифной системы и является существенным мотивирующим фактором, в том числе – в соревновательных системах* [7, 16, 80, 112]), *то не будем рассматривать подробно ее формальные модели, ограничившись замечанием, что достаточно адекватной ее моделью является система стимулирования С-типа.*

- *премии* – дополнительное по сравнению с заработной платой вознаграждение, выплачиваемое в определенных случаях.

Отдельной формой заработной платы, стимулирующей продажи и не рассматриваемой подробно в настоящей работе, являются *комиссионные*[1].

Отметим, что перечисленные выше формы не являются однородными. Так, например, разделение повременной и сдельной заработной платы основывается на мере труда (то есть, способе измерения количества труда – см. также классификации в [37, 39, 54]) – соответственно – времени и количестве произведенной продукции. Обе эти формы являются *регулярными* (выплачиваемыми в рамках действующего трудового контракта) и зависящими явным и известным работнику образом от показателей его деятельности. При продаже работникам акций компании (форма участия в доходе) вознаграждение не зависит столь явным образом от результатов именно индивидуальной деятельности; премии (как правило) не являются регулярной формой заработной платы и т.д.

<u>Повременная форма</u> заработной платы может реализовываться в виде следующих **систем оплаты**[2]:

- *простая повременная*;
- *повременно-премиальная*.

<u>Сдельная форма</u> заработной платы (иногда ее называют поштучной) может реализовываться в виде следующих систем оплаты:

- *прямая сдельная*;
- *сдельно-премиальная*;
- *сдельно-прогрессивная*;
- *косвенно-сдельная*;
- *аккордная*.

---

[1] *Комиссионные в ряде случаев с формальной точки зрения могут рассматриваться как разновидность такой формы оплаты как участие в доходе. В тех ситуациях, когда произведенной продукцией выступают услуги, комиссионная оплата труда сотрудников является разновидностью сдельной оплаты.*

[2] *В ходе дальнейшего изложения для того, чтобы различать, если это необходимо, реальные «<u>системы оплаты</u>» и их модели, для последних будем использовать термин «<u>системы стимулирования</u>».*

Связь между повременной и сдельной формами оплаты может быть установлена следующим образом. Если в сдельной оплате фиксированы нормы времени на выполнение определенных заданий, то ее можно рассматривать как повременную. При этом на практике, если работник справляется со своим заданием (с выполнением требований не только количества, но и качества) быстрее отведенного времени, то ему может оплачиваться все время по норме, независимо от фактически затраченного времени (см. ниже).

Рассмотрим перечисленные выше системы оплаты более подробно.

Простая повременная система оплаты[1] соответствует использованию фиксированных (постоянных, то есть не зависящих от каких-либо показателей деятельности агента) ставок оплаты за единицу времени. Если под действием агента понимать отработанное время, то данной системе оплаты соответствует система стимулирования L-типа.

При использовании *повременно-премиальной системы оплаты*[2] к сумме заработка по тарифу (при условии выполнения и/или перевыполнения нормативов, например – плана x) добавляется премия (обозначим ее ставку $\Delta\alpha$), измеренная, например, в процентах к тарифной ставке. Данной системе оплаты соответствует система стимулирования LL-типа (см. рисунок 2.8).

Прямая сдельная система оплаты (см. также простую повременную систему оплаты) характеризуется прямо пропорциональной зависимостью величины вознаграждения от объема выпуска (количества произведенной продукции) по единым твердым сдельным расценкам (ставкам), не зависящим от объема выпуска и т.д. Если под действием агента понимать количество произведенной

---

[1] *Повременная форма заработной платы используется для 70-80% американских рабочих* [116], *и для 60-70% рабочих в Западной Европе. В России по разным оценкам повременная форма оплаты используется для 20% рабочих* [1, 40] (*в* [154] *приводится оценка – 40-60%*).

[2] *Отметим, что во многих случаях термин «гибкие системы оплаты» применяется для обозначения систем оплаты, более сложных, чем простая повременная и/или простая сдельная.*

продукции, то данной системе оплаты соответствует система стимулирования L-типа (см. раздел 2.1).

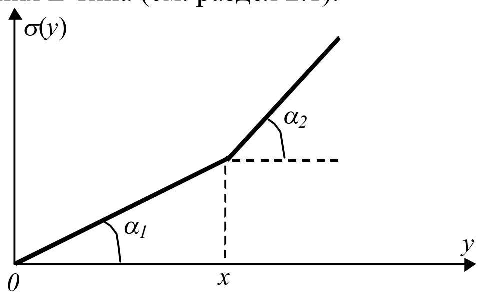

Рис. 2.8. Повременно-премиальная система оплаты
(норматив - x; $\alpha_2 = (1+\Delta\alpha)\alpha_1$ или $\alpha_2 = \alpha_1+\Delta\alpha$)

При использовании *сдельно-премиальной системы оплаты*, помимо базового тарифа, выплачивается премия, например, за перевыполнение нормативов и т.д. (см. рисунок 2.9). Следует отметить, что в литературе сдельно-премиальная и сдельно-прогрессивная системы оплаты не всегда разделяются достаточно четко, поэтому можно в общем случае считать, что при перевыполнении нормативов используется повышенный тариф или ставка оплаты. Данной системе оплаты соответствует система стимулирования L+C-типа или в более общем случае, приведенном на рисунке 2.9 ($\alpha_1 \le \alpha_2$), система стимулирования LL+C-типа.

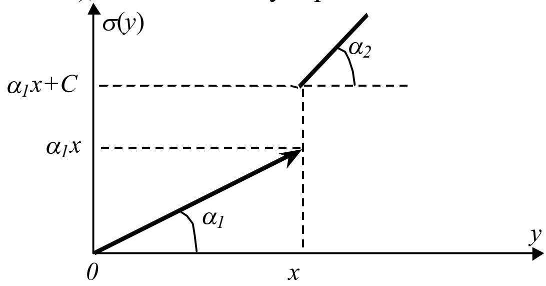

Рис. 2.9. Сдельно-премиальная система оплаты
(норматив - x)

Сдельно-прогрессивная система оплаты, в рамках которой выработка сверх установленной нормы оплачивается по повышенным расценкам, с точки зрения формального анализа полностью аналогична повременно-премиальной системе оплаты (с точностью до конкретизации меры труда – см. выше), и ей соответствует система стимулирования LL-типа.

Косвенно-сдельная система оплаты используется, например, для оплаты труда вспомогательных рабочих. При этом размер их заработка может составлять определенный процент от заработка основных (обслуживаемых ими) рабочих. Данной системе оплаты соответствует система стимулирования, основанная на перераспределении дохода – D-типа (см. раздел 2.1).

При использовании *аккордной системы оплаты* совокупный индивидуальный заработок выплачивается за фиксированные стадии работы или за выполнение полного комплекса работ. Данной системе оплаты соответствует система стимулирования C-типа (см. выше). Разновидностью аккордной системы оплаты является так называемые *аккордно-премиальные системы оплаты*, в которых дополнительная премия выплачивается за качество работ, сокращение сроков и т.д.

Участие в доходе (*прибыли*) как форма индивидуальной заработной платы (см. выше) в точности совпадает с системой стимулирования D-типа (см. раздел 2.1).

Специфическая форма заработной платы, стимулирующая продажи, то есть – *комиссионные*, может с одной стороны рассматриваться либо как система стимулирования, основанная на перераспределении дохода (или прибыли) от продаж (системы стимулирования D-типа), либо как пропорциональная система стимулирования (если доход от продажи единицы товара задан, то фиксирование комиссионных означает установление прямо пропорциональной зависимости между величиной поощрения и числом проданных товаров, которое играет в данном случае роль действия агента). Если вознаграждение определяется как фиксированный процент от прибыли, то при трактовке действия агента как величины прибыли, участие в прибыли является прямой сдельной системой оплаты (пропорциональная система стимулирования).

Такой подход охватывает следующие используемые на практике комиссионные формы: фиксированная денежная сумма за каждую проданную единицу продукции, фиксированный процент от маржи по контракту, фиксированный процент от объема реализации, фиксированный процент от базовой зарплаты при выполнении плана по реализации (см. описание премий и премиальных систем заработной платы ниже).

В заключение настоящего подраздела обсудим такую форму индивидуальной заработной платы как *премия*. Будем различать премии, предусмотренные системой оплаты труда в организации (и относимые на себестоимость), то есть «регулярные», и премии поощрительного характера – единовременные (выплачиваемые организацией за счет собственных средств), которые не являются обязательными (например, премии к юбилейным датам и т.д.). Поощрительные премии не зависят явным образом от индивидуальных показателей деятельности за учетный период и поэтому рассматриваться нами не будут. Зачастую премии основываются на основании результатов долгосрочных достижений работника. Учитываемые при этом диапазоны времени в зарубежной практике ограничиваются, как правило, тремя – пятью годами [121].

Различают регулярные премии следующих двух видов (отличающиеся показателями и условиями премирования).

В первом случае абсолютная величина премии, например, при выполнении и/или перевыполнении плановых заданий, оговорена заранее, чему соответствует система стимулирования A+C-типа, где A – некоторая базовая система стимулирования. В том числе величина премии может быть пропорциональна базовому окладу (без учеты премиальных, прогрессивных и других надбавок).

Во втором случае абсолютная величина премии определяется как заранее установленный процент от заработка за учетный период. Такие сложные системы премирования используются достаточно редко. Для их формального описания следовало бы ввести дополнительную (четвертую) операцию над базовыми системами стимулирования – «изменения масштаба» на определенных подмножествах множества допустимых действий агента. Теоретико-игровой анализ таких («сильно разрывных») систем стимулирования достаточно трудоемок – см. пятую главу.

Важную роль, помимо основной заработной платы, также играет *дополнительная заработная плата* в форме различных доплат (в том числе – доплаты за совмещение, сверхурочную работу и т.д.), надбавок (за квалификацию, выслугу лет, стаж работы в данной организации и т.д.) и единовременных вознаграждений. В отличие от премий, например, надбавки включаются в состав заработной платы регулярно. Основная и дополнительная заработные платы совместно могут рассматриваться как некоторая единая суммарная система стимулирования.

Выше перечислены основные формы и системы заработной платы, рассматриваемые в отечественной литературе по стимулированию и оплате труда. Системы заработной платы, используемые за рубежом, естественно, несколько отличаются от них, однако не столь сильно. Так, например, в [23] выделяются следующие компоненты вознаграждения работника: базовая заработная плата (одинаковая для некоторой группы работников, например, данной квалификации, должности и т.д.); индивидуальная компонента вознаграждения работника (определяемая его личным вкладом); компонента, общая для подразделения; участие в доходах компании в целом; одноразовые премии и т.д. Определение базовой заработной платы является задачей тарификации, носящей, условно говоря, скорее экономический, чем управленческий характер. Рассматриваемые в настоящей работе системы стимулирования соответствуют системам заработной платы, явным образом зависящим от результатов деятельности агента и/или коллектива (соответственно – три компоненты: индивидуальная, общая для подразделения, то есть «коллективная», и зависящая от результатов деятельности организации в целом). Модели коллективных форм и систем заработной платы (в том числе – вознаграждения по итогам работы подразделения, организации и участие в прибыли, то есть перераспределение доходов, и др.) рассматриваются в [23, 25, 36, 115].

Как и системы оплаты, используемые в России, так и такие системы оплаты, используемые за рубежом, как: система двух ставок, система контролируемой дневной выработки, надбавки за квалификацию, плата за знание и компетенцию, системы Тейлора, Скэнлона, Роуэна, Барта, Гантта, Меррика, «эмпирические» системы и др. (см. подробности в [23, 37, 121 и др.]), также могут быть формально описаны соответствующей базовой системой стимулирования.

Таким образом, краткий обзор основных используемых на практике систем оплаты труда позволяет сделать вывод, что подавляющее большинство из них охватывается множеством введенных выше моделей базовых систем стимулирования. При этом можно утверждать, что такие формы индивидуальной заработной платы как: повременная, сдельная, участие в доходе, премиальная (и соответствующие им системы оплаты: простая повременная, повременно-премиальная, прямая сдельная, сдельно-премиальная, сдельно-прогрессивная, косвенно-сдельная и аккордная и др.) могут быть относительно адекватно описаны следующим множеством систем стимулирования (см. их определения выше): L, LL, L+C или LL+C, D, C.

Установив в первом приближении качественную взаимосвязь теоретических моделей систем стимулирования с формами индивидуальной заработной платы, перейдем к изучению сравнительной эффективности тех или иных простых базовых систем стимулирования в одноэлементных ОС.

2.3. Эффективность базовых систем стимулирования

Рассмотрим перечисленные выше базовые системы стимулирования, акцентируя в основном внимание на их эффективности (то есть на минимальных затратах центра на стимулирование по реализации тех или иных действий агента – см. раздел 1.1). Параллельно с теоретическим исследованием будем рассматривать иллюстративный пример – модель стимулирования в одноэлементной детерминированной ОС, в которой функция дохода центра равна[1]: $H(y) = b\,y,\ \ b > 0,$ а функция затрат агента выпукла и равна: $c(y) = a\,y^2,\ a > 0$.

Так как выше было доказано, что компенсаторные (и квазикомпенсаторные) системы стимулирования оптимальны, то есть обладают максимальной эффективностью, то необходимо сравнить эффективность других базовых систем стимулирования с эффективностью квазикомпенсаторных.

Скачкообразные системы стимулирования (С-типа).

Как отмечалось выше, если не наложено ограничений на абсолютную величину индивидуального вознаграждения, то при исследовании скачкообразных систем стимулирования амплитуду скачка C (то есть величину вознаграждения в случае выполнения плана) следует считать переменной величиной, устанавливаемой центром, наряду с планом.

Множество действий, реализуемых системами стимулирования С-типа при условии $\overline{U} = 0$, имеет вид $P(C) = \{y \in A \mid c(y) \le C\} = [0;\ y^+(C)]$, где $c(y^+) = C$. Минимальные затраты на стимулирование равны: $\sigma_{minC}(y) = C,\ y \in P(C)$. Следовательно, $\forall\, y \in P(C)$ выполнено[2]

(2.8) $\Delta(C;\ K) = C - c(y) \ge 0.$

При использовании квазискачкообразных систем стимулирования оценка (2.8) также остается в силе.

Таким образом, скачкообразные системы стимулирования имеют эффективность, не превышающую эффективность компенсаторных, и совпадающую с последней при реализации действий, лежащих на границе множества реализуемых действий, определяемой ограничениями механизма стимулирования.

---

[1] Во многих случаях возможно произвести замену переменных, идентифицируя действие агента и доход центра (с точностью до мультипликативной константы), то есть «линеаризовать» функцию дохода центра, что иногда упрощает выкладки и численные расчеты – см. раздел 1.1. В то же время, такую замену следует производить с известной долей осторожности, пересчитывая и интерпретируя единицы измерения затрат и стимулирования, а также следя за выполнением введенных предположений.

[2] Напомним, что величина $\Delta(A, B)$ обозначает разность эффективностей классов систем стимулирования A и B (см. раздел 1.1).

Другими словами, скачкообразные системы стимулирования оптимальны, если выполнены следующие условия:

$$x = y^*,\ C = c(y^*) + \overline{U} + \delta,$$

где y^* определяется выражением (1.12) – см. также выражение (1.11) и рисунок 1.3.

График целевой функции агента при использовании центром системы стимулирования $\sigma_C(x, y)$ (при некотором $x \in P(C)$) приведен на рисунке 2.10 (отметим, что для наглядности в рисунках настоящего раздела функция затрат агента изображается с обратным знаком).

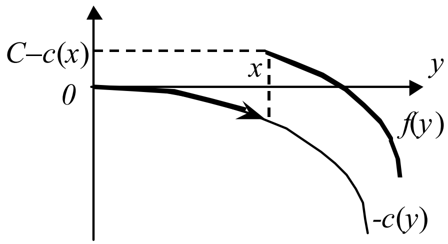

Рис. 2.10. Целевая функция агента при использовании центром системы стимулирования C-типа

Если ограничение C фиксировано, то при монотонной функции дохода центра оптимальным является реализация максимального действия $y^+(C)$, при этом $\sigma_{minC}(y^+(C)) = \sigma_{minQK}(y^+(C))$. В рассматриваемом примере $y^* = y^+(C) = \sqrt{C/a}$, если $b/\sqrt{aC} \geq 1$.

Компенсаторные системы стимулирования (K-типа).

При использовании компенсаторных (или квазикомпенсаторных) систем стимулирования минимальные затраты на стимулирование равны затратам агента.

Итак: $\sigma_{minK}(y) = c(y),\ y \in P(C)$. Очевидно, $\Delta(K; K) = 0$. В рассматриваемом примере: $y^* = \arg\max_{y \geq 0} \{b\,y - a\,y^2\} = b/2a$, то есть $K_{QK} = \Phi(y^*) = b^2/4a$; если же ФЗП ограничен, то: $K_{QK} = \max\{\Phi(y^*), \Phi(y^+(C)\}$, где $\Phi(y^+(C) = b\sqrt{C/a} - C$, причем, если максимум целевой функции центра достигается в точке $y^+(C)$ (используется весь «размах» функции стимулирования), то оптимальными являются также и скачкообразные системы стимулирования с ограничением C.

График целевой функции агента при использовании центром системы стимулирования $\sigma_K(x, y)$ (при некотором $x \in P(C)$) приведен на рисунке 2.11.

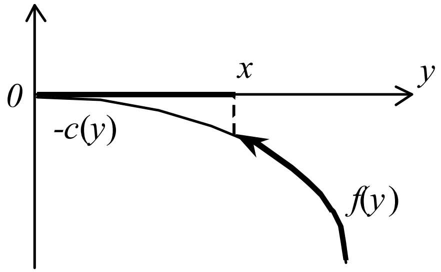

Рис. 2.11. Целевая функция агента при использовании центром системы стимулирования K-типа

<u>Пропорциональные системы стимулирования (L-типа).</u>

При использовании пропорциональных (линейных) или квазилинейных систем стимулирования и непрерывно дифференцируемой монотонной выпуклой функции затрат агента выбираемое им действие определяется следующим выражением: $y^* = c'^{-1}(\alpha)$, где $c'^{-1}(\cdot)$ – функция, обратная производной функции затрат агента. При этом величина

(2.9) $\Delta(L, K) = \sigma_{minL}(y^*) - \sigma_{minK}(y^*) = y^*\, c'(y^*) - c(y^*)$

всегда (при любых $\alpha \geq 0$, и, следовательно, при любых $y^* \geq 0$) неотрицательна. В рассматриваемом примере $\sigma_{minL}(y^*) = 2(y^*)^2$, то есть $\forall y^* \in A'$ $\sigma_{minL}(y^*) / \sigma_{minK}(y^*) = 2$.

Таким образом, при выпуклых функциях затрат агента эффективность пропорциональных систем стимулирования не выше, чем компенсаторных. График целевой функции агента при использовании центром пропорциональной системы стимулирования приведен на рисунке 2.12.

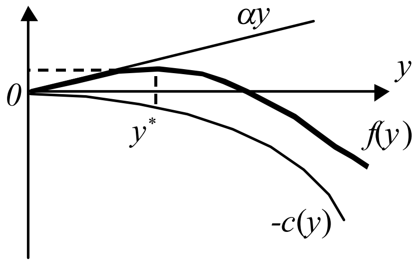

Рис. 2.12. Целевая функция агента при использовании центром системы стимулирования L-типа

Если функция затрат агента вогнутая, то для любой компенсаторной системы стимулирования выполнено: $\sigma(y) = c(y)$, и для любого действия, выбираемого агентом, существует система стимулирования L+C типа (зависящая от действия агента) не меньшей эффективности (см. рисунок 2.13).

Действительно, пусть агент при использовании компенсаторной системы стимулирования выбирает действие y^*. Система стимулирования L+C-типа со следующими параметрами: $x = 0$, $C(y^*) = c(y^*) - c'(y^*)\, y^*$, $\alpha(y^*) = c'(y^*)$, реализует действие y^* с теми же затратами на стимулирование, что и исходная компенсаторная система стимулирования (см. рисунок 2.13).

Описанный выше прием перехода от вогнутой компенсаторной к пропорциональной системе стимулирования называется *линеаризацией* системы стимулирования.

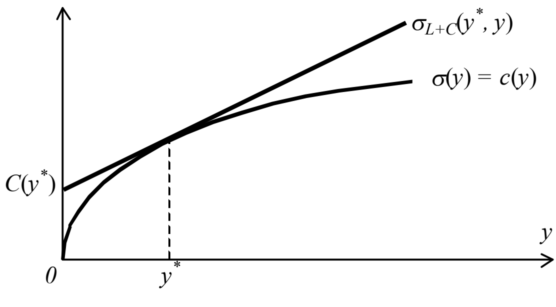

Рис. 2.13. Линеаризация вогнутой функции стимулирования

Неэффективность пропорциональных систем стимулирования вида $\sigma_L(y) = \alpha\, y$ обусловлена требованием неотрицательности вознаграждений. Если допустить, что вознаграждение может быть отрицательным: $\breve{\sigma}_L(y) = \sigma_0 + \alpha\, y$, где $\sigma_0 \le 0$, то при выпуклых функциях затрат агента эффективность предложенной пропорциональной системы стимулирования $\breve{\sigma}_L(\cdot)$ может быть равна эффективности оптимальной (компенсаторной) системы стимулирования. Для обоснования этого утверждения достаточно воспользоваться следующими соотношениями (см. рисунок 2.14):

$$y^*(\alpha) = c^{'-1}(\alpha),\ \sigma_0(\alpha) = c(c^{'-1}(\alpha)) - \alpha\, c^{'-1}(\alpha).$$

Оптимальное значение α^* ставки оплаты при этом выбирается из условия максимума целевой функции центра:

$$\alpha^* = \arg\max_{\alpha \ge 0}\ [H(y^*(\alpha)) - \breve{\sigma}_L(y^*(\alpha))].$$

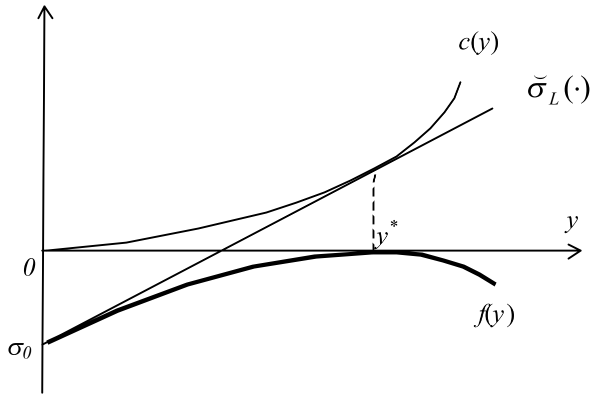

Рис. 2.14. Целевая функция агента при использовании центром системы стимулирования $\breve{\sigma}_L(\cdot)$

В рассматриваемом примере $\alpha^* = b$, $\sigma_0 = -\, b^2 / 2\, a$, $y^* = b / 2\, a$.

<u>Системы стимулирования,</u>
<u>основанные на перераспределении дохода (D-типа).</u>

В работах [54, 74] при достаточно общих предположениях показано, что использование систем стимулирования, полностью основанных на перераспределении дохода, неэффективно (в сравнении с компенсаторными системами стимулирования).

Другими словами, $\forall y^* \in A$ величина

(2.10) $\Delta(D, K) = \sigma_{minD}(y^*) - \sigma_{minQK}(y^*)$

всегда неотрицательна. В рассматриваемом примере, так как функция дохода центра линейна по действию агента, то перераспределение дохода эквивалентно использованию пропорциональных систем стимулирования – при этом ставка оплаты $\alpha = \xi\, b$, то есть: $\sigma_{minD}(y^*) = \sigma_{minL}(y^*) = 2(y^*)^2$, $\xi(y^*) = 2ay^*/b$, следовательно, $y^* \le b/2a$.

Эффективность системы стимулирования D-типа может быть и в точности такой же, как и эффективность «абсолютно оптимальной» квазикомпенсаторной системы стимулирования. Для этого достаточно, например, «однотипности» функции затрат агента и функции дохода центра. Следует признать, что содержательные интерпретации такого совпадения затруднительны.

Если в рассматриваемом примере $H(y) = b\, y^2$, где $b > a$, то при $\xi = a / b$ выполнено $K_D = K_{QK}$ (правда, если $a > b$, то системами стимулирования D-типа нельзя реализовать никаких действий, кроме нулевого).

<u>Системы стимулирования LL-типа.</u>

При использовании центром систем стимулирования LL-типа целевая функция агента имеет вид:

(2.11) $f(y) = \begin{cases} \alpha_1 y - c(y), & y \le x \\ \alpha_2 y + (\alpha_1 - \alpha_2)x - c(y), & y \ge x \end{cases},$

где x – величина действия, при превышении которого увеличивается ставка оплаты (см. рисунок 2.8).

Обозначим $y_1^* = c'^{-1}(\alpha_1)$, $y_2^* = c'^{-1}(\alpha_2)$. Отметим, что в рамках введенных в разделе 1.1 предположений эти точки существуют и единственны, кроме того всегда выполнено: $y_1^* \le y_2^*$, $x \le y_2^*$ Возможны следующие случаи:

1. $y_1^* \le x \le y_2^*$, $f(y_1^*) \ge f(y_2^*)$ (в рассматриваемом примере этому соответствует выполнение $\alpha_1 + \alpha_2 \le 4\, a\, x$), тогда агент выберет действие y_1^*, то есть второй «кусок» (со ставкой α_2) функции

стимулирования «не работает», при этом система стимулирования эквивалентна пропорциональной;

2. $y_1^* \leq x \leq y_2^*$, $f(y_1^*) \leq f(y_1^*)$ (в рассматриваемом примере этому соответствует выполнение $\alpha_1 + \alpha_2 \geq 4\ a\ x$), тогда агент выберет действие y_2^*, то есть первый «кусок» (со ставкой α_1) функции стимулирования «не работает», но при этом система стимулирования не эквивалентна пропорциональной (см. оценку минимальных затрат на стимулирование ниже);

3. $y_1^* \leq y_2^* \leq x$, то есть получаем, практически, первый случай.

4. $x \leq y_1^* \leq y_2^*$, $f(y_1^*) \leq f(y_2^*)$, то есть получаем, практически, второй случай.

Итак, интерес представляют (из-за отличия от систем L-типа) второй и четвертый из описанных выше случаев. Очевидно, $\sigma_{minLL}(y_2^*) \leq \sigma_{minL}(y_2^*)$. Для рассматриваемого примера имеет место:

(2.12) $\sigma_{minL}(y_2^*) - \sigma_{minLL}(y_2^*) = (\alpha_2 - \alpha_1)\ x$.

Из выражения (2.12) видно, что эффективность системы стимулирования LL-типа возрастает с ростом параметра $x \leq y_2^*$. Если отсутствуют ограничения на ставки оплаты, то получаем, что при $\alpha_1 = 0$ при «стремлении» x к y_2^* система стимулирования LL-типа «стремится» к системе стимулирования C-типа со скачком в точке x.

Содержательно, с точки зрения центра максимально эффективной является неоплата (оплата с нулевой ставкой) действий, меньших плана, и компенсация затрат при точном выполнении (и/или перевыполнении плана) или пропорциональная оплата со ставкой, равной предельным затратам агента в точке плана.

Качественно, более высокую по сравнении с системами стимулирования L-типа эффективность систем LL-типа с последовательно возрастающими ставками оплаты можно объяснить тем, что последние «ближе» («точнее аппроксимируют») к выпуклой функции затрат агента. Кусочно-линейные системы стимулирования

LLL-типа, LLLL-типа и т.д. с последовательно возрастающими ставками оплаты будут еще точнее аппроксимировать возрастающую выпуклую функцию затрат агента и, следовательно, будут иметь еще более высокую эффективность, приближаясь (по мере увеличения числа составляющих) к эффективности компенсаторной системы стимулирования.

Системы стимулирования CC-типа и C+C-типа, очевидно, эквивалентны (имеют ту же эффективность и те же минимальные затраты на стимулирование) базовым скачкообразным системам стимулирования (с одним скачком), поэтому подробно рассматривать их не будем.

Системы стимулирования L+C-типа и LL+C-типа.

Пусть производная функции затрат в нуле равна нулю. Обозначим $y_1^* = c'^{-1}(\alpha_1)$, $y_2^* = c'^{-1}(\alpha_2)$ (см. также системы стимулирования LL-типа). Система стимулирования LL+C-типа в зависимости от соотношения параметров может реализовывать одно трех из действий: y_1^*, x или y_2^*, где x – точка скачка.

По аналогии с исследованием систем LL-типа, для этого класса систем стимулирования можно показать, что их эффективность не ниже, чем эффективность систем L-типа и, естественно, не выше, чем систем K-типа и C-типа.

Системы стимулирования C+D-типа.

Содержательно, при использовании систем стимулирования C+D-типа индивидуальное вознаграждение агента складывается из оклада (выплачиваемого при условии выполнения, например, должностных обязанностей – тарифная система оплаты труда) и компоненты, зависящей от результатов деятельности всей организационной системы, точнее говоря – дохода центра, выражающего интересы системы в целом.

Обозначим $\tilde{c}(\xi, y) = c(y) - \xi H(y)$. Тогда целевая функция агента[1] может быть записана в виде:

(2.13) $f(\xi, y) = \sigma(y) - \tilde{c}(\xi, y)$.

---

[1] *Отметим, что функция $\tilde{c}(\xi, y)$ может не удовлетворять тем предположениям, которым удовлетворяет функция затрат $c(y)$.*

Итак, произведя замену переменных (затрат), получаем параметрическую (параметр – ξ) задачу синтеза оптимальной скачкообразной системы стимулирования в ОС с целевой функцией агента, определяемой (2.13), методы решения которой детально исследованы (см. [54, 74, 77]). Таким образом, задача поиска оптимальной системы стимулирования C+D-типа решается в два этапа. На первом этапе для фиксированного ξ ищется оптимальная система стимулирования С-типа. На втором этапе ищется оптимальное значение параметра $\xi \in [0; 1]$.

Системы стимулирования K+A-типа и C+A-типа[1].

Относительно суммарных систем стимулирования следует сделать следующее общее замечание. Пусть A и B – классы компонент (слагаемых) некоторой суммарной системы стимулирования из класса A+B. Условие реализуемости действия $y^* \in A'$ имеет вид:

$$\forall y \in A' \;\; \sigma_{A+B}(y^*) - c(y^*) \geq \sigma_{A+B}(y) - c(y).$$

При этом минимальные затраты на стимулирование по реализации действия y^* равны

(2.14) $\sigma_{min(A+B)}(y^*) = \sigma_A(y^*) + \sigma_B(y^*)$.

Свойство аддитивности минимальных затрат на стимулирование, отражаемое выражением (2.14), позволяет сделать важный вывод о свойстве суммарных систем стимулирования, в которых одной из компонент является компенсаторная или оптимальная (см. выше) скачкообразная системы стимулирования. Так как одна из компонент (оптимальная C-типа или K-типа) системы стимулирования C+A-типа или K+A-типа компенсирует затраты агента по выбору некоторого действия, то компонента A является «лишней» с точки зрения реализуемости этого действия, играя роль дополнительной мотивации. Из вышесказанного и (2.14) следует, что справедлива следующая оценка: $\forall y^* \in A$

(2.15) $\Delta(K+A, K) = \Delta(C+A, C) = \sigma_A(y^*)$.

Выражение (2.15) дает возможность легко оценить «экономические» потери от использования систем стимулирования C+A-

[1] *Напомним, что «A» обозначает произвольную базовую систему стимулирования.*

типа или К+А-типа по сравнению с системами стимулирования С-типа или К-типа.

Содержательно (2.15) означает, что агент выбирает действие, при котором достигается максимум «дополнительного» (с учетом полностью компенсированных его затрат) вознаграждения $\sigma_A(y)$. Поэтому анализ систем стимулирования С+А-типа или К+А-типа вырождается и заключается в поиске системы стимулирования А, которая будет: 1) иметь максимум в точке, которую хочет реализовать центр; 2) обладать достаточным мотивирующим эффектом; 3) иметь в точке максимума минимальное значение (с учетом второго пункта).

Итак, рассмотрены основные свойства базовых систем стимулирования: скачкообразных, компенсаторных, пропорциональных и основанных на перераспределении дохода, а также ряда производных от них систем стимулирования. Сводка полученных выше оценок их сравнительной эффективности (оценок затрат на стимулирование при любых допустимых действиях агента) приведена в таблице 2.1.

Таблица 2.1

Сравнительная эффективность
базовых систем стимулирования

	C	**K**	**L**	**D**	**LL**	**LL+C**	**C+D**
C	—	=	≥	≥	≥	≥	≥
K	=	—	≥	≥	≥	≥	≥
L	≤	≤	—	?	≤	≤	?
D	≤	≤	?	—	?	?	≤
LL	≤	≤	≥	?	—	≤	?
LL+C	≤	≤	≥	?	≥	—	?
C+D	≤	≤	?	≥	?	?	—

Знак «≥» («≤»), стоящий на пересечении некоторой строки и столбца таблицы 2.1, означает, что в рамках введенных предположений при использовании класса систем стимулирования, соответствующих строке, эффективность всегда не меньше (не больше) а, следовательно, минимальные затраты на стимулирование не больше (не меньше), чем при использовании класса систем стимулирования, соответствующих столбцу. Знак «?» означает, что соотношение затрат на стимулирование зависит от конкретного случая – параметров организационной системы, то есть свойств целевых функций и допустимых множеств и т.д. – и требует дополнительного исследования в каждом из этих конкретных случаев.

Выше были выделены четыре основных, двенадцать суммарных и пятнадцать составных (двойных), то есть всего 31 простая базовая система стимулирования. Подробно исследованы некоторые (K, C, L, D, LL, L+C и др.) из базовых систем стимулирования, отражающих наиболее часто используемые на практике системы индивидуальной заработной платы.

Полное исследование сравнительной эффективности всех базовых систем стимулирование подразумевает, как минимум, попарное сравнение соответствующих минимальных затрат на стимулирование, результатами которого могла бы стать таблица типа таблицы 2.1, имеющая $31 \times 31 = 961$ ячейку. Заполнение такой таблицы является трудоемкой, но, в принципе, реализуемой задачей. В то же время, такое детальное исследование всех возможных комбинаций представляется нецелесообразным по следующим причинам.

Во-первых, выше при описании результатов исследования комбинаций, вошедших в таблицу 2.1, мы зачастую вводили те или иные предположения как относительно свойств целевых функций, так и относительно соотношений конкретных параметров, явно оговаривая или неявно подразумевая (будучи обоснованно уверенными [20, 27, 75, 77]), что небольшие изменения этих параметров не повлияют на сделанные выводы и, в частности – на оценки сравнительной эффективности.

Во-вторых, из приведенных результатов видно, что «техника» анализа различных комбинаций практически одинакова (что и является одной из основ упомянутой выше уверенности): следует вычислить действия, реализуемые используемой системой стимулирования, определить минимальные затраты на стимулирование и сравнить их с соответствующими показателями для других базовых систем стимулирования.

Таким образом, с одной стороны, учет всего многообразия возможных вариантов достаточно трудоемок, с другой стороны единообразие, простота и алгоритмичность их анализа свидетельствуют о наличии единых (методологических и методических) подходов к их изучению. Поэтому, наверное, нецелесообразно исследовать все комбинации моделей, а лучше предоставить исследователю операций возможность самостоятельно реализовать в каждом конкретном случае единый подход к изучению как существующих на практике систем оплаты, так и их формальных моделей.

Существенными для проведенного анализа являлись введенные выше предположения о поведении агента – в частности: используемых им принципах рационального выбора, свойствах функции затрат и т.д. Поэтому перспективным направлением дальнейших исследований представляется ослабление этих предположений, то есть расширение множества моделей и исследование возможности использования предложенного выше подхода (анализ минимальных затрат на стимулирование) в этом более широком их классе.

Кроме того, необходимо установить связь между теорией и практикой, указав, откуда «берутся» те или иные параметры, фигурирующие в теоретико-игровых моделях стимулирования в организационных системах. Эта задача решается в последующих главах настоящей работы. Более конкретно – в третьей главе идентифицируется функция затрат агента, в четвертой главе – функция дохода центра.

В заключение настоящего раздела рассмотрим интерпретации базовых систем стимулирования в терминах экономики труда (функции полезности), исходя из обоснованного выше предположения, что кривые безразличия функции полезности $u(q, t)$ агента убывающие и выпуклые[1].

---

[1] *Подчеркнем, что для упрощения изложения считается, что задача выбора агентом продолжительности рабочего времени* (*см. раздел 1.4*) *имеет внутреннее решение, то есть, исключим из рассмотрения «угловое решение», при котором оптимальная для агента продолжительность свободного времени равна T* (*при этом стимулирование бессмысленно, так как агент отрабатывает нулевое число часов, как и в случае полного отсутствия стимулирования*).

Системы стимулирования K-типа.

Напомним, что компенсаторной выше была названа система стимулирования, которая компенсирует затраты агента, обеспечивая ему некоторый уровень полезности (например, полезность резервной заработной платы $\overline{U}$). Множество допустимых вознаграждений агента при ограничении C механизма стимулирования заштриховано на рисунке 2.15.

Если центр гарантирует агенту значение полезности, равное полезности резервной заработной платы, то компенсаторная система стимулирования $\sigma_K(\tau)$ может быть найдена из следующих соотношений (см. определение множества реализуемых действий выше):

(2.16) $\forall\, t\colon (T - t) \in P(C) \quad u(\tilde{\sigma}_K(t), t) = \overline{U}$,

(2.17) $\sigma_K(\tau) = \tilde{\sigma}_K(T - \tau)$.

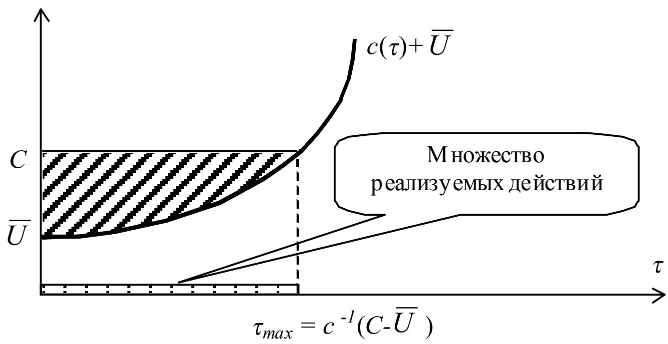

Рис. 2.15. Множество допустимых вознаграждений АЭ

Из (2.16)-(2.17) следует, что график функции $\tilde{\sigma}_K(t)$ совпадает с кривой безразличия функции полезности, определяемой условием: $\gamma = \overline{U}$ (см. рисунок 2.16). Так как кривая безразличия – убывающая и выпуклая, следовательно компенсаторная система стимулирования (а также, как известно из результатов первой главы, функция затрат агента) является возрастающей и выпуклой (см. рисунок 2.16). Кривая безразличия, соответствующая гарантированной полезности агента $\overline{U}$, на рисунке 2.16 выделена жирной линией.

На рисунке 2.16 также изображена (жирной штрих-пунктирной линией) компенсаторная функция стимулирования $\sigma_K(\tau)$, соответствующая данной функции полезности агента (отметим, что при $\tau > \tau_{max} = T - t_{min} = c^{-1}(C - \overline{U}\ )$ компенсаторное вознаграждение превысит ограничение C).

Итак, компенсация затрат в модели индивидуальных предпочтений означает, что агент «находится» на изокванте полезности и безразличен между всеми продолжительностями рабочего времени. Если выполнена гипотеза благожелательности, то он выберет продолжительность рабочего времени, оговоренную в контракте.

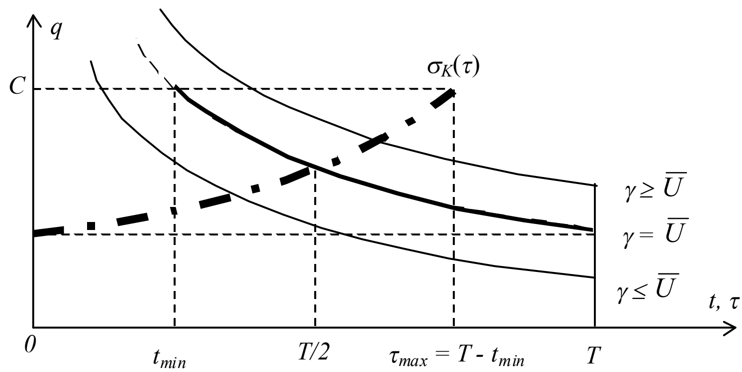

Рис. 2.16. Компенсаторная функция стимулирования

Приведем доказательство оптимальности систем стимулирования К-типа в терминах функции полезности. Пусть центр хочет побудить агента отработать τ^* часов. Свободное время при этом равно $t^* = T - \tau^*$. Наличие резервной заработной платы ограничивает множество возможных значений вознаграждения полуинтервалом AB (см. рисунок 2.17).

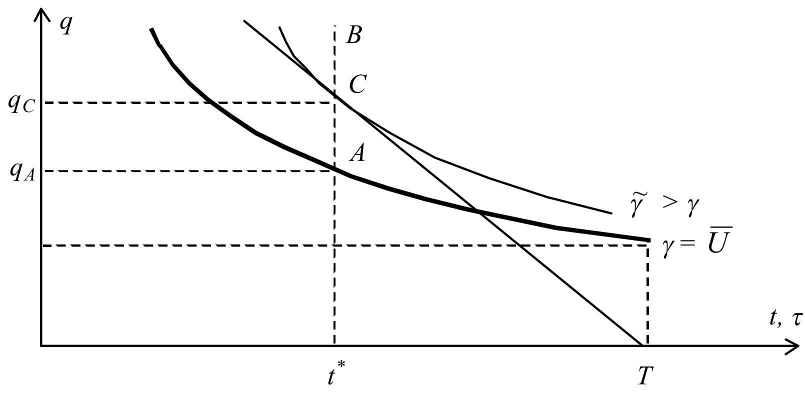

Рис. 2.17. Оптимальность функции стимулирования К-типа

Задача синтеза оптимальной функции стимулирования сводится к поиску такого бюджетного ограничения, которое касалось бы некоторой кривой безразличия на отрезке АВ, причем желательно, чтобы величина вознаграждения в точке касания была минимальна, то есть чтобы точка касания находилась как можно ближе к точке А, а в идеале – совпадала бы с ней. Кривая безразличия, проходящая через точку А, соответствует ограничению резервной заработной платы. Если рассматривать ее саму как бюджетное ограничение, то получим, что последнему соответствует именно компенсаторная система стимулирования. При ее использовании затраты на стимулирование по реализации действия τ^* равны q_A (см. рисунок 2.17).

Если попытаться найти оптимальную пропорциональную систему стимулирования, реализующую то же действие τ^*, то получим, что соответствующим ей бюджетным ограничением является прямая, касающаяся кривой безразличия $\tilde{\gamma} > \gamma = \overline{U}$ в точке С (см. рисунок 2.17). Через точку С проходит кривая безразличия, соответствующая строго большей полезности, чем полезность резервной заработной платы. Поэтому, хотя пропорциональная система стимулирования и реализует действие τ^*, она реализует его с затратами на стимулирование q_C, строго большими, чем минимально необходимые. Разность $q_C - q_A$ показывает насколько переплачивает центр при использовании неотрицательных пропорциональных систем стимулирования по сравнению с компенсаторными. Аналогичные рассуждения можно привести, иллюстрируя их графиками (см. ниже), и относительно эффективности других базовых систем стимулирования в сравнении с компенсаторными и друг с другом.

Из всех базовых систем стимулирования только компенсаторные зависят непосредственно от затрат агента. Поэтому при рассмотрении остальных базовых систем стимулирования учет полезности агента будет производиться не столь явным образом, как это делалось выше для компенсаторных. Реализуемое действие будем обозначать как и ранее t^* ($t^* = T - \tau^*$). Аналогия приводимых ниже результатов с результатами анализа пропорциональных систем стимулирования следующая – **функция поощрения $\tilde{\sigma}(t)$ является бюджетным ограничением, которого в точке оптимума должна «касаться» кривая безразличия агента**.

Системы стимулирования С-типа.

Напомним, что при использовании скачкообразных систем стимулирования $\sigma_C(\tau)$ агент поощряется на фиксированную величину только в том случае, если его действие (продолжительность рабочего времени τ) не меньше, чем заданный норматив x. Соответствующая функция $\tilde{\sigma}_C(t)$ определяется следующим образом: агент поощряется на фиксированную величину только в том случае, если продолжительность его свободного времени t не больше, чем заданный норматив x.

На рисунке 2.18 представлены: скачкообразная система стимулирования $\tilde{\sigma}_C(t)$ со скачком в точке x; кривая безразличия $\gamma = \overline{U}$ полезности обозначена пунктиром, она совместно с ограничением механизма стимулирования C определяет минимальную продолжительность свободного времени t_{min}, которую центр может побудить выбрать агента; кривая безразличия функции полезности (соответствующая максимальному при данной системе стимулирования значению полезности агента) обозначена непрерывной линией, эта кривая безразличия характерна тем, что она касается[1] $\tilde{\sigma}_C(t)$ в точке А.

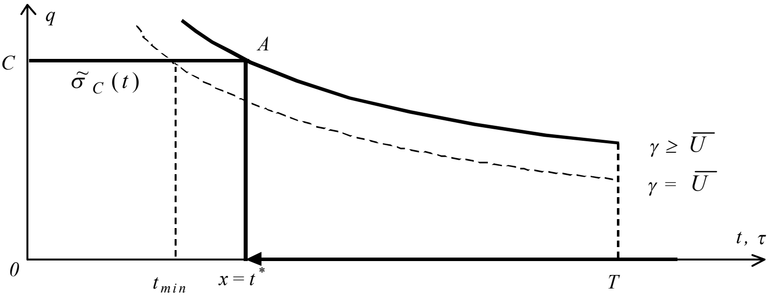

Рис. 2.18. Скачкообразная функция стимулирования

Значение времени досуга, равное t_{min}, соответствует максимальной продолжительности рабочего времени, которое центр может побудить отработать агента, используя скачкообразные системы стимулирования, ограниченные сверху константой C (доход агента, равный C, при $t = t_{min}$ обеспечивает ему минимальный уровень полезности, соответствующий резервной заработной плате).

Системы стимулирования L-типа (то есть линейные – с постоянной ставкой оплаты) детально описаны выше.

Остановимся более подробно на взаимосвязи сдельной и повременной оплаты. Как отмечалось выше (см. вторую главу), если результат деятельности агента, достигаемый за единицу времени (являющуюся основой отсчета при повременной оплате – минута, час, день и т.д.), постоянен и не зависит от количества уже отработанных часов, то с точки зрения теоретического анализа сдельная и

[1] *Оптимальная продолжительность рабочего времени (то есть продолжительность, максимизирующая полезность агента при данной зарплате) в рассматриваемом случае определяется уже не «дифференциальными» условиями первого порядка (условие касания), а общим видом условий реализуемости действия (условий глобального максимума).*

повременная системы оплаты полностью эквивалентны – между ними существует линейная связь (то есть результат деятельности y прямо пропорционально рабочему времени τ). Если результат деятельности агента, достигаемый за единицу времени, зависит от количества уже отработанных часов, то между повременной и сдельной оплатой существуют различия.

В работах зарубежных исследователей по экономике труда [125] обычно принимается следующий вид зависимости между результатами деятельности y и текущей продолжительностью рабочего времени τ (см. рисунок 2.19). На рисунке 2.20 изображен график производной $\dfrac{dy(\tau)}{d\tau}$ кривой $y(\tau)$ – кривая *производительности деятельности* агента (результат деятельности, достигаемый в единицу времени).

Содержательно, низкая производительность в начале рабочего дня обусловлена эффектом «врабатывания» (или адаптации) – агент переключается (промежуток времени $[0; \tau_1]$) на новый (по сравнению, например, с отдыхом) вид деятельности – работу. Постепенно производительность растет (промежуток времени $[\tau_1; \tau_2]$, достигая максимума в момент времени τ_2 (или в более общем случае в некотором интервале времени). Затем, после момента времени τ_2, начинает сказываться, например, усталость, и производительность начинает убывать.

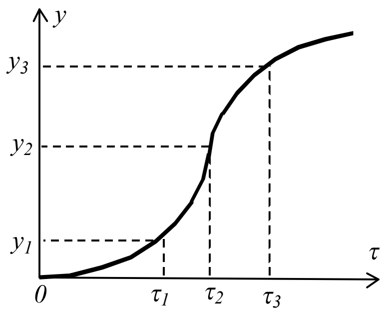

Рис. 2.19. Зависимость результата (кумулятивного) деятельности агента от времени

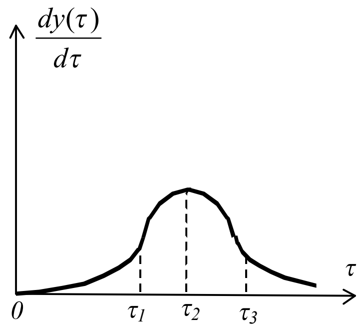

Рис. 2.20. Производительность деятельности агента

В многочисленных исследованиях (проведенных в основном в доперестроечный период) отечественных ученых [29, 92 и др.] также встречаются кривые (зависимости производительности труда от времени в течение рабочего дня[1]) типа приведенных на рисунке 2.20. Эскиз графика характерной зависимости производительности труда рабочих (с учетом перерыва на обед) от времени изображен на рисунке 2.21 (нулевой момент времени соответствует началу рабочего дня; во время обеденного перерыва – на интервале [τ_1; τ_2] – производительность равна нулю; момент времени τ_3 соответствует окончанию рабочего дня). Содержательные интерпретации участков возрастания, постоянства и убывания производительности труда очевидны.

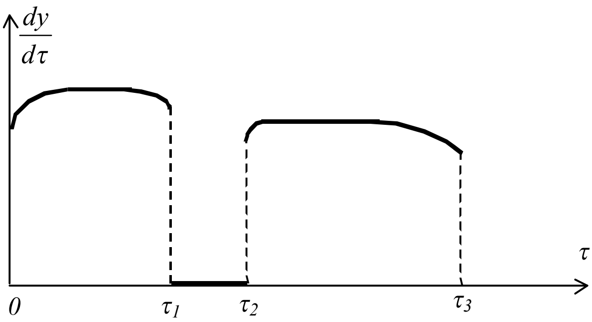

Рис. 2.21. Зависимость производительности труда от времени в течение рабочего дня

Нелинейное изменение результата деятельности агента во времени позволяет выделить два «типа» агентов [101], которых следует оплачивать по-разному. Поясним последнее утверждение. Если принять, что функция затрат агента имеет вид, изображенный на рисунке 2.19, то при использовании центром компенсаторной системы стимулирования кривые безразличия агента могут касать-

[1] *Следует отметить, что и отечественными, и зарубежными учеными исследовались зависимости производительности труда от времени не только в течение рабочего дня, но и в течение рабочей недели, месяца, года и т.д.*

ся кривой бюджетного ограничения в одной из двух характерных точек – точке А, в которой кривая бюджетного ограничения вогнута (первый «тип»), или в точке В, в которой кривая бюджетного ограничения выпукла (второй «тип» – см. рисунок 2.22). Выделенным двум типам агентов соответствуют разные семейства кривых безразличия: агенты первого типа по сравнению с агентами второго типа выше ценят доход, а агенты второго типа – свободное время.

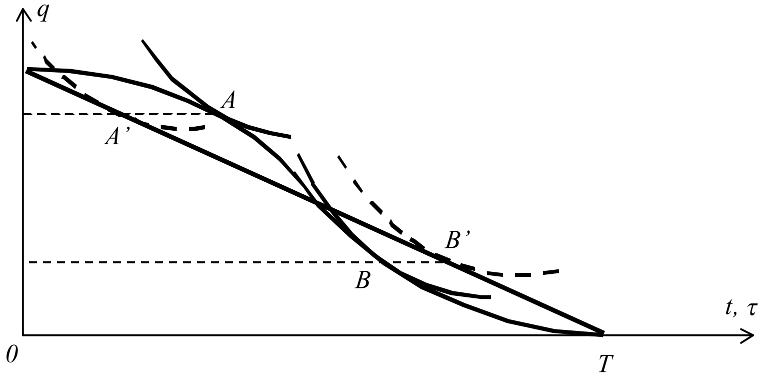

Рис. 2.22. Два «типа» агентов

Если цель центра заключается в том, чтобы при минимальном вознаграждении агента побуждать его к увеличении продолжительности рабочего времени, то для агентов первого типа следует использовать повременную систему (пропорциональную, в которой показателем является продолжительность рабочего дня) стимулирования, а для агентов второго типа – сдельную (компенсаторную, в которой показателем является результат деятельности) – см. горизонтальные прямые и точки А, А' и В, В' на рисунке 2.22.

Системы стимулирования D-типа. Напомним, что в системах стимулирования, основанных на перераспределении дохода, вознаграждение агента пропорционально (с коэффициентом пропорциональности не зависящим от действия агента) доходу центра $H(y)$, который зависит от действия агента, то есть $\sigma_D(\tau) = \xi\, H(\tau)$, $\xi \in [0;\ 1]$.

Если функция дохода центра вогнутая (что обычно предполагается как в теоретико-игровых, так и в экономических моделях [50, 108]), то функции $\sigma_D(\tau)$ и $\tilde{\sigma}_D(t)$ также являются вогнутыми. На рисунке 2.23 изображены функции стимулирования $\sigma_D(\tau)$ и $\tilde{\sigma}_D(t)$, а также кривая безразличия, соответствующая максимальному значению полезности агента (эта кривая касается кривой $\tilde{\sigma}_D(t)$ в точке А).

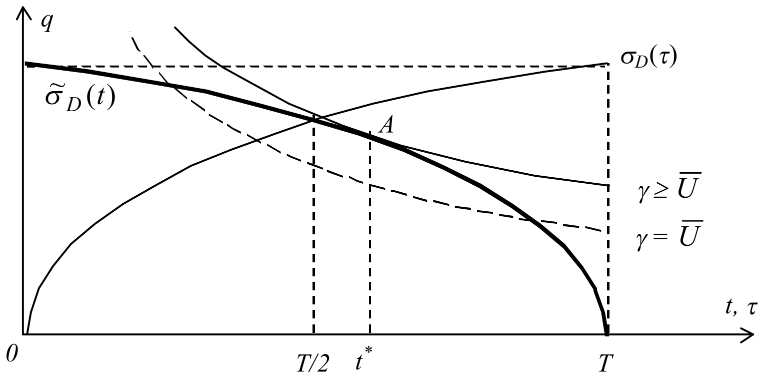

Рис. 2.23. Функция стимулирования D-типа

Вогнутые функции стимулирования.

Пусть функция стимулирования (бюджетное ограничение) вогнутая, а кривая безразличия агента – выпуклая (см. рисунок 2.24). Тогда для данной системы стимулирования можно произвести линеаризацию (см. выше), то есть найти неотрицательную систему стимулирования L+C-типа, реализующую то же действие, что и исходная система стимулирования. Величина q_T называется *нетрудовым доходом* (она равна доходу агента при нулевом рабочем времени).

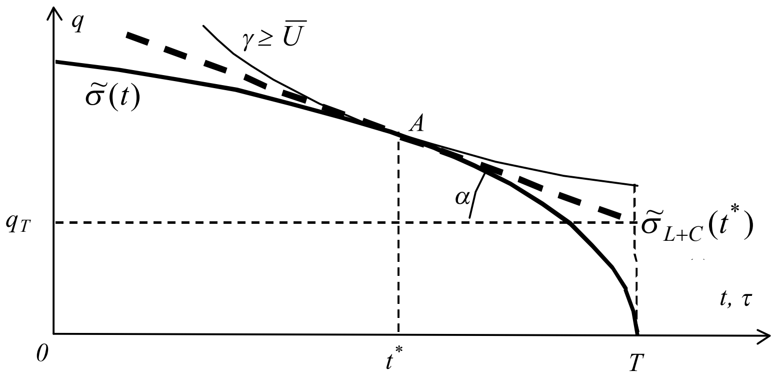

Рис. 2.24. Линеаризация вогнутой функции стимулирования

Итак, рассмотрено описание основных базовых систем стимулирования в терминах экономики труда. Используя полученные результаты, легко получить аналогичные описания для остальных базовых систем стимулирования. Проиллюстрируем возможность переноса на примере составных и суммарных систем стимулирования.

Системы стимулирования LL-типа (составные). Напомним, что составной системой стимулирования LL-типа называется такая система стимулирования, в которой агент поощряется пропорционально действию, причем на различных участках множества возможных действий $A = [0; T]$ коэффициенты пропорциональности α_1 и α_2 различны. Так как выше было показано, что оптимальная система стимулирования должна быть возрастающей и выпуклой, то рассмотрим случай, когда $0 < \alpha_1 \leq \alpha_2$ (при $\alpha_1 = \alpha_2$ получим подробно рассмотренную выше систему стимулирования L-типа). Условием оптимальности является равенство ставки оплаты и альтернативной стоимости одного часа досуга. Следовательно, возможны три варианта – кривая безразличия полезности агента касается бюджетной кривой, имеющей вид ломаной, либо на линейном участке с углом наклона α_1 (точка А – см. рисунок 2.25), либо на линейном участке с углом наклона α_2 (точка В – см. рисунок 2.26), либо на обоих участках сразу (точки А и В – см. рисунок

2.27) – см. также описание систем стимулирования LL-типа в разделе 2.1.

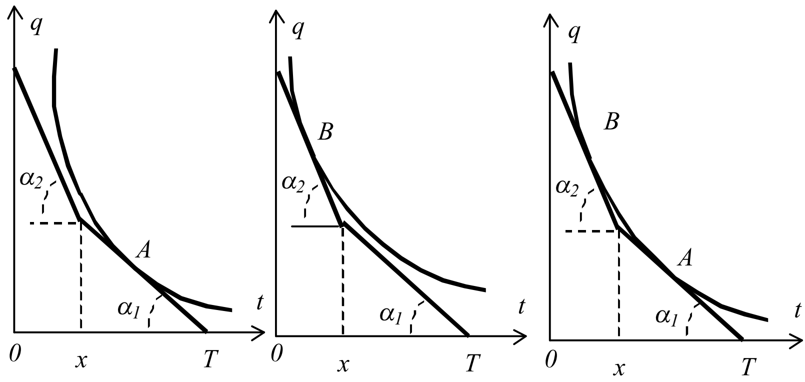

Рис. 2.25 *Рис. 2.26* *Рис. 2.27*

Система стимулирования LL-типа

Системы стимулирования L+C-типа (суммарные). Напомним, что суммарной системой стимулирования L+C-типа называется такая система стимулирования, при использовании которой агент поощряется пропорционально действию, причем, если его действие (количество отработанных часов) превышает норматив x, то ему доплачивается постоянная величина C. Как и ранее, возможны три варианта – кривая безразличия полезности агента касается бюджетной кривой, имеющей вид разрывной прямой, на линейном участке с углом наклона α либо правее точки x (точка A – см. рисунок 2.28), либо левее этой точки (точка B – см. рисунок 2.28), либо, что не исключено в силу выпуклости кривых безразличия, одновременно в точке x и правее ее (точки A и B – см. рисунок 2.30).

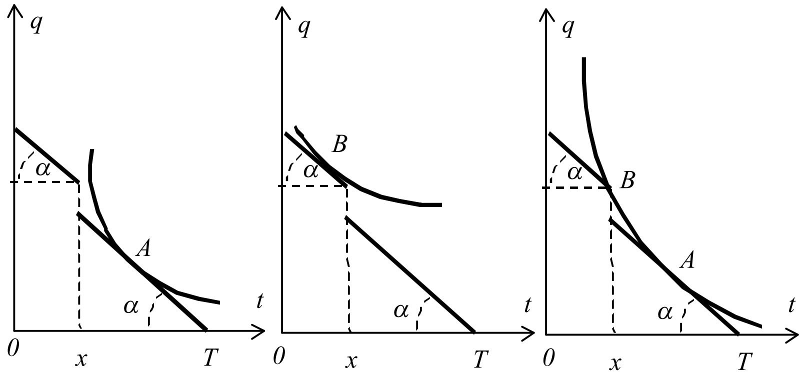

Рис. 2.28 *Рис. 2.29* *Рис. 2.30*

Система стимулирования L+C-типа

Итак, рассмотрена взаимосвязь между теоретико-игровыми моделями стимулирования и экономическими моделями предложения труда. Полученные результаты позволили не только провести содержательные аналогии, но и установить количественные соотношения между параметрами этих двух классов моделей.

Для использования результатов моделирования на практике требуется уметь идентифицировать модель стимулирования, в том числе – определять предпочтения участников ОС. Так как предпочтения центра описываются его функцией дохода, а предпочтения агента – функцией затрат, то необходимо привести конструктивные алгоритмы определения этих функций. Рассмотрим сначала проблему идентификации функции затрат агента.

ГЛАВА 3. Предпочтения агента

Так как в модели стимулирования предпочтения агента (его целевая функция) определяются разностью стимулирования и затрат, а стимулирование выбирается центром, то характеристикой агента является его функция затрат. Поэтому в настоящей главе обсуждается проблема идентификации функции затрат агента – сначала с теоретической точки зрения (раздел 3.1), а затем с практической – в разделе 3.2 приводятся результаты проведенного автором и его коллегами экспериментального исследования индивидуальных стратегий предложения труда [6].

3.1. Индивидуальные стратегии предложения труда

В предыдущих главах настоящей работы при рассмотрении задач стимулирования, как в рамках теории управления, так и в рамках экономики труда, возникал вопрос – как параметры теоретико-игровой модели стимулирования связаны с параметрами экономического описания индивидуальных предпочтений, и нельзя ли, идентифицировав экономическую модель («измерив» для некоторой реальной системы соответствующие параметры – полезность или производные от нее величины), воспользоваться ее результатами для теоретико-игрового моделирования, и наоборот?

Сделав маленькое отступление, обсудим, что следует понимать под «измерением» затрат агента[1].

Первый возможный подход – *прямые измерения* – следует традиции тейлоризма [164] и заключается в нормировании труда агента. При этом индивидуальные и личностные характеристики

---

[1] *Как отмечалось выше, в случае, когда модель стимулирования описывает договор между несколькими сторонами, и в качестве агента выступает организация, а не индивид, затраты такого агента могут определяться на основании анализа его финансово-хозяйственной деятельности по аналогии с тем, как это делается в четвертой главе настоящей работы для дохода центра. Поэтому в настоящей главе основное внимание концентрируется на случае, когда в качестве агента выступает именно отдельный человек.*

агента во внимание не принимаются. Данный подход (в частности, по упомянутой причине) рассматривать мы не будем.

Второй возможный подход – *косвенные измерения* – может реализовываться следующими способами.

Во-первых, центр может попросить агента сообщить ему информацию непосредственно о своей функции затрат. Понятно, что в силу своей активности агент имеет возможность целенаправленно сообщать недостоверную информацию, то есть в этом случае возникает *проблема манипулирования*. Многочисленные модели стимулирования, использующие сообщение агентами центру информации о параметрах функций затрат, рассматривались в [4, 7, 9, 16, 78, 87], и останавливаться на них подробно мы не будем.

Во-вторых, центр может попросить агента сообщить ему некоторую информацию, не касающуюся непосредственно функции затрат, и на ее основе попытаться восстановить требуемую информацию о затратах. Проблема манипулирования со стороны агентов при этом все равно остается. Возможные методики опросов рассматриваются в настоящей главе ниже.

И, наконец, в третьих, центр может, не запрашивая информации от агентов, попытаться оценить их затраты по существующим нормативам, имеющимся ретроспективным данным, а также на основании анализа объективных характеристик агентов. Последний способ рассматривается в разделе 3.2 ниже.

Рассмотрим следующую гипотетическую модель (см. также [6, 54, 77]). Пусть используется почасовая оплата труда $\sigma_L(\cdot)$ со ставкой α. При продолжительности рабочего времени τ величина выплат q, получаемых агентом, равна $q(\alpha, \tau) = \sigma_L(\tau) = \alpha\, \tau$.

Предположим, что предпочтения агента заданы следующим образом – он имеет возможность выбирать (ему предоставлено право работать любое число часов в день при постоянной ставке почасовой оплаты) продолжительность рабочего времени, и известна зависимость желательной продолжительности τ от ставки оплаты α. Возможный (гипотетический) вид зависимости $\tau(\alpha)$ представлен на рисунке 3.1 (см. также [77]). Разрывы функции $\tau(\alpha)$ могут интерпретироваться как скачкообразные изменения системы предпочтений, используемых технологий, внешних условий, прогнозируемых возможностей потребления или вложения заработанных средств и т.д. Приведем содержательные интерпретации.

Участок 0-α_1 соответствует тому, что при малой ставке оплаты агент, скорее всего, предпочтет не работать. На отрезке α_1-α_2 функция $\tau(\alpha)$ возрастает и вогнута, то есть привлекательность дополнительного заработка снижается. На линейном участке α_2-α_3 эта привлекательность постоянна. Далее привлекательность приращения дохода постепенно убывает, и кривая достигает максимума (быть может, локального) в окрестности точки α_4. Участок α_5-α_6 соответствует, например, увеличению свободного времени при неуменьшении суммарного дохода. Далее, начиная с α_6, число отрабатываемых часов начинает расти, например, при изменении системы предпочтений и наличии возможности качественных изменений уровня жизни в не столь далекой перспективе.

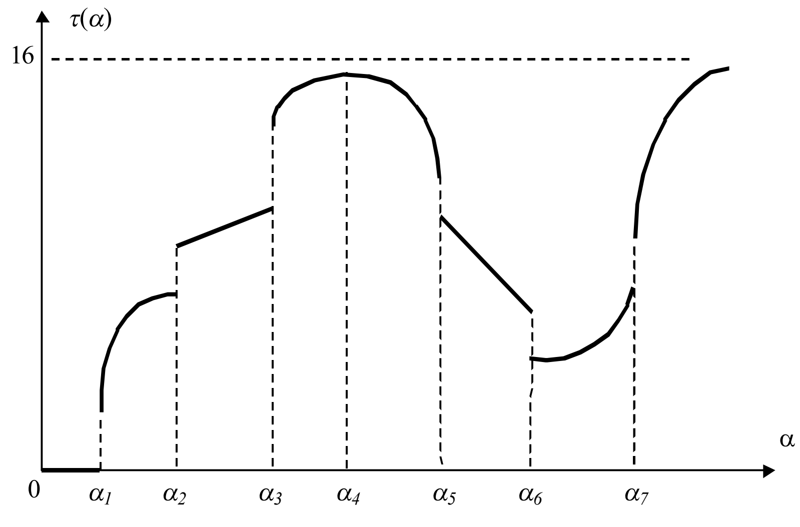

Рис. 3.1. Гипотетическая зависимость желательной продолжительности рабочего времени от ставки заработной платы

Участки α_1-α_4 и $\alpha \geq \alpha_6$ возрастания функции $\tau(\alpha)$ соответствуют доминированию эффекта замещения, описанному выше, участок убывания α_4-α_6 – доминированию эффекта дохода. Интересно отметить, что наличие убывающего участка на «кривой обратного изгиба» $\tau(\alpha)$ известно давно (см. [116], а также обсуждение выше). В то же время, о наличии второго участка возрастания $\alpha \geq \alpha_6$ в литературе почти не упоминается. Содержательно его наличие объясняется зависимостью предпочтений агента на множестве будущих доходов от его текущих доходов (точнее, наверное, от среднедушевого дохода в семье). При высоких ставках оплаты (достаточных для того, чтобы существенно изменить уровень жизни – например, произвести крупные инвестиции в покупку предметов длительного пользования и т.д.) эффект замещения опять начинает доминировать – ценность часа досуга снижается, так как с субъективной точки зрения качественно возрастает его альтернативная стоимость – ставка заработной платы. Затем (с ростом ставки оплаты) ценность часа досуга может опять возрастать и т.д.

В дальнейшем для простоты будем считать, что функция $\tau(\alpha)$, а следовательно, и $q(\alpha)$, непрерывна и равна нулю при нулевой ставке оплаты. Эскиз «упрощенной» кривой $\tau(\alpha)$ приведен на рисунке 3.2. Величина α^+ соответствует ставке заработной платы, при которой желательная продолжительность рабочего времени достигает своего первого максимума. Величина α^- соответствует ставке заработной платы, при которой желательная продолжительность рабочего времени достигает своего локального минимума, $\alpha^+ \leq \alpha^-$.

Зависимость дохода q от ставки заработной платы, при условии, что агенту предлагается выбирать количество отрабатываемых часов, определяется следующим образом: $q(\alpha) = \alpha\ \tau(\alpha)$.

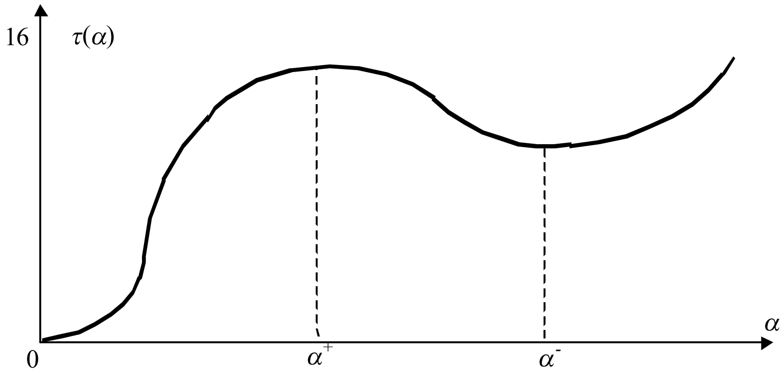

Рис. 3.2. «Упрощенная» гипотетическая зависимость желательной продолжительности рабочего времени от ставки заработной платы

Рассмотрим следующий иллюстративный пример.

Пример 3.1. Пусть зависимость $\tau(\alpha)$ имеет вид:

$$\tau(\alpha) = \tau_0 (\alpha - \alpha^2 / 2\, \alpha^+),\ \alpha \in [0;\ 2\alpha_+].$$

Максимальное значение продолжительности рабочего времени $\tau_{max} = \tau_0\, \alpha^+/2$ достигается при $\alpha = \alpha^+$ (см. рисунок 3.3).

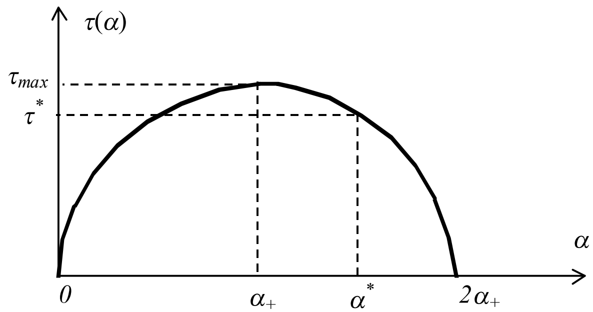

Рис. 3.3. График функции $\tau(\alpha)$ в примере 3.1

Исследуем свойства функции дохода

$$q(\alpha) = \alpha\, \tau(\alpha) = \tau_0 (\alpha^2 - \alpha^3 / 2\alpha^+).$$

При $\alpha \in [0; \alpha^*]$ эта функция возрастает, достигая максимального значения $q^* = \frac{16}{27}\tau_0\alpha_+^2$, а при $\alpha \in [\alpha^*; 2\alpha_+]$ убывает. Кроме того, при $\alpha \in [0; 2\alpha_+/3]$ эта функция выпукла, а при $\alpha \in [2\alpha_+/3; 2\alpha_+]$ – вогнута (см. рисунок 3.4).

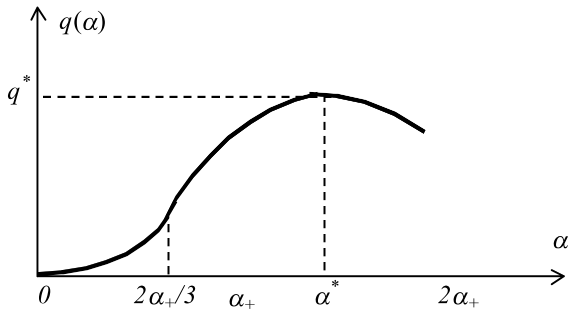

Рис. 3.4. График функции $q(\alpha)$ в примере 3.1

Отметим, что ставка оплаты α^*, максимизирующая доход агента, не совпадает в настоящем примере со ставкой оплаты α_+, которая максимизирует желательную продолжительность рабочего времени. •

Рассмотренный пример свидетельствует, что **ставка оплаты, побуждающая агента отрабатывать максимальное количество часов, в общем случае не совпадает со ставкой оплаты, соответствующей максимальному доходу агента**.

Более того, результат примера 3.1 парадоксален тем, что функция дохода $q(\alpha)$ оказывается убывающей после некоторого значения ставки заработной платы (при $\alpha \geq \alpha^*$). Происхождение этого «парадокса» обусловлено выбранным видом зависимости желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты. Точнее говоря, убывание дохода агента происходит при «достаточно быстром» убывании функции $\tau(\alpha)$ на участке доминирования эффекта дохода.

Если постулировать, что в общем случае (в рамках рассмотренной выше графической модели доход убывать не может) доход агента не должен убывать, то это накладывает определенные ограничения на скорость изменения функции $\tau(\alpha)$. Понятно, что для того, чтобы функция $q(\alpha) = \alpha\ \tau(\alpha)$ не убывала ни при каких $\alpha \geq 0$, достаточно[1], чтобы функция $\tau(\alpha)$ убывала в каждой точке не быстрее, чем линейно, то есть не быстрее, чем прямая с единичным отрицательным наклоном.

Более корректно это достаточное условие, которое называется *условием монотонности дохода* (УМД) [6], можно записать в виде[2]:

$$\forall\ \alpha \in [\alpha_+,\ \alpha_-] \quad \frac{d\tau(\alpha)}{d\alpha} \geq -\ \frac{\tau(\alpha)}{\alpha}.$$

Если выполнено УМД, то график функции $q(\alpha)$ имеет вид, приведенный на рисунке 3.5. Сравнительно маленькая (или нулевая) скорость возрастания дохода на участке $[\alpha_+;\ \alpha_-]$ обусловлена убыванием на этом участке функции $\tau(\alpha)$.

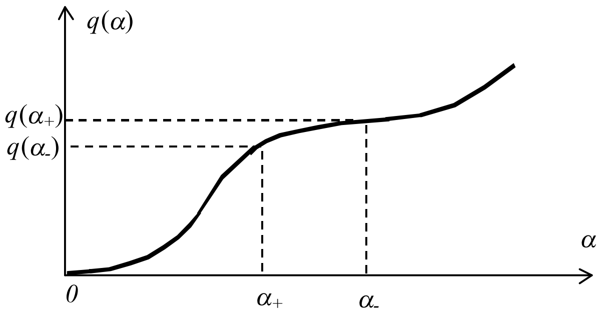

Рис. 3.5. График функции $q(\alpha)$ в рамках УМД

[1] *Если функция дохода убывает с ростом τ, то получаем, что на участке убывания агент получает меньший доход, и одновременно ему остается меньшее время на досуг. Поэтому любая точка убывания функции дохода доминируема по Парето с точки зрения функции полезности $u(q, t)$.*

[2] *В работах* [125, 128, 151 *и др.*] *на основании экспериментальных данных (зависимостей ставки оплаты от недельной продолжительности свободного времени) были получены линейные «кривые» предложения труда (зависимости еженедельного дохода от почасовой ставки оплаты).*

Пример 3.2. Пусть

$$\tau(\alpha) = \tau_0\, \alpha^3 - \frac{3}{2}\, \tau_0\, (\alpha_- + \alpha_+)\, \alpha^2 + 3\tau_0\, \alpha_-\, \alpha_+\, \alpha,$$

где $\alpha_+ \leq \alpha_- \leq 3\alpha_+$, а τ_0 – нормирующая положительная константа. График функции $q(\alpha)$ приведен на рисунке 3.5. •

Если считается, что зависимость $\tau(\alpha)$ известна, то «обратная»[1] ей зависимость $\alpha(\tau)$ показывает ставку оплаты, которая побуждает агента отработать заданное количество часов. Примерный вид «функции» $\alpha(\tau)$, «обратной» к приведенной на рисунке 3.2 зависимости $\tau(\alpha)$, изображен на рисунке 3.6.

На участке AB ставка оплаты возрастает с ростом числа часов, которые отрабатывает агент. На участке BD агент начинает больше ценить свободное время, а на участке DG привлекательность зарплаты опять превышает привлекательность досуга.

Выделим следующие «ветви» зависимости $\alpha(\tau)$ (и, соответственно получающейся на ее основе зависимости $q(\tau)$): *первая ветвь* соответствует начальному участку AB увеличения продолжительности рабочего времени с ростом ставки оплаты, *вторая ветвь* – первому участку BD убывания $\alpha(\tau)$ с ростом ставки оплаты (так называемая обратная ветвь на кривой обратного изгиба), *третья ветвь* соответствует второму участку DG увеличения продолжительности рабочего времени с ростом ставки оплаты и т.д.

Наличие «парадоксального» участка BCDEF обусловлено немонотонностью функции $\tau(\alpha)$ (см. участок α_4-α_6 на рисунке 3.1). Минимальным затратам на стимулирование, используемым при формальном анализе теоретико-игровых моделей стимулирования [6, 77, 80], соответствует *минимальная «ветвь»:*

$$\alpha_{min}(\tau) = \min \{\alpha \geq 0 \mid \tau(\alpha) = \tau\}$$

функции $\alpha(\tau)$, выделенная жирной линией на рисунке 3.6.

---

[1] *Достаточным условием существования обратной функции является непрерывность и строгая монотонность исходной функции. Эти требования нарушены у кривой, приведенной на рисунке 3.1, что и обусловливает употребление кавычек.*

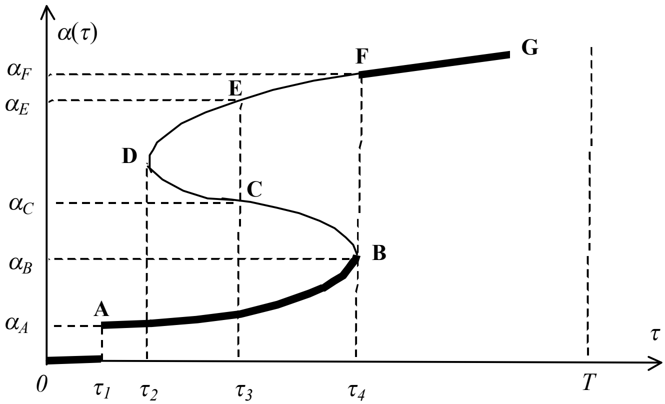

Рис. 3.6. Зависимость ставки оплаты от продолжительности рабочего времени

Наличие двух разрывов (в точках τ_1 и τ_4) кривой $\alpha_{min}(\tau)$ может интерпретироваться следующим образом. В рамках рассматриваемой модели предпочтений агента существуют, как минимум, два пороговых значения. Первое: для того, чтобы побудить агента отработать небольшое количество часов (в пределе – сколь угодно малое) необходимо установить конечную ставку оплаты. Двойственным приведенному является утверждение, что за очень малую (но ненулевую) ставку оплаты ни один агент не согласится работать[1]. При этом необходимо принимать во внимание, что величина этого порога (то есть минимальная субъективная оценка стоимости своего труда и затрачиваемого времени) зависит от конкретного агента.

Второе пороговое значение обусловлено тем, что при превышении продолжительностью рабочего времени некоторого значения (когда начинает доминировать эффект дохода) агенту должны быть предложены стимулы, достаточные для того, чтобы он почувствовал, что дополнительное рабочее время позволяет ему достичь качественно нового более высокого уровня полезности. Действи-

[1] *Напомним, что считается, что сутки, за исключением восьми часов на сон и пр., делятся на рабочее время и время досуга. Тем самым в первом приближении опускаются из рассмотрения время на дорогу от дома до работы и т.д.*

тельно, с «экономической» точки зрения использование ставок оплаты из полуинтервала (α_B; α_F] невыгодно, так как та же желательная продолжительность отрабатываемого времени может быть достигнута при строго меньших ставках оплаты.

Итак, немонотонность функции $\tau(\alpha)$ (существование участка $[\alpha_+, \alpha_-]$ убывания этой функции) приводит к тому, что обратное соответствие $\alpha(\tau)$ не является однозначным. Возможным выходом здесь является использование минимальной «ветви» (см. рис. 3.6).

Аналогичные проблемы возникают при попытке определения функции $\tau(\alpha)$ по известной зависимости $\alpha(\tau)$. Приведем пример. Если график зависимости минимальной ставки оплаты от продолжительности желательного при этой ставке рабочего времени имеет вид, приведенный на рисунке 3.7, то график обратного соответствия $\tau(\alpha)$ имеет вид, приведенный на рисунке 3.8. Содержательно, при малой продолжительности рабочего времени для обеспечения, например, постоянного значения суммарного дохода значение ставки оплаты должно быть велико. С ростом продолжительности рабочего времени величина ставки оплаты сначала уменьшается, а затем начинает возрастать, что может объясняться быстрым ростом «затрат» (физических, интеллектуальных и др.) агента при $\tau >> \tau_{min}$ – см. также раздел 1.3. «Обратная функция» – зависимость продолжительности рабочего времени от ставки оплаты ведет себя неоднозначно. Желательная продолжительность рабочего времени может уменьшаться с ростом ставки оплаты (доминирует эффект дохода – см. жирную ветвь на рисунке 3.8), а может и возрастать (доминирует эффект замещения).

Следовательно, немонотонность функции $\alpha(\tau)$ приводит к тому, что обратное соответствие $\tau(\alpha)$ не является однозначным, и наоборот[1]. Возможным выходом здесь, как и ранее, является использование минимальной «ветви» (см. рисунок 3.6).

---

[1] *Одним из возможных объяснений этого и ему подобных «парадоксов» является следующее: реальные предпочтения агента, скорее всего, многомерны, то есть он оценивает каждую из альтернатив (доход, продолжительность времени досуга и т.д.) одновременно по нескольким критериям. При оценке различных альтернатив большее внимание может уделяться тем или иным (в общем случае различным!) критериям, что и приводит к «несогласованности» оценок.*

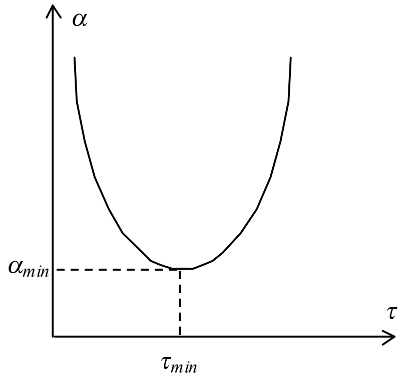

Рис. 3.7. Зависимость ставки оплаты от продолжительности рабочего времени

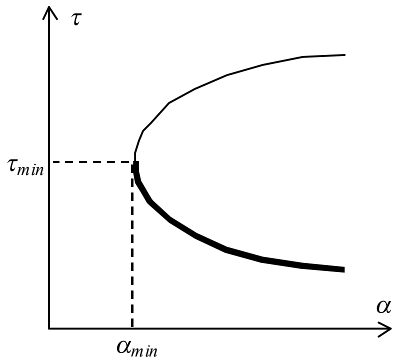

Рис. 3.8. Зависимость продолжительности рабочего времени от ставки оплаты

Возникает закономерный вопрос – насколько полученные в рамках рассматриваемой модели выводы о существовании порогов и нескольких максимумов у функции $\alpha(\tau)$ соответствуют реальности. Даже гипотетических (не апеллирующих к экспериментальным данным) рассуждений может быть несколько.

В первую очередь, следует иметь в виду, что человек вряд ли мыслит в «непрерывных» категориях и у него, наверное, существуют субъективные пороги различения ставок оплаты. Например, большинство агентов не «заметит» изменения ставки почасовой оплаты в несколько долей процента. Поэтому функция $\alpha(\tau)$ для конкретного агента является дискретной и о ее «разрывах» можно говорить лишь качественно. Кроме того, зависимость ставки оплаты от числа отрабатываемых часов получена косвенным образом – считалась известной зависимость желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты и, используя ее, получили «обратную» зависимость – минимальной ставки оплаты, побуждающей отработать заданное число часов.

Имея в своем распоряжении зависимости $\alpha(\tau)$ и $q(\alpha)$, можно решать задачу стимулирования. Из предшествующего изложения следует, что для решения задачи стимулирования необходимо, помимо множеств допустимых стратегий агента и центра, знать функцию дохода центра и функцию затрат агента, или для последнего – минимальные затраты на стимулирование. Так как исследователь операций, как правило, находится на позициях оперирующей стороны – центра, то можно считать, что функция дохода центра известна (см. обсуждение «происхождения» целевой функции центра в четвертой главе настоящей работы). В рамках рассматриваемой модели минимальными затратами на стимулирование агента по отработке заданного количества часов является доход агента, который он получает при условии, что ему назначается ставка оплаты, побуждающая его отработать именно это число часов[1] (см. также раздел 1.1).

Таким образом, в рамках рассматриваемой модели идея решения задачи стимулирования заключается в следующем.

Зная зависимость $\tau(\alpha)$, можно построить зависимости[2]: $\alpha(\tau)$, $q(\alpha) = \alpha\, \tau(\alpha)$ и $q(\tau) = \tau\, \alpha(\tau)$. Если действием агента является выбор продолжительности рабочего времени: $y = \tau$ (при этом и стимулирование $\sigma(\tau)$, и доход центра $H(\tau)$ зависят только от количества отработанных им часов), то необходимо определить оптимальное для центра значение продолжительности рабочего времени:

$$\tau^* = \arg \max_{\tau \in [0;T]} \{H(\tau) - q(\tau)\}.$$

Если количество отработанных часов агента связано с его действием более сложным (но известным центру и исследователю операций) образом, например, $y = G(\tau)$, то минимальные затраты на стимулирование по реализации действия y равны:

$$\upsilon(y) = \min_{\tau \in \{\tau \ge 0 \mid G(\tau) = y\}} q(\tau).$$

---

[1] *При использовании центром сдельной оплаты она может быть связана с почасовой оплатой посредством установления нормативов времени (быть может, гибких, то есть зависящих от количества уже отработанных часов) на изготовление единицы продукции, являющейся «единицей отсчета» при сдельной оплате.*

[2] *Отметим, что, в силу неоднозначности «обратной» функции $\alpha(\tau)$, функции $q(\alpha)$ и $q(\tau(\alpha))$ (а также $q(\tau)$ и $q(\alpha(\tau))$ в общем случае не совпадут. Для их совпадения, в частности, достаточно, чтобы $\alpha_- = \alpha_+$.*

Оптимальным реализуемым действием y^* будет действие, доставляющее максимум целевой функции центра, то есть действие, максимизирующее разность между функцией дохода центра $H(y)$ и минимальными затратами на стимулирование:

$$y^* = \arg\max_{y \in A} \{H(y) - \upsilon(y)\}.$$

Как следует из рассмотренной выше модели индивидуального поведения на рынке труда, во-первых, предложение рабочей силы определяется предпочтениями агента на множестве «доход × свободное время». Во-вторых, имея зависимость желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты, можно решать задачу синтеза оптимальной функции стимулирования в том виде, в котором она была сформулирована выше.

При заданной ставке оплаты, выбирая желательную продолжительность рабочего времени, каждый агент руководствуется теми или иными индивидуальными принципами, отражающими его предпочтения. В контексте настоящего изложения[1] совокупность этих принципов будем условно называть **стратегией** индивидуального поведения на рынке труда или *индивидуальной стратегией предложения труда*.

Если предпочтения агента на множестве «доход × свободное время» задаются функцией полезности $u(q, t)$, то в общем случае его стратегией является стремление к максимизации функции полезности. Однако такое описание является слишком общим (например, в его рамках можно констатировать наличие эффектов замещения и дохода, но, не зная точного вида функции полезности[2], невозможно предсказать, в каких случаях какой из эффектов будет доминировать – см. выше), поэтому детализируем некоторые

---

[1] *В более общем случае стратегия индивидуального поведения на рынке труда должна отражать принципы принятия агентом решений не только относительно продолжительности рабочего времени в зависимости от ставки оплаты, но и относительно трудоустройства (найма на работу или увольнения) с учетом квалификации, образования и других индивидуальных свойств агента и ситуации на рынке труда, сложившейся к моменту принятия решения агентом и являющейся по отношению к нему внешней обстановкой.*

[2] *Кроме того, необходимо учитывать, что функция полезности может меняться во времени.*

возможные принципы поведения, то есть рассмотрим ряд частных стратегий. Для этого следует ввести соответствующие частные предположения об индивидуальных предпочтениях (целях, формально выражаемых стремлением к максимизации того или иного критерия) и ограничениях, в рамках которых принимается индивидуальное решение. Итак, перечислим ряд теоретически возможных[1] стратегий индивидуального поведения.

Стратегия 1 – максимизация дохода независимо от свободного времени. Если доход работника q связан со ставкой оплаты α и свободным временем t (напомним, что $t = T - \tau$, где τ – рабочее время) следующим образом: $q(\alpha) = \alpha\,\tau(\alpha) = \alpha\,(T - t(\alpha))$, то в рамках стратегии 1 агент предпочтет отработать 16 часов, независимо от ставки оплаты, то есть[2] $\tau_1^* = T$, $t_1^* = 0$, $q_1^* = \alpha\,T$. График зависимости $\tau_1^*(\alpha)$ приведен на рисунке 3.9, изокванты полезности – на рисунке 3.10.

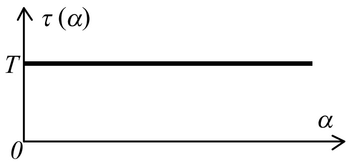

Рис. 3.9. Зависимость желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты в рамках стратегии 1

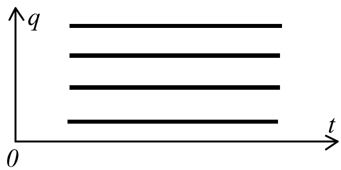

Рис. 3.10. Кривые безразличия функции полезности в рамках стратегии 1

Стратегия 2 – максимизация свободного времени, независимо от дохода. По аналогии со стратегией 1 для данного случая можно сделать вывод, что агент предпочтет все время тратить на досуг, то есть его рабочее время тождественно равно нулю (см. рисунок 3.11): $t_2^* = T$, $\tau_2^* = 0$, $q_2^* = 0$.

---

[1] *В настоящем разделе приводятся «гипотетические» стратегии поведения; соответствующие экспериментальны данные приведены в разделе 3.2.*

[2] *Нижний индекс здесь обозначает номер стратегии.*

Рис. 3.11. Зависимость желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты в рамках стратегии 2

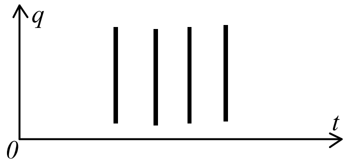

Рис. 3.12. Кривые безразличия функции полезности в рамках стратегии 2

Следует признать, что стратегии 1 и 2 являются достаточно экзотическими и редко встречаются на практике, являясь в некотором смысле предельными случаями. Однако, именно с точки зрения «предельности» они и представляют интерес для проводимого анализа.

<u>Стратегия 3</u> – максимизация дохода при некотором постоянном значении продолжительности свободного времени t_0. Если время досуга фиксировано, то фиксировано и рабочее время. Данная стратегия является обобщением стратегии 1 и при постоянной ставке оплаты интереса для теоретического анализа не представляет. Если используется непропорциональная система стимулирования, то оптимальным будет максимальный доход, удовлетворяющий бюджетному ограничению при заданном времени t_0 (точка А на рисунке 3.13).

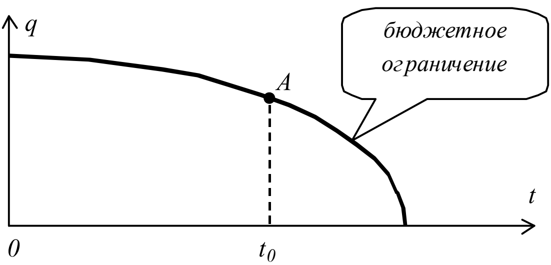

Рис. 3.13. Точка оптимума (A) в рамках стратегии 3

Стратегия 4 – максимизация свободного времени при постоянном (некотором фиксированном) уровне дохода. Максимизация свободного времени соответствует минимизации рабочего времени. Если q_0 – заданный уровень дохода, то минимальное рабочее время, необходимое для его обеспечения при ставке оплаты α, равно: $\tau(\alpha) = \min \{q_0/\alpha, T\}$ (см. рисунки 3.14 и 3.15).

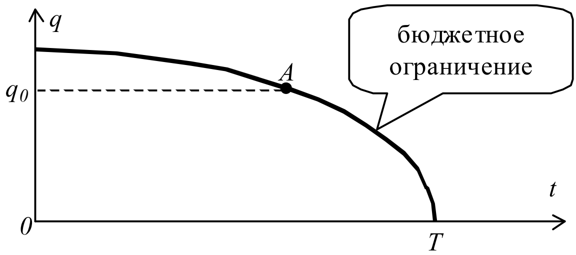

Рис. 3.14. Точка оптимума (A) в рамках стратегии 4

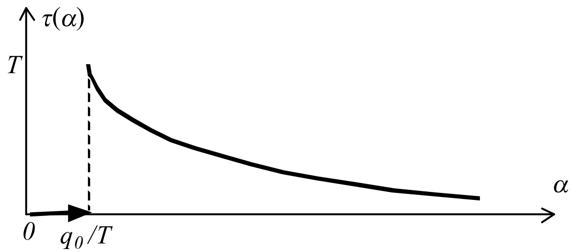

Рис. 3.15. Зависимость желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты в рамках стратегии 4

График зависимости желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты при фиксированном уровне дохода (гипербола при постоянной ставке оплаты) называется *изоквантой*, или *кривой постоянного дохода* (не путать с кривой безразличия функции полезности!).

Стратегия 5 – продолжительность рабочего времени должна быть не меньше, чем некоторая фиксированная величина τ_-, и не больше, чем некоторая фиксированная величина τ_+.

Содержательно, этот случай может соответствовать тому, что во многих ситуациях бессмысленно работать в течение, например, одного часа в день, тратя на дорогу несколько часов[1], или, например, тому, что при достаточном суммарном доходе существенными становятся такие «второстепенные» факторы, как необходимость общения (в том числе – с коллегами по работе), разнообразия деятельности и др.

С другой стороны, в ряде случаев, существуют ограничения τ_+ сверху на максимальную продолжительность рабочего времени, меньшие шестнадцати часов, соответствующие, например, для женщин необходимости ведения домашнего хозяйства, воспитания детей и т.д.

Стратегия 6 – существует денежный эквивалент $\mu(t)$ полезности (ценности) свободного времени[2]. Это предположение означает, что полезность агента может быть измерена в денежных единицах и складывается из «чистого» дохода $q(t)$ и «дохода» от свободного времени $\mu(t)$, то есть: $u(q, t) = q(t) + \mu(t)$. Максимизации полезности при этом будет соответствовать выбор свободного времени (или, что то же самое – рабочего времени, так как они связаны однозначно), который максимизировал бы сумму денежных ценностей, то есть: $q(t) + \mu(t) \to \max\limits_{t \in [0;T]}$. Обозначим t^* – решение этой задачи.

Так как при заданной ставке оплаты выполнено $q(t) = \alpha\,(T - t)$, то есть функция полезности является квазилинейной [34], то в предположении внутреннего решения условием оптимальности

---

[1] *Напомним, что в настоящей работе рассматривается индивидуальное поведение на рынке труда в предположении, что имеется единственно возможная потенциальная работа (совместительство исключается), время на дорогу до которой не учитывается и т.д. (см. выше).*

[2] *Зная индивидуальную ценность свободного времени $\mu(t)$, можно определить соответствующую ценность рабочего времени: $\tilde{\mu}(\tau) = \mu(T - \tau)$.*

будет: $\frac{d\mu(t^*)}{dt} = \alpha$. Выше это условие интерпретировалось следующим образом – альтернативная стоимость часа досуга равна (в равновесии) ставке заработной платы.

Рассмотрим возможные случаи.

1. Пусть ценность одного часа досуга постоянна и равна β. Тогда оптимально решение $t^* = \begin{cases} 0, \text{при } \beta < \alpha \\ T, \text{при } \beta > \alpha \end{cases}$ (при $\beta = \alpha$ работник безразличен между работой и отдыхом в течение любого времени от нуля до 16 часов).

2. Пусть «стоимость» каждого последующего часа досуга выше (соответственно, часа рабочего времени – ниже), чем предыдущего (формально это означает, что $\mu(t)$ – монотонная выпуклая функция). Тогда оптимальное решение имеет вид:

$$t^* = \begin{cases} 0, \text{при} \quad \alpha > \mu(T)\,/\,T \\ T, \text{при}\, \alpha \in [0; \mu(T)\,/\,T) \end{cases}$$

(при $\alpha = 0$ или $\alpha = \mu(T)/T$ работник безразличен между работой и отдыхом в течение любого времени от нуля до 16 часов).

Отметим, что первые два случая представляются достаточно экзотическими с точки зрения содержательных интерпретаций как вводимых в них предположений, так и следующих из них выводов. Более соответствующим реальности представляется следующий случай.

3. Пусть «стоимость» каждого последующего часа досуга ниже (соответственно, часа рабочего времени – выше), чем предыдущего (формально это означает, что $\mu(t)$ – монотонная вогнутая функция). Тогда оптимальное решение: $t^* = \min \{T;\ \mu'^{-1}(\alpha)\}$, где $\mu'^{-1}(\cdot)$ – функция, обратная производной функции $\mu(\cdot)$.

Пример 3.3. Если $\mu(t) = 2\sqrt{\beta\, t}$, то наблюдаем чистый эффект замещения (см. рисунок 3.16): $\tau^* = \max \{0;\ T - \beta/\alpha^2\}$. •

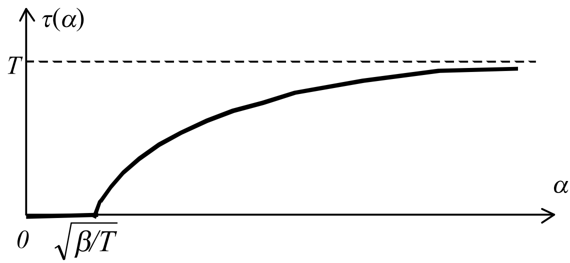

Рис. 3.16. Зависимость желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты в примере 3.3

«Стратегия[1]» 7 – обеспечение полезности, не меньшей заданного уровня γ. При использовании этой стратегии допустимыми будут любые комбинации дохода и свободного времени, лежащие выше соответствующей кривой безразличия (см. рисунок 3.17).

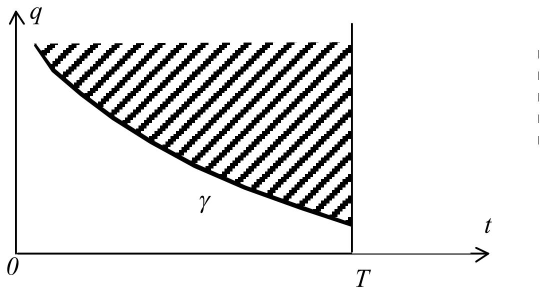

Рис. 3.17. Допустимые комбинации дохода и свободного времени в рамках стратегии 7

Рассмотренные стратегии индивидуального поведения на рынке труда позволяют проводить качественный анализ предпочтений агента. Они практически никогда не встречаются на практике в «чистом» виде, но являются элементами «конструктора»,

[1] *Употребление кавычек обусловлено тем, что данный принцип принятия решений является, скорее, ограничением – непременным условием, которое в том или ином виде должно учитываться в любой стратегии.*

используя которые можно декомпозировать и объяснять наблюдаемые явления (эффективным инструментом при этом являются также изокванты – кривые постоянного дохода). Приведем пример подобного анализа.

Пример 3.4. Рассмотрим следующий гипотетический пример, иллюстрирующий некоторые возможные комбинации введенных выше стратегий (см. рисунок 3.18).

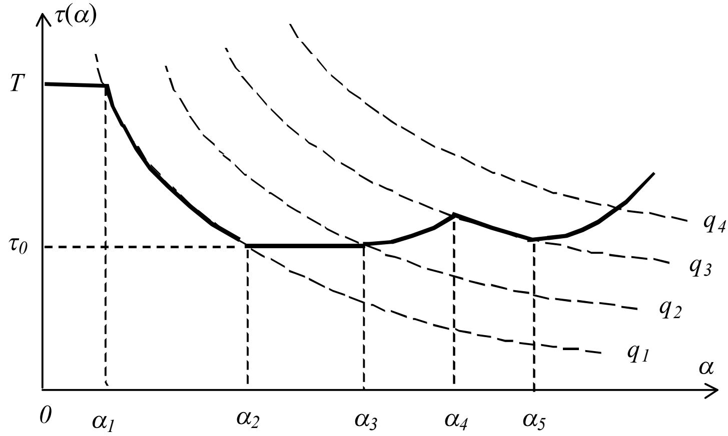

Рис. 3.18. Комбинация индивидуальных стратегий

Нанесем на плоскость (α, $\tau(\alpha)$) изокванты, соответствующие суммарным доходам $q_1 \leq q_2 \leq q_3 \leq q_4$. Эти значения могут рассматриваться как субъективные нормы суммарного дохода. Например, минимальное значение дохода q_1 – минимум, необходимый для выживания, q_2 – среднее значение дохода для социальной группы, которой принадлежит агент, q_3 – желательный для данного агента в настоящее время при заданных внешних условиях уровень суммарного дохода, q_4 – желательный, но недостижимый при данных условиях уровень дохода, соответствующий качественно более высокому уровню благосостояния и т.д.

Индивидуальные предпочтения выделены на рисунке 3.18 жирной линией. Рассмотрим характерные участки значений ставки заработной платы.

На участке $[0; \alpha_1]$ преобладает стратегия 1 – все время тратится на работу, при этом доход меньше, чем q_1. На участке $[\alpha_1; \alpha_2]$ доминирует стратегия 4 – при постоянном доходе q_1 максимизируется свободное время (эффект дохода). На участке $[\alpha_2; \alpha_3]$ дополнительно «включается» стратегия 5 – работать менее τ_0 часов в день данный агент считает нецелесообразным. Достигнув уровня дохода q_2, агент с ростом ставки оплаты стремится увеличить суммарный доход до новой «нормы» q_3, то есть на участке $[\alpha_3; \alpha_4]$ кривая возрастает (эффект замещения), и далее на участке $[\alpha_4; \alpha_5]$ агент вполне удовлетворен новым уровнем суммарного дохода – кривая движется вдоль изокванты q_3. При превышении ставкой оплаты значения α_5 агент видит возможность достижения качественно более высокого уровня доходов – кривая опять возрастает (эффект замещения). Отметим, что кривая, приведенная на рисунке 3.18, удовлетворяет УМД – с ростом ставки оплаты агент предпочитает такую продолжительность рабочего времени, при которой его суммарный доход не убывает (то есть возрастает или остается постоянным). •

Таким образом, в настоящем разделе введены гипотетические стратегии индивидуального поведения на рынке труда и описаны методы их анализа в терминах моделей теории управления и экономики труда. Предложенный инструментарий используется ниже при анализе результатов экспериментального исследования индивидуальных предпочтений.

3.2. Результаты экспериментального исследования

Полученные в первой главе результаты свидетельствуют, что наиболее трудно идентифицируемым параметром модели стимулирования являются затраты агента. В предыдущем разделе аспекты описания индивидуальных стратегий предложения труда рассматривались теоретически. Поэтому существует необходимость их экспериментальных исследований, которые, помимо самостоятельной «экономической» и «социологической» ценности, представляли бы значительный интерес с точки зрения применения результатов исследования теоретико-игровых моделей стимулирования в реальных организационных системах. Вышесказанное послужило мотивом для автора и его коллег для организации пилотного экспериментального исследования, ход проведения и результаты которого описаны в настоящем разделе.

Следует отметить, что достаточно полные, как теоретические, так и экспериментальные, исследования спроса на труд и предложения труда проводились и проводятся в странах с развитой рыночной экономикой. Так, например, в США имеется ряд систематических исследований динамики доходов населения за несколько десятилетий. Современная ситуация в России такова, что опыта и данных собственных исследований явно недостаточно[1], а неадаптированное использование западного опыта нецелесообразно.

С другой стороны, экспериментальное исследование предложения труда зарубежными учеными в основном опирается на анализ фактических данных о доходах и рабочем времени, получаемых в результате социологических опросов (примерами могут служить PSID – Panel Study of Income Dynamics [126] и другие исследования [130, 147]), при котором усредненная кривая предложения труда строится на основании фактических трудовых доходов, получаемых респондентами, и фактических продолжительностей их рабочего времени. Если применить подобный подход для России, то получится парадоксальный вывод – предложение труда (измеряемое как фактическая продолжительность рабочего времени) практически не зависит от размеров оплаты[2] [6]. И, наконец, так как нас интересует мотивирующая роль материального стимулирования, то есть его влияние на конкретного агента в зависимости от других его первичных характеристик (пол,

---

[1] *Единственным известным автору исключением является информация RLMS (Russian Longitudinal Monitoring Survey), полученная опять же американскими исследователями в результате проведенных в России серии широкомасштабных опросов, результатами которых пользуются как зарубежные, так и отечественные исследователи. Полная информация о результатах этого опроса может быть найдена на сервере www.cpc.unc.edu/projects/rlms.*

[2] *Объяснение этого «парадокса» заключается в том, что значительная часть трудоспособного населения России находится ниже уровня прожиточного минимума (см. также раздел 1.3).*

возраст, образование и т.д.), то использование усредненных (по многим агентам) характеристик может значительно исказить картину. Другим словами, использование панельных или других «усредненных» статистических данных не дает возможности исследования индивидуальных стратегий предложения труда и идентификации функции затрат конкретного агента.

В силу перечисленных выше причин был выбран путь индивидуального опроса, в котором респонденту предлагалось промоделировать свое поведение в различных условиях. Такой подход обладает тем преимуществом, что он позволяет не только построить усредненную по фактическим данным кривую предложения труда (и, естественно, сравнить полученные результаты с результатами других имеющихся опросов), но и исследовать[1] зависимость индивидуальных предпочтений относительно форм и размеров оплаты труда, то есть зависимость индивидуальных стратегий предложения труда, от индивидуальных и личностных характеристик респондентов.

Опрос проводился в 2000 г. в основном среди трех категорий респондентов – студентов, учителей и работников медицинских учреждений в Москве и Московской области. Анкета, предлагаемая респондентам для самостоятельного, добровольного и анонимного заполнения, приведена в [6]. Объем выборки составил 740 человек.

---

[1] *Следует отдавать себе отчет в том, что ответы респондентов могут не соответствовать действительности* (*см. сравнение фактических и сообщаемых значений в* [6]), *то есть, будучи в действительности поставленными в моделируемые в опросе условия, респонденты могут вести себя образом, отличным от сообщенного. Отдельный вопрос также представляет «истинность» ответов респондентов. Обладая свойством активности, они могут манипулировать информацией – например, зная, что на основании сообщенной информации будут приниматься затрагивающие их интересы управленческие решения, агенты могут сообщить недостоверную информацию с целью добиться наиболее выгодных для себя решений. Изучение сознательной и целенаправленной манипулируемости* [87] *используемых процедур представляет предмет отдельного* (*и, наверное, чрезвычайно интересного*) *исследования, но выходит за рамки настоящей работы.*

Помимо вопросов о поле, возрасте, образовании и т.д. (см. ниже), задавались следующие два вопроса, в которых респондентам предлагалось промоделировать свое поведение.

Вопрос № 10: «Представьте себе, что Вам предлагается работа, *исключающая* возможность ***совместительства***, по Вашей специальности ***в рамках выполняемых Вами в настоящий момент должностных обязанностей***. Какова должна быть минимальная величина Вашей месячной заработной платы, чтобы Вы *согласились* работать при пятидневной рабочей неделе каждый день не менее заданного количества часов?

В приводимой ниже таблице указана возможная продолжительность рабочего времени в часах (условно предполагается, что максимально возможная продолжительность рабочего дня равна 16 часам). Под **каждым** из значений ежедневной продолжительности рабочего времени (от 1 до 16 часов) укажите, пожалуйста, **минимальную** величину месячной заработной платы, за которую Вы согласились бы работать в течение данного количества часов. Если Вас не устраивает некоторая (например, достаточно большая или, наоборот, слишком маленькая) продолжительность рабочего времени, то поставьте в соответствующей графе прочерк.». Далее в анкете приводилась соответствующая таблица.

Вопрос № 11: «Представьте, что Вам предлагается выбрать самостоятельно количество часов, которые Вы предпочли бы отрабатывать *ежедневно* в рамках выполняемых Вами в настоящий момент должностных обязанностей при *пятидневной рабочей неделе* (работа по совместительству *исключается*) в зависимости от величины почасовой оплаты.

В приводимой ниже таблице по вертикали отложена ставка почасовой оплаты в рублях, по горизонтали – возможная продолжительность рабочего дня в часах (предполагается, что нулевая продолжительность рабочего времени соответствует отказу от работы за данную плату). В ячейках – на пересечении соответствующей строки и столбца – стоит величина месячного заработка (произведение ставки почасовой оплаты на число рабочих часов на 22 рабочих дня в месяц).

Например, при ставке почасовой оплаты 11 рублей в час и продолжительности рабочего дня 4 часа, месячный доход составит: 11 руб./час * 4 часа/день * 22 дня = 968 руб./месяц, и т.д.

В **каждой** строке (для каждой ставки почасовой оплаты от 1 до 100 рублей в час) отметьте, пожалуйста, крестиком или галочкой *единственную* ячейку, соответствующую желательной для Вас продолжительности ежедневного рабочего времени (от 0 до 16 часов) при данной ставке оплаты. Например, при ставке оплаты 1 рубль в час кто-то предпочтет не работать вовсе (0 часов), при ставке 3 рубля в час – работать 6 часов в день, при ставке 5 рублей в час – работать 8 часов в день и т.д.». Далее в анкете приводилась соответствующая таблица.

Корректность заполнения анкет оценивалась по следующему критерию: если число отметок респондента в ответе на вопрос № 11 анкеты не равнялось числу предлагаемых вариантов, или если в одной строке были поставлены более одной отметки, то соответствующая анкета исключалась из анализа. Корректно оказались заполненными 406 анкет.

Приведем показатели (первичные[1] и производные[2]), используемые для статистической обработки:

- *первичные социальные показатели*: пол, возраст, семейное положение, состав семьи (число иждивенцев), образование, специальность по основному образованию, должность;

- *первичные экономические показатели*: фактический личный суммарный заработок на основном месте работы, фактическая средняя ежедневная продолжительность оплачиваемого рабочего времени на основном месте работы, фактический среднедушевой доход на члена семьи с учетом всех работающих, минимальная величина месячной заработной платы, за которую респондент согласен работать ежедневно в течение данного количества часов (от 1 до 16 часов), желательная продолжительность ежедневного рабочего времени при данной ставке оплаты (от 1 до 100 рублей в час).

Анализ выборки, совместно с данными RLMS, позволил сделать важный качественный вывод о том, что **у большинства агентов российского рынка труда на сегодняшний день практически отсутствует статистически значимая зависимость между основными социальными и экономическими характеристиками**. Как отмечалось выше, данный факт объясняется тем, что значительная часть трудоспособного населения в качестве перво-

---

[1] *Первичными называются показатели, значения которых содержатся непосредственно в ответах респондентов на вопросы анкеты.*

[2] *Производными называются показатели, вычисляемые или оцениваемые экспертно на основании первичных показателей.*

очередной задачи имеет обеспечение прожиточного минимума. С этой точки зрения модель «доходы/свободное время» применима для агентов, чей уровень благосостояния уже превышает определенную величину.

Публицистическим следствием сделанного неоднородности и неравновесности рынка труда. В контексте же проведенного исследования индивидуального поведения на российском рынке труда больший интерес представляет следующее следствие: использование агрегированных показателей предложения труда при анализе дилеммы «доходы×рабочее время» не имеет смысла[1]. Поэтому перейдем к анализу индивидуальных стратегий предложения труда.

Различные индивидуальные стратегии предложения труда, введенные гипотетически и описанные с теоретической точки зрения в разделе 3.1, приводят к тем или иным видам зависимости желательной продолжительности рабочего времени τ от ставки оплаты α. Экспериментальные данные свидетельствуют, что на основании анализа реальных кривых $\tau(\alpha)$ можно экспертно выделить четыре качественно различных **типа** агентов, различающихся индивидуальными стратегиями предложения труда:

- первый тип: желательная продолжительность рабочего времени не зависит или почти не зависит от ставки оплаты, начиная с некоторой ее величины α^0 (при меньших ставках оплаты агент не согласен работать) – см. рисунок 3.19;

- второй тип: желательная продолжительность рабочего времени монотонно возрастает с ростом ставки оплаты, большей «минимальной» величины α^0 – см. рисунок 3.20;

- третий тип: желательная продолжительность рабочего времени монотонно убывает с ростом ставки оплаты, большей «минимальной» величины α^0 – см. рисунок 3.21;

- четвертый тип: желательная продолжительность рабочего времени возрастает с ростом ставки оплаты, большей «минималь-

[1] *Точнее говоря, возможно агрегирование по однородной группе агентов, которые заведомо находятся выше уровня прожиточного минимума.*

ной» величины α^0, а затем (при $\alpha \geq \alpha_{max}$) убывает – две типичных зависимости приведены на рисунках 3.22 и 3.23.

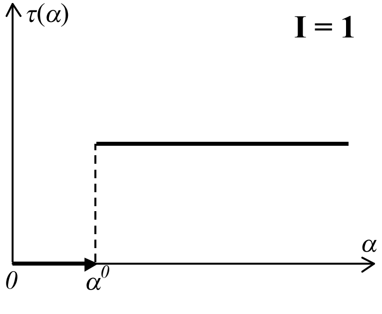

Рис. 3.19. Первый тип агентов

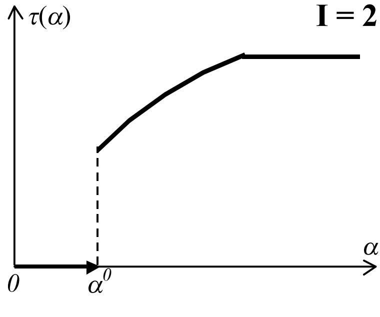

Рис. 3.20. Второй тип агентов

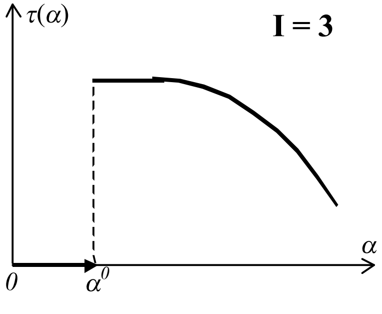

Рис. 3.21. Третий тип агентов

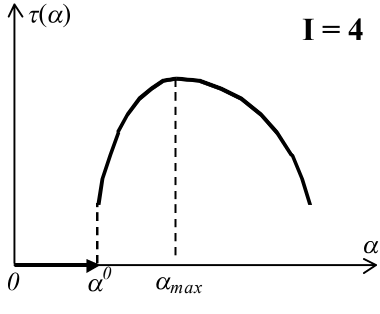

Рис. 3.22. Четвертый тип агентов

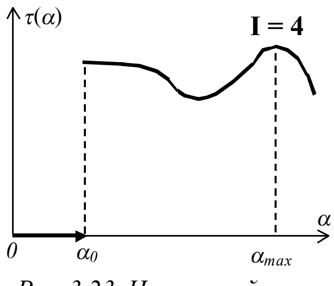

Рис. 3.23. Четвертый тип агентов

Распределение респондентов по типу приведено на рисунке 3.24.

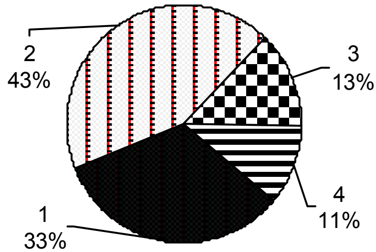

Рис. 3.24. Распределение респондентов по типу (*I*)

Таким образом, **существуют четыре типа агентов, определяемых общностью классов их индивидуальных стратегий предложения труда.**

Выявленные экспериментально четыре типа агентов могут быть описаны с точки зрения введенных гипотетически в разделе 3.1 стратегий индивидуального поведения на рынке труда. Так первому типу соответствует, например, стратегия 5 с $\tau_{-} \approx \tau_{+}$, второму типу – стратегия 7, третьему типу – стратегия 4, четвертому типу – та или иная комбинация всех семи стратегий (см. также пример 3.4).

Можно привести несколько объяснений существования четырех (и именно четырех) типов стратегий индивидуального поведения. Положив в основу критерии принятия решений человеком (максимизация дохода и максимизация свободного времени – см. раздел 1.3), получим, что первый тип соответствует тому, что агент отрабатывает привычное ему фиксированное число часов, не стремясь изменять ни доход, ни свободное время. Второй тип соответствует доминированию первого критерия (максимизация дохода), третий тип – доминированию второго критерия (максимизация свободного времени). Если агент принимает решения в полной мере используя оба критерия, то он имеет четвертый тип. Выбирая другие основы принятия агентом решений или принимая некоторую типологию его личностных качеств[1], можно получать другие интерпретации типов стратегий индивидуального поведения.

Помимо типа, можно выделить еще ряд заслуживающих внимания вторичных индивидуальных характеристик респондентов, в том числе – *уровень притязаний* (определяемый как отношение желаемых и фактических трудовых доходов), параметры функции затрат (вычисляемые по реальным данным в соответствии с результатами раздела 1.5) и другие, подробно описанные в [6].

Как отмечается в [6], производные показатели респондентов являются информативными с точки зрения анализа индивидуальных стратегий предложения труда, уровня притязаний и идентификации функции затрат для дальнейшего использования последней в формальных моделях управления организационными системами. Однако, учитывая специфику практических задач управления, приходится признать, что в каждом конкретном случае получение детализированной информации о предпочтениях агентов (путем проведения опросов и пр.) не представляется возможным[2]. Поэтому целесообразно априорное (на тестовых выборках) установление зависимостей между «объективными» (первичными) характеристиками агентов (пол, возраст, семейное положение и образование) и производными показателями (тип, уровень притязаний и показатели затрат), на основании предсказанных значений которых могут вырабатываться управляющие воздействия.

Другими словами, попытаемся ответить на вопрос – можно ли, имея «объективные» характеристики агентов, предсказать, например, их типы (отражающие стратегии индивидуального поведения), и какова степень уверенности в результатах таких предсказаний.

---

[1] *Данная задача представляется перспективной, но требующей совместных усилий математиков, экономистов, психологов и социологов.*

[2] *Существуют две основные причины, затрудняющие в реальных ОС получение достоверной информации – трудоемкость организации опросов и возможность манипулирования информацией со стороны респондентов.*

Результатом классификации $\Psi_y(x_1, x_2, ..., x_k)$ будем считать набор логических правил, который называется *классификатором*, вида

«Если $x_1 \in [a_1; b_1]$ и $x_2 \in [a_2; b_2]$ и … $x_k \in [a_k; b_k]$, то $y \in [a; b]$»,

где $x_1, x_2, ..., x_k$ – «объективные» характеристики агента, k – их число, y – предсказываемый производный показатель, $[a_1; b_1]$, $[a_2; b_2]$, … $[a_k; b_k]$ и $[a; b]$ – диапазоны значений соответствующих показателей. Примером логического правила является: «Если респондент – мужчина 40-50 лет с высшим образованием, имеет двух иждивенцев и работает учителем, то, скорее всего, он характеризуется вторым типом индивидуальной стратегии предложения труда».

Набор логических правил должен быть таков, чтобы каждому возможному набору значений объективных характеристик ставился в соответствие определенный диапазон значений предсказываемого производного показателя. При заданной выборке основным критерием $K(\Psi)$ «качества» классификатора Ψ является процент правильной классификации, который определяется как доля тех респондентов, для которых предсказанное данным классификатором значение производного показателя совпало с фактическим. Естественно, имеет смысл сравнивать процент правильной классификации любого классификатора с процентом правильной классификации K^0 «случайного классификатора», который, независимо от комбинации входных данных, выбирает значение предсказываемого производного показателя с вероятностью, пропорциональной объему класса.

Таблица качества для трех классификаторов (NeuroShell Classifier, STATISTICA Classifications Trees и логический классификатор (ЛК)) типа агента приведена в таблице 3.1.

Из результатов таблицы 3.1 следует, что **примерно для половины респондентов производные показатели могут быть правильно определены на основании информации только об их объективных характеристиках**.

Возможность использования результатов классификации в задачах управления обсуждается в шестой главе настоящей работы.

Таблица 3.1

Качество классификации респондентов

Тип агента	NeuroShell Classifier	STATISTICA Classifications Tree	ЛК	K^0
I	54%	53%	53%	32%

Подведем итоги теоретического и экспериментального исследования индивидуальных стратегий предложения труда и идентификации функций затрат агентов. К основным результатам можно отнести следующие:

1. Введено и теоретически исследовано понятие индивидуальной стратегии предложения труда (раздел 3.1).

2. Экспериментально подтверждено существование четырех типов индивидуальных стратегий предложения труда (раздел 3.2).

3. Конструктивно обоснована возможность идентификации функций затрат агентов. В частности, на основании эмпирических данных выявлено, что, во-первых, у агентов существуют субъективные представления о минимальной ставке «справедливой» оплаты их труда, причем размер этой ставки не зависит от количества отрабатываемых часов, то есть зависимость минимальной оплаты от времени хорошо аппроксимируется прямой линией. Во-вторых, функция затрат агента (точнее – ее минимальная ветвь), определяющая зависимость минимальной компенсации от времени, достаточно хорошо аппроксимируется параболой (см. подробности в [6]).

Приведенные в настоящей главе теоретические и практические результаты позволяют сформулировать и выявить возможные подходы к решению ряда актуальных задач:

- анализа предложения труда на различных секторах российского рынка труда;

- исследования личностных характеристик агентов, детерминирующих их поведение на рынке труда (индивидуальные стратегии предложения труда, уровень притязаний и др.);

- построения классификаторов агентов по параметрам поведения на рынке труда на основе их индивидуальных и личностных характеристик;
- исследования формальных моделей управления организационными системами на основании имеющейся о существующем и потенциальном кадровом составе информации.

Таким образом, в настоящей главе рассмотрена проблема идентификации такой компоненты задачи стимулирования, как функция затрат агента. Перейдем к изучению возможности идентификации второй существенной компоненты – функции дохода центра.

ГЛАВА 4. Предпочтения центра

В модели индивидуального стимулирования, рассмотренной в первой главе настоящей работы, предпочтения участников организационной системы описывались их целевыми функциями. Целевая функция центра $\Phi(y)$ представляла собой разность между его доходом $H(y)$ от действия агента $y \in A$, принадлежащего допустимому множеству A, и стимулированием $\sigma(y)$, $\sigma(\cdot) \in M$, принадлежащим допустимому множеству M, то есть:

$$\Phi(y) = H(y) - \sigma(y).$$

Целевая функция агента $f(\sigma, y)$ являлась разностью между его «доходом» – стимулированием, то есть вознаграждением, выплачиваемым ему центром, и затратами $c(y)$:

$$f(y) = \sigma(y) - c(y).$$

Таким образом, при рассмотрении задач стимулирования модель Σ организационной системы задается предпочтениями участников в отсутствии стимулирования и допустимыми множествами: $\Sigma = \{H(\cdot), c(\cdot), M, A\}$. При описании той или иной реальной организационной системы множества допустимых стратегий (функций стимулирования и действий агента), как правило, идентифицируются достаточно просто.

Если деятельность агента оценивается такими показателями, как отработанное время, объем выпуска, объем реализованных товаров и т.д., то множество его возможных действий определяется множеством тех значений показателей, которые являются допустимыми с точки зрения физических и технологических ограничений. Понятно, что, например, отработанное время не может быть отрицательным, объем реализованных товаров не может превышать их количество, имеющееся на складе, и т.д.

Ограничения на стимулирование (класс допустимых систем стимулирования) в каждом конкретном случае также определяются достаточно просто. Как правило, они заданы экзогенно, то есть фиксированы, или связаны с функцией дохода центра – см. более подробно ниже. При этом целесообразно различать (иногда условно) два типа ограничений на стимулирование.

Первый тип – ограничения на абсолютную величину вознаграждения агента. Например, из неотрицательности целевой функции центра (из условия индивидуальной рациональности) следует, что при каждом действии агента величина его вознаграждения не должна превышать доход центра от этого действия[1].

Второй тип – ограничения на свойства зависимости вознаграждения агента от его действия. Второму типу ограничений соответствует, например, требование использования одного из классов базовых систем стимулирования – пропорциональных (повременных, сдельных и др. с фиксированными ставками оплаты), скачкообразных (аккордных, премиальных и др.) и т.д. Подробно эти ограничения рассмотрены во второй главе настоящей работы.

Сложнее дело обстоит с определением таких компонентов модели организационной системы, как функция дохода центра и функция затрат агента[2]. Последняя может идентифицироваться в рамках экспериментального исследования предпочтения агентов, выполняемого в рамках методологии, описанной во второй и третьей главах настоящей работы и объединяющей теоретико-игровые модели и модели экономики труда. Поэтому перейдем к обсуждению проблем идентификации предпочтений центра – его функции дохода.

В данной главе предполагается (там где это необходимо), что функция затрат единственного агента известна, и основной акцент делается на исследование взаимосвязи между функцией дохода центра и основными экономическими и финансовыми показателями деятельности организационной системы, интересы которой отражает центр.

Другими словами, ответим на вопрос о том, как по известным, например, из финансовой отчетности организации показателям ее деятельности определить «функцию дохода», которая может быть

---

[1] *Если рассматриваются несколько периодов времени, то это требование должно выполняться «в среднем», то есть в этом случае необходимо различать краткосрочные и долгосрочные цели – см. подробности в* [71, 79].

[2] *Если агентом является юридическое лицо (в рамках договорных интерпретаций задач стимулирования), то функция его затрат определяется либо исходя из существующих нормативов, либо из показателей его финансово-хозяйственной деятельности.*

использована в теоретико-игровой модели для синтеза оптимальной системы стимулирования.

Традиционно системы оплаты труда делятся на *тарифные* и *бестарифные*. И в тех, и в других системах оплаты фигурируют определенные параметры, коэффициенты, нормативы и т.д., однозначно определяющие вознаграждение агента данной квалификации, выполняющего данную работу в данных условиях.

В тарифных системах оплаты такими коэффициентами являются тарифные ставки, нормы трудозатрат и др., в бестарифных системах – коэффициенты квалификационного уровня, трудового участия, параметры, определяющие «вилки» окладов, и др. В государственных организациях эти параметры системы оплаты труда регулируются законодательно (примерами могут служить единая тарифная сетка, различные тарифно-квалификационные нормативы и т.д.). В негосударственных организациях наиболее распространена практика, когда непротиворечащие (а иногда и противоречащие) законодательству условия оплаты труда устанавливаются руководством организации, причем далеко не всегда эти условия обоснованы и увязаны с результатами экономической деятельности организации.

В качестве «оправдания» подобных действий руководства можно отметить, что в большинстве работ (как монографий, так и учебных пособий) по оплате труда подробно рассматриваются «формулы», определяющие размер вознаграждения агента при заданных коэффициентах тарифных и бестарифных систем оплаты. Однако, так как вопрос о том, как определять эти коэффициенты (и, тем более, вопрос об оптимальных по тем или иным критериям значениях этих коэффициентов), и как они должны учитывать предпочтения агентов, не поднимается, то мотивирующая функция заработной платы и эффективность системы стимулирования остается во многих случаях лишь декларацией.

Следовательно, при заданном составе агентов[1] и фиксированном классе допустимых систем стимулирования возникает задача определения оптимальных значений параметров зависимости вознаграждения от действий агентов. Так как параметры системы стимулирования определяют действия, выбираемые агентами, а последние, наряду с величинами вознаграждений, приводят к определенным результатам деятельности организационной системы в целом[2], то для решения этой задачи необходимо установить взаимосвязь между действиями агентов и их вознаграждениями с одной стороны, и результатами деятельности организационной системы с другой стороны.

В первом приближении можно выделить два подхода к описанию взаимосвязи между параметрами системы стимулирования и результатами деятельности организации[3]. Так как конечной целью (критерием оптимизации) является увеличение (или уменьшение) значений основных показателей деятельности организации, то оба подхода имеют много общего. Различия между ними обусловлены тем, какие факторы – действия агентов или результат деятельности организации – выбираются за основу рассмотрения.

<u>Первый подход</u> – «снизу-вверх» – заключается в том, что для заданной системы оплаты определяются действия, которые выбираются агентами при ее использовании, и те затраты на стимулирование (ФЗП), которые несет при этом центр. Действия агентов и ФЗП входят в основные показатели деятельности организации, поэтому, варьируя систему стимулирования, можно генерировать различные варианты значений этих показателей, и затем выбирать ту систему стимулирования, на которой достигаются наилучшие

---

[1] *Если условия оплаты заданы, то одной из задач, которую может решать руководство организации является задача определения состава агентов и структуры их взаимодействия, которые окажутся оптимальными в заданных условиях деятельности организации. Возможные подходы к формулировке и решению подобных задач обсуждаются в шестой главе настоящей работы.*

[2] *Любая организационная система является субъектом экономических, социальных и других отношений, поэтому ее деятельность должна рассматриваться во взаимосвязи с деятельностью других субъектов.*

[3] *В литературе по оплате труда эта проблема обычно называется проблемой формирования фонда заработной платы* [23, 40].

значения показателей. Методики вычисления индивидуальных вознаграждений агентов, фондов оплаты труда подразделений и организации в целом для различных систем оплаты подробно рассмотрены в литературе (см., например, работы [25, 40, 55]), поэтому останавливаться на них не будем. Одним из основных недостатков подхода «снизу-вверх» является слабая взаимосвязь между вознаграждением конкретного агента и результатами деятельности организации[1].

Второй подход – «сверху-вниз» (иногда его называют «остаточным принципом») – к описанию взаимосвязи между параметрами системы стимулирования и результатами деятельности организации заключается в следующем. В показателях деятельности организации в целом, в том числе – зависящих от результатов деятельности (действий) агентов, выделяются составляющие, зависящие от фонда оплаты труда. Затем, с учетом интересов и предпочтений агентов (собственно задача стимулирования в терминологии, которой следует настоящая работа – см. первую часть) определяется система оплаты труда[2] (и, следовательно, действия агентов), которая приводит к наилучшим значениям показателей деятельности организации.

---

[1] *Широкое распространение в малых и средних негосударственных (в основном – торговых, посреднических, выпускающих научно-техническую продукцию и др., но иногда и в производственных) организациях получила система оплаты труда, при которой вознаграждение агента кратно некоторой нормативной величине, а индивидуальный коэффициент кратности либо устанавливается по той или иной методике* [25]*, либо просто назначается руководителем соответствующего уровня – см. также «бригадные» формы оплаты труда в пятой главе настоящей работы. Понятно, что при этом величина ФЗП пропорциональна сумме индивидуальных коэффициентов, а норматив может быть легко выбран таким образом, чтобы обеспечить заданное значение ФЗП. Вопрос о рациональном выборе величины ФЗП при этом все равно остается открытым.*

[2] *В* [3, 40, 90] *предлагаются следующие способы формирования средств на оплату труда работников подразделений (см. также системы стимулирования D-типа выше): на основе экономических нормативов; путем распределения фондов оплаты труда на основе коэффициентов трудового вклада подразделений; прямым счетом по нормативам трудоемкости; на основе различного сочетания названных методов. Наиболее ярким примером остаточного принципа является иерархический принцип.*

Второй подход в большей степени, чем первый, учитывает результаты деятельности организации, однако при его использовании возникают трудности, связанные с необходимостью корректного учета специфики конкретной организации, для которой он применяется, поэтому рассмотрим остаточный принцип более подробно.

В политике заработной платы важное место занимает выбранный метод формирования средств на оплату труда агентов, участвующих в деятельности организации. Методы формирования фонда заработной платы (ФЗП) прямо или косвенно влияют на показатели деятельности организации в целом, а те в свою очередь – на фактическую величину вознаграждения, то есть – заработной платы, премий, доплат, надбавок и т.д. При этом необходимо учитывать отраслевые различия логики формирования ФЗП, которая различна, например, в капиталоемких и наукоемких отраслях.

Перечислим кратко некоторые методы формирования фонда заработной платы.

<u>Уровневый метод.</u> При использовании уровневого метода ФЗП определяется в процентах к объему производства (по себестоимости). Применяемый первоначально (в бывшей социалистической экономике СССР) для автотранспортных и строительных предприятий, этот метод постепенно распространился на ряд предприятий других отраслей. Если процент (доля заработной платы) фиксирован, то объем производства однозначно определяет величину ФЗП. Данный метод может рассматриваться как основанный на использовании систем стимулирования D-типа, следовательно, он обладает всеми недостатками, присущими этому классу систем стимулирования – см. раздел 2.3. Его преимуществом является ярко выраженная направленность на мотивацию увеличения объема производства, которая должна соотноситься с соответствующими затратами агентов, что устанавливает границы эффективности применения уровневого метода.

<u>Нормативно-приростной метод.</u> При использовании нормативно-приростного метода рост ФЗП относительно существующего базового уровня производится в расчете на один процент увеличения объема производства. Недостатком данного метода является

стимулирование роста количественных показателей, но не качества и, тем более, не экономии ресурсов.

И уровневый, и нормативно-приростной метод связаны с предварительным расчетом ожидаемой в плановом периоде доли заработной платы в общем объеме того или иного базового показателя (оценки объема продукции или ее прироста). Более того, их общим существенным недостатком является то, что процент, который составляет (или на который увеличивается) ФЗП, не зависит от абсолютной величины базового показателя.

Наверное, более эффективным оказалось бы использование гибких нормативов, то есть нормативов, зависящих от абсолютной величины базового показателя. Однако, на сегодняшний день они не нашли достаточного распространения на практике[1].

Остаточный метод[2]. Как отмечалось выше, при использовании остаточного метода (принципа) ФЗП выступает составной частью более общего показателя хозяйственно-финансовой деятельности организации, например – хозрасчетного коммерческого дохода, включающего также и прибыль.

Вся сложность оценки достоинств и преимуществ остаточного метода заключается в том, что каких-либо относительно общих научно обоснованных размеров доли (в абсолютных или относительных единицах), например, валового дохода, оставляемого на оплату труда, на сегодняшний день не существует. Несомненно, что эта доля не может быть меньше, чем произведение минимальной ставки оплаты труда на численность работников, и больше, чем валовой доход. Не вводя дополнительных предположений, сказать что-либо более конкретное нельзя, поэтому рассмотрим остаточный метод более подробно.

---

[1] *Отметим, что, вводя, например, переменные нормативы, мы сразу переходим из класса параметрических систем стимулирования (С-типа, D-типа или L-типа) в гораздо более широкий класс непараметрических систем стимулирования.*

[2] *Следует отметить, что в настоящей работе мы будем трактовать остаточный метод формирования ФЗП несколько более широко, чем это принято в литературе по оплате труда, а именно – как метод определения и суммарного ФЗП, и индивидуальных вознаграждений, при котором первичными являются общие показатели деятельности организации.*

Финансовая модель организации. Для того чтобы привести какие-либо рекомендации относительно использования остаточного метода формирования ФЗП необходимо рассмотреть взаимосвязь между основными показателями финансово-хозяйственной деятельности организации, то есть построить ее «финансовую модель»[1].

Для простоты рассмотрим организацию, состоящую из центра и одного агента и описываемую следующими *основными показателями финансово-хозяйственной деятельности*:

- действие агента $y \in A$, которое (как и выше) может интерпретироваться как отработанное время, объем выпущенной продукции или оказанных услуг и т.д.;
- $c_0 \geq 0$ – постоянные издержки организации (центра), включая амортизационные отчисления, коммерческие и др. расходы;
- $c_0(y) \geq 0$ – переменные издержки организации, включая материальные затраты и т.д.;
- $W(y)$ – доход организации, зависящий от действий агента (например, выручка от реализации);
- $V(y)$ – валовая прибыль;
- ρ_1 – ставка налога с прибыли[2];
- $P(y)$ – чистая прибыль;
- $S(y)$ – себестоимость;
- $\sigma(y)$ – вознаграждение агента;
- $c(y)$ – затраты агента;
- ρ_2 – суммарные начисления на оплату труда;

---

[1] *Употребление кавычек обусловлено тем, что финансовый анализ деятельности организаций представляет собой интенсивно развивающееся направление теоретических и прикладных исследований деятельности организаций. Так как настоящая работа посвящена системам стимулирования, то мы ни в коей мере не претендуем на создание сколь либо полной и оригинальной финансовой модели организации.*

[2] *В рассматриваемой упрощенной модели считается, что существуют два вида налогов – налог с прибыли (в который условно могут быть включены многие действующие налоги) и отчисления по заработной плате (включающие отчисления в пенсионный фонд, на социальное и медицинское страхование, в фонд занятости и подоходный налог).*

- $R(y)$ – единый фонд, включающий резервный фонд, фонд потребления и фонд накопления.

Понятно, что перечисленные показатели не являются независимыми.

Себестоимость продукции представляет собой сумму материальных затрат, амортизационных отчислений, коммерческих расходов, расходов на оплату труда и отчислений по заработной плате, то есть: $S(y) = c_0 + c_0(y) + \sigma(y) + \rho_2\,\sigma(y)$.

Валовая прибыль $V(y)$ является разностью между доходом и себестоимостью: $V(y) = W(y) - S(y)$.

Чистая прибыль $P(y)$ определяется по валовой прибыли после уплаты соответствующих налогов: $P(y) = (1 - \rho_1)\,V(y)$.

Чистая прибыль может распределяться на фонды потребления, накопления и резервный фонд, то есть: $(1 - \rho_1)\,V(y) = R(y)$.

Собирая воедино четыре уравнения, приведенных выше, получаем следующее балансовое условие:

(4.1) $R(y) = (1 - \rho_1)\,[W(y) - c_0 - c_0(y) - (1 + \rho_2)\,\sigma(y)]$.

Введем следующее предположение: целью центра является максимизация единого фонда $R(y)$, включающего резервный фонд, фонд потребления и фонд накопления. Другими словами, предположим, что целевая функция центра определяется величиной единого фонда, то есть $\Phi(y) = R(y)$.

Вспомним теперь, что в теоретико-игровой модели стимулирования центр стремится максимизировать разность между своим «доходом» и затратами на стимулирование $\vartheta(y, \sigma)$, то есть: $\Phi(\sigma, y) = H(y) - \vartheta\,(y, \sigma)$. Сравнивая это выражение с (4.1)[1], замечаем, что **в качестве функции дохода центра может рассматриваться следующая величина**:

---

[1] *Отметим, что множитель $(1 - \rho_1)$ входит и в выражение для $H(y)$, и в выражение для $\sigma(y)$, поэтому при максимизации целевой функции $\Phi(y, \sigma)$ он, как и множитель $(1 + \rho_2)$ в выражении для затрат на стимулирование, может не учитываться, однако его следует учитывать при анализе условий индивидуальной рациональности. В дальнейшем для простоты можно считать, что отчисления с заработной платы и налоги с прибыли отсутствуют (то есть $\rho_1 = \rho_2 = 0$). Все качественные выводы (и методика количественного анализа) при этом останутся в силе.*

(4.2) $H(y) = (1 - \rho_1)\,[W(y) - c_0 - c_0(y)]$,

то есть разность между доходом организации и ее собственными затратами (т.е. всеми затратами за исключением затрат на стимулирование), а в качестве затрат на стимулирование:

$$\vartheta(y, \sigma) = (1 - \rho_1)\,(1 + \rho_2)\,\sigma(y).$$

Таким образом, в терминах основных показателей финансово-хозяйственной деятельности организации теоретико-игровую задачу стимулирования можно сформулировать как задачу максимизации следующего критерия:

(4.3) $(1 - \rho_1)\,[W(y) - c_0 - c_0(y)] - \vartheta(y, \sigma) \to \max\limits_{\sigma \in M}$,

при условии, что агент выбирает действие, доставляющее максимум его целевой функции при заданной системе стимулирования, то есть:

(4.4) $y \in \operatorname{Arg} \max\limits_{v \in A} \{\sigma(v) - c(v)\}$.

Итак, помимо функции затрат агента, в приведенной постановке задачи стимулирования фигурируют такие доступные из финансовой отчетности показатели (вопрос о достоверности значений этих показателей в настоящей работе не рассматривается) как: доход организации, ее постоянные и переменные издержки и ставки налогов.

Задача (4.3)-(4.4) является частным случаем задачи стимулирования, рассмотренной в первой главе настоящей работы, следовательно, для нее применимы описанные выше методы решения.

Рассмотрим два примера, иллюстрирующих использование предложенного подхода к определению функции дохода центра.

Пример 4.1. В качестве первого примера возьмем механизм стимулирования работников предприятия (рабочих), перерабатывающего исходную продукцию, закупаемую на рынке, в конечную продукцию, продаваемую на рынке.

Представим производственное предприятие в виде двухуровневой организационной системы, на вернем уровне иерархии которой находится управляющий орган – центр, а на нижнем уровне – рабочие – агенты.

Для простоты рассмотрим случай одноэлементной системы с одним видом выпускаемой продукции. Предположим, что действием агента является выбор неотрицательного числа $y \geq 0$, содержательно интерпретируемого как объем производства.

Пусть емкость рынка (спрос на продукцию данного предприятия) не ограничена. Обозначим: P_1 – фиксированную цену продажи единицы конечной продукции. Тогда выручка предприятия от реализации равна: $W(y) = P_1\, y$.

Имеет место следующее балансовое условие (см. выражение (4.1)):

(4.5) $R(y) = \{P_1\, y - c_0 - c_0(y) - \sigma(y)\,(1 + \rho_2)\}\,(1 - \rho_1)$.

Предположим, что цель центра (предприятия в целом) заключается в максимизации величины $R(y)$. Управляющим воздействием центра является система стимулирования (зависимость вознаграждения агента от его действия), на которую наложим требование монотонности.

Обозначим целевую функцию центра $\Phi(y^*)$. Если при заданной системе стимулирования агент выбирает действие, которое максимизирует разность $f(y) = \sigma(y) - c(y)$ между стимулированием $\sigma(y)$ и его затратами $c(y)$ по выбору этого действия, то задачу стимулирования можно записать в следующем виде (см. (4.3)-(4.4)):

(4.6) $\Phi(y^*) = (1 - \rho_1)\,\{P_1\, y^* - c_0 - c_0(y^*) - \sigma(y^*)\,(1 + \rho_2)\} \to \max\limits_{\sigma(\cdot)}$,

(4.7) $y^* \in \operatorname{Arg}\max\limits_{y \geq 0} f(y)$.

Для решения задачи (4.6)-(4.7) необходимо ввести определенные предположения относительно переменных издержек[1] центра и функции затрат агента. Предположим, что $c_0(y)$ – линейная функция: $c_0(y) = \alpha\, y$, а $c(y)$ – монотонно возрастающая выпуклая гладкая функция, такая, что $c(0) = c_{min} \geq 0$.

Введенное предположение означает, что функция переменных издержек центра обладает следующими свойствами. При нулевом объеме переменные затраты равны нулю. С увеличением объема продаж они возрастают, причем производство каждой единицы продукции требует одинаковых затрат. Содержательно, линейные

---

[1] *Постоянные издержки центра будем считать не зависящими от объема производства* (*см. содержательные интерпретации подобных предположений в* [50, 108]).

переменные издержки могут соответствовать фиксированной цене $\alpha \leq P_1$ единицы используемого сырья при пропорциональной технологии производства (см. свойства функции издержек в [50, 108]).

Предположим, что центру известна достоверно функция затрат $c(y)$ агента.

В рамках введенных предположений оптимальной является, в частности, система стимулирования К-типа (см. первую главу настоящей работы), которая в точности равна затратам агента: $\sigma_K(y) = c(y)$. Поэтому задача (4.6)-(4.7) сводится к задаче оптимального согласованного планирования, то есть к задаче поиска действия агента $y^* \geq 0$, реализация которого наиболее выгодна для центра:

(4.8) $y^* \in \mathrm{Arg}\max\limits_{x \geq 0} \{(P_1 - \alpha)\, x - c_0 - (1 + \rho_2)\, c(x)\}$.

Рассмотрим условия индивидуальной рациональности:

(4.9) $f(y^*) \geq 0,\ \Phi(y^*) \geq 0$,

которые требуют, чтобы значения целевых функций участников были неотрицательны[1].

В рамках введенных предположений целевая функция центра $\{(P_1 - \alpha)\, x - c_0 - (1 + \rho_2)\, c(x)\}$ вогнутая, поэтому, если производство выгодно, то существует отрезок $[y_1; y_2]$, на котором эта целевая функция положительна. Тогда центру выгодно побуждать агента выбрать одно из действий y из отрезка $[y_1; y_2]$. Поэтому рассмотрим следующую («компенсаторно-аккордную») систему стимулирования σ^*, график которой приведен на рисунке 4.1. При действии агента, меньшем $y^* \in [y_1; y_2]$, положим $\sigma^*(y) = c_{min}$, то есть агент получает минимальное вознаграждение c_{min} (увеличение вознаграждения по сравнению с этой величиной не имеет смысла); при $y \geq y^*$ $\sigma^*(y) = c(y^*)$, то есть выбор больших действий не поощряется, но условие монотонности выполнено. Легко видеть, что при ис-

---

[1] *Выражения* (4.6)-(4.8) *констатируют, что взаимовыгодными для центра и агента будут такие система стимулирования и объем продаж, для которых не существует других вознаграждений и объемов, при которых все участники получали бы строго большую полезность.*

пользовании центром системы стимулирования[1] σ^* агент выберет минимальный объем производства y^*, за который центр его еще поощряет.

Содержательно, агенту гарантируется минимальное вознаграждение c_{min}, независимо от его действий (см. рисунок 4.1). Если объем производства превышает величину y^*, то агент получает за это премию $(c(y^*) - c_{min})$, компенсирующую его затраты. При дальнейшем росте объема производства вознаграждение остается постоянным, а так как затраты агента при этом возрастают, то выбор действий, превышающих y^*, для него не выгоден. •

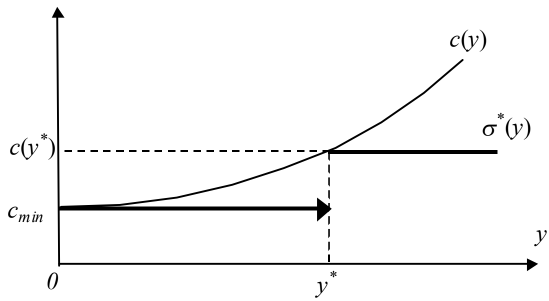

Рис.4.1. Система стимулирования σ^* в примере 4.1

Пример 4.2. В качестве второго (более сложного) примера возьмем механизм стимулирования, побуждающий агентов – работников торговых компаний (менеджеров по продажам) – увеличивать объем продаж в интересах компании в целом.

Рассмотрим случай одноэлементной системы с одним видом товара. Предположим, что действием агента является выбор неотрицательного числа $y \geq 0$, содержательно интерпретируемого как объем продаж.

Пусть емкость конкурентного рынка не ограничена. Обозначим: P_0 – фиксированную цену закупки, P_1 – фиксированную цену

---

[1] *Отметим, что предложенная система стимулирования является не единственно оптимальной: оптимальны также компенсаторная, квазикомпенсаторная и другие минимальные системы стимулирования, реализующие действие агента y^* – см. раздел 1.1.*

продажи. Тогда доход компании равен: $W(y) = P_1\, y$, а валовая прибыль: $V(y) = (P_1 - P_0)\, y$.

Для простоты предположим, что налоги отсутствуют, тогда, если $\sigma(y)$ – величина вознаграждения агента, а $R(y)$ – величина единого фонда, то имеет место следующее балансовое условие (см. выражение (4.1)):

(4.10) $R(y) = \{(P_1 - P_0)\, y - c_0 - c_0(y) - \sigma(y)\}$.

В данном случае функцией дохода центра является следующее выражение: $H(y) = (P_1 - P_0)\, y - c_0 - c_0(y)$.

Как и ранее, предположим, что цель центра (компании в целом) заключается в максимизации величины $R(y)$. Управляющим воздействием центра является система стимулирования (зависимость вознаграждения агента от его действия), на которую наложим требование монотонности. Задачу стимулирования можно записать в следующем виде (см. (4.3)-(4.4)):

(4.11) $\Phi(y^*) = \{(P_1 - P_0)\, y^* - c_0 - c_0(y^*) - \sigma(y^*)\} \to \max\limits_{\sigma(\cdot)}$,

(4.12) $y^* \in \operatorname{Arg} \max\limits_{y \ge 0} f(y)$.

Введем следующее предположение относительно переменных издержек центра: $c_0(y)$ – монотонно возрастающая гладкая функция, такая, что $c_0(0) = 0$, $\exists\ y' \ge 0$: $c_0(y)$ – вогнутая функция при $y \le y'$ и выпуклая при $y \ge y'$.

Введенное предположение означает, что функция переменных издержек центра обладает следующими свойствами. При нулевом объеме продаж переменные затраты равны нулю. С увеличением объема продаж затраты возрастают, причем при объемах продаж, меньших величины $y' \ge 0$, каждое последующее увеличение объема продаж требует меньших затрат, чем предыдущее (предельные затраты убывают), а при объемах продаж, больших величины $y' \ge 0$, каждое последующее увеличение объема продаж требует больших затрат, чем предыдущее (предельные затраты возрастают). График функции $c_0(y)$, удовлетворяющей введенному предположению, приведен на рисунке 4.2.

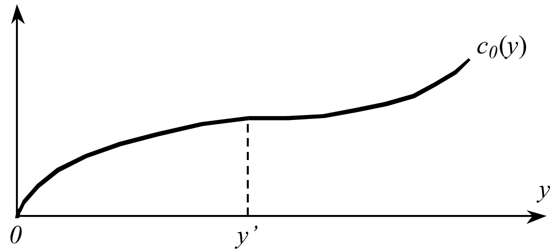

Рис. 4.2. Функция переменных издержек

Предположим, что центру не известна достоверно функция затрат агента, но ему известен диапазон возможных значений функции затрат, то есть он знает, что $\forall\, y \in A\;\; c_-(y) \le c(y) \le c_+(y)$, где функции $c_-(y)$ и $c_+(y)$, определяющие границы диапазона возможных значений затрат агента, удовлетворяют введенным в первой главе предположениям о свойствах функций затрат агентов (см. рисунок 4.3).

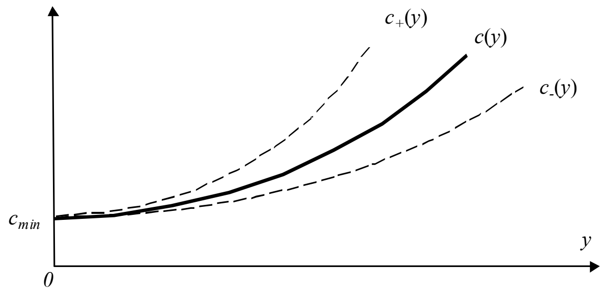

Рис. 4.3. Диапазон возможных значений функции затрат

В рамках введенных предположений оптимальной является компенсаторная система стимулирования, которая в точности равна затратам агента: $\sigma_K(y) = c(y)$. Поэтому задача (4.11)-(4.12) сводится к задаче оптимального согласованного планирования, то есть к задаче поиска действия агента $y^* \ge 0$, реализация которого наиболее выгодна для центра:

(4.13) $y^* \in \operatorname{Arg} \max\limits_{x \geq 0} \{(P_1 - P_0)\, x - c_0 - c_0(x) - c(x)\}$.

Обозначим характерные точки функции $H(y)$ «дохода» центра следующим образом:

$$y_1 = \min \{y \geq 0 \mid H(y) = 0\},\ y_2 = \arg \max_{y \geq 0} H(y),$$

$$y_3 = \max \{y \geq 0 \mid H(y) = 0\}.$$

Очевидно, что в рамках введенных предположений выполнено: $y_1 \leq y_2 \leq y_3$, $y' \leq y_2$.

Содержательно, если функция переменных издержек центра имеет вид, приведенный на рисунке 4.2, то при малых объемах продаж величина «дохода» отрицательна и убывает с ростом объема продаж. Достигнув минимума, она начинает возрастать, становится в точке y_1 положительной, достигает максимума в точке y_2, а затем убывает и становится отрицательной после точки y_3 (см. рисунок 4.4).

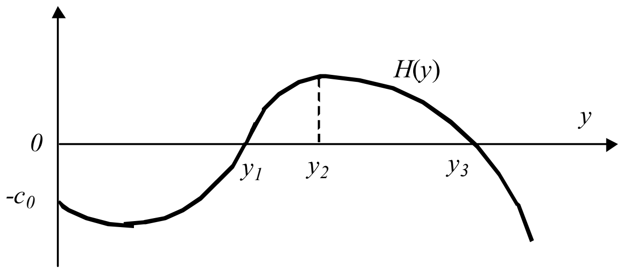

Рис. 4.4. Функция «дохода» центра

Запишем условие индивидуальной рациональности (4.9) в следующем виде: $f(y^*) \geq 0$, $\Phi(y^*) \geq 0$.

Центру выгодно побуждать агента выбрать одно из действий y из отрезка $[y_1; y_2]$ при условии, что $\Phi(y) \geq c(y)$. Обозначим характерные точки целевой функции центра:

$$y_-^* = \arg \max_{\{y \ge 0 | H(y) \ge c_-(y)\}} \Phi(y, c_-(y)),$$

$$y_+^* = \arg \max_{\{y \ge 0 | H(y) \ge c_+(y)\}} \Phi(y, c_+(y)).$$

В рамках введенных предположений выполнено:

(4.14) $y_1 \le y_+^* \le y_-^* \le y_2 \le y_3$.

Таким образом, центру заведомо невыгоден выбор агентом действий, не принадлежащих отрезку $[y_+^*; y_-^*]$. Поэтому рассмотрим следующую систему стимулирования σ^*, график которой приведен на рисунке 4.5. При действии агента, меньшем y_+^*, положим $\sigma^*(y) = c_{min}$, то есть, агент получает минимальное вознаграждение c_{min} (увеличение вознаграждения по сравнению с этой величиной не имеет смысла); при $y \in [y_+^*; y_-^*]$ агенту гарантированно компенсируются затраты, то есть $\sigma^*(y) = c_+(y)$; а при $y \ge y_-^*$ $\sigma^*(y) = c_+(y_-^*)$, то есть выбор больших действий не поощряется, но условие монотонности выполнено. Легко видеть, что, если затраты агента строго меньше максимально возможных ($c(y) < c_+(y)$), то он выберет максимальный объем продаж $y^* = y_-^*$, за который центр его еще поощряет, то есть данная система мотивации стимулирует рост объемов продаж.

Содержательно, агенту гарантируется минимальное вознаграждение c_{min}, независимо от его действий (см. рисунок 4.5). Если объем продаж превышает величину y_+^*, то агент получает за это премию $(c_+(y_+^*) - c_{min})$. При дальнейшем росте объема продаж вознаграждение возрастает, причем не медленнее, чем растут затраты (побуждение к увеличению объема продаж). При превышении объемом продаж величины y_-^* вознаграждение остается постоянным (так как затраты агента при этом возрастают, то выбор действий, превышающих y_-^*, для него невыгоден).

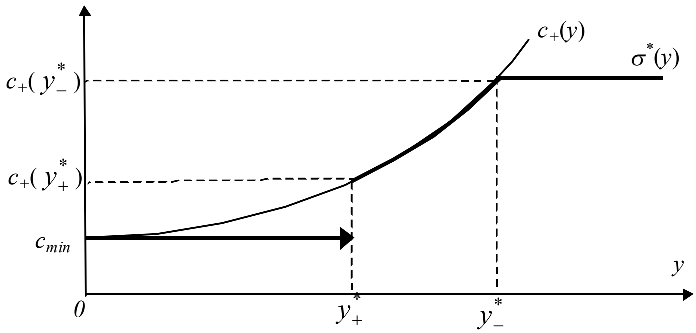

Рис. 4.5. Система стимулирования σ^* в примере 4.2

Предложенная система стимулирования σ^* обладает следующими положительными свойствами. Во-первых, она учитывает специфику торговой компании (см. выражения (4.10)-(4.11), во-вторых, она является минимальной (с точки зрения затрат центра на стимулирование) системой стимулирования, которая одновременно гарантированно (в рамках существующей информированности центра) реализует выгодные для центра действия и (если реальная функция затрат агента оказывается меньше максимальной) побуждает агента выбирать максимальные действия, то есть делает выгодным увеличение объема продаж. •

Таким образом, в настоящей главе рассмотрена финансовая модель ОС, позволяющая идентифицировать такую компоненту модели стимулирования как функция затрат центра. Завершив рассмотрение моделей простейших систем стимулирования – индивидуальных, перейдем к исследованию задач коллективного стимулирования.

ГЛАВА 5. Модели коллективного стимулирования

В предыдущих главах рассматривались системы индивидуального стимулирования. Настоящая глава посвящена описанию моделей коллективного стимулирования, то есть стимулирования коллектива агентов.

Простейшим обобщением базовой одноэлементной модели является *многоэлементная ОС* с независимыми (невзаимодействующими) агентами. В этом случае задача стимулирования распадается на набор одноэлементных задач.

Если ввести общие для всех или ряда агентов ограничения на механизм стимулирования, то получается задача стимулирования в ОС со слабо связанными агентами (см. раздел 5.1), представляющая собой набор параметрических одноэлементных задач, для которого проблема поиска оптимальных значений параметров решается стандартными методами условной оптимизации.

Если агенты взаимосвязаны[1], то есть затраты или/и стимулирование агента зависят, помимо его собственных действий, от действий других агентов, то получается «полноценная» многоэлементная модель стимулирования, описываемая в настоящей главе.

Последовательность решения многоэлементных и одноэлементных задач имеет много общего. Сначала необходимо построить компенсаторную систему стимулирования, реализующую некоторое (произвольное, или допустимое при заданных ограничениях) действие – первый этап – этап анализа согласованности стимулирования. В одноэлементных ОС в рамках гипотезы благожелательности для этого достаточно проверить, что при этом максимум целевой функции агента будет достигаться, в том числе

---

[1] *В настоящей работе не рассматривается ситуация, когда существуют общие ограничения на множества допустимых состояний, планов, действий и т.д. агентов. Этот случай подробно описан в* [80, 81].

и на реализуемом действии. В многоэлементных ОС достаточно показать, что выбор соответствующего действия является равновесной стратегией в игре агентов. Если равновесий несколько, то необходимо проверить выполнение для рассматриваемого действия дополнительной гипотезы о рациональном выборе агентов. В большинстве случаев достаточным оказывается введение аксиомы единогласия (агенты не будут выбирать равновесия, доминируемые по Парето другими равновесиями), иногда центру приходится вычислять гарантированный результат по множеству равновесных стратегий агентов и т.д. Далее следует приравнять стимулирование затратам и решить стандартную оптимизационную задачу – какое из реализуемых действий следует реализовывать центру – второй этап – этап согласованного планирования – см. также раздел 1.1.

Структура изложения материала настоящей главы следующая. В разделе 5.1 рассматриваются системы коллективного стимулирования, основывающиеся на индивидуальных результатах (действиях) агентов. В разделе 5.2 описаны системы коллективного стимулирования за результаты совместной деятельности агентов (модели с агрегированием информации). Раздел 5.3 посвящен исследованию специфики унифицированных систем стимулирования, при которых центр использует единую для всех агентов зависимость поощрения от действий или результатов совместной деятельности. Последующие разделы настоящей главы содержат модели таких распространенных на практике систем стимулирования как: бригадных форм оплаты труда (раздел 5.4), шкал оплаты труда (раздел 5.5), а также ранговых систем стимулирования (раздел 5.6), которые включают нормативные и соревновательные системы стимулирования.

5.1. Стимулирование за индивидуальные результаты

В большинстве рассматриваемых в теории управления моделей стимулирования изучаются одноэлементные ОС, состоящие из одного управляющего органа (центра) и одного управляемого субъекта – агента. В настоящем разделе описывается предложенный в [80, 111] метод, заключающийся в выборе системы стимулирования, реализующей оптимальный с точки зрения центра вектор действий агентов как равновесие в доминантных стратегиях[1] (РДС) [34], что позволяет декомпозировать игру агентов и получить аналитическое решение задачи стимулирования.

Стимулирование в ОС со слабо связанными агентами. Описанные в первой главе результаты решения задачи стимулирования могут быть непосредственно обобщены на случай, когда имеются $n \geq 2$ агентов, функции затрат которых зависят только от их собственных действий (так называемые *сепарабельные затраты*), стимулирование каждого агента зависит только от его собственных действий, но существуют ограничения на суммарное стимулирование агентов. Такая модель *называется ОС со слабо связанными агентами* и является промежуточной между системами индивидуального и коллективного стимулирования.

Пусть $I = \{1, 2, \ldots, n\}$ – множество агентов, $y_i \in A_i$ – действие i-го агента, $c_i(y_i)$ – затраты i-го агента, $\sigma_i(y_i)$ – стимулирование его со стороны центра, $i \in I$, $y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$ – вектор действий агентов, $y \in A' = \prod_{i \in I} A_i$. Предположим, что центр получает доход $H(y)$ от деятельности агентов.

Пусть размеры индивидуальных вознаграждений агентов ограничены величинами $\{C_i\}_{i \in I}$, то есть $\forall\, y_i \in A_i \;\; \sigma_i(y_i) \leq C_i, \;\; i \in I$. Если фонд стимулирования (ФЗП) ограничен величиной R, то есть $\sum_{i \in I} C_i \leq R$, то получаем (см. раздел 1.1), что максимальное множе-

[1] *Напомним, что равновесием в доминантных стратегиях называется такой вектор действий агентов, что каждому агенту выгодно выбирать соответствующую компоненту этого равновесия независимо от того, какие действия выбирают другие агенты – см. формальное определение ниже.*

ство реализуемых действий для i -го агента зависит от соответствующего ограничения механизма стимулирования: $P_i(C_i) = [0, y_i^+(C_i)]$, $i \in I$.

Тогда оптимальное решение задачи стимулирования в ОС со слабо связанными агентами определяется следующим образом – максимизировать выбором индивидуальных ограничений $\{C_i\}_{i \in I}$, удовлетворяющих *бюджетному ограничению* $\sum_{i \in I} C_i \le R$, следующее выражение:

$$\Phi(R) = \max_{\{y_i \in P_i(C_i)\}_{i \in I}} H(y_1, ..., y_n),$$

что является стандартной задачей условной оптимизации.

Отметим, что когда ФЗП фиксирован, затраты центра на стимулирование не вычитаются из его дохода. Если ФЗП является переменной величиной, то его оптимальное значение R^* может быть найдено как решение следующей задачи:

$$R^* = \arg \max_{R \ge 0} [\Phi(R) - R].$$

Пример 5.1.1. Пусть функции затрат агентов: $c_i(y_i) = y_i^2 / 2r_i$, $i \in I$, а функция дохода центра – $H(y) = \sum_{i \in I} \alpha_i y_i$, где $\{\alpha_i\}_{i \in I}$ – положительные константы.

При заданных ограничениях $\{C_i\}_{i \in I}$ максимальное реализуемое действие каждого агента: $y_i^+(C_i) = \sqrt{2 r_i C_i}$, $i \in I$. Задача свелась к определению оптимального набора ограничений $\{C_i^*\}_{i \in I}$, удовлетворяющего бюджетному ограничению и максимизирующего целевую функцию центра:

$$\begin{cases} \sum_{i \in I} \alpha_i \sqrt{2 r_i C_i} \to \max_{\{C_i\}} \\ \sum_{i \in I} C_i \le R \end{cases}.$$

Решение этой задачи имеет вид:

$$C_i^* = \frac{r_i \alpha_i^2}{\sum_{j \in I} r_j \alpha_j^2} R, \; i \in I.$$

Оптимальный размер ФЗП равен $R^* = \sum_{i \in I} r_i \alpha_i^2 / 2$. •

Стимулирование в ОС с сильно связанными агентами. Обозначим $y_{-i} = (y_1, y_2, \ldots, y_{i-1}, \quad y_{i+1}, \ldots, y_n) \in A_{-i} = \prod_{j \neq i} A_j$ – обстановка игры для i-го агента. Интересы и предпочтения участников ОС – центра и агентов – выражены их целевыми функциями. Целевая функция центра $\Phi(\sigma, y)$ представляет собой разность между его доходом $H(y)$ и суммарным вознаграждением $\upsilon(y)$, выплачиваемым агентам: $\upsilon(y) = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i(y)$, где $\sigma_i(y)$ – стимулирование i-го агента, $\sigma(y) = (\sigma_1(y), \sigma_2(y), \ldots, \sigma_n(y))$. Целевая функция i-го агента $f_i(\sigma_i, y)$ представляет собой разность между стимулированием, получаемым от центра, и затратами $c_i(y)$, то есть:

(5.1.1) $\Phi(\sigma, y) = H(y) - \sum_{i=1}^{n} \sigma_i(y)$.

(5.1.2) $f_i(\sigma_i, y) = \sigma_i(y) - c_i(y), \; i \in I$.

Отметим, что и индивидуальное вознаграждение, и индивидуальные затраты i-го агента по выбору действия y_i в общем случае зависят от действий всех агентов (*случай сильно связанных агентов* с *несепарабельными затратами* [80]).

Примем следующий порядок функционирования ОС. Центру и агентам на момент принятия решения о выбираемых стратегиях (соответственно – функциях стимулирования и действиях) известны целевые функции и допустимые множества всех участников ОС. Центр, обладая правом первого хода, выбирает функции стимулирования и сообщает их агентам, после чего агенты при известных функциях стимулирования выбирают действия, максимизирующие их целевые функции.

Относительно параметров ОС введем следующие предположения:

- множество действий каждого агента совпадает со множеством неотрицательных действительных чисел;

- функции затрат агентов непрерывны, неотрицательны и $\forall y_i \in A_i$ $c_i(y)$ не убывает по y_i, $i \in I$; и $\forall y_{-i} \in A_{-i}$ $c_i(0, y_{-i}) = 0$.

- функция дохода центра непрерывна по всем переменным и достигает максимума при ненулевых действиях агентов.

Второе предположение означает, что независимо от действий других агентов любой агент может минимизировать свои затраты выбором нулевого действия. Остальные предположения – такие же, как и в одноэлементной модели (см. раздел 1.1).

Так как и затраты, и стимулирование каждого агента в рассматриваемой модели зависят в общем случае от действий всех агентов, то агенты оказываются вовлеченными в *игру* [34], в которой выигрыш каждого зависит от действий всех. Обозначим $P(\sigma)$ – множество равновесных при системе стимулирования σ стратегий агентов – множество решений игры (тип равновесия пока не оговаривается; единственно предположим, что агенты выбирают свои стратегии одновременно и независимо друг от друга, не имея возможности обмениваться дополнительной информацией и полезностью).

Как и в одноэлементной ОС, рассмотренной в первой главе, гарантированной эффективностью (далее просто «эффективностью») стимулирования является минимальное (или максимальное – в рамках гипотезы благожелательности) значение целевой функции центра на соответствующем множестве решений игры:

(5.1.3) $K(\sigma) = \min\limits_{y \in P(\sigma)} \Phi(\sigma, y)$.

Задача синтеза оптимальной функции стимулирования заключается в поиске допустимой системы стимулирования σ^*, имеющей максимальную эффективность:

(5.1.4) $\sigma^* = \arg \max\limits_{\sigma \in M} K(\sigma)$.

Из результатов первой главы следует, что в частном случае, когда агенты независимы (вознаграждение и затраты каждого из них зависят только от его собственных действий), то оптимальной (точнее – δ-оптимальной, где $\delta = \sum_{i \in I} \delta_i$) является квазикомпенсаторная система стимулирования:

(5.1.5) $\sigma_{iK}(y_i) = \begin{cases} c_i(y_i^*) + \delta_i, \; y_i = y_i^* \\ 0, \qquad\qquad y_i \neq y_i^* \end{cases}, \; i \in I,$

где $\{\delta_i\}_{i \in I}$ – сколь угодно малые строго положительные константы (мотивирующие надбавки), а оптимальное действие y^*, реализуемое системой стимулирования (5.1.5) как РДС, является решением следующей задачи оптимального согласованного планирования:

$$y^* = \arg \max_{y \in A'} \{H(y) - \sum_{i \in I} c_i(y_i)\}.$$

Если стимулирование каждого агента зависит от действий всех агентов (рассматриваемый в настоящем разделе случай коллективного стимулирования [80]) и *затраты не сепарабельны* (то есть затраты каждого агента зависят в общем случае от действий всех агентов, что отражает взаимосвязь и взаимозависимость агентов), то определения множества *равновесий Нэша*[1] $E_N(\sigma) \subseteq A'$и РДС $y_d \in A'$ имеют вид:

(5.1.6) $E_N(\sigma) = \{y^N \in A \mid \forall\, i \in I \;\forall\, y_i \in A_i$

$$\sigma_i(y^N) - c_i(y^N) \geq \sigma_i(y_i,\; y_{-i}^N) - c_i(y_i,\; y_{-i}^N)\},$$

$y_{i_d} \in A_i$ – доминантная стратегия i-го агента, тогда и только тогда, когда

$$\forall\, y_i \in A_i,\; \forall\, y_{-i} \in A_{-i}\; \sigma_i(y_{i_d}, y_{-i}) - c_i(y_{i_d}, y_{-i}) \geq \sigma_i(y_i, y_{-i}) - c_i(y_i, y_{-i}).$$

Если при заданной системе стимулирования у всех агентов имеется доминантная стратегия, то говорят, что данная система стимулирования реализует соответствующий вектор действий как РДС.

---

[1] *Напомним, что равновесием Нэша называется такой вектор действий агентов, что каждому агенту выгодно выбирать соответствующую компоненту этого равновесия при условии, что все остальные агенты выбирают равновесные действия.*

Фиксируем произвольный вектор действий агентов $y^* \in A'$ и рассмотрим следующую систему стимулирования:

$$(5.1.7)\ \sigma_i(y^*, y) = \begin{cases} c_i(y_i^*, y_{-i}) + \delta_i, & y_i = y_i^* \\ 0, & y_i \neq y_i^* \end{cases}, \ \delta_i \geq 0,\ i \in I.$$

В [80] доказано, что при использовании центром системы стимулирования (5.1.7) y^* – РДС. Более того, если $\delta_i > 0,\ i \in I$, то y^* – единственное РДС.

Содержательно, при использовании системы стимулирования (5.1.7) центр использует следующий **принцип декомпозиции**: он предлагает i-му агенту – «выбирай действие y_i^*, а я компенсирую тебе затраты, независимо от того какие действия выбрали остальные агенты, если же ты выберешь любое другое действие, то вознаграждение будет равно нулю». Используя такую стратегию, центр декомпозирует игру агентов.

Если стимулирование каждого агента зависит только от его собственного действия, то, фиксировав для каждого агента обстановку игры, перейдем от (5.1.7) к системе индивидуального стимулирования следующим образом: фиксируем произвольный вектор действий агентов $y^* \in A'$ и определим систему стимулирования:

$$(5.1.8)\ \sigma_i(y^*, y_i) = \begin{cases} c_i(y_i^*, y_{-i}^*) + \delta_i, & y_i = y_i^* \\ 0, & y_i \neq y_i^* \end{cases}, \ \delta_i \geq 0,\ i \in I.$$

Содержательно, при использовании системы стимулирования (5.1.8) центр предлагает i-му агенту – «выбирай действие y_i^*, а я компенсирую тебе затраты, считая, что остальные агенты также выбрали соответствующие компоненты – y_{-i}^*, если же ты выберешь любое другое действие, то вознаграждение будет равно нулю». Используя такую стратегию, центр также декомпозирует игру агентов.

Отметим, что функция стимулирования (5.1.8) зависит только от действия i-го агента, а величина y_{-i}^* входит в нее как параметр. Кроме того, при использовании центром системы стимулирования (5.1.8), в отличие от (5.1.7), каждый из агентов имеет косвенную информацию обо всех компонентах того вектора действий, который хочет реализовать центр. Для того, чтобы система стимулирования (5.1.8) реализовывала вектор y^* как РДС, необходимо введение дополнительных (по сравнению со случаем использования (5.1.7)) предположений относительно функций затрат агентов – см. [80].

Здесь же уместно качественно пояснить необходимость введения неотрицательных констант $\{\delta_i\}_{i \in I}$ в выражениях (5.1.5), (5.1.7) и (5.1.8). Если требуется реализовать некоторое действие как одно из равновесий Нэша, то эти константы могут быть выбраны равными нулю. Если требуется, чтобы равновесие было единственным (в частности, чтобы агенты не выбирали нулевые действия – иначе при вычислении гарантированного результата в (5.1.3) центр вынужден рассчитывать на выбор агентами нулевых действий), то агентам следует доплатить сколь угодно малую, но строго положительную величину за выбор именно того действия, которое предлагается центром. Более того, величины $\{\delta_i\}_{i \in I}$ в выражениях (5.1.5), (5.1.7) и (5.1.8) играют важную роль и с точки зрения устойчивости компенсаторной системы стимулирования по параметрам модели. Например, если функция затрат i-го агента известна с точностью до $\Delta_i \le \delta_i / 2$, то компенсаторная система стимулирования (5.1.7) все равно реализует действие y^* (см. [20, 75]).

Вектор оптимальных реализуемых действий агентов y^*, фигурирующий в качестве параметра в выражении (5.1.7) или (5.1.8), определяется в результате решения следующей задачи оптимального согласованного планирования:

(5.1.9) $y^* = \arg \max\limits_{t \in A'} \{H(t) - \upsilon(t)\}$,

где $v(t) = \sum\limits_{i \in I} c_i(t)$, а эффективность системы стимулирования (5.1.7), (5.1.9) равна следующей величине:

$$K^* = H(y^*) - \sum_{i \in I} c_i(y^*) - \delta.$$

В [80] доказано, что система стимулирования (5.1.7), (5.1.9) является оптимальной, то есть, обладает максимальной эффективностью среди всех систем стимулирования в многоэлементных ОС.

Примеры. Рассмотрим несколько примеров решения задач синтеза оптимальных систем коллективного стимулирования в многоэлементных ОС.

Пример 5.1.1. Решим задачу стимулирования в ОС с двумя агентами, имеющими функции затрат: $c_i(y) = \dfrac{(y_i + \alpha\, y_{3-i})^2}{2r_i}$, $i = 1, 2$, где α – некоторый параметр, отражающий степень взаимозависимости агентов. Пусть функция дохода центра $H(y) = y_1 + y_2$, а фонд заработной платы ограничен величиной R. Если центр использует систему стимулирования (5.1.7), то задача стимулирования сводится к поиску оптимальных реализуемых действий:

$$\begin{cases} H(y) \to \max\limits_{y \geq 0} \\ c_1(y) + c_2(y) \leq R \end{cases}.$$

Применяя метод множителей Лагранжа, получаем, что решение имеет вид:

$$y_1^* = \sqrt{\frac{2R}{r_1 + r_2}}\ \frac{\alpha\, r_2 + r_1}{\alpha^2 - 1},\quad y_2^* = \sqrt{\frac{2R}{r_1 + r_2}}\ \frac{\alpha\, r_1 + r_2}{\alpha^2 - 1}.$$

Подставляя равновесные действия агентов в целевую функцию центра, получаем, что оптимальный размер ФЗП равен (см. также пример 5.1.1)

$$R^* = \arg \max_{R \geq 0}\ [\sqrt{2R(r_1 + r_2)}\,/(1 - \alpha) - R] = \frac{r_1 + r_2}{2(\alpha - 1)^2}. \bullet$$

Пример 5.1.2 (совместное производство). Рассмотрим многоэлементную двухуровневую ОС, состоящую из центра и n агентов.

Пусть целевая функция i-го агента $f_i(y, r_i)$ представляет собой разность между доходом $h_i(y)$ от совместной деятельности и затратами $c_i(y, r_i)$, где r_i – параметр эффективности (тип) агента, то есть $f_i(y, r_i) = h_i(y) - c_i(y, r_i)$, $i \in N$.

Выберем следующий вид функций дохода и затрат:

$$h_i(y) = \lambda_i\, \theta\, Y,\ i \in N,\ c_i(y, r_i) = \frac{y_i^2}{2(r_i \pm \beta_i \sum\limits_{j \neq i} y_j)},\ i \in N,$$

где $Y = \sum_{i \in I} y_i$, $\sum_{i \in I} \lambda_i = 1$. Для случая, когда в знаменателе стоит знак «–», предполагается, что $\sum_{j \neq i} y_j < \frac{r_i}{\beta_i}$.

Содержательно набор агентов может интерпретироваться как фирма, подразделения которой (агенты) производят однородную продукцию, реализуемую на рынке по цене θ. Суммарный доход $\theta\, Y$ распределяется между агентами в соответствии с фиксированными долями $\{\lambda_i\}_{i \in I}$. Затраты агента возрастают по его действиям, а эффективность деятельности определяется типом агента r_i.

Взаимодействие агентов моделируется зависимостью затрат (эффективности деятельности) каждого из них от действий всех (других) агентов. Знак «+» в знаменателе соответствует эффективному взаимодействию агентов (убыванию затрат на масштаб) – чем большие действия выбирают другие агенты, тем меньше затраты (выше эффективность деятельности) рассматриваемого агента, что на практике может соответствовать снижению удельных постоянных издержек, обмену опытом, технологиями и т.д. Знак «–» в знаменателе соответствует неэффективному взаимодействию агентов (возрастанию затрат на масштаб) – чем большие действия выбирают другие агенты, тем больше затраты (ниже эффективность деятельности) рассматриваемого агента, что на практике может соответствовать нехватке основных фондов, ограничениям на побочные показатели (например, загрязнение окружающей среды) и т.д. Коэффициенты $\{\beta_i \geq 0\}_{i \in I}$ отражают степень взаимозависимости агентов.

Пусть рыночная цена θ известна всем участникам ОС. Тогда, дифференцируя целевые функции агентов, приравнивая производные нулю и складывая получившиеся при этом выражения

$$y_i = \lambda_i\, \theta\, (r_i \pm \beta_i \sum_{j \neq i} y_j\,),\ i \in I,$$

получим следующую зависимость суммарных действий Y^+ от параметра θ:

$$Y^+(\theta) = \frac{\sum_{i \in I} \frac{\lambda_i\, \theta\, r_i}{1 \pm \lambda_i \theta \beta_i}}{1 \mp \sum_{i \in I} \frac{\lambda_i\, \theta\, \beta_i}{1 \pm \lambda_i \theta \beta_i}}.$$

Стимулированию соответствует изменение параметров $\{\lambda_i\}_{i \in I}$, которые могут интерпретироваться как внутренние (внутрифирменные, трансфертные и т.д.) цены. •

Пример 5.1.3 (акккордная оплата труда). Рассмотрим ОС с двумя агентами, имеющими функции затрат $c_i(y_i) = y_i^2 / 2r_i$, где r_i – тип i-го агента, $y_i \in A_i = \Re_1^+$, $i = 1, 2$. Целевая функция i-го агента представляет собой разность между стимулированием $\sigma_i(y_1, y_2)$, получаемым от центра, и затратами, то есть: $f_i(y) = \sigma_i(y) - c_i(y_i)$, $i = 1, 2$.

Пусть центр использует систему стимулирования

(5.1.10) $\sigma_i(y_1, y_2) = \begin{cases} C_i, & y_1 + y_2 \geq x \\ 0, & y_1 + y_2 < x \end{cases}, \; i = 1, 2.$

Содержательно, центр выплачивает каждому агенту фиксированное вознаграждение при условии, что сумма их действий оказывается не меньше, чем некоторое плановое значение $x > 0$. Обозначим $y_i^+ = \sqrt{2 r_i C_i}$, $i = 1, 2$, $Y = \{(y_1, y_2) \mid y_i \leq y_i^+,\ i = 1, 2,$ $y_1 + y_2 \leq x\}$ – множество индивидуально-рациональных действий агентов, то есть действий, при которых они не перерабатывают (обеспечивать сумму действий, большую плана x, им не имеет смысла) и каждый имеет неотрицательное значение целевой функции. Рассмотрим четыре возможных комбинации переменных (см. рисунки 5.1.1–5.1.4).

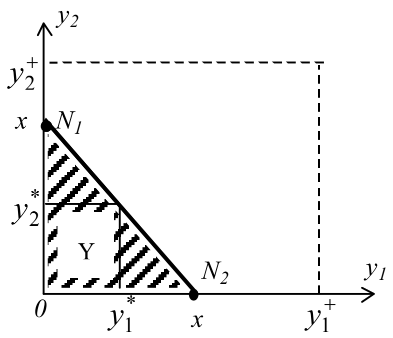

Рис. 5.1.1

В первом случае (см. рисунок 5.1.1) множество равновесий Нэша составляет отрезок: $E_N(\sigma) = [N_1; N_2]$. Фиксируем произвольное равновесие $y^* = (y_1^*, y_2^*) \in E_N(\sigma)$. Наличие «большого» равновесия Нэша (отрезка, содержащего континуум точек) имеет несколько минусов с точки зрения эффективности стимулирования. Поясним это утверждение

Так как все точки отрезка $[N_1; N_2]$ эффективны по Парето с точки зрения агентов, то при определении эффективности системы стимулирования центр вынужден (в зависимости от своей функции полезности) либо использовать гарантированный результат (вычислять минимум по этому отрезку), либо доплачивать агентам за выбор конкретных действий из этого отрезка малую, но строго положительную, величину.

Построим систему индивидуального стимулирования в соответствии с результатами, приведенными выше (см. (5.1.8) и (5.1.9)):

(5.1.11) $\tilde{\sigma}_1^*(y_1) = \sigma_1(y_1, y_2^*) = \begin{cases} C_1, & y_1 \geq y_1^* \\ 0, & y_1 < y_1^* \end{cases},$

$$\tilde{\sigma}_2^*(y_2) = \sigma_2(y_1^*, y_2) = \begin{cases} C_2, & y_2 \geq y_2^* \\ 0, & y_2 < y_2^* \end{cases}.$$

При использовании этой системы стимулирования точка $y^* = (y_1^*, y_2^*)$ оказывается единственным равновесием Нэша, то есть, переходя от системы стимулирования (5.1.10) каждого агента, зависящей от действий всех агентов, к системе стимулирования (5.1.11), зависящей только от действий данного агента, центр «декомпозирует» игру агентов, реализуя при этом единственное действие. При этом эффективность стимулирования, очевидно, не только не понижается, а может оказаться более высокой, чем при использовании исходной системы стимулирования.

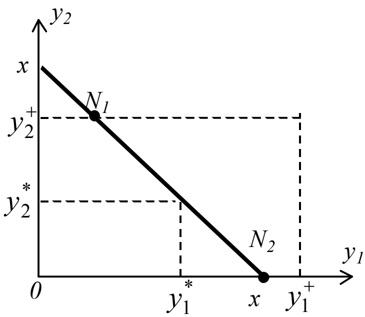

Рис. 5.1.2

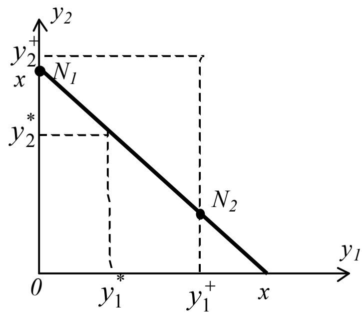

Рис. 5.1.3

Во втором и третьем случаях равновесием Нэша являются отрезки $[N_1; N_2]$, изображенные на рисунках 5.1.2 и 5.1.3 соответственно.

И, наконец, в четвертом случае (см. рисунок 5.1.4) множество равновесий Нэша состоит из точки $(0; 0)$ и отрезка $[N_1; N_2]$, то есть

$$E_N(\sigma) = (0; 0) \cup [N_1; N_2],$$

причем точки интервала $(N_1 N_2)$ недоминируемы по Парето другими равновесиями.

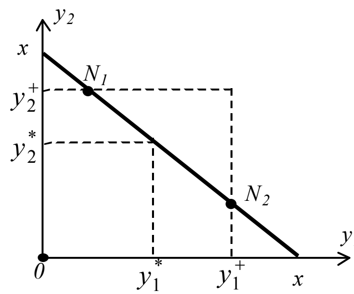

Рис. 5.1.4

Пусть в условиях рассматриваемого примера функции затрат агентов не сепарабельны и имеют вид: $c_i(y) = \dfrac{(y_i + \alpha\, y_{3-i})^2}{2r_i}$. Определим множество Y индивидуально-рациональных действий агентов: $Y = \{(y_1, y_2) \mid c_i(y) \le C_i,\ i = 1, 2\}$. Для того чтобы не рассматривать все возможные комбинации значений параметров $\{r_1, r_2, C_1, C_2, x\}$ возьмем случай, представленный на рисунке 5.1.5.

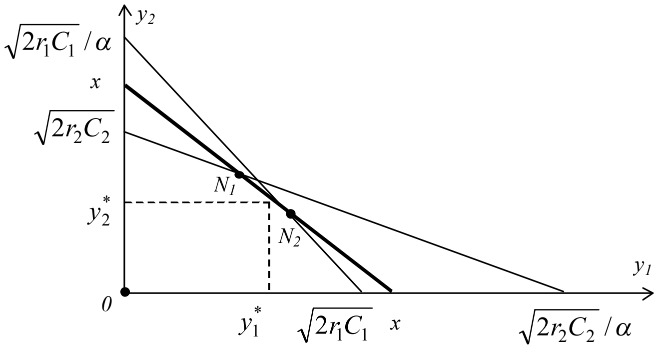

Рис. 5.1.5. Множество равновесий Нэша [N_1; N_2] *в случае несепарабельных затрат*

В рассматриваемом случае множество равновесий Нэша включает отрезок [N_1; N_2]. Система стимулирования

(5.1.12) $\tilde{\sigma}_1^*(y) = \begin{cases} c_1(y_1^*, y_2), & y_1 = y_1^* \\ 0, & y_1 \neq y_1^* \end{cases}$ $\tilde{\sigma}_2^*(y) = \begin{cases} c_2(y_1, y_2^*), & y_2 = y_2^* \\ 0, & y_2 \neq y_2^* \end{cases}$

реализует действие $y^* \in [N_1; N_2]$ как равновесие в доминантных стратегиях. •

Завершив рассмотрение моделей систем коллективного стимулирования за индивидуальные результаты деятельности агентов, перейдем к описанию моделей систем коллективного стимулирования за результаты совместной деятельности.

5.2. Стимулирование за результаты коллективной деятельности

В большинстве известных моделей стимулирования рассматриваются либо ОС, в которых управляющий орган – центр – наблюдает результат деятельности каждого из управляемых субъектов – агентов, находящийся в известном взаимно однозначном соответствии с выбранной последним стратегией (действием), либо ОС с неопределенностью [77, 80], в которых наблюдаемый результат деятельности агентов зависит не только от его собственных действий, но и от неопределенных и/или случайных факторов (см., например, модель теории контрактов в разделе 1.2).

Настоящий раздел содержит формулировку и решение задачи коллективного стимулирования в многоэлементной детерминированной ОС, в которой центр имеет агрегированную информацию о результатах деятельности агентов

Пусть в рамках модели, рассмотренной в предыдущем разделе 5.1, *результат деятельности* $z \in A_0 = Q(A')$ ОС, состоящей из n агентов, является функцией (называемой *функцией агрегирования*) их действий: $z = Q(y)$. Интересы и предпочтения участников ОС – центра и агентов – выражены их целевыми функциями. Целевая функция центра представляет собой разность между его доходом $H(z)$ и суммарным вознаграждением $\upsilon(z)$, выплачиваемым агентам: $\upsilon(z) = \sum_{i \in I} \sigma_i(z)$, где $\sigma_i(z)$ – стимулирование i-го агента, $\sigma(z) = (\sigma_1(z), \sigma_2(z), \ldots, \sigma_n(z))$, то есть

(5.2.1) $\Phi(\sigma(\cdot), z) = H(z) - \sum_{i \in I} \sigma_i(z)$.

Целевая функция i-го агента представляет собой разность между стимулированием, получаемым им от центра, и затратами $c_i(y)$, то есть:

(5.2.2) $f_i(\sigma_i(\cdot), y) = \sigma_i(z) - c_i(y),\ i \in I$.

Примем следующий порядок функционирования ОС. Центру и агентам на момент принятия решений о выбираемых стратегиях (соответственно – функциях стимулирования и действиях) известны целевые функции и допустимые множества всех участников ОС, а также функция агрегирования. Центр, обладая правом первого хода, выбирает функции стимулирования и сообщает их агентам, после чего агенты при известных функциях стимулирования выбирают действия, максимизирующие их целевые функции.

В случае, когда индивидуальные действия агентов наблюдаемы для центра (или когда центр может однозначно восстановить их по наблюдаемому результату деятельности), последний может использовать систему стимулирования, зависящую непосредственно от действий агентов: $\forall\, i \in I \quad \tilde{\sigma}_i(y) = \sigma_i(Q(y))$. Методы решения задачи стимулирования для этого случая описаны в разделе 5.1. Поэтому рассмотрим случай, когда центр наблюдает только результат деятельности ОС, от которого зависит его доход, но не знает и не может восстановить индивидуальных действий агентов, то есть, имеет место *агрегирование информации* – центр имеет не всю информацию о векторе $y \in A$ действий агентов, а ему известен лишь некоторый их агрегат $z \in A_0$ – параметр, характеризующий результаты совместных действий агентов.

Будем считать, что относительно параметров ОС выполнены предположения, введенные в разделе 5.1 и, кроме того, предположим, что функция агрегирования однозначна и непрерывна.

Как и выше, эффективностью стимулирования является минимальное (или максимальное – в рамках гипотезы благожелательности) значение целевой функции центра на соответствующем множестве решений игры:

(5.2.3) $K(\sigma(\cdot)) = \min\limits_{y \in P(\sigma(\cdot))} \Phi(\sigma(\cdot), Q(y))$.

Задача синтеза оптимальной функции стимулирования заключается в поиске допустимой системы стимулирования σ^*, имеющей максимальную эффективность:

(5.2.4) $\sigma^* = \arg \max\limits_{\sigma(\cdot)} K(\sigma(\cdot))$.

Отметим, что в рассмотренных в разделе 5.1 задачах стимулирования декомпозиция игры агентов основывалась на возможности центра поощрять агентов за выбор определенного (и наблюдаемого центром) действия. Если действия агентов не наблюдаемы, то непосредственное применение идеи декомпозиции невозможно, поэтому при решении задач стимулирования, в которых вознаграждение агентов зависит от агрегированного результата деятельности ОС, следует использовать следующий подход – найти множество действий, приводящих к заданному результату деятельности, выделить среди них подмножество, характеризуемое минимальными суммарными затратами агентов (и, следовательно, минимальными затратами центра на стимулирование при использовании компенсаторных функций стимулирования, которые оптимальны – см. разделы 1.1 и 5.1), построить систему стимулирования, реализующую это подмножество действий, а затем определить – реализация какого из результатов деятельности наиболее выгодна для центра.

Перейдем к формальному описанию решения задачи стимулирования в ОС с агрегированием информации.

Определим множество векторов действий агентов, приводящих к заданному результату деятельности ОС:

$$Y(z) = \{y \in A' \mid Q(y) = z\} \subseteq A',\ z \in A_0.$$

Выше показано, что в случае наблюдаемых действий агентов минимальные затраты центра на стимулирование по реализации вектора действий $y \in A'$ равны суммарным затратам агентов $\sum_{i \in I} c_i(y)$. По аналогии вычислим минимальные суммарные затраты агентов по достижению результата деятельности $z \in A_0$ $\tilde{\vartheta}(z) = \min_{y \in Y(z)} \sum_{i \in I} c_i(y)$, а также множество действий $Y^*(z) = \mathrm{Arg} \min_{y \in Y(z)} \sum_{i \in I} c_i(y)$, на котором этот минимум достигается.

Фиксируем произвольный результат деятельности $x \in A_0$ и произвольный вектор $y^*(x) \in Y^*(x) \subseteq Y(x)$.

В [80] (при следующем дополнительном предположении «технического» характера: $\forall x \in A_0,\ \forall y' \in Y(x),\ \forall i \in I,\ \forall y_i \in Proj_i\, Y(x)$ $c_j(y_i, y'_{-i})$ не убывает по y_i, $j \in I$) доказано, что:

1) при использовании центром системы стимулирования

(5.2.5) $\sigma^*_{ix}(z) = \begin{cases} c_i(y^*(x)) + \delta_i, & z = x \\ 0, & z \neq x \end{cases},\ i \in I,$

вектор действий агентов $y^*(x)$ реализуется как единственное равновесие с минимальными затратами центра на стимулирование равными $\tilde{\vartheta}(x) - \delta$, где $\delta = \sum_{i \in I} \delta_i$;

2) система стимулирования (5.2.5) является δ-оптимальной.

Итак, первый шаг решения задачи стимулирования (5.2.4) заключается в поиске минимальной системы стимулирования (5.2.5), характеризуемой затратами центра на стимулирование $\widetilde{\vartheta}(x)$ и реализующей вектор действий агентов, приводящий к заданному результату деятельности $x \in A_0$. Поэтому на втором шаге решения задачи стимулирования найдем наиболее выгодный для центра результат деятельности ОС $x^* \in A_0$ как решение задачи оптимального согласованного планирования:

(5.2.6) $x^* = \arg \max\limits_{x \in A_0} [H(x) - \widetilde{\vartheta}(x)]$.

Таким образом, выражения (5.2.5)-(5.2.6) дают решение задачи синтеза оптимальной системы стимулирования результатов совместной деятельности.

Исследуем, как незнание (невозможность наблюдения) центром индивидуальных действий агентов влияет на эффективность стимулирования. Пусть, как и выше, функция дохода центра зависит от результата деятельности ОС. Рассмотрим два случая. Первый – когда действия агентов наблюдаемы, и центр может основывать стимулирование как на действиях агентов, так и на результате деятельности ОС. Второй случай, когда действия агентов не наблюдаемы, и стимулирование может зависеть только от наблюдаемого результата деятельности ОС. Сравним эффективности стимулирования для этих двух случаев.

При наблюдаемых действиях агентов затраты центра на стимулирование $\vartheta_1(y)$ по реализации вектора $y \in A'$ действий агентов равны $\vartheta_1(y) = \sum\limits_{i \in I} c_i(y)$, а эффективность стимулирования K_1 равна: $K_1 = \max\limits_{y \in A'} \{H(Q(y)) - \vartheta_1(y)\}$ – см. раздел 5.1.

При ненаблюдаемых действиях агентов минимальные затраты центра на стимулирование $\vartheta_2(z)$ по реализации результата деятельности $z \in A_0$ определяются следующим образом (см. (5.2.5) и (5.2.6)): $\vartheta_2(z) = \min\limits_{y \in Y(z)} \sum\limits_{i \in I} c_i(y)$, а эффективность стимулирования K_2 равна: $K_2 = \max\limits_{z \in A_0} \{H(z) - \vartheta_2(z)\}$.

В [80] доказано, что эффективности K_1 и K_2 равны. Данный факт, который условно можно назвать «теоремой об идеальном агрегировании в моделях стимулирования», помимо оценок сравнительной эффективности имеет чрезвычайно важное методологическое значение. Оказывается, что в случае, когда функция дохода центра зависит только от результата совместной деятельности агентов, эффективности стимулирования одинаковы как при использовании стимулирования агентов за наблюдаемые действия, так и при стимулировании за агрегированный результат деятельности, несущий меньшую информацию (отметим, что центр при этом должен знать функции затрат агентов), чем вектор действий агентов.

Другими словами, наличие агрегирования информации не снижает эффективности функционирования системы. Это достаточно парадоксально, так как в [74] доказано, что наличие неопределенности и агрегирования в задачах стимулирования не повышает эффективности. В рассматриваемой модели присутствует *идеальное агрегирование* (см. определение и подробное обсуждение проблем агрегирования в управлении ОС в [74]), возможность осуществления которого содержательно обусловлена тем, что центру не важно, какие действия выбирают агенты, лишь бы эти действия приводили с минимальными суммарными затратами к заданному результату деятельности. При этом уменьшается информационная нагрузка на центр, а эффективность стимулирования остается такой же.

Итак, качественный вывод из проведенного анализа следующий: если доход центра зависит от агрегированных показателей деятельности агентов, то целесообразно основывать стимулирование агентов на этих агрегированных показателях. Даже если индивидуальные действия агентов наблюдаются центром, то использование системы стимулирования, основывающейся на действиях агентов, не приведет к увеличению эффективности управления, а лишь увеличит информационную нагрузку на центр.

Напомним, что в разделе 1.1 был сформулирован принцип компенсации затрат. На модели с агрегированием информации этот принцип обобщается следующим образом: минимальные затраты центра на стимулирование по реализации заданного результата деятельности ОС определяются как минимум компенсируемых центром суммарных затрат агентов, при условии, что последние выбирают вектор действий, приводящий к заданному результату деятельности. Рассмотрим иллюстративный пример.

Пример 5.2.1. Пусть $z = \sum_{i \in I} y_i$, $H(z) = z$, $c_i(y_i) = y_i^2 / 2r_i$, $i \in I$ (см. также примеры 5.1.1 и 5.1.2). Вычисляем

$$Y(z) = \{y \in A' \mid \sum_{i \in I} y_i = z\}.$$

Решение задачи $\sum_{i \in I} c_i(y_i) \to \min_{y \in A'}$ при условии $\sum_{i \in I} y_i = x$ имеет вид: $y_i^*(x) = \frac{r_i}{W}\, x$, где $W = \sum_{i \in I} r_i$, $i \in I$. Минимальные затраты на стимулирование по реализации результата деятельности $x \in A_0$ равны $\vartheta(x) = x^2 / 2\,W$. Вычисляя максимум целевой функции центра: $\max_{x \geq 0} [H(x) - \vartheta(x)]$, находим оптимальный план: $x^* = W$ и оптимальную систему стимулирования:

$$\sigma_i^*(W, z) = \begin{cases} r_i \dfrac{x^2}{2W^2}, & z = x \\ 0, & z \neq x \end{cases}, \; i \in I.$$

При этом эффективность стимулирования (значение целевой функции центра) равна $K = W / 2$. •

В разделах 5.1 и 5.2 рассмотрены системы коллективного стимулирования, в которых зависимость вознаграждения у каждого агента была индивидуальной. На практике во многих ситуациях центр вынужден использовать одинаковую для всех агентов зависимость вознаграждения от действия или результата совместной деятельности. Рассмотрим соответствующие модели.

5.3. Унифицированные системы стимулирования

До сих пор рассматривались *персонифицированные* системы индивидуального и коллективного стимулирования, в которых центр устанавливал для каждого агента свою зависимость вознаграждения от его действий (раздел 1.1), или действий других агентов (раздел 5.1), или результатов их совместной деятельности (раздел 5.2). Кроме персонифицированных, существуют *унифицированные* системы стимулирования, в которых зависимость вознаграждения от тех или иных параметров одинакова для всех агентов. Необходимость использования унифицированного стимулирования может быть следствием институциональных ограничений, а может возникать в результате стремления центра к «демократическому» управлению, созданию для агентов равных возможностей и т.д.

Так как унифицированное управление является частным случаем персонифицированного, то эффективность первого не превышает эффективности второго [48, 54, 74, 80]. Следовательно, возникает вопрос, к каким потерям в эффективности приводит использование унифицированного стимулирования, и в каких случаях потери отсутствуют?

Рассмотрим две модели коллективного унифицированного стимулирования (используемая техника анализа может быть применена к любой из описанных в настоящей работе систем стимулирования) – унифицированные пропорциональные системы стимулирования и унифицированные системы коллективного стимулирования за результаты совместной деятельности. В первой модели унификация не приводит к потерям эффективности (оказывается, что именно унифицированные системы стимулирования оказываются оптимальными в классе пропорциональных), а во второй снижение эффективности значительно.

Унифицированные пропорциональные системы стимулирования. Введем следующее предположение относительно функций затрат агентов (ниже это предположение будет ослаблено):

(5.3.1) $c_i(y_i, r_i) = r_i\, \varphi\, (y_i / r_i),\ i \in I,$

где $\varphi(\cdot)$ – гладкая монотонно возрастающая выпуклая функция, $\varphi(0) = 0$, (например, для функций типа Кобба-Дугласа $\varphi(t) = t^{\alpha} / \alpha$, $\alpha \geq 1$), $r_i > 0$ – параметр эффективности агента.

Если центр использует пропорциональные (L-типа) индивидуальные системы стимулирования: $\sigma_i(y_i) = \gamma_i\, y_i$, то целевая функция агента имеет вид: $f_i(y_i) = \gamma_i\, y_i - c_i(y_i)$. Вычислим действие, выбираемое агентом при использовании центром некоторой фиксированной системы стимулирования:

(5.3.2) $y_i^*(\gamma_i) = r_i\, \varphi'^{-1}(\gamma_i)$,

где $\varphi'^{-1}(\cdot)$ – функция, обратная производной функции $\varphi(\cdot)$. Минимальные суммарные затраты центра на стимулирование равны:

(5.3.3) $\vartheta_L(\gamma) = \sum_{i=1}^{n} \gamma_i\, r_i\, \varphi'^{-1}(\gamma_i)$,

где $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_n)$. Суммарные затраты агентов равны:

(5.3.4) $c(\gamma) = \sum_{i=1}^{n} r_i\, \varphi(\varphi'^{-1}(\gamma_i))$.

В рамках приведенной выше общей формулировки модели пропорционального стимулирования возможны различные постановки частных задач. Рассмотрим некоторые из них, интерпретируя действия агентов как объемы выпускаемой ими продукции.

<u>Задача 1.</u> Пусть центр заинтересован в выполнении агентами плана R по суммарному выпуску с минимальными суммарными затратами агентов (еще раз подчеркнем необходимость различения суммарных затрат агентов и суммарных затрат центра на стимулирование). Тогда его цель заключается в выборе ставок оплаты $\{\gamma_i\}_{i \in I}$ в результате решения следующей задачи:

(5.3.5) $\begin{cases} c(\gamma) \to \min\limits_{\gamma} \\ \sum\limits_{i=1}^{n} y_i^*(\gamma_i) = R \end{cases}$,

решение которой имеет вид:

(5.3.6) $\gamma_i^* = \varphi'(R/W)$; $y_i^* = r_i\,(R/W)$; $i \in I$,

$$c^* = W\, \varphi\,(R / W);\ \vartheta_L^* = R\, \varphi'(R / W).$$

где $W = \sum_{i=1}^{n} r_i$. Так как оптимальные ставки оплаты одинаковы для всех агентов, то оптимальна именно унифицированная (!) система стимулирования.

Задача 2. Содержательно двойственной к задаче 1 является задача максимизации суммарного выпуска при ограничении на суммарные затраты агентов:

$$(5.3.7)\quad \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} y_i^*(\gamma_i) \to \max\limits_{\gamma} \\ c(\gamma) \le R \end{cases}.$$

Решение задачи (5.3.7) имеет вид:

$$(5.3.8)\quad \gamma_i^* = \varphi'(\varphi^{-1}(R / W));\ y_i^* = r_i\,\varphi^{-1}(R / W);\ i \in I,$$

$$c^* = R;\ \vartheta_L^* = \varphi^{-1}(R / W)\ W\ \varphi'(\varphi^{-1}(R / W)),$$

то есть в двойственной задаче (естественно) оптимальным решением также является использование унифицированных пропорциональных систем стимулирования.

Замена в задачах 1 и 2 суммарных затрат агентов на суммарные затраты на стимулирование порождает еще одну пару содержательно двойственных задач.

Задача 3. Если центр заинтересован в выполнении агентами плана R по суммарному выпуску с минимальными суммарными затратами на стимулирование, то ставки оплаты определяются в результате решения следующей задачи:

$$(5.3.9)\quad \begin{cases} \vartheta_L(\gamma) \to \min\limits_{\gamma} \\ \sum_{i=1}^{N} y_i^*(\gamma_i) = R \end{cases},$$

решение которой совпадает с (5.3.6), что представляется достаточно интересным фактом, так как суммарные затраты агентов отражают интересы управляемых субъектов, а суммарные затраты на стимулирование – интересы управляющего органа. Естественно, отмеченное совпадение является следствием сделанных предположений.

Задача 4 заключается в максимизации суммарного выпуска при ограничении на суммарные затраты на стимулирование:

$$(5.3.10)\quad \begin{cases} \sum_{i=1}^{N} y_i^*(\gamma_i) \to \max\limits_{\gamma} \\ \vartheta_L(\gamma) \le R \end{cases}.$$

Из метода множителей Лагранжа получаем условие оптимальности (λ – множитель Лагранжа): $\lambda\, \varphi'^{\,-1}(\gamma_i)\, \varphi''(\gamma_i) + \gamma_i = 1,\ i \in I$, из которого следует, что все ставки оплаты должны быть одинаковы и удовлетворять уравнению $\gamma\, \varphi'^{\,-1}(\gamma) = R / W$.

Таким образом, мы доказали следующий результат: в организационных системах со слабо связанными агентами, функции затрат которых имеют вид (5.3.1), унифицированные системы стимулирования оптимальны на множестве пропорциональных систем стимулирования.

Возникает закономерный вопрос – насколько жесткими являются требования к функциям затрат агентов? Оказывается, что эти требования можно ослабить – в задачах типа 1 и 2 оптимальность унифицированных систем стимулирования является следствием свойств задач условной оптимизации и практически не зависит от конкретного вида функций затрат.

Для обоснования последнего утверждения рассмотрим организационную систему со слабо связанными агентами (см. раздел 5.1 и пример 5.1.1), в которой функции затрат агентов $c_i(y_i)$ – гладкие, возрастающие и выпуклые (содержательно, выпуклость «нужна» для единственности точки максимума разности между линейным стимулированием и затратами). Вектор действий, реализуемый пропорциональной системой стимулирования со ставками $\{\gamma_i\}_{i \in I}$, суммарные затраты агентов и суммарные затраты на стимулирование определяются, соответственно:

(5.3.11) $y_i^*(\gamma_i) = c_i'^{\,-1}(\gamma_i),\ i \in I$;

$$c(\gamma) = \sum_{i=1}^{n} c_i(c_i'^{-1}(\gamma_i))\,;\ \vartheta_L(\gamma) = \sum_{i=1}^{n} \gamma_i (c_i'^{-1}(\gamma_i))\,.$$

Для задач типа 1 и 2, применяя метод множителей Лагранжа, получаем, что при ослаблении требований к функциям затрат оптимальными остаются унифицированные системы стимулирования (например, в задаче 1 оптимальное значение γ удовлетворяет уравнению: $\sum_{i=1}^{n} c_i'^{-1}(\gamma) = R$). Для задач типа 3 и 4, к сожалению, в общем случае унифицированные системы стимулирования не оптимальны. Применяя к ним, опять же, метод множителей Лагранжа, легко показать, что достаточным условием для оптимальности унифицированных пропорциональных систем стимулирования является существование функции $\xi(\cdot)$, такой, что

$$\forall\, i \in I \;\; c_i\,'^{\,-1}(\gamma_i)\, c_i''(\gamma_i) = \xi(\gamma_i).$$

Отметим, что выше установлено, что унифицированные пропорциональные системы стимулирования оптимальны на множестве пропорциональных систем стимулирования в ОС со слабо связанными агентами, имеющими функции затрат вида (5.3.1). Поэтому исследуем их сравнительную эффективность на множестве всевозможных (не только пропорциональных) систем стимулирования – см. также раздел 2.3. Как было показано выше (в разделах 1.1 и 5.1) для этого достаточно сравнить минимальные затраты на стимулирование, например, в задаче 2, с затратами на стимулирование в случае использования центром оптимальных квазикомпенсаторных систем стимулирования (которые равны $\vartheta_{QK}(y^*) = \sum_{i=1}^{n} r_i\, \varphi(y_i / r_i)$).

Решая задачу выбора вектора $y^* \in A'$, минимизирующего $\vartheta_{QK}(y^*)$ при условии $\sum_{i=1}^{n} y_i^* = R$, получаем, что $\vartheta_{QK}^* = W\, \varphi(R / W)$. Подставляя из выражения (5.3.6) $\vartheta_{UL}^* = R\, \varphi'(R / W)$, вычислим отношение минимальных затрат на стимулирование:

(5.3.12) $\vartheta_{UL}^* / \vartheta_{QK}^* = R / W \;\; \varphi'(R / W) / \varphi(R / W)$.

Из выпуклости функции $\varphi(\cdot)$ следует, что $\vartheta_{UL}^* / \vartheta_{QK}^* \geq 1$. Более того, можно показать, что при $R / W > 0$ и строго выпуклых функциях затрат отношение (5.3.12) строго больше единицы. Так как суммарные затраты на стимулирование при использовании унифицированных пропорциональных систем стимулирования выше, чем при использовании «абсолютно оптимальных» компенсаторных систем стимулирования, следовательно, первые не оптимальны в классе всевозможных систем стимулирования. Полученный для многоэлементных организационных систем результат вполне согласован со сделанным в разделе 2.3 выводом, что в одноэлементных системах эффективность пропорционального стимулирования не выше, чем компенсаторного.

Унифицированные системы стимулирования результатов совместной деятельности. В разделе 5.2 исследовались персонифицированные системы стимулирования агентов за результаты их совместной деятельности. Рассмотрим, что произойдет, если в этой модели потребовать, чтобы система стимулирования была унифицированной.

Рассмотрим класс унифицированных систем стимулирования за результаты совместной деятельности (см. также раздел 5.2), то есть систем стимулирования, в которых центр использует для всех агентов одну и ту же зависимость индивидуального вознаграждения от результата деятельности $z \in A_0$. Введем следующую функцию:

(5.3.14) $c(y) = \max\limits_{i \in I} \{c_i(y)\}$.

На первом шаге вычислим минимальные затраты центра на стимулирование $\vartheta_U(z)$ по реализации результата деятельности $z \in A_0$ унифицированной системой стимулирования: $\vartheta_U(z) = \min\limits_{y \in Y(z)} c(y)$. Множество векторов действий, минимизирующих затраты на стимулирование по реализации результата деятельности $z \in A_0$, имеет вид:

$$Y^*(z) = \operatorname{Arg} \min_{y \in Y(z)} c(y).$$

По аналогии с тем, как это делалось в разделе 5.2, можно показать, что унифицированная система стимулирования (ср. с (5.2.5)):

(5.3.15) $\sigma_{ix}(z) = \begin{cases} c(y^*(x)) + \delta / n, & z = x \\ 0, & z \neq x \end{cases}$, $i \in I$,

где $y^*(x)$ – произвольный элемент множества $Y^*(x)$, реализует результат деятельности $x \in A_0$ с минимальными в классе унифицированных систем стимулирования затратами на стимулирование.

На втором шаге решения задачи синтеза оптимальной унифицированной системы стимулирования найдем наиболее выгодный для центра результат деятельности ОС x_U^* как решение задачи оптимального согласованного планирования:

(5.3.16) $x_U^* = \arg\max\limits_{z \in A_0} [H(z) - n\, \vartheta_U(z)]$.

Выражения (5.3.15)-(5.3.16) дают решение задачи синтеза оптимальной унифицированной системы стимулирования агентов за результаты их совместной деятельности. Легко видеть, что эффективность унифицированного стимулирования (5.3.15)-(5.3.16) не выше, чем эффективность персонифицированного стимулирования (5.2.5)-(5.2.6).

Пример 5.3.1. Пусть в условиях примера 5.2.1 центр должен использовать унифицированную систему стимулирования. Определим $c(y) = y_j^2 / 2r_j$, где $j = \arg\min\limits_{i \in I} \{r_i\}$. Тогда минимальные затраты на стимулирование равны $\vartheta_U(z) = z^2 / 2\, n\, r_j$. Оптимальный план $x_U^* = n\, r_j$ дает значение эффективности $n\, r_j / 2$, которая меньше эффективности $\sum\limits_{i \in I} r_i / 2$ персонифицированного стимулирования (см. пример 5.2.1), а равенство имеет место в случае одинаковых агентов. •

5.4. «Бригадные» формы оплаты труда

Настоящий раздел посвящен описанию моделей коллективного стимулирования, а именно – «бригадных» форм оплаты труда[1], в рамках которых вознаграждение агента – члена бригады – определяется *коэффициентом его трудового участия* (КТУ) и зависит от его действия в сравнении с действиями других агентов (в частном случае – при фиксированном премиальном фонде, в общем случае

---

[1] *Термин «бригадные формы оплаты труда» является устойчивым словосочетанием, возникшим еще в бывшем СССР. Тем не менее, системы оплаты труда, основывающиеся на оценке индивидуального вклада в результат деятельности коллектива (с этой точки зрения бригадные формы оплаты труда близки к механизмам стимулирования за результаты коллективной деятельности, рассмотренные в разделе 5.2), широко используются до сих пор.*

– когда премиальный фонд определяется агрегированным результатом деятельности всей бригады в целом).

Процедура определения КТУ может быть различной [25, 36, 115], а именно, возможно:

- формирование КТУ пропорционально тарифному разряду (квалификации) работника;

- формирование КТУ пропорционально *коэффициенту трудового вклада* (КТВ) работника;

При формировании КТУ пропорционально тарифным разрядам имеется в виду следующее. Считается, что тарифный разряд характеризует деятельность каждого работника – агента. При этом полагается, что, чем больше тарифный разряд, тем выше квалификация агента. Поэтому тарифный разряд, отражая эффективность работы каждого агента, может быть использован для оценки его деятельности.

При формировании КТВ учитывается фактический вклад каждого агента в зависимости от индивидуальной производительности труда и качества работы в общую работу всего трудового коллектива.

Итак, в трудовом коллективе руководство имеет свои цели и формирует условия функционирования, чтобы достичь этих целей. Соответственно, агенты тоже имеют свои цели и, выбирая соответствующие действия, стремятся их достичь.

Предполагается, что по результатам своей деятельности коллектив получает премиальный фонд R, который распределяется между агентами полностью в зависимости от выбранной системы стимулирования.

Будем считать, что i-ый агент характеризуется показателем r_i, отражающим его квалификацию (эффективность деятельности), то есть индивидуальные затраты i-го агента $c_i = c_i(y_i, r_i)$ монотонно убывают с ростом квалификации r_i, $i \in I$. Коллектив, в котором квалификация всех агентов одинаковая, будем называть *однородным*, в противном случае – *неоднородным*. Эффективность системы стимулирования будем оценивать суммой действий агентов: $\Phi(y) = \sum_{i \in I} y_i$.

Процедуры, основанные на КТУ. Рассмотрим сначала случай использования КТУ. Фонд R распределяется между агентами на основе коэффициентов трудового участия $\{\delta_i\}_{i \in I}$, $\sum_{j \in I} \delta_j = 1$. Таким образом, премия i-го элемента определяется выражением $\sigma_i = \delta_i R$.

Целевые функции агентов имеют вид:

(5.4.1) $f_i(y_i) = \sigma_i - c_i(y_i, r_i),\ i \in I.$

Достаточно распространенная из-за своей простоты процедура определения КТУ основывается только на учете показателя квалификации i-го агента, то есть $\delta_i = \frac{r_i}{\sum_{j \in I} r_j}$. Подставляя в (5.4.1), получим, что **использование КТУ, основанных на квалификации агентов и не зависящих от их реальных действий, не оказывает никакого воздействия на агентов**, то есть не побуждает их выбирать, например, б*о*льшие действия. Поэтому перейдем к рассмотрению КТВ.

Процедуры, основанные на КТВ. Естественный и простейший способ определения КТВ агента – пропорционально действию последнего, то есть

(5.4.2) $\delta_i = \frac{y_i}{\sum_{j \in I} y_j},\ i \in I.$

Пусть функции затрат агентов линейны: $c_i(y_i, r_i) = y_i / r_i$. Тогда из (5.4.1) и (5.4.2) получаем следующее выражение для целевой функции i-го агента, зависящей уже от действий всех агентов:

(5.4.3) $f_i(y) = R\ \frac{y_i}{\sum_{j \in I} y_j} - y_i / r_i,\ \ i \in I.$

Следовательно, исследуемую ситуацию можно рассматривать как игру n лиц с функциями выигрыша вида (5.4.3).

Однородный коллектив. Рассмотрим сначала случай однородного коллектива. Равновесные по Нэшу действия агентов имеют вид:

(5.4.4) $y_i^* = \dfrac{Rr(n-1)}{n^2}$, $i \in I$,

что приводит к следующему значению *эффективности*:

(5.4.5) $K_I(R, r, n) = \dfrac{Rr(n-1)}{n}$.

Из (5.4.4) видно, что чем больше премиальный фонд, тем большие действия выбирают агенты. Из (5.4.5) следует, что эффективность линейно растет при увеличении как премиального фонда (то есть, не существует оптимального размера премиального фонда, максимизирующего эффект K_I / R его использования), так и квалификации агентов. Если действия агентов ограничены сверху, то существует оптимальный размер премиального фонда, который при известном ограничении может быть вычислен из выражения (5.4.4). Кроме того, легко показать (см. подробности в [115]), что разбиение однородного коллектива на более мелкие коллективы и соответствующее дробление премиального фонда не приводит к росту эффективности его использования. Также можно показать, что при постоянном размере фонда сокращение однородного коллектива приводит к уменьшению эффективности и увеличению действий, выбираемых агентами.

Рассмотрим следующую задачу: возможно ли повысить суммарный показатель эффективности однородного коллектива, не увеличивая фонд премирования R, но по-другому формируя КТВ агентов?

Для этого рассмотрим следующую процедуру формирования КТВ, которая более чувствительна к различию агентов, чем (5.4.2):

(5.4.6) $\delta_i = \dfrac{y_i^\alpha}{\sum_{j \in I} y_j^\alpha}$, $i \in I$, $1 \le \alpha \le \dfrac{n}{n-1}$.

Тогда равновесные по Нэшу действия агентов имеют вид:

(5.4.7) $y_i^* = \alpha \frac{Rr(n-1)}{n^2}$, $i \in I$,

что превышает (5.4.4)

Ограничение $1 \le \alpha \le \frac{n}{n-1}$ позволяет констатировать, что использование процедуры (5.4.6) формирования КТВ позволяет увеличить эффективность по сравнению с процедурой (5.4.2) на $1 / (n - 1)$ процентов. Например, если коллектив состоит из 11 человек, показатель эффективности можно увеличить максимум на 10%.

Неоднородный коллектив. Из (5.4.2) и (5.4.3) следует, что в неоднородном коллективе ситуации равновесия Нэша соответствуют следующие действия агентов и эффективность[1]:

(5.4.8) $y_i^* = \frac{\sum_{j \in I} 1/r_j - (n-1)/r_i}{(\sum_{j \in I} 1/r_j)^2} R(n-1)$, $i \in I$,

(5.4.9) $K_2(R, \vec{r}, n) = \sum_{j \in I} y_j^* = \frac{R(n-1)}{\sum_{j \in I} 1/r_j}$.

Предположим, что коллектив состоит агентов двух типов – m агентов-лидеров, имеющих эффективность r^+, и $(n - m)$ «рядовых» агентов, элементов, имеющих эффективность r^-, причем $r^+ > r^-$. Тогда $\sum_{i \in I} 1/r_i = m / r^+ + (n - m) / r^-$.

Используя выражение (5.4.8), найдем действия, выбираемые в равновесии лидерами:

(5.4.10) $y^+ = \frac{R(n-1)}{m/r^+ + (n-m)/r^-} [1 - \frac{1}{r^+} \frac{(n-1)}{m/r^+ + (n-m)/r^-}]$,

и рядовыми агентами:

[1]Отметим, что в случае однородных агентов (5.4.8) переходит в (5.4.4), а (5.4.9) – в (5.4.5).

(5.4.11) $y^{-} = \frac{R(n-1)}{m/r^{+} + (n-m)/r^{-}} \left[1 - \frac{1}{r^{-}} \frac{(n-1)}{m/r^{+} + (n-m)/r^{-}}\right]$.

Используя выражение (5.4.9), найдем значение эффективности

(5.4.12) $K_2(R, m, n) = \frac{R(n-1)}{m/r^{+} + (n-m)/r^{-}}$.

Из выражений (5.4.8), (5.4.10), (5.4.11) видно, что появление в коллективе лидеров (более квалифицированных агентов) вынуждает рядовых (менее квалифицированных) выбирать меньшие действия. Понятно, что это влечет за собой уменьшение значений их целевых функций.

Из (5.4.11) получаем, что, если количество лидеров в коллективе таково, что $m \geq \frac{1/r^{-}}{1/r^{-} - 1/r^{+}}$, то рядовым агентам вообще не выгодно увеличивать выбираемые ими действия. Однако при $m = 1$, то есть, если в коллективе есть только один лидер, то рядовым агентам всегда выгодно увеличивать действия. В то же время легко показать [115], что появление в коллективе лидеров приводит к повышению эффективности всего коллектива, несмотря на выбор меньших действий рядовыми элементами.

Исследуем, возможно ли дальнейшее увеличение показателей эффективности работ в коллективе в рамках того же премиального фонда R. Для этого разобьем неоднородный коллектив на два однородных подколлектива. Пусть первый состоит из m лидеров, а второй состоит из $(n - m)$ рядовых агентов. Соответственно разобьем премиальный фонд R всего коллектива, именно: $R = R^{+} + R^{-}$. Тогда в равновесии Нэша эффективность первого подколлектива равна $\frac{R^{+} r^{+} (m-1)}{m}$, а второго – $\frac{R^{-} r^{-} (n-m-1)}{n-m}$.

Соответственно, общий показатель эффективности всего коллектива из n агентов равен

(5.4.13) $K_3(R, m, n) = \frac{R^{+} r^{+} (m-1)}{m} + \frac{R^{-} r^{-} (n-m-1)}{n-m}$.

Выше отмечалось, что разбиение однородного коллектива на несколько подколлективов не приводит к увеличению суммарного показателя эффективности. Для неоднородного коллектива это не всегда так. Например, из сравнения (5.4.12) и (5.4.13) следует, что, если в коллективе имеется половина лидеров, эффективность деятельности которых в два раза выше эффективности рядовых агентов, то выделение лидеров в отдельный подколлектив повысит суммарную эффективность только если в исходном коллективе было не более шести агентов. В противном случае возможно снижение суммарной эффективности в результате разбиения неоднородного коллектива на два однородных подколлектива, даже при оптимальном распределении премиального фонда между подколлективами.

Индивидуальное и коллективное стимулирование. В заключение настоящего раздела сравним эффективности индивидуального и коллективного стимулирования для ряда практически важных частных случаев (см. также [115]).

Пусть функции затрат агентов линейны: $c_i(y_i, r_i) = y_i / r_i$, $i \in I$, и пусть существует одинаковое для всех агентов ограничение y^{max} на максимальную величину выбираемого действия: $A_i = [0; y^{max}]$, $i \in I$.

Перенумеруем агентов в порядке убывания эффективностей деятельности:

(5.4.14) $r_1 \geq r_2 \geq \ldots \geq r_n$.

Предположим, что ограничение y^{max} таково, что действие y_1^*, определяемое (5.4.8) при $i = 1$, является допустимым. Тогда допустимыми являются и действия всех остальных агентов при использовании системы коллективного стимулирования (5.4.2), основанной на КТВ. Эффективность коллективного стимулирования $K_2(R, \vec{r}, n)$ при этом определяется выражением (5.4.9).

Вычислим эффективность индивидуального стимулирования, при котором центр может стимулировать агентов независимо за индивидуальные результаты деятельности при условии, что сумма вознаграждений не превышает фонд R. Для этого воспользуемся принципом компенсации затрат (см. раздел 1.1) и результатами решения задачи стимулирования слабо связанных агентов (см. раздел 5.1).

Получим, что при использовании центром квазикомпенсаторных систем стимулирования оптимальной является компенсация затрат первым в упорядочении (5.4.14) k агентам (или ($k + 1$) агенту – в зависимости от соотношения параметров), где

$$(5.4.15)\ k = \min \{j \in I \mid y^{max} \sum_{i=1}^{j} 1/r_i \le R,\ y^{max} \sum_{i=1}^{j+1} 1/r_i > R\}.$$

Содержательно выражение (5.4.15) означает, что центру следует в первую очередь задействовать агентов, эффективность деятельности которых максимальна. Другими словами, отличное от нуля стимулирование получат первые k или ($k + 1$) агентов, а остальным следует назначить нулевое вознаграждение (их использование нецелесообразно). Таким образом, эффективность индивидуального стимулирования равна

$$(5.4.16)\ K_4(R, \vec{r}, n) = k\, y^{max} + r^{k+1} (R - y^{max} \sum_{i=1}^{k} 1/r_i).$$

Выражения (5.4.9) и (5.4.16) позволяют проводить сравнительный анализ эффективностей коллективного и индивидуального стимулирования.

Как правило, индивидуальное стимулирование оказывается более эффективным (см. также разделы 5.2 и 5.3). Например, в случае однородных коллективов справедлива следующая оценка:

$$K_4(R, r, n) / K_1(R, r, n) \approx n / (n - 1) \ge 1.$$

Близкими к бригадным формам оплаты труда являются так называемые ранговые системы стимулирования, в которых для коллективного стимулирования используются процедуры соревнования, установления системы нормативов и т.д. Этот класс коллективных систем стимулирования рассматривается в разделе 5.6, а в следующем разделе анализируются системы стимулирования, учитывающие динамику процесса деятельности агентов.

5.5. Шкалы оплаты труда

В настоящем разделе рассматриваются модели оплаты труда, отражающие временн*о*й аспект взаимодействия центра и агентов, то есть учитывающие динамику процесса выполнения работ агентом [20, 79].

При расчетах центра с агентами – работодателя с работниками, заказчика – с исполнителями работ по договору, а также во многих других реальных ситуациях, размер оплаты, получаемой агентом, зависит от процента завершения работ. В качестве «процента завершения», в частности, могут выступать показатели освоенного объема [52].

Предположим, что сумма договора, или стоимость работы или пакета работ согласована центром и агентом и равна C (напомним, что в скачкообразных системах стимулирования – см. раздел 2.1, которые в соответствии с результатами раздела 2.2 могут интерпретироваться как аккордная форма оплаты труда, величина C являлась ФЗП). *Шкалой оплаты труда* называется кумулятивная зависимость размера вознаграждения (доли от стоимости договора), выплаченного центром агенту, от процента завершения.

Обозначим через $\beta \in [0; 1]$ процент завершения, через $\gamma \in [0; 1]$ – процент от суммы C, выплаченный агенту. Тогда шкалой оплаты труда будет зависимость $\gamma(\beta)$. Эта зависимость обладает следующими свойствами (содержательные интерпретации которых очевидны):

- функция $\gamma(\cdot)$ – неубывающая и непрерывная справа;
- $\gamma(0) = 0$;
- $\gamma(1) = 1$.

Если ввести зависимость $\sigma(\beta)$ размера вознаграждения, получаемого агентом (а не уже полученного за весь выполненный текущий объем работ) от процента завершения, то, очевидно, что этот размер вознаграждения с точностью до мультипликативной константы (стоимости договора C) совпадает со скоростью изменения уже полученных агентом сумм, то есть, если $\gamma(\cdot)$ – кусочно-дифференцируемая[1] функция, то[2]

[1] *Условимся считать, что значение производной в точке скачка равна δ-функции Дирака, умноженной на амплитуду скачка.*

[2] *Интуитивно можно интерпретировать $\gamma(\beta)$ как интегральную функцию некоторого вероятностного распределения, а $\sigma(\beta)$ – как соответствующую ей плотность распределения (если последняя существует).*

(5.5.1) $\sigma(\beta) = C\ \dfrac{d\gamma(\beta)}{d\beta},\ \beta \in [0;\ 1]$.

Верно и обратное соотношение:

(5.5.2) $\gamma(\beta) = \dfrac{1}{C}\int\limits_0^{\beta} \sigma(w)dw$.

Из выражений (5.5.1) и (5.5.2) следует, что на участках возрастания $\sigma(\cdot)$ функция $\gamma(\cdot)$ является «выпуклой», на участках убывания $\sigma(\cdot)$ функция $\gamma(\cdot)$ является «вогнутой», а в точке максимума $\sigma(\cdot)$ функция $\gamma(\cdot)$ имеет «перегиб». Кроме того, очевидно, выполняется «условие нормировки»:

(5.5.3) $\int\limits_0^{1} \sigma(w)dw = C$.

Перечислим некоторые типовые шкалы оплаты труда.

Во-первых, это – *равномерная оплата*, при которой вознаграждение агента за каждую единицу процента завершения одинаково (см. рисунок 5.5.1). Отметим, что именно равномерной оплате соответствуют все статические модели стимулирования.

Во-вторых, это – *аккордная оплата*, при которой вся сумма договора C выплачивается только в момент полного завершения работ (см. рисунок 5.5.2).

В-третьих, это *α-процентная предоплата* ($\alpha \in [0;\ 1]$), при которой сумма $\alpha\, C$ выплачивается в момент начала работ, а сумма $(1 - \alpha)\ C$ – в момент полного завершения работ (см. рисунок 5.5.3).

Возможны и другие варианты – любой определенной на отрезке $[0;\ 1]$ измеримой функции соответствует некоторая шкала оплаты труда. Например, на рисунке 5.5.4 приведена так называемая квартильная оплата, при которой за четверть объема работ выплачивается четверть стоимости договора. На рисунках 5.5.5-5.5.7 приведены, соответственно, варианты выпуклых шкал, вогнутых шкал и шкал с перегибом.

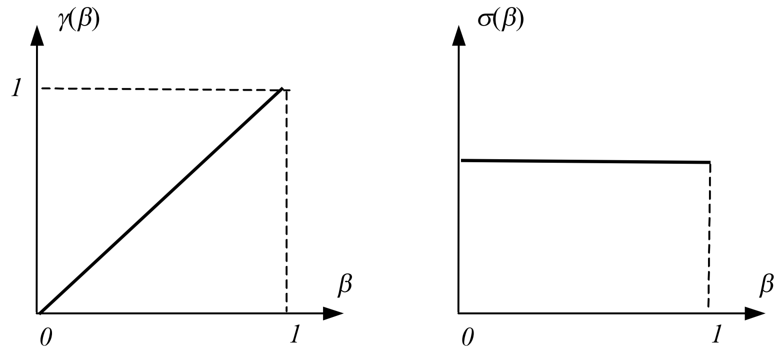

Рис. 5.5.1. Равномерная шкала

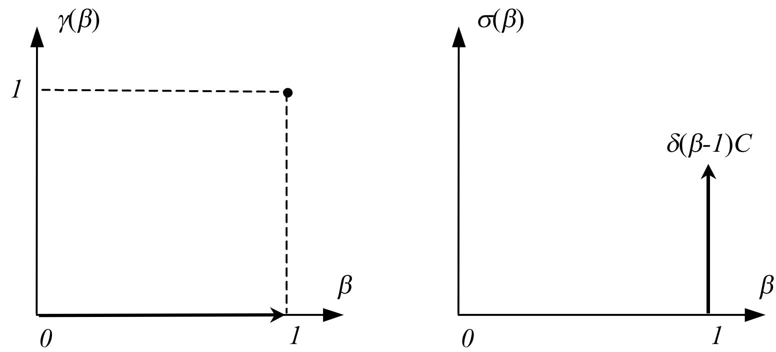

Рис. 5.5.2. Аккордная оплата

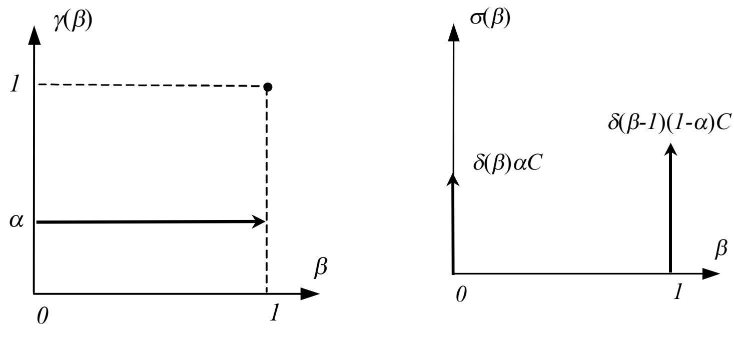

Рис. 5.5.3. α-процентная предоплата

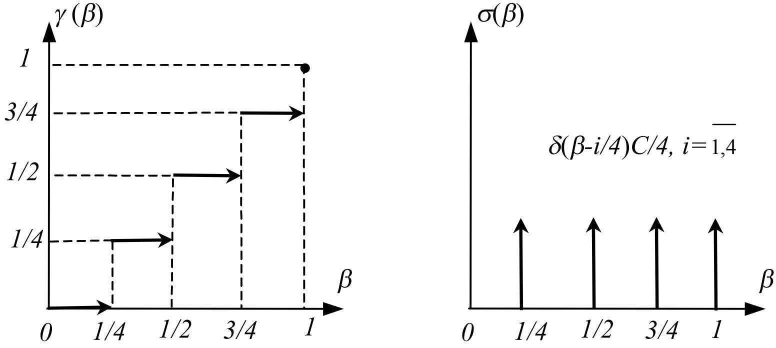

Рис. 5.5.4. Квартильная оплата

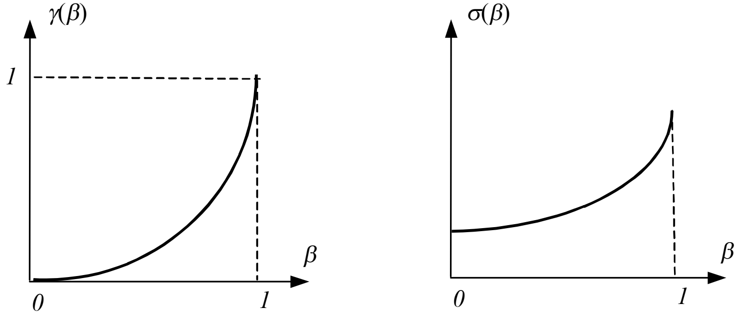

Рис. 5.5.5. Выпуклая шкала

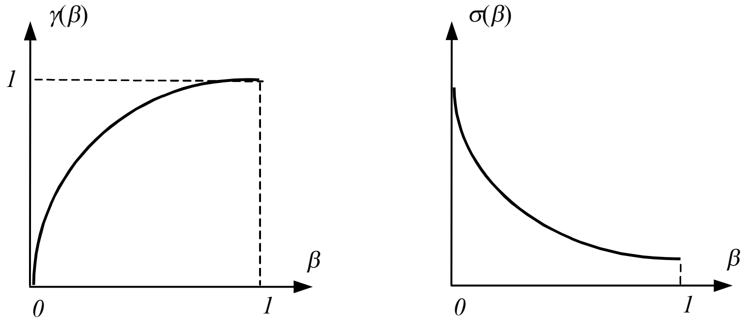

Рис. 5.5.6. Вогнутая шкала

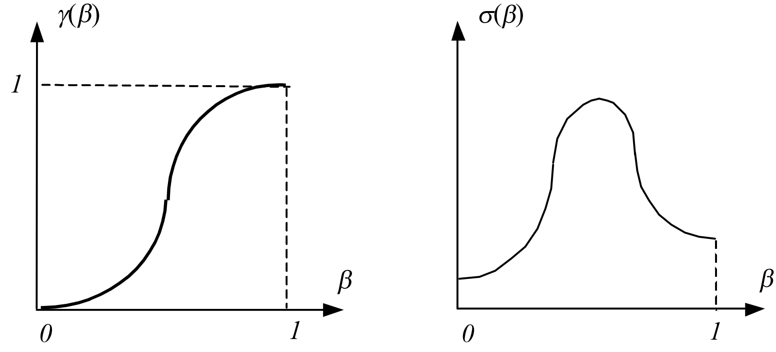

Рис. 5.5.7. Шкала с перегибом

Введем действие $y(t)$ агента в момент времени $t \geq 0$, характеризующее объем работ, выполняемый им в единицу времени в момент времени $t \geq 0$. Функцию $y(\cdot)$ назовем траекторией. Очевидно, что время $T = T(y(\cdot))$ завершения работы можно определить как минимальное время, такое, что

(5.5.4) $$\int_0^{T(y(\cdot))} y(\tau)d\tau = 1.$$

При заданной траектории $y(\cdot)$ можно определить зависимость процента завершения от времени:

(5.5.5) $$\beta(t, y(\cdot)) = \int_0^t y(\tau)d\tau .$$

Из (5.5.5) следует, что $\beta(0) = 0$, $\beta(T(y(\cdot)) = 1$.

Имея шкалу $\gamma(\beta)$ и зная зависимость (5.5.5) процента завершения от времени, можно найти зависимость от траектории и времени величины процента завершения:

(5.5.6) $\gamma(t, y(\cdot)) = \gamma(\beta(t, y(\cdot)))$

и зависимость от траектории и времени размера вознаграждения, получаемого агентом:

(5.5.7) $$\sigma(t, y(\cdot)) = C \frac{d\gamma(\beta(t, y(\cdot))}{d\beta} .$$

Отметим, что в каждый «момент» β агент чувствует себя тем уверенней, чем большая доля вознаграждения ему уже выплачена. При этом невыплаченная часть вознаграждения может рассматриваться как характеристика *риска* с точки зрения агента.

Введем функции дохода центра $H(t, \beta)$ и затрат агента $c(t, y)$, а также показатели дисконтирования ξ_0 и ξ, отражающие степень учета будущего, соответственно, центром и агентом.

Теперь имеется все необходимое для того, чтобы сформулировать теоретико-игровую задачу управления.

Стратегией центра является выбор стоимости работ $C \geq 0$ и шкалы оплаты труда $\gamma(\beta)$ из множества функций, удовлетворяющих введенным выше требованиям. Он выбирает ее и сообщает агенту, стратегией которого является выбор траектории $y(\cdot)$, принадлежащей множеству положительнозначных кусочно-непрерывных функций. Агент выбирает траекторию, которая в соответствии с выражениями (5.5.4)-(5.5.7) определяет продолжительность работ, динамику процента завершения и выплат. Целью центра является максимизация дисконтированной разности между доходом и выплатами агенту:

$$(5.5.8)\quad \int_0^{T(y(\cdot))} [H(\tau, \beta(\tau, y(\cdot))) - \sigma(\tau, y(\cdot))]\, e^{-\xi_0 \tau} d\tau \ \to \max_{\gamma(\cdot),\, C},$$

при условии, что агент (при известных ему стоимости работ и шкале) выбирает траекторию, максимизирующую дисконтированную разность между вознаграждением, получаемым от центра, и своими затратами:

$$(5.5.9)\quad \int_0^{T(y(\cdot))} [\sigma(\tau, y(\cdot)) - c(\tau, y(\cdot))]\, e^{-\xi \tau} d\tau \ \to \max_{y(\cdot)},$$

Задачу (5.5.8)-(5.5.9) назовем *задачей выбора шкалы оплаты труда*. Приведем решение этой задачи для различных частных случаев (на сегодняшний день общих методов решения задачи (5.5.8)-(5.5.9) не известно).

Начнем с простейшего случая, соответствующего, статической задаче стимулирования, то есть будем считать, что объем работ $y \geq 0$, выполняемый агентом в единицу времени, постоянен, функции дохода $H(y)$ и затрат $c(y)$ не зависят от времени, дисконтирование отсутствует. Соответствующую задачу назовем *квазидинамической.*

Если центр использует шкалу $\gamma(\beta)$, то из (5.5.1)-(5.5.7) следует, что: $T(y) = 1 / y$, $\beta(t, y) = y\, t$, $\gamma(t, y) = \gamma(y\, t)$, $\sigma(t, y) = C\, \gamma'(y\, t)$. Следовательно, задача (5.5.8)-(5.5.9) выбора шкалы оплаты труда в рассматриваемом (квазидинамическом) случае примет вид:

$$(5.5.10)\ \begin{cases} H(y) / y - C \to \max\limits_{C \geq 0} \\ C - c(y) / y \to \max\limits_{y \geq 0} \end{cases},$$

при ограничениях участия, которое отражают выгодность взаимодействия центра и агента (не вступая во взаимодействие друг с другом, и центр, и агент могут получить нулевую полезность):

$$(5.5.11)\ \begin{cases} H(y) / y - C \geq 0 \\ C - c(y) / y \geq 0 \end{cases}.$$

Обратим внимание на то, что выражения (5.5.10) и (5.5.11) не зависят от шкалы $\gamma(\cdot)$. Поэтому решение задачи (5.5.10)-(5.5.11) тривиально. Обозначим

(5.5.12) $y_{min} = \arg \min\limits_{y \geq 0} c(y) / y$.

Тогда, если

(5.5.13) $H(y_{min}) \geq c(y_{min})$,

то

(5.5.14) $C^* = c(y_{min}) / y_{min}$,

иначе центру и агенту взаимодействовать невыгодно[1].

В [20] доказано, что в квазидинамической задаче поиска шкалы оплаты труда при выполнении условия участия (5.5.13) оптимальное решение (5.5.12), (5.5.14) не зависит от шкалы и функции дохода центра. Содержательно это утверждение означает, что в квазидинамическом случае все шкалы оплаты труда эквивалентны, поэтому рассмотрим более общий случай. Введем «техническое» предположение (которое имеет прозрачные содержательные ин-

---

[1] *В рамках введенных предположений для существования $y_{min} \neq 0$, удовлетворяющего (5.1.13), достаточно, чтобы функция затрат была выпуклой и имела в нуле строго положительную производную.*

терпретации). А именно, предположим, что функция затрат непрерывна и $\lim\limits_{x \to \infty} c(x) / x = \infty$. В [20] доказано, что если функции дохода и затрат не зависят от времени и дисконтирование отсутствует, то для любой траектории $y(\cdot)$ агента найдется постоянное его действие $x_{y(\cdot)}$, обеспечивающее ему ту же полезность.

Действительно, в рассматриваемых условиях целевая функция агента примет вид: $\int\limits_0^{T(y(\cdot))} [C\gamma'(\int\limits_0^t y(\tau)d\tau) - c(y(t))]dt$, тогда, в силу непрерывности функции затрат, найдется $x_{y(\cdot)} \geq 0$, такой что:

(5.5.15) $c(x_{y(\cdot)}) / x_{y(\cdot)} = \int\limits_0^{T(y(\cdot))} c(y(t))dt$. Условие (5.5.15) позволяет вычислить постоянное действие агента $x_{y(\cdot)}$, обеспечивающее ему (при произвольной шкале!) ту же полезность, что и траектория $y(\cdot)$. Из приведенных рассуждений следует, что при любой фиксированной сумме договора и выполнении условия участия (5.5.13) агент выберет действие (5.5.12). Значит, следствием является тот факт, что в рамках введенных предположений при решении задачи выбора шкалы оплаты труда можно ограничиться классом постоянных траекторий (то есть классом квазидинамических задач). Таким образом, **если функции дохода и затрат не зависят от времени и дисконтирование отсутствует, то все шкалы оплаты труда эквивалентны**. Очевидно, различие эффективностей шкал проявится, если ввести дисконтирование и зависимость от времени доходов и затрат. Исследование подобных моделей (то есть общей постановки задачи (5.5.8)-(5.5.9)), в том числе, с учетом риска, представляется перспективным направлением дальнейших исследований.

5.6. Ранговые системы стимулирования

Во многих моделях стимулирования вознаграждение агентов зависит от абсолютных значений их действий (см. первую главу) и/или результата деятельности (см. разделы 5.2 и 5.4). В то же время, на практике достаточно распространены *ранговые системы стимулирования* (РСС), в которых величина вознаграждения агента определяется либо принадлежностью показателя его деятельности некоторому наперед заданному множеству – так называемые *нормативные* РСС, либо местом, занимаемым агентом в упорядочении показателей деятельности всех агентов – так называемые *соревновательные* РСС [7, 80, 112].

Преимуществом ранговых систем стимулирования является в основном то, что при их использовании центру иногда не обязательно знать достоверно значения всех действий, выбранных агентами, а достаточна информация о диапазонах, которым они принадлежат, или об упорядочении действий. Однако возникает вопрос: так как РСС являются подклассом систем стимулирования, то в каких случаях использование РСС не приводит к потерям эффективности управления (стимулирования), а если приводит, то какова величина этих потерь? Приведем основные результаты, следуя [80].

Нормативные РСС (НРСС) характеризуются наличием процедур присвоения рангов агентам в зависимости от показателей их деятельности (выбираемых действий и т.д.). Введем следующие предположения, которые будем считать выполненными на протяжении настоящего раздела.

Во-первых, будем считать, что множества возможных действий агентов одинаковы и составляют множество A неотрицательных действительных чисел. Во-вторых (как и в разделах 1.1 и 5.1), предположим, что функции затрат агентов монотонны и затраты от выбора нулевого действия равны нулю.

Пусть $\Im = \{1, 2, \dots m\}$ – множество возможных рангов, где m – размерность НРСС, $\{q_j\}$, $j = \overline{1,m}$ – совокупность m неотрицательных чисел, соответствующих вознаграждениям за «попадание» в различные ранги; δ_i: $A_i \to \Im$, $i = \overline{1,n}$ – процедуры классификации. Тогда НРСС называется кортеж $\{m, \Im, \{\delta_i\}, \{q_j\}\}$.

В работе [112] доказано, что для любой системы стимулирования существует НРСС не меньшей эффективности. Основная идея обоснования этого утверждения заключается в том, что для любой системы стимулирования и для любого агента всегда можно подобрать индивидуальную процедуру классификации его действий так, чтобы он при использовании НРСС выбирал то же действие, что и при использовании исходной системы стимулирования. Однако на практике использование для каждого агента собственной процедуры классификации нецелесообразно, а зачастую и невозможно. Поэтому рассмотрим случай, когда процедура классификации одинакова для всех агентов – так называемая *унифицированная* НРСС (УНРСС) – см. также обсуждение проблем унификации систем стимулирования в разделе 5.3.

Унифицированные нормативные ранговые системы стимулирования. При использовании УНРСС агенты, выбравшие одинаковые действия, получают одинаковые вознаграждения. Введем вектор $Y = (Y_1, Y_2, ..., Y_m)$, такой, что $0 \le Y_1 \le Y_2 \le ... \le Y_m < +\infty$, который определяет некоторое разбиение множества A. Унифицированная НРСС задается кортежем $\{m, \{Y_j\}, \{q_j\}\}$, причем вознаграждение i-го агента σ_i определяется следующим образом: $\sigma_i(y_i) = \sum_{j=0}^{m} q_j I(y_i \in [Y_j, Y_{j+1}))$, где $I(\cdot)$ – функция-индикатор, $Y_0 = 0$, $q_0 = 0$. Унифицированная НРСС называется *прогрессивной*, если вознаграждения возрастают с ростом действий: $q_0 \le q_1 \le q_2 \le ... \le q_m$ [112]. Эскиз графика прогрессивной УНРСС приведен на рисунке 5.6.1.

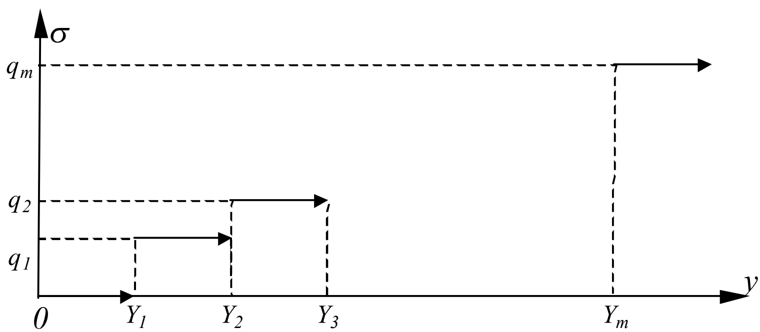

Рис. 5.6.1. Пример прогрессивной УНРСС

Так как УНРСС кусочно-постоянна, то в силу монотонности функций затрат очевидно, что агенты будут выбирать действия с минимальными затратами на соответствующих отрезках. Иначе говоря, условно можно считать, что при фиксированной системе стимулирования множество допустимых действий равно $Y = \{Y_1, Y_2, ..., Y_m\}$, причем, так как $c_i(0) = 0$, то $q_0 = 0$. Действие y_i^*, выбираемое i-ым агентом, определяется парой векторов (Y, q), то есть имеет место $y_i^*(Y, q) = Y_{k_i}$, где

(5.6.1) $k_i = \arg \max\limits_{k=\overline{0,m}} \{q_k - c_i(Y_k)\},\ i \in I.$

Обозначим $y^*(Y, q) = (y_1^*(Y, q),\ y_2^*(Y, q), ...,\ y_n^*(Y, q))$. Задача синтеза оптимальной УНРСС заключается в выборе размерности УНРСС m и векторов q и Y, удовлетворяющих заданным ограничениям, которые максимизировали бы целевую функцию центра:

(5.6.2) $\Phi(y^*(Y, q)) \to \max\limits_{Y,q}$.

Фиксируем некоторый вектор действий $y^* \in A' = A^n$, который мы хотели бы реализовать с помощью УНРСС.

Из того, что при использовании УНРСС агенты выбирают действия только из множества Y, следует, что минимальная размерность системы стимулирования должна быть равна числу попарно различных компонент вектора действий, который требуется реализовать. Следовательно, использование УНРСС размерности, большей, чем n, нецелесообразно. Поэтому ограничимся системами стимулирования, размерность которых в точности равна числу агентов, то есть положим $m = n$.

Для фиксированного вектора действий $y^* \in A'$ положим $Y_i = y_i^*$, $i \in I$, и обозначим $c_{ij} = c_i(Y_j)$, $i, j \in I$. Из определения реализуемого действия (см. (5.6.1)) следует, что для того, чтобы УНРСС реализовывала вектор $y^* \in A'$ (то есть, побуждала агентов выбирать соответствующие действия) необходимо и достаточно выполнения следующей системы неравенств:

(5.6.3) $q_i - c_{ii} \geq q_j - c_{ij},\ i \in I, j = \overline{0,n}$.

Обозначим суммарные затраты на стимулирование по реализации действия y^* УНРСС

(5.6.4) $\vartheta_{УНРСС}(y^*) = \sum_{i=1}^{n} q_i(y^*)$,

где $q(y^*)$ удовлетворяет (5.6.3). Задача синтеза оптимальной (минимальной) УНРСС заключается в минимизации (5.6.4) при условии (5.6.3).

Предположим, что агентов можно упорядочить в порядке убывания затрат и предельных затрат ($\forall\, y \in A \quad c_1'(y) \geq c_2'(y) \geq \ldots \geq c_n'(y)$), и фиксируем некоторый вектор $y^* \in A'$, удовлетворяющий следующему условию:

(5.6.5) $y_1^* \leq y_2^* \leq \ldots \leq y_n^*$,

то есть чем выше затраты агента, тем меньшие действия он выбирает.

Введенным предположениям удовлетворяют, например, такие распространенные в экономико-математическом моделировании функции затрат агентов, как: $c_i(y_i) = k_i\, c(y_i)$, $c_i(y_i) = k_i\, c(y_i/k_i)$, где $c(\cdot)$ – монотонная дифференцируемая функция, а коэффициенты (отражающие эффективность деятельности агентов) упорядочены: $k_1 \geq k_2 \geq \ldots \geq k_n$ (частными случаями являются линейные функции затрат, функции затрат типа Кобба-Дугласа и др.).

В [80] доказано, что:

1) унифицированными нормативными ранговыми системами стимулирования реализуемы такие и только такие действия, которые удовлетворяют (5.6.5);
2) оптимальная УНРСС является прогрессивной;
3) для определения оптимальных размеров вознаграждений может быть использована следующая рекуррентная процедура:

$$q_1 = c_{11},\ q_i = c_{ii} + \max_{j<i} \{q_j - c_{ij}\},\ i = \overline{2,n};$$

4) индивидуальные вознаграждения в УНРСС, реализующей вектор $y^* \in A'$, удовлетворяют:

(5.6.6) $q_i = \sum_{j=1}^{i} (c_j(y_j^*) - c_j(y_{j-1}^*))$.

Выражение (5.6.6) позволяет исследовать свойства УНРСС – вычислять оптимальные размеры вознаграждений, строить оптимальные процедуры классификаций, сравнивать эффективность УНРСС с эффективностью компенсаторных систем стимулирования и т.д. – см. свойства ранговых систем стимулирования ниже.

УНРСС единичной размерности. Отметим, что выше исследовались УНРСС размерности n. Частым случаем УНРСС являются унифицированные системы стимулирования С-типа (УНРСС единичной размерности)]. Поэтому рассмотрим задачу синтеза унифицированной системы стимулирования, в которой центр назначает общий для всех агентов план и использует унифицированную систему стимулирования С-типа с одним «скачком»:

(5.6.7) $\sigma(x, y_i) = \begin{cases} C, & y_i \geq x \\ 0, & y_i < x \end{cases}$,

где C – некоторая неотрицательная величина (размер «премии»), x – общий для всех агентов план.

Обозначим $P(x, C)$ – множество тех агентов, у которых затраты в точке x не превышают C, то есть таких агентов, которым выгодно выполнение плана x: $P(x, C) = \{i \in I \mid c_i(x) \leq C\}$.

Из введенных предположений следует, что $P(x, C) = \{k(x, C), ..., n\}$, где $k(x, C) = \min \{i \in I \mid c_i(x) \leq C\}$.

Агенты из множества $Q(x, C) = \{1, 2, ..., k(x, C) - 1\}$ выполнение плана x при вознаграждении C невыгодно, и они выберут действия, минимизирующие затраты, то есть действия, равные нулю.

Тогда действия $\{y_i^*\}_{i \in I}$, реализуемые системой стимулирования (5.6.7), удовлетворяют:

(5.6.8) $y_i^*(x,C) = \begin{cases} x, & i \geq k(x,C) \\ 0, & i < k(x,C) \end{cases}$.

Суммарные затраты центра на стимулирование при использовании центром системы стимулирования (5.6.7), в силу (5.6.8), равны

(5.6.9) $\vartheta(x,C) = C\,(N - k(x, C) + 1)$.

Как показано в [74, 80], зависимость $y_i^*(x, C)$ не является непрерывной. Поэтому для каждого $x \in A$ существует конечное число минимальных затрат центра на стимулирование, при которых изменяется число агентов, выполняющих план x: $\{c_1(x), c_2(x), ..., c_n(x)\}$. Аналогично, для фиксированного ограничения C при непрерывных и строго монотонных функциях затрат агентов существует конечное число планов $\{c_i^{-1}(C)\}_{i \in I}$ (где «$^{-1}$» обозначает обратную функцию), при которых изменяется число агентов, которые их выполняют.

Сравним минимальные затраты на стимулирование при использовании центром компенсаторной системы индивидуального стимулирования и УНРСС единичной размерности. Фиксируем произвольный план $x \in A$. Для того чтобы все агенты выбрали действия, совпадающие с планом, необходимо, чтобы $k(x, C) = 1$, то есть $C = c_1(x)$. Тогда из (5.6.8)-(5.6.9) получаем, что минимальные затраты на стимулирование равны (напомним, что индекс «U» соответствует унифицированным системами стимулирования) $\vartheta_{UQK}(x) = n\, c_1(x)$. Следовательно, потери в эффективности (по сравнению с системами стимулирования QK-типа) составляют:

(5.6.10) $\Delta(x) = (n - 1)\, c_1(x) - \sum_{i=2}^{n} c_i(x)$.

Соревновательные системы стимулирования. Рассмотрим кратко известные свойства соревновательных ранговых систем стимулирования (СРСС), в которых центр задает число классов и число мест в каждом из классов, а также величины поощрений агентов, попавших в тот или иной класс. То есть в СРСС индивидуальное поощрение агента не зависит непосредственно от абсолютной величины выбранного им действия, а определяется тем местом, которое он занял в упорядочении показателей деятельности всех агентов.

В [80] доказано, что:

1) необходимым и достаточным условием реализуемости вектора действий агентов $y^* \in A$ в классе СРСС является выполнение (5.6.5);
2) данный вектор реализуем следующей системой стимулирования, обеспечивающей минимальность затрат центра на стимулирование:

$$(5.6.11)\ q_i(y^*) = \sum_{j=2}^{i} \{c_{j-1}(y_j^*) - c_{j-1}(y_{j-1}^*)\},\ i = \overline{1,n}\ .$$

Выражение (5.6.11) позволяет исследовать свойства СРСС – вычислять оптимальные размеры вознаграждений, строить оптимальные процедуры классификаций, сравнивать эффективность СРСС с эффективностью компенсаторных систем стимулирования и с эффективностью УНРСС и т.д.

Свойства ранговых систем стимулирования. Одним из *типовых решений* [20] является использование ранговых систем стимулирования, в которых либо множество возможных результатов деятельности разбивается на равные отрезки («расстояния» между нормативами одинаковы), либо на равные отрезки разбивается множество вознаграждений («расстояния» между размерами вознаграждений за выполнение нормативов одинаковы). Поэтому исследуем последовательно эти два случая для нормативных и соревновательных РСС. Кроме того, зачастую на практике предполагается, что существуют нормативы затрат, не зависящие от объемов работ, что в рамках рассматриваемой модели стимулирования приводит к предположению о линейности функций затрат агентов.

Пусть множество $A = [0; A^+] \subseteq \Re^1$ разбито на n равных отрезков $[Y_i, Y_{i+1}]$, $i = \overline{0, n-1}$, $Y_0 = 0$, $Y_n = A^+$, то есть $Y_i = i\,A^+ / n$, $i \in I$. Тогда из выражения (5.6.6) получаем, что размеры вознаграждений должны удовлетворять следующему соотношению [20]:

$$(5.6.12)\ q_1 = c_1(A^+/n),\ q_i = q_{i-1} + [c_i(i\,A^+/n) - c_i((i-1)\,A^+/n)],\ i = \overline{2,n}\ .$$

В частности, для линейных функций затрат $c_i(y_i) = k_i\,y_i$, $i \in I$, получаем:

$$(5.6.13)\ q_1 = k_1 A^+/n,\ \delta_i = q_i - q_{i-1} = k_i\,A^+ / n,\ i = \overline{2,n}\ .$$

Таким образом, справедлив следующий вывод: если используется равномерное разбиение множества A, то при линейных функциях затрат агентов УНРСС является прогрессивной и вогнутой функцией (см. также свойства шкал оплаты труда в разделе 5.5).

Возникает предположение – может быть всегда УНРСС являются монотонными и вогнутыми (или монотонными и вогнутыми). Действительно, оптимальные УНРСС всегда являются монотонными, однако никаких однозначных суждений относительно выпуклости/вогнутости сделать нельзя – в зависимости от функций затрат и соотношения типов агентов УНРСС может быть вогнутой, линейной, выпуклой или ни вогнутой, ни выпуклой. Приведем иллюстративный пример.

Пример 5.6.1. Пусть агенты имеют квадратичные функции затрат типа Кобба-Дугласа. Тогда из (5.6.12) следует, что

$$\delta_i = (A^+)^2(2\,i - 1)\,/\,2\,n^2\,r_i,\ i \in I.$$

Получаем, что «вторая производная» равна

$$\delta_i - \delta_{i-1} = \frac{(A^+)^2}{2n^2}\ \frac{(2i-1)r_{i-1} - (2i-3)r_i}{r_{i-1}r_i},\ i = \overline{2,n}\,.$$

Учитывая, что $r_i > r_{i-1}$, $i = \overline{2,n}$, имеем, что при $r_{i-1} < r_i < \frac{2i-1}{2i-3}\,r_{i-1}$, $i = \overline{2,n}$, УНРСС является прогрессивной и выпуклой, при $r_i > \frac{2i-1}{2i-3}\,r_{i-1}$, $i = \overline{2,n}$ – вогнутой, а при $r_i = \frac{2i-1}{2i-3}\,r_{i-1}$, $i = \overline{2,n}$ – линейной.

Следовательно, имея распределение агентов по типам, можно для каждого класса функций их затрат предсказывать, какими свойствами должна обладать оптимальная УНРСС. Например, если последовательность типов агентов с квадратичными функциями затрат типа Кобба-Дугласа является монотонно возрастающей и лежит в области I на рисунке 5.6.2, то соответствующая оптимальная УНРСС является выпуклой, если – в области II, то вогнутой, на границе этих областей – линейной, а если пересекает границу, то ни выпуклой, ни вогнутой. •

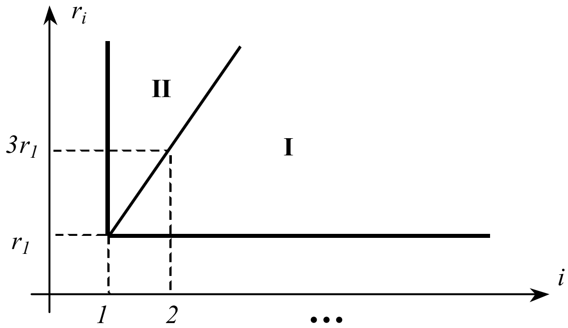

Рис. 5.6.2. Выпуклость, линейность и вогнутость оптимальных УНРСС

Перейдем к исследованию УНРСС, в которых равномерны вознаграждения, то есть $q_i = i\, q_1,\ i \in I$. Из выражения (5.6.6) получаем, что

(5.6.14) $Y_1 = c_1^{-1}(q_1),\ Y_i = c_i^{-1}(q_1 + c_i(Y_{i-1})),\ i = \overline{2, n}$,

где $c^{-1}(\cdot)$ – функция, обратная к функции затрат.

Для линейных функций затрат агентов имеем: $Y_i = q_1 \sum_{j=1}^{i} 1/k_j$, $i \in I$. Из условия $Y_n = A^+$ окончательно получаем: $q_1 = A^+ / \sum_{j=1}^{n} 1/k_j$,

(5.6.15) $Y_i = [A^+ \sum_{j=1}^{i} 1/k_j\ ] / \sum_{j=1}^{n} 1/k_j,\ i \in I$.

Введем в рассмотрение показатель «равномерности» нормативов:

(5.6.16) $\Delta_i = Y_i - Y_{i-1} = q_1 / k_i = A^+ / [k_i \sum_{j \in I} 1/k_j\ ],\ i = \overline{2, n}$.

Можно показать [20], что в УНРСС при линейных функциях затрат агентов и равномерных вознаграждениях (прямо пропорциональных номеру норматива) оптимальные приросты нормативов увеличиваются с ростом эффективности деятельности агента.

Аналогично тому, как это делалось для УНРСС, исследуем СРСС с равномерными нормативами.

Пусть множество $A = [0; A^+] \subseteq \Re^1$ разбито на $(n - 1)$ равный отрезок $[Y_i, Y_{i+1}]$, $i = \overline{1, n-1}$, $Y_1 = 0$, $Y_n = A^+$, то есть $Y_i = (i - 1)\, A^+ / (n - 1)$, $i \in I$. Тогда из выражения (5.6.11) получаем, что размеры вознаграждений должны удовлетворять следующему соотношению:

(5.6.17) $q_1 = 0,\ q_i = q_{i-1} + [c_{i-1}((i - 1)\, A^+ / (n - 1)) -$

$$- c_{i-1}((i - 2)\, A^+ / (n - 1))],\ i = \overline{2, n}.$$

В частности, для линейных функций затрат $c_i(y_i) = k_i\, y_i$, $i \in I$, получаем:

(5.6.18) $q_1 = 0,\ \delta_i = q_i - q_{i-1} = k_{i-1}\, A^+ / (n-1),\ i = \overline{2, n}$.

Можно показать [20], что, если используется равномерное разбиение множества A, то при линейных функциях затрат агентов СРСС является прогрессивной и вогнутой функцией.

<u>Пример 5.6.2.</u> Пусть агенты имеют квадратичные функции затрат типа Кобба-Дугласа. Тогда из (5.6.17) следует, что

$$\delta_i = (A^+)^2 (2\, i - 3) / 2\, (n-1)^2\, r_{i-1},\ i = \overline{2, n}.$$

Получаем, что «вторая производная» равна

$$\delta_{i+1} - \delta_i = \frac{(A^+)^2}{2(n-1)^2}\ \frac{(2i-1) r_{i-1} - (2i-3) r_i}{r_{i-1} r_i},\ i = \overline{1, n-1}.$$

В рассматриваемом примере можно по аналогии с тем, как это делалось в примере 5.6.1, построить области возрастающих последовательностей типов агентов, при которых УНРСС является выпуклой, вогнутой, линейной или ни выпуклой, ни вогнутой. •

Перейдем к исследованию СРСС, в которых равномерны вознаграждения, то есть $q_i = (i - 1)\, q_2$, $i = \overline{2, n}$. Из выражения (5.6.11) получаем, что

(5.6.19) $Y_1 = 0,\ Y_i = c_{i-1}^{-1}(q_2 + c_{i-1}(Y_{i-1})),\ i = \overline{2, n}$.

Для линейных функций затрат агентов имеем: $Y_i = q_2 \sum_{j=2}^{i} 1 / k_{j-1}$, $i = \overline{2, n}$. Из условия $Y_n = A^+$ окончательно получаем: $q_2 = A^+ / \sum_{j=2}^{n} 1/k_{j-1}$ (отметим, что в СРСС основные показатели не зависят от эффективности деятельности победителя конкурса – агента, имеющего минимальные затраты),

(5.6.20) $Y_i = [A^+ \sum_{j=1}^{i} 1/k_j\ ] / \sum_{j=1}^{n} 1/k_j\ ,\ i \in I.$

Введем в рассмотрение показатель «равномерности» нормативов

(5.6.21) $\Delta_i = Y_i - Y_{i-1} = q_2 / k_{i-1} = A^+ / [k_{i-1} \sum_{j=1}^{n} 1/k_j\ ],\ i = \overline{2,n}$.

Из выражения (5.6.21) следует справедливость следующего утверждения: в СРСС при линейных функциях затрат агентов и равномерных вознаграждениях (прямо пропорциональных номеру норматива) оптимальные приросты нормативов увеличиваются с ростом эффективности деятельности агента.

Применение используемой в настоящем разделе техники анализа ранговых систем стимулирования дает возможность изучать свойства оптимальных УНРСС и СРСС для различных (конкретных) функций затрат и распределений типов агентов.

Таким образом, в настоящей главе описаны модели коллективного стимулирования, что, в частности, дает возможность ставить и решать задачи управления составом организационных систем, рассматриваемые в следующей главе.

ГЛАВА 6. Управление составом организационных систем

В настоящей главе демонстрируется применение приведенных выше результатов решения задач индивидуального и коллективного стимулирования в такой актуальной для управления персоналом области, как управление составом организационных систем - набор персонала, увольнение и т.д. Вне рассмотрения остаются *задачи о назначении* (распределении агентов по должностям и работам), а также *задачи развития персонала*. Формальные модели последних можно найти, соответственно, в [17, 48, 56, 80] и [5, 20, 74].

Классификация задач управления составом. Проведем краткий обзор постановок и результатов решения задач оптимизации состава ОС.

В большинстве работ по теории управления ОС используется предположение, что состав участников системы (далее для краткости – *состав*), то есть набор управляющих органов – центров – и управляемых субъектов – агентов – фиксирован. Если известно решение задачи управления (стимулирования) для фиксированного состава – см. главы 1-5, то появляется возможность рассмотрения задачи управления составом ОС, то есть задачи определения оптимального (в оговариваемом ниже смысле) набора агентов[1], которых следует включить в систему, и тех их действий, которые наиболее выгодны для центра[2] (или центров, если последних несколько).

Перечислим основные известные подходы к решению задач управления составом.

В теории контрактов исследовались модели определения оптимального числа работников (в основном, однородных) при ограничениях согласованности стимулирования и резервной заработной платы – см. обзор [10].

---

[1] *Отметим, что речь не идет о составе центров, так как определение набора управляющих органов и связей (подчиненности) между ними традиционно относится к задачам синтеза структуры ОС* [26, 74, 76].

[2] *Задачи определения оптимального состава центров в настоящей работе не рассматриваются – см.* [33, 47, 81].

В рамках экономики труда [116] основной результат, определяющий оптимальное количество работников, отражает равенство производимого ими предельного продукта (предельной производительности) и предельных затрат на их привлечение и удержание (см. обсуждение взаимосвязи между экономикой труда и задачами управления ОС в разделе 1.5). Количество дополнительной продукции (дохода), которое получает фирма, нанимая одного дополнительного (сверх уже работающих) работника (единицу труда), называется предельным продуктом труда. Предельные издержки есть затраты центра на стимулирование при приеме на работу дополнительного работника. Условие максимизации прибыли (разности между доходом центра и его затратами на стимулирование) требует, чтобы прибыль была максимальна. Для этого следует изменять число занятых (увеличивать, если предельный доход превышает предельные издержки, и уменьшать в противном случае) до тех пор, пока предельный доход не будет равен предельным издержкам.

В экономике организаций принят следующий общий подход к определению оптимального размера организации (см. подробное обсуждение и ссылки в [64]). С одной стороны, существует рынок – как система обмена прав собственности. С другой стороны, экономические агенты объединяются в организации, взаимодействующие на рынке. Объяснением существования экономических организаций служит необходимость компромисса между трансакционными издержками и организационными издержками, которые определяются «затратами на координацию» внутри организации, которые растут с увеличением ее размеров.

Трансакционные издержки препятствуют рынку заместить собой организацию, а организационные издержки препятствуют организации заместить собой рынок. Основная идея (качественная), используемая в экономике организаций при обсуждении задач формирования состава заключается в том, что, так как и трансакционные, и организационные издержки зависят от размера организации и ее структуры, то, теоретически, должны существовать оптимальные параметры организации, при которых достигается уравновешивание упомянутых тенденций замещения.

Обсудим теперь кратко результаты, полученные в рамках теории активных систем. Впервые в теории активных систем задачи формирования состава рассматривались в [7] для случая назначения проектов. Вообще, задача о назначении (с неизвестными центру и сообщаемыми ему агентами параметрами эффективности их деятельности на различных должностях) неоднократно привлекала внимание исследователей, особенно в области управления проектами [5, 17, 20].

Несколько моделей, в которых определялось оптимальное с точки зрения информационной нагрузки на центр число агентов, которых следует включать в систему, рассматривались в работе [74] при изучении факторов, определяющих эффективность управления многоуровневыми организационными системами.

Широкое распространение в задачах управления ОС нашли методы теории графов. Задачи определения оптимальной последовательности выполнения операций (сокращение производственного цикла, коммерческого цикла, задачи снабжения и др. [14]) также могут рассматриваться как задачи формирования состава.

Наиболее представительным классом механизмов управления ОС, которые могут рассматриваться как задачи формирования состава, являются *конкурсные* и *аукционные механизмы*, в которых ресурс или работы распределяются между претендентами на основании упорядочения эффективностей их деятельности. Примерами являются прямые, простые и двухэтапные конкурсы, задачи назначения исполнителей (так называемые сложные конкурсы) и др. [17].

Первые систематические постановки задач формирования состава (отметим, что речь идет именно о задачах формирования состава, а не управления составом, так как в большинстве известных моделей речь идет о формировании состава ОС «с нуля») появились недавно – см. монографию [80]. В упомянутой работе выделяются три общих подхода к решению задач формирования состава ОС на основании рассмотрения задач стимулирования. Первый подход заключается в «лобовом» рассмотрении всех возможных комбинаций потенциальных участников ОС. Его достоинство – нахождение оптимального решения, недостаток – высокая вычислительная сложность. Второй подход основывается на методах локальной оптимизации (перебора составов ОС из некоторой окрестности определенного состава). Используемые при этом эвристические методы в общем случае не дают оптимального решения и поэтому требуют оценивания их гарантированной эффективности. И, наконец, третий подход заключается в исключении заведомо неэффективных комбинаций агентов на основании анализа специфики задачи. При этом вычислительная сложность резко сокращается, и иногда удается получить точное (оптимальное) решение, но, к сожалению, данный подход применим далеко не всегда, и в каждом конкретном случае возможность его использования требует соответствующего обоснования.

Завершив краткий обзор моделей оптимизации состава ОС, приведем классификацию задач управления составом ОС.

Введем следующие обозначения:

$I_0 = \{1, 2, ..., n\}$ – фактический (начальный) состав ОС, состоящей из n агентов, $|I_0| = n$;

I – конечный состав ОС (результат решения задачи управления составом);

I' – множество потенциальных (фактических и претендентов) участников ОС – универсальное множество: $I \subseteq I'$, $I_0 \subseteq I'$;

$\Delta^+(I, I_0) = I \setminus I_0$ – множество агентов, принятых на работу (включенных в состав ОС);

$\Delta^-(I, I_0) = I_0 \setminus I$ – множество агентов, уволенных с работы (исключенных из состава ОС);

$\Phi(I, I_0)$ – функционал, ставящий в соответствие начальному и конечному составу действительное число – *эффективность управления составом*.

Остановимся на обсуждении природы функционала эффективности управления составом более подробно. Как отмечалось выше, существует задача управления фиксированным составом (см. рисунок 6.1). Ее решением является набор стратегий центра (центров), которые максимизируют эффективность управления, определяемую как гарантированное значение целевой функции центра на множестве решений игры агентов (см. пятую главу). Это решение получается в результате постановки и решения задач индивидуального или коллективного стимулирования (см. главы 1 и 5).

Задача формирования состава ОС формулируется как задача поиска допустимого состава, эффективность управления которым была бы максимальна. При этом явно или по умолчанию подразумевается, что ОС как бы формируется заново. Если же речь идет о формировании нового состава для уже существующей ОС, то есть об *оптимизации состава* – переходе от состава I_0 к составу I, то критерий эффективности управления должен зависеть и от начального, и от конечного состава, так как часть увольняемых работников необходимо трудоустраивать, обеспечивать их пособиями и т.д.

Таким образом, из множества задач управления составом ОС можно выделить задачи формирования состава и задачи оптимизации состава (критерий классификации – наличие или отсутствие начального состава) – см. рисунок 6.1. Среди задач оптимизации состава выделим как частные случаи *задачи расширения состава* ($|I| > |I_0|$), *задачи сокращения состава* ($|I| < |I_0|$) и *задачи замены состава* ($|I| = |I_0|$, $I \neq I_0$) – см. рисунок 6.1.

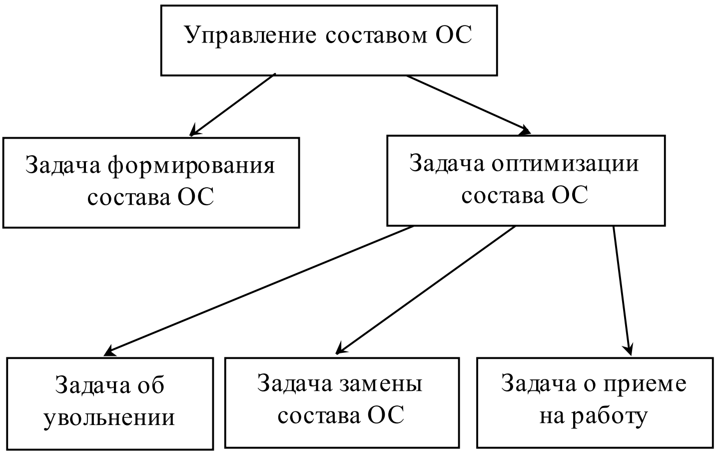

Рис. 6.1. Задачи управления составом ОС

Приведем формальные постановки задач управления составом ОС.

Задача формирования состава характеризуется отсутствием начального состава ($I_0 = \varnothing$):

(6.1) $\Phi(I, \varnothing) \to \max\limits_{I \in 2^{\Gamma}}$.

Задача оптимизации состава[1] (при фиксированном начальном составе I_0) в общем случае имеет вид:

(6.2) $\Phi(I, I_0) \to \max\limits_{I \in 2^{\Gamma}}$.

Задача расширения состава (иногда ее называют *задачей о приеме на работу*) отличается от (6.2) тем, что $\Delta^- = \varnothing$, и может решаться при ограничении (сверху или снизу) на число вновь включаемых в состав ОС агентов. Например, если первоначальный состав включал *n* агентов и задано ограничение *m* на максимальное число вновь принимаемых на работу агентов, то задача примет вид:

(6.3) $\Phi(I, I_0) \to \max\limits_{I \in 2^{\Gamma},\, I_0 \subseteq I,\, |I| \leq n+m}$.

Задача сокращения состава (иногда ее называют *задачей об увольнении*) формулируется аналогичным образом (отличие в том, что новый состав не может превышать первоначальный) – найти множество $\Delta^- \subseteq 2^{I_0}$, максимизирующее эффективность. Например, если первоначальный состав включал *n* агентов и задано ограничение *m* на минимальное число сокращаемых агентов, то задача примет вид:

(6.4) $\Phi(I, I_0) \to \max\limits_{I = I_0 \setminus \Delta^-,\, |\Delta^-| \geq m}$.

Задача замены состава заключается в поиске множеств увольняемых и нанимаемых сотрудников, максимизирующих эффективность. Например, если первоначальный состав включал *n* агентов и задано число *m* заменяемых сотрудников, то задача примет вид:

[1] *Понятно, что задача оптимизации состава может рассматриваться как общая задача управления составом, а все остальные задачи (формирования состава, его изменения и т.д.) – как ее частные случаи. Выделение задачи формирования состава обусловлено исторической традицией.*

(6.5) $\Phi(I, I_0) \to \max\limits_{I \in 2^{\Gamma}, |\Delta^-| = |\Delta^+| = m}$.

Общим недостатком рассматриваемого класса моделей, отчасти объясняющим их достаточно редкое использование на практике, является лежащая в их основе гипотеза о полной взаимозаменяемости агентов. Между тем, любому менеджеру-практику известно, что замена одного работника на другого (даже той же самой квалификации) всегда оборачивается определенными потерями для фирмы. Это связано с тем, что существуют несколько ступеней *адаптации* работника к ОС, в составе которой он функционирует. Вообще говоря, максимально возможное действие y_{max} работника в единицу времени есть функция от продолжительности t его пребывания в составе данной фирмы – график этой функции схематично представлен на рисунке 6.2.

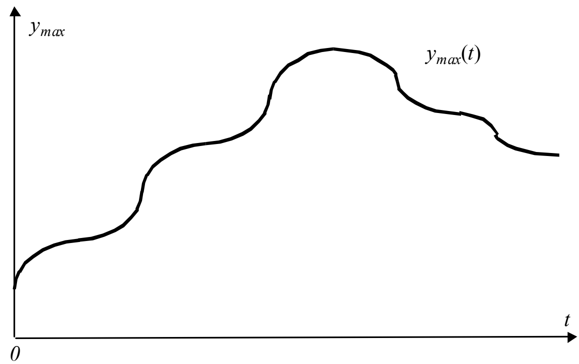

Рис. 6.2. Процесс адаптации

Функция $y_{max}(t)$ представляет собой «склейку» обобщенных логистических кривых [70, 72], а сам процесс адаптации можно представить как процесс обучения сотрудника очередным институциональным нормам (как формальным, так и неформальным), существующим в данной ОС.

Заметим, что наличие убывающего участка «кривой научения» $y_{max}(t)$ не является всеобщей закономерностью: возможное снижение функциональных способностей работника и эффективности его труда может быть обусловлено возрастными причинами и в значительной степени зависит от возложенных на него должностных обязанностей.

Возрастание роли человеческого капитала в производственных процессах, в том числе – специфических умений и навыков работников, приводит к снижению адекватности моделей, рассматривающих сотрудников в качестве взаимозаменяемых «винтиков» в производственных механизмах. Поэтому учет процессов адаптации сотрудников представляется перспективным направлением дальнейших исследований. Тем не менее, в большинстве существующих моделей теории управления эффекты адаптации не учитываются, поэтому, перечислив основные постановки задач управления составом ОС, приведем примеры их решения (общие теоретические результаты исследования моделей управления составом ОС приведены в [48, 74, 80]).

Примеры решения задач управления составом. Рассмотрим модель, в которой определяется оптимальное с точки зрения информационной нагрузки на центр число агентов, которых следует включать в ОС [74].

Пример 6.1. Предположим, что задача стимулирования заключается в распределении между *n однородными* (одинаковыми) агентами фонда заработной платы (ФЗП) R. Если функция затрат каждого агента есть $c(y) = y^2/2\beta$, а доход центра пропорционален сумме действий агентов, то при постоянном фонде заработной платы зависимость эффективности стимулирования от числа агентов имеет вид: $\Phi^*(n) = \sqrt{2\beta\, R\, n} - R$.

Содержательно, если выполнены введенные в первой главе предположения относительно целевых функций (дополнительно потребуем, чтобы имело место: $c'(0) = 0$, $H'(y) > 0$), то центру выгодно задействовать как можно большее число агентов, стимулируя их за выполнение сколь угодно малых действий потому, что в окрестности действия, минимизирующего затраты ($y = 0$), предельные затраты каждого агента минимальны. Следовательно, при фиксированном фонде заработной платы (максимум $\Phi^*(n)$ по R достигается при ФЗП, пропорциональном числу агентов в ОС: $R^* = \beta\, n / 2$) центр заинтересован в неограниченном увеличении числа агентов (напомним, что рассматривается случай, в котором центр не обязан гарантировать агентам даже сколь угодно малую положительную полезность – см. также ниже), то есть оптимальным является *максимальный состав*.

Ситуация меняется, если управляющие возможности (возможности по переработке информации) центра ограничены. В большинстве работ (см. ссылки в [74]) используется следующая оценка числа связей между n подчиненными агентами, контролируемыми одним центром: $\approx 2^n$. Содержательно, эта оценка соответствует числу возможных коалиций, и, следовательно, связей между n агентами.

Учтем информационные ограничения, умножив $\Phi^*(n)$ на показатель $2^{-\xi n}$, где $\xi \geq 0$, то есть: $\Phi(n) = (\sqrt{2\,\beta\,R\,n} - R)\,2^{-\xi n}$.

Максимум выражения $\Phi(n)$ по n достигается при $n = n_{max,}$ где

$$n_{max} = \frac{R}{8\beta}\left(1+\sqrt{1+\frac{2\beta}{\xi R\ln 2}}\right)^2.$$

Предположим теперь, что центр обязан гарантировать каждому агенту, включенному в ОС, некоторый минимальный уровень полезности $\overline{U} \leq \beta / 2$ (ограничение резервной заработной платы или ограничение пособия по безработице – см. первую главу). Тогда, решая задачу определения оптимального размера вознаграждений агентов, получаем, что при постоянном ФЗП R зависимость эффективности стимулирования от числа агентов имеет вид:

$$\Phi^*(n) = \sqrt{2\beta(R - n\overline{U})n} - R.$$

Максимум этого выражения достигается при $n = \dfrac{R}{2\overline{U}}$, то есть ограничение резервной заработной платы определяет оптимальный состав (в случае однородных агентов – оптимальный размер) организационной системы. •

Рассмотрим теперь ряд примеров, в которых существенной является резервная полезность агентов.

Пример 6.2. Введем следующие предположения: целевая функция центра имеет вид $H(y_I) = \sum_{i \in I} y_i$ и $\forall\, y_{-i} \in A_{-i}$ функция затрат i-го агента $c_i(y)$ выпукла по $y_i \in A_i$, $i \in I = \{1, 2, \ldots, n\}$.

В качестве обоснования сделанных допущений можно привести следующее рассуждение. Пусть функция дохода центра аддитивна, то есть $H(y_I) = \sum_{i \in I} H_i(y_i)$, где $H_i(y_i)$ – вогнутые функции. Тогда, делая замену переменных, то есть переходя к $H(y_I) = \sum_{i \in I} y_i$, получим, что изменятся (оставаясь выпуклыми) функции затрат агентов, что достаточно для условий существования (и единственности, если она обеспечивалась первоначально) максимума целевой функции центра. Другими словами, технологические связи между агентами при линеаризации функции дохода центра (см. также раздел 1.1) учитываются в несепарабельных функциях затрат агентов.

Перейдем к рассмотрению задач формирования состава ОС, последовательно усложняя рассматриваемые модели – от ОС с сепарабельными затратами агентов к ОС с несепарабельными затратами агентов (напомним, что несепарабельность затрат отражает взаимозависимость агентов – см. пятую главу настоящей работы).

Предположим, что затраты агентов сепарабельны, то есть $c_i = c_i(y_i)$, $i \in I$. Тогда, решая задачу стимулирования (см. раздел 5.1), получаем, что эффективность оптимального управления составом I равна

(6.6) $\Phi(I) = \max_{y_I \in A_I} \sum_{i \in I} \{y_i - c_i(y_i)\}$.

Задача поиска оптимального состава ОС при этом заключается в поиске состава I, максимизирующего выражение (6.6) на множестве неотрицательных его значений.

В [74, 80] доказано, что в рамках введенных предположений решением задачи (6.1) является максимальный состав ОС, то есть $I^* = I'$. Этот результат обусловлен тремя факторами: во-первых, в окрестности нулевого действия доход центра растет быстрее, чем затраты агентов; во-вторых, центр имеет постоянный доход на масштаб производства (его функция дохода линейна, то есть не существует никаких технологических ограничений на число агентов, осуществляющих совместную деятельность в рамках данной ОС); и, наконец, в-третьих, агенты получают в равновесии нулевую полезность (то есть, они безразличны с точки зрения значения своей целевой функции между участием и неучастием в данной ОС и входят в состав ОС только в силу благожелательного отношения к центру – см. обсуждение гипотезы благожелательности в разделе 1.1).

Для того чтобы исследовать класс моделей, в которых оптимален состав ОС, отличный от максимального состава, рассмотрим последовательно модели, в которых присутствуют перечисленные выше три фактора.

Предположим, что центр должен гарантировать *i*-му агенту, если он включен в ОС, в равновесии минимальный уровень полезности $\overline{U}_{i_{\max}}$, и минимальный уровень полезности $\overline{U}_{i_{\min}}$, если он не включен в ОС, $\overline{U}_{i_{\max}} \geq \overline{U}_{i_{\min}}$, $i \in I'$. Из результатов разделов 1.1 и 5.1 следует, что в рамках ГБ при сепарабельных затратах агентов минимальной системой стимулирования, реализующей действие y^*, является следующая квазикомпенсаторная система стимулирования:

$$(6.7)\ \sigma_i(y^*, y_i) = \begin{cases} c_i(y_i) + \overline{U}_{i_{\max}}, & y_i = y_i^* \\ 0, & y_i \neq y_i^* \end{cases},\ i \in I'.$$

Определим следующие величины:

$$(6.8)\ \Phi_i^* = \max_{y_i \in A_i} \{y_i - c_i(y_i) - \overline{U}_{i_{\max}}\},\ i \in I'.$$

При этом целевая функция центра имеет вид:

$$\Phi(I) = \sum_{i \in I} \Phi_i^* - \sum_{i \in I' \setminus I} \overline{U}_{i_{\min}}.$$

Следовательно, оптимален состав $I^* = \{i \in I' \mid \Phi_i^* \geq - \overline{U}_{i_{\min}}\}$. Если же $\Phi^* = \Phi(I^*) = \sum_{i \in I^*} \Phi_i^* - \sum_{i \in I' \setminus I^*} \overline{U}_{i_{\min}} < 0$, то ни один из составов не является допустимым. Значит в состав ОС следует включать только тех агентов, доход от деятельности которых с учетом затрат на их стимулирование превышает затраты на выплату им компенсаций в случае исключения из состава ОС. Если значение целевой функции центра Φ^* на этом составе строго отрицательно, то это значит, что значения резервных заработных плат агентов из набора I' слишком велики по сравнению с тем эффектом, который приносит центру их участие в рассматриваемой ОС. •

Пример 6.3. Пусть функции затрат агентов имеют вид: $c_i(y_i) = y_i^2/2r_i$. Тогда $\Phi(I) = \sum_{i \in I} \{\frac{r_i}{2} - \overline{U}_{i_{\max}}\} - \sum_{i \in I' \setminus I} \overline{U}_{i_{\min}}$.

Рассмотрим сначала случай однородных агентов: $r_i = r$, $\overline{U}_{i_{\max}} = \overline{U}_{\max}$, $\overline{U}_{i_{\min}} = \overline{U}_{\min}$, $i \in I'$, $\overline{U}_{\min} \le \overline{U}_{\max}$. При этом

$$\Phi(n) = n\,(r/2 - \overline{U}_{\max} + \overline{U}_{\min}),\ n = \overline{0,|I'|}.$$

Решение задачи $\Phi(n) \to \max\limits_{0 \le n \le |I'|}$ имеет вид: $n^* = \begin{cases} |I'|, & r \ge 2\overline{U}_{\max} \\ 0, & r < 2\overline{U}_{\max} \end{cases}$.

Рассмотрим теперь случай шести неоднородных агентов, параметры которых приведены в таблице 6.1.

Таблица 6.1

Параметры агентов в примере 6.3

Параметр\ *i*	1	2	3	4	5	6
r_i	12	10	8	6	4	2
$\overline{U}_{i_{\max}}$	4	4	3	1	2	2
$\overline{U}_{i_{\min}}$	1	1	1	1	1	1
Φ_i^*	2	1	1	2	0	-1

Рассчитаем значения целевых функций центра при различных составах ОС (понятно, что при одинаковых $\overline{U}_{i_{\min}}$ включать агентов в ОС следует в порядке убывания Φ_i^*):

$$\Phi^*(\{1\}) = -3,\ \Phi^*(\{1\} \cup \{4\}) = 0,\ \Phi^*(\{1\} \cup \{2\} \cup \{4\}) = 2,$$
$$\Phi^*(\{1\} \cup \{2\} \cup \{3\} \cup \{4\}) = 4,\ \Phi^*(\{1\} \cup \{2\} \cup \{3\} \cup \{4\} \cup \{5\}) = 5,$$
$$\Phi^*(\{1\} \cup \{2\} \cup \{3\} \cup \{4\} \cup \{5\} \cup \{6\}) = 5.$$

Таким образом, оптимальным является либо максимальный состав ОС, либо включение первых пяти агентов (в таблице шестой агент помечен серым цветом). При этом центр безразличен по отношению к включению или не включению в состав ОС[1] шестого агента, так как для него имеет место $\Phi_6^* = -\overline{U}_{6_{\min}}$ – потери от его участия в ОС в точности равны той компенсации, которую центру пришлось бы выплачивать ему, не включая в состав ОС.

Предположим теперь, что «плата за участие в ОС» $\{\overline{U}_{i_{\max}}\}$ понизилась и стала равна нулю, а величины $\{\overline{U}_{i_{\min}}\}$ стали равны 3 – см. таблицу 6.2.

Таблица 6.2

Новые параметры агентов в примере 6.3

Параметр\ *i*	1	2	3	4	5	6
r_i	12	10	8	6	4	2
$\overline{U}_{i_{\max}}$	0	0	0	0	0	0
$\overline{U}_{i_{\min}}$	3	3	3	3	3	3
Φ_i^*	6	5	4	3	2	1

Вычислим значения критерия эффективности для различных составов:

$$\Phi^*(\{1\}) = -9,\ \Phi^*(\{1\}\cup\{2\}) = -1,\ \Phi^*(\{1\}\cup\{2\}\cup\{3\}) = 6,$$
$$\Phi^*(\{1\}\cup\{2\}\cup\{3\}\cup\{4\}) = 12,\ \Phi^*(\{1\}\cup\{2\}\cup\{3\}\cup\{4\}\cup\{5\}) = 17,$$
$$\Phi^*(\{1\}\cup\{2\}\cup\{3\}\cup\{4\}\cup\{5\}\cup\{6\}) = 21.$$

Теперь центру выгодно включать в состав ОС все шесть агентов. •

Рассмотрим теперь задачу формирования состава ОС в случае, когда центр использует унифицированную пропорциональную систему стимулирования (см. оценки эффективности и другие свойства пропорциональных систем стимулирования в разделе 5.1)

---

[1] *В подобных случаях, наверное, целесообразно принять гипотезу благожелательного отношения центра к агентам – включение агента в состав ОС* (*трудоустройство*)*, даже при обеспечении ему нулевого уровня полезности, является важным мотивирующим фактором.*

со ставкой оплаты[1] $\lambda < 1$. Тогда действия, выбираемые агентами, есть $y_i^* = \xi_i(\lambda)$, где $\xi_i(\cdot) = c_i^{\prime -1}(\cdot)$, $i \in I$.

Целевая функция центра, представляющая собой разность между линейным доходом (см. соответствующее предположение выше) и затратами на стимулирование, имеет при этом вид:

(6.9) $\Phi(y_I) = (1 - \lambda) \sum_{i \in I} \xi_i(\lambda)$.

Легко видеть, что $\xi_i(\cdot)$ – непрерывные возрастающие вогнутые функции, поэтому (6.9) также вогнутая функция. Следовательно, для каждого фиксированного состава ОС I существует единственная оптимальная с точки зрения центра ставка оплаты $\lambda^*(I)$. Другими словами, оптимальной будет следующая стратегия центра – либо включать в состав ОС всех агентов, либо никого.

Для того, чтобы уйти от полученного тривиального решения предположим, что у каждого агента существует свой резервный уровень заработной платы $\overline{U}_i$ (отметим, что речь идет о резервной заработной плате, а не соответствующей ей резервной полезности), то есть агент соглашается участвовать в ОС, только если его вознаграждение превышает резервную полезность. Таким образом, условие участия i-го агента имеет вид:

(6.10) $\lambda\, \xi_i(\lambda) \geq \overline{U}_i$, $i \in I$.

Обозначим λ_i – решение уравнения $\lambda\, \xi_i(\lambda) = \overline{U}_i$, $i \in I$, относительно λ, и упорядочим агентов в порядке возрастания λ_i. Значение целевой функции центра при включении в ОС первых k агентов равно:

(6.11) $\Phi(k) = (1 - \lambda_k) \sum_{i=1}^{k} \xi_i(\lambda_k)$, $k = \overline{1,|I'|}$.

Решение задачи синтеза оптимального состава ОС имеет вид: $I^* = \{1, 2, \ldots, k^*\}$, где

---

[1] *Так как функция дохода центра прямо пропорциональна действиям агентов, то использование ставок оплаты, больших единицы, приведет к отрицательным значениям целевой функции центра и ее убыванию по любым допустимым действиям агентов.*

(6.12) $k^* = \arg \max\limits_{k=1,|I'|} \Phi(k)$.

Таким образом, решение задачи оптимизации состава свелось к упорядочению агентов в порядке возрастания λ_i и определению такого их числа k^*, которое максимизировало бы целевую функцию центра (6.11).

Пример 6.4. Пусть примера 6.2 в условиях функции затрат агентов имеют вид: $c_i(y_i) = y_i^2 / 2r_i$, тогда $\xi_i(\lambda) = \lambda\, r_i$, $\Phi(y_I) = (1 - \lambda)\, \lambda \sum\limits_{i \in I} r_i$. Минимальные ставки оплаты, за которые соответствующие агенты согласятся участвовать в ОС, равны: $\lambda_i = \sqrt{\dfrac{\overline{U}_i}{2r_i}}$.

Если имеется всего пять агентов – претендентов на участие в ОС – с параметрами, приведенными в таблице 6.3, то $k^* = 4$, то есть оптимальным является состав ОС, включающий первые (в упорядочении λ_i) четыре агента. •

Таблица 6.3

Значения параметров агентов в примере 6.4

Параметр\ *i*	1	2	3	4	5
r_i	1	1	1	1	1
$\overline{U}_i$	0.6	0.7	0.75	0.8	0.9
λ_i	0.77	0.84	0.87	0.89	0.95
$\Phi(i)$	0.1746	0.2733	0.3481	0.3777	0.2434

Проведенный анализ задач формирования состава многоэлементных ОС с сепарабельными затратами агентов позволяет сделать вывод, что в этом классе моделей удается на основании имеющейся информации упорядочить агентов, и решать задачу определения оптимальной комбинации агентов на множестве N комбинаций, а не на множестве всех возможных 2^N комбинаций.

Откажемся от предположения о сепарабельности затрат. Тогда задача синтеза оптимального состава ОС примет вид:

(6.13) $I^* = \arg \max\limits_{I \subseteq I'} \Phi(I)$,

где

(6.14) $\Phi(I) = \max\limits_{y_I \in A_I} \sum\limits_{i \in I} \{y_i - c_i(y_I)\}$,

при условии, что $\Phi(I^*) \geq 0$[1].

Как отмечалось выше, при решении задач типа (6.13) возникают две основные проблемы: высокая вычислительная сложность (большое число составов ОС, для которых необходимо вычислять максимальные эффективности управления и сравнивать их между собой) и необходимость конструктивного определения затрат агентов в зависимости от состава ОС и действий всех агентов, входящих в этот состав. Рассмотрим пример, иллюстрирующий специфику сформулированной задачи.

Пример 6.5. Пусть агенты однородны и имеют следующие функции затрат ($|\alpha| \leq 1/n$):

(6.15) $c_i(y_I) = \dfrac{\left(y_i + \alpha \sum\limits_{j \in I \setminus i} y_j\right)^2}{2r}$, $i \in N$.

Если центр должен гарантировать каждому агенту уровень полезности $\overline{U}$, то оптимальной является квазикомпенсаторная система стимулирования (см. раздел 5.1), при использовании которой значение целевой функции центра равно:

(6.16) $\Phi(y_I) = g(n) \sum\limits_{i \in I} y_i - \sum\limits_{i \in I} c_i(y_I) - n\, \overline{U}$,

где $n = |I|$, $g(n)$ – множитель, отвечающий за убывание дохода центра с ростом числа агентов, включенных в состав ОС. Определим действия агентов, наиболее выгодные для центра: $y^* = \dfrac{rng(n)}{(1+\alpha(n-1))^2}$. Тогда зависимость целевой функции центра от числа n агентов, входящих в ОС, имеет вид:

(6.17) $\Phi(n) = \dfrac{n^2 g^2(n) r}{2(1+\alpha(n-1))^2} - n\, \overline{U}$.

Будем считать, что $\alpha < 0$, тогда при $g(n) = n^{-1/2}$ получаем, что

---

[1] Данное ограничение может не рассматриваться, если $\Phi(\varnothing) = 0$ и $\varnothing \subseteq I'$.

$$\Phi(n) = \frac{r}{2(1+\alpha(n-1))^2} - n\,\overline{U}\,.$$

Максимизируя $\Phi(n)$ по n, получаем оптимальный размер ОС. •

В заключение настоящего раздела рассмотрим модель оптимизации состава ОС, использующую приведенные в разделе 3.2 результаты экспериментального исследования индивидуальных стратегий предложения труда (см. также [6]).

Предположим, что задача заключается в определении состава ОС, осуществляющей производство некоторой продукции. Существует заказ на суммарный объем производства R; рыночная цена единицы продукции известна и равна λ. Также на рынке труда имеется множество I' агентов, способных производить требуемую продукцию с постоянной во времени интенсивностью δ. Набор I' потенциальных претендентов характеризуется долей агентов того или иного из четырех возможных типов. Обозначим n_1^0 – число претендентов первого типа (тип соответствует стратегии предложения труда), n_2^0 – число претендентов второго типа, n_3^0 – третьего типа и n_4^0 – четвертого типа. Очевидно, что выполнено

$$n_1^0 + n_2^0 + n_3^0 + n_4^0 = |I'|.$$

Предположим, что для каждого типа агентов известны: минимальный уровень резервной полезности $\overline{U}_i$, $i = \overline{1,4}$, который должен быть обеспечен ему центром в случае найма на работу, и одинаковая для всех типов минимальная ставка оплаты α_0.

Задача управления (формирования состава) заключается в выборе набора агентов $I \subseteq I'$ и установлении вектора ставок оплаты $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$ агентов различных типов таким образом, чтобы максимизировать прибыль ОС, равную

(6.18) $\Phi(\alpha, I) = \lambda R - \sum_{i\in I} [\alpha^i \tau^i(\alpha^i) + \overline{U}^i]$,

где α^i – ставка оплаты i-го агента, $i \in I$.

Формально, задача управления выглядит следующим образом:

(6.19) $\Phi(\alpha, I) \to \max\limits_{\alpha, I}$.

Состав I можно определить как число агентов каждого типа, включаемых в ОС, то есть $I = (n_1, n_2, n_3, n_4)$. Очевидно, что должно выполняться $n_i \le n_i^0$, $i = \overline{1,4}$. Пусть для агента каждого типа известна зависимость $\tau_i(\alpha_i)$, $i = \overline{1,4}$, желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты. Кроме этого, известно (см. третью часть настоящей работы), что $\forall\ \alpha \ge \alpha_0\ \tau_1(\alpha) = \tau_1$.

Обозначим $T = R / \delta$. Тогда задачу (6.19) можно записать в виде

(6.20) $$(\alpha_1\tau_1(\alpha_1)+\overline{U}_1)\, n_1 + (\alpha_2\tau_2(\alpha_2)+\overline{U}_2)\, n_2 + (\alpha_3\tau_3(\alpha_3)+\overline{U}_3)\, n_3 + (\alpha_4\tau_4(\alpha_4)+\overline{U}_4)\, n_4 \to \max_{(n_i \le n_i^0,\ \alpha_i \ge \alpha_0)_{i=1}^4}$$

при ограничении

(6.21) $n_1\ \tau_1 + \tau_2(\alpha_2)\, n_2 + \tau_3(\alpha_3)\, n_3 + \tau_4(\alpha_4)\, n_4 \ge T$.

Иногда к ограничению (6.21) добавляют ограничение

(6.22) $\tau_i(\alpha_i) \le 16,\ i \in I$,

которое в явном виде ограничивает максимальную продолжительность ежедневного рабочего времени каждого агента (см. раздел 1.4).

В задаче управления (6.20)-(6.22), помимо состава, ищется набор ставок оплаты, в общем случае каждая для своего типа агентов, то есть предполагается использование унифицированной системы стимулирования. Наряду с этим, существуют унифицированные системы стимулирования (УСС), в которых условия оплаты труда всех агенты одинаковы. В рассматриваемой модели унифицированность системы стимулирования означает, что ставка оплаты одинакова для агентов всех типов. Обозначая эту ставку α задачу формирования состава с УСС можно записать в следующем виде:

(6.23) $$(\alpha_1\ \tau_1(\alpha_1) + \overline{U}_1)\, n_1 + (\alpha\ \tau_2(\alpha) + \overline{U}_2)\, n_2 + (\alpha\ \tau_3(\alpha) + \overline{U}_3)\, n_3 + (\alpha\ \tau_4(\alpha) + \overline{U}_4)\, n_4 \to \max_{(n_i \le n_i^0)_{i=1}^4,\ \alpha \ge \alpha_0}$$

при ограничении

(6.24) $n_1\ \tau_1 + \tau_2(\alpha)\, n_2 + \tau_3(\alpha)\, n_3 + \tau_4(\alpha)\, n_4 \ge T$.

Обозначим K – оптимальное значение целевой функции (6.20), $K_{УСС}$ – оптимальное значение целевой функции (6.24). Очевидно, что всегда имеет место $K \ge K_{УСС}$.

Задача формирования состава системы (6.20)-(6.21) является достаточно сложной, так как в ней присутствует дискретная компонента. Тем не менее, задачи этого класса легко могут быть решены численно при не очень большом числе претендентов.

Рассмотрим пример, иллюстрирующий свойства сформулированных задач.

Пример 6.6. Пусть в состав ОС входят 10 человек, в том числе – три агента первого типа, четыре агента второго типа, два агента третьего типа и один типа четвертого типа (отметим, что распределение агентов по типам примерно соответствует приведенному в третьей главе настоящей работы). Выберем конкретные зависимости: $\tau_1 = 8$, $\tau_2(\beta_2) = 6 + 0.1\, \beta_2$, $\tau_3(\beta_3) = 9 - 0.05\, \beta_3$, $\tau_4(\beta_4) = \beta_4 / 2 - (\beta_4)^2 / 160$. Из условия монотонности дохода (для агентов третьего типа) получаем, что ставка оплаты не должны превышать *90*. Предположим, что $\alpha_0 = 20$, $T = 50$, $\overline{U}_i = 100$, $i \in I$. Решение задачи (6.20)-(6.22) представлено в таблице 6.4.

Таблица 6.4

Решение задачи (6.20)-(6.22) для примера 6.6

Тип агента	I	II	III	IV	ИТОГО
Ограничение на число агентов	3	4	2	1	10
Резервная полезность	100	100	100	100	
Минимальная ставка	20	20	20	20	
Ставка оплаты	20,00	25,52	20,00	30,60	
Число агентов	2	1	2	1	6
Время	16,00	8,55	16,00	9,45	50,00
Затраты	840,00	318,21	840,00	389,17	2387,38

Решение задачи (6.22)-(6.24) для рассматриваемого примера представлено в таблице 6.5.

Таблица 6.5

Решение задачи (6.22)-(6.24) для примера 6.6

Тип агента	I	II	III	IV	ИТОГО
Ограничение на число агентов	3	4	2	1	10
Резервная полезность	100	100	100	100	
Минимальная ставка	20	20	20	20	
Ставка оплаты	20,00	20,00	20,00	20,00	
Число агентов	2	2	2	1	7
Время	16,00	16,00	16,00	7,50	55,50
Затраты	840,00	840,00	840,00	250,00	2770,00

Отметим, что использование унифицированной системы стимулирования приводит к росту затрат – (см. таблицы 6.4 и 6.5), то есть потери превышают 16%.

При ограниченном множестве претендентов с ростом размера заказа оптимальным станет максимальный состав (то есть включающий всех претендентов). Например, при $T = 86$ решением задачи (6.22)-(6.24) будет максимальный состав со ставкой оплаты 34,07. •

Таким образом, в настоящей главе рассмотрены возможности использования результатов исследования моделей стимулирования при постановке и решении задач управления составом ОС. Перспективным направлением исследований представляется дальнейшее изучение свойств задач управления составом ОС, в том числе – нахождение максимально общих условий, при которых сложность задачи не будет быстро увеличиваться с ростом числа альтернатив.

ГЛАВА 7. Некоторые обобщения

Как отмечалось в первой главе, модель ОС определяется заданием, в частности, множеств допустимых действий участников ОС, их целевых функций и той информации, которой они обладают на момент принятия решений. В [18, 34, 78, 82] введена система классификаций задач управления в организационных системах и выделены следующие его типы (основание классификации – целенаправленно изменяемые компоненты управляемой системы):

- *институциональное управление* (изменение допустимых множеств);
- *мотивационное управление* (изменение целевых функций);
- *информационное управление* (изменение информации, которую агенты используют при принятии решений).

Задачи стимулирования, рассматриваемые в настоящей работе, относятся в основном к мотивационному управлению. Аспекты стимулирования, касающиеся институционального управления, кратко упоминаются ниже (см. раздел 7.1), роль информации в задачах стимулирования обсуждалась в [77] (см. также раздел 7.3), и останавливаться на ней подробно мы не будем.

В первых четырех главах рассматривались базовые модели стимулирования в ОС, характеризуемых:

- наличием одного агента;
- однократностью принятия решений участниками ОС;
- отсутствием неопределенных факторов;
- наличием одного центра[1];
- отсутствием коалиционного взаимодействия участников ОС.

В пятой и шестой главах описаны свойства задач стимулирования в многоэлементных ОС – содержащих один центр и нескольких агентов, то есть базовая модель первой главы была обобщена на многоэлементный случай (так называемая *двухуровневая ОС веерного типа*).

---

[1] *Кроме того, предполагалось, что предпочтения участников ОС описываются скалярными целевыми функциями* (*модели стимулирования с многокритериальными предпочтениями рассматривались в* [28, 80, 81]).

В настоящей главе на качественном уровне[1] обсуждаются результаты обобщения базовой модели стимулирования на случаи:

- ✓многократного принятия решений участниками ОС (*динамические организационные системы* – раздел 7.2);
- ✓наличия неопределенных факторов (*системы с неопределенностью* – раздел 7.3);
- ✓многоуровневой иерархической структуры (*иерархические системы* – раздел 7.4);
- ✓наличия нескольких центров, осуществляющих руководство одними и теми же агентами (*матричные структуры управления* или *ОС с распределенным контролем* – раздел 7.5);
- ✓*коалиционного взаимодействия* участников ОС (раздел 7.6);

7.1. Институциональное управление

В пятой главе настоящей работы при рассмотрении многоэлементных ОС по умолчанию использовалась гипотеза независимого поведения агентов – *глобальные ограничения* $A_{гл} \subseteq A'$, то есть ограничения на совместный выбор агентами действий отсутствовали, и каждый агент мог производить выбор своего действия независимо от других агентов (любой вектор действий являлся допустимым).

Можно выделить несколько методов учета глобальных ограничений, то есть методов сведения теоретико-игровых моделей с глобальными ограничениями на множества допустимых стратегий игроков к моделям, для которых имеет место гипотеза независимого поведения.

«Метод штрафов». Данный метод заключается в том, что в случае, когда вектор действий агентов оказывается вне множества $A_{гл}$ (то есть $y \notin A_{гл}$), целевые функции агентов считаются равными

[1] *Обобщения базовой модели стимулирования требуют использования достаточно громоздкого математического аппарата, поэтому в настоящей работе их специфика обсуждается качественно. Заинтересованный читатель может получить представление о сложных формальных моделях стимулирования из литературы, указанной в соответствующих библиографических ссылках.*

минус бесконечности (или достаточно большой отрицательной величине) – агенты штрафуются за нарушение ограничений [27, 80, 81]. Далее можно рассматривать игру с «новыми» целевыми функциями, в которой отсутствуют глобальные ограничения.

«Метод расширения стратегий». В исходной игре все агенты выбирают свои стратегии одновременно и независимо, не обмениваясь информацией с другими агентами[1]. Можно рассмотреть игру, в которой каждый из агентов делает предположения о выборе других агентов или их реакции на выбор им той или иной стратегии. В подобных играх используют более сложные, чем равновесие Нэша, концепции решения [37, 34, 82].

Существует несколько частных случаев, в которых учет глобальных ограничений производится «автоматически». Если у каждого из агентов имеется доминантная стратегия (или в игре существует единственное равновесие Нэша) и игра характеризуется полной информированностью, то каждый из агентов может вычислить доминантные стратегии всех остальных агентов (соответственно – точку Нэша). Если при этом вектор доминантных стратегий (или точка Нэша) удовлетворяют глобальным ограничениям, то проблем учета последних не возникает.

Если в методе штрафов и в методе расширения стратегий никак не оговаривалось наличие управления со стороны центра, то следующие два метода учета глобальных ограничений существенно используют управляющие возможности центра, в частности – в задаче стимулирования.

«Метод согласования». Основная идея метода согласования заключается в следующем (см. также первую главу). На первом шаге решения задачи управления (стимулирования) центр для каждого вектора действий, принадлежащего множеству A' (без учета глобальных ограничений) ищет допустимое управление, при котором данный вектор действий принадлежит множеству решений игры агентов. Результатом первого шага, например, в задаче стимулирования, является множество действий агентов, реализуе-

---

[1] *Возможность и целесообразность обмена информацией* (*информационное расширение игры*) *в играх с запрещенными ситуациями рассматривалась в работах* [27, 31, 57].

мых при данных ограничениях на систему стимулирования. Затем на втором шаге центр ищет множество действий агентов, которые, во-первых, реализуемы, во-вторых, удовлетворяют заданным глобальным ограничениям $A_{гл}$, и на которых достигается максимум его целевой функции. Таким образом, в методе согласования центр берет на себя всю нагрузку по обеспечению допустимости равновесия игры агентов.

«Метод изменения порядка функционирования». Выше предполагалось, что агенты выбирают (при известной стратегии центра) свои действия одновременно и независимо. Если центр как метаигрок может изменить порядок функционирования, то есть последовательность получения информации и выбора стратегий агентами, то, варьируя последовательность выбора стратегий агентами, можно существенно упростить задачу учета глобальных ограничений [76, 80, 81]. Еще раз подчеркнем, что возможность использования метода изменения порядка функционирования должна быть предусмотрена «правилами игры», то есть учтена в модели ОС.

Частным случаем управления ограничениями и ресурсами является управление «производственными цепочками», то есть набором агентов, взаимодействующих последовательно в силу технологических или причинно-следственных ограничений (примером в проектной деятельности является сетевой график, в процессной деятельности – вертикально интегрированные компании). Основное требование к управлению этим классом систем заключается в том, что оно должно обеспечивать выполнение технологических ограничений, что может достигаться, в частности, за счет того, что планы и стимулирование каждого агента должны побуждать его выбирать действия, обеспечивающие допустимость таких действий всех остальных агентов, которые приводят к требуемому результату их совместной деятельности [76, 80, 111].

Таким образом, можно сделать вывод, что традиционно стимулирование понимается как воздействие на интересы и предпочтения управляемых субъектов со стороны управляющих органов, то есть изменение их предпочтений (путем поощрений и/или штрафов) таким образом, чтобы сделать выгодным для агентов выбор действий и достижение результатов, требуемых центру. Другой аспект стимулирования как метода управления заключается в том, чтобы воздействовать на множества допустимых действий и ресурсы агентов (то есть управлять ограничениями и ресурсами, определяющими эти ограничения).

7.2. Динамические организационные системы

Интуитивно понятно, что при таком естественном обобщении простейшей базовой (статической) модели, как рассмотрение нескольких несвязанных периодов функционирования (в каждом из которых центр и агенты выбирают свои действия), задачу стимулирования удается декомпозировать на набор базовых задач. Трудности появляются при исследовании *динамических организационных систем* (ДОС) со связанными периодами функционирования. Методы и алгоритмы решения задачи синтеза оптимального механизма управления в этом случае характеризуются высокой структурной и вычислительной сложностью. Как правило, универсального подхода к аналитическому решению этого класса задач найти не удается. Однако, преодоление трудностей анализа оправданно, так как в динамических ОС присутствуют новые качественные свойства, отсутствующие в базовой модели (не говоря уже о том, что большинство реальных организационных систем функционирует в течении продолжительного времени и характеризуется относительной повторяемостью условий и самих фактов принятия решений). ДОС, функционирующие в течение длительного времени, существенно отличаются от статических: возможность долговременного сотрудничества, адаптации, пересмотра стратегий – все эти эффекты проявляются при переходе от статических моделей к динамическим.

Рассмотрим последовательно ряд моделей ДОС, ограничиваясь качественным обсуждением постановок задач и основных результатов.

Модель повторяющихся игр. Основная идея повторяющихся игр (см. [73, 138, 140, 166]) заключается в том, что при многократном повторении однопериодной игры удается добиться того, что выбор агентами индивидуально рациональных стратегий приводит к реализации рационального для всего коллектива исхода. В однопериодной игре это не всегда так: в общем случае, если используется некооперативная концепция равновесия (равновесие Нэша), то в однопериодной игре точка Нэша может оказаться неэффективной (по Парето [34, 73]) с точки зрения всех агентов. В то же время, может существовать оптимальный по Парето набор стратегий, который не является равновесным по Нэшу.

Многократное повторение рассматриваемой игры в некоторых случаях позволяет «оставить» агентов в Парето-оптимальной точке. Интуитивно понятно, что для этого нужно использовать механизм функционирования, который предотвращал бы отклонения, то есть, наказывал отклонившегося агента, причем наказывал настолько сильно, чтобы отклонение становилось невыгодным. Этой цели служит *стратегия наказания*[1]. Содержательно, качественное отличие повторяющихся (многопериодных) игр от «обычных» (статических, однопериодных) заключается в том, что наличие нескольких периодов повышает ответственность агентов за свои действия – если кто-то повел себя не так как следовало, то в следующих периодах он может быть наказан остальными агентами или центром (путем соответствующего стимулирования) за это отклонение.

Динамические задачи теории контрактов. Если предположить, что результаты деятельности агентов в различных периодах не связаны, агенты и центры недальновидны (не учитывают будущие периоды при принятии решений) и отсутствуют общие ограничения на целевые функции и допустимые множества различных периодов, то получится последовательность базовых моделей теории контрактов (см. раздел 1.2), каждая из которых может исследоваться независимо.

В случае наличия общих ограничений на целевые функции, допустимые множества, параметры механизма стимулирования и т.д., при несвязанных периодах функционирования, задача стимулирования в динамической организационной системе, по аналогии

---

[1] В задачах стимулирования стратегии наказания соответствует минимально возможное значение вознаграждения агента.

с задачей стимулирования в системе со слабо связанными агентами (см. раздел 5.1), может быть сведена к стандартной задаче условной оптимизации [73, 79].

Оба описанных выше случая представляются довольно тривиальными и редко встречаются на практике. В то же время, общего аналитического решения для динамической задачи стимулирования в теории контрактов получено не было – см. обзор [73].

Пересоглашение контрактов. Достаточно специфический класс моделей теории контрактов, обычно относимых к динамическим, составляют так называемые модели *пересоглашения контрактов*, кратко рассматриваемые ниже.

Наличие нескольких периодов функционирования, а также зависимость результата деятельности агентов от внешнего неопределенного фактора (состояния природы) – все это обуславливает возможность пересмотра условий контракта, что должно, естественно, предусматриваться механизмом функционирования. Захотят ли стороны, подписавшие контракт, получив новую информацию, пересматривать его условия; возможно ли создать контракт, устойчивый по отношению к перезаключению (renegotiation-proof contract)? Модели, в которых исследуются эти вопросы, рассматриваются в [17, 73, 79, 127, 129, 133, 139].

Следует отметить, что рассмотрение контрактов с пересоглашением имеет смысл только в системах с неопределенностью, в том числе – с вероятностной неопределенностью, когда результат деятельности агента определяется как его действием, так и реализацией некоторой случайной величины – состояния природы. В этом случае привлекательность контрактов с пересоглашением обусловлена тем, что они позволяют реализовывать один и тот же вектор действий агентов (даже в вероятностной ОС) с меньшими затратами центра, иногда равными затратам на стимулирование в соответствующей детерминированной ОС.

Рассмотрим одноэлементную ОС с вероятностной неопределенностью. Общепринятым в теории контрактов является следующий порядок функционирования: центр выбирает функцию стимулирования и сообщает ее агенту, агент выбирает действие, реализуется состояние природы (a priori, и центр, и агент знают лишь распределение его вероятностей), определяющее совместно с действием агента конкретное значение результата его деятельности; затем, в зависимости от результата деятельности, определяются значения целевых функций центра и агента.

Пересоглашение допускается в так называемой промежуточной (interim) фазе однопериодного контракта – когда действие уже выбрано, а результат деятельности еще не наблюдается.

Фактически, центр должен предложить агенту целое меню контрактов – каждый для определенного действия. Контракт является *защищенным от пересоглашения*, если он не перезаключается ни в одном из равновесий промежуточной стадии [73, 137, 139]. Перезаключение контракта как бы страхует агентов от последствий неблагоприятного для него результата деятельности, при «хорошем» действии.

Защищенным от перезаключения является контракт, принадлежащий множеству контрактов, удовлетворяющих условиям сообщения агентом в промежуточной стадии достоверной информации, условиям индивидуальной рациональности (выбираемое действие максимизирует ожидаемую полезность агента) и минимизирующий ожидаемые затраты центра на стимулирование.

Рассмотрим модель пересоглашения и попытаемся выяснить, какими преимуществами обладают системы стимулирования, предусматривающие возможность пересоглашения. Конкретизируем последовательность функционирования: центр и агент заключают начальный контракт; агент выбирает ненаблюдаемое для центра действие; центр получает от агента некоторую информацию о его действии; реализуется ненаблюдаемое участниками состояние природы; центр предлагает агенту новый контракт (возможно пересоглашение); реализуется наблюдаемый центром результат деятельности агента, в соответствии с начальным или новым контрактом (в случае, если пересоглашение произошло) определяются полезности участников.

Возможность пересоглашения не изменяет условия реализуемости действий ни в случае, когда они наблюдаются центром, ни в случае, когда они не наблюдаются. То есть, достоинство контрактов с пересоглашением не в том, что они имеют более широкое множество реализуемых действий. Их основное преимущество – снижение затрат на стимулирование по реализации фиксированного действия (эти затраты сводятся к затратам, соответствующим детерминированному случаю).

Прокомментируем это утверждение. Пусть необходимо реализовать некоторое действие. Тогда в равновесии ограничение индивидуальной рациональности должно быть существенным, агент выберет это действие, и центр может предложить ему перезаключить исходный контракт на другой контракт, в котором агент выбирает то же действие и получает ту же полезность, что и в исходном контракте, а затраты на стимулирование равны затратам агента по выбору реализуемого действия. Таким образом, если действие агента известно центру, и он имеет возможность предложить перезаключить контракт, то множество реализуемых действий остается таким же, как и при отсутствии возможности пересогласшения, но любое действие реализуется с детерминированными затратами. В частности, если носитель распределения результатов деятельности совпадает со всем множеством реализуемых действий, то затраты на реализацию любого действия, кроме нулевого, в вероятностном случае строго больше, чем в детерминированном [77]. Значит, в контрактах с пересогласшением значение целевой функции центра выше (а, следовательно, выше и эффективность системы стимулирования), чем в контрактах без пересогласшения.

Содержательно, в контрактах с пересогласшением, в силу *принципа открытого управления* (в системе с одним агентом для любого механизма существует неманипулируемый механизм не меньшей эффективности [7, 78, 87]), центр получает достоверную информацию о действиях, выбираемых агентом, и, следовательно, может стимулировать его за действие, а не за случайный результат деятельности. Стимулирование в этом случае не менее эффективно, то есть повышение эффективности при использовании контрактов с пересогласшением происходит за счет получения центром достоверной информации о действиях агента.

Приведенный результат позволяет сформулировать *принцип защищенности от пересогласшения* (renegotiation-proofness principle): в одноэлементной ОС с вероятностной неопределенностью и возможностью пересоглашения без потери общности можно ограничиться рассмотрением контрактов без пересоглашения, так как все стороны могут включить результаты и последствия использования пересоглашения в первоначальный контракт (ср. с формулировкой и доказательством принципа выявления [87, 153, 158, 159]).

К сожалению, приведенный результат справедлив только в одноэлементных ОС, так как в многоэлементных ОС утверждение о существовании для любого механизма эквивалентного неманипулируемого механизма не имеет места [87].

Итак, мы кратко описали пересоглашение контрактов в однопериодной модели, хотя, конечно, стадия пересоглашения может рассматриваться и как отдельный период, поэтому контракты с пересоглашением относят, как правило, к динамическим контрактам, хотя «полноценная» динамика в них отсутствует.

Действительно, в идеальной экономике все участники должны были бы заключать долговременные контракты, учитывающие все будущие возможности. Однако наличие неопределенности и недостаточная информированность на практике приводит к тому, что долгосрочные контракты без хеджирования [107] встречаются достаточно редко, так как трудно учесть все возможные будущие ситуации. В описанной выше модели агент сообщал информацию о своем действии, не зная, какова будет реализация состояния природы, т.е. в промежуточной стадии никто из агентов не имел большей информации о неопределенных факторах, чем первоначально. Новые задачи возникают в случае, когда агенты пересматривают условия взаимоотношений в динамике, по мере поступления новой информации (см., например, использование переоценки и прогноза в модели простого активного элемента [7]).

Задачи стимулирования в ДОС. Специфической характеристикой ДОС является возможность учета ее участниками будущих последствий принимаемых сегодня решений (*свойство дальновидности*)[1]. В первом приближении можно выделить ДОС с дально-

---

[1] *Участники ОС, ориентирующиеся при принятии решений только на текущее значение своего выигрыша (полезности, целевой функции и т.д.), называются недальновидными.*

видными и недальновидными участниками. Естественно, дальновидные участники могут по-разному учитывать будущие периоды (характеристика, отражающая способ учета будущего называется *распределением дальновидностей* (в теории игр и в экономике распределение дальновидностей описывается, как правило, дисконтирующими множителями).

Тесно связанным с распределением дальновидностей является свойство, отражающее последовательность выработки и сообщения управляющих воздействий. Если центр недальновиден и/или в каждом периоде вырабатывает и сообщает агентам управление, касающееся только данного периода, то такой режим управления называется *текущим*. Если центр до начала первого периода вырабатывает и сообщает агентам управления на все будущие периоды, то такой режим управления называется *программным*. Более гибкой конструкцией является *скользящий режим управления*, при котором центр в каждом периоде вырабатывает (с учетом вновь поступившей информации) и сообщает агентам управления на некоторое число будущих периодов. В случае скользящего управления следует различать *управление с обязательствами* (когда центр, сообщая агентам управления на несколько будущих периодов, берет на себя обязательство использовать в дальнейшем именно эти управления) и *управление без обязательств* (центр использует некоторое управление в текущем периоде, но не обязан в последующих периодах выбирать сообщенные ранее управления). Типичным практическим примером является временн*а*я неопределенность реализации принятых решений по изменению институциональной среды (законодательной базы и т.д.).

Таким образом, принципиальным отличием ДОС от динамических систем, являющихся объектом управления в рамках классической теории автоматического регулирования [101], является то, что в первых не имеет места полугрупповое свойство: в силу дальновидности ее участников и влияния их решений на несколько последующих периодов динамика ОС определяется не только текущим состоянием, но и (в общем случае достаточно длительной) предысторией (динамические модели управления ОС, в которых на текущий период влиял только предыдущий период, рассматривались в [31, 53]).

В [79] в качестве *базовых моделей ДОС* выделены:

- ДОС1 с текущим режимом управления;
- ДОС2 со скользящим режимом управления без обязательств;
- ДОС3 со скользящим режимом управления с обязательствами;
- ДОС4 с программным режимом управления.

Решение задачи стимулирования в ДОС, то есть обобщение принципов компенсации затрат (см. раздел 1.1) и декомпозиции игры агентов (см. раздел 5.1) на ДОС выглядит следующим образом [79]: оптимальной системе стимулирования соответствует компенсация центром в каждом периоде каждому агенту фактических затрат при условии, что и в текущем, и во всех предыдущих периодах, агент выбрал действия, совпадающие с планами. В противном случае стимулирование равно нулю (или минимально возможному, обеспечивающему резервную полезность). Оптимальная плановая траектория ищется центром как траектория, максимизирующая дисконтированную разность между суммарным (по все периодам) доходом и суммарными (по всем периодам и всем агентам) затратами всех агентов.

Интересно отметить возможность возникновения в ДОС *эффекта обмена ролями* [79], при котором более дальновидные, чем центр, агенты начнут играть роль «центра», навязывая «настоящему центру» будущие управления.

Результаты исследования ДОС, во-первых, свидетельствуют, что в общем случае возможны любые соотношения между эффективностями стимулирования в ДОС2 и ДОС3. Обозначим K_i – эффективность стимулирования в ДОСi, $i = \overline{1,4}$. Тогда справедлива следующая априорная оценка: $K_4 \geq \max \{K_2, K_3\} \geq K_1$ [79]. Во-вторых, они позволяют сравнивать различные режимы управлений по эффективности и, в частности, дать ответ на вопрос о том – в каких случаях взятие обязательств не снижает эффективности управления. Тем не менее, сам факт того, что наличие обязательств может приводить не только к не снижению, но и к повышению эффективности управления, представляется несколько удивительным и противоречащим здравому смыслу[1]. Качественное объяснение этого факта таково: так как в рассматриваемой модели ДОС неопределенность будущего заключается в полном незнании функций выигрыша вне горизонта дальновидности, то любое принятое решение может оказаться как эффективным, так и неэффективным с точки зрения значений функций выигрыша в некоторых будущих периодах. Для того чтобы исключить подобные явления необходимо вводить дополнительные предположения о «монотонности» функций выигрыша и др. [79].

7.3. Организационные системы с неопределенностью

В предыдущих главах настоящей работы построены оптимальные системы стимулирования в детерминированных одноэлементных и многоэлементных ОС, то есть в ОС, в которых центр и агенты обладают полной (и, следовательно, симметричной) информацией обо всех существенных внешних и внутренних параметрах. Напомним, что при этом оптимальна та или иная модификация компенсаторной системы стимулирования, причем ключевыми (на этапе согласования) являются две идеи: идея декомпозиции игры агентов (специфичная для многоэлементных ОС – см. пятую главу) и идея компенсации затрат (которая оказалась эффективной как в одноэлементных – см. первую главу, так и в многоэлементных ОС – см. пятую главу). Имея результаты исследования задач стимулирования в детерминированных многоэлементных ОС, можно переходить к исследованию этих задач в ОС с неопределенностью.

Задачи стимулирования в одноэлементных ОС с неопределенностью подробно описаны в монографии [77], в многоэлементных ОС – в монографии [80]. Перечислим кратко основные используемые в упомянутых работах подходы и полученные результаты.

Одним из оснований классификации ОС с неопределенностью является информированность участников. Можно выделить ОС с

[1] *Противоречие возникает с точки зрения центра. С точки зрения агентов предсказуемость поведения центра (стабильность условий и т.д.) может оцениваться позитивно.*

симметричной (одинаковой) и *асимметричной информированностью* участников (в первую очередь важно определить различия в информированностях агентов и центра), а также на *детерминированные ОС* и *ОС с неопределенностью*. В свою очередь ОС с неопределенностью могут классифицироваться по следующим основаниям.

Тип неопределенности: *внутренняя неопределенность* (относительно параметров самой ОС), для внутренней неопределенности – относительно целевых функций, допустимых множеств или и того, и другого; *внешняя неопределенность* (относительно параметров окружающей среды, то есть внешних по отношению к ОС) и *смешанная неопределенность* (для части участников ОС – внутренняя, для других – внешняя; или обоих типов);

Вид неопределенности: *интервальная* (когда участнику ОС известно множество возможных значений неопределенного параметра), *вероятностная* (известно вероятностное распределение – *вероятностные ОС*) и *нечеткая* (известна функция принадлежности – *нечеткие ОС*) *неопределенность*, а также *смешанная неопределенность* (все возможные комбинации перечисленных видов неопределенности для различных участников).

Таким образом, ОС, функционирующие в условиях неопределенности, могут быть классифицированы по: информированности участников (симметричная и асимметричная), типу неопределенности (внутренняя и внешняя) и виду неопределенности (интервальная, вероятностная и нечеткая). Перечисляя все возможные комбинации значений признаков классификации по этим основаниям, получаем двенадцать[1] базовых моделей ОС с неопределенностью, которые подробно исследованы в [77].

Результаты систематического исследования задач стимулирования в ОС с неопределенностью свидетельствуют о том, что возможен единый методологический подход к решению задач анализа и синтеза систем стимулирования. Несмотря на многооб-

---

[1] *При переносе описанной системы классификаций на многоэлементные ОС с неопределенностью следует помнить, что каждый их участников ОС может обладать различной информированностью, то есть в многоэлементных ОС в общем случае имеет место смешанная неопределенность.*

разие изучаемых моделей, используемый подход заключается в единообразии их описания, общности технологии и техники исследования, причем последняя основывается, как и детерминированная теория (см. первую и пятую главы), на изучении множеств реализуемых действий и минимальных затрат на стимулирование. Поясним последнее утверждение, приведя описание, технологию и технику построения и исследования моделей механизмов стимулирования в многоэлементных ОС с различными типами и видами неопределенности.

После описания модели, то есть задания в соответствии с введенными в первой главе параметрами модели класса исследуемых ОС, определяется рациональное поведение агентов: на основании известных предпочтений агентов на множестве результатов деятельности и/или действий (эти предпочтения зависят от используемого центром механизма управления) и имеющейся информации о неопределенных факторах (взаимосвязи между действиями агентов и результатами его деятельности) определяются предпочтения агентов на множестве его стратегий (действий и/или сообщаемых оценок).

В случае интервальной неопределенности этот переход (*устранение неопределенности*) осуществляется с использованием принципа максимального гарантированного результата (МГР), в случае вероятностной (нечеткой) неопределенности целевая функция агента на множестве результатов его деятельности совместно с распределением вероятностей (нечеткой информационной функцией) индуцирует на множестве допустимых стратегий целевую функцию – ожидаемую полезность (индуцированное нечеткое отношение предпочтения (НОП) и т.д.) [34, 77, 78]. Множество выбора (решений игры) при заданном множестве стратегий и предпочтениях агентов, выражаемых, например, его целевой функцией, НОП и т.д., определяется следующим стандартным образом.

В одноэлементных ОС считается, что агент выбирает одно из действий, максимизирующих его целевую функцию (ожидаемую полезность), или максимально недоминируемое по индуцированному нечеткому отношению предпочтения допустимое действие. В многоэлементных ОС считается, что вектор стратегий, выбираемых агентами, принадлежит множеству равновесий (равновесий Нэша, равновесий в доминантных, гарантирующих или других стратегиях – в зависимости от используемых гипотез и принятой в рассматриваемой модели концепции равновесия [34]).

В случае если множество выбора состоит более чем из одного элемента, необходимо доопределить однозначно (используя гипотезу благожелательности (ГБ) или МГР) выбор агентов. Этот выбор будет зависеть от механизма управления, эффективность которого задается значением целевой функции центра на множестве выбора агентов (если предпочтения центра зависят от неопределенных параметров, то необходимо найти его детерминированную систему предпочтений).

Имея критерий сравнения эффективностей различных систем стимулирования на их допустимом множестве, задача синтеза в ОС с неопределенностью (и в детерминированных ОС – см. выше) формулируется следующим образом: найти допустимую систему стимулирования, имеющую максимальную эффективность.

Техника доказательства большинства формальных результатов использует анализ множества реализуемых действий – тех действий агентов, которые он выбирает (гарантированно или по ГБ) при заданной системе стимулирования. Критерий сравнения различных систем стимулирования по эффективности может быть сформулирован в терминах множеств реализуемых действий: чем «шире» множество действий, реализуемых системой стимулирования, тем в рамках ГБ выше ее эффективность (двойственным подходом является сравнение минимальных затрат на стимулирование по реализации фиксированного действия). Поэтому оптимальная система стимулирования (точнее – их класс) имеет максимальное множество реализуемых действий. Следовательно, для того, чтобы доказать оптимальность некоторого класса систем стимулирования достаточно показать, что не существует другой допустимой системы стимулирования, имеющей большее множество реализуемых действий. Этот подход оказывается плодотворным не только при доказательстве оптимальности тех или иных систем стимулирования, но и при исследовании свойств решения, влияния неопределенности и т.д.

Помимо метода анализа множеств реализуемых действий существует альтернативный подход – метод анализа минимальных затрат центра на стимулирование, заключающийся в определении для каждого допустимого вектора действий агентов системы стимулирования, реализующей этот вектор как решение (желательно, единственное!) игры агентов и требующей от центра минимальных затрат по вознаграждению агентов. Оптимальным при этом является класс систем стимулирования, реализующих любой вектор действий с минимальными затратами центра. Метод анализа минимальных затрат на стимулирование «проще» метода анализа множеств реализуемых действий в том смысле, что при его использовании на втором этапе решения задачи стимулирования центр определяет оптимальное с его точки зрения реализуемое действие, то есть производит выбор элемента множества A', на котором достигается максимум его скалярной функции (разности между функцией дохода и суммарными затратами на стимулирование), а не выбирает из множества M (являющегося подмножеством пространства кусочно-непрерывных функций) функцию, доставляющую максимум критерию эффективности стимулирования.

В многоэлементных ОС для «сведения» задачи стимулирования к набору одноэлементных задач используется описанная в пятой главе настоящей работы идея декомпозиции игры агентов.

В качестве иллюстрации использования единства предложенного подхода сформулируем, следуя идеологии, развиваемой в [77], общую для всех моделей ОС с неопределенностью (одноэлементных и многоэлементных) последовательность их исследования, включающую следующие этапы:

1. Описание модели: состава ОС, ее структуры, определение целевых функций и допустимых множеств, их свойств, а также порядка функционирования и информированности участников ОС;

2. Определение рационального поведения агентов в рамках рассматриваемой модели: задание процедуры (метода) устранения

неопределенности и рационального выбора агентов (определение множества реализуемых действий);

3. Определение эффективности механизма стимулирования и формулировка, собственно, задачи синтеза оптимальной системы стимулирования;

4. Решение задачи синтеза: поиск аналитического решения и/или разработка алгоритмов численного решения задачи и исследование их свойств: сходимости, сложности и т.д.;

5. Нахождение необходимых и достаточных условий оптимальности;

6. Анализ оптимального решения:

а) свойства оптимального решения, множеств реализуемых действий и минимальных затрат на стимулирование, содержательные интерпретации;

б) влияние неопределенности на эффективность и свойства оптимального механизма стимулирования;

в) влияние параметров модели и определения рационального поведения на эффективность и свойства оптимального механизма стимулирования, в том числе – анализ устойчивости оптимального решения;

7. Исследование частных случаев (при усилении предположений и допущений о параметрах и свойствах модели ОС) и возможностей обобщения (соответственно, при ослаблении);

8. Исследование устойчивости решений и адекватности модели моделируемой системе.

9. Внедрение результатов моделирования: идентификация ОС, корректировка модели, разработка рекомендаций по практическому использованию, создание вычислительных средств, автоматизированных систем поддержки принятия решений и имитационных моделей.

Результаты теоретического исследования задач стимулирования в ОС с неопределенностью, а также конкретные вводимые при этом предположения приведены в [77, 80].

Отдельного обсуждения заслуживает влияние неопределенности на эффективность управления ОС, так как возможность использования единого подхода к анализу базовых моделей механизмов управления (стимулирования) в ОС с различными типами и видами неопределенности позволяет сделать ряд общих выводов о роли неопределенности в управлении ОС. Все задачи стимулирования в ОС с неопределенностью, рассматриваемые в теории управления, удовлетворяют *принципу соответствия*[1]: при предельном переходе («стремлении» неопределенности к «нулю») они переходят в детерминированные ОС, а их оптимальные решения – в оптимальные решения соответствующих детерминированных задач стимулирования.

Принципу соответствия удовлетворяет также большинство выводов о влиянии неопределенности на эффективность стимулирования, причем, что представляется крайне важным, опять же, общей является следующая технология анализа роли неопределенности в ОС с неопределенностью. Для двух ОС, отличающихся либо множеством значений неопределенного фактора, либо той информацией, которую имеют о нем участники ОС, вводится критерий сравнения «величин» неопределенности, с одной стороны учитывающий специфику задачи, а с другой – согласованный с известными мерами неопределенности (например – энтропией и т.д.) [77]. Далее показывается, что в ОС с большей неопределенностью множество действий агентов, реализуемых любой допустимой системой стимулирования, не шире (шире), чем в ОС с меньшей неопределенностью, что позволяет сделать вывод о сравнительной эффективности оптимальных систем стимулирования в этих ОС. Альтернативный способ – сравнение минимальных затрат центра на стимулирование: если для любого вектора действий агентов в ОС с большей неопределенностью затраты центра по его реализации выше, чем в ОС с меньшей неопределенностью, то эффективность стимулирования в первом случае не ниже, чем во втором.

---

[1] *Принцип соответствия может быть сформулирован и для задач стимулирования в многоэлементных ОС. Например, если в многоэлементной модели предположить, что затраты сепарабельны, то все результаты должны перейти в соответствующие результаты, полученные для одноэлементных моделей. Отметим, что с этой точки зрения для моделей, описанных в пятой главе настоящей работы, принцип соответствия имеет место.*

Для всех задач стимулирования, независимо от типа и вида неопределенности, справедливы следующие выводы: гарантированная эффективность стимулирования в ОС с неопределенностью не выше, чем в детерминированной ОС, причем с ростом неопределенности эффективность стимулирования уменьшается, а с уменьшением неопределенности – возрастает и стремится к аналогичному показателю для соответствующей детерминированной ОС.

Величина неопределенности связана с информированностью участников: чем большей информацией обладает центр и/или агенты, тем меньше неопределенность. В большинстве известных моделей считается, что участники ОС, обладая на момент принятия решений некоторой информацией, могут использовать эту информацию и только ее, то есть возможность получения дополнительной информации отсутствует (использование механизмов с сообщением информации от агентов центру [78, 87] не является исключением: несмотря на то, что центр получает новую информацию, он получает ее после выбора процедуры планирования, причем сам факт обмена информацией изначально заложен в механизме функционирования). Такой порядок функционирования достаточно распространен на практике. Однако встречаются ситуации, в которых участники ОС имеют возможность до принятия решения целенаправленно получать информацию от «окружающей среды» или от других участников системы, причем в большинстве случаев для получения этой информации необходимы некоторые финансовые или какие-либо другие затраты.

Механизмы управления, в которых участники ОС имеют возможность за плату приобрести информацию, получили название *механизмов с платой за информацию* [77]. При использовании механизмов с платой за информацию имеют место две противоположные тенденции. С одной стороны, получение дополнительной информации может повысить эффективность управления. С другой стороны, часть средств, потраченная на приобретение информации, уменьшает доход участника ОС или его возможности по управлению, что может привести к снижению эффективности управления. Если точность и количество поступающей информации монотонно связаны с затратами на ее получение, то, очевидно, существует некоторый оптимум – компромисс между снижением эффективности, вызванным уменьшением управляющих возможностей, и ее ростом, обусловленным большей информированностью. При этом не исключается, что возможны ситуации, в которых приобретать дополнительную информацию вообще не имеет смысла (плата слишком высока) – концепция рационального невежества, или наоборот, оказывается целесообразным полное устранение неопределенности.

Существенной чертой механизмов с платой за информацию является добровольность ее приобретения: каждый из участников ОС вправе самостоятельно решать, приобретать ли ему дополнительную информацию и в каком объеме. Понятно, что, в принципе, приобретать информацию могут как центр, так и агенты. Важно также различать, у кого приобретается информация – у третьих лиц, не входящих в состав ОС, или у участников самой ОС. Так, например, возможны механизмы с сообщением информации в ОС, в которых центр может, заплатив агентам определенную сумму, например, уменьшить диапазон возможных (неизвестных для него) значений неопределенного параметра, а затем использовать механизм планирования уже в условиях меньшей неопределенности. Задача манипулирования [87] при этом все равно возникает, однако, следует учитывать, что плата за информацию может изменить значения целевых функций агентов.

Для получения ответа на вопрос, целесообразно ли использование механизмов с платой за информацию, и определения оптимальной величины этой платы, необходимо в каждом конкретном случае: определить зависимость информированности участников ОС от величины платы за информацию; найти соотношение между эффективностью управления и информированностью участников (величина платы за информацию выступает при этом как параметр); вычислить величину платы за информацию, максимизирующую эффективность управления.

Таким образом, на сегодняшний день имеются единые методологические подходы (и полученные в рамках этих подходов конструктивные результаты) к исследованию как одноэлементных, так и многоэлементных ОС с неопределенностью. Полное и систематическое исследование всех (потенциально возможных) моделей многоэлементных ОС с неопределенностью не представляется актуальной на сегодняшний день задачей по следующим причинам. Во-первых, многообразие этих моделей слишком велико. Во-вторых, отличаются эти модели не столь сильно: из результатов [77, 80] и настоящей работы видно, что все модели стимулирования имеют много общего, как в описании, так и в методах их исследования; кроме того, имеется единый подход к анализу задач стимулирования в условиях неопределенности. Следовательно, можно предположить, что в первом приближении при исследовании той или иной конкретной модели многоэлементной ОС с неопределенностью можно ограничиться адаптированным применением упомянутых подходов.

7.4. Иерархические организационные системы

С одной стороны, во многих основополагающих работах по теории управления организационными системами подчеркивается необходимость исследования иерархических многоуровневых ОС [7, 16, 17, 27 и др.], а с другой стороны подавляющее большинство исследований формальных моделей ограничивалось веерными структурами. Одним из общепринятых объяснений концентрации внимания исследователей на двухуровневых моделях является возможность декомпозиции иерархической ОС на набор взаимосвязанных элементарных «блоков» – двухуровневых систем, для которых применимы, в частности, все приведенные в настоящей работе результаты исследования задач стимулирования. В то же время, очевидно, что многоуровневые (трех- и более уровневые) системы обладают рядом качественно новых свойств, отсутствующих в двухуровневых ОС.

Проведенное в [74] исследование позволило выявить ряд специфических эффектов, действие которых обусловлено наличием в многоуровневых ОС следующих факторов:

-*фактор агрегирования*, заключающийся в агрегировании (то есть «свертывании», «сжатии» и т.д.) информации об участниках системы, подсистемах и т.д. по мере увеличения роста уровня иерархии. Наличие агрегирования информации является характерной особенностью иерархических систем управления – если бы каждый управляющий орган на каждом из уровней обладал одинаково полной информацией (а также одинаковыми целями и одинаковыми правами по принятию решений), то сама иерархия была бы бессмысленна. Наличие агрегирования позволяет снизить информационную нагрузку, с одной стороны – на управляющие органы (при движении информации «снизу вверх»), а с другой стороны – на управляемые субъекты (например, за счет централизованной обработки «общей» для всех участников нижних уровней информации об окружающей среде или о результатах деятельности «соседних» подсистем – см. описание фактора неопределенности). Так, например, руководитель крупной организации может не иметь (точнее, не может и не должен иметь) детальной информации о том, чем в каждый конкретный момент времени занят каждый из сотрудников; командующий армией во время боевых действий не знает, в каком окопе находится тот или иной боец и т.д.;

-*экономический фактор*, заключающийся в изменении финансовых, материальных, организационных и др. ресурсов системы при изменении состава участников системы, обладающих собственными интересами (управляемых элементов, промежуточных управляющих органов и т.д.). Изменение эффективности управления за счет привнесения или потребления ресурсов при изменении элементного состава организационной системы имеет место и в двухуровневых системах. Например, добавление нового управляемого субъекта может расширить возможности системы и, наряду с этим, увеличить затраты на поддержание ее деятельности. Таким образом, в общем случае экономический фактор отражает баланс ресурсов (условно – доходов и затрат) в задачах формирования состава системы (см. шестую главу настоящей работы). В рамках многоуровневых систем, в основном, влияние оказывает составляющая этого фактора, обусловленная введением дополнительных уровней управления.

Так, например, введение в организации нового промежуточного уровня иерархии с одной стороны может улучшить координацию деятельности подчиненных, а с другой стороны – может потребовать дополнительных затрат на содержание возросшего по численности административно-управленческого персонала. Наряду с этим, иногда введение дополнительных уровней управления может только ухудшить координацию деятельности подчиненных, например, за счет увеличения времени принятия решений;

-*фактор неопределенности*, заключающийся в зависимости информированности участников системы о существенных внутренних и внешних параметрах их функционирования от используемого механизма управления (последовательности функционирования и т.д.). Существование этого фактора обусловлено тем, что в организационных системах участники верхних уровней иерархии, в составе управленческой функции осуществляют еще и информационную функцию, регулируя информационные потоки между починенными, в том числе – «замыкая» через себя обмен информацией (быть может, в агрегированном виде) между отдельными управляемыми субъектами, а также между управляемыми субъектами и окружающей средой, тем самым, с одной стороны, увеличивая их информированность, а с другой – снижая перерабатываемые ими объемы информации (см. фактор агрегирования и информационный фактор). Так, например, введение механизма (или создание специального органа) оперативного обмена информацией между подсистемами о текущих внешних условиях и результатах их собственной деятельности (внутренних условиях) может позволить им более точно прогнозировать возможности достижения целей и, соответственно, принимать решения о необходимых корректировках технологии деятельности и т.д. При описании фактора неопределенности следует иметь в виду, что даже при одинаковой информированности субъективные оценки ситуации и альтернативных решений у различных участников могут отличаться достаточно сильно.

-*организационный фактор*, заключающийся в изменении отношения власти[1], то есть в выделении метаигроков – таких участников ОС, которые обладают возможностью устанавливать «пра-

---

[1] *«Власть – ... способность оказывать определяющее воздействие на деятельность, поведение людей»* – [106, *С. 85*].

вила игры» для других участников. Именно наличие метаигрока (управляющего органа) является принципиальным отличием одноуровневой ОС от многоуровневой (то есть двух-, трех – и более уровневой). Так, например, иногда именно введение над набором «равноправных» агентов управляющего органа, играющего роль «арбитра» и обладающего правом поощрять или наказывать агентов, позволяет последним придти к взаимовыгодному компромиссу;

-*информационный фактор*, заключающийся в изменении информационной нагрузки на участников ОС. Именно объективно ограниченная способность участников организационных систем по переработке информации традиционно считается условием, порождающим иерархию, то есть порождающим разделение функций (см. фактор агрегирования и фактор неопределенности). Так, например, сокращение одного промежуточного уровня управления может увеличивать количество информации о деятельности подчиненных, которое должно перерабатываться на вышестоящем уровне и т.д.

Разделение фактора неопределенности и информационного фактора обусловлено следующей причиной: если фактор неопределенности отражает требование необходимости *обладания субъектом определенной информацией* для успешного осуществления своей деятельности, то информационный фактор отражает *возможности субъекта по обработке этой информации*.

В заключение настоящего раздела подчеркнем, что для сложных ОС характерно наличие *сетевого взаимодействия* участников, признаком которого является потенциальная возможность каждого из них выступать в роли центра или агента, или одновременно и в роли центра, и в роли агента (при взаимодействии с различными участниками) [76]. При этом критерием отнесения конкретного участника ко множеству управляющих органов или ко множеству управляемых субъектов является его приоритет в последовательности выбора стратегий и возможность выбирать в качестве своей стратегии «функцию» от стратегий игроков, имеющих более низкий приоритет (то есть с теоретико-игровой точки зрения иерархическая структура ОС порождается фиксацией последовательности выбора стратегий и информированности участников). Фактическая роль конкретного участника определяется двумя факторами. Первый фактор заключается во влиянии имеющегося отношения власти, то есть институциональной возможности определенного участника выступать в той или иной роли. Второй фактор заключается в целесообразности (эффективности) этой роли, как с точки зрения самого участника, так и с точки зрения других участников и целей ОС в целом. Подробно задачи стимулирования в моделях сетевого взаимодействия исследовались в [76].

7.5. Матричные структуры управления

Во многих реальных системах один и тот же агент оказывается подчинен одновременно нескольким центрам, находящимся либо на одном, либо на различных уровнях иерархии. Первый случай называется *межуровневым взаимодействием*, второй – *распределенным контролем*.

Межуровневое взаимодействие. Анализ моделей межуровневого взаимодействия [74, 81] свидетельствует, что двойное подчинение агента управляющим органам, находящимся на различных уровнях иерархии, оказывается неэффективным. Косвенным подтверждение этой неэффективности является известный управленческий принцип «вассал моего вассала – не мой вассал». Поэтому с нормативной точки зрения каждый агент должен быть непосредственно подчинен только своему непосредственному «начальнику» – управляющему органу, находящемуся на следующем (и только на следующем) более высоком уровне иерархии.

Возникает закономерный вопрос: почему в реальных организационных системах наблюдаются эффекты межуровневого взаимодействия? Дескриптивное (без учета нормативной структуры взаимодействия участников и институциональных ограничений) объяснение таково. Обычно предполагается (см. предыдущий раздел и [74]), что потери эффективности могут возникать только из-за факторов агрегирования, декомпозиции задач управления и недостаточной информированности центра об агентах. Если же присутствуют, в частности, информационные ограничения на промежуточном уровне – например, количество информации, которое должен переработать управляющий орган некоторой подсистемы, превосходит его возможности – то часть функций управления (быть может, в агрегированном виде) вынужденно передается на более высокий уровень. Проще говоря, основной причиной наблюдаемого на практике межуровневого взаимодействия, как правило, является некомпетентность (в объективном, а не негативном, смысле этого слова) промежуточного центра. Поэтому, с одной стороны, при решении задач синтеза организационной, функциональной, информационной и других структур ОС априори следует допускать возможность межуровневого взаимодействия, стремясь, тем не менее, избежать его, насколько это возможно. С другой стороны, наличие межуровневого взаимодействия в реальной ОС косвенно свидетельствует о неоптимальности ее функционирования и должно послужить руководителю сигналом о необходимости пересмотра структуры, а иногда и состава, системы.

В то же время, двойное подчинение агентов центрам одного и того же уровня зачастую неизбежно. Примером являются матричные структуры управления, для которых распределенный контроль является характерной чертой.

Распределенный контроль. Специфической чертой матричных структур управления (МСУ), характерных для проектно-ориентированных организаций (см. пример МСУ в разделе 7.6), является подчиненность одного и того же агента одновременно нескольким центрам одного уровня иерархии, функции которых могут быть различными (координирующая, обеспечивающая, контролирующая и т.д.). При этом центры, осуществляющие управление агентом, оказываются вовлеченными в «игру», равновесие в которой имеет достаточно сложную структуру. В частности можно выделить два устойчивых режима взаимодействия центров – режим сотрудничества и режим конкуренции.

В *режиме сотрудничества* центры действуют совместно, что позволяет добиваться требуемых результатов деятельности управляемого агента с использованием минимального количества ресурсов.

В *режиме конкуренции*, который возникает, если цели центров различаются достаточно сильно, ресурсы расходуются неэффективно.

Переход от режима конкуренции к режиму сотрудничества требует согласования интересов центров, что может осуществляться управляющими органами более высоких уровней иерархии методами стимулирования. Другими словами, в многоуровневых системах для обеспечения эффективного функционирования системы в целом каждый более высокий уровень иерархии должен осуществлять согласование своих интересов и интересов всех нижележащих агентов, в том числе – путем выбора соответствующей системы стимулирования. Подробно модели распределенного контроля и матричных структур управления рассмотрены в [28, 32, 33, 47, 81].

7.6. Организационные системы с коалиционным взаимодействием участников[1]

Кооперативные игры. Людям часто приходится действовать в условиях конфликта, когда их интересы в той или иной степени вступают в противоречие с интересами других людей. В *теории игр* – разделе математики, исследующем подобные ситуации, конфликт называется игрой, а его участники – игроками [34]. Изучение решений, принимаемых людьми в конфликтных ситуациях, предсказание того или иного *исхода*, разрешающего конфликт, сталкивается с той трудностью, что, в отличие от моделей индивидуального принятия решений, при описании игры невозможно оставаться на позиции только одного из игроков – приходится не меньше внимания уделять поведению каждого из участников конфликта, интересы и действия которого могут повлиять на исход.

В настоящее время в теории игр считается, что возможными исходами конфликтов являются *равновесные* ситуации (наборы действий игроков), обладающие той или иной *устойчивостью* относительно отклонений игроков от равновесных действий, при-

---

[1] *Настоящий раздел написан М.В. Губко.*

чем термин «устойчивость» можно понимать по-разному. Таким образом, предметом теории игр является формальное математическое описание различных принципов устойчивости, исследование их свойств и предсказание на их основе поведения людей в условиях реальных конфликтов.

В настоящее время в теории игр не существует единой концепции равновесия, *решения игры*. Существующие же концепции решения можно разбить на два основных класса, основанные на существенно различных предположениях о возможностях игроков. Это – *некооперативные* модели, в которых считается, что игроки планируют свои действия (формально говоря, *выбирают свои стратегии*) независимо друг от друга, и *кооперативные модели*, основным предположением в которых является способность игроков к переговорам, согласованным действиям и даже к перераспределению между собой выигрыша, полученного в результате совместных действий.

Основной концепцией решения в теории некооперативных игр является *равновесие Нэша*. Смысл его сводится к тому, что некоторый исход игры будет равновесным тогда и только тогда, когда любой из игроков не может улучшить своего положения (*выигрыша*), отклоняясь от своего равновесного действия – см. раздел 5.1. Можно сказать, что равновесная по Нэшу ситуация устойчива относительно отклонений от нее отдельных игроков. В условиях некооперативной модели, когда каждый игрок выбирает свое действие независимо от других, подобное требование действительно обеспечивает устойчивость равновесного исхода. Однако в кооперативной модели это уже не так, ведь в подобных моделях игроки обладают способностью к совместным действиям, и если никакой игрок в одиночку и не может выиграть, отклоняясь от равновесия Нэша, то зачастую это под силу группе игроков – *коалиции*. Таким образом, требования к равновесной ситуации необходимо расширить, включив в них устойчивость не только по индивидуальным отклонениям, но и по отклонениям любой коалиции игроков, что приводит к концепции *сильного равновесия Нэша* [34, 158]. Оказывается, однако, что требования к сильно равновесным ситуациям настолько жесткие, что во многих реальных конфликтах сильных равновесий Нэша не оказывается вовсе! Таким образом, изучение подобных конфликтов в рамках кооперативной модели требует уже более тонкого понятия равновесия.

Исследование несколько упрощается в том случае, когда игроки могут передавать друг другу свои выигрыши, например, если выигрыши имеют денежный эквивалент. В этих условиях обычно имеется единственная игровая ситуация (единственный набор действий игроков), которая обеспечивает максимальный суммарный выигрыш всех игроков. Очевидно, что стремление к реализации именно этой оптимальной ситуации должно быть рациональным поведением игроков. Однако отдельного исследования требует коалиционная устойчивость оптимальной ситуации, то есть устойчивость относительно **коалиционного поведения**, а также способы распределения максимального суммарного выигрыша между игроками.

Для достижения оптимального исхода требуются согласованные действия всех игроков, образование ими *максимальной коалиции*. При этом для обеспечения устойчивости максимальной коалиции возможные сепаратные действия любой группы игроков должны уравновешиваться *угрозой* со стороны оставшихся: при любой попытке группы игроков отсоединиться от максимальной коалиции оставшиеся игроки могут изменить свои действия таким образом, чтобы совокупный выигрыш отклонившихся игроков был меньше, чем их совокупный выигрыш в максимальной коалиции.

Тогда *результатом игры* будет один из возможных *дележей* суммарного выигрыша, обеспечивающий устойчивость максимальной коалиции. В теории игр множество таких дележей называется *С-ядром кооперативной игры* (игры с непустым С-ядром называют *сбалансированными*).

Тем не менее, как и сильное равновесие Нэша, *С*-ядро существует не во всех играх. В тех же случаях, когда эти концепции решения использовать нельзя, анализ рационального поведения игроков существенно усложняется [34].

Обратимся к задачам управления ОС, для которых коалиционное взаимодействие их участников типично и является ожидаемым явлением, ведь, по определению, ОС представляет собой

«...объединение людей, совместно реализующих программу или цель и действующих на основе определённых правил и процедур» – см. введение. Следовательно, центр должен учитывать при принятии управленческих решений влияние коалиционного взаимодействия своих подчиненных на результат деятельности ОС.

Предсказуемость поведения ОС, снижение так называемой *игровой неопределенности* [34] является одним из чрезвычайно важных факторов в управлении ОС. Относительно простое и содержательно понятное описание поведения участников ОС в рамках рассмотренных выше концепций сильного равновесия Нэша и сбалансированности игры позволяет констатировать, что **центру следует применять управленческие решения, приводящие к сбалансированной игре агентов или к игре, в которой существует сильное равновесие Нэша**. При невыполнении этого условия центр не сможет предсказать поведение ОС и, следовательно, оценить эффективность планируемого управляющего воздействия.

Проиллюстрируем эти качественные рекомендации на содержательных примерах различных задач стимулирования в ОС.

Стимулирование в многоэлементных ОС. Рассмотрим часто возникающую на практике задачу стимулирования в многоэлементной ОС (см. раздел 5.1). Примером этой задачи является система мотивации промышленного предприятия, когда руководство (центр) должно распределить совокупный производственный план предприятия между цехами (агентами) и выработать систему стимулирования – комплекс организационных мер по обеспечению выполнения плана цехами. Такая система стимулирования должна включать «штрафные санкции» за невыполнение отдельными цехами плана.

Из соображений справедливости кажется логичным, что центр должен назначать агенту штрафы только при невыполнении им своего плана (в качестве «штрафа» может рассматриваться нулевое вознаграждение), и не должен штрафовать агента, если совокупный план не был выполнен не по его вине.

Как показывает рассмотрение некооперативной модели (см. раздел 5.1), в классе систем стимулирования, ограниченных этим условием, существует оптимальная система стимулирования

(5.1.7), (5.1.9), позволяющая центру обеспечить выполнение агентами планов, минимизирующих совокупные затраты агентов при минимальных затратах центра на стимулирование. Однако этот результат не учитывает коалиционного взаимодействия агентов.

Конечно, если агенты (а точнее, их затраты) никак не связаны друг с другом, они ничего не могут выиграть, отклоняясь от планов. Тем не менее, в случае сильно связанных агентов (не сепарабельных затрат), когда затраты одного агента зависят от действий других агентов (например, когда цеха используют общее оборудование, сырьевые или трудовые ресурсы), некоторые коалиции агентов могут счесть выгодным невыполнение отдельными своими участниками назначенного им плана. При этом неизбежные штрафные санкции компенсируются за счет снижения затрат коалиции.

В такой ситуации для обеспечения выполнения плана центр вынужден или повышать премии за выполнение плана (штрафы за его невыполнение), или штрафовать агентов за невыполнение плана другими агентами. Как показано в [33], последний подход позволяет центру получить не меньший выигрыш, что и система стимулирования (5.1.7), (5.1.9) за индивидуальные отклонения, обеспечивая вдобавок коалиционную устойчивость.

Данная модель является примером задачи, в которой центру невыгодно коалиционное взаимодействие агентов. Иная ситуация складывается, например, в задаче стимулирования с распределенным контролем.

Матричные структуры управления. Упомянутая задача характерна для МСУ – см. также раздел 7.5, суть которых заключается в том, что на иерархическую организационную структуру накладывается «горизонтальная» структура проектов (см. рисунок 7.1).

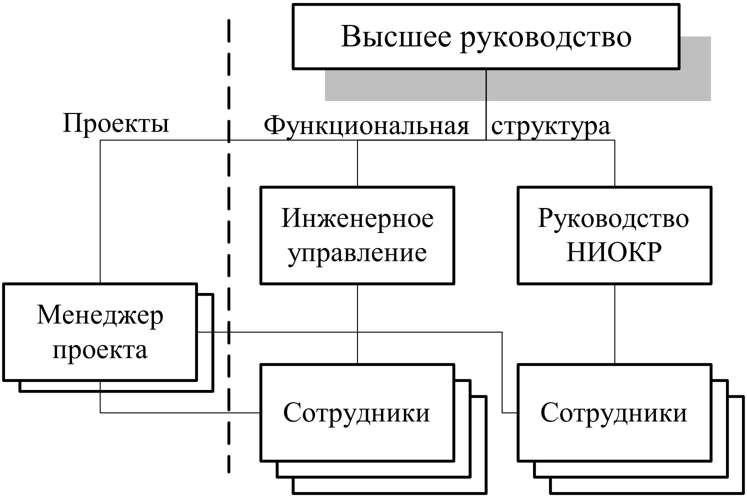

Рис. 7.1. Фрагмент матричной структуры управления

Одним из недостатков МСУ является то, что при недостаточном разделении полномочий между менеджерами проектов и руководителями функциональных подразделений возможен конфликт между ними, когда и менеджеры проектов, и функциональные руководители (иначе говоря, *центры промежуточного уровня иерархии*) стремятся «перетянуть» на себя находящихся под их общим контролем агентов. При этом, очевидно, ОС теряет в эффективности функционирования, так как на такое перетягивание, «перекупку» агентов могут уходить весьма существенные средства.

Сотрудничество центров промежуточного уровня – совместное назначение планов и использование согласованной системы мотивации агентов – позволяют избежать подобного конфликта и неэффективности. В [33] показывается, что компромисс центров в условиях их коалиционного взаимодействия устойчив (игра сбалансирована) при достаточно общих предположениях о параметрах модели. Таким образом, для нормальной работы МСУ от *высшего руководства* (см. рисунок 7.1) требуется только обеспечение организационных мер по достижению компромисса – создание согласительных комиссий и рабочих групп, позволяющих центрам промежуточного уровня выработать совместную политику и назначить согласованные планы агентам.

Таким образом, мы рассмотрели два примера, в первом из которых коалиционное взаимодействие было невыгодным для центра, а во втором – выгодным. В кратко рассматриваемой ниже задаче формирования состава ОС оценка влияния коалиционных взаимодействий на эффективность управления уже не столь однозначна.

Формирование состава ОС. Вернемся к рассмотренной выше задаче стимулирования в многоэлементной ОС и предположим для простоты, что затраты агентов не связаны. Для любого совокупного плана системы существует единственное оптимальное количество агентов, единственный оптимальный состав, который позволяет минимизировать затраты на достижение этого плана (см. шестую главу).

Однако в условиях быстрых колебаний спроса центр зачастую не имеет возможности с той же скоростью изменять состав ОС (набор агентов). Таким образом, временами в системе оказываются «лишние» агенты, а временами число агентов недостаточно.

В подобной ситуации у самих агентов может возникнуть соблазн временного удаления лишних агентов или привлечения агентов со стороны для минимизации суммарных затрат агентов, фактически входящих в ОС. Однако для осуществления подобных планов требуется согласие и участие всех или части агентов, ведь агент не может самоустраниться – кто-то должен взять на себя выполнение его плана. Точно также и привлечение дополнительного агента выгодно, только если каждый из «старых» агентов «отдаст» ему часть своего плана, чтобы загруженность всех агентов была сбалансирована.

Если все агенты принимают согласованное решение об изменении состава системы, то есть если образуется максимальная коалиция, то это решение будет оптимальным в смысле минимизации суммарных затрат агентов. Но, изменение состава системы не сказывается на результате центра – он даже не узнает о нем – вся прибыль от изменения состава распределяется среди агентов. Центр по-разному может относиться к подобным инициативам агентов, однако, если в его интересы, помимо получения прибыли, входит и минимизация затрат агентов, то его цели совпадают с интересами максимальной коалиции, и центр должен всячески способствовать ее образованию.

Более подробное исследование коалиционного взаимодействия в данной задаче показывает, что максимальная коалиция практически всегда устойчива (игра сбалансирована) при привлечении нового агента [33]. Однако возможность образования устойчивой максимальной коалиции при устранении (увольнении) одного из агентов была доказана в [33] только для случая весьма неэффективного агента – такого, что его выгодно исключить из любой коалиции. Следовательно, сокращение штатов – одна из самых непопулярных управленческих мер, к сожалению, не может быть отдана «на откуп» управляемым субъектам ОС, и его реализация остается прерогативой управляющего органа – центра. Однако на расширение штата, если оно приводит к сокращению расходов, агенты идут охотно и легко находят каждый свое место в новом составе системы.

Таким образом, при анализе эффективности возможных управляющих воздействий центру следует принимать во внимание коалиционное взаимодействие участников ОС, содействуя или препятствуя образованию коалиций (в том числе, путем стимулирования) в своих интересах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе изложены результаты исследования формальных моделей стимулирования в организационных системах. Использование моделей позволяет предсказывать поведение управляемых субъектов, проводить сценарный анализ и оптимизировать систему организационного управления в отсутствии возможности реализации натурного или имитационного эксперимента.

Многочисленные примеры внедрения результатов теоретического исследования (см. обзоры в [15, 17, 18, 83, 111]) свидетельствуют о возможности и целесообразности применения моделей систем стимулирования в практике управления организационными системами.

В качестве перспективных направлений исследований, помимо дальнейшего систематического развития теоретико-игровых и оптимизационных моделей стимулирования, в первую очередь, следует выделить необходимость обобщения опыта практического использования различных систем стимулирования с целью создания прикладных методик и автоматизированных информационных систем, которые позволили бы использовать в каждом конкретном случае адекватные и эффективные системы стимулирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абакумова Н.Н. Политика доходов и заработной платы. М.: ИНФРА-М, 1999. – 223 с.
2. Автономов В.С. Модель человека в экономической науке. СПб.: Экономическая школа, 1998. – 230 с.
3. Адамчук В.В., Кокин Ю.П., Яковлев Р.А. Экономика труда. М.: Финстатинформ, 1999. – 431 с.
4. Ануфриев И.К., Бурков В.Н., Вилкова Н.И., Рапацкая С.Т. Модели и механизмы внутрифирменного управления. М.: ИПУ РАН, 1994. – 72 с.
5. Балашов В.Г., Заложнев А.Ю., Иващенко А.А., Новиков Д.А. Механизмы управления организационными проектами. М.: ИПУ РАН, 2003. – 84 с.
6. Баркалов С.А., Новиков Д.А., Попов С.С. Индивидуальные стратегии предложения труда: теория и практика. М.: ИПУ РАН, 2002. – 109 с.
7. Бурков В.Н. Основы математической теории активных систем. М.: Наука, 1977. – 255 с.
8. Бурков В.Н., Данев Б., Еналеев А.К. и др. Большие системы: моделирование организационных механизмов. М.: Наука, 1989. – 245 с.
9. Бурков В.Н., Горгидзе И.И., Новиков Д.А., Юсупов Б.С. Модели и механизмы распределения затрат и доходов в рыночной экономике. М.: ИПУ РАН, 1997. – 57 с.
10. Бурков В.Н., Еналеев А.К., Новиков Д.А. Механизмы стимулирования в вероятностных моделях социально-экономических систем // Автоматика и Телемеханика. 1993. № 11. С. 3 – 30.
11. Бурков В.Н., Еналеев А.К., Новиков Д.А. Механизмы функционирования социально-экономических систем с сообщением информации // Автоматика и Телемеханика. 1996. № 3. С. 3–25.
12. Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Кулик О.С., Новиков Д.А. Механизмы страхования в социально-экономических системах. М.: ИПУ РАН, 2001. – 109 с.

13. Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Леонтьев С.В., Новиков Д.А., Чернышев Р.А. Механизмы финансирования программ регионального развития. М.: ИПУ РАН, 2002. – 52 с.

14. Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А. Теория графов в управлении организационными системами. М.: Синтег, 2001. – 124 с.

15. Бурков В.Н., Ириков В.А. Модели и методы управления организационными системами. М.: Наука, 1994. – 270 с.

16. Бурков В.Н., Кондратьев В.В. Механизмы функционирования организационных систем. М.: Наука, 1981. – 384 с.

17. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Как управлять проектами. М.: Синтег, 1997. – 188 с.

18. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Теория активных систем: состояние и перспективы. М.: СИНТЕГ, 1999. – 128 с.

19. Бурков В.Н., Трапезова М.Н. Механизмы внутрифирменного управления. М.: ИПУ РАН, 2000. – 58 с.

20. Васильев Д.К., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А., Цветков А.В. Типовые решения в управлении проектами. М.: ИПУ РАН, 2003. – 74 с.

21. Ватель И.А., Ерешко Ф.И. Математика конфликта и сотрудничества. М.: Знание, 1973. – 64 с.

22. Верховцев А.В. Заработная плата. М.: ИНФРА-М, 1998. – 136 с.

23. Веснин В.Р. Практический менеджмент персонала. М.: Юрист, 1998. – 496 с.

24. Виханский О.С., Наумов А.И. Менеджмент: человек, стратегия, организация, процесс. М.: Изд-во МГУ, 1996. – 416 с.

25. Волгин Н.А. Николаев В.В. Доходы работника и результативность производства. М.: Универсум, 1994. – 274 с.

26. Воронин А.А., Мишин С.П. Оптимальные иерархические структуры. М.: ИПУ РАН, 2003. – 210 с.

27. Гермейер Ю.Б. Игры с непротивоположными интересами. М.: Наука, 1976. – 327 с.

28. Гилев С.Е., Леонтев С.В., Новиков Д.А. Распределенные системы принятия решений в управлении региональным развитием. М.: ИПУ РАН, 2002. – 54 с.

29. Гольденберг А.И., Шкрабкина И.А. Закономерности стимулирования труда рабочих, оплачиваемых по сдельно-премиальной системе. М.: ЦЭМИ РАН, 1978. – 74 с.

30. Горелик В.А., Кононенко А.Ф. Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах. М.: Радио и связь, 1982. – 144 с.

31. Горелик В.А., Горелов М.А., Кононенко А.Ф. Анализ конфликтных ситуаций в системах управления. М.: Радио и связь, 1991. – 288 с.

32. Губко М.В., Караваев А.П. Матричные структуры управления // Автоматика и Телемеханика. 2001. № 10. С. 132 – 146.

33. Губко М.В. Управление организационными системами с коалиционным взаимодействием участников. М.: ИПУ РАН, 2003. – 140 с.

34. Губко М.В., Новиков Д.А. Теория игр в управлении организационными системами. М.: Синтег, 2002. – 139 с.

35. Данилов В.И. Лекции по теории игр. М.: Российская экономическая школа, 2002. – 140 с.

36. Динова Н.И. Бригадные формы оплаты труда / Механизмы управления социально-экономическими системами. М.: ИПУ РАН, 1988. С. 79 – 82.

37. Дудашова В.П. Мотивация труда в менеджменте. Кострома: КГТУ, 1996. – 80 с.

38. Дункан Д.У. Основополагающие идеи в менеджменте. М.: Дело, 1996. – 272 с.

39. Егоршин А.П. Управление персоналом. Н. Новгород: НИМБ, 1997. – 607 с.

40. Еловиков Е.А. Экономика труда. Часть 2: Оплата труда. Омск: ОмГУ, 1996. – 133 с.

41. Емельянов Е.Н., Поварницына С.Е. Психология бизнеса. М.: Армада, 1998. – 511 с.

42. Ивановская Л.В., Свистунов В.М. Обеспечение системы управления персоналом на предприятии. М.: ГАУ, 1995. – 71 с.

43. Иванцевич Д., Лобанов А.А. Человеческие ресурсы управления. М.: Дело, 1993. – 304 с.

44. Кабаченко Т.С. Психология управления. М.: Педагогическое общество России, 2001. – 384 с.

45. Каз М.С. Многофакторные системы заработной платы: учебное пособие. Томск: ТГУ, 1991. – 140 с.

46. Капелюшников Р.И., Албегова И.М., Леонова Т.Г., Емцов Р.Г., Найт П. Человеческий капитал России: проблемы реабилитации // Общество и экономика. 1993. № 9 – 10.

47. Караваев А.П. Парето-эффективность игры центров в активных системах // Автоматика и Телемеханика. 2002. № 12.

48. Караваев А.П. Унифицированные системы стимулирования // Автоматика и телемеханика. 2003. № 1. С. 114 – 153.

49. Карпов А.В. Психология принятия управленческих решений. М.: Юристъ, 1998. – 440 с.

50. Клейнер Г.Б. Производственные функции: теория, методы, применение. М.: Финансы и статистика, 1986. – 238 с.

51. Козелецкий Ю. Психологическая теория решений. М.: Прогресс, 1979. – 504 с.

52. Колосова Е.В., Новиков Д.А., Цветков А.В. Методика освоенного объема в оперативном управлении проектам. М.: Апостроф, 2001. – 154 с.

53. Кононенко А.Ф., Халезов А.Д., Чумаков В.В. Принятие решений в условиях неопределенности. М.: ВЦ АН СССР, 1991. – 211 с.

54. Кочиева Т.Б., Новиков Д.А. Базовые системы стимулирования. М.: Апостроф, 2000. – 108 с.

55. Крашенинникова М.С. Оплата труда. М.: ПРИОР, 1997. – 336 с.

56. Кузьмицкий А.А., Новиков Д.А. Организационные механизмы управления развитием приоритетных направлений науки и техники. М.: ИПУ РАН, 1993. – 68 с.

57. Кукушкин Н.С., Морозов В.В. Теория неантагонистических игр. М.: МГУ, 1984.

58. Кулинцев И.И. Экономика и социология труда. М.: Центр экономики и маркетинга, 1999. – 288 с.

59. Лузгина О.А. Основы стимулирования труда. Конспект лекций. Пенза, 1996. – 46 с.

60. Майерс Д. Социальная психология. СПб.: Питер, 1998. – 688 с.

61. Маленво Э. Лекции по микроэкономическому анализу. М.: Наука, 1985. – 392 с.

62. Маркс К. Экономические рукописи 1857-1859 годов (Первоначальный вариант «Капитала») / Маркс К. и Энгельс Ф. Соч. 2-е изд. Т. 46. Ч. II.

63. Маслоу А.Г. Мотивация и личность. СПб.: Евразия, 1999. – 479 с.

64. Менар К. Экономика организаций. М.: ИНФРА-М, 1996. – 160 с.

65. Мескон М., Альберт М., Хедоури Ф. Основы менеджмента. М.: Дело, 1998. – 800 с.

66. Мильнер Б.З. Теория организации. М.: ИНФРА-М, 2002. – 480 с.

67. Морозова Л.Л. Труд и заработная плата. СПб.: «ИЧП-Актив», 1997. – 382 с.

68. Мулен Э. Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели. М.: Мир, 1991.

69. Нестерова Д., Сабирьянова К. Инвестиции в человеческий капитал в переходный период в России. М.: РПЭИ, 1998.

70. Нижегородцев Р.М. Информационная экономика. М.: МГУ, 2002. т. 1 – 163 с., т. 2 – 173 с., т. 3 – 170 с.

71. Нижегородцев Р.М. Теоретические основы информационной экономики. Владикавказ: Проект-Пресс, 1998. – 248 с.

72. Новиков Д.А. Закономерности итеративного научения. М.: ИПУ РАН, 1998. – 96 с.

73. Новиков Д.А. Механизмы стимулирования в динамических и многоэлементных социально-экономических системах // Автоматика и Телемеханика. 1997. № 6. С. 3 – 26.

74. Новиков Д.А. Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем. М.: Фонд «Проблемы управления», 1999. – 150 с.

75. Новиков Д.А. Обобщенные решения задач стимулирования в активных системах. М.: ИПУ РАН, 1998. – 68 с.

76. Новиков Д.А. Сетевые структуры и организационные системы. М.: ИПУ РАН, 2003. – 102 с.

77. Новиков Д.А. Стимулирование в социально-экономических системах (базовые математические модели). М.: ИПУ РАН, 1998. – 216 с.

78. Новиков Д.А., Петраков С.Н. Курс теории активных систем. М.: Синтег, 1999. – 108 с.

79. Новиков Д.А., Смирнов И.М., Шохина Т.Е. Механизмы управления динамическими активными системами. М.: ИПУ РАН, 2002. – 124 с.

80. Новиков Д.А., Цветков А.В. Механизмы стимулирования в многоэлементных организационных системах. М.: Апостроф, 2000. – 184 с.

81. Новиков Д.А., Цветков А.В. Механизмы функционирования организационных систем с распределенным контролем. М.: ИПУ РАН, 2001. – 118 с.

82. Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Активный прогноз. М.: ИПУ РАН, 2002. – 101 с.

83. Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Рефлексивные игры. М.: Синтег, 2003. – 150 с.

84. Норт Д. Институты, институциональные изменения и функционирование экономики. М.: «Начала», 1997.

85. Ожегов С.И. Словарь русского языка. М.: Советская энциклопедия, 1970. – 900 с.

86. Опыт переходных экономик и экономическая теория / Под ред. В.В. Радаева, Р.П. Колосовой, В.М. Моисеенко, К.В. Папенова. М.: ТЕИС, 1999.

87. Петраков С.Н. Механизмы планирования в активных системах: неманипулируемость и множества диктаторства. М.: ИПУ РАН, 2001. – 135 с.

88. Пиндайк Р., Рубинфельд Д. Микроэкономика. М.: Дело, 2001. – 808 с.

89. Плотинский Ю.М. Теоретические и эмпирические модели социальных процессов. М.: Логос, 1998. – 280 с.

90. Поварич И.П., Прошкин Б.Г. Стимулирование труда: системный подход. Новосибирск: Наука, 1990. – 193 с.

91. Покрытан П.А. Формирование и функционирование рынка рабочей силы в России (Вопросы генезиса и динамики). Москва, 1998.

92. Пригарин А.А., Рысс В.М., Шерман Е.И., Кузнецова К.Х. Напряженность норм труда. М.: Экономика, 1968. – 175 с.

93. Пригожин А.И. Современная социология организаций. М.: Интерпресс. 1995. – 296 с.

94. Прокопов Ф.Т. Безработица и эффективность государственной политики на рынке труда в переходной экономике России. М.: ТЕИС, 1999.

95. Прошкин Б.Г. О построении единой ступенчатой системы индивидуальных моральных стимулов. Кемерово: КГУ, 1990. – 250 с.

96. Психологический словарь / Под ред. В.П. Зинченко. М.: Педагогика-пресс, 1996. – 400 с.

97. Саймон Г., Марш Дж. Административное поведение. М.: Мир, 1974.

98. Советский энциклопедический словарь М.: Советская энциклопедия, 1988. – 1599 с.

99. Социальная политика в постсоциалистическом обществе: задачи, противоречия, механизмы / Отв. ред. К.И. Микульский. М.: Наука, 2001.

100. Спивак В.А. Организационное поведение и управление персоналом. СПб.: Питер, 2000. – 412 с.

101. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А. Красовского. М.: Наука, 1987. – 712 с.

102. Старобинский Э.Е. Как управлять персоналом. М.: Бизнес-школа «Интел-синтез», 1998. – 368 с.

103. Травин В.В., Дятлов В.А. Основы кадрового менеджмента. М.: Дело, 1997. – 336 с.

104. Трахтенгерц Э.А. Компьютерная поддержка переговоров при согласовании управленческих решений. М.: Синтег, 2003. – 284 с.

105. Уткин Э.А. Мотивационный менеджмент. М.: ЭКМОС, 1999. – 256 с.

106. Философский энциклопедический словарь. М.: Советская энциклопедия, 1983. – 840 с.

107. Финансовая математика. М.: ТЭИС, 2001. – 416 с.

108. Фишер С., Дорнбуш Р., Шмалензи Р. Экономика. М.: Дело, 1993. – 864 с.

109. Фролов С.С. Социология. М.: Гардарики, 2000. – 344 с.

110. Хекхаузен Х. Мотивация и деятельность. М.: Педагогика, 1986. Том 1. – 408 с.; Том 2 – 392 с.

111. Цветков А.В. Стимулирование в управлении проектами. М.: Апостроф, 2001. – 144 с.

112. Цыганов В.В. Адаптивные механизмы в отраслевом управлении М.: Наука, 1991. – 166 с.

113. Чеботарь Ю.М. Оплата труда и ценообразование. М.: Мир деловой книги, 1997. – 126 с.

114. Шекшня С.В. Управление персоналом современной организации. М.: Бизнес-школа «Интел-синтез», 1997. – 336 с.

115. Щепкин А.В. Механизмы внутрифирменного управления. М.: ИПУ РАН, 2001. – 80 с.

116. Эренберг Р.Дж., Смит Р.С. Современная экономика труда. Теория и государственная политика. М.: Изд-во МГУ, 1996.–800 с.

117. Эффективный экономический рост: теория и практика. Москва, 2001.

118. Юдкевич М.М., Подколзина Е.А., Рябинина А.Ю. Основы теории контрактов: модели и задачи. М.: ГУ ВШЭ, 2002. – 352 с.

119. Яковлев Р.А. Оплата труда на предприятии. М.: Центр экономики и маркетинга, 1999. – 248 с.

120. Altonji J., Paxso C. Labor supply preferences, hours constraints and hours-wage trade-offs // Journal of labor economics. 1988. Vol. 6. № 2. P. 254-276.

121. Armstrong M. Reward management. London, 2000. – 804 p.

122. Atrostic B.K. The demand for leisure and nonpecuniary job characteristics // American Economic Review. 1982. Vol. 72. P. 428 – 440.

123. Azariadis C. Implicit contracts and underemployment equilibria // Journal of Political Economy. 1975. № 6. P. 1183 – 1202.

124. Baily M. Wages and employment under uncertain demand // Review of Economic Studies. 1974. Vol. 41. № 125. P. 37 – 50.

125. Barzel Y. The determination of daily hours and wages // Quarterly Journal of Economics. 1973. Vol. 87. № 2. P. 220 – 238.

126. Becketti S., Gould W., Lillard L., Welch F. The panel study of income dynamics after fourteen years: an evaluation // Journal of Labor Economics. 1988. Vol. 6. № 4. P. 472 – 492.

127. Benoit J.-P., Krishna V. Renegotiation in finitely repeated games // Econometrica. 1993. Vol. 61. N 2. P. 303 – 323.

128. Biddle J., Zarkin G. Choice among wage-hours packages: an empirical investigation of male labor supply // Journal of labor economics. 1989. Vol. 7. №. 41. P.415 – 437.

129. Bolton P. Renegotiation and the dynamics of contract design // European Economic Review. 1990. Vol. 34. N 2/3. P. 303 – 310.

130. Brown C.V. (ed.) Taxation and labor supply. London: George Allen and Unwin, 1981. – 281 p.

131. Byars L.L., Leslie W.R. Human resource management. Boston: Homewood, 1991. – 545 p.

132. Campbell D.E. Incentives, motivation and economic information. Cambridge University Press, 1995. – 355 p.

133. Dewatripont M. Commitment through renegotiation-proof contracts with third parties // Review of economic studies. 1988. Vol. 55. N 3. P. 377 – 389.

134. Dunn L.F. An empirical indifference function for income and leisure // Review of Economics and Statistics. 1978. Vol. 60. P. 533 – 540.

135. Dunn L.F. Measurement of internal income-leisure tradeoffs // Quarterly Journal of Economics. 1979. Vol. 93. № 3. P. 373 – 393.

136. Frank J. The new Keynesian economics: unemployment, search and contracting. Brington: Wheatsheaf books, 1986. – 283 p.

137. Freemantle D. The stimulus factor. London: Prentice Hall, 2001. – 212 p.

138. Fudenberg D., Maskin E. The Folk theorem in repeated games with discounting or with incomplete information // Econometrica. 1986. Vol. 54. N 3. P. 533 – 554.

139. Fudenberg D., Tirole J. Moral hazard and renegotiation in agency contracts // Econometrica. 1990. V.58. N 6. P. 1279 – 1319.

140. Fudenberg D., Tirole J. Game theory. Cambridge: MIT Press, 1995. – 579 p.

141. Gordon D. A neo-classical theory of Keynesian unemployment // Economic Inquiry. 1974. № 12. P. 431 – 459.

142. Grossman S., Hart O. An analysis of the principal-agent problem // Econometrica. 1983. Vol. 51. № 1. P. 7 – 45.

143. Handbook of labor economics / Ed. by O.Ashenfelter, R. Layard. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1986. Vol.1 – 787 p. Vol. 2. – P. 788 – 1273.

144. Hart O.D., Holmstrom B. Theory of contracts // Advances in economic theory. 5-th World Congress. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1987. P. 71 – 155.

145. Hart O.D. Optimal labor contracts under asymmetric information: an introduction // Review of Economic Studies. 1983. Vol. 50. № 1. P. 3 – 35.

146. Hiam A. Motivating and rewarding employees. Massachusetts: Adams Media Corporation, 2001. – 320 p.

147. Keeley M.C., Robins P.K., Spiegelman R.G., West R.W. The estimation of labor supply models using experimental data // American Economic Review. 1978. Vol. 68. № 5. P. 873 – 887.

148. Killingworth M. Labor supply. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1983. – 493 p.

149. Labor demand and equilibrium wage formation / J.C. Van Ours, G.A. Pfann, G. Ridder (eds.). Amsterdam: North-Holland Publishing company, 1993. – 379 p.

150. Ma. C. Renegotiation and optimality in agency contracts // Review of Economic Studies. 1994. Vol. 61. N 1. P. 109 – 129.

151. MaCardy T., Green D., Paarch H. Assessing empirical approaches for analyzing taxes and labor supply // Journal of Human Resources. 1990. Vol. 25. P. 415 – 490.

152. MacCrimmon K.R., Toda M. The experimental determination of indifference curves // Review of Economic Studies. 1969. Vol. 36. № 108. P. 433 – 451.

153. Mas-Collel A., Whinston M.D., Green J.R. Microeconomic theory. N.Y.: Oxford Univ. Press, 1995. – 981 p.

154. Monitoring workers' wage in Russia: Reference guidebook / A.R.Vavilov et al (eds.). Moscow: CONSECO, 1998. – 84 p.

155. Mookherjee D. Optimal incentive schemes with many agents // Review of Economic Studies. 1984. Vol. 51. № 2. P. 433 – 446.

156. Moore J. Implementation, contracts and renegotiation in environment with complete information / Advances in Economic Theory. Vol. 1. Cambridge: Cambridge University Press, 1992. P. 182 – 281.

157. Muelbauer J. Linear aggregation in the neoclassical labor supply // Review of Economic Studies. 1981. Vol. 48. № 1. P. 21 – 36.

158. Myerson R.B. Game theory: analysis of conflict. London: Harvard Univ. Press, 1991. – 568 p.

159. Myerson R.B. Optimal coordination mechanisms in generalized principal-agent problems // Journal of Math. Economy. 1982. Vol. 10. № 1. P. 67 – 81.

160. Owen J.D. The price for leisure. Rotterdam: Rotterdam University Press, 1969. – 169 p.

161. Phlips L. The demand for leisure and money // Econometrica. 1978. Vol. 46. № 5. P. 1025 – 1044.

162. Roy R. La distribution de revenue entre les divers biens // Econometrica. 1947. Vol. 15. № 2. P. 202 – 225.

163. Sapsford D., Tzannatos Z. The economics of the labor market. London: Macmillan, 1993. – 463 p.

164. Taylor F. The principles of scientific management. N.Y.: Harper and Row, 1914.

165. Wakker P.P. Additive representation of preferences. Dordrecht: Kluver Academic Publishers, 1989. – 192 p.

166. Wen Q. The «Folk Theorem» for Repeated Games with Complete Information // Econometrica. 1994. Vol. 62. N 4. P. 949 – 954.