

УДК 004.94: 338.27

ББК 32.81

МЕТОД УПРАВЛЕНИЯ РАЗВИТИЕМ СОЦИАЛЬНОГО РЕСУРСА РЕГИОНА НА ОСНОВЕ РЕГРЕССИОННО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Затонский А. В.¹, Янченко Т. В.²

*(ФГБОУ ВПО Пермский национальный исследовательский
политехнический университет, Березниковский филиал,
Березники)*

Показана невозможность использования традиционных эконометрических моделей и моделей на основе регрессионного дифференциального уравнения первого порядка для моделирования регионального социального ресурса. Разработана модель на основе регрессионного дифференциального уравнения второго порядка, позволяющая в тактической перспективе прогнозировать последствия решений по развитию социального ресурса. Определены положительные и отрицательные области прогноза, даны рекомендации по улучшению динамики социального ресурса.

Ключевые слова: социально-экономическая система, моделирование, регрессионное дифференциальное уравнение.

1. Введение

Социальный ресурс (СР) представляет собой совокупность реальных или потенциальных ресурсов населения, определяющих характер социальных взаимодействий, связей и объединений людей в социально-экономических процессах. Его наличие

¹ Андрей Владимирович Затонский, доктор технических наук, профессор (zhenon@narod.ru).

² Татьяна Васильевна Янченко, аспирант (yagutinenori@mail.ru).

и степень развития позволяют реализовать социальные и экономические возможности того или иного общества, территории, экономического региона [33]. Прогнозирование динамики СР является основой для принятия решений по развитию социальных и экономических возможностей любого общества, в том числе любого региона Российской Федерации.

В условиях Пермского края, население которого с 1990-х годов медленно уменьшается, вопрос обеспечения предприятий, социальной и общественной сферы демографическим, трудовым, образовательным, интеллектуальным и культурным потенциалом представляется актуальной задачей [34]. Особую остроту она приобретает сейчас в нескольких территориально-промышленных комплексах (ТПК) края, где отток населения наиболее выражен, а потребность в наращивании СР, тем не менее, есть. В частности, в Верхнекамье (образованном городами Березники, Усолье и Соликамск) расположены несколько крупных предприятий и сопровождающая их инфраструктура, которые в настоящее время развиваются и испытывают проблемы с обеспечением СР. Для управления подобными ТПК особенно важно иметь возможности моделирования и прогнозирования динамики СР. Та же задача встает перед предприятиями и организациями, лишенными доступа к закрытым данным Минэкономразвития и способными пользоваться только открытыми статистическими данными с их известными недостатками. Поэтому задача моделирования СР, в том числе в Пермском крае, представляется практически значимой и актуальной.

Исследованию СР и отдельных его составляющих посвятили свои труды известные ученые Айвазян С.А. [2], Ульяновский В.И. [8], Кошкин А.А. [13], Абалкин Л.Н. [1], Бойков В.Э. [5] и др [27, 29, 31].

Одним из способов предварительной оценки качества решений по развитию социально-экономических систем является математическое моделирование их последствий с применением аналитических моделей или специального программного обеспечения. При известных недостатках эти подходы позволяют оценить большое количество разных управленческих решений

по развитию социально-экономической системы для выбора оптимального или наилучшего.

2. Обзор состояния проблемы и используемых эконометрических моделей

Наиболее распространенными регрессионными экономико-математическими моделями, в том числе используемыми в целях прогнозирования, являются модели динамики вида

$$y(\vec{x}(t), \vec{z}(t), t) = a_0 + \sum_i a_i x_i(t) + \sum_j b_j z_j(t),$$

где $\vec{x}(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots\}$ – вектор факторов; $\vec{z}(t) = \{z_1(t), z_2(t), \dots\}$ – вектор возмущений; $y(\cdot)$ – реакция исследуемого объекта. Как вариант, применяются модели

$$y(\vec{x}(t), \vec{z}(t), t) = a_0 + \prod_i a_i x_i(t) + \prod_j b_j z_j(t),$$

либо для функций одного аргумента

$$y(x(t), z(t), t) = a_0 + \sum_i a_i x(t)^i + \sum_j b_j z(t)^j,$$

либо модели временных рядов в форме

$$y(t) = \sum_{i=0}^I a_i t^i.$$

Подобные модели используются, в том числе, в качестве основы для докторских работ: [7, 17, 16] и др. Такие модели можно упрощенно «прочитать», например, так: если вводить в эксплуатацию новые жилые помещения по графику $x_1(t)$, то на выходе получим рост населения края (или другой показатель эффективности социального ресурса) $y(x_1(t), z_1(t))$ с учетом динамики уровня оплаты труда в регионе (возмущающего воздействия) $z_1(t)$. Далее обычно речь идет об идентификации a_i и b_j , об учете обратных связей, выраженных некоторой функцией $F(y)$, а точнее

$$y(\vec{x}(t), \vec{z}(t)) = a_0 + \sum_i a_i x_i(t) + \sum_k b_k z_k(t) - F\left(y(\vec{x}(t), \vec{z}(t))\right),$$

и т.п. При этом молчаливо принимается предположение, что существует прямая связь между факторами и значением реакции, а единственный динамический элемент в модели – чистое запаздывание (например, в моделях вида

$$y(\vec{x}(t)) = a_0 + \sum_i a_i x_i(t - \Delta t).$$

Однако подобное предположение не всегда близко к реальности. Например, повышая зарплату в разумных пределах, можно получить рост трудоотдачи (и дальнейшие экономические или социальные бонусы). То есть из множества наблюдений достоверно известно, что повышение в нужный момент времени t зарплаты $x_1(t)$ *ускоряет* рост производительности труда:

$$\frac{\partial y(x, z, t)}{\partial t} \approx a_0 + a_1 x(t) \quad \Bigg/ \quad \forall t: 0 < x(t) \leq x_{\max}, \quad a_1 > 0,$$

а ухудшение условий труда $z(t)$ в большинстве случаев *снижает* скорость роста:

$$\frac{\partial y(x, z(t), t)}{\partial t} \approx a_0 + b_1 z(t) \quad \Bigg/ \quad \forall t: z_{\min} \leq z(t) \leq z_{\max}, \quad b_1 > 0.$$

Для сложных систем, особенно общественных или природных, регрессионная идентификация коэффициентов связи между $y(t)$ и $x_i(t)$ без убедительного доказательства их взаимной независимости приводит к порождению «попугайских моделей» (по выражению академика К.С. Лосева [14]), прекрасно интерполирующих прошлое, но не способных к прогнозу будущего – а именно это требуется при построении моделей поддержки принятия решений. Примерно те же результаты приносят попытки экстраполировать $y(t)$ вперед по данным временных рядов (трендов), в том числе с использованием авторегрессионных моделей.

Возникает вопрос, что же идентифицировать при построении динамической экономико-математической модели: связь между фактором и *реакцией* или связь между фактором и *динамикой изменения* реакции под воздействием этого фактора? На

уровне общенаучных рассуждений можно сделать вывод, что в некоторых эконометрических моделях лучше использовать в качестве основы дифференциальные уравнения, хотя бы на основе обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ) первого порядка с соответствующей задачей Коши

$$(1) \begin{cases} \frac{dy(t)}{dt} = a_0 + \sum_{i=1}^N a_i \cdot x_i(t) + a_{N+1} \cdot y(t) = f(y(t), x(t), t), \\ y(0) = y_0; \end{cases}$$

которые имеют следующие очевидные достоинства по сравнению с алгебраическими уравнениями динамики системы:

- 1) естественность описания положительных и отрицательных изменений динамики от воздействия;
- 2) возможность получения асимптотических решений.

Однако эконометрические модели на основе дифференциальных уравнений часто сложны в оснащении, а главное – не позволяют применять общедоступные статистические данные для прогнозирования развития объекта. Во многих моделях искусственно наложены ограничения на вид функции в правой части, обусловленные глубоким анализом предметной области. Так, в работе [3] предлагается модель вида

$$\frac{dy}{dt} = f_i^+ - f_i^-,$$

где f_i^+ – факторы, вызывающие рост переменной y , а f_i^- – факторы, вызывающие убывание переменной. Поскольку слагаемые представляются в виде произведений факторов, необходимо **предварительно** определять, какие факторы вызывают рост реакции, какие – убывание. Авторы данной работы, как и [15], интересовали глобальные тенденции, но не «оперативное», тактическое управление краем. Поэтому эта модель, удобная для аналитических исследований, но вызывающая ряд ограничений, не лучшим образом подходит для решения нашей задачи.

Модель мировой динамики Форрестера [28] основана на дифференциальном анализаторе – по сути, дифференциальном уравнении (1). Но для ее настройки нужны очень объемные данные (автор использовал данные с 1900 по 1970 год), по-

сколькo используется система из пяти дифференциальных уравнений, описывающих глобальные процессы, и эти уравнения взаимосвязаны. Сам автор делает вывод, что его длительный прогноз до 2100 года мало актуален, поскольку невозможно учесть изменения вследствие технического и технологического прогресса, поэтому выводы из модели имеют больше качественный характер. Но на уровне управления региональной экономикой, как правило, и подобные данные недоступны, и прогноз развития событий на 130 лет не требуется.

Авторы [6] и [23] предлагают дифференциальные эконометрические модели, выбор факторов в которых также обусловлен глубоким анализом процессов и взаимосвязью между агрегированными переменными. Поскольку при построении математической модели развития СР региона невозможно (или очень затруднительно) **заранее** исследовать глубинные процессы, определить взаимосвязи между факторами, о которых доступны данные, такой подход неприемлем. Строго говоря, именно эта задача и ставится: создать модель, в ходе идентификации которой станет понятно, какие факторы влияют на прогноз развития положительно, какие – отрицательно, а влиянием каких можно и пренебречь.

Разумным представляется традиционный подход регрессионного анализа, когда заранее определяются только очертания модели (в данном случае, вид и порядок дифференциального уравнения), но никакие предположения о важности, взаимосвязях факторов и т.п. не делаются. Хотелось бы получить столь же простой инструмент, как регрессионная многофакторная модель, для которой не возникает серьезной проблемы идентификации, но лишенный вышеперечисленных недостатков.

В [4] формулируется модель экологического равновесия

$$(2) \quad \frac{\partial y(x, y, t)}{\partial t} = y - y^2 - x(t) \cdot y \quad / \quad 0 \leq x(t) < 1,$$

соответствующая по форме (1), позволяющая определять доходность (здесь – квоту вылова $x(t)$). В [9] подробно рассматривается попытка прогнозирования по зашумленной модели (2) в

сравнении с трендами и моделями наподобие (1) и делается вывод, что в данном конкретном случае модель на основе ОДУ адекватнее. Описанные в этой работе неудачные попытки не доказывают невозможность удачных аппроксимаций и экстраполяции временных трендов в эколого-экономическом моделировании с использованием традиционных и широко распространенных методов, но иллюстрируют преимущества использования в качестве основы моделей ОДУ.

В работе [21] построена регрессионная дифференциальная модель (РДМ) краевого сельского хозяйства. При этом единственным критерием оценки взята продукция, производимая сельскохозяйственными предприятиями. Такой подход недопустим в случае, когда для рассматриваемой системы требуется многокритериальная оценка. В работе [22] тот же подход расширен на оценку лесного потенциала края, и также с одним критерием. В последнем случае недостаток однокритериальной оценки еще более очевиден: мало иметь запасы леса, нужно иметь возможность его добыть, т.е. создать для этого соответствующую транспортную и энергетическую инфраструктуру. Следовательно, оценка уровня развития инфраструктуры является вспомогательным, частным критерием оценки и лесного хозяйства тоже, с точки зрения экономической эффективности его использования.

Для достижения поставленной во введении цели надо решить две задачи: получить обобщенный критерий оценки качества системы, устойчивый к ошибкам экспертов и погрешности исходных данных (например, в виде линейной комбинации частных критериев), и построить эконометрическую регрессионную модель системы на основе регрессионного дифференциального уравнения.

3. Построение критерия качества

Из данных, представленных на сайте Пермского отделения Росстата, были выбраны следующие статистические показатели оценки СР, с нашей точки зрения, имеющие или могущие иметь отношение к данной предметной области [20]:

1. y_1 – численность населения (тыс. чел.);
2. y_2 – возрастной состав населения (%);
3. y_3 – общий коэффициент рождаемости (на тыс. чел.);
4. y_4 – общий коэффициент смертности (на тыс. чел.);
5. y_5 – численность зрителей театров (на 1000 чел.);
6. y_6 – численность экономически активного населения (тыс. чел.);
7. y_7 – численность безработных (тыс. чел.);
8. y_8 – численность выпускников СПО (чел.);
9. y_9 – численность выпускников ВПО (чел.).

Для исключения влияния размерности показателей их значения нормировали по общепринятой формуле

$$(3) \quad \tilde{y}_i(t_j) = \frac{y_i - \min_j y_i(t_j)}{\max_j y_i(t_j) - \min_j y_i(t_j)},$$

где $\tilde{y}_i(t_j) \in [0,1]$ – нормированное значение, а $y_i(t_j)$ – исходное значение i -го частного критерия в j -м году, $j = 1, \dots, 12$, причем в 2000-м году $j = 1$.

Традиционными подходами к оценке подобных систем являются:

1. Декомпозиция СР на блоки и уровни → получение интегрального показателя качества на основе оценки блоков.

2. Косвенная оценка СР в зависимости от известных (устоявшихся, давно существующих) показателей наподобие индекса развития человеческого потенциала (ИРЧП). Как правило, подобные предложения ничем, кроме мнения авторов и элементарных проверок, не обоснованы.

3. Оценка СР в зависимости от непосредственно измеряемых (и частично общедоступных) статистических данных. В этом случае, как и в предыдущем, оценка СР является линейной комбинацией частных оценок с эмпирически (экспертно) определенными коэффициентами.

Во всех перечисленных случаях итоговая оценка получается в виде линейной свертки частных критериев

$$(4) \quad y = \sum_{i=1}^N \alpha_i y_i,$$

где α_i – весовое значение показателя y_i .

Возникает задача определения весовых коэффициентов частных критериев в (4). Общепринятым [19] является подход, когда путем экспертных заключений или на основании дополнительной информации определяются ранги значимости частных критериев R_i , при этом меньшие значения рангов соответствуют большей значимости критериев. Например, этому удовлетворяет простая формула

$$(5) \quad \alpha_i = 1/R_i.$$

Поскольку выбор частных критериев из числа доступных был достаточно произвольным, применим стандартные методы для оценки его допустимости. Одним из способов проверки независимости выборок $y_k = \{y_{k1}, y_{k2}, \dots\}$ и y_m является расчет их парной корреляции $R(y_k, y_m)$, которую можно получить с использованием функции КОРЕЛЛ *MS Excel*. Произведя такой расчет, получили

$$C_{12}^2 = \frac{9!}{2!(9-2)!} = 36$$

значений $R(\cdot)$, из которых следует, что частные критерии с номерами 1, 2, 3, 4, 8, 9 сильно связаны друг с другом. Исключение критерия y_2 вроде бы дает возможность не рассматривать далее ни $R(y_1, y_2)$, ни $R(y_2, y_3)$; то же можно сказать и о критерии № 3, с которым есть две корреляции с большим значением. В ходе подбора оптимальной ранжировки критериев предположение о влиянии парной корреляции на оценку СР подтвердилось только частично.

Выбор весовых коэффициентов методом экспертиз имеет существенные недостатки. Несмотря на различные методы теории экспертиз для исключения субъективизма экспертов (расчетов корреляции, конкордации мнений и т.п.), полностью устранить возможность некачественной экспертизы никогда не удастся. Это свойственно самой природе экспертизы, когда из множества всех возможных экспертов организатор экспертизы

вольно или невольно отбирает тех, кто может выдать устраивающую его ранжировку. Поэтому хотелось бы иметь какой-то критерий оценки ранжировки, не зависящий от подбора экспертов, метода обработки отдельных ранжировок и т.д. В произвольном случае такого критерия может не быть, но в отношении СР можно предположить следующее. Социальная система с большим количеством людей под воздействием каких угодно факторов (исключая глобальные возмущения наподобие войны, переселения или мора) не может изменяться быстро. Поскольку численность населения Пермского края за последние 20 лет менялась плавно и не очень существенно, массового единовременного притока или оттока специалистов не случилось, другие упомянутые выше возмущения также отсутствовали, логично выдвинуть гипотезу, что оценка СР края также должна меняться плавно. То есть лучшей должна оказаться та ранжировка, которая обеспечивает минимум оценки

$$(6) \quad \alpha_i : S = \sum_j (y_{j+1} - y_j)^2 \rightarrow \min .$$

Для выбора ранжировок, обеспечивающих наиболее гладкое изменение оценки СР, создали таблицу *MS Excel* с критериальными данными и написали специальную *VBA*-программу, реализующую полный перебор перестановок рангов всех частных критериев методом Фишера – Йетса [30], так как критериев сравнительно немного ($N = 9$) и количество перестановок $N! = 9! \approx 3,6 \cdot 10^5$. При большем количестве частных критериев придется использовать более эффективные методы перебора, например, отсекающие повторяющиеся перестановки в случае $\alpha_i = \alpha_j$ при $i \neq j$. Для каждой перестановки рассчитали S по (6) для выбора наилучшей ранжировки.

Указанным методом были получены следующие ранжировки:

- полная (123...9), где сохранены все исходные частные критерии;
- частичные ранжировки (123...), в которых мы предположили, что 1, 2 или 3 частных критерия могут быть отбро-

шены, и решали задачу поиска отбрасываемых частных критериев;

- полные ранжировки вида 111222333 и 112233444, в которых мы предположили, что некоторые частные критерии могут иметь одинаковую значимость (а значит, и одинаковые весовые коэффициенты α_i в (4)).

Наименьшее значение негладкости S получено при ранжировке 120406035, тренд оценки СР при этом приведен на рис. 1. На том же рисунке приведены тренды оценки СР при других, близких ранжировках критериев. Очевидно, что ранжировка 120406035 (нижняя сплошная линия) действительно наилучшая в смысле гладкости оценки и что малые изменения ранжировки не приводят к большим изменениям оценки СР.

Оптимальная ранжировка не противоречит здравому смыслу (экспертным оценкам), так как наибольшие ранги в ней имеют численность населения (основа СР), возрастной состав населения (т.е. его способность выступать в роли СР) и численность выпускников СПО (показатель, свойственный для особенности обеспечения кадрами предприятий Пермского края).

Так, в начале 2000-х годов экономика края активно росла, наблюдался значительный рост доходов приносимых предприятиями, что отражалось в уровне ВРП (во многом обусловленный благоприятной экономической конъюнктурой). Следствием явился рост налоговых поступлений, а также увеличение валового регионального продукта в расчете на душу населения (рост доходов). 2008-2010 гг. характеризовались «провалами» экономики, сказалось воздействие мирового экономического кризиса – падение цен на экспортируемые краем ресурсы и, как следствие, снижение инвестиций в развитие СР, а также сокращение реальных доходов населения.

Однако такая волна снижения оказалась непродолжительной. Во многом это обусловлено быстрым восстановлением прежнего уровня цен на ресурсную составляющую, а также политикой, проводимой руководством государства в части инвестиционной поддержки реального сектора.

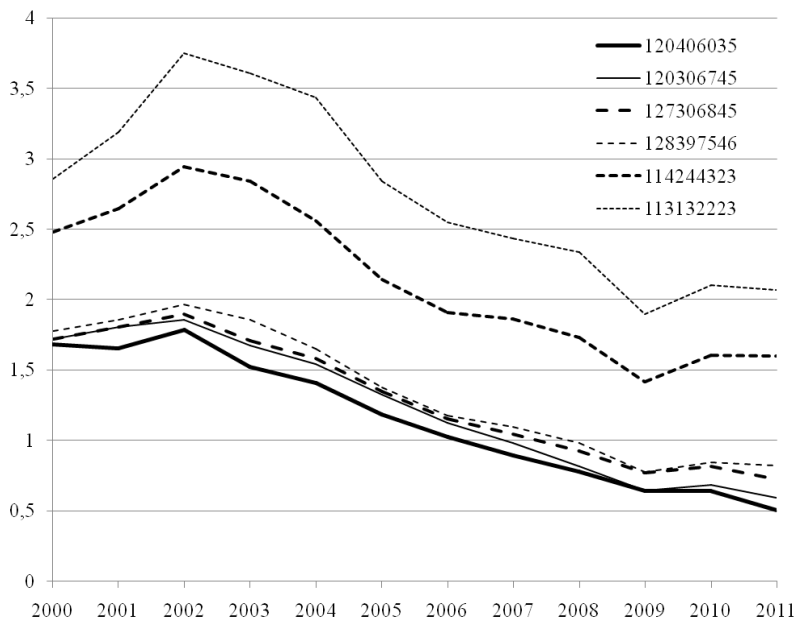


Рис. 1. Изменение критерия оценки СР по годам при различных ранжировках частных критериев

Тренд на рис. 1, вероятно, отражает общероссийскую тенденцию падения качества социальных ресурсов как за счет уменьшения количества населения (для Пермского края – с 2869 тыс. чел. в 2000 до 2651 в 2011), так и за счет изменения его качественного состава. Действительно, такое предположение более обосновано, чем периодический рост оценки в 2002–2003 и 2010–2011 годах, который давала бы ранжировка 120406035 и близкие к ней. Если рост оценки СР в 2002–2003 годах еще можно объяснить какими-то постэффектами существования Советского Союза, то новое существенное (на 11%) увеличение оценки в 2010 г. вряд ли может найти рациональное объяснение.

4. Разработка дифференциальной регрессионной модели краевого природно-ресурсного потенциала

В качестве факторов, влияющих на развитие СР, характеризующихся общедоступностью данных, нами были выбраны следующие:

1. x_1 – коэффициент миграционного прироста населения;
2. x_2 – ВРП на душу населения;
3. x_3 – площадь жилых помещений, приходящаяся на одного жителя;
4. x_4 – ввод в действие жилых домов, на 1000 чел;
5. x_5 – доля жилых домов построенных населением за свой счет, %;
6. x_6 – среднедушевые доходы населения;
7. x_7 – среднемесячная номинальная начисленная заработная плата;
8. x_8 – вклады на депозиты в Сбербанк, на начало года;
9. x_9 – средний размер назначенных пенсий;
10. x_{10} – количество больничных коек;
11. x_{11} – количество зарегистрированных преступлений, на 100 тыс. чел;
12. x_{12} – выбросы загрязняющих веществ в атмосферу;
13. x_{13} – стоимость основных фондов, на конец года;
14. x_{14} – оборот розничной торговли на душу населения.

Обычно в качестве основы для РДМ используется обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка вида

$$(7) \quad \frac{dy(t)}{dt} = a_0 + \sum_{i=1}^m a_i x_i(t) + b \cdot y(t),$$

где a_i и b – коэффициенты влияния факторов и реакции системы на динамику ее изменения. Далее минимизацией квадратичного отклонения расчетного значения $y(t_k)$ от известных в узлах годового ряда значений критерия $y_{исх}(t_k)$

$$(8) \quad S = \sum_{k=1}^K (y(t_k) - y_{исх}(t_k))^2$$

определяются коэффициенты уравнения (1), интегрируемого в пределах годового ряда или горизонта прогноза модифициро-

ванным методом Эйлера 1-го порядка. Задача минимизации (8) решается любыми методами оптимизации, например, покоординатного или градиентного спуска [18]. Особенностью авторского подхода является то, что как основа модели используются общедоступные годовые ряды статистических данных.

В качестве необходимого условия возможности прогнозирования принято, что модель должна быть способна к постпрогнозу хотя бы на один последний год, если коэффициенты модели получить по данным предшествующих лет и по известным значениям факторов рассчитать значение реакции, мало отличающееся от известного. Уменьшение количества «известных» лет позволяет, в первом приближении, определить допустимый горизонт прогнозирования.

Если не ограничиваться первым порядком ОДУ, приходим к РДМ более высоких порядков:

$$(9a) \quad \frac{d^n y(t)}{dt^n} + \sum_{i=1}^{n-1} g_i \frac{d^i y(t)}{dt^i} = a + b \cdot y(t - \tau_0) + \sum_{i=1}^m c_i \cdot x_i(t - \tau_i) + \\ + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m d_{ij} \cdot x_i(t - \tau_i) \cdot x_j(t - \tau_j) + \sum_{i=1}^m f_i \cdot [x_i(t - \tau_i)]^2,$$

где g_i – коэффициенты влияния младших производных; a – константа, описывающая влияние одной n -й производной реакции при построении тренда; b – коэффициент «обратной связи», описывающий влияние значения реакции на ее же n -ю производную; c_i – коэффициенты влияния факторов, d_{ij} ; $i \neq j$ – коэффициенты взаимного влияния факторов; $f_i = d_{ii}$ – коэффициенты влияния квадратов факторов; τ_i – запаздывание воздействия i -го фактора; τ_0 – запаздывание в обратной связи. РДМ дополняется начальными условиями

$$\frac{dy(0)}{dt} = y_0', \quad \frac{d^2 y(0)}{dt^2} = y_0'', \quad \dots, \quad \frac{d^{(n-1)} y(0)}{dt^{(n-1)}} = y_0^{(n-1)}.$$

В частности, если не принимать во внимание запаздывание воздействия факторов, для РДМ на основе второго порядка получим уравнение

$$(9b) \quad y''(t) + g \cdot y'(t) = a + b \cdot y(t) + \sum_{i=1}^m c_i \cdot x_i(t) + \\ + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m d_{ij} \cdot x_i(t) \cdot x_j(t) + \sum_{i=1}^m f_i \cdot [x_i(t)]^2,$$

используемое далее в работе.

Уравнение (9b) решается модифицированным методом Эйлера, в данном случае дающим расчетную схему:

$$y(0) = y_0,$$

$$y'(0) = y'_0,$$

$$\tilde{y}'(t + \Delta t) = y'(t) + \Delta t \cdot \left(\begin{array}{l} a + b \cdot y(t) + \sum_{i=1}^m c_i \cdot x_i(t) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m d_{ij} \cdot x_i(t) \cdot x_j(t) \\ + \sum_{i=1}^m f_i \cdot [x_i(t)]^2 - g \cdot y'(t) \end{array} \right),$$

$$y'(t + \Delta t) = y'(t) + \Delta t \cdot \left(\begin{array}{l} a + b \cdot y(t) + \sum_{i=1}^m c_i \cdot x_i(t) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m d_{ij} \cdot x_i(t) \cdot x_j(t) \\ + \sum_{i=1}^m f_i \cdot [x_i(t)]^2 - g \cdot \frac{y'(t) + \tilde{y}'(t + \Delta t)}{2} \end{array} \right),$$

$$y(t + \Delta t) = y(t) + \Delta t \cdot \frac{y'(t + \Delta t) + y'(t)}{2}.$$

Погрешность метода проверена решением нескольких тестовых уравнений и не превышает долей процента. Оптимизация (4) производилась модифицированным методом покоординатного спуска и градиентным методом.

С использованием перечисленных методов создано специальное программное обеспечение, реализующее модель и численные методы и предоставляющее удобные инструменты исследования социально-экономических систем, включая СР. С его использованием проверялись также возможность и качество прогнозирования при использовании линейной регрессионной модели

$$(10) \quad y(x(t), t) = a_0 + \sum_i a_i x_i(t),$$

коэффициенты которой находились решением задачи (6). В результате при установке всех 11-ти известных лет получили достаточно точную аппроксимацию, однако стоит уменьшить количество условно известных лет на 1 и получить «прогноз» последнего года, как получаем совершенно неадекватный тренд вида (рис. 2).

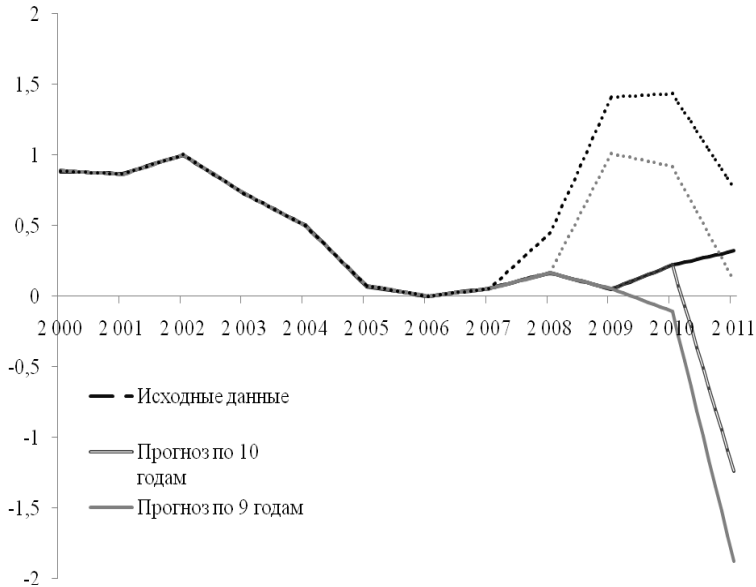


Рис. 2. Неадекватные прогнозы по данным 7–10 лет с использованием модели (6)

Относительная погрешность прогноза составляет 498% при прогнозировании на 1 год и 754% при прогнозировании на 2 года. Столь высокая погрешность неприемлема для практического прогнозирования развития СР.

Другими распространенными средствами моделирования социально-экономических систем являются авторегрессионные модели различных порядков

$$(11) \quad y_{AP}(t_k) = a_0 + \sum_{i=1}^I a_i \cdot y(t_{k-i})$$

и модель в пространстве состояний. Использование этих моделей (рис. 4) приводит к аналогичным эффектам: модели хорошо приближают исходные данные, но не позволяют прогнозировать динамику СР. Применение адаптивного фильтра Калмана для модели в пространстве состояний улучшает постпрогноз на один год весьма незначительно.



Рис. 3. Результаты постпрогнозов с использованием моделей (11) разного порядка

Попытка использования РДМ на основе ОДУ 1-го порядка приводит к аналогичным эффектам: прогноз на 1 год получается достаточно точным, тогда как увеличение «прогнозного» горизонта до двух лет приводит к погрешности прогнозирования в 184%, что исключает использование подобной модели.

Выбор модели на основе ОДУ 2-го и более высоких порядков для описания сложной системы обусловлен характером самой социально-экономической системы, характеризующейся

высокой инерционностью. Однако интегрирование ОДУ 1-го порядка при любой кусочной аппроксимации факторов приведет к кусочно-ломаному тренду, к скачкам значения производной, что недопустимо исходя из свойств системы СР. Полученная кривая должна быть гладкой, без изломов, что может быть получено:

1) интерполяцией критерия оценки СР в промежуточных точках гладким кубическим сплайном;

2) использованием ОДУ высокого (2-го и выше) порядка, при интегрировании которого получается гладкая кривая вне зависимости от характера изменения факторов.

Модель на основе ОДУ 2-го порядка с линейной аппроксимацией факторов без учета коэффициентов взаимного влияния хорошо аппроксимирует сплайн исходных данных ($S = 0,058$). Однако стоит уменьшить на 1 год продолжительность ряда «известных данных», прогноз 11-го года получаем с погрешностью порядка 17%.

При уменьшении количества «известных» лет не только до 10, но и до 6 (рис. 5) качество прогноза на оставшиеся года остается весьма удовлетворительным: $S \leq 0,001$, относительная погрешность прогнозирования

$$\delta y(11) = \left| \frac{0,3215 - 0,3121}{0,3215} \right| \approx 2,9\% .$$

Следовательно, можно считать, что модель на основе ОДУ 2-го порядка более применима для моделирования развития краевого социального ресурса, чем линейная модель, модель в пространстве состояний и РДМ на основе ОДУ 1-го порядка. Дальнейшее усложнение модели не требуется, так как уже обеспечивается достаточное качество прогноза в пределах разумного горизонта.

Исследование свойств полученной модели дало ответы на вопросы, возникающие перед теми, кто управляет развитием СР со стороны государства.

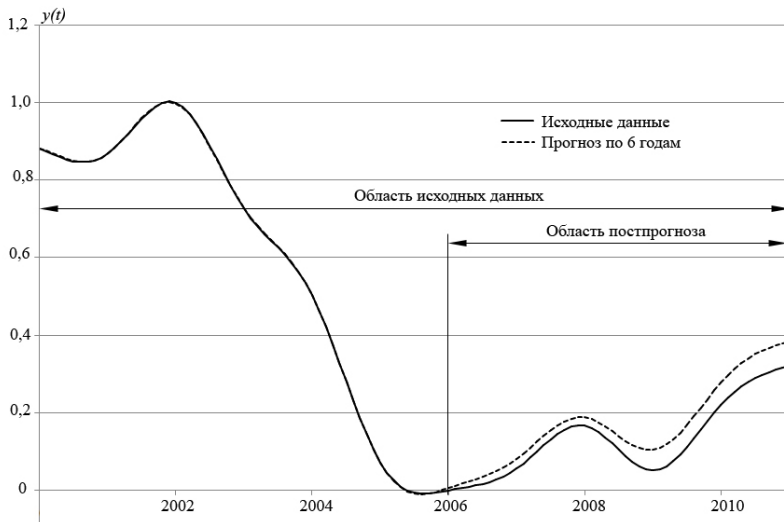


Рис. 4. Тренды исходных и прогнозных данных, полученных по РДМ на основе ОДУ 2-го порядка с коэффициентами, полученными по 6 известным значениям годового ряда

Вопрос 1. Какие факторы являются наиболее важными для развития СР, т.е. к изменению каких факторов модель наиболее чувствительна?

Для ответа на поставленный вопрос проводилось незначительное изменение коэффициентов модели (на $\pm 4\%$), при этом контролировалось относительное изменение реакции системы.

Было выявлено, что наибольшее влияние на динамику развития системы СР оказывает фактор «количество больничных коек» (x_{10}). Данный показатель «влечет» за собой множество других: количество и площадь лечебных учреждений, средний уровень заболеваемости, уровень финансирования здравоохранения и т.д. РДМ (в отличие от линейной многофакторной модели) «чувствует» воздействия подобных составляющих фактора. Влияние остальных факторов на колебание реакции сопоставимо, хотя факторы с большими коэффициентами c_i оказывают большее влияние, чем остальные.

Вопрос 2. Какие изменения факторов (или их комбинации) позволяют прогнозировать улучшение развития СР в пределах оперативного (4 года) горизонта прогнозирования?

Допустим, что предоставленные сами себе факторы будут развиваться примерно так, как они «вели» себя за несколько последних лет. То есть для их прогнозирования необходимо предварительно:

а) определить регрессионное уравнение их поведения в заданной ретроспективе (как правило, превышающей по продолжительности определенный выше горизонт прогнозирования);

б) рассчитать их значения в будущем в соответствии с найденным уравнением.

Выделим три следующих возможных уравнений регрессии факторов.

1. Фактор изменяется квадратично, т.е. $x(t) \approx a + bt + ct^2$.

2. Фактор изменяется линейно, т.е. $x(t) \approx a + bt$.

3. Для фактора не подходит ни квадратичный, ни линейный закон. Например, значения фактора хаотично меняются вокруг какого-то среднего значения $x(t) = \bar{x} \pm \Delta x$. В этом случае будем считать, что предоставленный сам себе фактор будет оставаться на уровне одного из значений в пределах $\bar{x} \pm \Delta x$. В том числе можно использовать последнее значение годового ряда.

Для определения вида подходящей регрессии фактора вычислены коэффициенты линейной корреляции R^2 , характеризующие близость исходных данных к полученным регрессией. Принято, что если $R^2 \geq 0,95$ то выбранный вид регрессионной зависимости удовлетворительно описывает поведение фактора в пределах ретроспективы. Причем, поскольку линейная регрессия является частным случаем квадратичной, алгоритм выбора вида регрессии следующий:

1. Если для линейной регрессии $R^2 \geq 0,95$, то вид регрессии – линейный.

2. Иначе если для квадратичной регрессии $R^2 \geq 0,95$, а для линейной $R^2 < 0,95$, то вид регрессии – квадратичный.

3. Иначе использовать последнее значение годового ряда.

Далее факторы изменялись независимо, а затем совместно попарно на $\pm 5\%$. Результаты прогнозов развития СР при различных независимых изменениях факторов приведены на рис. 5.

Как и в случае с исследованием чувствительности, факторы с малыми значениями коэффициентов при них в модели оказывают незначительное влияние на изменение прогнозного сценария развития системы СР. Наибольшее влияние оказывают факторы 2 (ВРП на душу населения), 4 (количество введенных жилых домов), 7 (размер среднемесячной заработной платы) и 9 (средний размер пенсий). Таким образом, эти факторы больше влияют на перспективу развития СР, чем на его оценку в каждый конкретный момент времени (в отличие от x_{10}).

Аналогично оценено взаимное (синергетическое) влияние факторов на поведение системы. Поверхности изменения прогнозов близки к плоским, что говорит об устойчивости системы в целом в том смысле, что малое взаимное изменение факторов не приводит к большим изменениям реакции системы.

Вопрос 3. Какие управляющие воздействия лиц, принимающих решения, способны вывести систему из областей негативного прогноза, если такие обнаружатся при прогнозировании?

Для исследования возможности влияния краевого правительства на отрицательные области прогнозов выполнено прогнозирование с изменением на $\pm 5\%$ управляемых факторов x_2 , x_7 , x_9 и x_{10} (таблица 1), где, $y(2015)$ – расчетное значение критерия в 2015-м году; $y_0(2015)$ – исходное значение критерия.

Негативные тенденции сценария, при котором одновременно снижается размер депозитных вкладов (x_8) и растет уровень преступности (x_{11}), можно преодолеть посредством увеличения оплаты труда на 5%, что приведет к росту СР на 29% (однако для вывода тренда СР из зоны негативного прогноза требуется рост заработной платы всего порядка 2%). Тогда как сокращение пенсионного обеспечения на 5% приводит к росту СР на 3%.

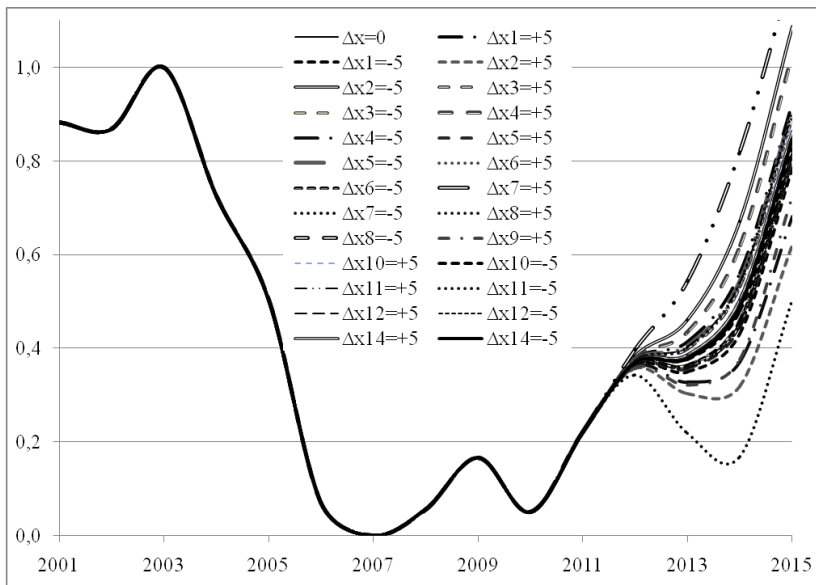


Рис. 5. Динамика прогнозного сценария развития СР при малом независимом изменении факторов

Таблица 1. Положительные и отрицательные прогнозные области и возможные пути преодоления отрицательных прогнозов

Изменение тенденций определяющих факторов Δx_i , %	$\frac{y(2015)}{y_0(2015)}$ без компенсации	Компенсирующее воздействие Δx_i , %	$\frac{y(2015)}{y_0(2015)}$ с компенсацией
Размер пенсионного обеспечения ($\Delta x_9 -5\%$)	+15%	—	—
Оплата труда ($\Delta x_7 +5\%$)	+41%	—	—
ВРП на душу	-27%	$\Delta x_7 +5\%$	+14%

Изменение тенденций определяющих факторов $\Delta x_i, \%$	$\frac{y(2015)}{y_0(2015)}$ без компенсации	Компенсирующее воздействие $\Delta x_i, \%$	$\frac{y(2015)}{y_0(2015)}$ с компенсацией
населения ($\Delta x_2 + 5\%$)		$\Delta x_7 + 5\%$ $\Delta x_9 - 5\%$	+29%
Размер депозитных вкладов ($\Delta x_8 + 5\%$) и число зарегистрированных преступлений ($\Delta x_{11} - 5\%$)	-13%	$\Delta x_7 + 5\%$	+28%

Негативные тенденции сценария, при котором растет уровень номинального ВРП (x_2) можно преодолеть посредством увеличения размера номинальной заработной платы на 5%, что приведет к росту оценки СР на 14%. Одновременное 5-ти %-е снижение размера пенсионного обеспечения населения и такой же рост заработной платы обеспечат улучшение динамики СР на 28%.

5. Основные результаты и выводы

Предложен и обоснован метод поддержки принятия решений по управлению краевым социальным ресурсом с использованием созданного программного обеспечения, заключающийся в последовательном

- 1) уточнении системы частных критериев и определении их ранжировки;
- 2) уточнении системы факторов;
- 3) совместном определении порядка РДМ, аппроксимации факторов между значениями годового ряда и коэффициентов модели;
- 4) определении горизонта и погрешности прогнозирования;

5) построении прогнозных сценариев в зависимости от воздействия одиночных факторов и их синергетических комбинаций;

6) подборе управляющих воздействий, позволяющих улучшить динамику развития СР в случае неблагоприятных прогнозов.

Важным частным результатом работы является разработка и апробация универсального, многоцелевого программного обеспечения, позволяющего моделировать многофакторные социально-экономические системы и прогнозировать варианты их развития при разных воздействиях. Показано преимущество разработанного метода перед другими широко распространенными подходами в смысле качества прогнозирования.

Литература

1. АБАЛКИН Л.И. *Интенсификация и экономический рост* // Плановое хозяйство. – 1985. – №8. – С. 9.
2. АЙВАЗЯН С.А. *К методологии измерения синтетических категорий качества жизни населения* // Экономика и математические методы. – 2003. – Т. 39, №2. – С. 33–35.
3. АКАЕВ А.А. *Математическое моделирование глобальной, региональной и национальной динамики с учетом воздействия циклических колебаний*. – [Электронный ресурс]. – URL: http://socmodel.com/sites/socmodel.com/files/articles/3a00_akaev_sadovnichy.pdf (дата обращения: 17.12.2014).
4. АРНОЛЬД В.И. *Теория катастроф*. – М.: Наука, 1990. – 128 с.
5. БОЙКОВ В.Э. *Человеческие ресурсы реформирования экономики* // Социология власти. – 2005. – №2. – С. 3–15.
6. ГЕРАСИМОВ Б.И., ПУЧКОВ Н.П., ПРОТАСОВ Д.Н. *Дифференциальные динамические модели*. – Тамбов: изд-во ГОУ ВПО ТГТУ, 2010. – 77 с.
7. ДЗЮБА С.А. *Модели управления подсистемами предприятия в сфере среднего бизнеса и их инструментальное обеспечение*. – Автореф. дис. ... д.э.н.: 08.00.13. – [Электронный

- ресурс]. – URL: <http://econom.nsc.ru/ieie/news/zashiti/avtoref/mart12/dzuba.pdf> (дата обращения: 17.12.2014).
8. ДРЕГАЛО А.А., УЛЬЯНОВСКИЙ В.И. *Социальное пространство и потенциал региона.* – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://narfu.ru/pomorsu.ru/www.pomorsu.ru/_doc/mba/nr/4ch.pdf (дата обращения: 17.12.2014).
 9. ЗАТОНСКИЙ А.В. *Преимущества дифференциальных моделей в эколого-экономическом моделировании* // Известия Томского политехнического университета. – 2012. – №5. – С. 134–139.
 10. ЗАТОНСКИЙ А.В., СИРОТИНА Н.А. *Прогнозирование экономических систем по модели на основе регрессионного дифференциального уравнения* // Экономика и математические методы. – 2014. – №50. – С. 91–99.
 11. ЗАТОНСКИЙ А.В., СИРОТИНА Н.А., ЯНЧЕНКО Т.В. *Об аппроксимации факторов дифференциальной модели социально-экономической системы* // Современные исследования социальных проблем. – 2012. – № 11(19). – [Электронный ресурс]. – URL: <http://sisp.nkras.ru/e-ru/issues/2012/11/sirotina.pdf> (дата обращения: 17.12.2014).
 12. КЛИМЕНКО С.Г., КРАВЕЦ О.Я. *Особенности полунатурного моделирования информационного обеспечения интранет-систем управления документооборотом системы мониторинга кадрового потенциала* // Системы управления и информационные технологии. – 2009. – №3. – С. 98–104.
 13. КОШКИН А.А. *Формулы управления.* – М.: МГУ, 2008. – С. 10.
 14. ЛОСЕВ К.С. *Мифы и заблуждения в экологии.* – М.: Научный мир, 2010. – 224 с.
 15. МАЛИНЕЦКИЙ Г.Г. *Математические основы синергетики: хаос, структуры, вычислительный эксперимент.* – М.: Изд-во ЛКИ, 2007. – 312 с.
 16. МИРОЛЮБОВА А.А. *Методология моделирования инвестиционного процесса в реальном секторе экономики региона.* – Автореф. дис. ... д.э.н.: 08.00.13. – [Электронный ресурс]. – URL: <http://vak.ed.gov.ru/common/img/uploaded/files/mirolubovaaa.docx> (дата обращения: 17.12.2014).

17. МИЦЕК Е.Б. *Эконометрическое моделирование инвестиций в основной капитал экономики России*. – Автореф. дис. ... д.э.н.: 08.00.13. – [Электронный ресурс]. – URL: test.vak.ed.gov.ru/common/img/uploaded/files/mitsekeb.doc (дата обращения: 17.12.2014).
18. МЫШКИС А.Д. *Элементы теории математических моделей*. – М.: Комкнига, 2007. – 192 с.
19. ОРЛОВ А.И. *Нечисловая статистика*. – [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.aup.ru/books/m162> (дата обращения: 17.12.2014).
20. *Россия в цифрах. Краткий статистический сборник*. – М.: Росстат, 2011. – 581 с.
21. СИРОТИНА Н.А. *Преимущества регрессионных дифференциальных моделей для прогнозирования экономического развития // Прикладная информатика*. – 2013. – №2. – С. 114–126.
22. СИРОТИНА Н.А., ЗАТОНСКИЙ А.В. *Многофакторная модель сложной системы на основе дифференциального уравнения первого порядка // Вестник КИГИТ*. – 2012. – №7. – С. 9–18.
23. ФАЙЗРАХМАНОВ Р.А. *Моделирование и управление материальными потоками пространственно распределенной производственной системы*. – Автореф. дис. ... д.э.н.: 08.00.13. – Пермь, 2002. – 39 с.
24. ЧЕБЫКИНА М.В., БОБКОВА Е.Ю. *Система критериев и принципов эффективного использования ресурсного потенциала предприятия с учетом его капитализации // Экономика и менеджмент систем управления*. – 2012. – Т.6, №4.3. – С. 399–405.
25. ЯНЧЕНКО Т.В., ЗАТОНСКИЙ А.В. *Определение оптимальной ранжировки частных критериев оценки краевого социального ресурса // Экономика и менеджмент систем управления*. – 2013. – №4. – С. 99–104.
26. *Dreaming with brics. The path to 2050. Global economics paper*. – [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.gs.com/english/research/reports/report6.html> (дата обращения: 17.12.2014).

27. ELGAR F.J., DAVIS C.G., WOHL M.J. et al. *Social capital, health and life satisfaction in 50 countries* // *Health & Place*. – 2011. – Vol. 17, Issue 5. – P. 1044–1053.
28. FORRESTER J.W. *World dynamics*. – Wright-allen press, Inc., Cambridge, Massachusetts. – 142 p.
29. INKPEN A.C., TSANG E.W.K. *Social capital, networks and knowledge transfer* // *Academy of management review*. – 2005. – №30. – P. 146–165.
30. KNUTH D.E. *An analysis of optimum caching* // *J. of Algorithms*. – 1985. – Vol. 6, Issue 2. – P. 181–199.
31. KRAUSE D.R., HANDFIELD R.B., TYLER B.B. *The relationships between supplier development, commitment, social capital accumulation and performance improvement* // *J. of Operations Management*. – 2007. – №25. – P. 528–545.
32. MEADOWS D.H., MEADOWS D.L., RANDERS J. AND ETC. *The limits to growth: a report for the club of rome's project on the predicament of mankind*. – N.Y., Universebooks, 1972. – 205 p.
33. SCHULTZ T.W. *Investment in human capital. The role of education and of research*. – N.Y., London, 1971. – 129 p.
34. TIKHONOV A.V. *The Russian way of modernization and a choice of strategy for theoretical and applied studies of forthcoming problems* // *Russian sociology on the move* / Ed. by V.A. Mansurov. Moscow: RSS, 2010.
35. ZASLAVSKAYA T. *Social actors in Russia's modernization* // *Social sciences*. – 2011. – №4, Vol. 42. – P. 113–128.

REGIONAL SOCIAL POTENTIAL MANAGEMENT BASED ON SECOND ORDER REGRESSION-DIFFERENTIAL MODEL

Andrey Zatonskiy, Perm National Research Polytechnic University, Perm, Doctor of Science, professor (z xenon@narod.ru).

Tatiana Yanchenko, Perm National Research Polytechnic University, Perm, postgraduate student (z xenon@narod.ru).

Abstract: We show that traditional econometric models and autoregressive models of order one cannot be used to forecast the regional social potential. We suggest a short-term forecasting model based on an autoregressive model of order two. We analyze the areas of positive and negative forecasts and draw recommendations to boost the growth of social resource.

Keywords: social potential, modeling, auto-regression based model.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Р.М. Нижегородцевым

Поступила в редакцию 17.12.2014.

Опубликована 31.03.2014.