

УДК 519.833.2
ББК 22.18

ВЫЧИСЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ПАССАЖИРОПОТОКОВ В ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМАХ¹

Буре В. М.²

*(Санкт-Петербургский государственный университет,
Санкт-Петербург)*

Мазалов В. В.³

*(Институт прикладных математических исследований
Карельского научного центра РАН, Петрозаводск)*

Плаксина Н. В.⁴

(Петрозаводский государственный университет, Петрозаводск)

Статья посвящена исследованию статистической модели оценки интенсивности пассажиропотоков между остановочными пунктами. Предполагается, что при этом известны данные о пассажирах, входящих в общественный транспорт и выходящих из него. В статье предлагается методика оценки распределения входящих на каждой остановке пассажиров по последующим остановкам маршрута. Приведены данные численного моделирования на основе натуральных экспериментов.

Ключевые слова: теория игр, пассажиропоток, транспортная система, натурный эксперимент, равновесие.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 13-01-91158-ГФЕН), Программы ОМН РАН и Программы стратегического развития ПетрГУ.

² Владимир Мансурович Буре, доктор технических наук, профессор (vlb310154@gmail.com).

³ Владимир Викторович Мазалов, доктор физико-математических наук, профессор (vmazalov@krc.karelia.ru).

⁴ Нина Владимировна Плаксина, аспирант (plaksina_nv@mail.ru).

Введение

В настоящее время в связи со строительством новых микрорайонов города, увеличением количества личного транспорта актуальной становится проблема анализа и оценки пассажиропотоков. Под пассажиропотоком будем понимать движение пассажиров в одном направлении маршрута. Пассажиропоток может быть в прямом направлении и в обратном. Пассажиропотоки играют важную роль при планировании маршрутов движения городского пассажирского транспорта, определении оптимальных интервалов движения городского пассажирского транспорта. Особенностью пассажиропотоков является их неравномерность, т.е. изменчивость по времени (по часам, суткам, дням недели, сезонам года). Пассажирообразующая способность отдельного района определяется в зависимости от количества населения, показателей его подвижности и коэффициентов неравномерности перевозок по времени.

Для получения информации о показателях подвижности населения и коэффициентах неравномерности перевозок применяются различные методы обследования. Натурные методы обследования обладают большой точностью, погрешность таких методов составляет примерно 5% [5]. Главный недостаток таких методов – большие затраты денежных и людских ресурсов для их проведения. Кроме того, на обработку результатов необходимо потратить много времени, поэтому результаты наблюдения могут уже неточно отражать реальную информацию о пассажиропотоках. Для определения пассажиропотоков также применяются энтропийные методы [1]. В энтропийной модели пассажиропотоки вычисляются на основе демографических и социально-экономических данных с использованием информации о территориальном расположении района. Главным недостатком энтропийного метода является допущение стационарности пассажиропотоков, т.е. такая модель не учитывает изменчивость пассажиропотоков от времени суток, дней недели и т.д. Поэтому нередко в совокупности с натурными экспериментами, демографическими

данными используют математические методы для получения актуальной информации о пассажиропотоках [2, 4, 6, 7, 11]. Такие методы также целесообразно применять для определения оптимальных (равновесных) решений при планировании перевозок, используя полученную информацию о пассажиропотоках. Значения численных характеристик пассажиропотоков позволяют решать различные прикладные задачи оптимального управления городским транспортом, такие как необходимое количество автобусов, достаточное для перевозки пассажиров и с учетом интересов пассажиров, а также интересов перевозчиков (чтобы рейсы не были убыточными).

1. Модель

В общем случае транспортная модель может быть представлена графом, вершины которого являются остановками, а ребра описывают транспортные коридоры. Выберем какой-нибудь маршрут транспортного средства, который представляет собой последовательность остановок, соединенных ребрами. Рассмотрим случай, когда на маршруте имеется K остановок. Предположим, что есть потоки пассажиров между этими остановками в прямом направлении. Под направлением будем понимать маршрут следования автобуса. Задача состоит в том, чтобы определить доли пассажиров из общего пассажиропотока и направления движения, по которым перемещаются эти доли. Например, для десяти пассажиров, находящихся на остановке, какое-то количество едет до конечной остановки, а какое-то количество выйдет на промежуточных остановках. Для этого проведем серию экспериментов r , $r = 1, \dots, N$. В качестве одного эксперимента будем рассматривать одну поездку автобуса от начальной остановки до конечной. Цель эксперимента состоит в фиксации информации о количестве вошедших и вышедших из автобуса на каждой остановке пассажиров. Пусть $x_1^r, x_2^r, \dots, x_K^r$ – количество пассажиров, вошедших на остановках $i = 1, \dots, K$ соответственно в эксперименте r , $r = 1, \dots, N$. Пусть $y_1^r, y_2^r, \dots, y_K^r$ – количество пассажиров, вышедших соответственно на остановках $j = 1, \dots, K$

в эксперименте r , $r = 1, \dots, N$. Очевидно, что $x_K^r = y_1^r = 0$ в любом эксперименте r . В модели x_i^r, y_j^r – это наблюдаемые величины. Обозначим через y_{ij}^r – количество пассажиров, которые вошли на остановке i и вышли на остановке j . Это ненаблюдаемые величины, которые и нужно оценить. Тогда информацию о перемещениях пассажиров удобно представить в виде таблицы (таблица 1).

Таблица 1. Информация о количестве вошедших и вышедших из автобуса пассажиров

$y_{11}^r = 0$	y_{12}^r	y_{13}^r	\dots	y_{1K-1}^r	y_{1K}^r	x_1^r
0	$y_{22}^r = 0$	y_{23}^r	\dots	y_{2K-2}^r	y_{2K}^r	x_2^r
\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots
0	0	0	\dots	$y_{K-1,K-1}^r = 0$	$y_{K-1,K}^r$	x_{K-1}^r
0	0	0	\dots	0	0	$x_K^r = 0$
$y_1^r = 0$	y_2^r	y_3^r	\dots	y_{K-1}^r	y_K^r	

В таблице 1 приведены результаты эксперимента с номером r . В последнем столбце все элементы равны суммам элементов таблицы из соответствующей строки, и аналогично в последней строке все числа равны сумме чисел в соответствующем столбце; y_{ij}^r – количество пассажиров (эти величины в эксперименте не наблюдаются), вошедших в автобус на остановке с номером i и вышедших на остановке с номером j в эксперименте с номером r :

$$(1) \quad y_j^r = \sum_{i=1}^{j-1} y_{ij}^r.$$

В эксперименте наблюдаются только элементы последнего столбца и последней строки. Будем считать для всех i, j , что пассажиропотоки y_{ij}^r представляют собой независимые (для разных r), одинаково распределенные случайные величины. Их среднее значение представляет собой интенсивность движения пассажиров по маршруту от остановки i до остановки j . Обозначим через p_{ij} долю пассажиров, вошедших на остановке i и вышедших на остановке j , ее можно трактовать как вероятность того, что пасса-

жир, вошедший на остановке i , выйдет на остановке j . Составим из этих значений таблицу 2.

Таблица 2. Информация о вероятностном распределении пассажиров

$p_{11} = 0$	p_{12}	p_{13}	\dots	p_{1K-1}	p_{1K}	1
0	$p_{22} = 0$	p_{23}	\dots	p_{2K-1}	p_{2K}	1
\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots
0	0	0	\dots	$p_{K-1,K-1} = 0$	$p_{K-1,K}$	1

В таблице 2 сумма элементов в каждой строке равна единице и представляет собой полиномиальное распределение [3] вероятностей выхода пассажиров, вошедших в автобус на остановке, при этом номер остановки совпадает с номером строки.

Рассмотрим эксперимент с номером r , умножим строку с номером i из таблицы 2 на число x_i^r , тогда естественно ожидать, что получившаяся после умножения строка соответствует строке с номером i из таблицы 1, так как $x_i^r p_{ij}$ представляет собой ожидаемое значение случайной величины y_{ij}^r , причем случайные величины, стоящие в одном столбце таблицы 1, взаимно независимы, следовательно, их отклонения от ожидаемого значения случайны, независимы и при сложении компенсируют друг друга, поэтому приближенно должно выполняться равенство

$$(2) \quad y_j^r \approx \sum_{i=1}^{j-1} x_i^r p_{ij}.$$

Если число экспериментов N велико, то получившиеся уравнения (2) будут, как правило, линейно независимы, так как коэффициенты в разных уравнениях окажутся взаимно независимыми случайными величинами, и решить эти уравнения относительно неизвестных вероятностей p_{ij} (здесь $i < j$, $j = 1, \dots, K$) можно методом наименьших квадратов (МНК) [2] либо методом минимизации суммы абсолютных величин разностей (ММС) [7].

2. Модель системы для $K = 5$

Рассмотрим модель, которая включает пять остановок и пассажиропотоки между остановками в прямом направлении. Исследуем пассажиропотоки по маршруту автобуса, который включает все эти остановки. Согласно модели p_{12} характеризует пассажиропоток от первой до второй остановки, p_{13} – пассажиропоток от первой до третьей остановки и т.д. для каждой остановки и каждого пассажиропотока. Для определения характеристик пассажиропотоков было проведено 100 экспериментов, по итогам которых составлены таблицы перемещений пассажиров (таблицы 3, 4).

Таблица 3. Информация о количестве вошедших в автобус пассажиров

№ остановки	№ эксперимента														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	4	6	5	4	4	5	5	4	5	6	4	4	5	6	4
2	3	2	2	3	3	2	2	3	2	2	3	3	3	2	2
3	1	2	2	1	2	2	1	1	2	1	2	1	1	1	1
4	3	2	2	2	2	2	2	2	2	3	2	3	2	2	2

Таблица 4. Информация о количестве вышедших из автобуса пассажиров

№ остановки	№ эксперимента														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	3	3	3	3	2	3	2	3	3	2	3	3	3	3	4
3	3	5	4	4	3	4	4	4	3	5	3	3	3	4	2
4	3	3	3	1	4	3	2	1	3	2	4	2	3	3	2
5	2	1	1	2	2	1	2	2	2	3	1	3	2	1	1

В таблице 3, 4 представлена информация о полученных пассажиропотоках для первых 15 экспериментов.

Для поиска неизвестных p_{ij} , $i < j$, $j = 1, \dots, K$ воспользуемся методом наименьших квадратов. Сумма квадратов отклоне-

ний s :

$$(3) \quad s = \sum_{r=1}^N \sum_{j=2}^K \left(y_j^r - \sum_{i=1}^{j-1} x_i^r p_{ij} \right)^2,$$

где $N = 100$, $K = 5$. Тогда

$$(4) \quad s = \sum_{r=1}^{100} \sum_{j=2}^5 \left(y_j^r - \sum_{i=1}^{j-1} x_i^r p_{ij} \right)^2 = \sum_{r=1}^{100} \left[(y_2^r - x_1^r p_{12})^2 + \right. \\ \left. + (y_3^r - x_1^r p_{13} - x_2^r p_{23})^2 + (y_4^r - x_1^r p_{14} - x_2^r p_{24} - x_3^r p_{34})^2 + \right. \\ \left. + (y_5^r - x_1^r p_{15} - x_2^r p_{25} - x_3^r p_{35} - x_4^r p_{45})^2 \right],$$

с ограничениями $p_{12} + p_{13} + p_{14} + p_{15} = 1$, $p_{23} + p_{24} + p_{25} = 1$, $p_{34} + p_{35} = 1$, $p_{ij} \geq 0$, для любых i, j .

Используя метод множителей Лагранжа [7], сократим число ограничений, сформировав при этом новую функцию S :

$$(5) \quad S = \sum_{r=1}^{100} \left[(y_2^r - x_1^r p_{12})^2 + (y_3^r - x_1^r p_{13} - x_2^r p_{23})^2 + \right. \\ \left. + (y_4^r - x_1^r p_{14} - x_2^r p_{24} - x_3^r p_{34})^2 + \right. \\ \left. + (y_5^r - x_1^r p_{15} - x_2^r p_{25} - x_3^r p_{35} - x_4^r p_{45})^2 \right] - \lambda_1 (p_{12} + p_{13} + \\ + p_{14} + p_{15} - 1) - \lambda_2 (p_{23} + p_{24} + p_{25} - 1) - \lambda_3 (p_{34} + p_{35} - 1),$$

с ограничениями $p_{ij} \geq 0$, при любых i, j .

Задача состоит в том, чтобы найти минимум функции S относительно неизвестных параметров p_{ij} , λ_t , для $i < j$, $j = 1, \dots, K$, $t = 1, 2, 3$.

Минимума функция S достигает при следующих значениях параметров: $p_{12} = 0,48$; $p_{13} = 0,52$; $p_{14} = 0$; $p_{15} = 0$; $p_{23} = 0,67$; $p_{24} = 0,33$; $p_{25} = 0$; $p_{34} = 1$; $p_{35} = 0$; $p_{45} = 1$.

Общее число пассажиров на остановках колеблется в пределах от 9 до 14 человек. Для пассажиропотока из 11 человек средние значения пассажиропотоков распределены следующим образом (таблица 5).

Теперь найдем неизвестные p_{ij} , используя метод минимизации суммы абсолютных величин разностей. Сумма абсолютных

Таблица 5. Информация о среднем значении пассажиропотоков, полученная при помощи метода наименьших квадратов

№ остановки	2	3	4	5	Среднее количество пассажиров, находящихся на остановке
1	2,4	2,6	0	0	5
2	0	2,01	0,99	0	3
3	0	0	1	0	1
4	0	0	0	2	2
Среднее количество пассажиров, вышедших на остановке	2,4	4,61	1,99	2	

величин разностей s_1 для пяти остановочных пунктов и ста экспериментов:

$$(6) \quad s_1 = \sum_{r=1}^{100} \sum_{j=2}^5 \left| y_j^r - \sum_{i=1}^{j-1} x_i^r p_{ij} \right| = \sum_{r=1}^{100} [|y_2^r - x_1^r p_{12}| +$$

$$+ |y_3^r - x_1^r p_{13} - x_2^r p_{23}| + |y_4^r - x_1^r p_{14} - x_2^r p_{24} - x_3^r p_{34}| +$$

$$+ |y_5^r - x_1^r p_{15} - x_2^r p_{25} - x_3^r p_{35} - x_4^r p_{45}|],$$

с ограничениями $p_{12} + p_{13} + p_{14} + p_{15} = 1$, $p_{23} + p_{24} + p_{25} = 1$, $p_{34} + p_{35} = 1$, $p_{ij} \geq 0$, для любых i, j .

Введем переменные

$$(7) \quad Z_j^r = \begin{cases} y_j^r - \sum_{i=1}^{j-1} x_i^r p_{ij}, & \text{если } y_j^r - \sum_{i=1}^{j-1} x_i^r p_{ij} \geq 0, \\ 0, & \text{если } y_j^r - \sum_{i=1}^{j-1} x_i^r p_{ij} < 0; \end{cases}$$

и

$$(8) \quad W_j^r = \begin{cases} \sum_{i=1}^{j-1} x_i^r p_{ij} - y_j^r, & \text{если } y_j^r - \sum_{i=1}^{j-1} x_i^r p_{ij} \leq 0, \\ 0, & \text{если } y_j^r - \sum_{i=1}^{j-1} x_i^r p_{ij} > 0; \end{cases}$$

Очевидно, что

$$(9) \quad y_j^r - \sum_{i=1}^{j-1} x_i^r p_{ij} = Z_j^r - W_j^r$$

и

$$(10) \quad \left| y_j^r - \sum_{i=1}^{j-1} x_i^r p_{ij} \right| = Z_j^r + W_j^r.$$

Тогда задача будет состоять в том, чтобы найти минимум функции S_1 :

$$(11) \quad S_1 = \sum_{r=1}^{100} \sum_{j=2}^5 (Z_j^r + W_j^r),$$

с ограничениями: $p_{ij} \geq 0$ при любых i, j ; $\sum_{j=i+1}^4 p_{ij} = 1$ при любом i ; $y_j^r = \sum_{i=1}^{j-1} x_i^r p_{ij} + Z_j^r - W_j^r$, $j = 2, \dots, 5$; $Z_j^r \geq 0$, $W_j^r \geq 0$, $r = 1, \dots, N$. При этом неизвестными параметрами в задаче будут величины p_{ij} , Z_j^r , W_j^r , где $i < j \leq 5$, $i = 1, \dots, 4$.

Минимума функция S_1 достигает при следующих значениях параметров: $p_{12} = 0,5$; $p_{13} = 0,49$; $p_{14} = 0,01$; $p_{15} = 0$; $p_{23} = 0,68$; $p_{24} = 0,32$; $p_{25} = 0$; $p_{34} = 1$; $p_{35} = 0$; $p_{45} = 1$. Для пассажиропотока из 11 человек средние значения пассажиропотоков распределены следующим образом (таблица 6):

Таблица 6. Информация о среднем значении пассажиропотоков, полученная при помощи метода минимизации абсолютных величин разностей

№ остановки	2	3	4	5	Среднее количество пассажиров, находящихся на остановке
1	2,5	2,45	0,05	0	5
2	0	2,04	0,96	0	3
3	0	0	1	0	1
4	0	0	0	2	2
Среднее количество пассажиров, вышедших на остановке	2,5	4,49	2,01	2	

Полученная информация о пассажиропотоках позволяет делать выводы относительно величин пассажиропотоков для различных направлений, а также внутри самого маршрута. Наибольшие пассажиропотоки наблюдаются между 1 и 2 остановочными пунктами, а также между пунктами 1 и 3, 2 и 3, 3 и 4. Аналогично можно определить участки маршрута, где наблюдается небольшой пассажиропоток.

3. Модель системы для $K = 10$

Рассмотрим модель, которая включает десять остановок и пассажиропотоки между остановками в прямом направлении. Определим характеристики пассажиропотоков параметрическими методами.

Было проведено сто экспериментов, по итогам которых составлены таблицы перемещений пассажиров (таблица 7, 8).

Таблица 7. Информация о количестве вошедших в автобус пассажиров

№ остановки	№ эксперимента														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	5	6	6	4	6	5	6	4	4	4	5	6	4	4	6
2	3	3	2	3	2	3	2	2	3	2	3	2	3	2	2
3	2	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	2	2	2	1
4	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
5	3	4	3	3	3	5	5	3	4	5	4	3	4	3	5
6	3	3	3	3	4	3	4	3	4	3	4	4	4	3	4
7	1	1	2	1	2	1	1	1	1	2	2	2	1	1	1
8	3	2	2	2	2	2	2	3	2	3	2	2	2	3	2
9	1	2	2	1	1	1	2	2	2	1	2	1	2	2	2

В таблицах 7, 8 представлена информация о полученных пассажиропотоках для первых 15 экспериментов.

На основе экспериментальных данных найдены значения неизвестных параметров методом наименьших квадратов и методом минимизации суммы абсолютных величин. В таблице 9

Таблица 8. Информация о количестве вышедших из автобуса пассажиров

№ остановки	№ эксперимента														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	3	3	3	2	3	3	3	3	2	2	2	3	2	3	3
3	5	6	5	5	4	4	5	3	5	4	6	4	5	3	5
4	2	1	0	1	2	1	1	2	1	1	1	2	1	2	1
5	1	2	3	1	4	2	3	2	2	2	3	4	2	2	3
6	5	3	3	6	2	7	4	3	6	6	4	2	6	3	4
7	1	2	2	3	3	1	3	2	3	2	4	3	3	2	3
8	3	3	4	1	4	3	3	3	2	4	3	4	2	3	3
9	3	1	2	2	2	1	2	3	2	3	1	2	2	3	2
10	1	3	2	1	1	2	2	2	2	1	3	1	2	2	2

представлена информация о найденных значениях параметров.

Значения параметров, полученные разными методами близки друг к другу, что позволяет делать вывод о возможности применения любого из этих методов при поиске значений пассажиропотоков.

Таким образом, на основе результатов, полученных в сочетании натуральных экспериментов и статистических методов, возможно собрать информацию не только о наиболее и наименее популярных остановках среди пассажиров, но и информацию о передвижениях пассажиров, в том числе на каких остановках они садятся, куда хотят приехать и т.д. Полученная информация может быть полезна при планировании новых маршрутов или оптимизации действующих за счет увеличения или уменьшения интервалов движения автобусов.

Результаты исследования возможно применять не только для автобусных перевозок. Это могут быть пригородные, внутригородские, наземные, подземные, а также водные или монорельсовые перевозки. Однако наиболее актуальной на данный момент остается проблема наземного городского транспорта, о чем свидетельствуют многочисленные известия о ситуациях с пробка-

ми во многих городах, а также тендеры на официальном сайте zakurki.gov.ru на решение (исследование) проблем общественного транспорта, а также анализа и оценки пассажиропотоков [8–10]. Поэтому в работе такое большое внимание уделяется именно наземному городскому транспорту.

Таблица 9. Информация о распределении пассажиропотоков, полученная при помощи параметрических методов

	МНК	ММС		МНК	ММС		МНК	ММС
p_{12}	0,48	0,5	p_{29}	0	0,01	p_{56}	0,99	0,97
p_{13}	0,43	0,37	p_{210}	0	0	p_{57}	0	0,02
p_{14}	0,04	0,06	p_{34}	0,77	0,65	p_{58}	0,01	0,01
p_{15}	0	0,01	p_{35}	0,09	0,1	p_{59}	0	0,01
p_{16}	0,05	0,05	p_{36}	0,1	0,13	p_{510}	0	0
p_{17}	0	0,01	p_{37}	0,02	0,06	p_{67}	0,78	0,65
p_{18}	0	0,01	p_{38}	0,03	0,05	p_{68}	0,21	0,24
p_{19}	0	0,01	p_{39}	0	0,01	p_{69}	0,01	0,11
p_{110}	0	0	p_{310}	0	0,01	p_{610}	0	0
p_{23}	0,98	0,98	p_{45}	0,66	0,61	p_{78}	0,79	0,59
p_{24}	0,01	0,01	p_{46}	0,2	0,21	p_{79}	0,2	0,26
p_{25}	0,01	0	p_{47}	0,04	0,08	p_{710}	0,01	0,15
p_{26}	0	0,01	p_{48}	0,09	0,1	p_{89}	0,86	0,72
p_{27}	0	0	p_{49}	0,01	0	p_{810}	0,14	0,28
p_{28}	0	0	p_{410}	0	0	p_{910}	1	1

4. Выводы и перспективы

В работе проведено исследование статистической модели интенсивности пассажиропотоков между остановками. На основании натуральных экспериментов построена математическая модель системы. На примерах для $K = 5$, $K = 10$ продемонстрирована методика определения пассажиропотоков между остановками. Величины пассажиропотоков найдены при помощи методов наименьших квадратов и минимизации абсолютных величин разностей. Заметим, что предложенная процедура определения

пассажиropотоков легко реализуема на практике. Например, в автобусах в больших городах пассажиры входят на остановке в первую дверь и регистрируют свой билет в специальном автомате. Выход осуществляется через другие двери, где можно просто установить дополнительные фиксирующие устройства.

Литература

1. АРТЫНОВ А.П., ЕМБУЛАЕВ В.Н., ПУПЫШЕВ А.В. И ДР. *Автоматизация управления транспортными системами*. – М.: Наука, 1984. – 272 с.
2. БАНДИ Б. *Методы оптимизации. Вводный курс*. – М.: Радио и связь, 1988. – 128 с.
3. БОРОВКОВ А.А. *Теория вероятностей*. – М.: Эдиториал УРСС. – 472 с.
4. БУРЕ В.М., ПАРИЛИНА Е.М. *Теория вероятностей и математическая статистика: учебник*. – СПб.: «Лань», 2013. – 416 с.
5. ВАРЕЛОПУЛО Г.А. *Организация движения и перевозок*. – М.: Транспорт, 1981. – 199 с.
6. ГИЛЛ Ф., МЮРРЕЙ У., РАЙТ М. *Практическая оптимизация*. – М.: Мир, 1985. – 510 с.
7. ДРЕЙПЕР Н., СМИТ Г. *Прикладной регрессионный анализ. Т. 1* – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 1986. – 366 с.
8. *Официальный сайт Российской Федерации в сети Интернет для размещения информации о размещении заказов на поставки товаров, выполнение работ, оказание услуг* http://zakupki.gov.ru/pgz/public/action/orders/info/common_info/show?notificationId=6795209 (дата обращения: 20.12.2013).
9. *Официальный сайт Российской Федерации в сети Интернет для размещения информации о размещении заказов на поставки товаров, выполнение работ, оказание услуг* http://zakupki.gov.ru/pgz/public/action/orders/info/common_

- info/show?source=epz¬ificationId=8275955 (дата обращения: 25.12.2013).
10. *Официальный сайт Российской Федерации в сети Интернет для размещения информации о размещении заказов на поставки товаров, выполнение работ, оказание услуг*
http://zakupki.gov.ru/pgz/public/action/orders/info/common_info/show?source=epz¬ificationId=5629611 (дата обращения: 25.12.2013).
 11. ПОСТНИКОВА Е. *Квантильная регрессия*. [Электронный ресурс]. – URL: <http://allmath.ru/highermath/probability/probability48/probability.htm> (дата обращения: 12.09.2013).

ESTIMATING PASSENGERS TRAFFIC CHARACTERISTICS IN TRANSPORT SYSTEMS

Vladimir Bure, St.Petersburg State University, St. Petersburg,
Doctor of Science, professor (vlb310154@gmail.com).

Vladimir Mazalov, Institute of Applied Mathematical Research
Karelian Research Center of RAS, Petrozavodsk, Doctor of Science,
professor (vmazalov@krc.karelia.ru).

Nina Plaksina, Petrozavodsk State University, Petrozavodsk,
post-graduate student (plaksina_nv@mail.ru).

Abstract: We consider a statistical model of passengers' flow between bus stops. Intensity of incoming and outgoing passenger flows is supposed to be known. We propose a model to estimate the function of distribution of passengers, who come in at a certain bus stop, among all successive bus stops. We also present the results of computer simulations based on empirical experiments.

Keywords: game theory, passenger traffic, transport system, natural experiment, equilibrium.

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии А. А. Печниковым*

Поступила в редакцию 30.11.2013.

Опубликована 31.01.2014.