

УДК 519.71  
ББК 32.817

## ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ЗАЕМНЫХ СРЕДСТВ В НЕЧЕТКИХ УСЛОВИЯХ

Усков А. А.<sup>1</sup>, Киселев И. А.<sup>2</sup>

(Российский университет кооперации, Москва)

*В статье предложены показатели эффективности инвестиционных проектов при использовании заемных средств (степень устойчивости, наименьший срок погашения кредита, чистый приведенный доход, внутренняя норма доходности), отличающиеся включением в расчетные формулы параметров кредита, что позволяет совместно оценивать выбор инвестиционного проекта и условий получения кредита для его финансирования. Получены расчетные формулы, позволяющие определять указанные показатели эффективности в условиях неопределенности на основе арифметики нечетких чисел LR-типа. Результаты статьи могут быть полезны в практике инвестиционного анализа.*

Ключевые слова: инвестиционный проект, неопределенность, нечеткое число, чистый приведенный доход.

### 1. Введение

Реализация инвестиционных проектов (ИП) зачастую требует привлечение заемного капитала. В этой связи задача эффективного использования заемных средств представляется весьма актуальной [4, 6].

---

<sup>1</sup> Андрей Александрович Усков, доктор технических наук, профессор (andrey@uskov.net, www.uskov.net).

<sup>2</sup> Игорь Александрович Киселев, аспирант.

Под задачей управления заемными средствами в настоящей работе понимается совокупность взаимосвязанных задач: оптимального выбора инвестиционного проекта, его параметров и выбора условий кредита для его финансирования из множества допустимых. Отметим, что оптимальное решение указанных задач может быть найдено только для них совместно, так как важны не только показатели эффективности инвестиционного проекта, но и стоимость кредита для его реализации, например, высокоэффективный инвестиционный проект совместно с дорогим кредитом может оказаться менее эффективным по сравнению с низкоэффективным инвестиционным проектом, под который имеется дешевый кредит.

Инвестиционная деятельность всегда ведется в условиях неопределенности: точно неизвестны будущие денежные поступления от реализации инвестиционного проекта, индекс инфляции и некоторые другие показатели. Широко распространенным методом расчетов в условиях неопределенности является анализ чувствительности (sensitivity analysis), заключающийся в оценке влияния изменения исходных параметров проекта на его конечные характеристики [4, 6]. Анализ чувствительности позволяет найти интервалы для показателей эффективности инвестиционного проекта в зависимости от интервального задания его параметров. В тоже время интервальное задание параметров часто является достаточно «грубым» и не позволяет учесть всю имеющуюся информацию о ИП.

В настоящей работе неопределенность учитывается путем введения в расчетные формулы нечетких переменных в виде нечетких чисел  $LR$ -типа, параметры которых должны быть оценены предварительно, например, экспертным методом. Использование нечетких чисел  $LR$ -типа позволяет существенно упростить расчетные формулы.

Нечеткие числа  $LR$ -типа – это разновидность нечетких чисел специального вида, задаваемых по определенным правилам [1, 5]. Функции принадлежности нечетких чисел  $LR$ -типа задаются с помощью невозрастающих четных неотрицательных действительных функций действительного аргумента  $L(\varepsilon)$  и  $R(\varepsilon)$ , удовлетворяющих свойствам:

$$1) L(\varepsilon) \geq 0, R(\varepsilon) \geq 0;$$

- 2)  $L(-\varepsilon) = L(\varepsilon)$ ,  $R(-\varepsilon) = R(\varepsilon)$ ;
- 3) невозрастание на интервале  $(0, +\infty)$ ;
- 4)  $L(0) = R(0) \leq 1$ .

Пусть  $L(\varepsilon)$  и  $R(\varepsilon)$  – функции LR-типа. Функция принадлежности унимодального нечеткого числа  $A$  с модой  $a$  с помощью  $L(\varepsilon)$  и  $R(\varepsilon)$  задается следующим образом:

$$(1) \quad \mu_A(x) = \begin{cases} L\left(\frac{a-x}{\alpha}\right) & \text{при } x \leq a, \\ R\left(\frac{x-a}{\beta}\right) & \text{при } x > a, \end{cases}$$

где  $a$  – мода;  $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$  – левый и правый коэффициенты нечеткости.

Таким образом, при заданных  $L(\varepsilon)$  и  $R(\varepsilon)$  нечеткое число LR-типа определяется тройкой  $(a, \alpha, \beta)$ .

Пример функций  $L(\varepsilon)$  и  $R(\varepsilon)$ :

$$L(\varepsilon) = R(\varepsilon) = e^{-|\varepsilon|^p}, \quad L(\varepsilon) = R(\varepsilon) = \frac{1}{1 + |\varepsilon|^p},$$

где  $p$  – положительная константа.

В статье предложены формулы для расчета показателей эффективности использования заемных средств, отличающиеся включением нечетких переменных и параметров кредита, что позволяет совместно оценивать инвестиционный проект и получение кредита для его финансирования в условиях неопределенности нечеткого характера.

Приведенная в п. 5 формула определения чистого приведенного дохода ранее опубликована в работе авторов [12].

## 2. Постановка задачи

Предположим, что инвестиционный проект требует однократного первоначального вложения капитала в сумме  $K$ . Данная сумма получена в кредит под  $R\%$  годовых на  $M_{кр}$  месяцев. Предполагается, что платежи равные (аннуитетные) и разрешено досрочное погашение кредита. Сумма платежа по кредиту в  $m$ -м месяце  $Y_m$  определяется формулой [14]

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} Y_m = Y = K \frac{(R\% / 100) / 12}{1 - (1 + (R\% / 100) / 12)^{-M_{KP}}} \text{ при } m \leq M_{KP}, \\ Y_m = 0 \text{ при } m > M_{KP}, \\ S = Y \cdot M_{KP}. \end{array} \right. ,$$

где  $S$  – общая сумма долга, подлежащая погашению.

Заметим, что формула (2) является приближенной, так как в ней используется приближенный пересчет годовой процентной ставки в месячную ( $R\% / 12$ ), в тоже время, ввиду своей выгоды для кредиторов, именно эта формула наиболее часто используется на практике [14].

Текущие денежные поступления в  $m$ -месяце от инвестиционного проекта заданы нечеткими числами  $LR$ -типа:

$$\tilde{P}_m = (p_m, \alpha_m^P, \beta_m^P).$$

Задан также индекс инфляции в  $m$ -м месяцев виде нечеткого числа  $LR$ -типа  $\tilde{I}_m = (i_m, \alpha_m^I, \beta_m^I)$ .

Определены функции  $L(\varepsilon)$  и  $R(\varepsilon)$ .

Длительность поступления средств от инвестиционного проекта  $N$ , т.е.  $P_m = 0$  при  $m > N$ .

Кроме того, задан допустимый уровень возможности  $\alpha_0$  – постоянная величина, показывающая, какова допустимая возможность (максимальное значение функции принадлежности нечеткой переменной) того, что расчетные показатели выйдут за заданные пределы [2, 7, 8, 10].

Параметр  $\alpha_0$  выбирается из условия  $\alpha_0 \ll 1$  (например,  $\alpha_0 = 0,01$ ;  $\alpha_0 = 0,05$ ) и в какой-то степени аналогичен вероятности выполнения альтернативной гипотезы в математической статистике.

Выразим на основе формулы (1), определяющей вид функций принадлежности, минимальные и максимальные поступления от инвестиционного проекта, а также минимальное и максимальное значение индекса инфляции в  $m$ -м месяце при заданном уровне возможности  $\alpha_0$ :

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} L\left(\frac{P_m - P_m^{\min}}{\alpha_m^P}\right) = \alpha_0, \\ P_m^{\min} = P_m - \alpha_m^P L^{-1}(\alpha_0); \\ R\left(\frac{P_m + P_m^{\max}}{\beta_m^P}\right) = \alpha_0, \\ P_m^{\max} = P_m + \alpha_m^P L^{-1}(\alpha_0); \end{array} \right.$$

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} L\left(\frac{i_m - i_m^{\min}}{\alpha_m^i}\right) = \alpha_0, \\ i_m^{\min} = i_m - \alpha_m^i L^{-1}(\alpha_0); \\ R\left(\frac{i_m + i_m^{\max}}{\beta_m^i}\right) = \alpha_0, \\ i_m^{\max} = i_m + \beta_m^i R^{-1}(\alpha_0). \end{array} \right.$$

Требуется определить показатели эффективности инвестиционного проекта нечетких условиях, такие как: степень устойчивости, наименьший срок погашения кредита, чистый приведенный доход и внутреннюю норму доходности.

### 3. Определение степени устойчивости инвестиционного проекта

Рассмотрим вначале случай, когда поступления от инвестиционного проекта в  $m$ -м месяце точно известны и определяются четкими числами  $P_m$ .

Степень устойчивости инвестиционного проекта показывает финансовую реализуемость инвестиционного проекта, а именно, на сколько процентов поступления от инвестиционного проекта  $P_m$  будут больше, чем требуемые платежи по кредиту  $Y_m$  для наихудшего случая [4, 6]:

$$(6) \quad \xi = \min_{m=1,2,\dots,M_{кр}} \frac{P_m - Y_m}{Y_m} \cdot 100\%.$$

Если в каком-то месяце денежные поступления от инвестиционного проекта  $P_m$  будут меньше, чем требуемые платежи по

кредиту  $P_m$ , то степень устойчивости станет отрицательной и соответственно проект будет неустойчив.

В нечетких условиях в качестве  $P_m$  берутся минимальные поступления от инвестиционного проекта  $P_m^{\min}$  при заданном уровне возможности  $\alpha_0$ , определяемые согласно формуле (3):

$$(7) \quad \xi = \min_{m=1,2,\dots,M_{KP}} \frac{P_m^{\min} - Y_m}{Y_m} \cdot 100\%.$$

Формула (7) определяет достаточно жесткое условие устойчивости ИП, более мягкое условие можно определить, сравнивая суммарные поступления от инвестиционного проекта с суммарными платежами по кредиту:

$$(8) \quad \xi = \frac{\sum_{m=1}^{M_{KP}} P_m^{\min} - S}{S} \cdot 100\%.$$

#### **4. Определение наименьшего срока погашения кредита**

Как и ранее, рассмотрим вначале случай, когда поступления от инвестиционного проекта в  $m$ -м месяце точно известны и определяются четкими числами  $P_m$ .

Предположим, что все поступления от инвестиционного проекта идут на погашения кредита (сумма платежа по кредиту в  $m$ -м месяце не  $Y_m$ , а  $P_m$ ). Время, за которое будет погашен кредит при таких платежах, будем называть наименьшим сроком погашения кредита. При расчете наименьшего срока погашения кредита используется процедура досрочного погашения кредита. Различные кредитные организации используют различные формулы для расчета при досрочном погашении кредита. Рассмотрим для примера достаточно выгодный для кредитора случай, когда досрочное погашение приводит к сокращению срока аннуитетных платежей, но не приводит к уменьшению первоначально оговоренной суммы выплат по кредиту  $S$  (см. формулу (1)) [14].

Наименьший срок погашения кредита в принятой постановке – это минимальное время, измеряемое в целых месяцах, за

которое сумма поступлений от инвестиционного проекта превысит первоначально оговоренной суммы выплат по кредиту  $S$ :

$$(9) \quad T_{ПК} = \min_{k \in Z} \left[ \sum_{m=1}^k P_m \geq S \right].$$

В нечетких условиях в качестве  $P_m$  берутся минимальные поступления от инвестиционного проекта  $P_m^{\min}$  при заданном уровне возможности  $\alpha_0$ , определяемые согласно формуле (3):

$$(10) \quad T_{ПК} = \min_{k \in Z} \left[ \sum_{m=1}^k P_m^{\min} \geq S \right].$$

## 5. Определение чистого приведенного дохода (ЧПД)

Результаты, изложенные в настоящем разделе, ранее опубликованы в работе авторов [12], здесь приводятся для связности и ясности изложения.

Рассмотрим вначале случай, когда поступления от инвестиционного проекта и индекс инфляции в  $m$ -м месяце точно известны и определяются четкими числами  $P_m$  и  $I_m$ .

Формула для расчета чистого приведенного дохода имеет вид [14]:

$$(11) \quad NPV = \sum_{m=1}^N (P_m - Y_m) \cdot \frac{1}{(1 + I_m)^m},$$

где  $E_m = 1/(1 + I_m)^m$  – коэффициент дисконтирования с учетом инфляции в  $m$ -м месяце.

Коэффициент дисконтирования выбирается таким образом, чтобы привести стоимость к ценам на момент получения кредита, т.е. чистый приведенный доход показывает чистые поступления от инвестиционного проекта в ценах на момент получения кредита под ИП.

Перейдем теперь к рассмотрению случая, когда текущие денежные поступления от инвестиционного проекта и индекс инфляции в  $m$ -месяце заданы нечеткими числами  $LR$ -типа:

$$\tilde{P}_m = (p_m, \alpha_m^P, \beta_m^P) \text{ и } \tilde{I}_m = (i_m, \alpha_m^I, \beta_m^I) \text{ соответственно.}$$

Формула для определения ЧПД в данном случае имеет вид

$$(12) \quad N\tilde{P}V = \sum_{m=1}^{N_p} (\tilde{P}_m - Y_m) \cdot \frac{1}{(1 + \tilde{I}_m)^m}.$$

Определим вначале значение коэффициента дисконтирования

$$(13) \quad \tilde{E}_m = \frac{1}{(1 + \tilde{I}_m)^m},$$

для этого докажем утверждение о возведении нечеткого числа в целую положительную степень.

**Утверждение 1.** Пусть  $\tilde{a} = (m, \alpha, \beta)$  – нечеткое число  $LR$ -типа, тогда при  $m > 0$  целая положительная степень  $n$  нечеткого числа  $\tilde{a}$  определяется формулой

$$(14) \quad \tilde{a}^n = (m^n, n \cdot m^{n-1} \cdot \alpha, n \cdot m^{n-1} \cdot \beta).$$

*Доказательство.*

Согласно формуле умножения нечетких чисел  $LR$ -типа для нечетких чисел  $\tilde{a} = (m, \alpha, \beta)_{LR}$  и  $\tilde{b} = (n, \gamma, \delta)_{LR}$  при  $m > 0, n > 0$  можно записать [1, 5]:

$$(15) \quad (m, \alpha, \beta)_{LR} \cdot (n, \gamma, \delta)_{LR} = (mn, \alpha n + \gamma m, \beta n + \delta m)_{LR}.$$

Используя формулу (15), получим:

$$(16) \quad \tilde{a}^1 = (m, \alpha, \beta)_{LR},$$

$$\tilde{a}^2 = (m, \alpha, \beta)_{LR}^2 = (m^2, (m\alpha + m\alpha), (m\beta + m\beta)) = (m^2, 2m\alpha, 2m\beta),$$

$$\tilde{a}^3 = (m, \alpha, \beta)_{LR}^3 = (m^3, (m\alpha + m\alpha) \cdot m + \alpha m^2, (m\beta + m\beta) \cdot m + \beta m^2) = (m^3, 3\alpha m^2, 3\beta m^2),$$

$$\tilde{a}^4 = (m, \alpha, \beta)^4 = (m^4, m3m^2\alpha + m^3\alpha, m3m^2\beta + m^3\beta) = (m^4, 4m^3\alpha, 4m^3\beta),$$

....

Предположив верность выражения (14), будем иметь:

$$(17) \quad \tilde{a}^{n+1} = (m^{n+1}, (n+1) \cdot m^n \cdot \alpha, (n+1) \cdot m^n \cdot \beta).$$

С другой стороны,  $\tilde{a}^{n+1} = \tilde{a}^n \cdot \tilde{a}$ , используя формулы (14) и (15), также приходим к выражению (17).

Таким образом, если верна формула (14), то верна и формула (17). Последнее утверждение совместно с формулой (16) на



основе математической индукции [3] доказывает правильность формулы (14). ■

Согласно формуле нахождения обратного для нечеткого числа LR-типа  $\tilde{a} = (m, \alpha, \beta)$  [1, 5]:

$$(18) \tilde{a}^{-1} = \left( \frac{1}{m}, \frac{\beta}{m^2}, \frac{\alpha}{m^2} \right).$$

Воспользовавшись формулой для определения степени нечеткого числа (14) и обратного для нечеткого числа (18), получим:

$$(19) \tilde{E}_m = (e_m, \alpha_m^e, \beta_m^e) = \left( \frac{1}{(1+i_m)^m}, \frac{m \cdot \beta_m^i}{(1+i_m)^{m+1}}, \frac{m \cdot \alpha_m^i}{(1+i_m)^{m+1}} \right).$$

Теперь перейдем к определению  $N\tilde{P}V = (npv, \alpha^{npv}, \beta^{npv})$ .

Воспользовавшись формулой умножения нечетких чисел (15), получим:

$$(20) \begin{aligned} N\tilde{P}V &= \sum_{m=1}^{N_p} (p_m - Y_m, \alpha_m^P, \beta_m^P) \cdot (e_m, \alpha^e, \beta^e) = \\ &= \left( \sum_{m=1}^{N_p} (p_m - Y_m) \cdot e_m, \right. \\ &\quad \left. \sum_{m=1}^{N_p} [(p_m - Y_m) \cdot \alpha_m^e + e_m \cdot \alpha_m^P], \right. \\ &\quad \left. \sum_{m=1}^{N_p} [(p_m - Y_m) \cdot \beta_m^e + e_m \cdot \beta_m^P] \right). \end{aligned}$$

Подставляя формулу (17) в формулу (18), окончательно получим:

$$(21) N\tilde{P}V = (npv, \alpha^{npv}, \beta^{npv}),$$

$$\text{где } npv = \sum_{m=1}^N (p_m - Y_m) \cdot \frac{1}{(1+i_m)^m},$$

$$\alpha^{npv} = \sum_{m=1}^N \left[ (p_m - Y_m) \frac{m\beta_m^i}{(1+i_m)^{m+1}} + \frac{1}{(1+i_m)^m} \cdot \alpha_m^P \right],$$

$$\beta^{npv} = \sum_{m=1}^N \left[ (p_m - Y_m) \frac{m\alpha_m^i}{(1+i_m)^{m+1}} + \frac{1}{(1+i_m)^m} \cdot \beta_m^P \right].$$

Определим интервал нахождения чистого приведенного дохода  $[NPV_{\min}, NPV_{\max}]$  при заданном уровне возможности  $\alpha_0$ :

$$L \left( \frac{npv - NPV^{\min}}{\alpha^{NPV}} \right) = \alpha_0,$$

$$(22) \quad NPV^{\min} = npv - \alpha^{npv} L^{-1}(\alpha_0);$$

$$R \left( \frac{npv - NPV^{\max}}{\alpha^{NPV}} \right) = \alpha_0.$$

$$(23) \quad NPV^{\max} = npv + \alpha^{npv} R^{-1}(\alpha_0).$$

## 6. Определение внутренней нормы доходности (ВНД)

Как и ранее, рассмотрим вначале случай, когда поступления от инвестиционного проекта и индекс инфляции в  $m$ -м месяце точно известны и определяются четкими числами  $P_m$  и  $I_{\min}$ .

Внутренняя норма доходности показывает, при какой процентной ставке по кредиту  $R\%$  ЧПД от инвестиционного проекта будет равен 0. Для определения ВНД в формулу чистого приведенного дохода (11) нужно подставить значение  $Y$ , зависящее от процентной ставки по кредиту (1), и затем приравнять к 0, после чего данная система уравнений решается относительно ставки по кредиту  $R\%$ , решение и дает искомую ВНД ( $IRR$ ):

$$(24) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_{m=1}^N (P_m - Y_m) \cdot \frac{1}{(1+I_m)^m} = 0, \\ Y_m = Y = K \frac{(R\% / 100) / 12}{1 - (1 + (R\% / 100) / 12)^{-M_{KP}}} \text{ при } m \leq M_{KP}, \\ Y_m = 0 \text{ при } m > M_{KP}. \\ \Rightarrow IRR = R\%. \end{array} \right.$$

Перейдем теперь к рассмотрению случая, когда текущие денежные поступления от инвестиционного проекта и индекс инфляции в  $m$ -месяце заданы нечеткими числами  $LR$ -типа:

$$\tilde{P}_m = (p_m, \alpha_m^P, \beta_m^P) \text{ и } \tilde{I}_m = (i_m, \alpha_m^I, \beta_m^I)$$

соответственно.

Определим НПВ для наихудшего случая, здесь внутренняя норма доходности показывает, при какой процентной ставке по кредиту  $R\%$  минимальный ЧПД  $NPV^{\min}$  (см. формулу (22)) от инвестиционного проекта будет равен 0.

Для определения ВНД необходимо решить систему уравнений:

$$(25) \left\{ \begin{array}{l} NPV_{\min} = npv - \alpha^{npv} L^{-1}(\alpha_0) = 0, \\ npv = \sum_{m=1}^N (p_m - Y_m) \cdot \frac{1}{(1 + i_m)^m}, \\ \alpha^{npv} = \sum_{m=1}^N \left[ (p_m - Y_m) \frac{m \beta_m^i}{(1 + i_m)^{m+1}} + \frac{1}{(1 + i_m)^m} \cdot \alpha_m^P \right], \\ \left\{ \begin{array}{l} Y_m = Y = K \frac{(R\% / 100) / 12}{1 - (1 + (R\% / 100) / 12)^{-M_{KP}}} \text{ при } m \leq M_{KP}, \\ Y_m = 0, \text{ при } m > M_{KP}, \\ \Rightarrow IRR = R\%. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

## 7. Численный пример

Для иллюстрации практической реализации определения показателей эффективности инвестиционных проектов при использовании заемных средств рассмотрим численный пример, выполненный в системе компьютерной математики Mathcad.

Допустим, для реализации некоего инвестиционного проекта требуется однократное денежное вложение в размере  $K = 10\,000\,000$  руб. Указанная сумма взята в кредит на  $M = 24$  месяца под  $R = 17\%$  годовых. Планируется, что инвестиционный проект будет приносить поступления в течение  $N = 36$  месяцев.

Ежемесячный индекс инфляции не зависит от номера месяца  $m$  и определяется нечетким числом  $LR$ -типа

$$\tilde{I}_m = (i_m, \alpha_m^I, \beta_m^I) = (0,01; 0,001; 0,001).$$

Поступления от реализации инвестиционного проекта по месяцам сведены в таблицу 1.

Таблица 1. Поступления денежных средств от инвестиционного проекта

$m$	$P_m$	$\alpha_m^P$	$\beta_m^P$
$1 \leq m \leq 6$	600 000	50 000	50 000
$7 \leq m \leq 10$	700 000	100 000	100 000
$11 \leq m \leq 22$	800 000	100 000	100 000
$23 \leq m \leq 26$	700 000	100 000	100 000
$27 \leq m \leq 30$	600 000	100 000	100 000
$m = 31$	500 000	100 000	100 000
$m = 32$	400 000	50 000	50 000
$m = 33$	300 000	50 000	50 000
$m = 34$	200 000	20 000	20 000
$m = 35$	100 000	20 000	20 000
$m = 36$	50 000	10 000	10 000
$m > 36$	0	0	0

Функции  $L(x)$  и  $R(x)$  гауссовы:

$$L(x) = R(x) = e^{-x^2}.$$

Задан уровень возможности  $\alpha_0 = 0,01$ .

Вычислим аннуитетный платеж, подлежащий ежемесячному погашению, определяемый по формуле (2):  $Y_m = Y = 494\,422,64$  руб. Общая сумма долга, которую необходимо выплатить согласно формуле (2), равна  $S = 11\,866\,143,38$  руб.

Поток платежей в счет погашения кредита:

$$\begin{cases} Y_m = 494\,422,64 \text{ при } m \leq 24; \\ Y_m = 0 \text{ при } m > 24. \end{cases}$$

Определим минимальные и максимальные поступления от инвестиционного проекта при заданном уровне возможности  $\alpha_0$  решая уравнения (3) и (4), результаты приведены в таблице 2.

Таблица 2. Минимальные и максимальные поступления от инвестиционного проекта.

$m$	$P_m$	$p_m^{\min}$	$p_m^{\max}$
$1 \leq m \leq 6$	600 000	513 459	686 541
$7 \leq m \leq 10$	700 000	526918	873082
$11 \leq m \leq 22$	800 000	626918	973082
$23 \leq m \leq 26$	700 000	526918	873082
$27 \leq m \leq 30$	600 000	426 918	773082
$m = 31$	500 000	326 918	673082
$m = 32$	400 000	313 459	486541
$m = 33$	300 000	213459	386541
$m = 34$	200 000	165384	234616
$m = 35$	100 000	65384	134616
$m = 36$	50 000	32692	67308
$m > 36$	0	0	0

Степень устойчивости ИП, определенная согласно формуле (8),  $\xi = 3,85\%$ .

Наименьший срок погашения кредита, определенный согласно формуле (10):  $T_{пк} = 21$  месяц.

Чистый приведенный доход, определенный согласно формуле (19):  $N\tilde{P}V = (4910,9; 1998,4; 1998,4)$ .

Минимальный и максимальный чистый приведенный доход при заданном уровне возможности  $\alpha_0$ , определенный согласно формулам (20):

$$NPV_{\min} = 1452,111,$$

$$NPV_{\max} = 8369,715.$$

На рис. 1 приведена зависимость минимального (при заданном уровне возможности  $\alpha_0 = 0,01$ ) чистого приведенного дохода от ставки по кредиту  $R\%$ .



Рис. 1. Зависимость чистого приведенного дохода от ставки по кредиту  $R\%$

Решение системы (22) дает ВНД  $IRR = 31,3$ , что совпадает с графическим решением, приведенным на рис. 1.

## 8. Заключение

Предложены показатели эффективности инвестиционных проектов при использовании заемных средств (степень устойчивости, наименьший срок погашения кредита, чистый приведенный доход, внутренняя норма доходности), отличающиеся включением в расчетные формулы параметров кредита, что позволяет совместно оценивать выбор инвестиционного проекта и условий получения кредита для его финансирования.

Получены расчетные формулы, позволяющие определять указанные показатели в условиях неопределенности на основе арифметики нечетких чисел LR-типа.

Для определения рассмотренных показателей эффективности инвестиционных проектов можно использовать также комплексный или матричный методы выполнения операций над комплексными числами, что позволит упростить вычисления при использовании систем компьютерной математики [11].

На основе приведенных результатов был разработан программный пакет «Анализ эффективности инвестиционных проектов с привлечением заемных средств» [9].

Результаты статьи могут быть полезны в практике инвестиционного анализа.

### Литература

1. АЛТУНИН А.Е., СЕМУХИН М.В. *Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях.* – Тюмень: Издательство Тюменского государственного университета, 2000. – 352 с.
2. ДЮБУА Д. ПРАД А. *Теория возможностей. Приложение к представлению знаний в информатике.*– М.: Радио и связь, 1990. – 288 с.
3. КУРАНТ Р., РОББИНС Г. *Что такое математика?*– М.: МЦНМО, 2001. – 568 с.
4. КУЧАРИНА Е.А. *Инвестиционный анализ.*– СПб.: Питер, 2006. – 160 с.
5. *Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Д.А. Пospelова.* – М.: Наука, 1986. – 312 с.
6. НЕПОМНЯЩИЙ Е.Г. *Инвестиционное проектирование.*– Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2003. – 262 с.
7. ПЫТЬБЕВ Ю.П. *Возможность. Элементы теории и применения.*– М.: Эдиториал Л. УРСС, 2000. – 192 с.
8. ПЫТЬБЕВ Ю.П. *Возможность как альтернатива вероятности. Математические и эмпирические основы, применения.* – М.: Физматлит, 2007. – 464 с.
9. УСКОВ А.А., БАЛАШОВ О.В., КИСЕЛЕВ И.А. *Анализ эффективности инвестиционных проектов с привлечением заемных средств // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ в Федеральной службе по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам РФ №20126144635 от 24.05.2012.*
10. УСКОВ А.А., КУЗЬМИН А.В. *Интеллектуальные технологии управления. Искусственные нейронные сети и нечеткая логика.* – М.: Горячая Линия – Телеком, 2004. – 143 с.
11. УСКОВ А.А., КИСЕЛЕВ И.А. *Комплексный и матричный методы выполнения арифметических операций над нечёткими числами // Управление большими системами.* – 2012 – №40. – С. 96–107.
12. УСКОВ А.А., КИСЕЛЕВ И.А., КОНДРАТОВА Н.В. *Программный пакет анализа эффективности инвестиционных*

проектов на основе нечетких вычислений // Программные продукты и системы. – 2013. – №2. – С. 178–181.

13. УСКОВ А.А., КИЕЛЕВ И.А. Показатели эффективности привлечения заемных средств в инвестиционном проектировании // X международная научно-практическая конференция «Современные информационные технологии в экономике и управлении предприятиями, программами и проектами», Алушта, 10–16 сентября 2012 г. – С. 205–206.
14. ЧЕТЫРКИН Е.М. Финансовая математика. – М.: Дело, 2000. – 400 с.

## EFFICIENCY EVALUATION OF INVESTMENT PROJECTS USING BORROW MONEY IN THE PRESENCE OF FUZZY UNCERTAINTY

**Andrey Uskov**, Russian University of Cooperation, Moscow, Doctor of Science, professor.

**Igor Kiselev**, Russian University of Cooperation, Moscow, Post-graduate student.

*Abstract: We suggest several efficiency metrics for investment projects using borrowed money (stability degree, lowest loan repayment period, net present value, internal rate of return) with loan structure explicitly accounted for in formulas. They allow for considering a problem of joint selection of an investment project and a loan structure. We also derive the analytical expressions to calculate performance indicators under uncertainty using the arithmetic of LR-type fuzzy numbers. Possible applications include investment analysis.*

Keywords: investment project, uncertainty, fuzzy number, net present value.

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии М.В. Губко*

*Поступила в редакцию 17.10.2013.  
Опубликована 30.09.2014.*