

# НЕЧЁТКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЗАПАСНЫМИ ЧАСТЯМИ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПОДРАЗДЕЛЕНИЙ АЭРОПОРТОВОЙ СЕТИ ХАБООБРАЗУЮЩЕЙ АВИАКОМПАНИИ

Романенко В. А.<sup>1</sup>

*(Самарский национальный исследовательский  
университет имени академика С.П. Королёва, Самара)*

*Решена задача оптимального проектирования системы обеспечения аэропортов запасными частями для систем обработки багажа. Рассматривается группа аэропортов, оснащенная багажными системами одного производителя, планирующего снабжать их запасными частями на стадии эксплуатации. Один из аэропортов группы должен выполнять функции пассажирского пересадочного узла (хаба) для хабообразующей авиакомпании, планирующей организацию массовых трансферных перевозок между аэропортами группы. Предлагается создание эшелонированной системы обеспечения запасными частями, предусматривающей наличие складов на уровнях производителя, узлового аэропорта и остальных (периферийных) аэропортов, и использование комбинированной стратегии поставок запасных частей, предполагающей периодические поставки со склада производителя на склады аэропортов, оперативные поставки со склада узлового на склады периферийных аэропортов и, при возникновении дефицита, экстренные поставки на склад узлового аэропорта. Целью является определение объемов периодических поставок запчастей, оптимальных по критерию минимума затрат на их выпуск, хранение и пополнение запаса. Часть исходных данных принята не полностью определённой, что соответствует этапу проектирования системы, и задается в виде нечётких чисел. Результаты модельных примеров свидетельствуют о правомерности рассмотренной постановки задачи и эффективности предложенной системы обеспечения запчастями.*

Ключевые слова: система обеспечения запасными частями, оптимизация, нечёткое число, узловой аэропорт, система обработки багажа.

## **1. Введение**

Решается задача параметрической оптимизации системы обеспечения запасными частями (ЗЧ) производственных подразделений аэропортов, занимающихся эксплуатацией, техниче-

---

<sup>1</sup> Владимир Алексеевич Романенко, к.т.н., доцент (vla\_rom@mail.ru).

ским обслуживанием и ремонтом (ТОиР) систем обработки багажа (СОБ) – одного из наиболее сложных и высокотехнологичных классов аэропортового оборудования. В роли основного поставщика ЗЧ выступает предприятие, являющееся производителем и системным интегратором оборудования СОБ. Потребителями ЗЧ являются специализированные службы аэропортов, располагающие складами для хранения запаса ЗЧ и ремонтными подразделениями, способными произвести любой ремонт отказавшего агрегата СОБ. Рассматривается группа аэропортов, один из которых предполагается узловым, т.е. выполняющим функции пересадочного узла (хаба) для пассажиров, перевозимых между другими («периферийными») аэропортами группы. Перевозки между аэропортами группы через хаб выполняет хабообразующая авиакомпания, которая координирует своё расписание таким образом, чтобы обеспечить пассажирам удобную пересадку в хабе. Отказы в работе СОБ, приводящие к сбоям в расписании движения воздушных судов (ВС), угрожают разрушить скоординированную систему стыковочных рейсов, став источником значительных убытков для хабообразующей авиакомпании. Жизненная важность поддержания работоспособного состояния всех СОБ в рамках системы «хаб – периферийные аэропорты» требует, чтобы производством и снабжением ЗЧ обеспечивалась возможность выполнения ремонта либо немедленно после отказа, либо с незначительной задержкой.

Формированию авиакомпанией системы перевозок «хаб – периферийные аэропорты» обычно предшествуют значительные и затратные преобразования в предполагаемом хабе, включающие, в частности, модернизацию имеющейся или развёртывание новой, более высокопроизводительной, багажной системы. Для принятия обоснованного решения о целесообразности формирования системы «хаб – периферийные аэропорты» ее участникам необходимо располагать оценками издержек, связанных с указанными преобразованиями. При определении таких оценок правомерно полагать, что в качестве подрядчика на разработку (доработку), производство, монтаж, ввод в эксплуатацию и обеспечение ТОиР СОБ будет выбрана среди конкурентов та фирма-производитель, которая предложит вариант

СОБ, в определённом смысле наилучший на всех этапах жизненного цикла изделия. Логично считать, что если в тех или иных аэропортах, выбранных хабообразующей авиакомпанией на роль «периферийных», на момент принятия решения о построении системы «хаб – периферийные аэропорты» уже будут действовать СОБ рассматриваемого производителя, то его стратегия обеспечения ЗЧ СОБ этих аэропортов будет оптимизирована с учетом преимуществ системы «хаб – периферийные аэропорты». Таким образом, на этапе предварительного проектирования хабовой системы перевозок необходимо располагать сравнительно простыми расчётными моделями, позволяющими решать задачи оптимизации структуры и параметров как самих СОБ, так и систем обеспечения их ЗЧ. В частности, необходимы модели для предварительных «быстрых» оценок оптимальных объёмов производства ЗЧ и выбора схем снабжения ими потребителей с учётом влияния различного рода неопределённостей, возникающих при проектировании, создании и эксплуатации СОБ.

Одним из факторов неопределённого характера является стохастичность потока отказов компонентов СОБ. Будем считать, что существует некоторая плановая численность единиц ЗЧ определённого типа, которая должна выпускаться производителем и с установленной периодичностью доставляться потребителям. Случайный характер потока отказов с той или иной вероятностью может привести к возникновению ситуаций, когда планового числа ЗЧ окажется недостаточно. В таких ситуациях для исключения длительного простоя оборудования потребуется либо оперативный выпуск и доставка «сверхплановых» ЗЧ, либо экстренная закупка аналогичной продукции у конкурентов. Учитывая регулярный и, как правило, частотный характер авиасвязей между хабом и периферийными аэропортами, правомерно полагать, что хабообразующая авиакомпания, заинтересованная в поддержании в работоспособном состоянии СОБ не только в хабе, но и в периферийных аэропортах, может взять на себя функции оперативной доставки ЗЧ в периферийные аэропорты. В этом случае в хабе может быть создан склад, играющий роль депо [11] ЗЧ для всех остальных аэропортов.

Габарито-весовые характеристики большинства деталей и узлов СОБ обеспечивают возможность их перевозки пассажирскими ВС в порядке дозагрузки. В этом случае стоимость их перевозки может оказаться приемлемой для производителя. Тем не менее стоимость воздушной перевозки останется весьма высокой, что не позволит полностью отказаться от перевозки наземными видами транспорта. Следует полагать, что достаточно большие «плановые» партии ЗЧ будут периодически доставляться со склада производителя на склады аэропортов, в том числе хаба, средствами наземного транспорта. При появлении угрозы дефицита ЗЧ в периферийном аэропорту оперативная доставка из хаба будет выполняться в краткие сроки регулярным рейсом ВС. Как будет показано ниже, такая стратегия даст возможность сократить затраты на обеспечение аэропортов ЗЧ при приемлемом времени восстановления, поскольку централизованное оперативное снабжение позволит уменьшить как запасы ЗЧ в каждом аэропорту, так и суммарное потребное их количество за счёт возможности их перераспределения между потребителями.

Описанные условия, в соответствии с которыми фирма – производитель аэропортовой техники организует оперативное снабжение ряда аэропортов ЗЧ для своей продукции посредством авиaperевозок из узлового аэропорта, не противоречат практике. Ситуации, когда сильная авиакомпания, доминирующая по объему перевозок в своем базовом аэропорту, берет на себя инициативу (и значительную долю затрат) по формированию и поддержанию системы «хаб – периферийные аэропорты», достаточно широко распространены в практике мировой авиатранспортной отрасли [9] и представляют интерес для авиапредприятий РФ. Российскими авиакомпаниями неоднократно предпринимались попытки преобразования своих базовых аэропортов в полноценные пересадочные центры [9]. Необходимость формирования системы хабов на базе крупнейших аэропортов нашей страны была признана на уровне Правительства РФ [3]. Ситуация, когда целый ряд аэропортов оснащается багажным оборудованием одного производителя, также вполне реальна. Согласно данным 2023 г. [15], в 80% аэропортов России, работающих с международными направлениями, исполь-

зуются багажные системы одного из ведущих мировых производителей оборудования данного класса. Нельзя не отметить тенденции последних лет, имеющие непосредственное отношение к теме статьи. Во-первых, вызванная пандемией вынужденная трансформация отечественной отрасли воздушных перевозок заметно усилила интерес авиаперевозчиков к формированию хабов на базе региональных аэропортов [16]. Во-вторых, влияние международных ограничений привело к миграции от иностранных к отечественным решениям при проектировании, производстве, монтаже, эксплуатации и послепродажном сопровождении багажных систем. Так, по данным Росавиации [10], в России возобновлен собственный выпуск СОБ и оснащение ими аэропортов единственным отечественным производителем таких систем. Таким образом, актуальность и обоснованность проблемы оптимизации обеспечения отечественных аэропортов ЗЧ для высокотехнологичного оборудования силами отечественных производителей с использованием достоинств системы «хаб – периферийные аэропорты» возрастают в условиях вызовов последних лет.

Постановкой и подходом к решению задачи оптимизации системы обеспечения ЗЧ СОБ аэропортовой сети должен учитываться тот факт, что часть исходных данных может характеризоваться нестохастической неопределённостью. Дело в том, что на этапе предварительного проектирования как самих СОБ, так и системы обеспечения их ЗЧ, в условиях неполноты, неопределенности исходной информации одним из источников её получения станут экспертные оценки, которые проблематично выразить в терминах теории вероятностей, и для формализации которых используются другие подходы, например, методы теории нечётких множеств [6]. Таким образом, моделью оптимизации системы обеспечения ЗЧ СОБ аэропортовой сети должна предусматриваться возможность оперирования величинами, заданными в нечёткой форме.

Обзор работ по теории снабжения ЗЧ, актуальный на начало XXI века, приводится в [10]. В этой работе делается акцент на применении методологии теории массового обслуживания при построении стохастических моделей систем снабжения ЗЧ.

Подробно рассмотрены методики расчёта многоуровневых (в основном двухуровневых) систем управления запасами восстанавливаемых ЗЧ, в том числе с экстренными поставками. Среди таких методик так называемая «METRIC» – методика эшелонированного управления восстанавливаемыми запчастями в двухуровневой системе [24, 25], на нижнем уровне которой («базе») предполагается поддержание нормативного запаса  $S$  в соответствии со стратегией восполнения «запрос – заказ»  $(S - 1, S)$ , ограниченные ремонтные возможности и составной пуассоновский входной спрос. Горизонтальный обмен между базами отсутствует. В верхнем звене («депо») все детали ремонтируемы, спрос составной (логарифмический) пуассоновский, поддержание запаса по схеме «двух уровней»  $(s, S)$ . В дальнейшем методика METRIC была модифицирована применительно к структурированным изделиям при простом пуассоновском спросе [20, 21]. В работах [22, 25] предложена методика управления ЗЧ, состоящего в выборе в режиме реального времени базы для отправки очередного отремонтированного изделия из депо. Позже методика METRIC была распространена на двухэшелонную систему с экстренными поставками на базы из депо или извне системы, на трёхуровневую систему с полностью восстанавливаемыми изделиями, а также децентрализованную систему [11]. В [11] упомянуты также приближённые модели для двухуровневых систем со стратегиями восполнения, отличающимися от стратегий  $(S - 1, S)$  на базах и  $(s, S)$  в депо, принятых в семействе моделей METRIC [21, 22]. Обстоятельный анализ результатов зарубежных исследований в области теории управления запасами ЗЧ, достигнутых к 2020 году, с привлечением материала около 150 работ приведён в статье [26]. Среди пробелов в исследованиях указанной области авторы отмечают недостаточное внимание, уделяемое системам снабжения с возможностью экстренных поставок, и сосредоточение на системах с ограниченной номенклатурой ЗЧ. Методы нечётких вычислений пока не нашли широкого применения при построении систем обеспечения ЗЧ. Работы в этой области, например, [17, 19], немногочисленны и касаются, главным образом, вопросов использования нечёткого управления запасами. Число работ,

посвящённых системам снабжения запчастями аэропортовых предприятий, невелико. Среди работ отечественных авторов следует отметить [1, 2], где с использованием методологии теорий массового обслуживания, надёжности и имитационного моделирования решается задача минимизации затрат на доставку запчастей для специальных автомобилей, эксплуатирующихся в аэропортах. Из зарубежных работ интерес представляет [23], в которой на базе модели марковской многоканальной СМО с неограниченным ожиданием и методики METRIC разработаны стратегия снабжения авиакомпаний ЗЧ для ВС из единого центра и модель определения оптимального расположения такого центра. В ремонтных подразделениях авиакомпаний в периферийных аэропортах предполагается стратегия восполнения запаса  $(S - 1, S)$ , в центре  $(s, S)$ .

## **2. Концептуальная модель системы обеспечения ЗЧ**

В формируемой модели системы обеспечения ЗЧ будем считать не полностью определёнными данные относительно стоимостных и массовых характеристик компонентов СОБ и их ЗЧ, а также затрат на их доставку и хранение. Причины неопределённости следующие:

1. Производитель СОБ и одновременно поставщик ЗЧ к их компонентам выступает в роли системного интегратора, активно использующего в составе СОБ комплектующие других производителей (субпоставщиков). Учитывая динамично меняющиеся цены на комплектующие, доставку, хранение, на ранних этапах проектирования как самих СОБ, так и системы обеспечения их ЗЧ характеристики компонентов как собственного производства поставщика, так и производства субпоставщиков правомерно считать достоверно не известными.

2. ЗЧ СОБ отличаются широкой номенклатурой и значительным разнообразием характеристик. С целью сокращения размерности формулируемой оптимизационной задачи произведём укрупнение типов ЗЧ, рассматривая как относящиеся к единому типу в общем разнотипные запчасти одинакового назначе-

ния со сходными значениями параметров. Такое укрупнение, допустимое на начальных этапах проектирования, приведёт к наличию разброса в значениях параметров ЗЧ в пределах одного типа.

3. Решение задачи оптимизации системы обеспечения ЗЧ СОБ группы «хаб – периферийные аэропорты» требует наличия данных об уровне потока отказов элементов багажного оборудования всех типов. Предположим, что на этапе предварительных оценок, когда принимается принципиальное решение о необходимости замены или модернизации СОБ в потенциальном хабе, мы располагаем моделями СОБ (имитационными или аналитическими), не отличающимися высокой степенью детализации и поэтому позволяющими рассматривать в качестве элементов СОБ лишь такие её модули, которые сами имеют многоуровневую иерархическую структуру [8, 18]. Отказ такого модуля может означать необходимость как замены самого модуля, так и проведения ремонта, состоящего в замене какого-либо элемента, входящего в его состав. Невозможность учёта членения модуля на составляющие на рассматриваемом уровне детализации не позволяет достоверно определять потребности в ЗЧ. Тем не менее это не означает невозможность решения рассматриваемой оптимизационной задачи. Правомерно считать, что отказ модуля требует затрат либо равных затратам на его замену ЗЧ-аналогом, либо меньших, если удаётся ограничиться заменой его отказавшего элемента. Причём уточнить значение этих затрат, не переходя к более детализованным моделям, невозможно. Чтобы сохранить уровень детализации структурной модели СОБ, будем считать, что величины стоимости и массовых характеристик ЗЧ, необходимых для ремонта некоторого модуля, достоверно не определены, но не превышают величин аналогичных характеристик самого модуля. Воспользовавшись подходом, предполагающим укрупнение типов ЗЧ, будем включать в некоторый тип ЗЧ, необходимых для ремонта определённого модуля СОБ, все типы ЗЧ, необходимые как для замены самого модуля, так и для ремонта (замены) его элементов. Отметим, что, располагая результатами оптимизации системы обеспечения ЗЧ СОБ и данными по надёжности отдельных



составляющих модуля, на последующих этапах проектирования возможно определение необходимой потребности в этих составляющих.

Учитывая перечисленные факторы, будем считать, что стоимостные и массовые характеристики ЗЧ определяются экспертно с учетом каталожных данных, и задавать их в форме нечётких величин. Выбор нечёткого подхода обусловлен тем, что он позволяет экспертам при отсутствии или дефиците статистических данных формализовать свои представления о возможных значениях оцениваемого параметра, причём сделать это более детально по сравнению, например, с интервальным подходом [6].

Для описания структуры системы обеспечения ЗЧ группы аэропортов введём следующие обозначения:

$N$  – число аэропортов, составляющих группу «хаб – периферийные аэропорты»;

$h$  – индекс аэропорта,  $h = 1, \dots, N$ , где  $h = 1$  – хаб,  $h = 2, \dots, N$  – периферийные аэропорты;

$i$  – индекс типа компонентов СОБ и, одновременно, укрупнённого типа ЗЧ, требующихся для восстановления указанных компонентов,  $i = 1, \dots, I$ ;

$\lambda_i$  – интенсивность потока отказов компонента  $i$ -го типа;

$n_{hi}$  – число компонентов типа  $i$  в аэропорту  $h$ ;

$\lambda_{hi} = \lambda_i n_{hi}$  – интенсивность потока отказов компонентов СОБ типа  $i$  в аэропорту  $h$  (интенсивность спроса на ЗЧ  $i$  на складе аэропорта  $h$ );

$\{\lambda_{hi}\}$  – матрица интенсивностей отказов,  $h = 1, \dots, N$ ,  $i = 1, \dots, I$ ;

$\vec{\lambda}_h = \{\lambda_{h1}, \lambda_{h2}, \dots, \lambda_{hI}\}$  – вектор-строка интенсивностей отказов в аэропорту  $h$ .

Структура рассматриваемой эшелонированной системы обеспечения ЗЧ со складами на трех уровнях отображена на рис. 1а, где использованы следующие обозначения элементов этой системы:  $a$  – производственные подразделения производителя;  $c_0$  – склад производителя («депо верхнего уровня»);  $c_1$  – склад с ремонтными возможностями аэропорта-хаба («депо



хабообразующей авиакомпании (при наличии запаса ЗЧ необходимого типа на складе хаба).

3. Сверхплановое производство или приобретение у конкурентов и экстренная поставка ЗЧ на склад хаба при отсутствии ЗЧ необходимого типа в депо нижнего уровня. При этом вводится допущение о том, что создаваемый в хабе запас достаточен для того, чтобы исключить необходимость экстренных поставок в периферийные аэропорты. Таким образом, экстренные поставки могут осуществляться только в хаб. Такие поставки сопряжены с необходимостью производства при значительно более высокой себестоимости или приобретения по цене, значительно превышающей себестоимость при плановом производстве [11].

Вводится допущение о стационарном пуассоновском характере потока отказов, позволяющее сформировать приближенную модель системы обеспечения ЗЧ, достаточно простую для получения предварительных «быстрых» оценок оптимальных объёмов поставок в рамках предложенной стратегии.

Для оценки эффекта от использования хаба в качестве депо имеет смысл сравнить рассмотренную систему с другой, в которой хаб уже не служит депо, а наряду с другими аэропортами играет роль «рядовой» базы. В этом случае стратегия поставок следующая (рис. 1б): периодические поставки так же выполняются во все аэропорты, оперативные поставки отсутствуют, экстренные поставки при возникновении угрозы дефицита выполняются не только в хаб, но и во все периферийные аэропорты.

### **3. Однопродуктовая модель управления запасами ЗЧ**

Предварительно рассмотрим однопродуктовую модель системы управления запасами с единственным складом и стационарным пуассоновским потоком отказов интенсивностью  $\lambda$ . Периодически через фиксированный промежуток времени  $\theta$  запас ЗЧ на складе пополняется на фиксированное число элементов  $s$ . Если в результате очередного отказа запас исчерпывается, то непосредственно после отказа делается заказ на оперативную поставку одной единицы ЗЧ, который немедленно удовлетворя-

ется. Таким образом, склад всегда располагает как минимум одной единицей ЗЧ.

Обозначим  $\bar{v}$  – среднее за период  $\theta$  число ЗЧ, оперативно поставляемых на склад, и  $\bar{y}$  – средний за период  $\theta$  запас на складе, определяемый как

$$(1) \quad \bar{y} = \frac{1}{\theta} \int_0^{\theta} \bar{y}(t) dt,$$

где  $\bar{y}(t)$  – средний запас к моменту  $t \in [0, \theta)$ . Получим формулы для  $\bar{y}(t)$  и  $\bar{v}$ . Обозначим через  $x(t)$ ,  $y(t)$  и  $v(t)$  соответственно число отказов («спрос»), запас ЗЧ на складе и число оперативно поставленных ЗЧ к моменту  $t \in [0, \theta)$ . Легко видеть, что для принятой стратегии, сочетающей периодические и оперативные поставки, связь между величинами  $y(t)$ ,  $v(t)$  и  $x(t)$  может быть представлена в формализованном виде как

$$(2) \quad y(t) = \begin{cases} s - x(t), & 0 \leq x(t) \leq s - 1, \\ 1, & s \leq x(t), \end{cases}$$

$$(3) \quad v(t) = \begin{cases} 0, & x(t) < s, \\ x(t) - s + 1, & s \leq x(t). \end{cases}$$

Учтём, что для стационарного пуассоновского потока с интенсивностью  $\lambda$  вероятность  $P_x(t)$  наступления  $x$  отказов за время  $t$  подчиняется закону Пуассона:

$$(4) \quad P_x(t) = \frac{(\lambda t)^x}{x!} e^{-\lambda t}.$$

Тогда, согласно (2), имеем:

$$(5) \quad \begin{aligned} \bar{y}(t) &= \sum_{x=0}^{s-1} (s-x) P_x(t) + \sum_{x=s}^{\infty} P_x(t) = \\ &= \sum_{x=0}^{s-1} (s-x) P_x(t) + 1 - \sum_{x=0}^{s-1} P_x(t) = 1 + \sum_{x=0}^{s-1} (s-x-1) P_x(t). \end{aligned}$$

Выражения (1), (4), (5) позволяют приближённо определять  $\bar{y}$  по заданным  $\lambda$ ,  $s$  и  $\theta$ .

Так как по определению  $\bar{v} \equiv \bar{v}(t = \theta) = \bar{v}(\theta)$ , из выражения (3) получаем:

$$(6) \quad \bar{v} = \bar{v}(\theta) = \sum_{x=s}^{\infty} (x-s+1)P_x(\theta) = \sum_{x=s}^{\infty} xP_x(\theta) + (1-s) \sum_{x=s}^{\infty} P_x(\theta).$$

Чтобы избавиться от сумм с бесконечным числом слагаемых в формуле (6), используем известные формулы сумм членов бесконечных рядов [7]:

$$\sum_{x=0}^{\infty} \frac{a^x}{x!} = e^a, \quad \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{a^x}{x!} = ae^a, \quad a \in \mathbb{R}.$$

Введём для сокращения записи обозначение  $a = \lambda\theta$ , подставим (4) в (6) и, проведя необходимые преобразования, получим расчётную формулу для  $\bar{v}$ :

$$\begin{aligned} \bar{v} &= e^{-a} \sum_{x=s}^{\infty} x \frac{a^x}{x!} + e^{-a} (1-s) \sum_{x=s}^{\infty} \frac{a^x}{x!} = \\ &= e^{-a} \left( \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{a^x}{x!} - \sum_{x=0}^{s-1} x \frac{a^x}{x!} \right) + (1-s) e^{-a} \left( \sum_{x=0}^{\infty} \frac{a^x}{x!} - \sum_{x=0}^{s-1} \frac{a^x}{x!} \right) = \\ (7) \quad &= a - e^{-a} \sum_{x=0}^{s-1} x \frac{a^x}{x!} + (1-s) \left( 1 - e^{-a} \sum_{x=0}^{s-1} \frac{a^x}{x!} \right) = \\ &= a + 1 - s - e^{-a} \sum_{x=0}^{s-1} (x+1-s) \frac{a^x}{x!}. \end{aligned}$$

#### 4. Постановка задачи нечёткой оптимизации системы обеспечения ЗЧ

Напомним основные понятия и приемы нечёткой арифметики, используемые ниже. Под нечётким множеством  $\tilde{A}$  на универсальном множестве  $U$  понимается совокупность кортежей вида  $\langle \mu_{\tilde{A}}(u), u \rangle$ , где  $\mu_{\tilde{A}}(u)$  – степень принадлежности элемента  $u \in U$  нечёткому множеству  $\tilde{A}$ , которая задаётся как действительное число из интервала  $[0, 1]$ . Функция, позволяющая для произвольного элемента универсального множества вычислить степень его принадлежности нечёткому множеству, называется функцией принадлежности. Под нечёткой величиной (НВ) понимается произвольное нечёткое множество, заданное на множестве действительных чисел [6]. Одним из наиболее часто используемых,

простых и удобных для практических вычислений типов НВ является НВ с «треугольной» функцией принадлежности, или «треугольное нечёткое число» (ТНЧ), характеризующее неопределённость типа «приблизительно равно». ТНЧ  $\tilde{A}$  представим в виде кортежа  $\tilde{A} = \langle {}^L a, {}^M a, {}^R a \rangle$ , включающего координаты опорных точек функции принадлежности  $\mu_{\tilde{A}}(u)$ :

$$\mu_{\tilde{A}}(u) = \begin{cases} \frac{u - {}^L a}{{}^M a - {}^L a}, & {}^L a \leq u \leq {}^M a, \\ \frac{{}^R a - u}{{}^R a - {}^M a}, & {}^M a \leq u \leq {}^R a, \\ 0, & u \leq {}^L a, {}^M a \leq u, \end{cases}$$

где  ${}^M a$  – наиболее возможное значение  $u$  (мода),  ${}^L a, {}^R a$  – соответственно, наименьшее и наибольшее из возможных значений  $u$ ,  ${}^L a \leq {}^M a \leq {}^R a$ .

Основываясь на принципе обобщения Заде [6] определим необходимые ниже операции с ТНЧ. Пусть даны два ТНЧ:  $\tilde{A}_1 = \langle {}^L a_1, {}^M a_1, {}^R a_1 \rangle$ ,  $\tilde{A}_2 = \langle {}^L a_2, {}^M a_2, {}^R a_2 \rangle$ . Результатами их нечёткого сложения (+), перемножения ( $\times$ ), вычитания ( $-$ ), деления ( $/$ ), взятия максимума (max) и минимума (min) будут ТНЧ, определяемые соответственно как

$$\begin{aligned} \tilde{A}_1 + (\times) \tilde{A}_2 &= \langle {}^L a_1 + (\times) {}^L a_2, {}^M a_1 + (\times) {}^M a_2, {}^R a_1 + (\times) {}^R a_2 \rangle, \\ (8) \quad \tilde{A}_1 - (/) \tilde{A}_2 &= \langle {}^L a_1 - (/) {}^L a_2, {}^M a_1 - (/) {}^M a_2, {}^R a_1 - (/) {}^R a_2 \rangle, \\ \max(\min)(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2) &= \langle \max(\min)({}^L a_1, {}^L a_2), \max(\min)({}^M a_1, {}^M a_2), \\ &\quad \max(\min)({}^R a_1, {}^R a_2) \rangle. \end{aligned}$$

В соответствии с принципом обобщения Заде определим, что, если  $y = f(x)$  представляет собой функцию аргумента  $x$ , заданного ТНЧ  $\tilde{A} = \langle {}^L a, {}^M a, {}^R a \rangle$ , то результатом  $f(\tilde{A})$  является нечёткое число  $\tilde{B} = f(\tilde{A}) = \langle {}^L b, {}^M b, {}^R b \rangle$ , для которого координаты опорных точек определяются согласно выражениям:

$$\begin{aligned} & {}^L b = \min(f({}^L a), f({}^M a), f({}^R a)), \\ (9) \quad & {}^M b = f({}^M a), \\ & {}^R b = \max(f({}^L a), f({}^M a), f({}^R a)). \end{aligned}$$

Для дефаззификации, т.е. приведения к чёткой форме, ТНЧ используем метод центроида [6], в соответствии с которым чёткое число  $\bar{a}$  – результат дефаззификации ТНЧ  $\tilde{A} = \langle {}^L a, {}^M a, {}^R a \rangle$  – определяется как

$$(10) \quad \bar{a} = \text{def}(\tilde{A}) = \frac{{}^L a + {}^M a + {}^R a}{3}.$$

Сформулируем задачу оптимизации системы обеспечения ЗЧ с аэропортом-хабом в качестве депо нижнего уровня при нечётких исходных данных. В качестве показателя эффективности системы примем нечёткие затраты на производство, хранение и пополнение запчастями служб ТОиР СОБ аэропортов:

$$(11) \quad \tilde{c}_\Sigma = \tilde{c}_\Sigma^B + \tilde{c}_\Sigma^\Pi + \tilde{c}_{\Sigma 0}^X + \tilde{c}_{\Sigma B}^X + \tilde{c}_{\Sigma 1}^X + \tilde{c}_{\Sigma B}^O + \tilde{c}_\Sigma^\exists,$$

где  $\tilde{c}_\Sigma^B$  – затраты на плановый выпуск ЗЧ;  $\tilde{c}_\Sigma^\Pi$  – затраты на периодическую поставку ЗЧ на склады аэропортов;  $\tilde{c}_{\Sigma 0}^X$ ,  $\tilde{c}_{\Sigma B}^X$ ,  $\tilde{c}_{\Sigma 1}^X$  – затраты на хранение ЗЧ на складе производителя, на складах периферийных аэропортов, на складе узлового аэропорта соответственно;  $\tilde{c}_{\Sigma B}^O$ ,  $\tilde{c}_\Sigma^\exists$  – затраты на оперативную поставку ЗЧ на склады периферийных аэропортов и на экстренный выпуск и поставку ЗЧ на склад узлового аэропорта, соответственно. В формуле (11) и далее арифметические действия с ТНЧ выполняются в соответствии с правилами (8). Перечисленные слагаемые затрат определяются по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \tilde{c}_\Sigma^B &= \sum_{i=1}^I \sum_{h=1}^H s_{hi} \tilde{c}_i^B, \quad \tilde{c}_\Sigma^\Pi = \sum_{i=1}^I \sum_{h=1}^H \tilde{m}_i s_{hi} \tilde{c}_h^\Pi, \quad \tilde{c}_{\Sigma 0}^X = \frac{\theta}{2} \tilde{c}_{h=0}^X \sum_{i=1}^I \sum_{h=1}^H \tilde{m}_i s_{hi}, \\ (12) \quad \tilde{c}_{\Sigma B}^X &= \theta \sum_{i=1}^I \sum_{h=2}^H \tilde{m}_i \bar{y}_{hi} \tilde{c}_h^X, \quad \tilde{c}_{\Sigma 1}^X = \theta \tilde{c}_{h=1}^X \sum_{i=1}^I \tilde{m}_i \bar{y}'_{h=1,i}, \\ \tilde{c}_{\Sigma B}^O &= \sum_{i=1}^I \sum_{h=2}^H \tilde{m}_i \bar{v}_{hi} \tilde{c}_h^O, \quad \tilde{c}_\Sigma^\exists = \sum_{i=1}^I \left( \tilde{c}_i^C \bar{v}_{h=1,i} + \tilde{m}_i \bar{v}_{h=1,i} \tilde{c}_{h=1}^O \right), \end{aligned}$$

где  $s_{hi}$  – число ЗЧ типа  $i$  в одной периодической поставке на склад аэропорта  $h$ ;  $\tilde{m}_i$  – масса брутто единицы ЗЧ типа  $i$ ;  $\tilde{c}_i^B$  – затраты на плановый выпуск единицы ЗЧ типа  $i$ ;  $\tilde{c}_h^\Pi$  – стоимость периодической поставки единицы массы брутто ЗЧ на склад аэропорта  $h$  наземным транспортом;  $\tilde{c}_h^X$  – стоимость хранения в течение единицы времени единицы массы брутто груза на складе производителя ( $h = 0$ ), хаба ( $h = 1$ ) или периферийного аэропорта ( $h = 2, \dots, H$ );  $\tilde{c}_h^O$  – стоимость оперативной поставки самолётом единицы массы брутто ЗЧ со склада хаба на склад  $h$ -го периферийного аэропорта ( $h = 2, \dots, H$ ) или экстренной её поставки на склад хаба ( $h = 1$ ) со склада производителя, либо его конкурента;  $\tilde{c}_i^C$  – затраты на сверхплановый выпуск единицы ЗЧ типа  $i$  или на приобретение её у другого производителя;  $\bar{y}_{hi}$  – средний запас ЗЧ типа  $i$  на складе  $h$ ;  $\bar{y}_{h=1,i}^r$  – скорректированный с учётом оперативных поставок средний запас ЗЧ типа  $i$  на складе узлового аэропорта;  $\bar{v}_{hi}$  – среднее число ЗЧ типа  $i$ , оперативно поставленных на склад периферийного аэропорта  $h$  ( $h = 2, \dots, H$ ) со склада хаба за период  $\theta$ ;  $\bar{v}_{h=1,i}$  – среднее число ЗЧ типа  $i$ , экстренно поставленных на склад хаба за период  $\theta$ .

Ограничивая, согласно [4], набор наиболее значимых факторов, влияющих на стоимость поставки, видом транспорта, дальностью перевозки и массой перевозимого груза, предположим, что зависимость стоимости поставки от перечисленных факторов может быть аппроксимирована «чёткой» функцией следующего общего вида:

$$(13) c_h^d = f^c(\bar{x}^d, l_h^d, m_h^d), \quad d \in \{\text{"П"}, \text{"О"}\},$$

где  $c_h^d$  – стоимость периодической ( $d = \text{"П"}$ ) или оперативной (либо экстренной) ( $d = \text{"О"}$ ) поставки в аэропорт  $h$ ;  $\bar{x}^d$  – вектор параметров, зависящих от того, является поставка периодической или оперативной (либо экстренной), а следовательно, – от вида транспорта;  $l_h^d$ ,  $m_h^d$  – соответственно дальность перевозки и масса перевозимого груза в аэропорт  $h$ , которые также зависят



от вида поставки. Следует отметить, что, при наличии статистики, вид функции  $f^c(\cdot)$  и вектор  $\bar{x}^d$  определяются методами «обычного» (не нечёткого) регрессионного анализа. В случае если один из аргументов функции  $f^c(\cdot)$  задан как ТНЧ  $\tilde{m}_h^d$ , то в соответствии с принципом обобщения результатом  $f^c(\bar{x}^d, l_h^d, \tilde{m}_h^d)$  явится ТНЧ  $\tilde{c}_h^d = f^c(\bar{x}^d, l_h^d, \tilde{m}_h^d)$ , определяемое согласно (9). В рамках периодической поставки со склада производителя на склад  $h$ -го аэропорта перевозятся ЗЧ различных типов общей массой  $\tilde{m}_h^\Pi = \sum_{i=1}^I s_{hi} \tilde{m}_i$ . В случае оперативной (или экстренной) поставки можно считать, что перевозятся отдельные ЗЧ.

Затраты  $\tilde{c}_{\Sigma 0}^X$  на хранение ЗЧ на складе производителя определены в предположении равномерной поставки на склад выпущенных по плану ЗЧ, периодического вывоза всех выпущенных по плану ЗЧ через промежутки времени  $\theta$ , немедленного экстренного вывоза без необходимости хранения на складе всех выпущенных вне плана ЗЧ.

Используемая в расчётах затрат  $\tilde{c}_{\Sigma B}^X$  на хранение на складах периферийных аэропортов величина  $\bar{y}_{hi}$  среднего запаса ЗЧ типа  $i$  на складе периферийного аэропорта  $h$  определяется согласно выражениям (1), (4), (5), в которых величины  $\lambda$  и  $s$  заменяются на  $\lambda_{hi}$  и  $s_{hi}$  соответственно.

При определении затрат  $\tilde{c}_{\Sigma 1}^X$  на хранение на складе узлового аэропорта учитывается сокращение хранимого запаса из-за оперативных поставок на склады периферийных аэропортов. Скорректированная с учётом оперативных поставок величина  $\bar{y}'_{h=1,i}$  среднего запаса ЗЧ типа  $i$  на складе хаба приближённо определяется по формулам (1), (4), (5), в которых вместо  $s_{h=1,i}$  используется значение  $s'_{h=1,i}$ , полученное в результате следующей коррекции  $s_{h=1,i}$ :

$$s'_{h=1,i} = s_{h=1,i} - \sum_{h=2}^H \bar{v}_{hi}, \quad i = 1, \dots, I.$$

Если величина  $s'_{h=1,i}$  не является целым числом, то применяется следующий приближённый приём: подсчитываются величины скорректированного среднего запаса для  $[s'_{h=1,i}]$  и  $[s'_{h=1,i}] + 1$ , где  $[\cdot]$  – целая часть числа, и проводится линейная интерполяция.

Затраты  $\tilde{c}_{\Sigma}^{\exists}$  на экстренную поставку ЗЧ на склад узлового аэропорта включают затраты на сверхплановый выпуск ЗЧ  $i$  или приобретение её у другого производителя и оперативную доставку в хаб. Предполагается, что сверхплановые ЗЧ компенсируют дефицит в хабе, поэтому  $\bar{v}_{h=1,i}$  определяется по формуле (7), в которой вместо  $s_{h=1,i}$  используется скорректированное значение  $s'_{h=1,i}$ .

Будем считать, что система обеспечения ЗЧ должна поддерживать техническую надёжность компонентов СОБ на уровне, не ниже заданного. Используем величину стационарного коэффициента готовности компонента  $i$ -го типа в  $h$ -м аэропорту:

$$K_{hi}^{\Gamma} = \frac{\mu_{hi}}{\lambda_i + \mu_{hi}}, \quad h=1, \dots, H, \quad i=1, \dots, I,$$

где  $\mu_{hi} = (T_{hi}^B)^{-1}$  – интенсивность восстановления компонента  $i$ -го типа в  $h$ -м аэропорту;  $T_{hi}^B$  – среднее время восстановления компонента. Величина  $T_{hi}^B$  определяется как следующая сумма:

$$T_{hi}^B = T_i^P + T_{hi}^D, \quad h=1, \dots, H, \quad i=1, \dots, I,$$

где  $T_i^P$  – среднее время ремонта компонента, не зависящее от характеристик системы обеспечения запчастями;  $T_{hi}^D$  – среднее время непроизводительного простоя компонента в ожидании ремонта, связанного с возможным дефицитом ЗЧ в момент отказа и необходимостью её доставки (а возможно, и изготовления или приобретения) для ремонта.

Потребуем, чтобы увеличение времени восстановления компонента, связанное с необходимостью доставки ЗЧ, не приводило к неприемлемому снижению его готовности:

$$(14) K_{hi}^{\Gamma min} \leq K_{hi}^{\Gamma} = \frac{1}{\lambda_i(T_i^P + T_{hi}^D) + 1}, \quad h=1, \dots, H, \quad i=1, \dots, I,$$

где  $K_{hi}^{\Gamma min}$  – заданный минимально допустимый уровень готовности компонента.

Среднее время  $T_{hi}^D$  непроизводительного простоя по причине отсутствия ЗЧ  $i$ -го типа в  $h$ -м аэропорту будем определять как средневзвешенные затраты времени на ликвидацию дефицита путём периодических, оперативных или экстренных поставок. Примем, что периодические поставки не могут служить причиной непроизводительных потерь времени, поскольку ими обеспечивается заблаговременная доставка ЗЧ, когда при отказе компонента его ЗЧ уже находится в ремонтном органе. Из описания комбинированной стратегии и введённых допущений следует, что оперативные поставки будут связаны с потерями времени в периферийных аэропортах, а экстренные поставки – с потерями времени в хабе. Таким образом, выражения для оценки  $T_{hi}^D$  будут различаться для случаев узлового и периферийных аэропортов:

$$(15) T_{hi}^D = \left\{ \begin{array}{ll} T_{hi}^{DЭ} \delta_{hi}^{DЭ} \rho_{hi}^{DЭ}, & h=1, \\ T_{hi}^{DО} \delta_{hi}^{DО} \rho_{hi}^{DО}, & h=2, \dots, H; \end{array} \right\}, \quad i=1, \dots, I,$$

где  $T_{hi}^{DО}$ ,  $T_{hi}^{DЭ}$  – величины среднего времени ликвидации дефицита ЗЧ  $i$ -го типа в  $h$ -й аэропорту (в случае его возникновения) путём, соответственно, оперативных и экстренных поставок;  $\delta_{hi}^{DО}$ ,  $\delta_{hi}^{DЭ}$  – соответственно доли оперативных и экстренных поставок в общем объёме поставок ЗЧ  $i$ -го типа в  $h$ -й аэропорт;  $\rho_{hi}^{DО}$ ,  $\rho_{hi}^{DЭ}$  – вероятности возникновения дефицита ЗЧ  $i$ -го типа в  $h$ -й аэропорту в процессе осуществления соответственно оперативных и экстренных поставок.

Величины  $T_{hi}^{DО}$  и  $T_{hi}^{DЭ}$  определяются исходя из расписания движения самолётов узлового и периферийных аэропортов. Например, случаю одного ежедневного рейса из узлового в периферийный аэропорт соответствует  $T_{hi}^{DО} \approx 12$  ч.

Доли  $\delta_{hi}^{\text{ДО}}$  и  $\delta_{hi}^{\text{ДЭ}}$  оперативных и экстренных поставок приближённо определяются как доли отказов, устранённых за счёт соответственно оперативных и экстренных поставок, от общего числа отказов компонентов  $i$ -го типа в  $h$ -м аэропорту за время  $\theta$ .

$$\delta_{hi}^{\text{ДО}} = \frac{\bar{v}_{hi}}{\lambda_{hi}\theta}, \quad h=2, \dots, H, \quad i=1, \dots, I;$$

$$(16) \quad \delta_{h=1,i}^{\text{ДЭ}} = \frac{\bar{v}_{h=1,i}}{\lambda_{h=1,i}\theta}, \quad i=1, \dots, I.$$

Вероятность  $\rho_{hi}^{\text{ДО}}$  возникновения дефицита ЗЧ  $i$ -го типа в  $h$ -м аэропорту на этапе выполнения оперативных поставок определяется в предположении, что по достижении нулевого запаса очередным рейсом из хаба в аэропорт доставляется такое число ЗЧ, чтобы текущий запас не превышал единицы. Такая стратегия отвечает задаче минимизации затрат и оправдана при высокой надёжности оборудования. При двух и более отказах в промежутке между рейсами будет наблюдаться дефицит, который может быть ликвидирован только в итоге выполнения следующего рейса. Таким образом, вероятность  $\rho_{hi}^{\text{ДО}}$  определяется как вероятность наступления двух и более отказов:

$$\rho_{hi}^{\text{ДО}} = 1 - P_0(\lambda_{hi}, \Delta t_{hi}) - P_1(\lambda_{hi}, \Delta t_{hi}), \quad h=2, \dots, H, \quad i=1, \dots, I,$$

где  $P_0(\lambda_{hi}, \Delta t_{hi})$  и  $P_1(\lambda_{hi}, \Delta t_{hi})$  – вероятности соответственно отсутствия отказов и наступления одного отказа за время  $\Delta t_{hi}$  в простейшем потоке отказов интенсивностью  $\lambda_{hi}$ . Примем  $\Delta t_{hi} \approx T_{hi}^{\text{ДО}}$ , что позволит при простейшем потоке отказов приближённо оценивать указанные вероятности как

$$P_0(\lambda_{hi}, \Delta t_{hi}) \approx e^{-\lambda_{hi} T_{hi}^{\text{ДО}}}, \quad P_1(\lambda_{hi}, \Delta t_{hi}) \approx \lambda_{hi} T_{hi}^{\text{ДО}} e^{-\lambda_{hi} T_{hi}^{\text{ДО}}}.$$

Вероятность  $\rho_{h=1,i}^{\text{ДЭ}}$ , для определения которой на этапе предварительного проектирования трудно предложить простые выражения, целесообразно задавать в расчёте на наиболее напряжённый режим работы системы:  $\rho_{h=1,i}^{\text{ДЭ}} = 1, \quad i=1, \dots, I.$

Необходимо учитывать также ограничение на производственные возможности производителя, предполагающее, что

производитель-поставщик способен произвести в течение промежутка времени  $\theta$  не более  $s_i^{max}$  единиц ЗЧ типа  $i$ :

$$(17) \sum_{h=1}^H s_{hi} \leq s_i^{max}, \quad i=1, \dots, I.$$

Итак, задача оптимизации системы обеспечения ЗЧ СОБ группы «хаб – периферийные аэропорты», где хаб выполняет функции депо нижнего уровня, решаемая производителем СОБ на ранних этапах проектирования, состоит в определении целых неотрицательных величин  $s_{hi}$  ( $h = 1, \dots, H, i = 1, \dots, I$ ), обеспечивающих минимум целевой функции  $\tilde{c}_\Sigma$  и удовлетворяющих ограничениям (14) и (17) при заданных  $\lambda_{hi}, \tilde{m}_i, \tilde{c}_i^B, \tilde{c}_i^C, \tilde{c}_h^X, \bar{x}^d, l_h^d, m_h^d, T_i^P, T_{hi}^{DO}, T_{hi}^{DЭ}, K_{hi}^{\Gamma min}, s_i^{max}$  ( $h = 1, \dots, H, i = 1, \dots, I, d \in \{“П”, “О”\}, f^c(\cdot), \theta$ ).

Учитывая, что входящая в состав целевой функции зависимость (13) в общем случае может быть нелинейной, сформулированную задачу следует отнести к классу целочисленных задач нечёткого нелинейного математического программирования.

Поскольку оптимизационная задача с чёткими ограничениями (14) и (17) и нечёткой целевой функцией (11) в силу нечёткости последней является задачей с бесконечным числом критериев [5], то приведённую выше её формулировку следует рассматривать лишь как условную. Для придания постановке задачи определённости используем в качестве целевой функции значение  $\bar{c}_\Sigma = def[\tilde{c}_\Sigma]$ , полученное в результате дефаззификации методом центроида (10) ТНЧ  $\tilde{c}_\Sigma$ . Описанный подход, широко применяемый при решении задач нечёткой оптимизации, в рассматриваемом случае позволяет свести задачу к обычной задаче целочисленного нелинейного математического программирования, для решения которой разработаны высокоэффективные методы и программное обеспечение.

Без излишней детализации, избегая повторов, остановимся на задаче оптимизации системы обеспечения ЗЧ СОБ группы «хаб – периферийные аэропорты», где хаб уже не служит депо, а наряду с другими аэропортами играет роль «рядовой» базы.

Общая постановка задачи не меняется, формула целевой функции (11) и выражения (12) для расчёта слагаемых  $\tilde{c}_{\Sigma}^B$ ,  $\tilde{c}_{\Sigma}^{\Pi}$ ,  $\tilde{c}_{\Sigma 0}^X$ ,  $\tilde{c}_{\Sigma B}^X$  остаются справедливыми, корректируется лишь подход к определению величин  $\tilde{c}_{\Sigma 1}^X$ ,  $\tilde{c}_{\Sigma B}^O$ ,  $\tilde{c}_{\Sigma}^{\Theta}$  и параметра  $T_{hi}^D$ , входящего в выражение для ограничения (14).

Поскольку оперативные поставки отсутствуют, то затраты на них принимаются равными нулю:  $\tilde{c}_{\Sigma B}^O = (0; 0; 0)$ .

При определении затрат  $\tilde{c}_{\Sigma 1}^X$  на хранение на складе узлового аэропорта теперь нет необходимости учитывать сокращение хранимого запаса из-за оперативных поставок на склады периферийных аэропортов, поэтому затраты  $\tilde{c}_{\Sigma 1}^X$  для хаба рассчитываются так же, как и для периферийного аэропорта. Формула (12) для расчёта  $\tilde{c}_{\Sigma 1}^X$  принимает вид

$$\tilde{c}_{\Sigma 1}^X = \theta \tilde{c}_{h=1}^X \sum_{i=1}^I \tilde{m}_i \bar{y}_{h=1,i},$$

где  $\bar{y}_{h=1,i}$  – средний запас ЗЧ типа  $i$  на складе хаба, определяемый согласно выражениям (1), (4), (5), в которых величины  $\lambda$  и  $s$  заменяются на  $\lambda_{h=1,i}$  и  $s_{h=1,i}$  соответственно,  $i = 1, \dots, I$ .

Затраты  $\tilde{c}_{\Sigma}^{\Theta}$  на экстренный выпуск (или приобретение у другого производителя) и поставку ЗЧ учитываются не только для хаба, но и для периферийных аэропортов. Соответствующая формула (12) преобразуется к виду:

$$\tilde{c}_{\Sigma}^{\Theta} = \sum_{i=1}^I \sum_{h=1}^H (\tilde{c}_i^C \bar{v}_{hi} + \tilde{m}_i \bar{v}_{hi} \tilde{c}_h^O),$$

где  $\bar{v}_{hi}$  – среднее число ЗЧ типа  $i$ , экстренно поставленных на склад аэропорта  $h$ ,  $h = 1, \dots, H$ , за период  $\theta$ . Величина  $\bar{v}_{hi}$  определяется согласно (7) с заменой величин  $\lambda$  и  $s$  на соответствующие  $\lambda_{hi}$  и  $s_{hi}$ ,  $h = 1, \dots, H$ ,  $i = 1, \dots, I$ .

Упрощается методика расчёта параметра  $T_{hi}^D$  для ограничения (14). Расчётное выражение для  $T_{hi}^D$ , сформированное на основе формул (15) и (16), имеет вид:

$$T_{hi}^Д = T_{hi}^{ДЭ} \frac{\bar{v}_{hi}}{\lambda_{hi}\theta}, \quad h=1, \dots, H, \quad i=1, \dots, I.$$

Выражение получено в предположении, что хабообразующая авиакомпания уже не обеспечивает оперативные поставки ЗЧ в периферийные аэропорты, заменой для них служат экстренные поставки, поэтому в формулах (15) и (16) параметры оперативных поставок заменяются соответствующими параметрами поставок экстренных для всех аэропортов, а не только для хаба  $h = 1, \dots, H$ .

Оценить целесообразность создания в узловом аэропорту (хабе) депо нижнего уровня позволяют результаты приводимых ниже модельных примеров решения задач оптимизации системы обеспечения ЗЧ СОБ аэропортовой сети, в первом из которых хаб играет роль депо, а во втором – «рядовой» базы.

## 5. Модельные примеры

Ограничимся рассмотрением группы аэропортов в составе хаба и шести периферийных аэропортов ( $H = 7$ ), которые необходимо обеспечивать ЗЧ для ремонта или замены следующих составных частей багажных конвейеров: электродвигатель ( $i = 1$ ), редуктор ( $i = 2$ ), металлоконструкция ( $i = 3$ ), конвейерная лента ( $i = 4$ ). Цикл работы системы обеспечения ЗЧ  $\theta = 1$  месяц (30 дней) = 720 ч. Величины интенсивности отказов (количество отказов всех составных частей заданного типа в аэропорту за месячный период) и параметры аэропортов приведены в таблице 1. В случае, когда хаб выполняет функции депо нижнего уровня, предполагается, что рейсы из хаба в периферийные аэропорты выполняются не реже одного раза в сутки. Среднее время ликвидации дефицита путём экстренных поставок принято равным 72 ч для всех аэропортов и типов ЗЧ.

Таблица 1. Интенсивности потоков отказов и характеристики аэропортов

h	$\lambda_{hi}, 1/\text{мес.}$				$l_h^{\Pi},$ км	$l_h^O,$ км	$\tilde{c}_h^x, \frac{\text{руб.}}{\text{кг} \cdot \text{мес.}}$
	i						
	1	2	3	4			
1	12,3	14,8	2,5	33,6	1000	900	$\langle 17,1; 21,1; 25,7 \rangle$
2	29,5	35,5	5,4	50,0	1840	1360	$\langle 23,6; 30,0; 36,4 \rangle$
3	2,6	3,1	0,6	8,4	2820	2000	$\langle 12,9; 17,1; 21,4 \rangle$
4	4,0	4,8	0,9	12,6	2100	1630	$\langle 12,9; 17,1; 21,4 \rangle$
5	6,2	7,5	1,4	18,1	1429	1150	$\langle 10,7; 12,9; 15,0 \rangle$
6	7,3	8,8	1,6	21,3	1660	1320	$\langle 10,7; 12,9; 15,0 \rangle$
7	6,6	8,0	1,4	19,2	2050	1800	$\langle 21,4; 25,7; 30,0 \rangle$

По результатам анализа данных Интернет-ресурсов транспортных предприятий [12–14] предложена следующая форма аппроксимирующей зависимости (13) для определения стоимости поставки:

$$(18) c_h^d = (\alpha_1^d \cdot l_h^d + \alpha_0^d)(m_h^d)^{(\beta_1^d \cdot l_h^d + \beta_0^d)}, \quad d \in \{\text{"П"}, \text{"О"}\},$$

где  $\alpha_0^d, \alpha_1^d, \beta_0^d, \beta_1^d$  – параметры, зависящие от того, является ли поставка периодической или оперативной (либо экстренной). Актуальные на первую половину 2023 г. величины параметров, установленные методами регрессионного анализа по данным тех же Интернет-ресурсов, приведены в таблице 2. В соответствии с принципом обобщения Заде результатом подстановки в (18) ТНЧ  $\tilde{m}_h^d$  становится ТНЧ  $\tilde{c}_h^d$ , координаты опорных точек которого определяются с использованием выражений (9).

Таблица 2. Параметры модели стоимости поставки

Поставка	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\beta_0$	$\beta_1$
Периодическая	133,0	0,032	-0,357	0,00003
Оперативная/Экстренная	110,0	0,048	-0,090	0,000006

Месячные расходы на хранение на складе производителя одного килограмма ЗЧ на основе материалов [12, 14] приняты



равными  $\tilde{c}_{h=0}^X = \langle 8,0; 10,0; 12,0 \rangle \frac{\text{руб.}}{\text{кг} \cdot \text{мес.}}$ . Другие исходные данные

сведены в таблицу 3. При известной условности стоимостные характеристики элементов СОБ близки к реальным на начало 2023 г. Минимально допустимый стационарный коэффициент готовности принят равным  $K_{hi}^{\Gamma \min} = 0,995$  для всех  $h = 1, \dots, H$ ,  $i = 1, \dots, I$ . Месячные мощности производителя по изготовлению ЗЧ всех типов приняты весьма высокими:  $s_i^{\max} = 300$  единиц,  $i = 1, \dots, I$ .

Таблица 3. Характеристики ЗЧ

Параметр	<i>i</i>			
	1	2	3	4
$\lambda_i$ , 1/мес.	0,11	0,13	0,02	0,26
$T_i^P$ , ч.	1,8	4,7	10,0	8,4
$\tilde{m}_i$ , кг	$\langle 1,0; 3,5; 20,0 \rangle$	$\langle 1,0; 5,2; 30,0 \rangle$	$\langle 1,0; 8,5; 50,0 \rangle$	$\langle 1,0; 6,8; 40,0 \rangle$
$\tilde{c}_i^B$ , тыс. руб.	$\langle 10,0; 20,3; 112,0 \rangle$	$\langle 10,0; 18,3; 100,0 \rangle$	$\langle 10,0; 43,3; 250,0 \rangle$	$\langle 10,0; 18,3; 100,0 \rangle$
$\tilde{c}_i^C$ , тыс. руб.	$\langle 50,0; 101,7; 560,0 \rangle$	$\langle 50,0; 91,7; 500,0 \rangle$	$\langle 50,0; 21,7; 125,0 \rangle$	$\langle 50,0; 91,0; 500,0 \rangle$

Полученный в результате решения оптимальный ежемесячный объём периодических поставок ЗЧ с распределением по типам и аэропортам для приведённых выше исходных данных приводится в таблице 4. Для справки представлено также среднемесячное количество ЗЧ, поставляемых экстренно в хаб.

Из полученных результатов следует, что прямые периодические поставки «производитель – аэропорт» целесообразны только для наименее надёжных компонентов. Для компонентов со сравнительно низкой интенсивностью отказов ( $i \in \{1, 2, 3\}$ ) более выгодны оперативные поставки через хаб. Периодические поставки ЗЧ в хаб, объём которых значительно превосходит объёмы поставок в другие аэропорты, включают также ЗЧ, предназначенные для оперативных поставок в периферийные аэропорты.

Таблица 4. Оптимальное решение. Дено в хабе

$i \backslash h$	1	2	3	4
Ежемесячные периодические поставки, $s_{hi}$ , шт.				
1	70	84	13	74
2	1	2	1	39
3	1	1	1	4
4	1	1	1	9
5	0	1	1	14
6	2	1	1	17
7	1	1	1	16
Всего	78	92	22	173
Среднемесячные экстренные поставки, $\bar{v}_{h=1,i}$ , шт.				
1	0,53	0,63	0,24	1,50

Распределение оптимальных затрат по отдельным статьям в нечёткой и дефаззифицированной методом центраида формах приведено в таблице 5. Оптимальное дефаззифицированное значение целевой функции составило  $\bar{c}_{\Sigma}^{opt} = 18292$  тыс.руб. Как и следовало ожидать, наиболее весомыми статьями затрат являются затраты на плановый и внеплановый выпуск и экстренную поставку ЗЧ, значительно превышающие остальные статьи, связанные с «логистикой».

Таблица 5. Распределение затрат. Дено в хабе

Статья затрат, обозначение	Нечёткое значение, тыс.руб.	Дефаззифицированное значение, тыс.руб.
Затраты на плановый выпуск, $\tilde{c}_{\Sigma}^B$	$\langle 3670; 7434; 40936 \rangle$	17347
Затраты на периодическую поставку, $\tilde{c}_{\Sigma}^{\Pi}$	$\langle 16; 55; 187 \rangle$	86
Затраты на хранение, $\tilde{c}_{\Sigma 0}^X + \tilde{c}_{\Sigma 1}^X + \tilde{c}_{\Sigma B}^X$	$\langle 2; 19; 131 \rangle$	51
Затраты на оперативную поставку, $\tilde{c}_{\Sigma B}^O$	$\langle 24; 106; 533 \rangle$	221
Затраты на сверхплановый выпуск и экстренную поставку, $\tilde{c}_{\Sigma}^{\exists}$	$\langle 118; 252; 1394 \rangle$	588
Суммарные затраты, $\tilde{c}_{\Sigma}$	$\langle 3830; 7866; 43180 \rangle$	18292

Для оценки эффекта от использования хаба в качестве депо была рассмотрена система, в которой хаб, как и периферийные аэропорты, играл роль базы, а не депо нижнего уровня, при этом предполагались только периодические и экстренные поставки. Набор результатов представлен в таблицах 6 и 7.

С учётом специфики системы среднемесячные объёмы экстренных поставок приведены не только для хаба, но и для периферийных аэропортов. При заданных выше исходных данных ухудшение по критерию минимума затрат составило около 15%, что говорит о целесообразности организации депо в хабе.

Таблица 6. Оптимальное решение. Без депо в хабе

$i \backslash h$	1	2	3	4
Ежемесячные периодические поставки, $s_{hi}$ , шт.				
1	16	19	5	35
2	33	38	7	55
3	3	4	1	9
4	5	6	2	14
5	7	8	2	20
6	8	9	3	25
7	7	9	2	21
Всего	79	93	22	179
Среднемесячные экстренные поставки, $\bar{v}_{hi}$ , шт.				
1	0,47	0,47	0,17	2,12
2	1,16	1,71	0,66	1,29
3	0,94	0,73	0,60	1,35
4	0,78	0,77	0,31	1,22
5	1,08	1,34	0,65	1,29
6	1,21	1,60	0,33	0,82
7	1,32	1,12	0,65	1,38
Всего	6,96	7,74	3,73	9,47

Таблица 7. Распределение затрат. Без депо в хабе

Статья расходов, обозначение	Нечёткое значение, тыс.руб.	Дефаззифицированное значение, тыс.руб.
Затраты на плановый выпуск, $\tilde{c}_\Sigma^B$	$\langle 3730; 7546; 41548 \rangle$	17608
Затраты на периодическую поставку, $\tilde{c}_\Sigma^П$	$\langle 20; 68; 234 \rangle$	107
Затраты на хранение, $\tilde{c}_{\Sigma 0}^X + \tilde{c}_{\Sigma 1}^X + \tilde{c}_{\Sigma B}^X$	$\langle 4; 28; 195 \rangle$	76
Затраты на оперативную поставку, $\tilde{c}_{\Sigma B}^O$	$\langle 0; 0; 0 \rangle$	0
Затраты на сверхплановый выпуск и экстренную поставку, $\tilde{c}_\Sigma^Э$	$\langle 812; 1658; 9126 \rangle$	3865
Суммарные затраты, $\tilde{c}_\Sigma$	$\langle 4566; 9300; 51103 \rangle$	21656

Сравнение результатов двух задач позволяет сделать вывод о том, что концентрация запаса в хабе вполне предсказуемо приводит к росту затрат, связанному с увеличением объёма оперативных поставок. Однако этот рост компенсируется значительно более существенным снижением затрат на экстренный выпуск и поставку благодаря возможности оперативного перераспределения запаса хаба между периферийными аэропортами.

Модельные задачи были решены с использованием программной надстройки «Поиск решения» табличного процессора Microsoft Excel. При использовании современной персональной вычислительной техники затраты машинного времени на решение с рассмотренными исходными данными составили не более 5 мин.

## 6. Заключение

В статье сформулирована и решена задача оптимизации системы обеспечения ЗЧ производственных подразделений аэропортов, занимающихся эксплуатацией и ТОиР наземной техники. Новизна постановки задачи состоит в том, что задача рассматривается в качестве одной из подзадач проектирования си-

стемы перевозок «хаб – периферийные аэропорты», формируемой хабообразующей авиакомпанией на базе группы аэропортов с созданием в одном из них пассажирского пересадочного узла (хаба). При этом часть исходных данных принята не полностью определённой, заданной в нечёткой форме, что соответствует этапу предварительного проектирования системы. Предложено, воспользовавшись особенностями системы перевозок «хаб – периферийные аэропорты», создать эшелонированную систему обеспечения аэропортов ЗЧ с депо на складах не только производителя, но и хаба, и задействовать для осуществления оперативных поставок ЗЧ самолёты хабообразующей авиакомпании, выполняющие регулярные рейсы между хабом и периферийными аэропортами.

Задача оптимизации системы обеспечения ЗЧ группы «хаб – периферийные аэропорты» сформулирована как целочисленная задача нелинейного математического программирования с нечётким критерием и чёткими ограничениями. С целью придания постановке определённости использован приём дефаззификации, позволивший нечёткую задачу свести к обычной задаче математического программирования, решаемой имеющимися действенными методами на базе доступного программного обеспечения. Решение модельных примеров получено с использованием программной надстройки «Поиск решения» табличного процессора Microsoft Excel при приемлемых затратах машинного времени. Сравнение результатов модельных примеров, в первом из которых хаб играет роль депо, а во втором – «рядовой» базы, показало, что созданием в хабе депо достигается сокращение общих затрат на обеспечение группы аэропортов ЗЧ за счёт, в первую очередь, снижения потребности в их сверхплановом выпуске и экстренной поставке, что говорит о целесообразности организации депо нижнего уровня в хабе.

Уместно добавить, что за рамками данной статьи для оценки точности разработанной аналитической модели системы управления запасами проводилось имитационное моделирование процесса обеспечения ЗЧ сети аэропортов через хаб. Для исходных данных рассмотренных модельных примеров и ряда различных планов периодических поставок (в том числе опти-

мального, представленного в таблице 4) на базе реализованной в системе AnyLogic имитационной модели определялись уровни запасов и потребные уровни оперативных и экстренных поставок, а также продолжительности простоя в ожидании ЗЧ. В целом результаты аналитической и имитационной моделей оказались весьма близкими.

Решение реальных проектных задач высокой размерности может потребовать значительных временных затрат даже при использовании более эффективного специализированного программного обеспечения, такого, как, например, пакет оптимизации IBM ILOG OPL. Однако инструментами такого уровня предусматривается возможность для пользователя ограничивать время поиска решения приемлемым уровнем за счёт некоторого отличия найденного решения от оптимального. Кроме того, приемлемое время решения задачи может быть достигнуто благодаря снижению её размерности в результате использования предложенного укрупнения типов ЗЧ с заданием их характеристик в нечёткой форме. С другой стороны, логично полагать, что на этапе предварительного проектирования не будет жёстких ограничений на время решения рассмотренной задачи.

Таким образом, имеются все основания считать решение задачи оптимизации системы обеспечения ЗЧ аэропортовой сети хабообразующей авиакомпании с организацией депо в хабе не только целесообразным, но и возможным. Область применения сформированной оптимизационной модели не ограничивается только рассмотренными багажными системами и легко может быть расширена на другие типы аэропортовой техники.

### ***Литература***

1. АРИФУЛЛИН И.В. *Методика организации поставок запасных частей для специальных автомобилей, эксплуатирующихся в аэропортах* // Вестник гражданских инженеров. – 2017. – №3(62). – С. 211–215. – DOI: 10.23968/1999-5571-2017-14-3-211-215.

2. АРИФУЛЛИН И.В. *Оптимизация технического обслуживания автомобилей (на примере аэродромных машин) с использованием основ логистических принципов доставки запасных частей* // Вестник гражданских инженеров. – 2016. – №3(56). – С. 218–220.
3. *Концепция развития аэродромной (аэропортовой) сети Российской Федерации на период до 2020 года.* – URL: <https://pandia.ru/text/77/191/17688.php> (дата обращения: 20.10.2023).
4. *Корпоративная логистика в вопросах и ответах: монография* / под ред. проф. В.И. Сергеева. – М: ИНФРА-М, 2021. – 634 с. – DOI: 10.12737/2373.
5. ОРЛОВСКИЙ С.А. *Проблемы принятия решений при нечёткой исходной информации.* – М.: Наука, 1981. – 206 с.
6. ПЕГАТ А. *Нечёткое моделирование и управление.* – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 798 с.
7. ПРУДНИКОВ А.П., БРЫЧКОВ Ю.А., МАРИЧЕВ О.И. *Интегралы и ряды.* – М.: Наука, 1981.
8. РОМАНЕНКО В.А. *Математическая модель автоматической системы обработки багажа аэропорта со значительными трансферными пассажиропотоками* // Известия Самарского научного центра РАН. – 2011. – Т.13, №6. – С. 126–132.
9. РОМАНЕНКО В.А. *Математические модели функционирования аэропортов в условиях современного авиатранспортного рынка: монография.* – Самара: «Ас Гард», 2010. – 244 с.
10. *Российские аэропорты переходят на отечественную систему обработки багажа, впервые внедренную в аэровокзале Симферополя* [Электронный ресурс]. – URL: <https://favt.gov.ru/novosti-novosti?id=5607> (дата обращения: 10.11.2023).
11. РЫЖИКОВ Ю.И. *Теория очередей и управление запасами.* – СПб.: Питер, 2001. – 384 с.
12. *Тарифы на грузоперевозки и ответственное хранение транспортной компании «ПЭК».* [Электронный ресурс]. – URL: <https://pescm.ru/> (дата обращения: 30.06.2023).

13. *Тарифы на грузоперевозки транспортной компании «Unicom»*. [Электронный ресурс]. – URL: <https://unicomcargo.ru/tarify/price-gd-perevozki> (дата обращения: 30.06.2023).
14. *Тарифы на доставку грузов и ответственное хранение группы компаний «Механика»*. [Электронный ресурс]. – URL: <https://mekhanika.ru/services/> (дата обращения: 30.06.2023).
15. УСТИНОВА А., КОСТРИНСКИЙ Г., КИНЯКИНА Е. *«Домодедово» первым из крупных аэропортов перешел на российский софт сортировки багажа*. // Ведомости. – 14.08.2023. – URL: <https://www.vedomosti.ru/business/articles/2023/08/14/989891-domodedovo-pervim-na-rossiiskii-soft-sortirovki-bagazha> (дата обращения: 10.11.2023).
16. ФОКЕЕВ М.А. *Трансформация бизнес-моделей российских пассажирских авиакомпаний: влияние коронавирусного кризиса* // Вестник СПбГУ. Менеджмент. – 2022. – Т. 21, Вып. 2. – С. 284–313. – DOI: 10.21638/11701/spbu08.2022. 206.
17. ЭЛЬ ЭРИАН Ф.А.М. *Разработка модели нечёткой логики для управления запасами при ремонте металлорежущих станков* // Вестник РУДН. Серия Инженерные исследования. – 2014. – №3. – С. 78–86.
18. GUZHA E.D., KHVOSTOVA T.V., ROMANENKO V.A. et al. *Fuzzy multiple regression technical and economic model of airport terminal passenger handling system* // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – Vol. 734, Iss. 1. – DOI: 10.1088/1757-899X/734/1/012113.
19. MAULAYA A., RIDWAN A.Y., SANTOSA B. *Spare Part Inventory Policy Planning based on Fuzzy-Rule-based approach for Multi-Criteria Inventory Classification using Base-Stock Policy Method (S-1, S)* // Advances in Intelligent Systems Research. – 2019. – Vol. 173. – P. 260–267.
20. MILLER B.L. *Dispatching from depot repair in a recoverable item inventory system: on the optimality of a heuristic rule* // Management Science. – 1974. – Vol. 21, Iss. 3. – P. 316–325.
21. MUCKSTADT J.A. *Analysis and Algorithms for Service Parts Supply Chains*. – Springer, 2005. – 277 p.



22. PETROVIC R., SENBORN A., VUJOSEVIC M. *Hierarchical Spare Parts Inventory Systems*. – Amsterdam: Elsevier, 1986. – 296 p.
23. RUI WANG, YICONG QIN, HUI SUN *Research on Location Selection Strategy for Airlines Spare Parts Central Warehouse Based on METRIC* // *Computational Intelligence and Neuroscience*. – 2021. – Vol. 2021. – P. 1–16. – DOI: 10.1155/2021/4737700.
24. SHERBROOKE C.C. *Metric: A multi-echelon technique for recoverable item control* // *Operations Research*. – 1968. – Vol. 16, No. 1. – P. 122–141.
25. SHERBROOKE C.C. *Optimal Inventory Modeling of Systems. Multi-Echelon Techniques*. – Springer, 2004. – 368 p.
26. ZHANG S., HUANG K., YUAN Y. *Spare Parts Inventory Management: A Literature Review* // *Sustainability*. – 2021. – Vol. 13(5). – P. 1–23. – DOI: 10.3390/su13052460.

## **FUZZY OPTIMIZATION OF SPARE PARTS SUPPLY SYSTEM FOR PRODUCTION DIVISIONS OF HUB-FORMING AIRLINE AIRPORT NETWORK**

**Vladimir Romanenko**, Samara National Research University, Samara, Cand.Sci., associate professor (vla\_rom@mail.ru).

*Abstract: The optimal design problem of a spare parts supply system for airports baggage handling systems is considered. It is assumed that the considered group of airports is equipped with baggage systems of one manufacturer, which plans to supply them with spare parts during the operational phase. One of the airports in the group is intended to serve as a passenger transfer hub for a hub-forming airline, which plans to organize mass transfer transportations between the airports in the group. It is proposed to create a layered system of spare parts provision, which provides for the availability of warehouses at the manufacturer's, hub airport and other (peripheral) airports, and to use a combined strategy of spare parts supplies, which implies periodic supplies from the manufacturer's warehouse to airport warehouses, prompt supplies from the hub warehouse to peripheral airport warehouses and, in case of shortage, urgent supplies to the hub airport's warehouse. The aim is to determine the volume of spare parts periodic deliveries optimal by criterion of minimum costs of production, storage and stock replenishment. Part of the initial data is not fully defined, which corresponds to the design phase of the system, and is given in the form of fuzzy numbers. The results of the*

*model examples testify to the validity of the considered statement of the problem and the effectiveness of the proposed spare parts supply system.*

Keywords: spare parts supply system, optimization, fuzzy number, hub airport, baggage handling system.

УДК 519.87:656.062

ББК 22.18:39.1

DOI: 10.25728/ubs.2024.109.7

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии В.И. Зоркальцевым.*

*Поступила в редакцию 13.11.2023.*

*Опубликована 31.05.2024.*