

## ПЛАНИРОВАНИЕ РЕСУРСОВ ПРОИЗВОДСТВА НА ОСНОВЕ СЕТЕВЫХ МОДЕЛЕЙ

Сочнев А. Н.<sup>1</sup>

(ФГАОУ ВО Сибирский федеральный университет,  
Красноярск)

*В статье рассматривается вариант применения имитационных моделей на основе сетей Петри в качестве математической основы системы планирования ресурсов производства. Кратко обоснована актуальность задачи оптимального распределения ресурсов, а также ее значительная вариативность с точки зрения постановки и наличия различных ограничений. Разработана формализованная процедура формирования обратной (инверсной) сети Петри для класса сетей-процессов, а также формальные правила обратной имитации для исходной сети. Предложен механизм решения задачи планирования материальных потребностей производства на основе использования обратной (инверсной) сети Петри или обратной имитации. Рассмотрены вопросы использования некоторых традиционных методик оптимизации при реализации обратной имитации сети, в частности применения правил приоритета операций. Определены некоторые наиболее типичные постановки задачи оптимального распределения ресурсов, для которых предложенный в статье подход дает быстрое и достаточно точное решение для практического использования. Приведен пример решения задачи планирования потребностей в ресурсах для участка типичного среднесерийного машиностроительного предприятия и выявлены особенности практического использования предложенного подхода. Структура рассмотренной производственной системы является достаточно типичной для машиностроительного производства, что позволяет спрогнозировать положительный эффект от применения подхода и является основой для его тиражирования в подобных системах.*

Ключевые слова: планирование производства, MRP-система, сеть Петри, обратная (инверсная) сеть Петри, обратная имитация.

### 1. Введение

Одной из типичных логистических концепций, сформировавшихся в последнее время, является концепция «планирования ресурсов» (requirements planning, RP), которую реализуют программные системы MRP (MRP II) (англ. Material

---

<sup>1</sup> Алексей Николаевич Сочнев, к.т.н., доцент (asochnev@sfu-kras.ru).

Requirements Planning – планирование потребности в материалах) [4]. Система планирования потребностей в материалах на входе принимает данные о заказах потребителей, а на выходе формирует заказы на материальные ресурсы для поставщиков. В основе MRP-системы лежат систематизированные расписания и аналитические зависимости потребления ресурсов от спроса на продукцию. В данной статье предлагается подход к решению базовой задачи MRP-системы на основе имитационных моделей, реализованных сетями Петри.

Сети Петри являются одним из базовых средств моделирования дискретных систем любой природы, в частности производственных [3, 6, 9]. Основной задачей, связанной с производством и решаемой имитационными экспериментами, является задача планирования производственного процесса. Формально при её решении требуется составить оптимальное по заданному критерию расписание работы производственной системы [3]. Накоплена обширная статистика по использованию сетей Петри для решения задач планирования производства [1, 5, 10].

Основная функция MRP-системы, связанная с определением количества исходного сырья или заготовок [3, 4], в терминологии сетей Петри трансформируется в задачу определения по начальному состоянию (маркировке) конечного состояния либо его достижимость. Основной идеей данной статьи является разработка методов изменения состояний сетевой модели производственного процесса, позволяющих определять потребности в ресурсах на основе имитационных экспериментов с той же моделью, которая используется и для планирования производства.

## **2. Методы определения потребностей в сырье**

Определим основные подходы, используемые для практического решения задачи определения необходимого количества входных ингредиентов производства.

**Первый**, наиболее понятный подход состоит в использовании технологических соотношений, связывающих количество объектов производства до выполнения операций и после. Формализованный технологический процесс содержит информацию

о входимости отдельных деталей в сборки, о нормах расхода сырья, логистические зависимости и т.д. Недостатками указанного подхода являются: высокая трудоемкость расчетов для сложных разветвленных производственных процессов, неоднозначность результата при наличии многовариантных технологических операций, а также невозможность исследовать потребление ресурсов в динамике.

**Второй** подход предполагает использование для решения задачи имитационного эксперимента с применением математической модели процесса. Рассмотрим реализацию данного подхода на основе формализмов сетей Петри.

Поскольку решение задачи состоит в выявлении количественных зависимостей между количеством входных ингредиентов, то необходимо определить модельное соответствие входа и выхода процесса. В сетях Петри состояние модели определяется маркировкой ее позиций. Поэтому требуется в множестве позиций выделить подмножества, соответствующие входным и выходным векторам системы. Обозначим эти множества  $I$  и  $O$  соответственно.

Представим подход решения задачи в виде обобщенного алгоритма.

1. Определить множества позиций  $I$  и  $O$ .
2. Задать маркировку позиций множества  $I$  заведомо большой.
3. Определить в структуре модели элементы, останавливающие имитацию после достижения требуемых маркировок в позициях множества  $O$ .
4. Оценить изменение маркировок входных позиций за время имитации.

Основной недостаток сформулированного подхода состоит в том, что он дает граничные, а не реальные оценки расходов сырья по каждой позиции номенклатуры. Это связано с тем, что остановка сети производится при достижении конечной маркировки по всем пунктам номенклатуры изделий. Фактически, по большинству типов изделий формируется такая маркировка сети Петри, которая соответствует большому объему незавершенного производства, что не соответствует плановому заданию.

Следовательно, данный подход целесообразно использовать для определения потребностей в сырье для предельного, граничного режима функционирования производственной системы.

В современных производственных системах требования к скорости и точности определения потребностей в ресурсах постоянно растут, что актуализирует вопрос разработки более рациональных способов решения этой задачи.

### 3. Обратная сеть Петри и обратная имитация сети Петри

Наиболее перспективно, с точки зрения автора, решать задачу определения потребностей в материальных ресурсах с использованием имитационной модели процесса. Если имеется имитационная модель процессов, представленная сетью Петри, то вполне естественно, что она описывает процессы как есть, т.е. от входа системы к выходу, от заготовок до готовой продукции. Если необходимо рассчитать количество сырья с использованием структуры имеющейся модели, то требуется реализовать механизм изменения состояний (маркировок) в обратном порядке. Некоторые подходы к формированию обратных (инверсных) моделей систем предложены в работах [7, 8] и предлагаемый подход в целом является их продолжением.

**Формирование сети Петри, обратной к исходной (инверсия сети).**

Идея данного подхода состоит в прямом развороте всех структурных связей в исходной сети. Фактически, предлагается формировать обратную (инверсную) к исходной сеть Петри. Входные позиции становятся выходными и наоборот (рис. 1).



Рис. 1. Механизм создания обратной сети Петри

Формально описание сети выполняется переопределение матрицы инцидентий исходной сети Петри:

$$(1) \quad B^{*-} = -B^-, \quad B^{*+} = -B^+, \quad B^* = -B,$$

где  $B^{*-}$ ,  $B^-$  – матрицы входных инцидентий обратной и исходной сети соответственно;  $B^{*+}$ ,  $B^+$  – матрицы выходных инцидентий обратной и исходной сети соответственно;  $B^*$ ,  $B$  – матрицы инцидентий обратной и исходной сети соответственно.

Очевидно, что не для каждого класса сетей Петри можно выполнить такую трансформацию. В [8] описана ее реализация для ординарных сетей Петри. Этот вопрос требует дальнейшего исследования. Предлагаемый подход применен для подмножества сетей Петри, которые называются **сети-процессы** [6]. Этот класс сетей характеризуется простой (линейной) структурой, выделенными входными и выходными позициями. Также близкими по типу структурирования модели являются Workflow-сети или WF-сети [2].

### **Обратная имитация сети Петри.**

Вторым вариантом реализации предлагаемого подхода может быть изменение только уравнения состояний при сохранении исходной структуры сетевой модели.

Условие срабатывания переходов:

$$(2) \quad x[k] \geq B^+ \cdot u[k].$$

Уравнение изменения состояний:

$$(3) \quad x[k+1] = x[k] - B^+ \cdot u[k] + B^- \cdot u[k],$$

где  $x[k]$  – текущая маркировка сети;  $x[k+1]$  – следующая маркировка сети;  $u[k]$  – управляющий вектор сети.

Подобный вариант по сравнению с первым более удобен для визуализации, поскольку структура сети Петри никак не изменяется.

**Динамические характеристики** сети Петри определяются задержками срабатывания переходов. Если в исходной сети они заданы, то в обратной их можно убрать, если решается задача в статике, или оставить, если необходимо исследовать потребление ресурсов в динамике.

**Обобщенный алгоритм** решения задачи определения количества материальных ресурсов предлагается следующим.

1. Определяются позиции сети, моделирующие накопители готовой продукции, и позиции, отображающие заготовки и сырье.

2. Задается начальная маркировка этих позиций.

3. Формируется обратная сеть или выполняется обратная имитация исходной сети.

4. Анализируется конечная маркировка сети. Если в промежуточных позициях сети остается ненулевое количество маркеров, то выполняется шаг 5.

5. Интерпретация количества маркеров в сети и окончательное определение количества требуемых заготовок и сырья.

В целом, описанный подход, несмотря на очевидную простоту, имеет важные недостатки, выявленные в процессе применения.

1. Процесс прямой имитации сети Петри, как правило, имеет множество вариантов динамики. Это обусловлено свойством недетерминированности сети Петри, описанным в литературе [9], либо применением дополнительных решающих правил для выбора активируемых переходов [10].

2. Множества достижимых маркировок прямой и инверсной сети Петри не совпадают ни по количеству, ни по самим состояниям. Это приводит к необходимости интерпретации полученной конечной маркировки сети с целью определения результата решения.

Данные экспериментов с моделями нескольких производственных систем показали, что метод дает точность, достаточную для практического использования. Кроме того, анализ полученной маркировки всей сети Петри дает основания для оптимизации размеров партий изделий.

#### **4. Пример решения задач планирования производства**

Исследуется участок предприятия. Производятся детали двух типов. Имеются следующие операции производственного

процесса: рубка листового металла, резка, гибка, сварка и окраска. Определены параметры технологических операций: длительности выполнения операций и объемы партий. Детализированная структура технологических процессов для изделий представлена на рис. 2.

На входе система потребляет сырье (листовой металл) четырех сортов, на выходе формирует готовые изделия двух типов.

**Формирование сетевой модели.** Для представления имитационной модели используются временные сети Петри (рис. 3). На первой стадии исследования модель описывает структуру процессов производственной системы и не использует каких-либо методов оптимизации. В целом, сопоставление рис. 2 и 3 дает основания для интерпретации элементов модели, тем не менее более детально они описаны в таблице 1.

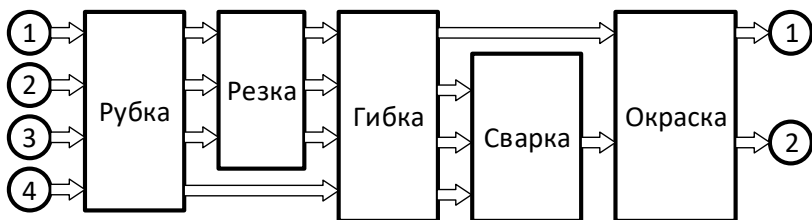


Рис. 2. Структура процессов производственной системы

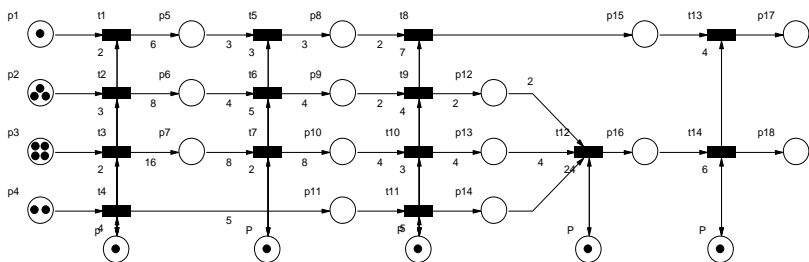


Рис. 3. Сеть Петри производственного процесса (СП)

Таблица 1. Функциональное назначение элементов модели

Позиции	
$p1...p4$	Сырье типа 1, 2, 3, 4 для изделий
$p5... p7$	Детали 1, 2, 3 после рубки
$p8... p11$	Детали 1, 2, 3, 4 после резки
$p12...p15$	Детали 2, 3, 4, 1 после гибки
$p16$	Детали 2, 3, 4 после сварки
$p17, p18$	Детали 1 и 234 после окраски
Переходы	
$t1...t4$	Операция рубки деталей 1, 2, 3, 4
$t5...t7$	Операция резки деталей 1, 2, 3
$t8...t11$	Операция гибки деталей 1, 2, 3, 4
$t12$	Сварка деталей 2, 3, 4
$t13, t14$	Окраска деталей 1 и 234

При использовании приведенной модели для решения задачи необходимо сформировать условие остановки сети после достижения заданного объема производства и счетчики ресурсов на входе в отдельных позициях. Счетчики формируются в позициях  $p1...p4$ . На рис. 4 определено условие остановки моделирования при достижении объема производства по двум типам изделий: 3 и 10 единиц соответственно. После достижения этих маркировок выходных позиций поступление в модель новых маркеров останавливается с помощью ингибиторных дуг на входе системы. Решением задачи является накопленная маркировка позиций  $p1...p4$ .

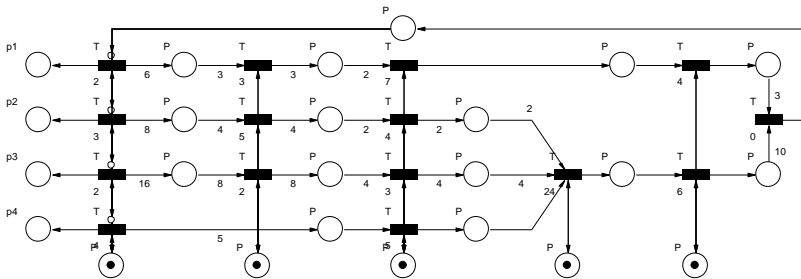


Рис. 4. Имитационная модель для оценки потребностей в ресурсах





$x^*[n]$  присваивается выходным позициям, а  $x^*[0]$  – входным позициям (рис. 5).

По итогам имитационного эксперимента маркировка входных позиций ( $p_1, p_2, p_3, p_4$ ) определяет потребность производства во входных ресурсах.

В процессе имитации обратной сети Петри выявлена особенность, заключающаяся в том, что часть маркеров в конце имитационного эксперимента задерживается в промежуточных позициях сети. По указанной причине после имитации требуется оценить и проанализировать конечную маркировку. Далее на основе результатов анализа ответить на вопрос о необходимом количестве заготовок и сырья. В рассматриваемом примере видно, что в позиции  $p_6$  в конце имитационного эксперимента осталось 4 маркера. Этот факт требует добавить к количеству входного сырья второго типа дополнительную единицу. Маркировка позиции  $p_2$  увеличивается на единицу:  $x[p_2] = x[p_2] + 1 = 2 + 1 = 3$ .

Количественные соотношения определяются на основании описания операции представляемой соответствующим переходом (в данном случае  $t_2$ ). В данном случае по кратности дуг видно, что из одной единицы сырья 2 получается 8 заготовок, соответственно, для того чтобы получить 4 заготовки, потребуется одна единица. Аналогичные рассуждения проводятся для третьего типа сырья и окончательно получаем маркировку позиций, представляющих количество сырья:  $x[n] = (1\ 3\ 3\ 2)$ .

## **5. Оптимизационные процедуры в сетевых моделях**

Задача определения потребности в ресурсах для исследованных производственных систем наиболее часто возникает в следующей постановке. Как правило, известной величиной является дата и время, в которое необходимо обеспечить наличие на выходе системы заданных производственной программой изделий. Требуется определить количество требуемого для реализации сырья и прочих ресурсов, рассчитать эти потребности по времени процесса в динамике, а также, при необходимости, оптимизировать процесс по заданному критерию. Довольно ча-

сто такая (обратная) задача возникает при возникновении срочных внеплановых заказов, либо при обнаружении отклонений от планового выпуска части изделий номенклатуры, необходимых, например, для сборки. Кроме того, возможно и частные постановки подобной задачи, например, при необходимости отрегулировать процесс под уже имеющиеся ресурсы, например, наличие комплектующих или исполнителей. Таким образом, периодичность ее решения в общем случае является случайной величиной, зависящей от многих отмеченных факторов.

В качестве механизма оптимизации для обратных сетей предлагается применить наиболее простой и известный подход, состоящий в использовании приоритетов выполнения операций, представляемых переходами. Важная особенность состоит в том, что и сами приоритеты выбираются по обратному принципу. Логика их применения и связь с критериями оптимальности обратна описанной в литературе для сетевых моделей. Поясним эту мысль на примере.

**Пример.** Рассмотрим производственную систему, описанную выше. Первый вариант функционирования системы предполагает случайный выбор активируемых переходов. Он рассматривается исключительно для сравнения с более оптимальными вариантами. В приведенной модели процесса (рис. 6) каждый переход модели представлен как подсеть (рис. 7), что не меняет принципа ее функционирования, но позволяет иллюстрировать выбор переходов.

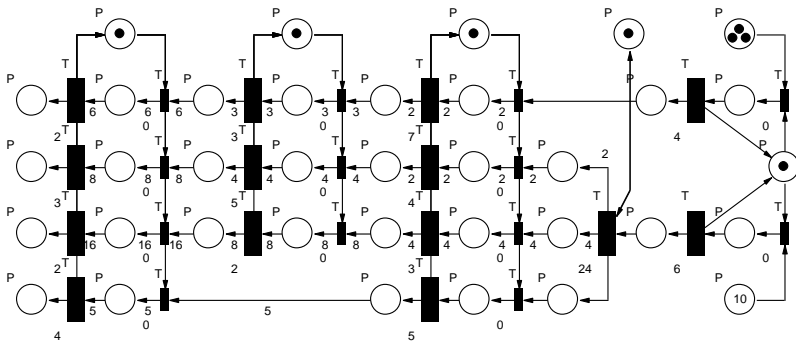


Рис. 6. Имитационная модель

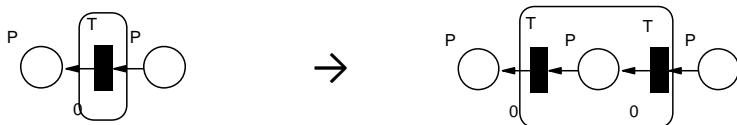


Рис. 7. Преобразование перехода в подсеть

На рис. 8 отображена диаграмма Гантта, отображающая полученный план процесса. При использовании описанного подхода обратной имитации целесообразно диаграмму Гантта формировать в обратном направлении, поскольку это наиболее соответствует идее предлагаемого метода.

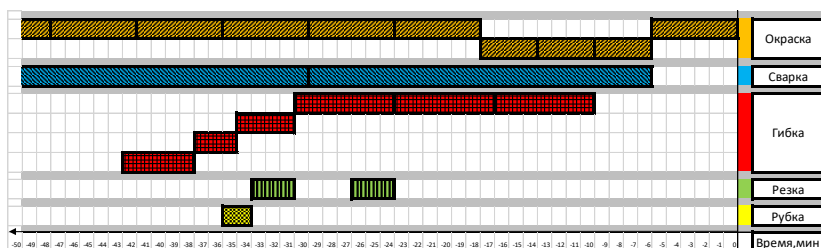


Рис. 8. График процесса (исходный вариант)

Для оптимизации процесса необходимо определить критерий оптимальности и механизм оптимизации. Для рассматриваемой задачи, как указано выше, целесообразно использовать частные критерии оптимальности. Например, критерий минимизации отклонений сроков выпуска изделий от плановых сроков. В качестве механизма оптимизации принимается система приоритетов для переходов сети.

Предположим, что для описанной системы с точки зрения структуры производственного процесса целесообразно сначала выпустить сборку из изделий 2, 3, 4, а позже запланировать выпуск изделия 1. В этом случае для изделия 1 назначается наивысший приоритет переходов, представляющих операции процесса, связанные с его производством (рис. 9). В итоге срок запуска его в производство становится ближе к сроку заверше-

ния (рис. 10), а в начале процесса освобождается время и ресурсы для производства изделий 2, 3 и 4.

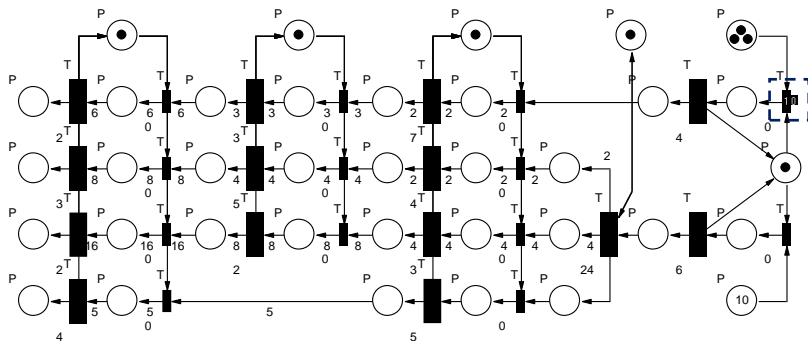


Рис. 9. Имитационная модель (с приоритетами)

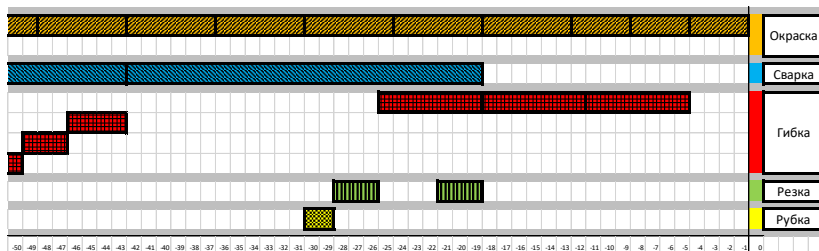


Рис. 10. График процесса (оптимальный вариант)

Также при необходимости можно выполнить оптимизацию и по более общим критериям, например, минимизировать длительность производственного цикла или максимизировать загрузку оборудования. Логика применения приоритетных правил описана в источниках [3, 10]. Однако, опыт показывает, что для практического применения обратной имитации более характерны частные задачи, связанные с оптимальным распределением ресурсов в динамике. Приведенный простой пример иллюстрирует один из подходов к решению подобной задачи.

## 6. Заключение

По итогам работы по теме статьи получены следующие основные научные и практические результаты.

1. Обоснована актуальность поиска эффективных и быстрых методов определения потребностей производства в ресурсах в рамках базовых функций MRP-систем

2. Определена целесообразность использования на различных этапах производственного планирования единой имитационной модели процесса и обоснован выбор сетей процессов для представления имитационной модели производства.

3. Сформулированы задачи, приводящие к обоснованному использованию обратной имитации сетей-процессов (сети Петри) и формализованы методы получения обратной сети Петри и обратной имитации сети Петри.

4. Приведены примеры решения задачи определения материальных ресурсов производства на основе обобщенной и (инверсной) обратной сети Петри. На основе результатов экспериментов выявлены и проанализированы некоторые особенности решения подобных задач сетями Петри.

5. Выполнен анализ возможностей оптимизации процессов на основе обратной имитации сети Петри.

Стоит заметить большой перечень проблем, которые могут сопровождать использование обратных сетей. В частности, можно выделить задачи достижимости, анализа тупиков, безопасности получаемой сети и другие. В данной статье они не рассмотрены, основное внимание уделено описанию содержания самого подхода и практических аспектов его реализации.

## Литература

1. АМБАРЦУМЯН А.А. *Моделирование и синтез супервизорного управления на сетях Петри для рассредоточенных объектов. Механизм взаимодействия и базовый метод* // Автоматика и телемеханика. – 2011. – №8. – С. 151–169.

2. АРТАМОНОВ И.В. *Моделирование сервисно-ориентированной архитектуры с помощью сетей Петри* // Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. – 2014. – №2. – С. 5–9.
3. ЕМЕЛЬЯНОВ В.В., ГОРНЕВ В.Ф., ОВСЯННИКОВ М.В. *Оперативное управление в ГПС*. – М.: Машиностроение, 1990. – 256 с.
4. ГАВРИЛОВ Д.А. *Управление производством на базе стандарта MRP II*. – М: Питер, 2008. – 416 с.
5. ЗЕЛЕНСКИЙ В.А., КОННОВ В.П., Щодро А.И. *Имитационное моделирование производственных процессов с помощью сетей Петри* // Вестник СГАУ. – 2012. – №7(38). – С. 137–142.
6. КОТОВ В.Е. *Сети Петри*. – М.: Наука, 1984. – 160 с.
7. МАРКОВ А.В., ВОЕВОДА А.А. *Проверка достижимости сетей Петри при помощи инвертирования деревьев состояний для протокола передачи данных* // Томск.: Доклады ТУСУРа. – 2014. – №1(31). – С. 143–148.
8. МАРКОВ А.В. *Инверсия сетей Петри* // Сборник научных трудов НГТУ. – 2013. – №4(74). – С. 97–121.
9. ПИТЕРСОН ДЖ. *Теория сетей Петри и моделирование систем*: Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 263 с.
10. СОЧНЕВ А.Н. *Оперативное управление производственными системами на основе сетей Петри*: дис. канд. техн. наук: 05.13.01: Красноярск, 2005. – 153 с.

## **PRODUCTION RESOURCES PLANNING BASED ON NET MODELS**

**Alexey Sochnev**, Siberian Federal University, Krasnoyarsk, assistant professor (asochnev@sfu-kras.ru).

*Abstract: The application of simulation models based on Petri nets for resource planning systems is considered. A formalized procedure for the formation of an inverse Petri net for a class of net-processes (Workflow nets) has been developed. Formal rules for inverse simulation are presented in this paper. A mechanism of material needs planning has been proposed. It's based on an inverse Petri net and inverse simulation. The issues of using some traditional optimization techniques in the implementation of reverse network simulation, in particular, the application of*

*Управление техническими системами  
и технологическими процессами*

*the rules of the priority of operations are considered. Some of the most typical formulations of the problem of optimal resource allocation have been determined, for which the approach proposed in the article provides a fast and fairly accurate solution for practical use. An example of solving the problem of planning resource requirements for a site of a typical medium-series machine-building enterprise is given and the features of the practical use of the proposed approach are revealed. The structure of the considered production system is quite typical for machine-building production, which makes it possible to predict the positive effect of the approach and is the basis for its replication in such systems.*

Keywords: production planning, MRP system, Petri net, inverse (inverse) Petri net, inverse imitation.

УДК 519.7

ББК 22.18

DOI: 10.25728/ubs.2020.86.5

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии Я.И. Квинто.*

*Поступила в редакцию 06.04.2020.*

*Опубликована 31.07.2020.*