

УДК 007:681.518.2
ББК 22.18 65.23 65.29

ГРАФОДИНАМИЧЕСКОЕ ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ СЕТЕВЫХ СТРУКТУР

Юдицкий С. А.¹

(Учреждение Российской академии наук Институт
проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН)

Исследована графодинамика изменения конфигураций в процессах развития сетевых структур на заданном временном горизонте. Введён набор элементарных локальных операций преобразования графов. Предложена конечно-автоматная модель развития в терминах действий, преобразующих конфигурацию сети с учётом временного фактора и воздействий внешней среды.

Ключевые слова: сетевая структура, графодинамическое имитационное моделирование, конфигурация сети, локальные операции над графами, конечный автомат, действия, индикаторные логические функции.

1. Введение. Постановка задачи

Во всех развитых странах наблюдается всё возрастающее применение в различных предметных областях сетевых структур и рост интереса к сетевым моделям в управлении. Резко вырос поток публикаций по этой тематике, в том числе русскоязычной литературы. Опубликованы работы по общим вопросам математики сетей [1, 5, 6], по сетевым методам принятия решений [10], социальным сетям [7], сетецентрическому управлению в многоагентных системах [3, 8, 9], рассмотрены многочисленные примеры технологических сетей (в газо- и нефтетранспорт-

¹ Семен Абрамович Юдицкий, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник ИПУ РАН (yuseab@yandex.ru).

ных системах, электроэнергетике, в глобальной и локальных компьютерных средах и т.д. [4, 15]).

Сетевая структура моделируется графом, вершины которого соответствуют автономным функциональным единицам – агентам, а рёбра отображают взаимодействия между агентами. Взаимодействие заключается в том, что один из агентов посылает другому сообщение и получает от него ответ. Такой «сеанс взаимодействия» может инициироваться любым из пары агентов, повторяться многократно, причём каждое следующее выполнение сеанса возможно только после завершения предыдущего.

Эффективность управления поведением сетевой структуры во многом определяется предварительным имитационным моделированием, в ходе которого определяются временные и ресурсные характеристики системы, конфликтные ситуации, «узкие места» и т.д. Целью моделирования является также прогнозирование процессов развития сетевой структуры, с определением её возможных конфигураций и их изменения. Динамическая модель развития («видение будущего») должна работать на дискретной временной шкале и учитывать не только предсказуемые, но и неожиданные (маловероятные) внешние события. Проблема моделирования процессов развития сетевых структур исследована ещё не в полной мере, попыткой продвижения на пути к её решению следует считать и данную работу.

Сформулированная проблема относится к области графодинамики – направлению в теории управления, в котором значениями переменных являются графы. Фундаментальная работа в области аналитической графодинамики [2], в которой и введён термин «графодинамика», была выполнена под руководством профессора М.А. Айзермана и опубликована более 30 лет назад. Более поздние работы, развивающие идеи [2], автору неизвестны.

В [2] исследовались процессы изменения во времени иерархических структур, описываемых графами типа дерева с вершинами, кодируемыми числами натурального ряда 1, 2, 3, ... (при стандартном порядке обхода дерева – сверху вниз от «корня» 1 к «листьям» и слева направо в каждом ярусе). Дерево, согласно [2], моделируется целочисленной функцией целочисленного аргумента (функцией подчинённости), задающей для каждой вершины, кроме корня, ту вышестоящую вершину, которая

связана ребром с данной. В терминах функций подчинённости введён ряд операций преобразования деревьев, причём каждая операция выполняется «над всем деревом», а не над его локальными фрагментами. В [2] рассмотрены примеры уравнений графодинамики, исследованы некоторые свойства описываемых уравнениями динамических процессов, прогнозируются тенденции «развития деревьев» и т.д. Вместе с тем вышерассмотренные научные результаты пока не доведены до реальных инженерных приложений. Кроме того, всё в большей степени в сетевых структурах проявляется тенденция отхода от чисто иерархического принципа, базирующегося на математическом аппарате деревьев, с переходом на сетцентрический принцип с применением графов любого типа.

Данная работа имеет целью посмотреть на проблему графодинамики с другой, инженерной стороны, и в этом смысле не является развитием [2]. Работа посвящена имитационному моделированию процессов развития сетевых структур и ориентирована на аналитиков и предметных специалистов, которые формулируют задачи исследования и интерпретируют полученные результаты. В работе изложен инженерный подход, базирующийся на следующих предпосылках.

1. Конфигурации сетевой структуры моделируются произвольными неориентированными графами.

2. Операции над графами (кроме копирования – см. ниже) являются локальными. Набор операций взят из практики и определен на подмножестве вершин графа (одной вершине, паре вершин, неполном или полном наборе вершин). Список операций является открытым и может пополняться.

3. Процесс развития характеризуется последовательностью действий, где каждое действие путём применения заданного набора операций изменяет предыдущую конфигурацию (граф сети).

4. Между действиями и формируемыми ими графами имеет место однозначное соответствие, обеспечиваемое тем, что последовательность действий определяется конечным автоматом на основе дерева (каждому действию, кроме начального, непосредственно предшествует одно и то же действие).

В данной работе решается следующая графодинамическая задача. На дискретной временной шкале выделены моменты t_i ,

$i = 0, 1, \dots, k$, образующие горизонт моделирования, и задан граф $g(t_0)$, соответствующий начальному моменту. Известен также набор стандартных операций, выполняющих простейшие действия над графами при внесении изменений в сетевую структуру: копирование графа либо его фрагмента, добавление или удаление вершины и ребра и т.д. Требуется для каждого момента t_i , $i > 0$, определить граф $g(t_i)$, полученный при помощи вышеуказанных стандартных операций с учётом внешних воздействий.

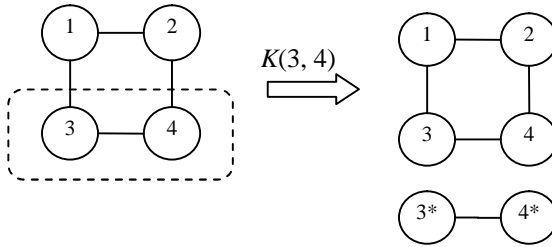
Задача решается введением набора стандартных операций над графами, отражающих изменения конфигураций реальных сетевых структур, и построения конечного автомата трансформирования графов на заданном временном горизонте. Состояниям автомата соответствуют действия, а переходы обусловлены событиями, описываемыми индикаторными логическими формулами [16, 18]. События определяются истечением конкретного времени с момента запуска предыдущего действия и внешними воздействиями на сетевую структуру.

2. Стандартные операции над графами

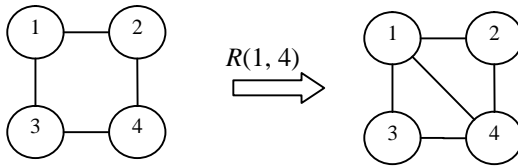
Состав набора операций поясним на примере организационных систем (административных, политических, бизнес-структур и т.д.). В процессе развития организации сливаются и разделяются, в них создаются новые подразделения (в том числе за счёт выделения из существующих) и ликвидируются неэффективные, вводятся и устраняются функциональные связи внутри организации и между организацией и внешней средой. Организация или её часть, продемонстрировавшие свою эффективность, могут копироваться (дублироваться) и развёртываться на новом месте с образованием филиалов и т.д.

Вышесказанное может быть реализовано на основе элементарных операций, проиллюстрированных на рис. 1. Каждая операция преобразует входной граф в выходной граф. Для входного графа имеет место ограничение: кратные рёбра и петли в нём отсутствуют. Вершины p_i , $i = 1, \dots, n$, входного (выходного) графов обозначаются числами натурального ряда, номера вершин, на которых определена операция, указываются в скобках справа от символа операции.

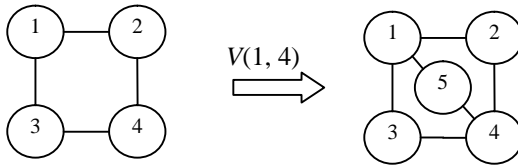
а) Копирование с выделением подграфа



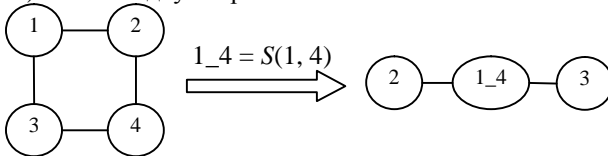
б) Введение ребра



в) Вставка вершины



г) Слияние двух вершин



д) Удаление вершины

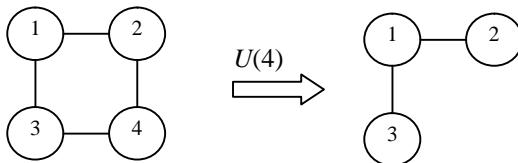


Рис. 1. Элементарные операции над графами

Предлагается следующий набор:

1. Операция $K(P^*)$ копирования [14] с выделением связного подграфа, где P^* – подмножество множества $P = \{p_i, i = 1, \dots, n\}$ вершин входного графа (в предельном случае $P^* = P$). Выделенный подграф включает все вершины из P^* и все рёбра, инцидентные обоими концами вершинам из P^* . Выходной граф состоит из двух компонент связности, соответствующих входному графу и выделенному фрагменту, вершины последнего помечаются звёздочкой. Пример копирования дан на рис. 1а, подграф на базе вершин 3, 4 выделен пунктиром.

2. Операция $R(p_i, p_j)$, $i, j = 1, \dots, n$, $i \neq j$, введения ребра, соединяющего выделенные вершины входного графа (при условии, что такое ребро отсутствовало) – см. рис. 1б.

3. Операция $V(p_i, p_j)$ вставки дополнительной вершины (кодируется следующим числом натурального ряда), соединённой рёбрами с вершинами p_i, p_j – см. рис. 1в. Дополнительная вершина закодирована цифрой 5.

4. Операция $S(p_i, p_j)$ слияния двух вершин и заменой их одной вершиной $p_i p_j$, сопровождающаяся удалением петель, охватывающих образованную вершину, и замещением кратных рёбер одинарными. Пример слияния вершин 1 и 4 дан на рис. 1г. Две пары рёбер, связывающих вершину 1_4 с 2 и 3, замещены одинарными рёбрами.

5. Операция $U(p_i)$ удаления вершины сопровождается удалением всех инцидентных ей рёбер – см. рис. 1д.

3. Конечно-автоматная модель процессов развития

Дадим формальное определение конечно-автоматной модели процессов развития сетевых структур и проиллюстрируем его на примере.

Введём обозначения:

$\mathbf{D} = \{d_i, i = 1, \dots, a\}$ – множество действий;

$\mathbf{Q} = \{K, R, V, S, U\}$ – множество стандартных операций;

\mathbf{Q}^* – подмножество \mathbf{Q} ;

$\mathbf{G} = \{g_i, i = 1, \dots, b\}$ – множество графов,

$W = \{w_i, i = 1, \dots, c\}$ – множество условий перехода между действиями, выражаемых индикаторными логическими функциями.

Входной и выходной граф относительно действия в момент $t = 0, 1, \dots, k$ обозначим соответственно $g_{\text{вх}}(t), g_{\text{вых}}(t)$.

Примем следующие соотношения:

- (1) $g_{\text{вх}}(t) = g_{\text{вх}}(t - 1),$
- (2) $g_{\text{вых}}(t) = \alpha(d(t), g_{\text{вх}}(t), Q^*(t)),$
- (3) $Q^*(t) = \beta(d(t)),$
- (4) $d(t) = \mu(d(t - 1), w(t)),$

где α, β, μ – операторы, заданные лицом, проводящим моделирование (ЛПМ).

Подставляя (1) и (3) в (2), получаем

- (5) $g_{\text{вых}}(t) = \alpha(d(t), g_{\text{вх}}(t - 1), \beta(d(t)) = \pi(d(t), g_{\text{вх}}(t - 1)),$

где оператор π определяется на основе операторов α и β .

Графодинамика процессов развития сетевых структур отображается уравнениями (4), (5), выражающими соответственно функцию переходов и функцию выходов автомата. Для начального момента задаём граф $g_{\text{вых}}(t = 0)$; $d(t = 0)$ – пустое действие.

Формально автоматная модель процессов развития представляется в виде набора:

- (6) $A = \langle D, Q, G, W, \mu, \pi, g_{\text{вых}}(t = 0) \rangle$

Пример. Автоматную модель проиллюстрируем на примере, показанном на рис. 2. Непунктирными квадратами на рис. 2 изображены действия, над квадратами проставлены наборы операций, выполняемых действиями согласно (3). Пунктирными прямоугольниками показаны выходные графы, формируемые действиями в дискретные моменты t . Эти же графы являются входными для действия в следующий момент – см. (1). Сплошными дугами изображены переходы от действия к действию, дуги помечены индикаторными логическими формулами, о которых будет сказано ниже.

На порядок выполнения операций, соотносённых одному действию, накладываются определенные ограничения:

- операция копирования не может быть в одном наборе с какой-либо другой операцией;

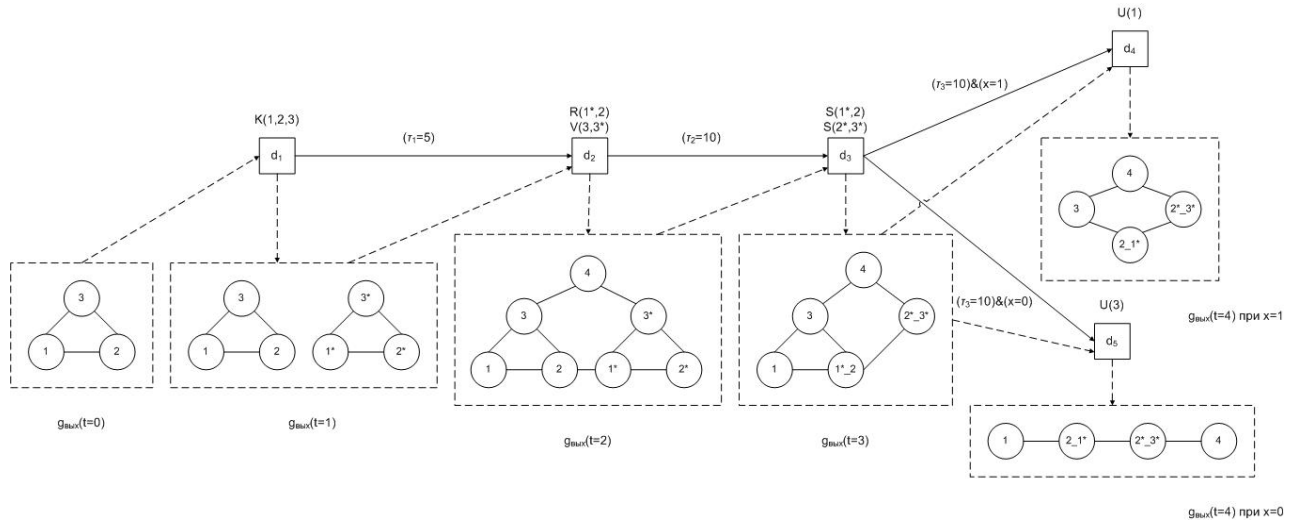


Рис. 2. Автоматная модель процесса развития сетевой структуры

- для любых двух операций, соотнесенных одному и тому же действию, пересечение подмножеств вершин, на которых они определены, должно быть пустым.

При этих ограничениях все операции, находящиеся в одном наборе, выполняются «квазипараллельно», т.е. в любой последовательности.

Определим дискретную временную шкалу, на которой реализуется процесс развития. Моменты $t = 0, 1, \dots$, соответствующие завершению текущего действия, совпадающему с началом следующего действия, будем определять как начальные точки «медленных» тактов. Моменты $\tau = 0, 1, \dots$ внутри интервала $[t - 1, t]$, характеризующие продолжительность действия, сопоставим начальным точкам «быстрых» тактов. Каждому действию d_i соответствует быстрая тактность τ_i . Условие перехода от действия к действию выражается логической формулой:

$$(7) \quad W = f_t(\bullet) \& f_t(\bullet),$$

где булева функция f_t индуцирует временные требования к текущему действию, а функция f_i – требования к величине внешних воздействий, инициирующих в момент t следующее действие.

Индикаторные логические формулы составляются путём применения конечное число раз операций булевой алгебры (конъюнкции, дизъюнкции, инверсии) к предикатам (индикаторам) вида $(x \# c)$, где $\#$ – знак сравнения из множества $\{=, \neq, >, \geq, <, \leq\}$; x – числовая переменная; c – числовая константа. Более подробно индикаторные логические формулы, включая их эквивалентные преобразования, были рассмотрены в [16, 18].

Вернёмся к рис. 2. Действие d_1 в момент $t = 1$ копирует заданный для момента $t = 0$ граф, состоящий из вершин 1, 2, 3, и формирует два несвязанных графа соответственно с вершинами 1, 2, 3 и $1^*, 2^*, 3^*$, образующих выходной граф для момента $t = 1$. По прошествии пяти быстрых тактов (выполнении условия $f_t(t = 1) = (\tau_1 = 5) = 1$ на дуге $d_1 d_2$) и принятом для этой дуги значении $f_i(t = 1) = 1$, согласно (7), имеет место $w(d_1, d_2) = 1 \& 1 = 1$. В момент $t = 2$ прекращается действие d_1 и

запускается действие d_2 , которое в выходном графе $g_{\text{вых}}(t=2)$ вводит ребро 2, 1* и вершину 4 с инцидентными ей рёбрами 3, 4 и 3*, 4.

В момент $t=3$ действие d_3 производит две операции слияния вершин, с образованием «совмещённых» вершин $1*_2, 2*_3^*$. Пересечение подмножеств вершин для этих операций пусто. По завершению действия d_3 при выполнении альтернативных условий $(\tau_3=10) \& (x=1)$ и $(\tau_3=10) \& (x=0)$, где x – внешнее воздействие, инициируются соответственно действия d_4 или d_5 . Первое в момент $t=4$ удаляет из выходного графа $g_{\text{вых}}(t=3)$ вершину 1 с двумя рёбрами, второе – вершину 3 с тремя рёбрами.

4. Заключение

Итак, результатом работы метода, предложенного в статье, является упорядоченная последовательность графов, описывающих конфигурации моделируемой системы на заданном горизонте её развития. Каждый граф сопоставляется временному интервалу между двумя последовательными моментами $[t-1, t]$.

Возникает вопрос: как применить полученный результат для управления процессами развития сетевых структур?

Одним из возможных решений является использование «конфигурационных» графов при триадном подходе к моделированию и управлению крупномасштабными системами [17, 19].

Напомним, что триадный принцип моделирования и управления исходит из представления поведения дискретной системы в виде последовательности целенаправленных действий, сопровождающихся изменением показателей системы (факторов). Построение триадной модели включает решение ряда задач:

- формирование состава и структуры целей, поставленных перед системой, установление причинно-следственных связей на множестве целей (целеполагание);
- задание состава и порядка выполнения действий (логическое управление);
- выбор наиболее значимых показателей, характеризующих работу системы, определение отношений и способов взаимо-

влияния между показателями (когнитивный анализ);

- установление связей между целями, операциями и показателями.

Структурно триадная модель состоит из трёх взаимодействующих блоков: графа целей (реализуется на сетях Петри [12]), графа действий (сети Петри, помеченные индикаторными логическими формулами), графа показателей (знаковые графы [13] либо матрицы [11], другое название – когнитивные карты).

Анализ процессов развития сетевой структуры на основе триадной модели реализуется в форме человеко-компьютерного взаимодействия. Исходя из заданной конфигурации сетевой структуры, человек (ЛПМ) формирует триадную модель. Компьютерная среда просчитывает модель и выдаёт данные о достижении (или недостижении за нормативное время) целей, о тенденциях изменения показателей, о месте и времени нарушений, например, выходе показателей за допустимые пределы, об установившихся в сети нежелательных циклах, и т.д. Человек анализирует эти данные и принимает решение о введении в сеть соответствующих механизмов управления, о коррекции параметров модели и т.д. Далее описанный цикл моделирования повторяется для данной или следующей конфигурации сетевой структуры. При прогнозировании процессов развития сетевых структур на заданном временном горизонте триадная модель строится и исследуется для каждого интервала, соответствующему медленному такту. Основой когнитивной карты в составе триадной модели может служить соответствующий граф, отображающий конфигурацию сетевой структуры. Методологии преобразования графа в когнитивную карту будут посвящены последующие публикации автора.

Литература

1. АГАЕВ Р.П., ЧЕБОТАРЁВ П.Ю. *Сходимость и устойчивость в задачах согласования характеристик (обзор базовых результатов)* // Управление большими системами. Спецвыпуск 30.1. – М.: ИПУ РАН, 2010. – С. 470–505.

2. АЙЗЕРМАН М.А., ГУСЕВ Л.А., ПЕТРОВ С.В., СМЕРНОВА И.Н. *Динамический подход к анализу структур, описываемых графами (основы графодинамики)* // Автоматика и телемеханика. – 1977. – №7. – С. 135–151; №9, С. 123–136.
3. АМБАРЦУМЯН А.А. *Сетецентрическое управление на сетях Петри в структурированной дискретно-событийной системе* // Управление большими системами. Спецвыпуск 30.1. – М.: ИПУ РАН, 2010. – С. 506–535.
4. АХМЕТЗЯНОВ А.В., САЛЬНИКОВ А.М., СПИРИДОНОВ С.В. *Многосеточные балансовые модели нестационарных потоков в сложных газотранспортных системах* // Управление большими системами. Спецвыпуск 30.1. – М.: ИПУ РАН, 2010. – С. 230–251.
5. БЛЮМИН С.Л. *Оргиперграфы: матричное представление* // Управление большими системами. Спецвыпуск 30.1. – М.: ИПУ РАН, 2010. – С. 22–39.
6. БУРКОВ В.Н., БУРКОВА И.В. *Метод сетевого программирования в задачах управления проектами* // Управление большими системами. Спецвыпуск 30.1. – М.: ИПУ РАН, 2010. – С. 40–61.
7. ГУБАНОВ Д.А., НОВИКОВ Д.А., ЧХАРТИШВИЛИ А.Г. *Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства*. – М.: Физматлит, 2010.
8. ЗАТУЛИВЕТЕР Ю.С., ФИЩЕНКО Е.А. *Графодинамические системы с сетецентрическим управлением в математически однородном поле компьютерной информации* // Управление большими системами. Спецвыпуск 30.1. – М.: ИПУ РАН, 2010. – С. 567–604.
9. КУЗНЕЦОВ О.П., КУЛИНИЧ А.А., МАРКОВСКИЙ А.В. *Анализ влияний при управлении слабоструктурированными ситуациями на основе когнитивных карт* // Человеческий фактор в управлении. – М.: КомКнига, 2006. – С. 313–344.
10. КУЛЬБА В.В., КОНОНОВ Д.А., ЧЕРНОВ И.В., РОЦИН П.Е., ШУЛИГИНА О.А. *Сценарное исследование сложных систем: анализ методов группового управления* // Управление большими системами. Спецвыпуск 30.1. – М.:

- ИПУ РАН, 2010. – С. 154–186.
11. МАКСИМОВ В.И. *Структурно-целевой анализ развития социально-экономических ситуаций* // Проблемы управления. – 2005. – №3. – С. 30–38.
 12. ПИТЕРСОН ДЖ. *Теория сетей Петри и моделирование систем.* – М.: Мир, 1984.
 13. РОБЕРТС Ф.С. *Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам.* – М.: Наука, 1986.
 14. СЕМЁНОВ А.С. *Фрактальные развивающиеся архитектуры* // Управление большими системами. Спецвыпуск 30.1. – М.: ИПУ РАН, 2010. – С. 91–103.
 15. СТЕЦЮРА Г.Г. *Механизмы взаимодействия объектов сетевых цифровых систем* // Управление большими системами. Спецвыпуск 30.1. – М.: ИПУ РАН, 2010. – С. 337–351.
 16. ЮДИЦКИЙ С.А., РАДЧЕНКО Е.Г. *Алгебра потокособытий и сети Петри – язык потокового моделирования многоагентных иерархических систем* // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2004. – №9. – С. 61–66.
 17. ЮДИЦКИЙ С.А., ВЛАДИСЛАВЛЕВ П.Н., ТОЧ Д.С. *Триадный подход к моделированию систем сетецентрического управления* // Управление большими системами. Выпуск 28. – М.: ИПУ РАН, 2010. – С. 24–39.
 18. ЮДИЦКИЙ С.А., ВЛАДИСЛАВЛЕВ П.Н. *Основы предпроектного анализа организационных систем.* – М.: Финансы и статистика, 2005.
 19. ЮДИЦКИЙ С.А., ЖЕЛТОВА Л.В., ВЛАДИСЛАВЛЕВ П.Н. *Графодинамическая триадная модель системы с дискретным управлением* // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2010. – №10. – С. 12–18.

GRAPHODYNAMIC SIMULATION MODELING OF NETWORK STRUCTURES EVOLUTION

Semen Yuditskiy, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, professor (Moscow, Profsoyuznaya st., 65, tel. (495) 339-59-10).

Abstract: Changes in configuration of network structures during evolution on a specific time horizon are studied by using the technique of graphodynamics. A set of elementary local graph morphing operations is introduced. A finite-state-machine model of evolution is developed. The model bases on actions that transform network configuration with account of the time factor and impact of the environment.

Keywords: network structure, graphodynamic simulation modeling, network configuration, local operations over graphs, finite state machine, actions, logical indicator functions.

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии В. Г. Лебедевым*