Труды Международного симпозиума "Совнет' 99",
8-11 сентября 1999 г., Москва. С. 112 – 115.

СТИМУЛИРОВАНИЕ В УПРАВЛЕНИИ ПРОЕКТАМИ КАК СИСТЕМООБРАЗУЮЩИЙ ФАКТОР

НОВИКОВ Д.А., ПЕТРАКОВ С.Н., ФЕДЧЕНКО К.А.
(Институт проблем управления РАН, Москва, Россия)

1. ВВЕДЕНИЕ

Механизмы мотивации (стимулирования) составляют один из важнейших классов механизмов управления проектами [5,7]. Если обычно в теории управления исследователь операций стоит на позициях оперирующей стороны [3,8,9,10], то в настоящей работе мы рассмотрим иерархическую организацию с точки зрения элементов нижнего уровня. Другими словами, попытаемся ответить на вопрос - "зачем элементам нужны более высокие уровни иерархии?" Поэтому в докладе рассматриваются теоретико-игровые модели управления проектами, в рамках которых наличие стимулирования, как внешнего по отношению к набору агентов (исполнителей проекта) комплексного целенаправленного воздействия на компоненты их деятельности [13], позволяет им достичь коллективно-рационального равновесия, доминирующего по Парето набор индивидуально-рациональных равновесий.

Ниже решается определенный класс новых задач стимулирования, что позволяет изучить выгодность для агентов введения управляющего органа. Доказывается, что внешнее и/или внутреннее стимулирование со стороны центра в ряде случаев позволяет сделать эффективное по Парето коллективное решение агентов устойчивым по Нэшу. При этом предлагаемый механизм обладает рядом преимуществ: сокращается объем информации, получаемой и обрабатываемой агентами; в рамках гипотезы благожелательности центр получает во внутренне сбалансированном механизме ненулевую полезность и др. Наличие внешнего стимулирования, то есть институционально установленная возможность центра влиять на предпочтения агентов, может интерпретироваться как эффект власти. Поэтому стимулирование является системообразующим фактором - его введение позволяет согласовать интересы участников проекта и превращает набор агентов, каждый из которых ведет себя в соответствии с принципами индивидуальной рациональности, в систему из взаимосодействующих субъектов, эффект от деятельности которых не меньше суммы эффектов самостоятельной деятельности каждого их них.

2. ОПИСАНИЕ ТЕОРЕТИКО-ИГРОВОЙ МОДЕЛИ

Рассмотрим одноуровневую активную систему (АС), состоящую из N активных элементов (АЭ). Стратегией каждого АЭ является выбор действия $y_i \in A_i$, $i \in I = \{1, 2, ..., N\}$. Целевая функция (функция полезности, выигрыша, предпочтения и т.д.) каждого АЭ h_i зависит от действий всех АЭ, то есть $h_i=h_i(y)$, где $y = (y_1, y_2, ..., y_N) \in A' = \prod_{i=1}^{N} A_i$, $h_i : A' \to \mathbb{R}^1$. Предположим, что АЭ полностью информированы друг о друге (каждому известны все целевые функции и допустимые множества), но вынуждены действовать независимо, не делая предположений о поведении других АЭ (этим предположением мы исключаем из рассмотрения: кооперативные эффекты - возможности образования коалиций и т.д., а также эффекты рефлексии, используемые при определении Байесовского равновесия, равновесия Штакельберга, П-решения и др. [3,6,15]). Каждый АЭ будет выбирать собственную стратегию, максимизирующую его целевую функцию. Основная "проблема" теории игр заключается в том, что эта стратегия не единственна и зависит от обстановки (вектора стратегий остальных игроков - АЭ). Следовательно, необходимо введение понятия равновесия, а иногда и его доопределение для конкретной игры.

Если оптимальная стратегия каждого из игроков не зависит от обстановки, то имеет место равновесие в доминантных стратегиях (РДС): y^d - РДС, тогда и только тогда, когда

(1) $\forall\ i \in I\ \forall\ y_{-i} \in A'_{-i}\ \forall\ y_i \in A_i\ \ h_i(y_i^d, y_{-i}) \geq h_i(y_i, y_{-i})$.

К сожалению РДС существует достаточно редко, поэтому в некооперативных играх чаще используется концепция равновесия Нэша (РН): y^N - РН, тогда и только тогда, когда

(2) $\forall\ i \in I\ \forall\ y_i \in A_i\ \ h_i(y_i^N, y_{-i}^N) \geq h_i(y_i, y_{-i}^N)$.

Введем на множестве A' отношение "$\succ$": $y_1 \succ y_2 \Leftrightarrow \forall i \in I\ \ h_i(y_1) \geq h_i(y_2)$ и $\exists j \in I : h_j(y_1) > h_j(y_2)$. Определим множество Парето оптимальных (эффективных) стратегий:

(3) $E_P(h) = \{ y \in A' \mid \neg\exists t \in A' : t \succ y \}$.

Обозначим $E_d(h)$ - множество РДС, $E_N(h)$ - множество РН, $E_{NP}(h)$ множество равновесий Нэша, которые не доминируются по Парето другими равновесиями Нэша, $E_{PN}(h)$ - множество тех Парето оптимальных стратегий, которые являются равновесиями Нэша.

Вопрос о том, какой вектор стратегий выберут АЭ, производя этот выбор в условиях полной информированности о целевых функциях и допустимых множествах друг друга одновременно, без предварительных договоренностей, в общем случае остается открытым. Если существует РДС, то логично предположить, что АЭ выберут именно доминантные стратегии. Если РДС не существует, то в качестве состояния системы обычно принимается равновесие Нэша. Если таких РН несколько и среди них существует РН, недоминируемое по Парето другими РН, то, считают, что, скорее всего система окажется в $E_{NP}(h)$. Если же все РН не доминируют друг друга, то сказать априори, без введения дополнительных предположений, ничего нельзя. В общем случае, всегда выполнено: $E_d(h) \subseteq E_N(h)$, $E_{NP}(h) \subseteq E_N(h)$, но может оказаться, что $E_{NP}(h) \cap E_P(h) = \emptyset$ или даже $E_d(h) \cap E_P(h) = \emptyset$.

Содержательно, концепции равновесия в доминантных стратегиях и равновесия Нэша отражают индивидуальную рациональность поведения активных элементов. В первом случае - независимо от обстановки существует оптимальная стратегия, во втором - индивидуальное отклонение любого АЭ от РН невыгодно ему, если все остальные АЭ не отклоняются от РН. К сожалению, во многих случаях индивидуальная рациональность входит в противоречие с коллективной рациональностью (очень условно отражаемой аксиомой Парето). Противоречие следующее - с одной стороны, набор индивидуально рациональных стратегий (например, РДС, РН и т.д.) может доминироваться другим набором стратегий (при котором все АЭ получают не меньшие выигрыши, а кто-то - строго большие). С другой стороны, коллективно рациональных стратегии (множество Парето оптимальных стратегий) может быть несколько, они могут быть неустойчивы относительно индивидуальных отклонений АЭ (может найтись АЭ, который один, изменяя свою стратегию, еще более увеличивает свой выигрыш, естественно, за счет других игроков). Соотношение индивидуальной и коллективной рациональности является одной из ключевых проблем теории игр (см. примеры и ссылки в [4,6,8,11,12]). Интуитивно ясно, что если существует лучшая для всех АЭ (по сравнению с индивидуально рациональным) линия поведения (при условии, что коалиции, переговоры и т.д. запрещены), то следует выработать процедуру (механизм) наказания тех АЭ, которые будут от нее отклоняться. Следует отметить, что механизм наказания является "внешним" по отношению к активным элементам и зачастую либо навязывается им извне, например, центром, либо является предметом их договоренности (расширение игры). Если последовательно разыгрывается несколько партий игры, то, изменяя свои стратегии, АЭ могут в текущем и будущих периодах наказать участника, отклонившегося в предыдущем периоде. Задачи построения таких стратегий решаются в теории повторяющихся игр (см., например, обзор [12] и ссылки в нем). Сложнее дело обстоит в статике - при разыгрывании одной единственной партии игры, так как в этом случае угроза будущего наказания со стороны партнеров бессмысленна.

3. ВНЕШНЕЕ И ВНУТРЕННЕЕ СТИМУЛИРОВАНИЕ

Угроза наказания приобретает смысл в статике, если имеется третье (по отношению к АЭ) лицо, наделенное соответствующими властными полномочиями, например - центр. Налагая штрафы, он может сделать невыгодным индивидуальное отклонение от коллективного оптимума, то есть сделать Парето оптимальную стратегию устойчивой по Нэшу. Это - первое, что может предложить центр АЭ, причем ниже будет показана выгодность этого для АЭ с точки зрения значений их функций выигрыша (экономический фактор с точки зрения АЭ). Второй эффект от введения центра заключается в снижении объема информации, перерабатываемой АЭ. Действительно, для "вычисления", например, РН каждый из АЭ должен знать целевые функции и допустимые множества всех АЭ с тем, чтобы, опять же, каждый из них мог независимо решить систему неравенств (2). При введении центра, последнему достаточно, обладая информацией о каждом из АЭ (информированность АЭ друг о друге уже не нужна), вычислить все равновесия, разработать систему наказания и дать соответствующую информацию активным элементам, уменьшив тем самым нагрузку по обработке информации на АЭ. Перейдем к формальному описанию качественно отмеченных выше эффектов, то есть исследуем задачу стимулирования в многоэлементной АС с сильно связанными элементами (см. определения и обзор результатов в [1,13,16]).

Фиксируем два вектора стратегий $y_1, y_2 \in A'$ и определим "выигрыш" i-го АЭ от "перехода" из точки y_1 в точку y_2:

(3) $\Delta_i(y_1, y_2) = h_i(y_2) - h_i(y_1)$

и суммарный выигрыш активных элементов системы от такого перехода:

(5) $\Delta(y_1, y_2) = H_0(y_2) - H_0(y_1)$,

где

(6) $H_0(y) = \sum_{i=1}^{N} h_i(y)$.

Отметим, что (6) является утилитарной функцией коллективной полезности, свойства которой подробно исследуются, например, в [11]. Содержательно, функция $H_0(y)$ может интерпретироваться как функция "системы" из N активных элементов. Функция $H_0(y)$ согласована с введенным выше отношением " $\succ$ " в следующем смысле: если $y_1 \succ y_2$, то $H_0(y_1) \geq H_0(y_2)$ (обратное, вообще говоря, не верно) [14].

Введем определение стимулирования для рассматриваемой модели. Будем различать стимулирование двух типов - "внутреннее" и "внешнее". Под внутренним стимулированием будем понимать перераспределение выигрышей между АЭ системы, то есть внутреннее стимулирование соответствует трансферабельной полезности [11] и, естественно, должно быть сбалансировано. Под внешним стимулированием будем понимать систему наказаний активных элементов центром, которая может нарушать балансовое ограничение (см. для сравнения модели партнерства в [17]). Итак, с учетом стимулирования $\{\sigma_i(y)\}$ целевая функция АЭ имеет вид:

(7) $f_i(y) = h_i(y) - \sigma_i(y)$.

Использование центром системы стимулирования (см. также трансформации игр в [6])

(8) $\sigma_i(y_1, y_2) = \begin{cases} \Delta_i(y_1, y_2), & y_i = y_{2i} \\ \sigma_i^H(y_{2-i}), & y_i \neq y_{2i} \end{cases}$,

где

(9) $\sigma_i^H(y_{2-i}) = \max\limits_{y_i \in A_i} h_i(y_i, y_{2-i})$

- стратегия наказания АЭ за отклонение от y_{2i}, y_{2-i} - обстановка для i-го АЭ в точке y_2; в рамках гипотезы благожелательности превращает y_2 в равновесие Нэша, не менее выгодное для i-го АЭ, чем точка y_1. Заметим, что использованием следующей более "жесткой" системы стимулирования центр может любое действие y_{2i} АЭ сделать РДС: $\sigma_i(y_1, y_2) = \begin{cases} 0, & y_i = y_{2i} \\ \sigma_i^H(y, y_2), & y_i \neq y_{2i} \end{cases}$, $\sigma_i^H(y, y_2) = \max\limits_{y \in A'} h_i(y)$. В выражении (8) первый режим соответствует трансферту полезностей (элементу доплачивают или он доплачивает другим АЭ за выбор y_2 вместо y_1 - см. также механизм ключевых агентов в [2,11]), то есть внутреннему стимулированию, а второй режим - внешнему стимулированию - наказанию за индивидуальные отклонения (вопрос о допустимости тех или иных стратегий наказания с точки зрения ограничений механизма рассматривается ниже). Перейдем к анализу балансового (бюджетного) ограничения. Так как трансферты полезности соответствуют внутреннему, то есть замкнутому относительно множества АЭ, стимулированию, то, очевидно, сумма трансфертов должна быть неположительна. Если центр имеет возможность привлечь внешний ресурс в размере $C \geq 0$, то балансовое ограничение, то есть условие внутренней сбалансированности, примет вид:

(10) $\sum_{i=1}^{N} \sigma_i(y_1, y_2) = \Delta(y_1, y_2) = H_0(y_2) - H_0(y_1) \geq -C$.

Таким образом, с одной стороны в рамках замкнутого набора АЭ (при $C=0$) (10) - условие неотрицательности баланса трансфертов, а с другой стороны, как отмечалось выше, это - достаточное условие (с учетом (8)) Парето доминирования точкой y_2 точки y_1 [14]. Исследуем теперь возможности "переходов с точки зрения балансового ограничения. Фиксируем произвольную точку $y_0 \in A'$. Определим множество $P(y_0,C) = \{ y \in A' \mid \Delta(y_0,y) \leq C \}$ тех действий, в которые АС может быть переведена внутренним стимулированием при заданном балансовом ограничении. Понятно, что множество точек, в которые АС может быть переведена внутренним стимулированием из любой точки , есть

(11) $P(C) = \bigcap\limits_{y_0 \in A'} P(y_0,C) = \{ y \in A' \mid H(y) \geq \max\limits_{y \in A'} H(y) - C \}$.

Легко показать, что при использовании центром системы стимулирования (.8), любая точка множества $P(C)$ оптимальна по Парето, то есть $P(C) \subseteq E_{PN}(f)$ (обратное включение в общем случае не верно). Следовательно, внешнее и/или внутреннее стимулирование в ряде случаев позволяет сделать эффективное по Парето коллективное решение устойчивым по Нэшу. Имея результаты исследования задачи стимулирования, изучим преимущества и недостатки введения дополнительного уровня иерархии (выделения над множеством АЭ метаигрока - центра). Введем следующий механизм функционирования АС. Центр предлагает АЭ использовать систему стимулирования (1.5.8) с y_2 Î $P(C)$. При этом:

- y_2 является равновесием Нэша, в котором всем АЭ обеспечивается не меньшая полезность, чем при выборе любого другого индивидуально рационального равновесия;
- отпадает необходимость получения и обработки активными элементами информации о своих партнерах;
- в рамках гипотезы благожелательности центр получает во внутренне сбалансированном механизме ненулевую полезность;
- условно можно считать, что использования стратегии наказания не происходит (выбор каждым из АЭ стратегии, приводящей к использованию центром стратегии наказания, не выгоден для первого).

Итак, выделение над одноуровневой АС дополнительного уровня управления с наделением его правом частично устанавливать правила игры активных элементов (в рамках концепции их некооперативного поведения) является взаимовыгодным для центра и для всех АЭ, как с точки зрения снижения на АЭ нагрузки по обработке информации, так и с "экономической" точки зрения - внешнее управление центра делает выгодным и индивидуально рациональным коллективно рациональное (в смысле Парето-эффективности) взаимосодействие АЭ. Это явление в иерархических активных системах мы будем условно называть "организационным фактором". Наличие внешнего стимулирования, то есть институционально установленная возможность центра влиять на предпочтения АЭ, может интерпретироваться и как "эффект власти". С этой точки зрения, чем большие наказания (поощрения) может накладывать центр на АЭ, тем больше его возможности по управлению (см. результаты по влиянию степени централизации [3,4] и ограничений механизма [4,13] на эффективность управления). Поэтому стимулирование может интерпретироваться как системообразующий фактор - его введение позволяет согласовать интересы участников и превращает набор АЭ, каждый из которых ведет себя в соответствии с принципами индивидуальной рациональности, в систему из взаимосодействующих АЭ, эффект от деятельности которых не меньше суммы эффектов деятельности отдельных АЭ (явление эмерджентности). Аналогичные модели при кооперативном взаимодействии АЭ (в условиях возможности образования коалиций с внутренними дележами [31,73,85]) требуют дальнейших исследований. Рассмотрим вопрос о целесообразности привлечения центром внешних средств.

4. ПРИВЛЕЧЕНИЕ ВНЕШНИХ СРЕДСТВ

Пусть центру достоверно известно, что в отсутствии управления АЭ выбирают точку y_1 (например, y_1 - РДС). Тогда $[D(y_0,y) - C]$ доход центра от побуждения АЭ к выбору точки y Î $P(y_0,C)$. Если $H(y)$ - "собственный" доход (или затраты в случае отрицательного знака) от деятельности совокупности АЭ, то оптимальная величина привлеченных средств в рамках гипотезы благожелательности может быть найдена из решения следующей оптимизационной задачи:

$$(12)\ K(C) = \max_{y \in P(C, y_0)} [\, H(y) + D(y_0,y)\,] - C \text{ ® } \max_{C \geq 0}.$$

Величина

$$(13)\ g(C) = \max_{y \in P(C, y_0)} [H(y) + D(y_0,y)] / C$$

может рассматриваться как рентабельность активной системы - ее способность "усиливать" привлекаемые средства, причем первое слагаемое отвечает за вклад центра, а второе - за вклад активных элементов. Следует признать, что в общем случае открытым остается вопрос об идентификации начального состояния АС y_0, так как взятие, например, гарантированного результата по этому параметру может во многих случаях сделать бессмысленным (неэффективным) рассмотрение задач типа (12).

5. ЛИНЕЙНЫЕ АКТИВНЫЕ СИСТЕМЫ

В качестве иллюстрации использования предложенных выше подходов рассмотрим частный случай линейных активных систем, то есть АС, в которых целевая функция каждого АЭ линейно зависит от стратегий всех АЭ:

$$(14)\ H_i(y) = a_{i0} + \sum_{j=1}^{N} a_{ij}\, y_j,$$

где y_j Î $A_j = [0;1]$ (любой отрезок может быть линейным преобразованием отображен в $[0;1]$). В линейных АС у каждого АЭ существует доминантная стратегия:

$$(15)\ y_i^d = Sign(\, a_{ii}\,).$$

Обозначим $b_j = \sum_{i=1}^{N} a_{ij}$, $b_0 = \sum_{i=1}^{N} a_{i0}$. Тогда

$$(16)\ H_0(y) = b_0 + \sum_{j=1}^{N} b_j\, y_j.$$

Парето оптимальная стратегия (доставляющая максимум (16)) есть:

$$(17)\ y_i^P = Sign\ (b_i).$$

Очевидно, что, если " i Î I $Sign\ (a_{ii}) = Sign\ (b_i)$, то РДС является эффективным по Парето (содержательные интерпретации этого свойства совершенно прозрачны). Если $ i Î I: $Sign\ (\,a_{ii}\,)$ ¹ $Sign\ (\,b_i\,)$, то требуется согласование интересов АЭ за счет быть может внутреннего стимулирования и обеспечение устойчивости Парето оптимальной точки за счет внешнего стимулирования. Определим следующие величины:

$$(18)\ s_i(y^d,y^P) = D_i(y^d,y^P) = \sum_{j=1}^{N} a_{ij}\ [\ Sign\ (b_j\ ) - Sign\ (\ a_{jj}\ )\ ].$$

Легко проверить, что в любых линейных АС выполнено: $\sum_{i=1}^{N} s_i(y^d,y^P)$ £ 0.

Пусть центр использует систему внутреннего (первое слагаемое) и внешнего (второе слагаемое) стимулирования:

$$(19)\ s_i(y_i) = D_i(y^d,y^P)\ I\ (y_i = y_i^P\ ) + a_{ii}\ I\ (y_i\ ^1\ y_i^P\ ),$$

где $I(\cdot)$ - функция индикатор (отметим, что в точке Парето внешние штрафы равны нулю).
Использование системы стимулирования (19) дает каждому АЭ ту же полезность, что и использование им РДС, причем в рамках гипотезы благожелательности y^P является равновесием по Нэшу. Более того, центр в рамках ГБ оставляет в собственном распоряжении ненулевую полезность, равную:

$$(20)\ H_0 = H_0(y^P) - H_0(y^d) = \sum_{j=1}^{N} b_j\ [Sign\ (b_j) - Sign\ (a_{jj})]\ ^3\ 0.$$

Величина (20) может интерпретироваться как мера "системности" набора АЭ: с одной стороны это - доход центра, а с другой - интегральная характеристика рассогласованности предпочтений элементов.

Рассмотрим пример линейной активной системы, модель которой уже стала хрестоматийной в теории активных систем (введенная в [8] для иллюстрации непротивоположности интересов игроков, в [3] эта модель демонстрировала возможность несовпадения РДС и Парето оптимальных стратегий; в [12] - возможность достижения Парето оптимальной точки как РН при повторении одношаговой игры и использования стратегий наказания игроков за индивидуальные отклонения от коллективно рациональной стратегии).

Пример. Рассмотрим следующую линейную АС:

$$(21)\ h_i(y) = y_i + \sum_{j\neq i}(1-y_j)\ ,\ A_i = [0;1],\ N\ ^3\ 3.$$

Очевидно, $y_i^d = 1$, $y_i^P = 0$. При этом $h_i(y^d) = 1$, $h_i(y^P) = N - 1$, то есть " i ÎI $h_i(y^P) > h_i(y^d)$. Вычисляем величину $H_0(y) = N(N\text{-}1)+(2\text{-}N)\sum_{i=1}^{N} y_i$. Воспользовавшись (19), получаем, что $f_i(y) = \sum_{j\neq i}(1-y_j)$- $I(y_i\ ^1\ y_i^P\ )$,

то есть $E_d(f)$ Í $E_P(h)$. Выигрыш центра в рамках гипотезы благожелательности равен $H_0 = N\ (N\text{-}1)$.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Закончив рассмотрение формальных моделей, отметим, что в рамках предложенного подхода центр может рассматриваться как еще один активный элемент, являющийся метаигроком - обладающим правом устанавливать правила игры (в том числе - налагать несбалансированные штрафы на остальных игроков и т.д., см. также [6,11,17]), целевая функция которого есть сумма целевых функций элементов. Такая интерпретация управляющего органа согласована с пониманием коллективной рациональности (объединяющей элементы в организационную систему) как эффективности по Парето.

Следует отметить, что выше рассматривалась целесообразность выделения именно одного центра. Если взаимодействие элементов нижнего уровня структурировано (например, матрица в (14) имеет блочную структуру, соответствующую, например, технологическим ограничениям, или множество элементов может быть разбито на коалиции и т.д.), то, быть может, следует вводить одновременно несколько промежуточных центров - во всех подобных случаях необходимо детальное исследование структуры множеств равновесий (Нэша, Парето и т.д.).

Итак, проведенные рассуждения дают частичный ответ на вопрос об условиях целесообразности выделения из множества элементов одного уровня метаигрока, то есть введения дополнительного уровня иерархии. Вопрос об эффективности введения более высоких уровней над центрами может решаться аналогичным образом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бурков, В.Н., Еналеев, А.К., Новиков, Д.А. "Механизмы стимулирования в вероятностных моделях социально-экономических систем", Автоматика и Телемеханика, 1993, № 11, с. 3-30.
2. Бурков, В.Н., Еналеев, А.К., Новиков, Д.А. "Механизмы функционирования социально-экономических систем с сообщением информации", Автоматика и Телемеханика, 1996, № 3, с. 3-25.
3. Бурков, В.Н., Кондратьев, В.В. Механизмы функционирования организационных систем, Москва, Наука, 1981.
4. Бурков, В.Н., Новиков, Д.А. Введение в теорию активных систем, Москва, ИПУ РАН, 1996.
5. Бурков, В.Н., Новиков, Д.А. Как управлять проектами, Москва, Синтег, 1997.
6. Вилкас, Э.Й. Оптимальность в играх и решениях, Москва, Наука, 1990.
7. Воропаев, В.И. Управление проектами в России, Москва, Аланс, 1995.
8. Гермейер, Ю.Б. Игры с непротивоположными интересами, Москва, Наука, 1976.
9. Менар, К. Экономика организаций, Москва, ИНФРА-М, 1996.
10. Месарович, М., Мако, Д., Такахара, И. Теория иерархических многоуровневых систем, Москва, 1973.
11. Мулен, Э. Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели, Москва, Мир, 1991.
12. Новиков, Д.А. "Механизмы стимулирования в динамических и многоэлементных социально-экономических системах", Автоматика и Телемеханика, 1997, № 6, с. 3-26.
13. Новиков, Д.А. Стимулирование в социально-экономических системах (базовые математические модели), Москва, ИПУ РАН, 1998.
14. Подиновский, В.В., Ногин, В.Д. Парето оптимальные решения многокритериальных задач, Москва, Наука, 1982.
15. Dasgupta, P., Hammond, P., Maskin,. E. "The implementation of social choice rules: some general results on incentive compatibility", Review of Economic Studies, 1979, Vol. 46, № 2, pp. 185-216.
16. Mookherjee, D. "Optimal incentive schemes with many agents", Review of Economic Studies, 1984, Vol. 51, № 2, pp. 433-446.
17. Stole, L. Lectures on the theory of contracts and organizations, Chicago, Univ. of Chicago. 1997.