

УДК 621.311.1  
ББК 31.27-01

## **АЛГОРИТМ ОПТИМИЗАЦИИ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОЖИДАНИЯ ДВОЙСТВЕННЫХ ОЦЕНОК<sup>1</sup>**

**Крупенёв Д. С.<sup>2</sup>, Пержабинский С. М.<sup>3</sup>**  
(ФГБУН Институт систем энергетики  
им. Л.А. Мелентьева СО РАН, Иркутск)

*Рассматривается алгоритм оптимизации надежности электроэнергетических систем, базирующийся на использовании математического ожидания двойственных оценок ограничения на выработку и перетоки мощности. Математическое ожидание двойственных оценок находится в результате анализа надежности электроэнергетической системы. Разработанный алгоритм является переборным, сокращение числа рассматриваемых вариантов развития системы осуществляется на основе анализа математического ожидания двойственных оценок. В работе представлены результаты экспериментальных исследований алгоритма.*

Ключевые слова: электроэнергетическая система, балансовая надежность, анализ надежности, синтез надежности.

### **1. Введение**

Задача оптимизации надежности электроэнергетической системы (ЭЭС) состоит в определении оптимального состава

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 13-06-00152а.

<sup>2</sup> Дмитрий Сергеевич Крупенёв, кандидат технических наук (krupenev@isem.sei.irk.ru).

<sup>3</sup> Сергей Михайлович Пержабинский, кандидат физико-математических наук (sergey\_per85@mail.ru).

генерирующего и сетевого оборудования, необходимого для покрытия графика электропотребления с учетом колебаний нагрузки, отказов и ремонта оборудования. Особую актуальность данная задача имеет для оптимизации состава оборудования низконадежных ЭЭС. Поэтому в настоящей статье схемы ЭЭС с избыточными резервами мощности не рассматриваются.

В работах [2, 5, 6, 11] проблема оптимизации балансовой надежности рассматривалась применительно к ЭЭС, представленным в виде концентрированного узла, т.е. без учета межсистемных связей. В этом случае показатели надежности рассчитываются по упрощенной схеме, что обуславливает получение приближенного решения.

Задача оптимизации надежности многоузловых ЭЭС исследована в меньшей степени, ее решению посвящены работы [1, 4, 8, 10, 12]. Самым распространённым методом оптимизации балансовой надёжности многоузловой ЭЭС на сегодняшний день является интерактивный метод. Суть метода заключается в оценке надежности выбранных экспертом вариантов развития ЭЭС [8, 10].

Особое место в решении задачи синтеза балансовой надежности занимают работы Ю.Я. Чукреева [10]. Для решения указанной задачи им были предложены итерационные алгоритмы, базирующиеся на коэффициентах экономической эффективности и математическом ожидании двойственных оценок ограничений задачи распределения дефицита мощности. Коэффициенты и математическое ожидание двойственных оценок используются для определения направлений изменения состава вводимого оборудования.

В [1] предложены эффективные алгоритмы оптимизации надежности для ЭЭС, заданных только радиальными схемами. В [4] представлен итеративный алгоритм оптимизации балансовой надёжности ЭЭС, основывающийся на идее последовательного решения серии вспомогательных задач покрытия графика нагрузки с минимальными затратами на производство электроэнергии и ввод дополнительного энергетического оборудования. Таким образом, вырабатывается последовательность приближений к решению исходной задачи оптимизации балансовой

надежности. График нагрузки, используемый во вспомогательной задаче, формируется на основе исходного графика путем увеличения нагрузки в тех узлах системы, в которых показатели надежности не удовлетворяют нормативным значениям. К недостаткам итерационных алгоритмов оптимизации балансовой надежности можно отнести плохую скорость сходимости к оптимальному решению задачи и необходимость дискретизации полученного решения.

В зарубежной литературе проблемам оптимизации надежности ЭЭС (в силу разных факторов) традиционно уделялось меньше внимания. Во многих работах представлены результаты, являющиеся переоткрытием сделанного ранее в СССР. Основным подходом в работах зарубежных авторов [12] остается оценка надежности для вариантов развития ЭЭС, обозначенных экспертом. В ряде современных работ оптимизация надежности производится на основе платы за надежность (например, [13]).

В настоящей статье предлагается алгоритм оптимизации надежности, базирующийся на использовании математического ожидания двойственных оценок, соответствующих ограничениям на выработку и перетоки мощности. Математическое ожидание двойственных оценок находится в результате оценки надежности исследуемой ЭЭС. Анализ математического ожидания двойственных оценок позволяет выявить узлы и связи системы, обладающие недостаточной генерирующей мощностью и пропускной способностью. Опираясь на данные показатели, возможно значительное сокращение общего числа рассматриваемых вариантов ввода энергетического оборудования в системе. Последующий анализ надежности обозначенных вариантов позволяет выбрать состав средств повышения надежности с минимальными затратами.

В первом разделе статьи рассматривается одна из классических постановок задачи оптимизации балансовой надежности ЭЭС – минимизации приведенных затрат при достижении заданного уровня надежности ЭЭС. Во втором разделе приводится задача оценки дефицита мощности и указывается способ нахождения математического ожидания двойственных оценок ограничений данной задачи. В третьем разделе представлено

описание алгоритма оптимизации надежности ЭЭС. Четвертый раздел содержит результаты экспериментального исследования разработанного алгоритма.

## 2. Задача оптимизации балансовой надежности электроэнергетических систем

Одной из классических постановок задачи оптимизации балансовой надежности ЭЭС [6] является задача достижения заданного значения показателей надежности в узлах ЭЭС. Перейдем к описанию указанной задачи.

Обозначим через  $G_i$  множество вариантов изменения состава генерирующего оборудования в узле  $i$ , аналогично  $F_{ij}$  – множество вариантов изменения состава сетевого оборудования между узлами  $i$  и  $j$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $j = 1, \dots, n$ ,  $i \neq j$ .

Переменные:  $\Delta x_i$  – прирост генерирующих мощностей в узле  $i$ ,  $\Delta x_i \in G_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ ;  $\Delta z_{ij}$  – увеличение пропускной способности линии электропередачи (ЛЭП) между узлами  $i$  и  $j$ ,  $\Delta z_{ij} \in F_{ij}$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $j = 1, \dots, n$ ,  $i \neq j$ . Обозначим через  $\Delta x$ ,  $\Delta z$  векторы переменных, компонентами которых являются  $\Delta x_i$ ,  $\Delta z_{ij}$  соответственно.

Заданы: табличные функции затрат  $c_i(\Delta x_i)$ , связанных с реализацией вариантов ввода генерирующего оборудования в узле  $i$ ,  $i = 1, \dots, n$ ; табличные функции затрат  $c_{ij}(\Delta z_{ij})$ , возникающих при реализации вариантов введения в эксплуатацию сетевого оборудования между узлами  $i$  и  $j$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $j = 1, \dots, n$ ,  $i \neq j$ ;  $R_i^0$  – требуемое значение показателя надежности в узле  $i$ ,  $i = 1, \dots, n$ . В качестве показателя надежности ЭЭС можно использовать, например, вероятность безотказной работы, математическое ожидание дефицита мощности [3].

Требуется найти минимум затрат

$$(1) \quad \sum_{i=1}^n \left( c_i(\Delta x_i) + \sum_{j=1}^n c_{ij}(\Delta z_{ij}) \right) \rightarrow \min_{\Delta x, \Delta z}$$

при условиях

$$(2) \quad \Delta x_i \in G_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$(3) \Delta z_{ij} \in F_{ij}, i=1, \dots, n, j=1, \dots, n, i \neq j,$$

$$(4) R_i(\Delta x, \Delta z) \geq R_i^0, i=1, \dots, n.$$

Значения величины показателя надежности  $R_i$  в узле  $i$ ,  $i=1, \dots, n$ , находятся в результате оценки надежности ЭЭС.

### 3. Задача оценки дефицита мощности

Для решения задачи (1)–(4) существенное значение имеет качество анализа балансовой надежности ЭЭС. В 70-х гг. прошлого века под руководством Ю.Н. Руденко была разработана эффективная методика оценки надежности ЭЭС [7]. Методика базируется на многократной оценке дефицита мощности сформированных состояний функционирования ЭЭС. Чем больше число расчетных состояний, тем более достоверны результаты анализа надежности ЭЭС.

Пусть  $N$  – заданное число разыгрываемых расчетных состояний ЭЭС. Каждое состояние ЭЭС характеризуется набором значений случайных величин: располагаемой генерирующей мощности  $\bar{x}_i^k$ , величины нагрузки  $\bar{y}_i^k$  в  $i$ -м узле, пропускной способности ЛЭП  $\bar{z}_{ij}^{-k}$  между узлами  $i$  и  $j$ ,  $i=1, \dots, n, j=1, \dots, n, i \neq j, k=1, \dots, N$ . Значения указанных случайных величин разыгрываются на базе метода Монте-Карло. Для оценки дефицита мощности сформированных состояний ЭЭС используется следующая задача.

Переменные задачи:  $x_i$  – используемая мощность в узле  $i$ ,  $y_i$  – покрываемая в узле  $i$  нагрузка,  $z_{ij}$  – поток мощности из узла  $i$  в узел  $j$ ,  $i=1, \dots, n, j=1, \dots, n$ .

При оценке дефицита мощности  $k$ -го состояния ЭЭС,  $k=1, \dots, N$ , требуется найти

$$(5) \sum_{i=1}^n y_i \rightarrow \max$$

при балансовых ограничениях

$$(6) x_i - y_i + \sum_{j=1}^n (1 - a_{ji} z_{ji}) z_{ji} - \sum_{j=1}^n z_{ij} = 0, i=1, \dots, n, i \neq j,$$

$$(7) \quad y_i \leq \bar{y}_i^k, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$(8) \quad x_i \leq \bar{x}_i^k, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$(9) \quad z_{ij} \leq \bar{z}_{ij}^k, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, n, \quad i \neq j,$$

$$(10) \quad y_i \geq 0, \quad x_i \geq 0, \quad z_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, n, \quad i \neq j.$$

Здесь  $\alpha_{ij}$  – заданные положительные коэффициенты удельных потерь мощности при ее передаче из узла  $i$  в узел  $j$ ,  $i \neq j$ .

Если при оценке дефицита мощности  $k$ -го состояния ЭЭС,  $k = 1, \dots, N$ , в оптимальном решении задачи (5)–(10) для некоторых  $i$  и  $j$  ( $i \neq j$ ) ограничения (8), (9) являются активными, т.е. выполняются в виде равенств, то соответствующие им множители Лагранжа (двойственные оценки ограничений)  $v_i^k$ ,  $w_{ij}^k$  примут неотрицательные значения.

Математическое ожидание двойственных оценок (после проведения цикла расчетов на модели (5)–(10)) находится по формулам

$$Mv_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N v_i^k, \quad Mw_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N w_{ij}^k,$$

где  $v_i^k$ ,  $w_{ij}^k$  – значения множителей Лагранжа соответствующих ограничений (8), (9), полученных в результате оценки дефицита мощности  $k$ -го состояния ЭЭС,  $k = 1, \dots, N$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $j = 1, \dots, n$ ,  $i \neq j$ .

#### **4. Алгоритм оптимизации балансовой надежности**

Приведем описание шагов алгоритма решения задачи (1)–(4).

*Шаг 1. Оценка балансовой надежности заданной схемы ЭЭС.*

В результате оценки надежности ЭЭС определяются значения показателей надежности  $R_i$  и величин  $Mv_i$ ,  $Mw_{ij}$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $j = 1, \dots, n$ ,  $i \neq j$ . В случае выполнения условия (4) происходит останов алгоритма, иначе осуществляется переход на шаг 2.

*Шаг 2. Анализ математического ожидания двойственных оценок.*

Формируются множества номеров узлов  $I$  и связей  $J$ , для которых  $Mv_i \geq \varepsilon$ ,  $Mw_{ij} \geq \varepsilon$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $j = 1, \dots, n$ ,  $i \neq j$ . Здесь  $\varepsilon$  – заданная малая положительная величина (далее  $\varepsilon = 0,01$ ).

*Шаг 3. Составление списка комбинаций ввода энергетического оборудования.*

Отбираются возможные комбинации вариантов ввода генерирующего оборудования в узлах из множества  $I$  и сетевого оборудования для связей из множества  $J$ .

*Шаг 4. Оценка балансовой надежности отобранных комбинаций ввода энергетического оборудования.*

Оценивается надежность схем ЭЭС с учетом ввода дополнительного оборудования. Перебор вариантов ввода осуществляется в порядке возрастания суммарных затрат.

*Останов алгоритма.*

Алгоритм прекращает работу при нахождении варианта развития ЭЭС, для которого  $R_i \geq R_i^0$ ,  $i = 1, \dots, n$ .

## 5. Численный эксперимент

Для экспериментального исследования представленного алгоритма оптимизации балансовой надёжности воспользуемся тестовой трёхузловой схемой ЭЭС (рис. 1).

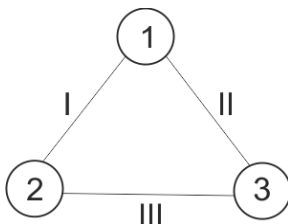


Рис. 1. Тестовая расчетная схема ЭЭС

Основные характеристики узлов представлены в таблице 1, связей – в таблице 2.

Абсолютный максимум нагрузки в каждом узле составляет 1500 МВт. Дополнительно в годичном разрезе были заданы месячные максимумы нагрузок, характерные суточные графики

нагрузок в каждом из узлов, продолжительности соответствующих нагрузочных периодов, среднеквадратические отклонения нагрузок от прогнозируемых графиков.

Таблица 1. Основные характеристики узлов исследуемой ЭЭС

№ узла	Располагаемая мощность генерирующего агрегата, МВт	Число агрегатов	Аварийность, о.е.	Норматив на текущий ремонт, о.е.	Норматив на капитальный ремонт, сут./год
1	150	12	0,045	0,05	15
2	150	10	0,045	0,05	15
3	150	14	0,045	0,05	15

Таблица 2. Основные характеристики связей исследуемой ЭЭС

№ связи	Количество ЛЭП в связи	Пропускная способность ЛЭП, МВт	Интегральный коэффициент аварийности и ремонтов, о.е./100 км	Длина, км.
I	2	135	0,011	200
II	2	135	0,011	200
III	2	135	0,011	200

В качестве нормативного показателя надежности применяется вероятность безотказной работы  $P_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Для демонстрации работы алгоритма их численные значения выбраны произвольно, для 1-го узла 0,993, для 2-го – 0,992 и для 3-го – 0,994.

Усиление связей ЭЭС производится за счет ввода дополнительной линии электропередачи:

1) 220 кВ, удельная стоимость ввода одноцепной линии на стальных опорах составляет 45 000 у.е./км [9], пропускная способность 135 МВт;



2) 500 кВ, удельная стоимость ввода одноцепной линии на стальных опорах равняется 80 000 у.е./км [9], пропускная способность 900 МВт.

Расширение состава генерирующего оборудования в узлах системы осуществляется за счет ввода газотурбинных установок:

1) мощностью 50 МВт, удельная стоимость ввода составляет 500 у.е./кВт [9].

2) мощностью 100 МВт, удельная стоимость ввода – 450 у.е./кВт [9].

Выбор газотурбинных установок обусловлен наименьшей стоимостью (в плане капитальных и эксплуатационных затрат) среди других видов генерирующего оборудования.

Результаты оценки балансовой надёжности тестовой схемы ЭЭС представлены в таблице 3.

Таблица 3. Результаты оценки балансовой надёжности исследуемой ЭЭС

Номер узла, $i$	Вероятность безотказной работы, $P_i$	М.о. двойственных оценок ограничений (8), $Mv_i$	М.о. двойственных оценок ограничений (9)		
			$i, j$	$Mw_{ij}$	$Mw_{ji}$
1	0,9903	0,0091	$i=1, j=2$	0,0350	0,0002
2	0,9442	0,0557	$i=1, j=3$	0,0002	0,0150
3	0,9980	0,0017	$i=2, j=3$	0,0003	0,0502
Система	0,9404				

Из таблицы 3 видно, что в первом и во втором узлах вероятность безотказной работы не удовлетворяет принятым нормативным значениям. Согласно алгоритму оптимизации для формирования вариантов установки дополнительного оборудования в ЭЭС необходимо обозначить те узлы и связи ЭЭС, для которых  $Mv_i \geq \varepsilon$ ,  $Mw_{ij} \geq \varepsilon$ ,  $i=1, \dots, n$ ,  $j=1, \dots, n$ ,  $i \neq j$ . Из анализа

таблицы 3 следует, что расширение состава генерирующего оборудования, возможно, потребуется во втором узле ( $M_{v_2} > 0,01$ ), сетевого оборудования – во всех связях ЭЭС ( $M_{w_{12}} > 0,01$ ,  $M_{w_{31}} > 0,01$ ,  $M_{w_{32}} > 0,01$ ).

Без учета математического ожидания двойственных оценок для полного решения задачи (1)–(4) требуется перебор 4096 вариантов ввода энергетического оборудования. Анализ математического ожидания двойственных оценок позволяет сократить количество рассматриваемых вариантов до 256. При этом, благодаря упорядочиванию указанных вариантов по стоимости, происходит дополнительное сокращение анализируемых конфигураций оборудования в исследуемой ЭЭС. Останов алгоритма оптимизации произошел после оценки надежности 70 вариантов изменения состава оборудования ЭЭС. В таблице 4 приведены результаты оптимизации надежности.

*Таблица 4. Результаты оптимизации балансовой надёжности исследуемой ЭЭС*

<b>№ узла</b>	<b>Ввод ген. оборуд., шт. x МВт</b>	<b>Вероятность безотказной работы</b>	<b>№ связи</b>	<b>Ввод дополнительных ЛЭП, шт. x кВ.</b>
1	-	0,994353	I	1x220
2	1x50	0,992966	II	-
3	-	0,996267	III	1x500
Система	-	0,990664	-	-

В результате оптимизации балансовой надежности была найдена конфигурация оборудования ЭЭС, при которой вероятность безотказной работы в узлах системы выше заданных значений. Для достижения такого уровня надёжности с минимальными издержками необходимо во втором узле разместить дополнительную генерирующую установку мощностью 50 МВт, первую связь усилить ЛЭП 220 кВ, третью связь – ЛЭП 500 кВ. При этом суммарные затраты на ввод энергетического оборудования составляют 50 млн. у.е. Полученные значения показателей надежности обусловлены тем, что в системе существуют потоки

мощности от избыточных узлов к дефицитным. При этом оценка надежности ЭЭС осуществляется с учетом месячных графиков нагрузки.

В результате оптимизации надёжности исследуемой ЭЭС по представленной методике удалось сократить количество возможных вариантов ввода энергетического оборудования с 4096 до 70, что является существенным сокращением объема вычислений.

## **6. Заключение**

В статье приведен алгоритм оптимизации надёжности ЭЭС. Для выбора траекторий ввода резервного энергооборудования в алгоритме используется математическое ожидание двойственных оценок, получаемых при оценке балансовой надёжности ЭЭС. Разработанный алгоритм является переборным. Анализ математического ожидания двойственных оценок позволяет значительно сократить число рассматриваемых вариантов развития системы.

Алгоритм протестирован на трёхузловой ЭЭС. Результаты экспериментального исследования (в частности, сокращение количества оцениваемых вариантов на 98 %) позволяют сделать положительные выводы о работоспособности алгоритма при учете некоторых особенностей, которые отражены в тексте статьи.

## **Литература**

1. ВОЛКОВ Г.А. *Оптимизация надёжности электроэнергетических систем.* – М.: Наука, 1986. – 120 с.
2. ДУБИЦКИЙ М.А., РУДЕНКО Ю.Н., ЧЕЛЬЦОВ М.Б. *Выбор и использование резервов генерирующей мощности в электроэнергетических системах.* – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 272 с.
3. КОВАЛЕВ Г.Ф., ЛЕБЕДЕВА Л.М. *Комплекс моделей оптимизации режимов расчетных состояний при оценке*

*надежности электроэнергетических систем.* – Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2000. – 73 с.

4. КРУПЕНЕВ Д.С., ПЕРЖАБИНСКИЙ С.М. *Алгоритм оптимизации балансовой надёжности электроэнергетических систем* // Известия Российской академии наук. Энергетика. – 2014. – №2. – С. 96–106.
5. ЛЕБЕДЕВА Л.М., ФЕДОТОВА Г.А. *Программно-вычислительный комплекс РЕЗЕРВ – реализация методики рационального использования резервов мощности в ЭЭС* // Методические вопросы исследования надёжности больших систем энергетики. – Иркутск: СЭИ СО АН СССР, 1981. – Вып. 22. – С. 47–53.
6. РОЗАНОВ М.Н. *Об оптимальном резервировании в электроэнергетических системах* // Методические вопросы исследования надёжности больших систем энергетики. – Иркутск: СЭИ СО АН СССР, 1975. – Вып. 8. – С. 29–41.
7. РУДЕНКО Ю.Н., ЧЕЛЬЦОВ М.Б. *Надёжность и резервирование в электроэнергетических системах.* – Новосибирск: Наука, 1974. – 263 с.
8. СКИДАНОВ Н.И. *Модель оптимизации надёжности в ОЭС на основе метода деформируемого многогранника* // Исследование и расчеты надёжности энергосистем на этапах проектирования и эксплуатации: Тез. докл. респ. сем. – Фрунзе, 1978. – С. 30–32.
9. *Укрупнённые показатели стоимости электрических станций и электрических сетей.* – М.: ОАО РАО «ЕЭС России», 2002. – 10 с.
10. ЧУКРЕЕВ Ю.Я. *Модели обеспечения надёжности электроэнергетических систем.* – Сыктывкар, 1995. – 176 с.
11. BILLINTON R., ALLAN R.N. *Reliability Evaluation of Power Systems.* – Plenum Publishing, New York, 1996. – 540 p.
12. CHEN H. *Generating System Reliability Optimization: Thesis of Doctor of Philosophy,* University of Saskatchewan. – 2000. – 182 p.
13. SHAYEGHI H., MAHDAVI M., KAZEMI A. *Discrete particle swarm optimization algorithm used for TNEP considering net-*

*work adequacy restriction // World Academy of Science, Engineering and Technology, 2009. – Vol. 27. – P. 1039–1046.*

## **APPLYING AVERAGE DUAL ESTIMATIONS IN ALGORITHM FOR OPTIMAL RELIABILITY OF ELECTRIC POWER SYSTEM**

**Dmitry Krupenev**, Melentiev Energy Systems Institute of SB RAS, Irkutsk, Cand.Sc. (krupenev@isem.sei.irk.ru).

**Sergey Perzhabinsky**, Melentiev Energy Systems Institute of SB RAS, Irkutsk, Cand.Sc. (sergey\_per85@mail.ru).

*Abstract: We suggest an algorithm to optimize reliability of an electric power system. The algorithm uses the averaged dual estimates of power generation and power flow constraints. Average values of dual estimates are found from the analysis of electric power system reliability. The developed algorithm is based on the enumeration of alternative scenarios of system evolution, while the analysis of average values of dual estimations helps to limit the number of scenarios considered. We also present the results of numeric simulations.*

Keywords: electric power system, adequacy, reliability analysis, reliability optimization.

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии В.И. Зоркальцевым*

*Поступила в редакцию 04.08.2014.  
Опубликована 31.03.2015.*