

УДК 021.8 + 025.1
ББК 78.34

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА В ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СИСТЕМАХ РАЗЛИЧНОЙ СТРУКТУРЫ

Корниенко С. А.¹, Угольницкий Г. А.²

(Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону)

Рассмотрена модель системы контроля качества продукции. Поставлена проблема по нахождению оптимальной стратегии, соответствующей данной модели для производственной системы произвольной структуры. Предложен метод решения поставленной проблемы на основе метода динамического программирования.

Ключевые слова: контроль качества, управление качеством, динамическое программирование, производственная система.

1. Введение

Согласно стандартам ИСО 9000 система менеджмента качества – это система для разработки политики руководства и управления организацией применительно к качеству [3].

Такая политика состоит из управления качеством, а также его обеспечения и улучшения. При этом под качеством понимается степень соответствия присущих характеристик требованиям (как предполагаемым, так и обязательным).

Очевидно, что для успешного функционирования системы обеспечения качества необходимо иметь возможность оценивать состояние системы на всех этапах производства [4].

¹ Сергей Александрович Корниенко, студент (korn.sergey@gmail.com).

² Геннадий Анатольевич Угольницкий, доктор физико-математических наук, профессор (ougoln@mail.ru).

В соответствии с развитием философии качества и стандартами серии ИСО 9000, в настоящее время особое внимание уделяется начальным этапам планирования производства [2]. В то же время, даже построив оптимальную организационную систему и улучшив качество труда, невозможно полностью избежать вероятности возникновения дефектов. Поэтому возникает проблема эффективности системы контроля продукции. Ведь в условиях постоянного повышения качества повышаются и требования к продукции, что делает проверку изделия с точностью, достаточной для подтверждения качества, весьма дорогостоящей. Кроме того, при низком уровне дефектности продукции такие проверки будут давать отрицательный результат очень редко, а значит, большие средства будут расходоваться впустую.

В случае, когда речь идет о готовой продукции, такие затраты оказываются оправданными, так как они создают требуемые стандартами ИСО 9000 гарантии качества продукции поставщика [5].

Однако в случае рассмотрения внутренних процессов контроль их функционирования может быть экономически невыгоден в случае высокого промежуточного уровня качества и относительно низких убытков от попадания дефектной продукции на вход следующего процесса.

Таким образом, использовать или не использовать процессы контроля качества для каждого из процессов производства – достаточно сложная задача, решение которой зависит от множества параметров, таких как стоимость контроля, убытки от дефектной продукции, дефектность процесса, наличие контроля для других процессов системы производства, структура этой системы и т. д.

Для начала выясним, что представляет собой процессный подход к производственной системе.

2. Процессный подход к проблеме оценки и обеспечения качества

В соответствии с международными стандартами семейства ИСО 9000 любую деятельность необходимо рассматривать как технологический процесс. В работе организации эти процессы взаимодействуют сложным образом, образуя систему или сеть процессов. Впервые предложил рассматривать организацию как систему процессов К. Ишикава в начале 1980-х годов [8]. Стандарты семейства ИСО 9000 законодательно закрепили такой подход. Они основываются на понимании того, что всякая работа выполняется как процесс.

Каждый процесс, преобразуя некоторый объект труда, имеет вход и выход. Выход – это продукция, материальная и нематериальная, которая является результатом процесса. Выходом процесса может быть, например, документ, программный продукт, химическое вещество, банковская услуга, медицинское оборудование или промежуточная продукция любой общей категории.

Входом процесса может являться материальная или нематериальная продукция или природное сырье.

Процесс, преобразуя объект труда, добавляет его стоимость. Каждый процесс использует определенные ресурсы, в том числе трудовые. На входе и выходе процесса, а также в различных фазах процесса могут проводиться измерения. Требования к системам качества в соответствии со стандартами ИСО 9000 могут быть применены ко всем категориям продукции. Одним из важнейших моментов ИСО 9000 является то, что требования к системам качества по существу одни и те же для всех общих категорий продукции, различаться могут лишь детали административного построения и управления системами и терминология.

В ИСО 9000 предполагается, что каждая организация существует для выполнения работы по добавлению стоимости продукции. Работа выполняется посредством сети процессов.

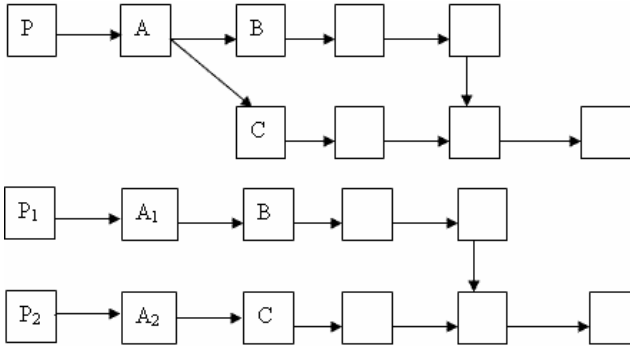


Рис. 2. Приведение системы к древовидной структуре

Такая ситуация, в частности, может возникать, когда для производства различных деталей требуются одни и те же материалы.

Корень дерева соответствует последнему процессу производства, выход этого процесса поступает потребителю.

Поток продукции при переходе от одного процесса к другому характеризуется тремя величинами: текущим объемом продукции (v), долей качественной продукции (q) и текущей себестоимостью данного объема продукции (r). Будем обозначать такой поток тройкой (v, q, r) . Или, в случае $v = 1$, парой (q, r) (в этом случае r соответствует удельным затратам).

Все процессы производственной системы можно разделить на два основных типа: процессы производства и процессы контроля качества.

Пусть контроль качества является неразрушающим (изделие после проверки не портится); оценивается состояние изделия в целом (т. е. обнаруживается брак, допущенный на любом из предыдущих этапов производства); контроль точный (обнаруживаются все дефекты). В случае обнаружения брака изделие изымается из производства. Пусть для каждого из процессов у производителя есть возможность выбрать один из как минимум двух вариантов:

1. Проводить полный контроль с разбраковкой.

2. Не проводить контроль качества вовсе, а передать весь текущий объем продукции (с некоторой долей брака) на вход следующего процесса.

Таким образом, возникает задача: как разместить контрольные участки, чтобы это было максимально выгодно для предприятия.

В соответствии с принципом недопущения попадания некачественной продукции потребителю, будем считать, что после заключительного процесса полный контроль качества является обязательным. Кроме того, введем требование к объему продукции на выходе последнего процесса, который примем за единицу.

Введем нумерацию процессов (множества вершин X графа $G = (X, U)$) так, чтобы выполнялось условие: $\forall (i, j) \in U \ i < j$.

Сделать это можно при помощи следующего алгоритма:

1. Выбрать вершину степени захода равной 0.
2. Присвоить ей очередной номер.
3. Удалить вершину и все связанные с ней дуги.
4. Повторить, пока все вершины не будут пронумерованы.

Таким образом, задачу можно сформулировать так:

Пусть производственная система состоит из n процессов. Потребителю поступает поток продукции (q^n, r^n) . (Индексы сверху будем использовать для характеристик потока, снизу – для характеристик процессов). Тогда, управляя стратегиями контроля, производитель должен решить следующую задачу:

$$(1) \quad \begin{cases} r^n \rightarrow \min, \\ q^n = 1. \end{cases}$$

Характеристики процесса $A_i, i = 1, \dots, n$, считаем известными (из предыдущего опыта производства или по каким-то расчетным значениям).

Для процессов производства такими характеристиками будут являться:

- стоимость обработки единицы объема продукции (r_i) ;

- доля качественной продукции на выходе, получаемой из качественной продукции на входе (q_i).

Для процессов контроля известна стоимость проверки единицы объема продукции (c_i).

Будем считать, что процесс контроля качества возможен после каждого из процессов производства. Если это не так, то можно считать $c_i = \infty$.

Теперь рассмотрим, как меняются потоки продукции в результате процессов производства и контроля качества. Для этого введем понятие функций производства и контроля качества.

4. Функции производства и контроля качества

Для того чтобы рассматривать двухкритериальную оптимизационную задачу, перейдем везде от общих затрат к удельным. При этом удельные затраты для потока объема a с затратами r становятся равны r/a , а доля дефектной продукции не меняется. Другими словами, поток (a, q, r) эквивалентен потоку $(q, r/a)$.

Функции преобразования входных потоков в выходные будут также оперировать с удельными затратами.

Введем понятие функции процесса. Пусть на входе параметры потока равны (q, r) . Тогда параметры потока на выходе (q^1, r^1) определяются функцией $f(q, r)$ процесса:

$$(2) \quad (q^1, r^1) = f(q, r) = (f_q(q, r), f_r(q, r)),$$

где f_q, f_r – вещественные функции.

От этих функций требуется выполнение следующих очевидных условий:

$f_q(q, r) = f_q(q)$ – неубывающая функция q , не зависит от r .

$f_r(q, r)$ – функция, невозрастающая по q , неубывающая по r .

В нашей задаче мы имеем дело с двумя типами функций: с функциями производства и контроля.

4.1. ФУНКЦИИ ПРОИЗВОДСТВА

Для процессов, не имеющих входных дуг (чаще всего им соответствуют ресурсы) выходные потоки будут равны (q_i, r_i) . Рассмотрим остальные процессы.

Пусть на вход процесса A_i подаются m потоков с параметрами

$$(q^j, r^j), j = 1, \dots, m.$$

Сам процесс обладает характеристиками q_i и r_i . Тогда, если принять тот факт, что качественным изделие будет являться только в случае успешного завершения самого процесса и отсутствия дефектов во всех заготовках, получим, что после производства выходной поток будет обладать параметрами:

$$(3) \left(q_i \cdot \prod_{j=1}^m q^j, r_i + \sum_{j=1}^m r^j \right).$$

В случае, когда на вход процесса подается m потоков, функция производства, вообще говоря, представляет собой функцию $2m$ переменных (при заданных q_i, r_i):

$$f_{np-ва}(q^1, q^2, \dots, q^m, r^1, r^2, \dots, r^m).$$

Однако в рассматриваемых случаях она представима в виде $f_{np-ва}(q, r)$, где

$$(4) \quad q = \prod_{j=1}^m q^j, \quad r = \sum_{j=1}^m r^j.$$

Формулы (3) и (4) верны в случае, когда на вход процесса A_i необходимо подать по единице объема продукции с каждого из входящих потоков.

В общем же случае для каждого из m входящих потоков должны быть известны величины v^j – количество единиц объема продукции, соответствующей входному потоку (q^j, r^j) , необходимое для получения единицы продукции на выходе процесса A_i . Например, для производства одной детали A необходимо три детали B и одна деталь C . Тогда $v^B = 3, v^C = 1$.

Соответственно, для вычисления q и r (аргументов функции $f_{np-ва}$) используются модифицированные формулы, с учетом различных объемов потоков:

$$(5) \quad q = \prod_{j=1}^m (q^j)^{v^j}, \quad r = \sum_{j=1}^m v^j r^j.$$

В обоих случаях функция производства для i -го процесса равна

$$(6) \quad f_{np-ва}(q, r) = (qq_i, r + r_i).$$

Также можно предусмотреть вариант усложнения задачи, а именно: для каждого процесса функция производства может быть не фиксированной, а произвольной из некоторого заданного конечного множества альтернатив (технологий производства) $\{f_k\}$, $k = 1, \dots, n_i$, где n_i – число альтернативных стратегий производства для i -го процесса.

$$(7) \quad f_k(q, r) = (qq_{ik}, r + r_{ik}), \text{ где } q_{ik}, r_{ik} \text{ – известны.}$$

Тогда наряду с нахождением оптимальных стратегий контроля может стоять вопрос и об оптимальных стратегиях производства.

4.2. ФУНКЦИИ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА

Рассмотрим сплошной контроль с разбраковкой. Если контроль не проводить, то характеристики потока не меняются.

$$(8) \quad f_0(q, r) = (q, r) \text{ – отсутствие контроля.}$$

Если контроль проводится, то после разбраковки характеристики равны $(q, 1, r + c)$ или, после описанной выше процедуры перехода к удельным затратам, $(1, 1, (r + c)/q)$, где c – стоимость контроля единицы продукции на данном участке.

$$(9) \quad f_1(q, r) = (1, (r + c)/q) \text{ – сплошной контроль с изъятием из партии всех дефектных экземпляров.}$$

Рассмотрим еще одну стратегию контроля качества – контроль доли ($0 \leq a \leq 1$ – задано) продукции с разбраковкой. (Подобный подход описан в [6]) Это означает, что проверяется не вся продукция, а ее часть (какие именно экземпляры – выбирается случайно, при этом считаем, что доля качественной продукции в проверяемой части равна доле качественной продукции во всем объеме продукции). При обнаружении в проверяемой продукции некачественных изделий они изымаются из

производства. После контроля проверенная и непроверенная части вновь объединяются в один поток и далее не различаются.

Для такого контроля

$$(10) f_a(q, r) = (f_q(q), f_r(q, r)),$$

$$(11) f_q(q) = \frac{a + q^2 - aq^2}{a + q - aq},$$

$$(12) f_r(q, r) = \frac{(r + ac)f_q(q)}{q}.$$

При этом отсутствие контроля и сплошной контроль оказываются частными крайевыми случаями такого частичного контроля ($a = 0$ и $a = 1$ соответственно, формулы остаются в силе).

Возникает вопрос: возможна ли ситуация, при которой частичный контроль был бы более выгодным, чем сплошной и нулевой? И при каких характеристиках потока и процессов это возможно?

4.2.1. ЧАСТИЧНЫЙ КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА

Зафиксируем стратегии на всех участках производства, кроме одного процесса частичного контроля (не последнего). Допустим, что на входе этого процесса поток продукции обладает характеристиками (q, r) . Соответственно на выходе получаем (q_1, r_1) (c – стоимость проверки единицы объема продукции)

$$(13) q_1(a) = \frac{a + q^2 - aq^2}{a + q - aq}, r_1(a) = \frac{(r + ac)q_1(a)}{q}, a \in [0, 1].$$

Так как процесс не последний, пройденная через него продукция еще должна подвергнуться сплошному контролю. Пусть r_2 – стоимость обработки единицы продукции на промежутке между частичным контролем и сплошным (в том числе и сам контроль), q_1q_2 – доля качественной продукции на входе сплошного контроля (q_2 – общее качество производственных процессов между этими участками контроля). Тогда затраты на производство единицы качественной продукции на выходе сплошного контроля определяется как:

$$(14) r^*(a) = \frac{r_1(a) + r_2}{q_1(a)q_2}.$$

Как мы видим, параметр q_2 на поведение функции не влияет. Поэтому дальше опустим индекс у q_1 . Нас интересует, может ли функция $r^*(a)$ достигать минимума внутри интервала $(0, 1)$. Продифференцировав по a и приравняв к нулю производную, можно найти единственное решение, которое может быть неотрицательным:

$$(15) a^* = \frac{q\sqrt{\frac{r_2}{c}(1-q) - q^2}}{1 - q^2}.$$

Было установлено, что эта точка соответствует минимуму функции $r^*(a)$.

После этого не представляет труда найти такие значения параметров r_2 , c , q , при которых $a^* \in (0, 1)$, т. е. проведение частичного контроля выгоднее, чем проведение сплошного или полное его отсутствие:

$$(16) a^* < 1 \Rightarrow \frac{r_2}{c} < \frac{1}{q^2(1-q)},$$

$$(17) a^* > 0 \Rightarrow \frac{r_2}{c} > \frac{q^2}{1-q}.$$

Изобразим эти решения. Пусть ось абсцисс соответствует параметру q , а ось ординат – отношению r_2/c (см. рис. 3).

То есть частичный контроль будет выгоден, если точка с координатами $(q, r_2/c)$ будет находиться между графиков двух функций.

В условиях современного производства, когда качество постоянно повышается, особый интерес представляет окрестность правой границы отрезка.

При стремлении q к единице линии становятся все ближе друг к другу, однако расстояние между ними по оси ординат в пределе есть

$$(18) \lim_{q \rightarrow 1} \left(\frac{1}{q^2(1-q)} - \frac{q^2}{1-q} \right) = \lim_{q \rightarrow 1} \frac{(1+q)(1+q^2)}{q^2} = 2.$$

То есть для любого уровня качества возможна ситуация, когда проведение частичного контроля является оптимальным решением.

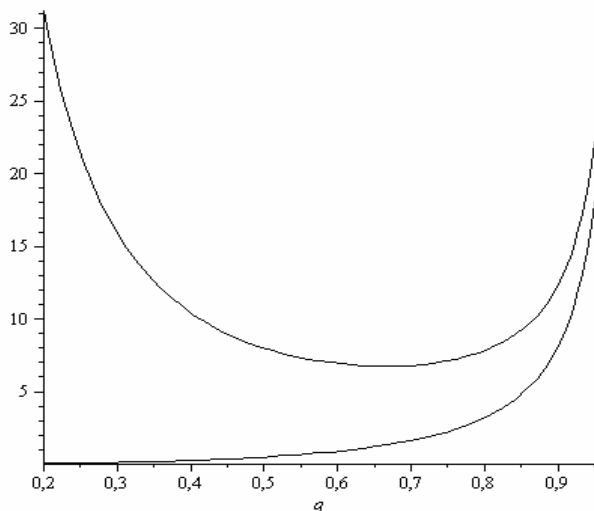


Рис. 3. Графическое представление решения неравенства $0 < a^* < 1$

5. Метод решения и результаты его применения

Для решения поставленной задачи будем использовать метод динамического программирования [7]. Для его применения необходимо отсеивать точки по какому-либо признаку. Очевидно, что если имеется два варианта потока: с параметрами (q_1, r_1) и (q_2, r_2) , и одновременно выполняются $q_1 \geq q_2$ и $r_1 \leq r_2$, причем в одном из неравенств знак строгий, то дальнейшее рассмотрение второго потока нецелесообразно, так как уже к этому моменту он отвечает более низкому качеству продукции при более высо-

ких затратах. Основанием для этого служит монотонность функций производства и контроля по своим аргументам. Таким образом, будем отсеивать на выходе каждого процесса A_j множество вариантов потока продукции, отличное от множества Парето для двухкритериальной задачи $r^j \rightarrow \min, q^j \rightarrow \max$ [1].

Для каждой комбинации входных потоков найдем на выходе множество точек, соответствующих различным стратегиям. Объединяя эти множества по всем таким комбинациям и находя множество Парето для объединения, получим потенциально оптимальные варианты потоков продукции. Эту операцию можно проводить для каждого процесса сети.

На последнем этапе (перед отправкой потребителю) один из критериев (качество) выходит на первый план и можно найти минимальные затраты, соответствующие столь высокому качеству. Для того чтобы после этого восстановить непосредственно стратегию контроля, для каждой точки множества Парето необходимо помнить ее предков – точки, комбинацией которых она была порождена, а также стратегию контроля (и, возможно, производства), соответствующую этой точке.

В соответствии с этим методом можно предложить следующий алгоритм нахождения оптимальных стратегий контроля и производства.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ

1. Привести производственную структуру к форме дерева, продублировав разветвляющиеся процессы.
2. Ввести правильную нумерацию вершин-процессов.
3. Для всех процессов, являющихся листьями полученного дерева, принять множество входных потоков за $\{(1, 0)\}$.
4. Выбрать необработанный процесс A с минимальным номером. Если все вершины обработаны, перейти к 8.
5. У процесса A вычислить множество выходных потоков S для всех возможных комбинаций элементов из множеств входных потоков (по одному из каждого множества). Если у процесса A m входящих потоков, принимающих одно из

- k_1, k_2, \dots, k_m значений соответственно, и имеется n вариантов функций самого процесса f_1, f_2, \dots, f_n , то число возможных комбинаций $|S| = k_1 \cdot k_2 \cdot \dots \cdot k_m \cdot n$.
6. Оставить во множестве S только точки, эффективные по Парето. Для каждой точки множества S запомнить набор входных потоков и номер j функции процесса f_j , которые ее породили.
 7. Пометить процесс A как обработанный. Перейти к 4.
 8. У процесса с максимальным номером в множестве выходных потоков найти поток с максимальным качеством.
 9. По данному потоку восстановить породившую его функцию (выдать в качестве ответа) и весь набор входных потоков.
 10. Для каждого из входных потоков данного процесса выполнить пункты 9 и 10.
 11. Завершение алгоритма.

В соответствии с предложенным алгоритмом решения была написана тестовая программа, находящая оптимальные стратегии контроля для древовидной производственной системы.

Работа программы проверялась на большом числе контрольных примеров со случайными входными данными из задаваемых диапазонов. Для небольших производственных систем была выполнена проверка решения методом полного перебора вариантов, давшая положительный результат для всех примеров.

Была оценена эффективность механизма отсеивания точек. С ростом числа процессов системы процент отсеиваемых точек возрастал, т. е. эффективность алгоритма увеличивалась быстрее роста количества возможных вариантов. Кроме того, регулярно, особенно для громоздких систем, на некоторых участках становится выгодным частичный контроль. В программе имеется возможность менять шаг приращения параметра a , что позволяет находить его значение с достаточной точностью (целевая функция практически не изменялась).

Максимально эффективно программа работает для линейных и близких к ним структур. Но и для максимально разветвленных производственных систем отношение оставшихся на последнем шаге вариантов к их общему возможному количеству очень мало. В среднем же отношение теоретического числа возможных стратегий к числу стратегий, оставшихся к последнему этапу производства, имело порядок около 10^{12} (для производственной системы, состоящей из 20 процессов).

Даже для задач с достаточным количеством процессов (до ста) длительность работы программы не превышала нескольких секунд.

6. Распространение на другие задачи

В рассматриваемой задаче также возможно наличие дополнительных ограничений. Это может быть ограничение на стоимость производства единицы готовой продукции.

В этом случае в ответе может получиться уровень качества ниже единичного. Задача принимает вид:

$$(19) \begin{cases} q^n \xrightarrow{S} \max \\ r^n \leq R, \\ S = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}; \end{cases}$$

где k – число всевозможных наборов функций процессов; S – набор всех возможных стратегий.

Для решения этой задачи достаточно исключать из множества S не только неэффективные точки, но и не соответствующие ограничению. Если множество выходных потоков при этом окажется пустым, то производство, не превышающее данных затрат невозможно ни при каком уровне качества.

Также возможна постановка двойственной задачи: определить минимальные затраты производства единицы продукции таким образом, чтобы доля качественной продукции была не меньше заданного Q .

$$(20) \begin{cases} r^n \xrightarrow{S} \min \\ q^n \geq Q, \\ S = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}. \end{cases}$$

Аналогично можно рассмотреть задачу максимизации линейной свертки критериев:

$$(21) \begin{cases} \varphi \xrightarrow{S} \max \\ S = \{S_1, S_2, \dots, S_k\} \end{cases}$$

$$\varphi = \alpha q^n - \beta r^n, \quad \alpha, \beta \geq 0, \quad \alpha + \beta = 1.$$

В любом случае оптимальная точка, соответствующая всем возможным ограничениям (если решение вообще существует), будет принадлежать множеству Парето выходных потоков последнего процесса.

Продолжая изложенные рассуждения, можем рассматривать и решать и другие сходные задачи. Например, имеется речная система (река с притоками). Известны уровни загрязнения в реке и уровни загрязнения, которые вносят предприятия, находящиеся вблизи этой реки (аналог процесса производства), и имеются проекты размещения очистных сооружений и проведения мероприятий по очистке воды (а возможно, и по снижению вносимого уровня загрязнения на предприятиях). Для проектов известна их расчетная эффективность (как они будут влиять на уровень загрязнения) Задача может состоять в построении такой системы (при ограниченном бюджете), чтобы на каком-либо участке (например, вблизи города) уровень загрязнения воды был минимален.

Аналогичным образом можно ввести понятие функций процессов очистки и загрязнения, после чего решить полученную задачу с помощью алгоритма, сходного с предложенным.

Литература

1. ВАГНЕР Г. *Основы исследования операций. Том 1.* – М.: Мир, 1972. – 169 с.
2. ВЛАДИМИРЦЕВ А.В., ШЕХАНОВ Ю.Ф. *Принцип постоянного улучшения в проектах МС ИСО семейства 9000:2000 // Методы менеджмента качества.* – 2000. – №10. – С. 4 – 8.
3. ГОСТ Р ИСО 9000-2001 Системы менеджмента качества. Основные положения и словарь. – М.: ИПК Издательство стандартов, 2001.
4. ГОСТ Р ИСО 9001-2001 Системы менеджмента качества. Требования. – М.: ИПК Издательство стандартов, 2001.
5. КРУГЛОВ М.Г., СЕРГЕЕВ С.К., ТАКТАШОВ В.А., ФИРСТОВ В.Г., ШИШКОВ Г.М. *Менеджмент систем качества: учебное пособие.* – М.: ИПК Изд-во стандартов, 1997.
6. ОРЛОВ А.И. *Эконометрика: учебник.* – М.: Экзамен, 2004. – 576 с.
7. ТАХА Х.А. *Введение в исследование операций.* – 7-е изд. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. – 912 с.
8. ISHIKAWA K. *Introduction to Quality Control. (trans.).* – Tokyo: 3A Corporation, 1990. – 435 p.

QUALITY EVALUATION IN PRODUCTION SYSTEMS OF DIFFERENT STRUCTURE

Sergey Kornienko, Southern Federal University, Rostov-on-Don, student (korn.sergey@gmail.ru).

Guennady Ougolnitsky, Southern Federal University, Rostov-on-Don, Doctor of Science, Professor (ougoln@mail.ru).

Abstract: The model of the system for product quality control is proposed. The problem is set of search of optimal strategy with

Управление большими системами

Специальный выпуск 30.1 «Сетевые модели в управлении»

*respect to the model for production systems of different structure.
The optimal strategy is calculated with the aim of dynamic programming for the production system of an arbitrary structure.*

Keywords: quality audit, quality management, dynamic programming, production system.

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии Д. А. Новиковым*