

## **АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ НАХОЖДЕНИЯ КООРДИНАТ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ В КОРРЕЛЯЦИОННО- ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ ПО РЕЛЬЕФУ МЕСТНОСТИ**

**Огородников К. О.<sup>1</sup>**

*(ПАО «АНПП «Темп-Авиа», Арзамасский политехнический институт (филиал НГТУ), Арзамас)*

*Проведено исследование влияния погрешностей информационного обеспечения и условий функционирования на корректирующие поправки, выдаваемые рекуррентно-поисковым алгоритмом корреляционно-экстремальной навигационной системы по рельефу местности. Как известно, величина ошибок зависит от множества факторов, в том числе от погрешностей инерциальной системы, эталонной информации, измерителя геофизического поля, информативности рассматриваемого участка и др. Результаты анализа говорят о том, что погрешность, вызванная ошибкой по скорости, возрастает с увеличением количества измерений геофизического поля, а составляющая, обусловленная погрешностями информационного обеспечения, уменьшается. Также в рамках статьи получены выражения, которые могут использоваться при планировании маршрута полета и выбора участков рельефа для проведения коррекции. В частности, синтезировано уравнение, устанавливающее связь между среднеквадратическим отклонением градиента высот, среднеквадратическим отклонением высот и радиусом корреляции поля высот рельефа. Также сформировано выражение, позволяющее вычислить оптимальное число измерений геофизического поля, необходимых для коррекции, в условиях имеющихся погрешностей измерителей и траектории движения. Для подтверждения корректности результатов проведено математическое моделирование и осуществлено сравнение с оценками, полученными статистическими методами. В качестве эталонного массива высот использован фрагмент карт Shuttle Radar Topographic Mission.*

**Ключевые слова:** корреляционно-экстремальная навигационная система, анализ точности нахождения координат местоположения, рекуррентно-поисковый алгоритм.

---

<sup>1</sup> Кирилл Олегович Огородников, инженер-математик, аспирант (okplay@mail.ru).

## **1. Введение**

Корреляционно-экстремальные навигационные системы (КЭНС) – системы навигации, функционирующие по информации, получаемой от инерциальных датчиков и измерителя геофизического поля. Сопоставление наблюдаемого поля с заранее подготовленным эталоном осуществляется в бортовой цифровой вычислительной системе при помощи функционала типа корреляционной функции, а посредством идентификации экстремума функционала определяется текущая погрешность бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) и обеспечивается автономная коррекция [3, 6].

На данный момент выделяются беспойсковые, поисковые и рекуррентно-поисковые типы алгоритмического обеспечения КЭНС.

Беспойсковые алгоритмы основаны на линейаризации информативного поля и включения его в модель системы, после чего искомые неизвестные становятся наблюдаемыми. Оценка производится рекуррентным фильтром, поэтому достигается высокая вычислительная эффективность и возможность оценивать значительное количество параметров. Существенным ограничением беспойсковых методов является невозможность устранения больших неопределенностей по координатам, превышающих радиус корреляции информативного поля.

Поисковые алгоритмы используют перебор гипотез о значениях искомых параметров. Оценка истинности гипотезы производится не по одному измерению датчика поля, а на достаточно длительном участке полета. Поисковые методы устраняют ограничение на величину неопределенности искомых параметров, но требуют больших вычислительных затрат на проверку всех гипотез. Кроме того, вычислительная сложность значительно возрастает при увеличении количества оцениваемых параметров.

Рекуррентно-поисковые алгоритмы осуществляют перебор гипотез по ограниченному набору параметров, который может быть оценен только поисковым способом, а уже для каждой гипотезы методами рекуррентной фильтрации оцениваются

остальные искомые параметры. Когда истинная гипотеза найдена, состояние ее фильтра используется в качестве оценки оставшихся параметров. Очевидным достоинством данного подхода является снижение требований к производительности вычислителя по сравнению с поисковым методом.

При проведении коррекции местоположения путем использования КЭНС одной из важнейших задач является оценка точности выдаваемых корректирующих поправок, величина ошибок которых зависит от множества факторов, в том числе от погрешностей инерциальной системы, эталонной информации, измерителя геофизического поля, информативности рассматриваемого участка и др. Подробное исследование всех составляющих позволяет сделать вывод о достижении заданной точности в текущих условиях функционирования.

В данной работе проводится анализ погрешностей, вносимых имеющимися источниками информации, а также исследуется их влияние на итоговые поправки в рекуррентно-поисковом алгоритме КЭНС по рельефу местности.

## **2. Анализ точности нахождения координат местоположения**

Исходными данными для алгоритма КЭНС по рельефу местности являются инерциальные оценки координат БИНС, измерения радиовысотомера (РВ) и цифровая карта высот местности. По информации БИНС формируется траектория полета в некоторые дискретные моменты времени  $i \in [1, N]$ :

$$t_{\text{изм}}(i) = [B(i), L(i), h(i)],$$

где  $B(i)$ ,  $L(i)$  – инерциальные оценки координат в геодезической системе координат,  $h(i)$  – инерциальная оценка высоты.

Разность высот БИНС и РВ представляет собой профиль траектории:

$$(1) \quad p_{\text{РВ}}(i) = h(i) - h_{\text{РВ}}(i).$$

Используя модель ошибок БИНС, можно определить множество допустимых траекторий  $T$ . Значительная неопределенность по координатам устраняется только поисковыми метода-

ми, поэтому параметризуем множество  $T$  по координатам ( $f: R^2 \rightarrow T$ ), а остальные неизвестные будем оценивать рекуррентными способами.

Каждой траектории  $t \in T$  соответствует профиль  $p \in P$ , таким образом, используя карту высот, можно отобразить траекторию в профиль ( $g: T \rightarrow P$ ).

Задача КЭНС состоит в нахождении такой траектории  $t \in T$ , которая соответствует измеренному профилю  $p_{рв}$ :

$$(2) \quad g(t) = p_{рв}.$$

Уравнение (2) не имеет точного решения из-за погрешностей измерений, однако, как и во всех подобных случаях, может быть сведено к оптимизационной задаче. Для этого понадобится оценивать «расстояние» между профилями ( $\rho: P \times P \rightarrow R$ ).

Искомое  $t$  доставляет минимум функции  $\rho$ :

$$\rho(g(t), p_{рв}) \rightarrow \min.$$

Добавляя сюда параметризацию  $t$ , получаем:

$$\rho(g(f(\Delta x, \Delta y)), p_{рв}) \rightarrow \min,$$

где  $\Delta x, \Delta y$  – искомые поправки координат (в пространстве карты).

Далее будем рассматривать выражение  $\rho(g(f(\Delta x, \Delta y)), p_{рв})$  как функцию оценки  $F(\Delta x, \Delta y)$ :

$$F(\Delta x, \Delta y) \rightarrow \min.$$

Входной информацией для функции оценки являются профили, полученные из карты

$$(3) \quad p_{кар}(i) = m(x(i) + \Delta x, y(i) + \Delta y),$$

и измерений БИНС и РВ (1), где  $x(i), y(i)$  – инерциальные оценки координат (в пространстве карты),  $m(x, y)$  – функция выборки высот из эталона по координатам  $x, y$ .

Предполагая, что для искомых поправок разность профилей (1) и (3) будет содержать лишь случайную (погрешности измерений) и квадратичную (характер ошибок БИНС) составляющие, запишем модели объекта и измерений:

$$\begin{bmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{bmatrix}_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ T & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{bmatrix}_{i-1} + w(i),$$

$$h_{\text{пв}}(i) = h(i) - m(x(i) + \Delta x, y(i) + \Delta y) + v(i),$$

где  $\chi_2(i)$  – оценка ошибки БИНС,  $\chi_1(i)$  – скорость изменения ошибки БИНС,  $w(i)$  – случайный процесс,  $v(i)$  – погрешности измерения.

Для оценки параметров вектора состояния используется фильтр Калмана [7].

Примем значение функции оценки в виде суммы квадратов ошибок фильтрации:

$$F(\Delta x, \Delta y) = \sum_{i=1}^N \left[ m(x(i) + \Delta x, y(i) + \Delta y) - (h(i) - h_{\text{пв}}(i)) + \chi_2(i) \right]^2.$$

Состояние фильтра, соответствующее минимуму  $F$ , может быть использовано как оценка ошибки по высоте и вертикальной скорости.

Рассмотрим значение функции оценки  $F(\Delta x, \Delta y)$  на искомом минимуме. Без потери общности можно принять  $\Delta x = 0$  и  $\Delta y = 0$ . Тогда значение функции оценки зависит от ошибок оценивания поправок координат и ошибок скоростей:

$$(4) \quad F(\partial x, \partial y) = \sum_{i=1}^N \left[ m(x(i) + \partial x + \partial v_x i, y(i) + \partial y + \partial v_y i) - m(x(i), y(i)) - \alpha(i) \right]^2,$$

где  $\partial x$ ,  $\partial y$  – ошибки оценивания поправок координат,  $\partial v_x$ ,  $\partial v_y$  – ошибки скорости (в единицах карты на такт измерения),  $\alpha(i)$  – реализации случайной величины, представляющие собой погрешности информационного обеспечения.

Положим, что величину  $\alpha(i)$  можно считать некоррелированной и нормально распределенной с  $M[\alpha(i)] = 0$ , и ее можно представить в виде суммы следующих слагаемых:

$$\alpha(i) = \beta(i) + \gamma(i) + \eta(i),$$

где  $\beta(i)$  – погрешности эталонной информации,  $\gamma(i)$  – погрешности РВ,  $\eta(i)$  – погрешности, вызванные отличием пятен засветки карты и РВ, которые при их несоответствии возрастают с уве-

личением пересеченности местности и величины дискрета карты.

При анализе погрешностей период измерения принимается таковым, что в единицах карты расстояние между соседними измерениями по одной из координат превосходит единицу. В противном случае  $\beta(i)$  и  $\beta(j)$  при  $i \neq j$  могут быть коррелированы, если используется интерполяция высот карты.

Выбор слишком малого периода измерения не приводит к повышению точности, а только усложняет анализ из-за вышесказанного и увеличивает вычислительную сложность. С другой стороны, чрезмерно большой период ведет к потере (неиспользованию) данных, что также не улучшает точность. Поэтому период измерения следует выбирать так, чтобы он соответствовал дискрету карты при заданной скорости.

Нас интересуют значения  $\partial x$  и  $\partial y$ , доставляющие минимум функции  $F$ . Здесь и далее для краткости будут записаны уравнения только для  $x$  координаты. Найдем частную производную для выражения (4):

$$(5) \quad \frac{\delta F(\partial x, \partial y)}{\delta \partial x} = 2 \sum_{i=1}^N [m(x(i) + \partial x + \partial v_x i, y(i) + \partial y + \partial v_y i) - m(x(i), y(i)) - \alpha(i)] \frac{\delta m(x(i) + \partial x + \partial v_x i, y(i) + \partial y + \partial v_y i)}{\delta \partial x}.$$

Введем обозначение для градиента поля высот рельефа  $m$ :

$$(6) \quad K_x(i) = \frac{\delta m(x(i) + \partial x + \partial v_x i, y(i) + \partial y + \partial v_y i)}{\delta \partial x}.$$

Примем производные постоянными, т.е. высоту из эталонного массива высот будем считать линейно зависимой от координат в некоторой окрестности точки с координатами  $x(i)$ ,  $y(i)$ , и перепишем выражение (5) с учетом введенного обозначения  $K_x(i)$ :

$$(7) \quad \frac{\delta F(\partial x, \partial y)}{\delta \partial x} = 2 \sum_{i=1}^N [K_x(i)(\partial x + \partial v_x i) - \alpha(i)] K_x(i).$$

Для нахождения минимума приравняем выражение (7) к нулю:

$$\sum_{i=1}^N [K_x(i)(\partial x + \partial v_x i) - \alpha(i)] K_x(i) = 0$$

и раскроем скобки:

$$\partial x \sum_{i=1}^N K_x^2(i) + \partial v_x \sum_{i=1}^N i K_x^2(i) - \sum_{i=1}^N \alpha(i) K_x(i) = 0.$$

Найдем выражение для  $\partial x$ :

$$\partial x = \frac{\sum_{i=1}^N \alpha(i) K_x(i) - \partial v_x \sum_{i=1}^N i K_x^2(i)}{\sum_{i=1}^N K_x^2(i)}.$$

Рассматривая  $\partial v_x$  как случайную величину при проведении большого количества испытаний, примем, что  $M[\partial v_x] = 0$ . Тогда с учетом  $M[\alpha(i)] = 0$  получаем  $M[\partial x] = 0$ .

Найдем дисперсию  $\partial x$ :

$$D[\partial x] = M[(\partial x - M[\partial x])^2] = M[\partial x^2],$$

$$M[\partial x^2] = M \left[ \frac{\left( \sum_{i=1}^N \alpha(i) K_x(i) - \partial v_x \sum_{i=1}^N i K_x^2(i) \right)^2}{\left( \sum_{i=1}^N K_x^2(i) \right)^2} \right],$$

$$M[\partial x^2] = \frac{M \left[ \left( \sum_{i=1}^N \alpha(i) K_x(i) \right)^2 \right]}{\left( \sum_{i=1}^N K_x^2(i) \right)^2} -$$

(8)

$$\frac{M \left[ 2\partial v_x \sum_{i=1}^N i K_x^2(i) \sum_{i=1}^N \alpha(i) K_x(i) \right]}{\left( \sum_{i=1}^N K_x^2(i) \right)^2} + \frac{M[\partial v_x^2] \left( \sum_{i=1}^N i K_x^2(i) \right)^2}{\left( \sum_{i=1}^N K_x^2(i) \right)^2}.$$

Так как  $\partial v_x$  и  $\alpha(i)$  независимы, то можно записать следующее:

$$M \left[ 2\partial v_x \sum_{i=1}^N i K_x^2(i) \sum_{i=1}^N \alpha(i) K_x(i) \right] = 0.$$

Открывая скобки и учитывая, что  $\alpha(i)$  не зависит от  $\alpha(j)$ , если  $i \neq j$ , получаем:

$$(9) \quad M \left[ \left( \sum_{i=1}^N \alpha(i) K_x(i) \right)^2 \right] = M \left[ \alpha^2 \right] \sum_{i=1}^N K_x^2(i).$$

Тогда выражение (8) переписется в следующем виде:

$$M[\partial x^2] = \frac{D[\alpha] \sum_{i=1}^N K_x^2(i) + D[\partial v_x] \left( \sum_{i=1}^N i K_x^2(i) \right)^2}{\left( \sum_{i=1}^N K_x^2(i) \right)^2}.$$

Пренебрегая конечностью выборки  $K_x^2(i)$ , получим итоговое выражение для дисперсии поправки координат:

$$(10) \quad D[\partial x] \approx \frac{D[\alpha]}{NM [K_x^2]} + \frac{D[\partial v_x] N^2}{4}.$$

Исходя из выражения (10), можно сделать вывод, что погрешность, вызванная ошибкой по скорости, возрастает с увеличением длины отрезка коррекции (количества измерений  $N$ ), а составляющая, обусловленная погрешностями информационного обеспечения, уменьшается. Возникает идея определения оптимального  $N$ , которое минимизирует итоговую погрешность. Найдем производную по  $N$  от выражения (10):

$$(11) \quad \frac{\delta}{\delta N} \left( \frac{D[\alpha]}{NM [K_x^2]} + \frac{D[\partial v_x] N^2}{4} \right) = \frac{D[\partial v_x] N}{2} - \frac{D[\alpha]}{N^2 M [K_x^2]}.$$

Приравняв выражение (11) к нулю, найдем  $N$ :

$$\frac{D[\partial v_x] N}{2} - \frac{D[\alpha]}{N^2 M [K_x^2]} = 0,$$

$$D[\partial v_x] N^3 M [K_x^2] = 2D[\alpha],$$



$$N = \sqrt[3]{\frac{2D[\alpha]}{D[\partial v_x]M[K_x^2]}}$$

Величина  $M[K_x^2]$ , характеризующая информативность соответствующего участка местности, может быть получена прямым путем с помощью вычисления первых разностей в соответствии с выражением (6):

$$M[K_x^2] = M\left[\frac{m(x(i) + l_x, y(i)) - m(x(i), y(i))}{l_x}\right]^2,$$

где  $l_x$  – размер дискрета по оси  $x$ .

Множество точек  $[x(i), y(i)]$  задает область, по которой будет рассчитана информативность участка.

Теперь примем экспоненциальную функцию ковариации для поля высот рельефа:

$$(12) \quad M[m(i, j)m(i + l_x, j)] = \text{cov}(l_x) = D[m] \exp\left(\frac{l_x}{r_{mx}} \ln \frac{1}{2}\right),$$

где  $r_{mx}$  – радиус корреляции поля высот рельефа по уровню 0,5 в единицах дискретизации по оси  $x$ .

Величина  $M[K_x^2]$  с учетом (12) запишется как:

$$(13) \quad M[K_x^2] = \frac{2M[m^2]}{l_x^2} \left(1 - \exp\left(\frac{l_x}{r_{mx}} \ln \frac{1}{2}\right)\right).$$

Таким образом, полученное выражение (13) устанавливает взаимосвязь между среднеквадратическим отклонением (СКО) градиента высот, СКО высот и радиусом корреляции поля высот рельефа.

Ранее предполагалось, что величина  $\alpha(i)$  некоррелирована. Теперь рассмотрим случай, когда  $\alpha(i)$  имеет экспоненциальную функцию ковариации:

$$M[\alpha(i)\alpha(i + c)] = \text{cov}(c) = D[\alpha] \exp\left(\frac{c}{r_\alpha} \ln \frac{1}{2}\right),$$

где  $c$  – аргумент функции ковариации,  $r_\alpha$  – радиус корреляции по уровню 0,5 в единицах дискретизации.

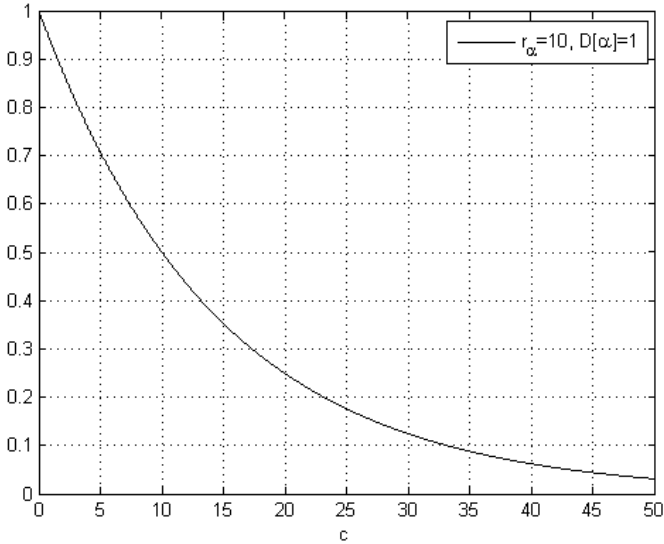


Рис. 1. График функции корреляции при  $r_\alpha = 10$  и  $D[\alpha] = 1$

Тогда выражение (9) будет представлено в виде суммы следующих слагаемых:

$$\begin{aligned}
 M \left[ \left( \sum_{i=1}^N \alpha(i) K_x(i) \right)^2 \right] &= M \left[ \sum_{i=1}^N \alpha(i) \alpha(i) K_x(i) K_x(i) \right] + \\
 (14) \quad &+ 2M \left[ \sum_{i=1}^{N-1} \alpha(i) \alpha(i+1) K_x(i) K_x(i+1) \right] + \\
 &+ 2M \left[ \sum_{i=1}^{N-2} \alpha(i) \alpha(i+2) K_x(i) K_x(i+2) \right] + \\
 &+ 2M \left[ \sum_{i=1}^{N-3} \alpha(i) \alpha(i+3) K_x(i) K_x(i+3) \right] + \dots
 \end{aligned}$$

Считая, что  $\alpha(i)$  не зависит от  $K_x(i)$ , возьмем математическое ожидание от произведений  $\alpha(i)$  и перепишем выражение (14):

$$\begin{aligned}
 & M \left[ \left( \sum_{i=1}^N \alpha(i) K_x(i) \right)^2 \right] = \\
 & = \sum_{i=1}^N \operatorname{cov}(0)_{\alpha} M [K_x(i) K_x(i)] + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \operatorname{cov}(1)_{\alpha} M [K_x(i) K_x(i+1)] + \\
 & + 2 \sum_{i=1}^{N-2} \operatorname{cov}(2)_{\alpha} M [K_x(i) K_x(i+2)] + \\
 & + 2 \sum_{i=1}^{N-3} \operatorname{cov}(3)_{\alpha} M [K_x(i) K_x(i+3)] + \dots
 \end{aligned}$$

Принимая ковариационную функцию градиента высот рельефа также экспоненциальной:

$$M [K_x(i) K_x(i+c)] = \operatorname{cov}_K(c) = M [K_x^2] \exp \left( \frac{c}{r_{kx}} \ln \frac{1}{2} \right),$$

запишем следующее:

$$\begin{aligned}
 & M \left[ \left( \sum_{i=1}^N \alpha(i) K_x(i) \right)^2 \right] = \sum_{i=1}^N \operatorname{cov}(0)_{\alpha} \operatorname{cov}(0)_K + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \operatorname{cov}(1)_{\alpha} \operatorname{cov}(1)_K + \\
 & + 2 \sum_{i=1}^{N-2} \operatorname{cov}(2)_{\alpha} \operatorname{cov}(2)_K + 2 \sum_{i=1}^{N-3} \operatorname{cov}(3)_{\alpha} \operatorname{cov}(3)_K + \dots
 \end{aligned}$$

При вычислении сумм пренебрегаем пределами суммирования, считая всегда их равными от 1 до  $N$ :

$$\begin{aligned}
 & M \left[ \left( \sum_{i=1}^N \alpha(i) K_x(i) \right)^2 \right] = N \operatorname{cov}(0)_{\alpha} \operatorname{cov}(0)_K + 2 \operatorname{cov}(1)_{\alpha} \operatorname{cov}(1)_K + \\
 & + 2 \operatorname{cov}(2)_{\alpha} \operatorname{cov}(2)_K + 2 \operatorname{cov}(3)_{\alpha} \operatorname{cov}(3)_K + \dots.
 \end{aligned}$$

Теперь выразим итоговую погрешность через введенные параметры  $r_{\alpha}$  и  $r_{kx}$ :

$$\begin{aligned}
 & M \left[ \left( \sum_{i=1}^N \alpha(i) K_x(i) \right)^2 \right] = N \operatorname{cov}(0)_{\alpha} \operatorname{cov}(0)_K + 2N \sum_{i=1}^N \operatorname{cov}(i)_{\alpha} \operatorname{cov}(i)_K = \\
 & = N \operatorname{cov}(0)_{\alpha} \operatorname{cov}(0)_K + \\
 & + 2N \operatorname{cov}(0)_{\alpha} \operatorname{cov}(0)_K \sum_{i=1}^N \exp \left( \frac{i}{r_{\alpha}} \ln \frac{1}{2} \right) \exp \left( \frac{i}{r_{kx}} \ln \frac{1}{2} \right) =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= N \operatorname{cov}_{\alpha}(0) \operatorname{cov}_K(0) \left( 1 + 2 \sum_{i=1}^N \exp \left( \frac{i}{r_{\alpha}} \ln \frac{1}{2} + \frac{i}{r_{kx}} \ln \frac{1}{2} \right) \right) = \\
 &= N \operatorname{cov}_{\alpha}(0) \operatorname{cov}_K(0) \left( 1 + 2 \sum_{i=1}^N \exp \left( i \frac{r_{\alpha} + r_{kx}}{r_{\alpha} r_{kx}} \ln \frac{1}{2} \right) \right).
 \end{aligned}$$

Приближенно вычисляя сумму в последнем выражении, получаем:

$$\begin{aligned}
 &M \left[ \left( \sum_{i=1}^N \alpha(i) K_x(i) \right)^2 \right] \approx \\
 &\approx N \operatorname{cov}_{\alpha}(0) \operatorname{cov}_K(0) \left( 1 + 2 \left( \frac{1}{1 - \frac{1}{2 \left( \frac{r_{\alpha} + r_{kx}}{r_{\alpha} r_{kx}} \right)}} - 1 \right) \right) = \\
 &= ND[\alpha] M \left[ K_x^2 \right] \left( \frac{2}{1 - \exp \left( \frac{r_{\alpha} + r_{kx}}{r_{\alpha} r_{kx}} \ln \frac{1}{2} \right)} - 1 \right).
 \end{aligned}$$

С учетом выражения (10) окончательно находим:

$$(15) \quad M[\partial x^2] = \frac{D[\alpha] R}{NM \left[ K_x^2 \right]} + \frac{D[\partial v_x] N^2}{4},$$

где первое слагаемое отличается от (10) на коэффициент  $R$ :

$$R = \frac{2}{1 - \exp \left( \frac{r_{\alpha} + r_{kx}}{r_{\alpha} r_{kx}} \ln \frac{1}{2} \right)} - 1.$$

### 3. Результаты моделирования

В качестве эталонного массива высот использован фрагмент карт Shuttle Radar Topographic Mission (SRTM), содержащий реальные данные для района г. Арзамас. Моделировался

прямолинейный полет с постоянной скоростью 250 м/с, размер дискрета составлял  $125 \times 125$  м.

На рис. 2 показаны средние значения СКО погрешностей поправок по различным траекториям для различных величин шума (погрешностей информационного обеспечения), при одинаковом количестве измерений  $N = 50$  и нулевой ошибке по скорости. Оценки сделаны с помощью полученных выражений. Для сравнения приведены оценки, полученные статистическими методами по 200 испытаниям.

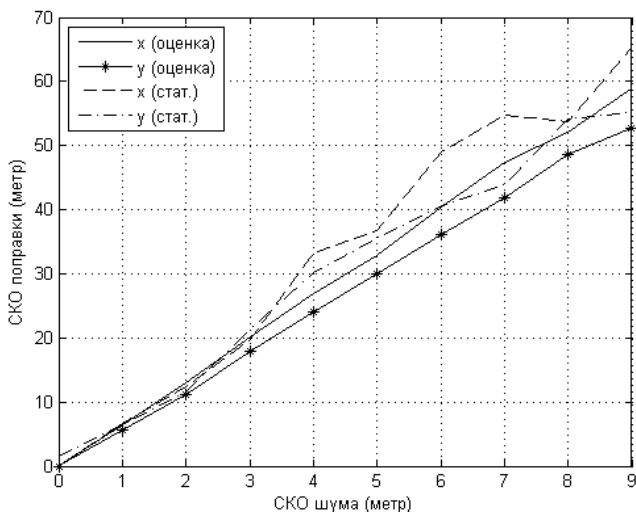


Рис. 2. Зависимость СКО поправки от СКО шума измерения

На рис. 3 и 4 показана зависимость погрешности от количества измерений при условии наличия только ошибки по скорости или только шума измерения соответственно. СКО ошибки по скорости составляло 0,5 м/с, СКО шума – 3 метра.

На рис. 5 приведен график зависимости погрешности от количества измерений при наличии ошибки по скорости и шума измерения. Выражение для оценки оптимального  $N$  дает результат 47 для данного варианта. Величины СКО ошибок аналогичны предыдущему случаю.

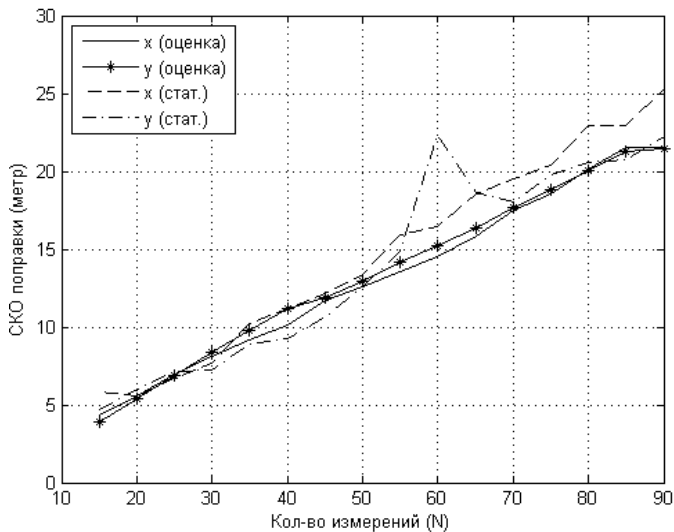


Рис. 3. Погрешность, вызванная ошибкой по скорости от  $N$

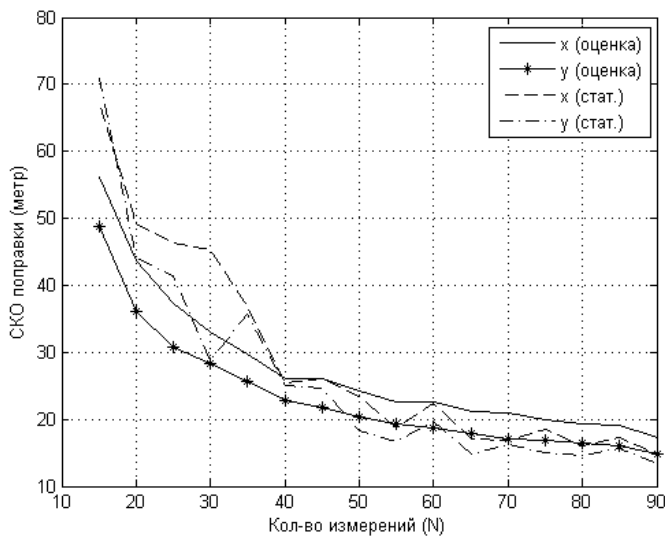


Рис. 4. Погрешность, вызванная шумом измерения от  $N$

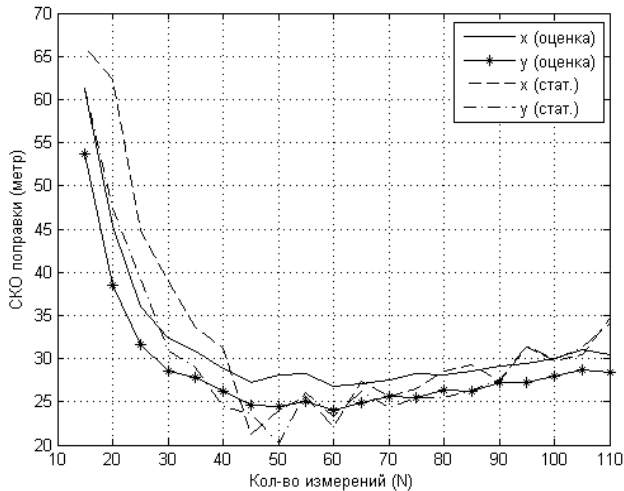


Рис. 5. Оптимальное количество измерений  $N$

На рис. 6 приведена зависимость погрешности от радиуса корреляции шума при нулевой ошибке по скорости, СКО шума – 5 метров.

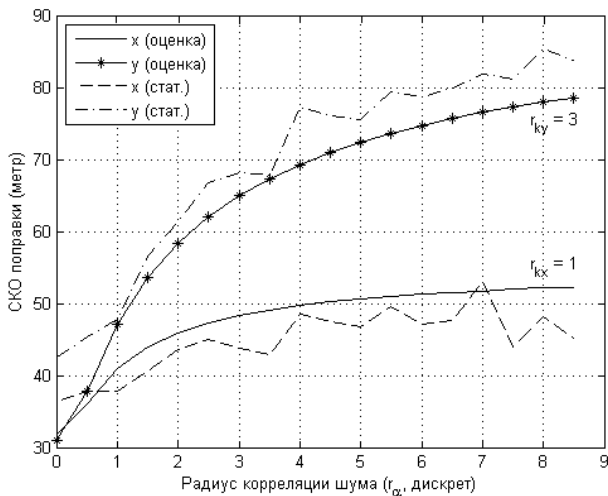


Рис. 6. Зависимость СКО поправки от радиуса корреляции шума

На рис. 7 показана зависимость погрешности поправок от СКО шума измерения при заданном радиусе корреляции  $r_\alpha = 3$  и нулевой ошибке по скорости.

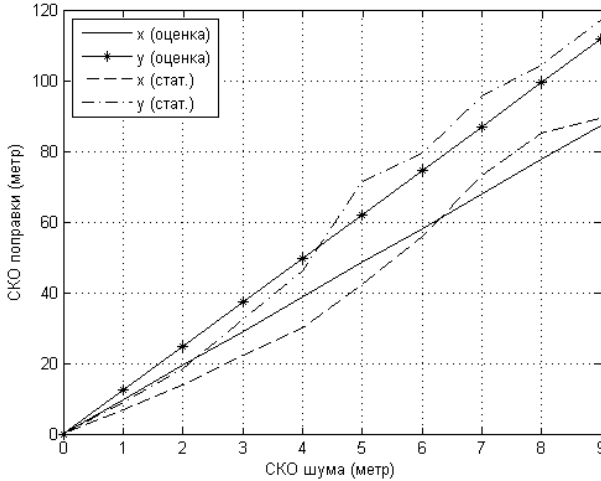


Рис. 7. Зависимость СКО поправки от СКО шума измерения

Таким образом, математическое моделирование показало корректность выражений, полученных в предположении некоррелированности погрешности информационного обеспечения  $\alpha(i)$  и  $\alpha(j)$  при  $i \neq j$ .

Приняв экспоненциальные функции ковариации для  $\alpha(i)$  и  $K_x(i)$ , можно увидеть, что результаты, полученные статистическими методами, незначительно отличаются от сформированных оценок. Это объясняется тем, что непосредственный расчет радиусов корреляции градиента поля высот рельефа  $r_{kx}$  и  $r_{ky}$  производится с погрешностью ввиду использования при их вычислении вторых производных поля высот рельефа. Кроме того, истинный вид функций ковариации для величин  $\alpha(i)$  и  $K_x(i)$  отличается от экспоненциального и неизвестен, что не позволяет получить достаточно точные численные оценки. Тем не менее, выражение (15) можно применять для анализа характера зависимостей.



#### 4. Заключение

Исследование влияния ошибок, вносимых различными источниками информации, на корректирующие поправки КЭНС позволило выделить возрастание погрешности, вызванной ошибкой по скорости, и уменьшение погрешностей информационного обеспечения при увеличении количества измерений  $N$  геофизического поля. Выражение, сформированное для вычисления оптимального  $N$ , минимизирующего итоговую погрешность, предоставляет возможность рассчитать корректное значение числа измерений при движении по произвольной траектории и имеющихся погрешностях.

Полученные результаты можно использовать при анализе функционирования КЭНС в заданных условиях, для планирования маршрута и выбора участков рельефа, а также для принятия решения о коррекции БИНС.

#### Литература

1. БАКЛИЦКИЙ В.К. *Корреляционно-экстремальные методы навигации и наведения* – Тверь: ТО «Книжный клуб», 2009. – 360 с.
2. БАКЛИЦКИЙ В.К., БОЧКАРЕВ А.М., МУСЬЯНОВ М.П. *Методы фильтрации сигналов в корреляционно-экстремальных системах навигации* – М.: Радио и связь, 1986. – 216 с.
3. БЕЛОГЛАЗОВ И.Н., ДЖАНДЖГАВА Г.И., ЧИГИН Г.П. *Основы навигации по геофизическим полям* – М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 1985. – 328 с.
4. БЕЛОГЛАЗОВ И.Н., ЕРМИЛОВ А.С., КАРПЕНКО Г.И. *Рекуррентно-поисковое оценивание и синтез алгоритмов корреляционно-экстремальных навигационных систем // Автоматика и телемеханика.* – 1979. – №7. – С. 68–79.

5. ДЖАНДЖГАВА Г.И., ГЕРАСИМОВ Г.И., АВГУСТОВ Л.И. *Навигация и наведение по пространственным геофизическим полям* // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2013. – №3(140). – С. 74–84.
6. КРАСОВСКИЙ А.А., БЕЛОГЛАЗОВ И.Н., ЧИГИН Г.П. *Теория корреляционно-экстремальных навигационных систем*. – М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 1979. – 448 с.
7. ЛЛОЙД Э., ЛЕДЕРМАН У., АЙВАЗЯН С.А., ТЮРИН Ю.Н. *Справочник по прикладной статистике. Том. 2*. – М.: Финансы и статистика, 1990. – 526 с.
8. НАУМОВ А.И. *Принятие решения о коррекции координат системой навигации по геофизическому полю в условиях постоянных ошибок измерения* // Научный вестник МГТУ ГА – 2012. – №185 – С. 118–123.
9. ЦЕРБИНИН В.В., *Построение инвариантных корреляционно-экстремальных систем навигации и наведения летательных аппаратов*. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. – 230 с.
10. BERGMAN N. *Bayesian Inference in Terrain Navigation. Division of Automatic Control*. – Department of Electrical Engineering. Linkoping University, Sweden, 1997.

## POSITION ACCURACY ANALYSIS IN TERRAIN-AIDED NAVIGATION SYSTEMS

**Kirill Ogorodnikov**, PJSC «Arzamas Research and Production Enterprise «Temp-Avia», Arzamas Polytechnic institute, Arzamas, engineer-mathematician, post-graduate student (okplay@mail.ru).

*Abstract: The influence of information support uncertainties and operating conditions on corrections provided by the recurrent-research algorithm of the terrain-aided navigation system has been studied. As is known, uncertainties of the position coordinates depends on many factors, including the inertial system errors, reference information errors, a measurer of the geophysical field errors, the information value of the terrain area, etc. The results of the analysis show that the uncertainty caused by the error in speed rises with an increase of the number of the geophysical*

*field measurements. The component caused by uncertainties of information support, on the contrary, decreases. Also, in this article expressions were obtained that can be used when planning the flight route and choosing terrain areas for performing correction. In particular, an equation has been synthesized that establishes a relationship between the standard deviation of the heights gradient, standard deviation of the heights, and the height field correlation radius. An expression has also been formed that allows us to calculate the optimal measurements number necessary for correction, under the conditions of the measurers errors and the movement trajectory.*

Keywords: terrain-aided navigation system, position accuracy analysis, recurrent-search algorithm.

УДК 681.5.23

ББК 32.965

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии Я.И. Квинто.*

*Поступила в редакцию 31.10.2018.*

*Опубликована 31.07.2019.*