

# МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ КОМАНДЫ

Д.А. Новиков, А.Г. Чхартишвили

(Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,  
Московский государственный университет им. В.А. Ломоносова)

[www.mtas.ru](http://www.mtas.ru)

## Введение

В последнее время в менеджменте, управлении проектами и других разделах прикладной теории управления организационными системами все большее внимание уделяется командной деятельности персонала организации. Под *командой* понимается коллектив (объединение людей, осуществляющих совместную деятельность и обладающих общими интересами), способный достигать цели автономно и согласованно, при минимальных управляющих воздействиях.

Существенными в определении команды являются два аспекта. Первый – достижение цели, то есть, конечный результат совместной деятельности является для команды системообразующим фактором. Второй аспект – автономность и согласованность деятельности – означает, что каждый из членов команды демонстрирует поведение, требуемое в данных условиях (позволяющих достичь поставленной цели), то есть то поведение, которого от него ожидают другие члены команды.

На сегодняшний день, несмотря на большое количество качественных обсуждений, практически отсутствуют формальные модели формирования команды и ее функционирования, поэтому в настоящей работе приводится модель формирования команды, основывающаяся на рассмотрении иерархий взаимных представлений агентов о *типах* друг друга, то есть о существенных параметрах, определяющих эффективность индивидуальной деятельности.

## Описание модели

Рассмотрим множество  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  агентов. Стратегией  $i$ -го агента является выбор действия  $y_i \geq 0$ , что требует от него затрат

$c_i(y_i, r_i)$ , где  $r_i > 0$  – тип данного агента, отражающий эффективность его деятельности. Предположим, что целью совместной деятельности агентов является обеспечение суммарного "действия"  $\sum_{i \in N} y_i = R$  с минимальными суммарными затратами  $\sum_{i \in N} c_i(y_i, r_i)$ . С

теоретико-игровой точки зрения можно условно считать, что целевые функции агентов совпадают и определяются взятыми с обратным знаком суммарными затратами.

Содержательными интерпретациями данной задачи являются: выполнение заказа объединением предприятий, выполнение заданного объема работ бригадой, отделом и т.д. Без ограничения общности положим  $R = I$ .

Если вектор  $r = (r_1, r_2, \dots, r_n)$  является общим знанием [6], то, решая задачу условной оптимизации, каждый из агентов может вычислить оптимальный вектор действий

$$y^*(r) = (y_1^*(r), y_2^*(r), \dots, y_n^*(r)),$$

где

$$(1) y_i^*(r) = r_i / \sum_{j \in N} r_j, i \in N.$$

Рассмотрим несколько различных вариантов информированности агентов о векторе их типов, отличающихся от общего знания (в рассматриваемой модели имеется иерархия представлений агентов не о внешнем параметре – состоянии природы, что обычно предполагается в моделях рефлексивных игр [6], а о параметрах друг друга). А именно, ограничимся двумя случаями: в первом каждый агент имеет представления  $r_{ij} > 0$  о типах других агентов, во втором – представления  $r_{ijk} > 0$  об этих представлениях,  $i, j, k \in N$ .

В качестве отступления отметим, что, если существует центр, которому известны истинные типы агентов и который осуществляет мотивационное управление, то, независимо от информированности агентов при использовании центром пропорциональной системы стимулирования со ставкой оплаты  $I / \sum_{j \in N} r_j$  каждый из агентов независимо выберет соответствующее действие (1) [3].

Будем считать, что свой тип каждому агенту известен достоверно. Кроме того, в рамках аксиомы автоинформированности [6] получаем, что  $r_{ii} = r_i$ ,  $r_{ij} = r_{ij}$ ,  $r_{ijj} = r_{ij}$ ,  $i, j \in N$ .

В рамках существующих представлений каждый агент может предсказать, какие действия выберут другие агенты, какие они понесут индивидуальные затраты и каковы будут суммарные затраты. Если выбор действий производится многократно, и наблюдаемая некоторым агентом реальность оказывается отличной от его представлений, то он вынужден корректировать свои представления и при очередном своем выборе использовать "новые" представления.

Совокупность наблюдаемых  $i$ -ым агентом параметром назовем его *субъективной историей игры* и обозначим  $h_i$ ,  $i \in N$ . В рамках рассматриваемой модели субъективная история игры может включать:

1) действия, выбранные другими агентами (будем считать, что свои действия агент знает всегда) –  $y_{-i} = (y_1, y_2, \dots, y_{i-1}, y_{i+1}, \dots, y_n)$ ;

2) затраты (фактические) других агентов (при этом он может вычислить и суммарные затраты) –  $c_{-i} = (c_1, c_2, \dots, c_{i-1}, c_{i+1}, \dots, c_n)$ ;

3) суммарные затраты всех агентов –  $c = \sum_{i \in N} c_i$ ;

4) действия и затраты (фактические) других агентов (при этом он может вычислить и суммарные затраты) –  $(y_{-i}; c_{-i})$ ;

5) действия других агентов и суммарные затраты –  $(y_{-i}; c)$ .

Видно, что варианты неравнозначны: вариант четыре наиболее "информативен", вариант три менее "информативен", чем вариант два и т.д. Выбор варианта информированности является одним из способов информационного управления со стороны центра.

Два случая структур информированности (представления вида  $r_{ij}$  и вида  $r_{ijk}$ ) и пять вариантов субъективных историй игры (будем считать, что субъективные истории и структуры информированности всех агентов одинаковы, иначе число возможных вариантов резко возрастает) порождают десять моделей, условно обозначенных 1-10 (см. таблицу 1).

Таблица 1

## Модели формирования команды

Субъективная история игры	Структура информированности	
	$\{r_{ij}\}$	$\{r_{ijk}\}$
$y_{-i}$	Модель 1	Модель 6
$c_{-i}$	Модель 2	Модель 7
$c$	Модель 3	Модель 8
$(y_{-i}; c_{-i})$	Модель 4	Модель 9
$(y_{-i}; c)$	Модель 5	Модель 10

Рассмотрим, какие процедуры принятия решений могут использовать агенты при выборе своих действий. В рамках структуры информированности  $\{r_{ij}\}$   $i$ -ый агент может выбирать свое действие, либо следуя процедуре (1), тогда

$$(2) y_i^*(\{r_{ij}\}) = r_i / \sum_{j \in N} r_{ij},$$

либо он может, оценив действия оппонентов в соответствии с процедурой (2), вычислить свое действие, приводящее к требуемой сумме действий:

$$(3) y_i^*(\{r_{ij}\}) = 1 - \sum_{j \neq i} (r_{ij} / \sum_{j \in N} r_{ij}), i \in N.$$

Легко видеть, что процедуры (2) и (3) эквивалентны.

В рамках структуры информированности  $\{r_{ijk}\}$   $i$ -ый агент может, оценив действия оппонентов в соответствии с процедурой (1):

$$(4) y_{ij}^*(\{r_{ijk}\}) = r_{ij} / \sum_{k \in N} r_{ijk}, j \in N,$$

вычислить свое действие, приводящее к требуемой сумме действий:

$$(5) y_i^*(\{r_{ijk}\}) = 1 - \sum_{j \neq i} (r_{ij} / \sum_{k \in N} r_{ijk}), i \in N.$$

**Динамика коллективного поведения**

Описав модели принятия агентами решений в статике, рассмотрим динамику их коллективного поведения.

Предположим, что на каждом шаге агенты принимают решения, используя информацию только о предыдущем шаге, то есть субъективная история игры включает только соответствующие значения предыдущего периода времени. Этим предположением мы исключаем из рассмотрения случаи, когда принятие решений осуществляется на основании всей наблюдаемой рассматриваемым агентом предшествующей траектории игры. Модели принятия решений в подобном случае чрезвычайно сложны (см. обзор и результаты исследования моделей динамических организационных систем в [4]) и вряд ли позволят сделать содержательно интерпретируемые выводы.

Обозначим  $W_i^t(h_i^t)$  – текущее положение цели  $i$ -го агента в периоде  $t$  – его представления  $I_i^t$  о типах оппонентов, которые могли бы приводить к наблюдаемым данным агентом их выборам в периоде  $t = 0, 1, 2, \dots, i \in N$ .

Предположим, что первоначально агенты имеют представления  $I_i^t$  и изменяют их в зависимости от субъективной истории игры в соответствии с *гипотезой индикаторного поведения* [2]:

$$(6) \quad I_i^{t+1} = I_i^t + \gamma_i^t (W_i^t(h_i^t) - I_i^t), \quad t = 1, 2, \dots, i \in N,$$

где  $\gamma_i^t$  – вектор, компоненты которого – числа из отрезка  $[0; 1]$ , интерпретируемые как "величины шагов" к положению цели и обладающие описываемыми в [7] свойствами, необходимыми для сходимости процедуры (6). Так как представления каждого агента описываются конечным числом параметров  $r_{ij}$  или  $r_{ijk}$ ,  $i, j, k \in N$ , то под записью (6) будем понимать "векторную" формулировку закона независимого изменения компонент структуры информированности.

Отметим, что гипотеза индикаторного поведения является лишь одним из возможных вариантов описания коллективного поведения [1, 7], но мы ограничимся ее использованием, так как, с одной стороны, ее свойства исследованы наиболее подробно по сравнению с другими процедурами, а с другой стороны – как показывают имитационные эксперименты [8], она достаточно адекватно описывает поведение многих реальных субъектов.

Теперь мы имеем все необходимое для того, чтобы корректно определить, что будет пониматься под командой. А именно, **ко-**

**мандой** будем считать множество агентов, выборы которых согласованы с иерархией их взаимных представлений друг о друге. В рассматриваемой модели командой будет набор агентов с такой структурой информированности, которая является неподвижной точкой отображения (6) при условии, что действия, выбираемые агентами в зависимости от структур их информированности, определяются выражениями (2) или (5). Введенное определение команды качественно близко к определениям свойств *стабильности* и *согласованности информационного управления*, отвечающих за то, чтобы реальные действия или выигрыши агентов совпадали с ожидаемыми действиями или выигрышами (см. выше и [5, 6]).

Таким образом, в каждом конкретном случае динамика изменения взаимных представлений агентов описывается зависимостью  $W_i^t(\cdot)$  положения цели от субъективной истории игры. Рассмотрим модели 1-10 (см. таблицу 1), детализировав историю игры и положения целей.

## Результаты исследования моделей

Модель 1. Будем считать, что агент  $i$ , имеющий структуру информированности  $\{r_{ij}\}$ , наблюдает действия  $x_{-i}$ , выбранные другими агентами.

Обозначим множество тех типов оппонентов  $i$ -го агента, при которых их действия, выбираемые в соответствии с выражением (2), совпадут с наблюдаемыми действиями  $x_{-i}$ :

$$(7) \Omega_i^1 = \{r_{ij} > 0, j \in N \setminus \{i\} \mid r_{ij} / \sum_{j \in N} r_{ij} = x_j, j \in N \setminus \{i\}\}.$$

Обозначим  $w_{ij}^t(x_{-i}^t)$  –  $j$ -ую проекцию ближайшей к точке  $(r_{ij}^t)_{j \in N \setminus \{i\}}$  точки множества  $\Omega_i^1$ . Тогда динамику представлений  $i$ -го агента можно описать следующим образом

$$(8) r_{ij}^{t+1} = r_{ij}^t + \gamma_{ij}^t (w_{ij}^t(x_{-i}^t) - r_{ij}^t), j \in N \setminus \{i\}, t = 1, 2, \dots, i \in N,$$

а выбор им действий будет следовать выражению (2).

Отметим, что данная процедура определения положения цели не является единственно возможной. Например, альтернативой является вычисление агентом на основе своих представлений

предполагаемых действий других агентов в соответствии с процедурой (2), а затем выбор своего действия, дополняющего сумму действий оппонентов до требуемой величины (в рассматриваемой модели принятой равной единице) – см. также пример ниже.

**Модель 2.** Будем считать, что агент  $i$ , имеющий структуру информированности  $\{r_{ij}\}$ , наблюдает затраты  $c_{-i}$  других агентов.

Обозначим множество тех типов оппонентов  $i$ -го агента, при которых их затраты, при действиях, выбираемые в соответствии с выражением (2), совпадут с наблюдаемыми затратами  $c_{-i}$ :

$$(9) \Omega_i^2 = \{r_{ij} > 0, j \in N \setminus \{i\} \mid c_j(r_{ij} / \sum_{j \in N} r_{ij}, r_{ij}) = c_j, j \in N \setminus \{i\}\}.$$

Обозначим  $w_{ij}^t(c_{-i})$  –  $j$ -ую проекцию ближайшей к точке  $(r_{ij}^t)_{j \in N \setminus \{i\}}$  точки множества  $\Omega_i^2$ . Тогда динамику представлений  $i$ -го агента можно описать процедурой (8), а выбор им действий будет следовать выражению (2).

Качественно, данный случай (в смысле информативности и разрешимости соответствующей системы уравнений – см. выражения (7) и (9)) не сильно отличается от модели 1.

**Модель 3.** Будем считать, что агент  $i$ , имеющий структуру информированности  $\{r_{ij}\}$ , наблюдает суммарные затраты  $c$  всех агентов.

Обозначим множество тех типов оппонентов  $i$ -го агента, при которых суммарные затраты совпадут с наблюдаемыми суммарными затратами  $c$ :

$$(10) \Omega_i^3 = \{r_{ij} > 0, j \in N \setminus \{i\} \mid c_i(y_i, r_i) + \sum_{j \in N \setminus \{i\}} [c_j(r_{ij} / \sum_{j \in N} r_{ij}, r_{ij})] = c\}.$$

Обозначим  $w_{ij}^t(c)$  –  $j$ -ую проекцию ближайшей к точке  $(r_{ij}^t)_{j \in N \setminus \{i\}}$  точки множества  $\Omega_i^3$ . Тогда динамику представлений  $i$ -го агента можно описать процедурой (8) а выбор им действий будет следовать выражению (2).

Качественно, данный случай (в смысле информативности и множественности решений уравнения, входящего в определение множества  $\Omega_i^3$  в выражении (10), а также сложности моделирования) существенно отличается от моделей 1 и 2.

Модели 4 и 5 описываются по аналогии с моделями 1 и 2 и рассматривать их подробно мы не будем.

Модель 6. Будем считать, что агент  $i$ , имеющий структуру информированности  $\{r_{ijk}\}$ , наблюдает действия  $x_{-i}$ , выбранные другими агентами.

Обозначим множество тех типов оппонентов  $i$ -го агента, при которых их действия, выбираемые в соответствии с выражением (4), совпадут с наблюдаемыми действиями  $x_{-i}$ :

$$(11) \Omega_i^6 = \{r_{ijk} > 0, j \in N \setminus \{i\}, k \in N \mid r_{ij} / \sum_{k \in N} r_{ijk} = x_j, j \in N \setminus \{i\}\}.$$

Обозначим  $w_{ijk}^t(x_{-i}^t)$  –  $jk$ -ую проекцию ближайшей к точке  $(r_{ijk}^t)_{j \in N \setminus \{i\}}$  точки множества  $\Omega_i^6$ . Тогда динамику представлений  $i$ -го агента можно описать следующим образом

$$(12) r_{ijk}^{t+1} = r_{ijk}^t + \gamma_{ij}^t (w_{ijk}^t(x_{-i}^t) - r_{ijk}^t), j \in N \setminus \{i\}, t = 1, 2, \dots, i \in N,$$

а выбор им действий будет следовать выражению (5), то есть:

$$(13) y_i^{t*}(\{r_{ijk}^t\}) = 1 - \sum_{j \neq i} (r_{ij}^t / \sum_{k \in N} r_{ijk}^t), i \in N.$$

Модель 6 по технике описания и анализа аналогична модели 1, модель 7 – модели 2 т.д., поэтому рассматривать подробно модели 7-10 мы не будем.

Итак, с точки зрения каждого из агентов в модели 1 имеется  $n - 1$  уравнение с  $n - 1$  неизвестным, в модели 2:  $n - 1$  уравнение с  $n - 1$  неизвестным, в модели 3: одно уравнение с  $n - 1$  неизвестным, в модели 4:  $2(n - 1)$  уравнений с  $n - 1$  неизвестным, в модели 5:  $n$  уравнений с  $n - 1$  неизвестным, в модели 6:  $n - 1$  уравнение с  $n(n - 1)$  неизвестным и т.д.

## Пример

Рассмотрим наиболее простую из десяти перечисленных выше моделей, а именно – модель 1 системы из трех агентов, имеющих сепарабельные квадратичные функции затрат  $c_i(y_i, r_i) = (y_i)^2 / 2 r_i$ . Из (7) вычисляем:

$$w_{13}(x_2, x_3) = x_3 r_1 / (1 - x_2 - x_3),$$

$$w_{12}(x_2, x_3) = x_2 r_1 / (1 - x_2 - x_3),$$



$$\begin{aligned}
w_{21}(x_1, x_3) &= x_1 r_2 / (1 - x_1 - x_3), \\
w_{23}(x_1, x_3) &= x_3 r_2 / (1 - x_1 - x_3), \\
w_{31}(x_1, x_2) &= x_1 r_3 / (1 - x_1 - x_2), \\
w_{32}(x_1, x_2) &= x_2 r_3 / (1 - x_1 - x_2),
\end{aligned}$$

Пусть  $r_1 = 1,8$ ;  $r_2 = 2$ ;  $r_3 = 2,2$ , а начальные представления агентов о типах друг друга одинаковы и равны двум. Объективно оптимальным (в смысле минимума суммарных затрат) является вектор действий  $(0,30; 0,33; 0,37)$ .

Предположим, что агенты действуют следующим образом: на основании собственных представлений о своем типе и типах оппонентов они вычисляют в соответствии с процедурой (2) действия оппонентов, доставляющие "субъективный" суммарный минимум сумме затрат (предсказывают действия оппонентов); сравнивают наблюдаемые действия с предсказанными и изменяют свои представления о типах оппонентов пропорционально разности между наблюдаемыми и предсказанными действиями с коэффициентом пропорциональности  $\gamma_{ij}^t = 0,25$ ,  $i, j \in N$ ,  $t = 1, 2, \dots$ .

В результате такой процедуры получаем через 200 шагов вектор действий  $(0,316; 0,339, 0,345)$  и следующие представления агентов о типах друг друга  $r_{12} = 1,93 < r_2$ ,  $r_{13} = 1,94 < r_3$ ,  $r_{21} = 1,86 > r_1$ ,  $r_{23} = 2,01 < r_3$ ,  $r_{31} = 2,02 > r_1$ ,  $r_{32} = 2,17 > r_2$ . Несмотря на несовпадение представлений с реальностью, ситуация является стабильной – ожидаемые действия и наблюдаемые совпадают с точностью до четырех знаков после запятой.

На рисунке 1 приведена динамика действий агентов, на рисунке 2 – суммарное "рассогласование" действий агентов (корень из суммы квадратов разностей наблюдаемых и ожидаемых действий).

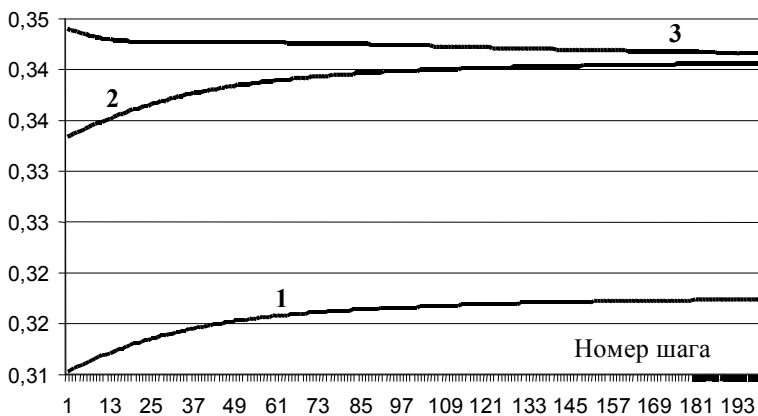


Рис. 1. Динамика действий агентов

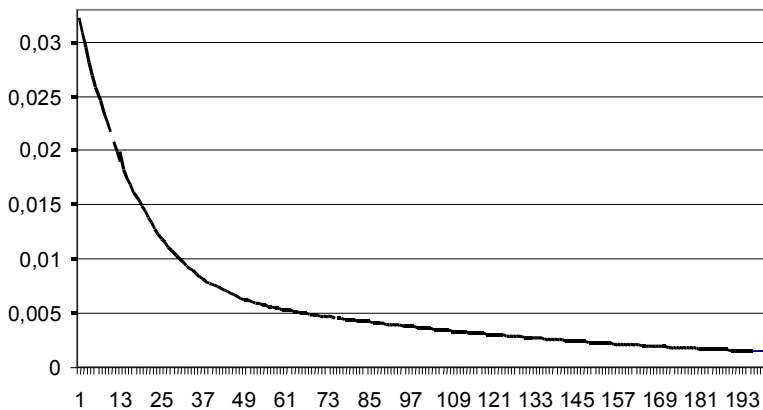


Рис. 2. Динамика рассогласования

Пусть при  $r_1 = 1,8$ ;  $r_2 = 2$ ;  $r_3 = 2,2$  начальные представления агентов о типах друг друга изменились и стали равны следующим значениям

$$r_{12}^0 = 2, r_{13}^0 = 2,5, r_{21}^0 = 1,5, r_{23}^0 = 2,5, r_{31}^0 = 1,5, r_{32}^0 = 2.$$

Объективно оптимальным (в смысле минимума суммарных затрат) является по-прежнему вектор действий  $(0,30; 0,33; 0,37)$ .

Через 200 шагов вектор действий  $(0,298; 0,3484, 0,3524)$  и следующие представления агентов о типах друг друга  $r_{12} = 2,1 > r_2$ ,  $r_{13} = 2,12 < r_3$ ,  $r_{21} = 1,71 < r_1$ ,  $r_{23} = 2,01 < r_3$ ,  $r_{31} = 1,85 > r_1$ ,  $r_{32} = 2,16 > r_2$ . Несмотря на несовпадение представлений с реальностью, ситуация является стабильной – ожидаемые действия и наблюдаемые совпадают с точностью до четырех знаков после запятой (динамика действий агентов и суммарного "рассогласования" действий агентов ведут себя аналогичным приведенным соответственно на рисунках 1 и 2 образом).

При использовании процедуры (8) при тех же начальных данных получаем вектор действий  $(0,318; 0,341, 0,341)$  и следующие представления агентов о типах друг друга  $r_{12} = 1,93 < r_2$ ,  $r_{13} = 1,93 < r_3$ ,  $r_{21} = 1,87 > r_1$ ,  $r_{23} = 2,00 < r_3$ ,  $r_{31} = 1,05 > r_1$ ,  $r_{32} = 2,2 > r_2$ . Несмотря на несовпадение представлений с реальностью, в этом случае ситуация также является стабильной – ожидаемые действия и наблюдаемые совпадают с точностью до шести знаков после запятой.

Такое явление, как стабильность информационного равновесия, в котором представления агентов друг о друге не совпадают с истиной, имеет простое объяснение: набор систем уравнений (7) для всех агентов относительно представлений агентов и их действий имеет не единственное решение. Такую ситуацию назовем **ложным равновесием**. Действительно, например, в случае двух агентов система из трех уравнений

$$(14) \begin{cases} \frac{r_{12}}{r_1 + r_{12}} = x_2 \\ x_1 + x_2 = 1 \\ \frac{r_{21}}{r_2 + r_{21}} = x_1 \end{cases}$$

с четырьмя неизвестными  $r_{12}$ ,  $r_{21}$ ,  $x_1$ ,  $x_2$  имеет бесконечное множество решений: выражая все неизвестные через  $x_1$  получим следующее семейство решений (при подстановке представлений агентов в

(2) получаются тождества):  $r_{12} = r_1 (I/x_1 - I)$ ,  $r_{21} = r_2 x_1 / (I - x_1)$ ,  $x_2 = I - x_1$ ,  $x_1 \in (0; I)$ .

Отметим, что переход к модели 4, то есть добавление информации о затратах оппонентов, может сузить множество решений соответствующей системы уравнений. В рассматриваемой модели одновременное наблюдение затрат и действий агента позволяет однозначно определить его тип (за один шаг).

Приведем пример. Пусть имеются два агента, у которых  $r_1 = 1,5$ ;  $r_2 = 2,5$ . Начальные представления:  $r_{12}^0 = 1,8$ ,  $r_{21}^0 = 2,2$ , то есть существенно "неправильные". Конечные (через 200 шагов) представления агентов друг о друге равны  $r_{12} = 1,747$ ;  $r_{21} = 2,147$ , то есть не приблизились к истине.

Субъективно равновесными являются действия  $x_1 = 0,4614$ ;  $x_2 = 0,5376$ . При этом наблюдаемые действия являются информационным равновесием – они согласованы с индивидуальными представлениями агентов (удовлетворяют системе уравнений (14)).

Множество субъективных равновесий для рассматриваемого примера изображено на рисунке 3, на котором кружком помечена начальная точка, ромбиком – истинные значения типов, стрелкой указано изменение представлений агентов.

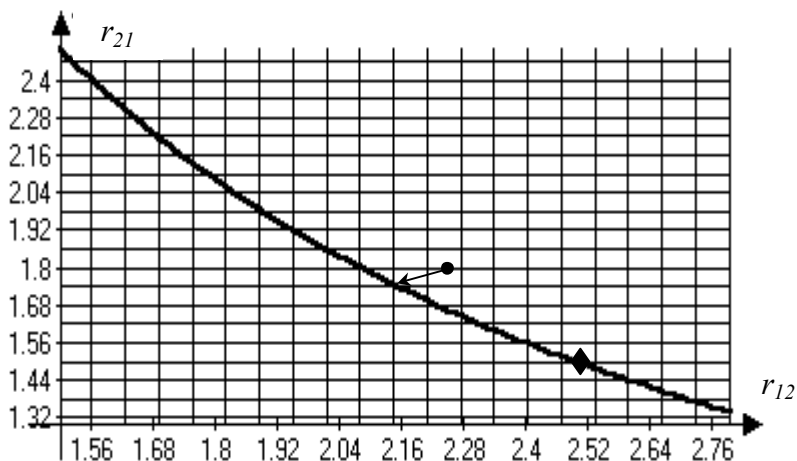


Рис. 3. Множество субъективных равновесий

Из системы уравнений (14) следует, что стабильными будут все информационные равновесия, удовлетворяющие следующему условию:

$$(15) \quad r_{12} r_{21} = r_1 r_2.$$

Множество взаимных представлений  $(r_{12}; r_{21})$ , удовлетворяющих (15) представляет собой гиперболу на соответствующей плоскости. Пример такой гиперболы для случая  $r_1 = 2; r_2 = 1$  приведен на рисунке 4.

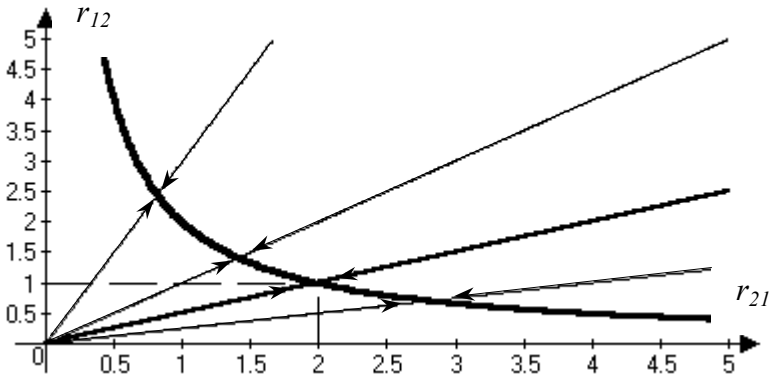


Рис. 4. Множество субъективных равновесий и области их притяжения

Проведенный анализ дает возможность не только определить множество ложных равновесий (15), но и исследовать области их притяжения: из (8) следует, что динамика взаимных представлений удовлетворяет следующему уравнению:

$$(16) \quad \frac{\Delta r_{12}^t}{\Delta r_{21}^t} = \frac{\gamma_{12}^t}{\gamma_{21}^t} \frac{r_{12}^{t-1}}{r_{21}^{t-1}}, \quad t = 1, 2, \dots,$$

следовательно, при постоянных и одинаковых «шагах»  $\gamma$  траекториями изменения взаимных представлений будут прямые, проходящие через ноль. Угол наклона этих прямых (см. рисунок 4) – областей притяжения точек их пересечения с гиперболой (15) – определяется начальной точкой (например, любая начальная точка, лежащая на выделенной на рисунке 4 жирным шрифтом прямой  $r_{12} = r_{21} / 2$ , приводит к истинному равновесию).

Данный факт представляет интерес с точки зрения информационного управления – зная интересующую его конечную точку, центр легко может вычислить множество начальных точек (прямую), начав движение из которой агенты сами придут в требуемое для центра равновесие (в случае переменных «шагов» задача сводится к поиску траектории, удовлетворяющей (16) и проходящей через заданную точку множества (16)).

### Условия существования ложного равновесия

В связи с приведенными примерами возникает естественный вопрос: насколько ситуация ложного равновесия характерна? Попытаемся прояснить это, сформулировав в общем случае условия его возникновения (применительно к модели 1).

Пусть вектор типов агентов  $r = (r_1, r_2, \dots, r_n)$  является общим знанием, и при данном векторе существует единственный оптимальный вектор действий  $y^*(r) = (y_1^*(r), y_2^*(r), \dots, y_n^*(r))$ . Тем самым, определено  $n$  функций  $\varphi_i: r \rightarrow y_i^*(r)$ ,  $i \in N$ , ставящих в соответствие вектору типов  $r$  оптимальное действие  $i$ -го агента (будем считать, что функции  $\varphi_i$  определены лишь на таких векторах типов, для которых существует (притом единственный) вектор оптимальных действий.)

Теперь предположим, что только что описанная ситуация выполняется *субъективно*: каждый из агентов *считает*, что вектор типов является общим знанием. Тогда структура информированности игры описывается  $N$  векторами вида  $(r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{in})$ ,  $i \in N$ . Информационное равновесие  $y^* = (y_1^*, y_2^*, \dots, y_n^*)$  будет стабильным, если каждый из агентов увидит те действия оппонентов, какие и ожидает. Это означает выполнение следующих соотношений:

$$(17) \varphi_i(r_{j1}, r_{j2}, \dots, r_{jn}) = y_i^*(r), i, j \in N.$$

Если равновесие  $y^*$  является произвольным, то (17) задает  $n(n-1)$  ограничение на структуру информированности. Если, далее, тип каждого агента фиксирован (и, разумеется, известен самому агенту), то для выполнения соотношений (17) требуется вычислить  $n(n-1)$  величину  $r_{ij}$ ,  $i, j \in N, i \neq j$ .

Системе (17) заведомо удовлетворяет набор  $r_{ij}$ , для которого  $r_{ij} = r_j$  при всех  $i$  и  $j$ . Таким образом, вопрос о существовании ложного равновесия при фиксированном наборе типов  $(r_1, r_2, \dots, r_n)$  сводится к следующему: существует ли у системы (17), в которой  $n(n-1)$  уравнение и столько же подлежащих определению величин, более одного решения?

## Заключение

Завершив рассмотрение теоретико-игровой модели формирования команды, можно сделать вывод, что **стабильность команды и слаженность ее работы может достигаться, в том числе, и при ложных равновесиях, то есть при ложных представлениях членах команды друг о друге**. Выход из ложного равновесия требует получения агентами дополнительной информации друг о друге.

Таким образом, модели формирования и деятельности команд, описываемые в терминах рефлексивных игр, не только отражают автономность и согласованность деятельности команды, но и позволяют ставить и решать задачи управления процессом формирования команды.

Действительно, из рассмотрения моделей 1-10 следует, что существенной является та информация, которой обладают агенты об истории игры. Поэтому одна из управленческих возможностей заключается в создании, во-первых, разнообразных ситуаций деятельности (обеспечивающих выявление существенных характеристик агентов – см. модели научения в [1]) и, во-вторых, обеспечения максимальных коммуникаций и доступа ко всей существенной информации.

Кроме того, проведенный анализ свидетельствует, что на скорость формирования команды (скорость сходимости к равновесию) существенно влияют параметры  $\gamma$  – "размеры шагов", фигурирующие в процедурах динамики коллективного поведения агентов (см. также [7]). Влияние на эти параметры также может рассматриваться как управление со стороны центра.

## Литература

1 Новиков Д.А. Закономерности итеративного научения. М.: ИПУ РАН, 1998.

2 Новиков Д.А., Петраков С.Н. Курс теории активных систем. М.: Синтег, 1999.

3 Новиков Д.А. Стимулирование в организационных системах. М.: Синтег, 2003.

4 Новиков Д.А., Смирнов И.М., Шохина Т.Е. Механизмы управления динамическими активными системами. М.: ИПУ РАН, 2002.

5 Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Активный прогноз. М.: ИПУ РАН, 2002.

6 Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Рефлексивные игры. М.: Синтег, 2003.

7 Опойцев В.И. Равновесие и устойчивость в моделях коллективного поведения. М.: Наука, 1977.

8 Щепкин А.В. Механизмы внутрифирменного управления. М.: ИПУ РАН, 2001.