Труды международной научно-практической конференции "Современные сложные системы управления". Липецк: ЛГТУ, 2002., 12-14 марта. С. 7-8.

Процедуры нечеткого комплексного оценивания

Андронникова Н.Г., Леонтьев С.В., Новиков Д.А.

Институт проблем управления РАН, Москва, Россия
Тел: 334-9051 *Факс:* 334-8911 *Е-мэйл:* nov@ipu.rssi.ru

Ключевые слова: принятие решений, комплексное оценивание, нечеткие множества.

При принятии управленческих решений в самых разных областях – начиная с процедур оценки деятельности подразделений организации [8], работ проекта [4] и т.д. и заканчивая программами отраслевого и регионального развития [1, 2] – часто встречается задача оценки сложных объектов, описываемых несколькими критериями. Наряду с линейными свертками и другими методами [5], в последнее время все большую популярность завоевывают методы формирования комплексной оценки на основе построения иерархической структуры (дерева) критериев.

Напомним основную идею [4, 6] на следующем условном примере. Предположим, что требуется оценить уровень социально-экономического развития некоторого региона (критерий *X* – см. рисунок 1), который определяется уровнем экономического развития (критерий *X1*) и уровнем социального развития (критерий *X2*). Уровень экономического развития в свою очередь определяется уровнем инвестиций (критерий *X11*) и средней заработной платой (критерий *X12*), а уровень социального развития – уровнем цен (критерий *X21*) и экологической обстановкой (критерий *X22*).

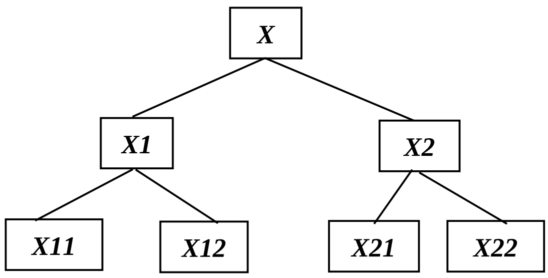

Рис. 1. Дерево критериев

Пусть значения оценок по каждому критерию могут принимать конечное число значений (для простоты будем использовать четырехбальную шкалу: 1 – «плохо», 2 – «удовлетворительно», 3 – «хорошо» и 4 – «отлично»). Требуется, имея оценки по критериям *X11, X12, X21, X22* нижнего уровня, получить оценку агрегированную оценку по критерию *X*. В случае бинарного дерева для свертки критериев используют логические матрицы (матрицы свертки), значения элементов которых определяют агрегированную оценку при условии, что оценки по агрегируемым критериям являются номерами соответствующих строк и столбцов.

X2 **X**

X2 \ X1	1	2	3	4
1	1	2	2	3
2	1	2	3	3
3	2	2	3	4
4	2	3	3	4

X1

X12 **X1**

X12 \ X11	1	2	3	4
1	1	1	2	2
2	1	2	3	3
3	2	3	3	4
4	2	3	4	4

X11

X22 **X2**

X22 \ X21	1	2	3	4
1	1	1	3	3
2	1	2	3	3
3	1	2	3	4
4	2	2	3	4

X21

Рис. 2. Матрицы свертки

Если использовать в рассматриваемом примере матрицы свертки, приведенные на рисунке 2, то при *X11 = 4, X12 = 3, X21 = 2, X22 = 3* получим, что *X1 = 4, X2 = 2*, а *X = 3* (см. таблицу 1).

Табл. 1. Агрегирование четких оценок

Критерии	*Четкие значения*
X	3
X1	4
X2	2
X11	4
X12	3
X21	2
X22	3

Преимущества и недостатки процедур комплексного оценивания на основе матриц свертки подробно обсуждались в [1, 2, 4], останавливаться на них подробно мы не будем.

В упомянутых работах также исследовались методы определения напряженных (Парето-эффективных) вариантов, вариантов минимальной стоимости и риска и др. Значительное внимание уделялось процедурам оценивания и агрегирования рисков на деревьях критериев. Так, при независимых значениях риска и надежности для агрегируемых критериев, агрегированная оценка определялась как сумма (по всем комбинациям агрегируемых оценок, приводящих к заданному значению агрегированной оценки) произведений агрегируемых значений [2, 4].

Обобщением кратко описанной выше системы комплексного оценивания является система нечеткого комплексного оценивания, в которой оценки по каждому из критериев являются в общем случае нечеткими и агрегируются в соответствии с матрицами свертки. Нечетким оценкам могут соответствовать вектора степеней уверенности экспертов в достижении четких оценок. Получаемая в результате агрегирования оценка также является нечеткой и несет в себе больше информации.

Пусть $\tilde{x}_1$ - нечеткая оценка по первому критерию, задаваемая функцией принадлежности $m_{\tilde{x}_1}(x_1)$ на универсальном множестве, определяемом соответствующей шкалой (в рассматриваемом примере это множество – {1, 2, 3, 4}), $\tilde{x}_2$ - нечеткая оценка по второму критерию, задаваемая функцией принадлежности $m_{\tilde{x}_2}(x_2)$.

В соответствии с принципом обобщения [7] полученная в результате агрегирования по процедуре $f(\cdot,\cdot)$, задаваемой матрицей свертки, нечеткая оценка $\tilde{x}$ будет определяться функцией принадлежности

(1) $$m_{\tilde{x}}(x) = \sup_{\{(x_1,x_2)\,|\,f(x_1,x_2)=x\}} \min\{m_{\tilde{x}_1}(x_1),\ m_{\tilde{x}_2}(x_2)\}.$$

В предельном случае, то есть когда агрегируются четкие оценки, естественно, агрегированная оценка является четкой и совпадает с получающейся в результате использования четкой процедуры комплексного оценивания с логическими матрицами.

Пусть для рассматриваемого примера нечеткие оценки по критериям нижнего уровня принимают значения, приведенные в таблице 2. Используя матрицы свертки, приведенные на рисунке 2, и выражение (1), получаем нечеткие оценки по агрегированным критериям (см. таблицу 2).

Табл. 2. Агрегирование нечетких оценок

	Нечеткие значения			
Критерии	1	2	3	4
X	0,00	0,20	0,70	0,30
X1	0,00	0,10	0,40	0,70
X2	0,20	0,90	0,30	0,10
X11	0,00	0,20	0,40	0,70
X12	0,00	0,10	1,00	0,40
X21	0,20	0,90	0,30	0,10
X22	0,00	0,30	0,95	0,40

Отметим простоту реализации методов агрегирования (все приводимые в настоящей работе рисунки и таблицы импортированы из реализованной авторами в Excel системы нечеткого комплексного оценивания).

Нечеткие оценки по критериям *X*, *X1* и *X2* для рассматриваемого примера приведены на рисунке 3.

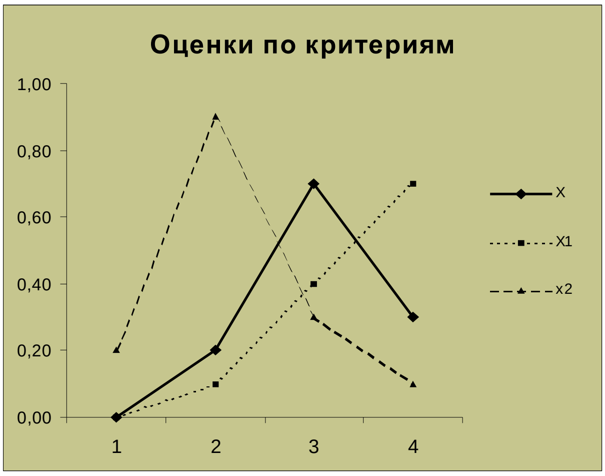

Рис. 3. Нечеткие оценки по критериям X, X1 и X2

По аналогии с напряженными вариантами в системах четкого комплексного оценивания [4], можно рассматривать нечеткие напряженные варианты. Пусть задан нечеткий вектор оценок агрегированного критерия (в рассматриваемом примере – это вектор *X* = (0; 0,2; 0,7; 0,3)). Напряженными назовем минимальные вектора агрегируемых оценок, приводящие к заданному нечеткому вектору агрегированных оценок. Легко убедиться, что в рассматриваемом примере – это вектора *X1* = (0; 0; 0,2; 0,7) и X_2 = (0,2; 0,7; 0,3; 0). Напряженному варианту будет соответствовать следующий набор значений оценок нижнего уровня: *X11* = (0; 0; 0,2; 0,7), *X12* = (0; 0; 0,7; 0), *X21* = (0,2; 0,7; 0,3; 0), *X22* = (0; 0; 0,7; 0). Разности между приведенными в таблице 2 значениями оценок и напряженными можно считать резервами по соответствующим критериям, и ставить и решать задачи оптимизации резервов, затрат и риска.

Литература

1. Андронникова Н.Г., Баркалов С.А., Бурков В.Н., Котенко А.М. Модели и методы оптимизации региональных программ развития. М.: ИПУ РАН, 2001. – 60 с.
2. Бурков В.Н., Грацианский Е.В., Дзюбко С.И., Щепкин А.В. Модели и механизмы управления безопасностью. М.: Синтег, 2001. – 160 с.
3. Бурков В.Н., Кондратьев В.В., Цыганов В.В., Черкашин А.М. Теория активных систем и совершенствование хозяйственного механизма. М.: Наука, 1984. - 272 с.
4. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Как управлять проектами. М.: Синтег, 1997. – 188 с.
5. Вилкас Э.Й., Майминас Е.З. Решения: теория, информация, моделирование. М.: Радио и связь, 1981. – 328 с.
6. Глотов В.А., Павельев В.В. Векторная стратификация. М.: Наука, 1984. – 132 с.
7. Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. М.: Наука, 1981. – 206 с.
8. Полянский С.В., Семенов И.Б., Чижов С.А. Комплексное оценивание в задачах управления системами социально-экономического типа. М.: ИПУ РАН, 1996. – 48 с.