

УДК 527.62  
ББК 39.57-5

## ЗАДАЧА КАЛИБРОВКИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ

Каршаков Е. В.<sup>1</sup>

(ФГБУН Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

*В статье приведены алгоритмы калибровки бортовой низко-частотной электромагнитной системы относительного позиционирования, позволяющие повысить точность определения параметров взаимного расположения источника и приемника переменного магнитного поля. Рассматриваются различные варианты постановки задачи, отличающиеся набором используемой для калибровки информации. Приводятся результаты калибровки электромагнитной системы относительного позиционирования, интегрированной в комплекс ЕМ-4Н, решающий задачу аэрогеофизических исследований с использованием летательного аппарата в качестве носителя.*

Ключевые слова: электромагнитная система относительного позиционирования, переменное магнитное поле, магнитный диполь, ЕМ-4Н.

### 1. Введение

Электромагнитные системы относительного позиционирования, которым посвящена данная работа, позволяют определить с высокой точностью параметры взаимного расположения двух объектов. Характер зависимости параметров магнитного

---

<sup>1</sup> Евгений Владимирович Каршаков, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник (karshak@mail.ru).

поля от удаления приемника от источника и ориентации по отношению к нему, а также чувствительность датчиков поля в совокупности обеспечивают точность определения координат порядка 1 см, а точность определения углов не хуже 1 градуса [1, 6].

Одна из задач, в которой требуется определение не только взаимного расположения двух объектов, но и их взаимной ориентации, это задача относительного позиционирования буксируемого на гибком тросе за летательным аппаратом объекта в системе аэроэлектромагнитного зондирования (аэроэлектроразведки), используемой при геофизических исследованиях. В таких системах на фюзеляже самолета или вертолета крепится источник переменного магнитного поля, а в буксируемой гондole помещается приемник. Длина троса – от 70 до 130 метров. Главная цель для таких систем – с высокой точностью измерить параметры поля возбуждаемых в земле вихревых токов. Основная проблема – отличить поле отклика от земли от первичного поля передатчика, меняющегося при взаимных перемещениях гондолы и носителя, и от поля, наведенного в фюзеляже летательного аппарата, а также разделить вертикальную и горизонтальную составляющие поля. Эти задачи возникли сразу при рассмотрении вопросов установки электромагнитной системы на борту летательного аппарата [9].

Решение задачи относительного позиционирования передатчика и приемника не теряет актуальности и сейчас и обсуждается в ряде публикаций применительно к таким системам, как *Megatem*, которые используются при аэросъемочных работах компанией *Fugro Airborne* [10, 11], и к системам EM-4Н, применяемым такими компаниями, как Норильский филиал ВСЕГЕИ, Амакинская ГРЭ АК «Алроса», ЗАО «ГНПП «Аэрогеофизика» и др. [5, 6]. Наличие соответствующей информации об относительном расположении летательного аппарата и буксируемого объекта позволяет полностью исключить влияние геометрического фактора на показания электромагнитной системы и получить весь необходимый набор параметров для решения задач интерпретации. В области использования электромагнитных

сигналов для решения указанной задачи Р. Смитом была сделана попытка построить систему с измерением параметров поля одного источника переменного магнитного поля [11], которая, однако, не обеспечила нужной точности и полноты информации. Главная особенность решения, предложенного в работе [6], – построение электромагнитной системы относительного позиционирования с использованием дополнительных источников поля. Данный метод оказывается работоспособным при условии, что в точке измерения обеспечивается возможность различить векторы поля источников друг от друга. Это достигается при уникальном для каждого источника спектре сигнала возбуждения.

Как правило, источники поля формируются петлевыми диполями, геометрические параметры которых позволяют определить их магнитные моменты [7]. Однако величина вычисленного магнитного момента не совпадает с моментом излучаемого поля из-за наличия проводящих элементов в окрестности источника. Так, при установке источника на борту летательного аппарата проводящие части фюзеляжа приводят к искажению поля источника на стабильную величину порядка 1% [2]. Чтобы избежать влияния возникающих таким образом систематических погрешностей на точность решения задачи относительного позиционирования, требуется произвести калибровку параметров источников поля.

Структура данной работы следующая. Сначала будет приведено формальное описание метода относительного позиционирования, который также является теоретической основой для решения задачи калибровки. Далее будет приведена общая постановка задачи калибровки системы диполей и будут даны алгоритмы ее решения при различных наборах дополнительной информации. В заключение будет дан результат решения задачи калибровки для системы относительного позиционирования, интегрированной в комплекс ЕМ-4Н [3], установленный на борту летательного аппарата и решающий задачу аэрогеофизических исследований.

## 2. Описание метода позиционирования

Метод решения задачи относительного позиционирования основывается на измерении параметров низкочастотного переменного магнитного поля трех совмещенных диполей.

Рассмотрим источник переменного магнитного поля в виде точечного диполя с магнитным моментом, заданным вектором  $\mathbf{M}(t) = \mathbf{M} \cos \omega t$ ,  $\mathbf{M} \in \mathbf{R}^3$ , меняющимся с частотой  $\omega$ , расположенного для удобства в начале системы координат. При решении задачи относительного позиционирования в качестве среды распространения поля рассматривается атмосферный воздух или вакуум. В предположении, что соблюдаются условия квазистационарности, а фаза возбуждения известна, измеренный вектор напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}$  в точке с координатами  $\mathbf{r} = (x_1, x_2, x_3)$  будет иметь вид [7]:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}(\mathbf{r}) \cos \omega t,$$

$$(1) \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi r^3} \{3\mathbf{e}_r (\mathbf{e}_r, \mathbf{M}) - \mathbf{M}\},$$

$$r = |\mathbf{r}|, \quad \mathbf{e}_r = \frac{\mathbf{r}}{r}.$$

Для удобства дальнейших выкладок воспользуемся формализмом, применяемым в теории матриц [4]. Так, любая матрица  $A$  размера  $m \times n$ , т.е. состоящая из  $m$  строк и  $n$  столбцов, может быть умножена на матрицу  $B$  размера  $n \times k$ , при этом элемент в  $i$ -й строке и  $j$ -м столбце результирующей матрицы  $C$  размера  $m \times k$  представляется следующей суммой:

$$(2) \quad C = AB, \quad C_{ij} = \sum_{l=1}^n A_{il} B_{lj}.$$

При таком подходе векторы соотношения (1) могут быть записаны как матрицы  $3 \times 1$ . В этом случае верны следующие равенства:

$$(3) \quad \mathbf{e}_r^T \mathbf{e}_r = (\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_r) = 1, \quad \mathbf{e}_r \mathbf{e}_r^T = \begin{pmatrix} e_1 e_1 & e_1 e_2 & e_1 e_3 \\ e_2 e_1 & e_2 e_2 & e_2 e_3 \\ e_3 e_1 & e_3 e_2 & e_3 e_3 \end{pmatrix},$$

Здесь  $\Gamma$  – символ транспонирования. Учитывая (3), можно преобразовать слагаемые в выражении (1) следующим образом:

$$(4) \quad \mathbf{e}_r(\mathbf{M}, \mathbf{e}_r) = \mathbf{e}_r \mathbf{e}_r^T \mathbf{M}.$$

Теперь поле в произвольной точке можно выразить соотношением

$$(5) \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi r^3} (3\mathbf{e}_r \mathbf{e}_r^T - I) \mathbf{M} = \Omega(\mathbf{r}) \mathbf{M}.$$

Здесь  $I$  – единичная матрица  $3 \times 3$ .

Полученный в соотношении (5) оператор  $\Omega(\mathbf{r})$  обладает важными свойствами. Во-первых, он представляется матрицей, невырожденной везде, где она определена, т.е. везде, кроме точки  $\mathbf{r} = 0$ . Следовательно, везде существует и матрица

$$(6) \quad \Theta(\mathbf{r}) = [\Omega(\mathbf{r})]^{-1} = 2\pi r^3 (3\mathbf{e}_r \mathbf{e}_r^T - 2I), \quad \mathbf{M} = \Theta(\mathbf{r}) \mathbf{H}.$$

Во-вторых, при фиксированном направлении  $\mathbf{e}_r$  с изменением расстояния меняется только модуль вектора  $\mathbf{H}$  как  $1/r^3$ . Очевидно, похожим свойством обладает и обратная матрица – при фиксированном  $\mathbf{e}_r$  меняется только модуль вектора  $\mathbf{M}$  как  $r^3$ .

Допустим, что амплитуда возбуждающего диполя известна. Если в системе координат приемных рамок измерены компоненты вектора напряженности, то для каждого направления  $\mathbf{e}_r$  существует единственная точка, в которой можно поместить возбуждающий диполь, обеспечивающий полученное значение поля. Направление вектора момента в системе координат приемника при этом однозначно задается соотношением (6). Расстояние до этой точки определяется следующим образом:

$$(7) \quad r = \sqrt[3]{\frac{|\mathbf{M}|}{2\pi |(3\mathbf{e}_r \mathbf{e}_r^T - 2I) \mathbf{H}|}}.$$

Данное соотношение задает в пространстве замкнутую, выпуклую, центрально симметричную поверхность, являющуюся геометрическим местом точек возможного положения передающего диполя.

Пусть теперь в точке начала координат располагаются три точечных диполя, поле, возбуждаемое этими диполями, линейно

поляризовано, а частоты гармонического возбуждения различимы после детектирования.

Разместим в точке приема, определяемой в выбранной системе координат радиус-вектором  $\mathbf{r}$ , тройку приемных рамок, оси которых также взаимно перпендикулярны и задают систему координат приемника, развернутую относительно осей базовой системы координат на углы, определяемые некой матрицей поворота  $R$ . Тогда вектор поля на каждой частоте, измеряемый этой системой рамок, будет определяться уравнениями:

$$(8) \quad \mathbf{H}_i = R\Omega(\mathbf{r})\mathbf{M}_i, \quad i = 1, 2, 3.$$

С целью исключения влияния параметров матрицы поворота чувствительных осей датчика выписывается следующая система уравнений в системе координат приемника:

$$\mathbf{M}_i^T \mathbf{M}_j = \mathbf{H}_i^T \Theta^2(\mathbf{r}) \mathbf{H}_j, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad j \geq i,$$

$$(9) \quad \mathbf{e}_r^T \mathbf{e}_r = 1,$$

$$\Theta^2(\mathbf{r}) = 4\pi^2 r^6 (-3\mathbf{e}_r \mathbf{e}_r^T + 4I).$$

Это система семи уравнений, в которых известными являются параметры векторов  $\mathbf{H}_i$  в системе координат приемника и  $\mathbf{M}_i$  в системе координат передатчика, а определить требуется компоненты вектора  $\mathbf{e}_r$  и расстояние  $r$ . Поскольку величина скалярного произведения не зависит от поворота системы координат, данное уравнение всегда определено. Если его решить, соотношение (6) позволит определить компоненты векторов  $\mathbf{M}_i$  в системе координат приемника, и, как следствие, матрицу  $R$  перехода от системы координат передатчика к системе координат приемника, а значит и углы их взаимной ориентации.

Вводится следующий набор переменных:

$$(10) \quad \begin{aligned} v_1 &= e_1 e_1, & v_2 &= e_1 e_2, & v_3 &= e_1 e_3, & v_4 &= e_2 e_2, \\ v_5 &= e_2 e_3, & v_6 &= e_3 e_3, & v_7 &= -\frac{1}{4\pi r^6}. \end{aligned}$$

После такой замены система (9) становится системой линейных алгебраических уравнений, которая может быть решена методом Гаусса. Вопросы существования и единственности решения обсуждаются в работе [6].

Получив набор значений  $v_1, \dots, v_7$ , можно вычислить значения искомых компонент вектора  $e_r$  и  $r$ . Результатом будут два решения, которые имеют диаметрально противоположное положение относительно точки расположения диполей  $e_r, -e_r$  (рис. 1).

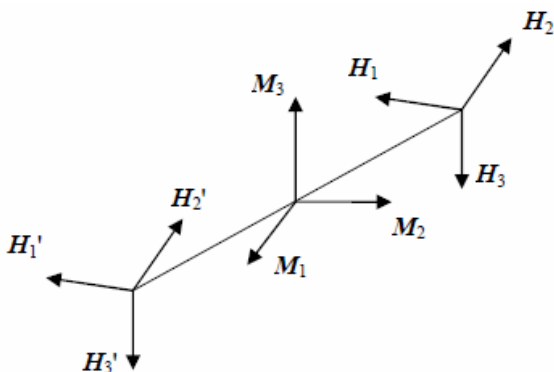


Рис. 1. Два решения

Выбор из двух решений можно сделать, имея достаточно грубую дополнительную информацию. Например, решая задачу позиционирования буксируемого за летательным аппаратом с установленными на нем передатчиками объекта с приемником, можно использовать информацию о том, какая ось чувствительности приемника направлена вверх, и, исходя из этого, выбрать то решение, которое соответствует положению летательного аппарата в верхнем полупространстве.

### 3. Калибровка системы

Описанный выше метод определения параметров взаимного расположения передатчика и приемника переменного магнитного поля предполагает наличие идеальных источников поля. Появление проводящего ток объекта вблизи источника переменного магнитного поля приводит к тому, что возникают вторичные источники, работающие на той же частоте, но со сдвигом по фа-

зе. В общем случае измеряемый вектор можно записать в виде комплексного числа:

$$(11) \quad \mathbf{H}'(\mathbf{r}) = \sum_j \mathbf{H}_{\text{Re } j}(\mathbf{r}) - i \sum_j \mathbf{H}_{\text{Im } j}(\mathbf{r}),$$

$$\mathbf{H}' \in \mathbf{C}^3, \quad \mathbf{H}_{\text{Re } j}, \mathbf{H}_{\text{Im } j} \in \mathbf{R}^3.$$

Здесь  $j$  – порядковый номер источника; индекс Re соответствует синфазной возбуждению компоненте поля соответствующего источника (действительный вектор); индекс Im – квадратурной (мнимый вектор);  $i$  – мнимая единица. Одно из важнейших свойств полученного таким образом поля заключается в том, что при изменении фазы детектирования на величину  $\varphi$ , что в комплексной записи эквивалентно умножению на  $e^{i\varphi}$ , концы действительного и мнимого векторов описывают плоскую кривую – эллипс, называемый эллипсом поляризации [8]. Таким образом, моменты реальных источников поля  $\mathbf{M}_i'$  отличаются от вычисленных по параметрам петлевых диполей  $\mathbf{M}_i$ . Как следствие, измеренные векторы удовлетворяют выражению

$$(12) \quad \mathbf{H}_i' = \mathbf{H}_i + k_{i1}\mathbf{H}_1' + k_{i2}\mathbf{H}_2' + k_{i3}\mathbf{H}_3',$$

$$\mathbf{H}_i' \in \mathbf{C}^3, \quad \mathbf{H}_i \in \mathbf{R}^3, \quad k_{ij} \in \mathbf{C}, \quad i, j = 1, 2, 3.$$

Будем полагать, что вторичные источники стабильны, то есть коэффициенты  $k_{ij}$  в соотношении (12) не зависят от времени. Второе предположение, заключающееся в том, что  $k_{ij}$  не зависят от  $\mathbf{r}$ , означает, что смещением центров вторичных диполей можно пренебречь. Учитывая линейность выражений (5), (6) соотношение (12) эквивалентно

$$(13) \quad \mathbf{M}_i' = \mathbf{M}_i + k_{i1}\mathbf{M}_1' + k_{i2}\mathbf{M}_2' + k_{i3}\mathbf{M}_3',$$

$$\mathbf{M}_i' \in \mathbf{C}^3, \quad \mathbf{M}_i \in \mathbf{R}^3, \quad k_{ij} \in \mathbf{C}, \quad i, j = 1, 2, 3.$$

Таким образом, для решения задачи калибровки электромагнитной системы относительного позиционирования требуется определить комплексные коэффициенты  $k_{ij}$  в соотношении (13).

При наличии сторонней полной информации о взаимном расположении систем координат передатчика и приемника задача становится тривиальной. С учетом (5) можно вычислить век-



торы  $\mathbf{H}_i$  в системе координат приемника и решить систему (12) относительно неизвестных  $k_{ij}$ .

Реализовать соответствующий калибровочный эксперимент для конкретных систем технически сложно, поэтому актуальна постановка задачи калибровки при ограниченном наборе сторонней информации.

Исходя из опыта эксплуатации [2] введем еще одно предположение. Будем считать поле искажающих источников малым по отношению к первичному расчетному полю. Это позволяет линеаризовать задачу определения поправочных коэффициентов. Амплитуда первичного поля полагается известной, поскольку может быть вычислена с учетом геометрических и электрических параметров диполя, таких как ток, количество витков, размер [7].

### 3.1. ПРИВЕДЕНИЕ К ЛИНЕЙНО ПОЛЯРИЗОВАННОМУ ПОЛЮ

Пусть в результате синхронного детектирования в определенной фазе нами получено некое комплексное значение вектора напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}_i'$ . Можно так подобрать значение начальной фазы  $\varphi_i$ , чтобы, например, действительный вектор совпал с большой полуосью эллипса поляризации. В этой фазе его длина, а значит, и скалярное произведение на самого себя, достигает максимума. Поскольку изменение фазы детектирования  $\varphi_i$  соответствует умножению на  $\exp[i\varphi_i]$ , условие максимума можно записать следующим образом:

$$(14) \quad \frac{d(\operatorname{Re}\{\mathbf{H}_i' \exp[i\varphi_i]\}, \operatorname{Re}\{\mathbf{H}_i' \exp[i\varphi_i]\})}{d\varphi_i} = 0,$$

что эквивалентно

$$(15) \quad [(\operatorname{Im} \mathbf{H}_i', \operatorname{Im} \mathbf{H}_i') - (\operatorname{Re} \mathbf{H}_i', \operatorname{Re} \mathbf{H}_i')] \sin 2\varphi_i - 2(\operatorname{Re} \mathbf{H}_i', \operatorname{Im} \mathbf{H}_i') \cos 2\varphi_i = 0$$

Четыре решения уравнения (15) для производной по  $\varphi_i$  определяют две большие и две малые полуоси эллипса:

$$(16) \quad \operatorname{tg}(2\varphi_i) = \frac{2(\operatorname{Re} \mathbf{H}_i', \operatorname{Im} \mathbf{H}_i')}{(\operatorname{Re} \mathbf{H}_i')^2 - (\operatorname{Im} \mathbf{H}_i')^2}.$$

Полученное соотношение определяет фазы, при которых реальный и мнимый векторы совпадают с главными осями эллипса поляризации. Решение (16) дает четыре различных значения фазы:

$$(17) \varphi_i = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2(\operatorname{Re} \mathbf{H}_i', \operatorname{Im} \mathbf{H}_i')}{(\operatorname{Re} \mathbf{H}_i')^2 - (\operatorname{Im} \mathbf{H}_i')^2} + n \frac{\pi}{2}, \quad n = 0, 1, 2, 3.$$

Осуществляя детектирование в данных фазах можно получить векторы большой и малой полуосей эллипса поляризации. Получившиеся скалярные величины являются инвариантами эллипса поляризации в точке измерения поля, т.е. не меняются при изменении фазы детектирования и при переходе в другую систему координат.

Стоит отметить, что фаза главных осей меняется при изменении координат приемника, поэтому для дальнейших операций ее следует зафиксировать либо на значении для одной точки, либо на среднем значении по некой выборке. В силу сделанных предположений фаза главных осей меняется незначительно.

Переход к параметрам эллипса поляризации позволяет уйти от необходимости знания фазы возбуждения поля. При этом возникает множественность решения, связанная с выбором направления большой полуоси. Неоднозначность разрешается при наличии грубой дополнительной информации, аналогично неоднозначности в решении алгоритма относительного позиционирования.

Теперь, полагая, что фаза детектирования определена, будем искать поправочные коэффициенты первого этапа калибровки в следующем виде:

$$(18) \mathbf{H}_i' = \operatorname{Re} \mathbf{H}_i' + k_{i1}^1 \mathbf{H}_1' + k_{i2}^1 \mathbf{H}_2' + k_{i3}^1 \mathbf{H}_3'.$$

В такой постановке имеется избыточность. Действительно, по сути, задача сводится к выражению мнимого вектора  $\operatorname{Im} \mathbf{H}_i'$  в виде некой линейной комбинации. Достаточно взять три реальных вектора  $\operatorname{Re} \mathbf{H}_j'$ ,  $j = 1, 2, 3$ , а коэффициенты подбирать чисто мнимыми. Однако же избыточность может быть использована для поправок параметров приемника. Для того чтобы определить возможные амплитудные, фазовые и некоторые геометри-

ческие поправки, коэффициенты  $k_{ij}^1$  ищутся в виде комплексных матриц  $3 \times 3$ .

Решение ищется методом наименьших квадратов по серии измерений при разных положениях приемника относительно передатчика:

$$(19) \sum_s \left( H_{ij}' - \operatorname{Re} H_{ij}' - \sum_{l=1}^3 \sum_{m=1}^3 k_{ilm}^1 H_{lm}' \right)^2 \rightarrow \min.$$

Здесь суммирование по  $s$  соответствует суммированию по серии измерений;  $H_{ij}' - j$ -я компонента вектора  $\mathbf{H}_i'$ ;  $H_{lm}' - m$ -я компонента вектора  $\mathbf{H}_l'$ ;  $k_{ilm}^1$  – компонента  $jm$  матрицы  $k_{il}^1$ .

В результате первого этапа калибровки без привлечения дополнительной информации система передатчика приводится к системе линейно поляризованных точечных диполей, поле которых может быть вычислено с учетом коэффициентов  $k_{ij}^1$ :

$$(20) \tilde{\mathbf{H}}_i = \mathbf{H}_i' - k_{i1}^1 \mathbf{H}_1' - k_{i2}^1 \mathbf{H}_2' - k_{i3}^1 \mathbf{H}_3'.$$

### 3.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УГЛОВ МЕЖДУ ДИПОЛЯМИ И ВЕЛИЧИН МОМЕНТОВ

На втором этапе определяются углы между диполями и поправки к их абсолютным величинам. Для этой цели требуется сторонняя информация о длине и направлении радиуса-вектора передатчик-приемник. Учитывая предполагаемую малость калибруемых параметров, можно получить следующие приближенные выражения для скалярных произведений измеренных векторов:

$$(21) \tilde{\mathbf{H}}_i^T \tilde{\mathbf{H}}_j = \mathbf{M}_i^T \Omega^2(\mathbf{r}) \mathbf{M}_j + \sum_{l=1}^3 k_{il}^{\text{II}} \mathbf{M}_i^T \Omega^2(\mathbf{r}) \mathbf{M}_l + \sum_{m=1}^3 k_{jm}^{\text{II}} \mathbf{M}_m^T \Omega^2(\mathbf{r}) \mathbf{M}_j + \bar{\sigma}(k_{ij}^{\text{II}}),$$

$$|k_{jm}^{\text{II}}| \ll 1, \quad k_{jm}^{\text{II}} = 0 \text{ при } i > j.$$

Все величины и компоненты соотношения (21) действительно-значные. Без учета членов второго порядка малости получается система шести линейных уравнений с шестью неизвестными

параметрами поправок. Данные коэффициенты подбираются методом наименьших квадратов по серии измерений в различных точках.

$$(22) \sum_s \left( \Delta_{ij} - \sum_{l=1}^3 k_{il}^{\text{II}} \mathbf{M}_l^T \Omega^2(\mathbf{r}) \mathbf{M}_l - \sum_{m=1}^3 k_{jm}^{\text{II}} \mathbf{M}_m^T \Omega^2(\mathbf{r}) \mathbf{M}_j \right)^2 \rightarrow \min,$$

$$\Delta_{ij} = \tilde{\mathbf{H}}_i^T \tilde{\mathbf{H}}_j - \mathbf{M}_i^T \Omega^2(\mathbf{r}) \mathbf{M}_j.$$

Здесь суммирование по  $s$  соответствует суммированию по серии измерений.

В результате калибровки второго этапа определены углы между излучающими диполями и величины их моментов. Остаточная погрешность — это неизвестный малый угол поворота системы координат передатчика, который задается матрицей  $Q$ :

$$(23) \mathbf{M}_i^c = Q \mathbf{M}_i,$$

где  $\mathbf{M}_i^c$  соответствует системе диполей, полученных после двух этапов калибровки.

### 3.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАЛОГО УГЛА ПОВОРОТА

Чтобы определить матрицу поворота  $Q = \|k_{ij}^{\text{III}}\|$ , требуется поместить приемник в точку с заданной ориентацией относительно диполей передатчика. Если матрица ориентации получена по априорной информации  $R$ , а вычислена по решению задачи относительного позиционирования  $R'$ , то можно получить матрицу малого поворота

$$(24) Q^T = R' R^T.$$

Комбинация полученных на разных этапах коэффициентов дает оценку калибруемых параметров  $k_{ij}$  для системы передающих диполей.

## 4. Результаты калибровки

Описанные алгоритмы калибровки были реализованы в низкочастотной электромагнитной системе относительного позиционирования, интегрированной в аэроэлектроразведочный комплекс ЕМ-4Н. Результаты эксперимента, которые приводятся здесь, были получены на борту вертолета Ми-8.

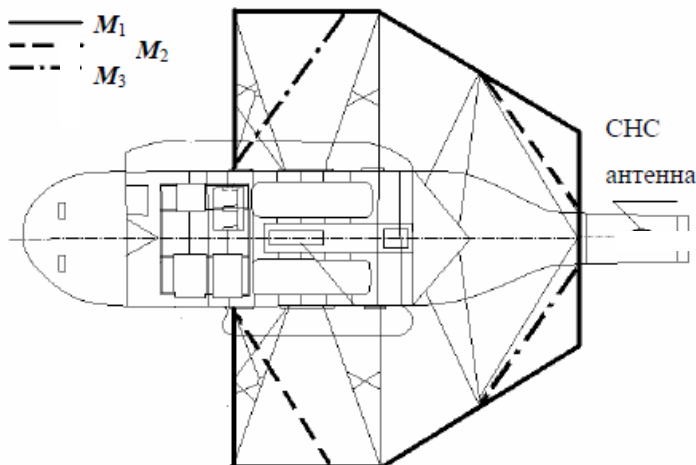


Рис. 2. Установка системы на борту Ми-8

Основной диполь электроразведочной системы был смонтирован на специальной конструкции вокруг фюзеляжа, его момент вертикален. Каждый из двух дополнительных диполей, необходимых для системы относительного позиционирования, представлен парой соленоидальных петель, установленных в передней и хвостовой частях вертолета для того, чтобы центры возбуждения дополнительных диполей были максимально близки к центру основного диполя (рис. 2).

Трехкомпонентный индукционный приемник, позволяющий измерить компоненты вектора напряженности переменного магнитного поля, помещен в гондолу (рис. 3), буксируемую за вертолетом на гибком тросе длиной около 70 метров.

Для реализации второго этапа калибровки на борту вертолета и в буксируемой гондоле установлены антенны СНС – спутниковой навигационной системы (рис. 2, 3). Применение алгоритмов дифференциального режима обработки показаний СНС позволяет определить радиус-вектор «передатчик–приемник» в географической системе координат, а данные об углах курса, крена и тангажа вертолета – получить его проекции в системе координат передатчика переменного магнитного поля, жестко связанной с фюзеляжем летательного аппарата.



Рис. 3. Буксируемая гондола

Результаты калибровки первого этапа можно оценивать по мнимой компоненте вектора напряженности при различных эволюциях. На рис. 4 показаны параметры взаимного расположения передатчика и приемника:  $\theta$  – угол между вектором основного диполя и радиус-вектором «передатчик–приемник»;  $\psi$  – угол между системами координат передатчика и приемника в проекции на плоскость, содержащую основной диполь;  $R$  – расстояние «передатчик–приемник». На рис. 5 – вертикальная проекция мнимой компоненты поля основного диполя до ( $\text{Im } H$ ) и после списания параметров эллиптической поляризации ( $\text{Im } H'$ ) на том же интервале. По вертикальной оси отложена величина проекции в тысячных долях первичного поля (тыс. ppm).

Исходя из данных, представленных на рис. 4, 5, можно видеть, что мнимый вектор содержит постоянную составляющую порядка 5000 ppm и низкочастотную составляющую около 2000 ppm, которые обусловлены поляризацией летательного аппарата, а также высокочастотную составляющую порядка нескольких сотен ppm, которая может быть обусловлена только фазовыми искажениями в приемнике, поскольку проекция на направление вектора диполя не может зависеть от угла поворота системы координат приемника по отношению к этому вектору.

После учета параметров калибровки среднеквадратичное отклонение мнимой компоненты от нуля составляет величину порядка нескольких десятков ppm, а среднее значение в зоне калибровки – единицы ppm.

Результаты калибровки второго этапа могут оцениваться в сравнении с решением СНС в дифференциальном режиме. На рис. 6 приведены оценки расстояния «передатчик–приемник» тремя методами:  $R_{EM}$  – оценка расстояния электромагнитной си-

стемой относительного позиционирования;  $R_{GPS}$  – оценка расстояния СНС в дифференциальном режиме без учета смещения антенн и поворота относительно географической системы координат;  $R_{Sm}$  – оценка расстояния электромагнитной системой на основании измерений поля только одного диполя [11].

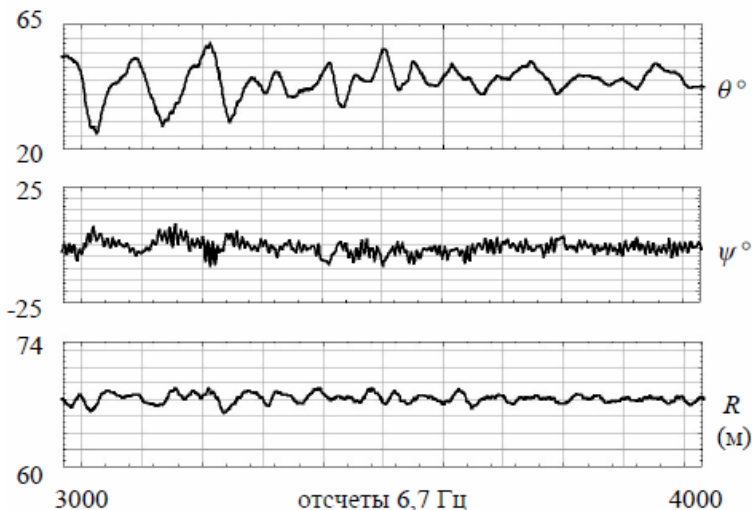


Рис. 4. Параметры движения гондолы



Рис. 5. Мнимая компонента поля в проекции на направление вектора момента основного диполя

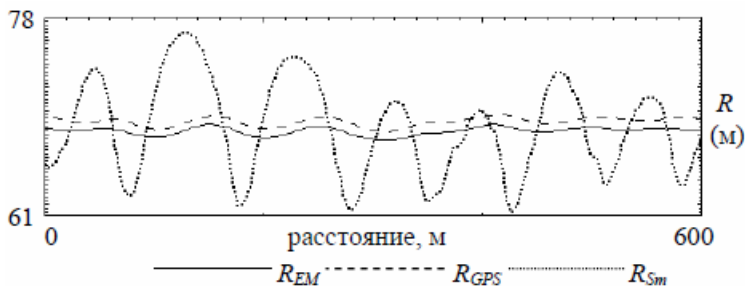


Рис. 6. Расстояние передатчик-приемник

Расхождение  $R_{EM}$  и  $R_{GPS}$  на данном участке составило около 80 см в виде постоянной составляющей, обусловленной смещением антенн, плюс колебания амплитуды до 15 см, обусловленные перемещением приемника переменного магнитного поля относительно антенны СНС. Большие отклонения  $R_{Sm}$  обусловлены тем, что при использовании поля одного диполя невозможно учесть поворот системы координат приемника относительно передатчика. В данном эксперименте гондола была специально дестабилизирована и совершала эволюции амплитудой порядка 10 метров с периодом около трёх секунд. При этом амплитуда угловых колебаний составила величину порядка 15 градусов.

## 5. Заключение

Приведенное решение задачи калибровки электромагнитной системы относительного позиционирования позволяет существенно повысить точность решения задачи определения параметров взаимного расположения передатчика и приемника переменного магнитного поля. При этом задача калибровки разбита на этапы, один из которых можно выполнить без сторонней информации, а другой — с применением информации только о радиус-векторе «передатчик–приемник» в системе координат передатчика.

Описанный алгоритм работает при ряде предположений. Во-первых, считается, что структура вторичных источников, возникающих в окрестности передатчика, не меняется со време-



нем. Это позволяет производить калибровку один раз для одной установки системы диполей. Во-вторых, полагается, что зона, в которой появляются вторичные источники, пренебрежимо мала по сравнению с расстоянием до приемника. Это позволяет решать задачу в предположении, что все источники находятся в одной точке. В-третьих, полагается малость вторичного поля по отношению к первичному. Это позволяет линеаризовать задачу определения поправочных коэффициентов.

Все перечисленные предположения оказываются выполненными для электромагнитной системы относительного позиционирования, интегрированной в комплекс аэроэлектро-разведки ЕМ-4Н. Решение задачи калибровки для этой системы позволило не только обеспечить требуемую точность определения координат приемника в системе координат передатчика, но и определить поле, наведенное в проводящих элементах фюзеляжа носителя, тем самым полностью выделить поле отклика от земли. Результат определения отклика над соленым озером представлен на рис. 7.

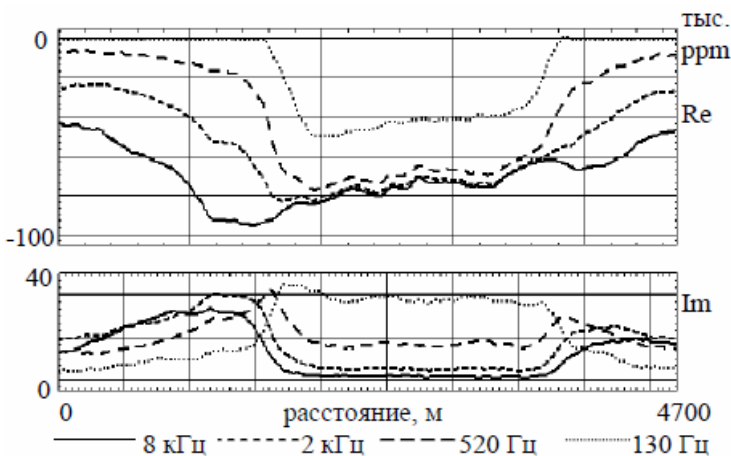


Рис. 7. Поле отклика над соленым озером Тус

Вода соленого озера Тус имеет очень низкое удельное сопротивление, порядка 0,01 Ом·м. Именно для таких объектов задача определения геометрических параметров стоит наиболее

остро [10]. Тем не менее удалось определить реальную и мнимую компоненту отклика для всех рабочих частот основного диполя. На графиках рис. 7 показаны вертикальные составляющие поля отклика для реального (Re) и мнимого (Im) вектора в тысячных долях первичного поля (тыс. ppm).

### **Литература**

1. ВОЛКОВИЦКИЙ А.К. *Измерения физических полей для решения задач управления движением и навигации* // Вопросы оборонной техники. Серия 9. Специальные системы управления, следящие приводы и их элементы. – 2011. – №1(246)–2(247). – С. 83–87.
2. ВОЛКОВИЦКИЙ А.К., КАРШАКОВ Е.В., ПОПОВИЧ В.В. *Компенсация влияния наведенных токов в низкочастотной индуктивной аэроэлектроразведочной системе EM-4H* // Материалы международной конференции, посвященной 50-летию Института геофизики УрО РАН «Геофизические исследования Урала и сопредельных регионов». – Екатеринбург, 2008. – С. 40–43.
3. ВОЛКОВИЦКИЙ А.К., КАРШАКОВ Е.В., МОЙЛАНЕН Е.В. *Низкочастотная индуктивная аэроэлектроразведочная система EM-4H* // Современные проблемы геологии и разведки полезных ископаемых (Записки Горного института. – Т.183). – СПб: Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет), 2009. – С. 83–87.
4. ГАНТМАХЕР Ф.Р. *Теория матриц*. – М.: Наука, 1966. – 576 с.
5. КАРШАКОВ Е.В., ПАВЛОВ Б.В. *Навигационное обеспечение задачи измерения физических полей на борту летательного аппарата* // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2010. – №3. – С. 77–81.
6. ПАВЛОВ Б.В., ВОЛКОВИЦКИЙ А.К., КАРШАКОВ Е.В. *Низкочастотная электромагнитная система относительной навигации и ориентации* // Гироскопия и навигация. – 2010. – №1(68). – С. 3–15.

7. ПАРСЕЛЛ Э. *Берклеевский курс физики. Том II. Электричество и магнетизм.* – М.: Наука, 1983. – 416 с.
8. СВЕТОВ Б.С. *Основы геоэлектрики.* – М.: Изд-во ЛКИ, 2008. – 656 с.
9. СВЕТОВ Б.С. *Теория, методика и интерпретация материалов низкочастотной индуктивной электроразведки.* – М.: Недра, 1973. – 254 с.
10. HEFFORD S.W., SMITH R.S., SAMSON C. *Quantifying the Effects that Changes in Transmitter-Receiver Geometry Have on the Capability of an Airborne Electromagnetic Survey System to Detect Good Conductors* // Exploration and Mining Geology. – 2006. – Vol. 15 nos. 1–2. – P. 43–52.
11. SMITH R.S. *Tracking the Transmitting-Receiving Offset in Fixed-Wing Transient EM Systems: Methodology and Application* // Exploration Geophysics. – 2001. – №32. – P. 14–19.

## CALIBRATION PROBLEM FOR ELECTROMAGNETIC RELATIVE POSITIONING SYSTEM

**Evgeny Karshakov**, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand.Sc., senior researcher (karshak@mail.ru).

*Abstract: Calibration algorithms are introduced for an airborne low-frequency electromagnetic relative positioning system, which allow for more accurate measurement of a distance between the alternating magnetic field transmitter and receiver. Several problem settings are considered for different information sets used for calibration. Calibration results are presented for an electromagnetic relative positioning system integrated in aircraft-carried EM-4H system for airborne geophysical survey.*

Keywords: electromagnetic relative positioning system, alternating magnetic field, magnetic dipole, EM-4H.

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии А. П. Курдюковым*