

УДК 332.1  
ББК 65в6

## ПАНЕЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБЪЕМА ВЫПУСКА ПРОДУКЦИИ ДЛЯ РЕГИОНОВ РОССИИ

Бахитова Р. Х.<sup>1</sup>, Ахметшина Г. А.<sup>2</sup>

(Башкирский государственный университет, Уфа)

Лакман И. А.<sup>3</sup>

(Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа)

*Проводится построение производственной функции для 79 регионов России с использованием инструментов панельного моделирования. Выбрана модель с фиксированными эффектами, при упорядочивании которых все регионы разделяются на 4 группы. Анализируются сходные особенности регионов, которые попали в одну группу.*

Ключевые слова: производственная функция, панельные данные, фиксированные эффекты.

### 1. Введение

В экономических исследованиях часто применяется производственная функция, описывающая зависимость объема валового продукта от факторов производства – труда и капитала. Впервые производственная функция вида

$$Y = AK^{\alpha}L^{\beta}$$

---

<sup>1</sup> Бахитова Раиля Хурматовна, доктор экономических наук, профессор (bakhitovarah@mail.ru).

<sup>2</sup> Ахметшина Гузель Азатовна, ассистент (g\_akhmetshina@mail.ru).

<sup>3</sup> Лакман Ирина Александровна, кандидат технических наук, доцент (lackmania@mail.ru).

была рассчитана в 1920-е годы для обрабатывающей промышленности США американскими экономистами Ч. Коббом и П. Дугласом.

Метод производственных функций получил широкое применение в экономической науке XX века. Он использовался в СССР исследованиях [3] и при планировании, также остается актуальным на сегодняшний день.

В работах, посвященных исследованию российской экономики с использованием производственной функции, проводится анализ различных аспектов, влияющих на рост ВРП. Например, в [1] исследуется добавочное влияние на ВРП расходов на оплату труда работников занятых в экономике; в [4] рассматривается производственная функция с учетом динамики неоднородности капитала. В этих работах рассматривается экономика страны в целом, без учета особенностей каждого региона.

В [5] проводилось построение модели уровня социально-экономического развития регионов РФ на панельных данных. Однако в модели, рассмотренной в этой работе, отсутствует спецификация между моделью с фиксированными и случайными эффектами, поэтому четко не обоснован выбор типа и даже наличия панели. Был сделан ошибочный вывод о влиянии эффектов на результат.

Использование панельных данных позволяет проследить эффекты, характерные индивидуально для каждого региона, которые мы не можем проследить при построении в рамках обычных регрессионных моделей.

В данной работе мы строим производственную функцию на панельных данных для 79 регионов России. Проводится анализ кросс-секционных эффектов регионов.

## **2. Построение производственной функции**

В исследовании в качестве аппарата моделирования используем модель производственной функции, построенной для 79 регионов России в период с 2002 по 2010 годы по ежегодным статистическим данным, представляющим собой

панель, где в качестве объема производства выступает ВРП, в качестве капитала – стоимость основных фондов, в качестве труда – численность экономически активного населения. Из рассмотрения исключены регионы, для которых указанные показатели входят в состав других регионов, для того чтобы не учитывать их дважды.

В качестве вида производственной функции используем функцию Кобба–Дугласа, подлежащую оценке:

$$(1) \quad VRP_{it} = A_i \cdot OSN\_F_{it}^{\alpha} \cdot CHISL_{it}^{\beta},$$

где  $VRP$  - ВРП регионов РФ, млн. руб. (производство);  $OSN\_F$  - стоимость основных фондов, млн. руб. (капитал);  $CHISL$  - численность экономически активного населения, тыс. чел. (труд). Константы  $A$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  подлежат оценке. Их смысл состоит в следующем:  $A$  - константа, которую принято связывать с уровнем развития технологий, хотя она может зависеть от других факторов, не относящихся непосредственно к капиталу и труду;  $\alpha$  - константа, являющаяся эластичностью производства по капиталу;  $\beta$  - коэффициент эластичности производства по труду;  $i$  - кросс-секционное измерение,  $i=1, 2, \dots, 79$ ;  $t$  - временное измерение  $t = 2002, 2003, \dots, 2010$ .

Для возможности оценки модели панельным методом наименьших квадратов (МНК) линеаризуем (1) посредством логарифмирования:

$$\ln VRP = \ln A + \alpha \ln OSN\_F + \beta \ln CHISL.$$

Все дальнейшие вычисления будем проводить, используя пакет Econometric Views.

Основным этапом при оценке панельной модели является спецификация между фиксированными и случайными панельными эффектами.

Для того чтобы сделать выбор между моделями с фиксированными или случайными эффектами по кросс-секциям, применим тест Хаусмана.

При справедливости гипотезы  $H_0$  оценки модели с фиксированными и случайными эффектами являются состоятельными и они не должны отличаться слишком сильно. При справедли-

ности гипотезы  $H_1$  оценки модели с фиксированными эффектами по-прежнему состоятельны, в то время как оценки модели со случайными эффектами уже нет.

В нашем случае значение статистики  $\chi^2$  равно 37,68 с близким к нулю уровнем значимости. Это говорит о том, что следует отдать предпочтение гипотезе  $H_1$  и строить модель с фиксированными эффектами по кросс-секциям.

Выбор между обобщенной моделью и моделью с фиксированными эффектами по кросс-секциям осуществим с помощью  $F$ -критерия Фишера. В качестве гипотезы  $H_0$  сформулируем гипотезу о том, что эффекты для  $i$ -го и  $j$ -го наблюдений совпадают для любых  $i$  и  $j$ . Альтернативная гипотеза  $H_1$ : хотя бы для одной пары  $i$  и  $j$  существуют различные эффекты по кросс-секциям.

Расчетное значение  $F$ -критерия равно 25,177, а табличное для вероятности 0,05 и для степеней свободы  $n_1 = 78$   $n_2 = 630$  равно 1,3. То есть следует принять альтернативную гипотезу  $H_1$  и считать, что эффекты различны для различных наблюдений.

Построим модель производственной функции с фиксированными эффектами по кросс-секциям.

Исследование показало, что наилучшие результаты дает модель, построенная с весами по кросс-секциям. В этой модели все коэффициенты значимы с вероятностью 0,05:

$$(2) \quad VRP = 0,00097 * OSN_{(144,23)} F_{(2,41)}^{1,28} CHISL_{(-8,136)}^{0,33} e^{REG\_EF},$$

где  $REG\_EF$  – региональный эффект, присущий для каждого региона индивидуально. Фиксированные эффекты отражают влияние на ВРП факторов, индивидуальных для каждого региона. В скобках указаны значения  $t$ -статистики. Все коэффициенты значимы по  $t$ -критерию Стьюдента.

График остатков, наблюдаемых и предсказанных значений, представлен на рис. 1. Из него видно, что построенная модель достаточно точно описывает реальные данные.

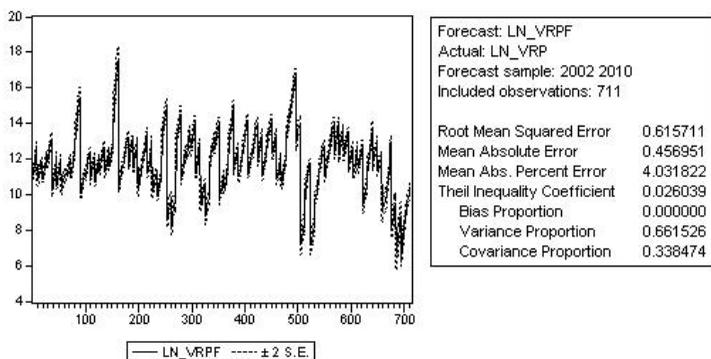


Рис. 1. График остатков, наблюдаемых и предсказанных значений

Коэффициент детерминации равен 0,99. Что говорит о хорошем качестве подгонки модели под реальные данные.

Рассмотрим параметры, характеризующие уровень точности статистической модели. Квадратный корень средней ошибки предсказания равен 0,14. Средняя ошибка по модулю равна 0,1. Средняя ошибка по модулю в процентах равна 0,89. Коэффициент неравенства Тейла равен 0,006. Доля систематической ошибки прогноза равна 0; долю вариации также можно считать равной нулю (она равна 0,0004). Долю ковариации можно считать равной единице (она равна 0,9996). Все это говорит о высоких прогностических свойствах модели.

Значение статистики Дарбина–Уотсона равно 1,143. Это свидетельствует о наличии автокорреляции, которую устранить не удастся.

Применение панельного анализа позволяет учесть индивидуальные особенности, ненаблюдаемую (нефиксированную) информацию, присущую каждому региону в отдельности.

С учетом полученных эффектов регионы можно разделить на четыре группы. В приведенных ниже таблицах даны значения коэффициентов  $e^{REG\_EF}$ .

Таблица 1. Регионы с фиксированными эффектами, близкими к нулю

Регион	Региональный эффект ( $\epsilon^{REG\_EF}$ )
Тюменская область	0,270491
г. Москва	0,315476
Московская область	0,372285
Свердловская область	0,432772

Как видно из таблицы 1, в первую группу попали наиболее «сильные» регионы РФ с устойчивой экономикой, Коэффициенты, отражающие фиксированный эффект и являющиеся мультипликаторами для построенной производственной функции (1), достаточно малы. Они меньше чем 0,5. Изгиб поверхности производственной функции мал, т.е. на каждую дополнительную единицу основных фондов и экономически активного населения приходится все меньший прирост ВРП.

Это соответствует экономике, для которой имеется эффект «насыщения». Следовательно, резкого роста ВРП в зависимости от роста основных фондов и экономически активного населения ждать не приходится. Это, как правило, характерно для достаточно развитых экономик региона.

Схожая картина была получена в исследованиях Независимого института социальной политики. Территории, о которых идет речь, неизменно попадают в число лидирующих регионов по различным социальным показателям. [8]

Во вторую группу попали те регионы, эффекты которых, лежат в промежутке от 0,5 до 1. Здесь картина будет сходной с регионами, попавшими в таблицу 1. Однако увеличение на единицу основных фондов и экономически активного населения приведет к большему росту ВРП, нежели это произойдет для регионов первой группы.

Сюда попали промышленные центры, такие как Пермский край, Челябинская область, Кемеровская область.

Таблица 2. Регионы с эффектами, близкими к единице

Регион	Региональный эффект ( $e^{REG\_EF}$ )	Регион	Региональный эффект ( $e^{REG\_EF}$ )
Краснодарский край	0,509535	Пензенская область	0,740973
Пермский край	0,539062	Республика Дагестан	0,772211
Республика Татарстан	0,544774	Кемеровская область	0,773862
Самарская область	0,548298	Ленинградская область	0,775144
Ростовская область	0,554545	Астраханская область	0,782914
Челябинская область	0,55611	Алтайский край	0,783185
Саратовская область	0,568279	Архангельская область	0,802912
Волгоградская область	0,626779	Приморский край	0,805244
Нижегородская область	0,628764	Смоленская область	0,814631
Иркутская область	0,644306	Курганская область	0,822563
г. Санкт-Петербург	0,655185	Чувашская Республика	0,830379
Ставропольский край	0,655611	Рязанская область	0,838441
Республика Башкортостан	0,659673	Красноярский край	0,845813
Ярославская область	0,680727	Оренбургская область	0,852178
Республика Коми	0,682772	Хабаровский край	0,875269
Амурская область	0,708058	Тамбовская область	0,891321
Новосибирская область	0,714534	Вологодская область	0,911761
Тверская область	0,715956	Мурманская область	0,924491
Забайкальский край	0,723219	Удмуртская Республика	0,944704
Воронежская область	0,723451	Республика Мордовия	0,955876
Кировская область	0,739859	Брянская область	0,977539

Согласно тем же исследованиям [8], данные регионы также входят в число лидирующих. Однако за счет того, что мультипликатор  $e^{REG\_EF}$  функции (1) для данных территорий немного выше, ожидается больший рост ВРП за счет роста капитала и труда.

Таблица 3. Регины с эффектами, лежащими в промежутке от 1 до 2

Регион	Региональный эффект ( $e^{REG\_EF}$ )	Регион	Региональный эффект ( $e^{REG\_EF}$ )
Ивановская область	1,002945	Белгородская область	1,231679
Тульская область	1,02915	Омская область	1,266158
Костромская область	1,039263	Республика Марий Эл	1,278572
Курская область	1,05131	Псковская область	1,299903
Ульяновская область	1,051741	Республика Калмыкия	1,488436
Республика Саха (Якутия)	1,163977	Республика Хакасия	1,568958
Калужская область	1,179938	Орловская область	1,575928
Республика Бурятия	1,200194	Новгородская область	1,595311
Владимирская область	1,204979	Сахалинская область	1,629785
Республика Карелия	1,206041	Калининградская область	1,6326
Липецкая область	1,211465	Карачаево-Черкесская Республика	1,94284
Томская область	1,222559	Республика Северная Осетия – Алания	1,990052

В третью группу попали регионы, которые являются наиболее эффективными с точки зрения роста ВРП за счет увеличения основных фондов и экономически активного населения. Инвестиционный рейтинг в целом для данной группы регионов невысокий [9], поэтому можно рекомендовать принять определенные меры, способствующие росту ВРП именно за счет увеличения стоимости основных фондов и экономически активного населения.

В четвертую группу попали наименее экономически развитые регионы с неустоявшейся экономикой. То есть если в этих регионах произойдет резкий рост одного из независимых факторов, то тут ожидается резкий рост ВРП. Эти регионы не исчерпали возможностей для своего экономического роста именно за счет этих показателей. Например, в Чукотском автономном округе при увеличении на единицу основ-

ных фондов или экономически активного населения возможно увеличение ВРП в 8 раз.

Таблица 4 Регины с самыми большими эффектами

Регион	Региональный эффект ( $e^{REG\_EF}$ )	Регион	Региональный эффект ( $e^{REG\_EF}$ )
Еврейская автономная область	2,119877	Республика Ингушетия	4,208995
Кабардино-Балкарская Республика	2,165896	Республика Алтай	4,329725
Республика Адыгея	2,24957	Республика Тыва	6,667487
Камчатский край	2,416591	Чукотский автономный округ	8,028422
Магаданская область	2,532103		

На основании этих таблиц можно сделать вывод о том, что чем меньше индивидуальный фиксированный эффект региона тем более стабильная в нем экономика (такие регионы попали в первую группу), и наоборот, большие значения индивидуальных эффектов говорят о неустоявшейся экономике в регионе (такие регионы попали в четвертую группу).

В [2] проводился сходный анализ для экономики Украины. Однако, на наш взгляд, авторы делают ошибочный вывод о том, что большие эффекты соответствуют экономически развитым регионам, так как для более развитых регионов характерен меньший рост ВРП в зависимости от увеличения объемов капитала и труда на единицу их измерений.

Коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  выражают эластичность производства по капиталу и труду соответственно. Их сумма показывает, какой эффект от масштаба имеет производство. Мы получили, что

$$\alpha + \beta = 1,25 + 0,33 > 1.$$

В такой ситуации трудно говорить об экономическом смысле этих коэффициентов, так как доходы, приходящиеся соответственно на долю труда и капитала, в сумме превышают валовой национальный продукт. Это может указывать на то, что предприниматели действуют как монополисты по отношению к

факторам производства или как олигополисты, что более вероятно [6, с. 60].

По полученной модели был сделан прогноз на 2011 год. В качестве труда и капитала были взяты значения соответствующих официальных показателей 2011 года. Доля вариации между прогнозными и фактическими значениями равна 0,72. Это значение близко к нулю. Что говорит о высоких прогностических свойствах модели.

Применение метода панельных данных позволило сделать вывод о том, что на величину ВРП каждого региона оказывают влияние также его индивидуальные особенности. То есть для каждого региона был вычислен свой числовой эффект, оказывающий влияние на кривизну производственной функции. Также вычисленные эффекты позволили разделить регионы на группы по их уровню экономического развития. При построении модели была использована панель по всем регионам страны (были исключены лишь те регионы, показатели которых входят в состав других, для того чтобы не учитывать их дважды), это позволяет сделать вывод о том, что экономика страны однородна, все регионы подчинены общему закону, несмотря на то, что каждый имеет свои особенности. Полученные значения для констант  $\alpha$  и  $\beta$  позволяют утверждать, что предприятия в основном действуют как олигополисты. Также был сделан прогноз на следующий период времени, который показал высокие прогностические свойства модели.

### **Литература**

1. БУРАВЛЕВ А.И. *Трехфакторная производственная модель Кобба–Дугласа // Экономика и управление: проблемы, решения.* – 2012. – №3. – С. 13–19.
2. ГУРЬЯНОВА Л.С. *Применение производственных функций панельных данных в анализе регионального развития // Проблемы экономики.* – 2012. – №3. – С. 187–191.
3. КЛЕЙНЕР Г.Б. *Производственные функции: теория, методы, применение.* – М.: Финансы и статистика, 1986. – 239 с.

4. КОЗЛОВА Г.Г. *Производственная функция с учетом динамики неоднородности капитала* // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. – 2010. – №11. – С. 65–68.
5. ЛАТЫШЕВА М.А. *Эконометрическое моделирование уровня социально-экономического развития* // Управление большими системами. – 2006. – №27. – С. 282–292.
6. ТИМБЕРХЕН Я., БОС Х. *Математические модели экономического роста*. – М.: Издательство «Прогресс», 1967. – 176 с.
7. *Регионы России. Социально-экономические показатели*. 2012: Р32 Стат. сб. – М.: Росстат, 2012. – 990 с.
8. *Социальный атлас российских регионов* – [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.socpol.ru/atlas>, [http://www.raexpert.ru/rankingtable/?table\\_folder=/region\\_climat/2010/tab1](http://www.raexpert.ru/rankingtable/?table_folder=/region_climat/2010/tab1) (дата обращения: 20.05.2014).

## PANEL MODELING OF PRODUCTION OUTPUT IN RUSSIAN REGIONS

**Railya Bakhitova**, Bashkir State University, Ufa Doctor of Science, professor (bakhitovarrh@mail.ru).

**Irina Lakman**, Ufa State Aviation Technical University, Ufa assistant professor (lackmania@mail.ru).

**Guzel Akhmetshina**, Bashkir State University, Ufa, assistant (g\_akhmetshina@mail.ru).

*Abstract. We use panel modeling to build a production function for 79 Russian regions. Under a fixed effect model we split regions into four groups and perform similarity analysis of regions sharing the same group.*

Keywords: production function, panel data, fixed effect model.

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии М.В. Губко*

*Поступила в редакцию 24.03.2014.*

*Опубликована 31.07.2014.*