

## **О ВОЗМОЖНОСТЯХ КОНСТРУКТИВНО- ЛОГИЧЕСКОГО И СЕТЕВОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ОПЕРАЦИОННЫХ ИГР**

**Кононенко А. Ф.<sup>1</sup>, Шевченко В. В.<sup>2</sup>**

*(Учреждение Российской академии наук  
Вычислительный Центр им. А.А. Дородницына РАН,  
Москва)*

*Рассматриваются некоторые возможности использования графических (сетевых) и логических представлений при анализе игровых моделей. При этом анализируются игровые модели, представленные в виде операционных игр. Формулируются принципы исследования игровых взаимодействий с неопределенностями с использованием представления игрового взаимодействия в виде конструктивной логической системы, использования графов при проведении такого рода исследований.*

Ключевые слова: операционная игра, конструктивная логическая система, неопределенность, граф, сценарное прогнозирование.

### **1. Введение**

Одним из наиболее сложных и интересных вопросов при проведении игрового анализа тех или иных реальных процессов является вопрос о корректном описании и анализе неопределенностей (см. [1]). При этом характер неопределенностей может

---

<sup>1</sup> Александр Федорович Кононенко, зав. сектором, доктор физико-математических наук, профессор ([afkon3@rambler.ru](mailto:afkon3@rambler.ru)).

<sup>2</sup> Василий Владимирович Шевченко, научный сотрудник ([vsh1953@mail.ru](mailto:vsh1953@mail.ru)).

быть самым различным и самым неожиданным. Далекое не всегда при описании неопределенности можно использовать те или иные распределения вероятностей, поскольку отсутствуют основания для конкретизации такого распределения.

В качестве удобного и вполне универсального инструмента описания неопределенностей могут использоваться конструктивные логические системы (КЛС), при описании которых используются так называемые «логические ограничения», не детерминирующие траектории движения динамической системы, а ограничивающие свободу ее перемещения по своему пространству состояний путем наложения логических запретов. Интересные и неожиданные особенности игрового взаимодействия могут возникнуть и возникают и при исследовании с использованием аппарата КЛС других аспектов таких взаимодействий, не имеющих прямого отношения к описанию неопределенностей (коалиционный анализ, вопросы агрегирования). При этом в случае конечности пространств состояний игроков могут эффективно использоваться графические (сетевые) представления.

Далее анализируются возможности использования указанных преимуществ аппарата КЛС при исследовании игровых взаимодействий. В качестве базового класса игровых моделей при этом рассматриваются операционные игры (см. [2-6] и др.).

## **2. Конструктивные логические системы**

Если не рассматривать аспекты теории КЛС [7], относящиеся к описанию процессов развития (изменения самих определяющих свойств рассматриваемой системы), то под КЛС понимается совокупность конечного пространства состояний, дискретного времени и совокупности логических ограничений (ЛО), каждое из которых является запретом заданного подмножества пространства состояний КЛС в текущий момент времени в случае нахождения КЛС в отстоящие на заданные числа тактов времени от текущего момента моменты в заданных для

каждого такого момента подмножествах пространства состояний. Глубиной КЛС называется при этом максимальная глубина ЛО, а глубиной ЛО – число тактов времени от текущего до максимально удаленного от текущего момента, присутствующего в определении данного ЛО.

Над КЛС определяются операции объединения, разложения, укрупнения, детализации, обобщения и конкретизации. При объединении КЛС их пространства состояний декартово перемножаются. При этом в пространстве объединенной КЛС могут определяться дополнительные ЛО (взаимосвязи объединяемых КЛС), в этом случае их объединение называется объединением с взаимосвязями. Наряду с КЛС можно рассматривать и использовать их счетные семейства, в которых для любого натурального числа  $N$  определена своя КЛС, причем состояния пространств и моменты времен КЛС, соответствующих разным числам ( $N$  и  $M$ ), строго соотнесены друг другу с сохранением линейной упорядоченности времен (при  $M > N$  пространство КЛС с номером  $N$  покрывает пространство КЛС с номером  $M$ , а такт времени первой кратен такту времени последней). Каждое ЛО КЛС с номером  $N$  при этом сохраняется в КЛС с номером  $M$  в виде логически эквивалентного ей в силу соответствия между пространствами и временами множества ЛО последней.

Изображая состояния пространства КЛС в виде вершин, саму КЛС можно представить в виде пространственного графа с числом уровней, равным удвоенной глубине КЛС. Каждый уровень при этом должен содержать вершины, обозначающие все состояния пространства КЛС. Дуги же графа должны связывать несколько вершин разных уровней, показывая, какие сочетания состояний КЛС в разные моменты запрещены или наоборот разрешены ее ЛО. При обозначении дугами разрешенных ЛО траекторий алгоритм построения рассмотренного графа будет таким:

- Каждую вершину нижнего уровня графа соединим дугами с теми вершинами следующего уровня, переход в которые (в

состояния пространства КЛС, обозначаемые которыми) не запрещен ЛО КЛС, имеющими глубину 1.

- Каждую вершину 2-го снизу уровня графа соединим дугами с теми вершинами следующего уровня, переход в которые не запрещен ЛО КЛС, имеющими глубину 1 или 2, с учетом того, с какими вершинами нижнего уровня эта вершина соединена.

- Вполне аналогично проведем дуги между вершинами 3-го и 4-го, 4-го и 5-го уровней графа снизу и т. д. до самого верхнего уровня. При этом при проведении дуг для верхней половины уровней (1 верхних уровней, где 1 – глубина КЛС) учитываются все ЛО КЛС, но для каждого такого уровня имеет место своя картина предыдущих 1 уровней.

Описанное графическое представление КЛС может позволить, используя методы и алгоритмы теории графов, исходя из любой информации о предыстории движения КЛС до рассматриваемого момента времени, строить множества достижимости состояний ее пространства через заданное число тактов времени после рассматриваемого момента. И, в случае наличия тех или иных мер состояний, определять меру (вероятность) достижения каждого из состояний множества достижимости. При этом учитывается то, с какого момента мы имеем информацию о предыстории, этот момент соответствует нижнему уровню графа. Самый же верхний уровень графа пригоден для рассмотрения всех моментов времени, отстоящих от 1-го момента наличия информации о том, где могла быть в этот момент КЛС, более чем на  $2 \cdot 1$  тактов времени КЛС (картина дуг, идущих от предыдущего уровня, для всех таких моментов одинакова).

### ***3. Представление операционной игры в виде конструктивной логической системы***

Операционные игры [2-4] без обязательств описываются множествами игроков, счетов, проводок и операций и разворачиваются в дискретном времени. Операции имеют определяемые игроками в каждый момент времени управления, их прове-

дение меняет состояния счетов. Динамика состояний счетов на временном отрезке разворачивания игрового процесса определяет выигрыши игроков. При этом управления операций и обороты и сальдо счетов могут быть или непрерывными, или целочисленными. В случае их целочисленности и ограниченности сверху и снизу рассматриваемый игровой процесс представляется в виде КЛС непосредственно, в силу конечности пространства возможных состояний этого процесса и дискретности времени. В противном случае для анализа игрового процесса можно рассматривать счетное семейство КЛС, число состояний пространства КЛС в котором бесконечно возрастает при стремлении номера КЛС к бесконечности. Или ограничиться определенной точностью записи действительных чисел и свести рассматриваемую игру к игре с целочисленными и ограниченными сальдо счетов.

#### **4. О возможностях графического анализа игровых моделей**

Представив операционную игру в виде КЛС и выявив путем анализа особенностей поведения отличных от оперирующей стороны (основного игрока) игроков и особенностей реализации неопределенных факторов ЛО этой КЛС, можно представить рассматриваемое игровое взаимодействие в виде описанного в пункте 2 пространственного графа.

Компьютерный анализ этого графа может позволить для каждой стратегии поведения основного игрока выявить множество вариантов реализации игрового процесса, не противоречащих совокупности выявленных КЛС. При реализации каждого из этих вариантов оперирующая сторона будет иметь вполне определенный выигрыш. При этом при наличии тех или иных обоснованных вероятностных распределений, описывающих реализацию неопределенностей или поведение игроков, разные варианты будут иметь в силу этих распределений различные веса (шансы реализации). В отсутствие таких распределений

веса вариантов естественно считать равными. Исходя из выбранного оперирующей стороной принципа оптимальности, на базе выявленного множества вариантов можно построить рациональную стратегию ее поведения.

Для иллюстрации предлагаемого подхода к анализу игровых взаимодействий рассмотрим простую игру 2-х игроков с бросанием монеты, в которой каждый игрок перед каждым бросанием указывает (в заданных пределах) целочисленную цену игры в этом бросании и выбирает орел или решку. Реальная цена игры определяется как среднее арифметическое цен, указанных игроками, и равный ей выигрыш получает один из игроков (от другого игрока) в том и только том случае, если он угадал результат, а другой игрок не угадал. Заметим, что в силу отсутствия вероятностей выпадения орла или решки (обычно принимаемое за основу равенство между собой этих вероятностей на самом деле ни на чем убедительном не основано, равно как и предположение о независимости событий бросания монеты) рассматриваемая игра не является повторяющейся.

Данная игра может быть представлена в виде КЛС с числом состояний  $2^3 \cdot N \cdot M$ , где  $N$  и  $M$  – числа разрешенных выборов цены бросания первым и вторым игроками соответственно (в каждый момент игры имеют место выборы игроками орла или решки, результат бросания монеты и выборы игроками цен бросания). При этом в общем случае каждый из игроков может знать или не знать что-либо о текущем выборе другого игрока перед своим выбором, иметь или не иметь ту или иную информацию о намерениях другого игрока или принципах ведения им игры, об особенностях (не идеальностях) используемой монеты и т. п. Возникает вопрос: «Как игроку использовать имеющуюся у него информацию?». Вопрос, ответить на который с использованием имеющихся средств игрового анализа трудно, поскольку не определился даже сам язык записи такого рода информации. В какой-то мере на роль такого языка могут претендовать разве что наработанные средства когнитивного анализа.

При представлении рассматриваемой игры в виде КЛС любая информация такого рода естественным образом записывается в виде одного или нескольких логических ограничений. Записав известную ему информацию в виде множества ЛО и построив рассмотренный в п. 2 граф для КЛС с этим множеством ЛО, основной игрок может построить множество принципиально достижимых в ожидаемый или оговоренный момент окончания игры состояний этой КЛС и множество возможных при этом траекторий игрового взаимодействия. И определить то, насколько «сужатся» эти множества при той или иной стратегии его собственного поведения. Что является достаточным для оценки ожидаемой эффективности каждой такой стратегии и выбора наиболее эффективной из множества анализируемых стратегий (полное множество возможных стратегий игрока даже при ограниченном временном отрезке игры весьма велико и далеко не всегда присутствует возможность анализа всего этого множества).

В простейшем случае, когда цена игры фиксирована ( $N = M = 1$ ), на каждом уровне графа будет 8 вершин. Предположим, что при этом один из игроков выявил ту или иную закономерность в реализации имеющей место неопределенности. Например, то, что орел никогда не повторяется три раза подряд. А другой игрок всегда ставит на орла. В этом случае гарантированно выигрышной стратегией первого игрока является ставить на орла всегда, кроме тех случаев, когда орел уже повторился дважды. Граф в этом случае будет состоять из 3-х уровней по 8 вершин, которые могут обозначаться трехзначными двоичными числами (1-ый знак – выбор 1-го игрока, 2-ой – 2-го, 3-ий – реализация неопределенности, 0 – орел, 1 – решка). Знания первого игрока о свойствах процесса обозначаются дугами, запреещающими состояния 010, 110, 011, 111 и все траектории (длиной в 3 такта), в которых последний бит всегда равен нулю. Выигрышность указанной стратегии легко определится из анализа этого графа. В анализе данного простейшего случая виден и простейший прием агрегирования реальной игры: стра-

тегия первого игрока останется той же и в случае, когда второму игроку позволено выбирать цену игры из конечного или бесконечного числа вариантов. Возможны и многие иные приемы агрегирования, выявление которых требует дальнейших исследований.

Заметим, что обозначенная выше сложность анализа, казалось бы, весьма простой игры является следствием не сложности и неестественности предлагаемого подхода, а не тривиальности самой реальности, с которой мы имеем дело даже в простых реальных играх. С тем, что традиционно используемые предположения о том, что вероятности выпадения орла и решки при бросании монеты равны, и о том, что результаты последовательных бросаний являются независимыми случайными величинами, огрубляют реальность и являются не более чем сомнительными гипотезами. Рассматриваемый подход предлагает отказаться от таких гипотез и преодолевать возникающее при их отсутствии «проклятие размерности» путем органичного и изящного агрегирования пространства состояний рассматриваемого игрового процесса (в данном случае путем сворачивания чисел вариантов назначения игроками цен бросания  $M$  и  $N$ ).

### **Литература**

1. ГЕРМЕЙЕР Ю.Б. *Игры с противоположными интересами*. – М.: Наука, 1976. – 328 с.
2. КОНОНЕНКО А.Ф., ШЕВЧЕНКО В.В. *Задачи управления производственными корпорациями и операционные игры*. – М.: ВЦ РАН, 2004. – 42 с.
3. КОНОНЕНКО А.Ф., ШЕВЧЕНКО В.В. *Использование игрового и сценарного моделирования в решении задач управления промышленным комплексом региона*. – М.: ВЦ РАН, 2007. – 48 с.
4. КОНОНЕНКО А.Ф., ШЕВЧЕНКО В.В. *Операционные игры – эффективный инструмент для согласования экономических*



*интересов территориальных и отраслевых объединений.*  
Научно-технический сборник «Вопросы оборонной техники». Серия 3. Выпуск 2 (339). – М.: ЦНИИЭИСУ, 2007. С. 34 – 43.

5. КОНОНЕНКО А.Ф., ШЕВЧЕНКО В.В. *Качественный анализ возможностей и перспектив социально-экономического развития России с использованием операционного игрового сценарного моделирования.* // Динамика неоднородных систем / под ред. Ю.С. Попкова. Т. 39(1). – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2008. С. 77 – 87.
6. КОНОНЕНКО А.Ф., ШЕВЧЕНКО В.В. *О возможностях теоретико-игрового подхода к определению ограничений экологического характера.* Материалы четвертой международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2010)» (4-6 октября 2010, г. Москва, Россия). Том I. С. 180 – 182.
7. ШЕВЧЕНКО В.В. *Конструктивные логические системы и их приложения.* – М.: ВЦ РАН, 2003. – 51 с.

## **ON CAPABILITIES OF CONSTRUCTIVE LOGICAL AND GRAPHICAL REPRESENTATIONS OF OPERATIONAL GAMES**

**Alexander Kononenko**, Dorodnitsyn Calculative Centre of RAS, Moscow, Doctor of Science, professor (afkon3@rambler.ru).

**Vasiliy Shevchenko**, Dorodnitsyn Calculative Centre of RAS, Moscow (vsh1953@mail.ru).

*Abstract: Capabilities are considered of logical and graphical representations usage in analysis of game-theoretic models. Game-theoretic models considered are presented in the form of operational games. The principles are postulated of study of strategic*

*interactions at uncertainty with use of interaction representation in the form of constructive logical systems, and also the principles of graphical tools (networks) use in such study are outlined.*

Keywords: operational game, constructive logical system, uncertainty, graph, scenario forecasting.

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии Д. А. Новиковым*