

УДК 519.17
ББК 22.176

ДВУХЭТАПНЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО ДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ

Губко М.В.¹, Гинз В.Н.²

*(Учреждение Российской академии наук Институт проблем
управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва
Сколковский институт науки и технологий, Центр
Энергетических Систем, Москва)*

Описывается двухэтапный алгоритм деления электрической сети, учитывающий несколько критериев: когерентность генераторов, размер "островов" после деления, возмущение, возникающее от разрыва линий, а также нехватку генерации после деления. На первом шаге размерность задачи уменьшается при помощи иерархической спектральной кластеризации (учитывается только когерентность и возмущения из-за разрыва линий). На втором шаге решается смешанная задача квадратичного программирования для поиска сбалансированного разбиения агрегированной сети, получившейся на первом шаге, минимизирующего комбинацию всех критериев.

Ключевые слова: оптимальное деление электрической сети, схема управления в аварийной ситуации, спектральная кластеризация, задача смешанного квадратичного программирования.

Введение

Электрическая сеть, как и другие сложные технические системы, подвержена сбоям технического характера. Поскольку потери от выхода из строя электрической сети значительны,

¹ Михаил Владимирович Губко, доктор физико-математических наук, профессор РАН, Москва, ул. Профсоюзная, д. 65, (mgoubko@mail.ru)

² Василий Николаевич Гинз, магистр, инженер (vasikos@yandex.ru).

большое внимание уделяется методам поддержания сети в рабочем (или частично рабочем) режиме в случае аварии. Контролируемое деление сети – процесс разбиения исходной сети на электрически несвязанные части. Этот метод используется как крайняя мера при появлении в сети значительных нарушений.

Элементы исходной сети быстрее синхронизируются между собой внутри полученных при делении частей, чем внутри исходной сети, а между собой части не обязаны быть синхронизированы. Кроме того, поврежденные элементы сети будут изолированы в одном острове и не будут влиять на оставшуюся сеть. Однако, у этого подхода есть побочные эффекты.

Во-первых, деление сети должно проводиться с высокой осторожностью и в точности с планом, так как любое отклонение может повлечь за собой полное отключение сети.

Во-вторых, во время деления выключаются некоторые линии, а резкое изменение потока мощности по линиям вносит в сеть сильное возмущение. Таким образом, после деления сети, ее части остаются в нестабильном состоянии и остается вопрос о стабилизации этих частей.

В-третьих, качественно спроектированная связанная электрическая сеть имеет больше шансов на снабжение мощностью всех потребителей в полном объеме, чем разделенная. Таким образом, при делении сети появляются острова, в которых некоторые потребители не могут получить необходимую мощность.

1. Определения и обозначения

Каждое деление сети является уникальным, так как зависит от установившегося режима сети в момент непосредственно после аварии. Ниже мы опишем переменные, используемые для описания режима сети и показателей деления сети. Будем считать, что электрическая сеть состоит из n узлов, пронуме-

рованных от 1 до n , и m линий электропередач. Без потери общности будем считать, что одному элементу в сети соответствует не более одного генератора и потребителя, а все генераторы находятся в первых $n' < n$ узлах сети. **Жирным** будем обозначать векторы.

Для любой действительной симметричной матрицы $A = (a_{ij})_{i,j=1}^n$ введем матрицу Лапласа $L(A) := \text{diag}(A \cdot \mathbf{1}) - A$ (здесь и далее $\mathbf{1}$ – n -мерный вектор из единиц). Также введем симметричную нормализованную матрицу Лапласа $L_{sym}(A|\mathbf{vol}) = \text{diag}(\mathbf{vol})^{-\frac{1}{2}} L(A) \text{diag}(\mathbf{vol})^{-\frac{1}{2}}$, где \mathbf{vol} – неотрицательный вектор весов. Для матрицы A и множества вершин $s \subset N$ определим разрез графа (cut) как:

$$Cut_A(s) := \frac{1}{2} \sum_{i \in s, j \notin s} a_{ij} = \sum_{i,j \in s} L(A)_{ij}$$

Для разбиения $\pi = (s_1, \dots, s_K)$, делящего набор узлов сети $N = \{1, \dots, n\}$ на K непересекающихся кластеров, определим разрез графа как

$$Cut_A(\pi) := \sum_{k=1}^K Cut_A(s_k) = \text{tr } X^T L(A) X,$$

где X – индикаторная матрица $n \times K$, такая что $x_{ik} = 1$ тогда и только тогда, когда узел сети $i \in N$ содержится в кластере $s_k \in \pi$. Определим нормализованный разрез графа как:

$$NCut_A(\pi|\mathbf{vol}) := \sum_{k=1}^K \frac{Cut_A(s_k)}{vol(s_k)} = \text{tr } Y^T L_{sym}(A|\mathbf{vol}) Y,$$

где $vol(s) = \sum_{i \in s} vol_i$, $Y = \text{diag}(\mathbf{vol})^{-\frac{1}{2}} X \text{diag}(X^T \mathbf{vol})^{-\frac{1}{2}}$.

В [1] задача минимизации нехватки мощности была сведена к задаче смешанного линейного программирования. В [2] было предложено использовать спектральную кластеризацию для решения задачи минимизации нарушения когерентности

генераторов. Подход к минимизации ожидаемой нехватки мощности через локализацию аварии с помощью решения задачи смешанного линейного программирования был рассмотрен в [3]. В работе [4] спектральная кластеризация применялась для уменьшения воздействия изменения потоков мощности, а в работе [5] в этой модели было учтено влияние когерентности генераторов. Наш подход является развитием подходов [3, 5], однако мы вдобавок учитываем электрическую энергообеспеченность формируемых островов.

2. Целевая функция

Для описания целевой функции необходимо ввести обозначения для характеристик электрической сети, с помощью которых будем описывать установившийся режим перед делением сети (см. Таблицу 1).

Учитывая, какие негативные эффекты имеет деление сети, введем целевую функцию, количественно описывающую эти негативные эффекты.

Потери от рассинхронизации генераторов:

$$C(\pi) = Cut_C(\pi).$$

Возмущение от разрыва линий электропередач:

$$D(\pi) := Cut_{|P|}(\pi|\mathbf{vol}).$$

Определим сброс нагрузки $S(s_k)$ в острове $s_k \subset N$ как объем нагрузки, который не может быть обслужен, когда разорваны все связи между островом и остальной сетью. Тогда сброс нагрузки для всего разбиения:

$$S(\pi) = S(s_1, \dots, s_K) := \sum_{k=1}^K S(s_k).$$

Таблица 1. Обозначения

| | |
|--|---|
| $\mathbf{V} = (V_i)_{i=1}^n$ | Вектор амплитуд напряжений для всех узлов. |
| $\theta = (\theta_i)_{i=1}^n$ | Вектор фазовых углов для всех узлов. |
| $\mathbf{G} = (G_i)_{i=1}^n$ | Вектор максимального объема генерации активной мощности для всех узлов. |
| $\mathbf{g} = (g_i)_{i=1}^n$ | Вектор объема генерации активной мощности для всех узлов. |
| $\mathbf{D} = (D_i)_{i=1}^n$ | Вектор потребности узлами активной мощности. |
| $\mathbf{d} = (d_i)_{i=1}^n$ | Вектор текущих активных нагрузок в узлах. |
| $\mathbf{w} = (w_i)_{i=1}^n$ | Вектор инъекций активной мощности ($\mathbf{w} := \mathbf{d} - \mathbf{g}$). |
| $\mathbf{H} = (H_i)_{i=1}^n$ | Вектор констант инерции для генераторов. |
| $\mathbf{Y} = (y_{ij})_{i,j=1}^n$ | Комплексная матрица полных проводимостей между узлами). |
| $\mathbf{B} = (b_{ij})_{i,j=1}^n$ | Матрица мнимой составляющей полной проводимости, $\mathbf{B} = \mathbf{Im}(\mathbf{Y}) = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix}$, где B_{11} это $n' \times n'$ подматрица, относящаяся только к генерирующим узлам. |
| $\mathbf{P} = (P_{ij})_{i,j=1}^n$ | Матрица потоков активной мощности между узлами. |
| $\mathbf{P}^{max} = (P_{ij}^{max})_{i,j=1}^n$ | Матрица максимально разрешенных потоков активной мощности. |
| $\mathbf{C}' = (c'_{ij})_{i,j=1}^{n'}$ | Матрица когерентности генераторов, где $c'_{ij} = -\left(\frac{1}{H_i} + \frac{1}{H_j}\right) V_i V_j B'_{ij} \cdot \cos(\theta_i - \theta_j)$. |
| $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}' & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}$ | Расширенная $n \times n$ матрица когерентности генераторов. |
| $\mathbf{vol} = (vol_i)_{i=1}^n$ | Вектор объемов узлов. Обычно принимаем: $\mathbf{vol} = \mathbf{g} + \mathbf{d}$. |

Существует несколько способов определить сброс нагрузки с разной точностью и вычислительной сложностью. Самым точным является решение задачи оптимального потокораспределения (Optimal Power Flow, OPF) для модели переменного тока. Эта задача нелинейной оптимизации. Вычислительно более простым, но и менее точным, является модель постоянного тока, которая сводится к задаче линейного программирования. Самым вычислительно простым и наименее точным является критерий дисбаланса мощности:

$$I(s_k) = \max \left[\sum_{i \in s_k} w_i; 0 \right].$$

3. Двухэтапный алгоритм деления сети

Задачу деления электрической сети мы рассматриваем как поиск разбиения сети на K частей, а в качестве функции затрат рассматриваем взвешенную сумму затрат, описанных в предыдущем разделе:

$$(1) \quad F(\pi) = \alpha_C C(\pi) + \alpha_D D(\pi) + \alpha_S S(\pi),$$

при ограничении на размер кластера:

$$vol(s_k) = \sum_{i \in s_k} vol_i \leq W, k = 1, \dots, K.$$

Если сброс нагрузки рассчитывается по модели постоянного тока, задача становится задачей смешанного целочисленного программирования с выпуклым критерием.

Предполагая без ограничения общности что $\alpha_s = 1$, функцию затрат (1) можно переписать в виде

$$F(\pi) = Cut_A(\pi) + S(\pi),$$

где $A := \alpha_C C + \alpha_D D$.

Предлагаемый алгоритм состоит из двух шагов: на первом шаге находится разбиение без учета сброса нагрузки на rK частей, где $r > 1$, а затем, на втором шаге, кластеры, получившиеся на первом шаге, объединяются в K суперкластеров с целью минимизации функции затрат (1).

3.1. Первый этап: Спектральная кластеризация

Классическая спектральная кластеризация [6] разбивает множество вершин взвешенного графа G на rK кластеров s_1, \dots, s_{rK} . Пусть матрица A задает веса дуг графа G .

Сначала вычисляются rK собственных векторов $\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{rK}$, соответствующих rK наименьшим собственным числам матрицы $L_{sym}(A|\mathbf{vol})$. Пусть матрица U – это матрица размера $n \times rK$, столбцы которой равны собственным векторам $\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{rK}$. Строки матрицы U обозначим через rK -мерные векторы $\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_n$. Эти векторы являются представлением вершин графа в rK -мерном евклидовом пространстве, далее эти векторы кластеризуются при помощи алгоритма иерархической кластеризации [4] (в этом алгоритме учитывается структура графа и длина пути между вершинами равна сумме расстояний между соседними вершинами, составляющими этот путь). Если i -ый и j -ый векторы находятся в одном кластере, то и i -ая и j -ая вершины графа G находятся в одном кластере.

3.2. Второй этап: Деление агрегированной сети

Разбиение сети, полученное на первом шаге алгоритма, задает агрегированную сеть, у которой каждая вершина соответствует кластеру, а связь означает связь хотя бы между одной парой вершин кластеров. Ищется разбиение этой сети на K частей для минимизации функции затрат.

$$F(\pi) = \text{tr}(X^T L(A)X) + \sum_{i=1}^n l_i \rightarrow \min,$$

при ограничениях:

- Баланс потоков:

$$d_i = g_i + l_i + \sum_j y_{ji} - \sum_j y_{ij}, \quad \forall i = 1, \dots, n$$

- Ограничение на объем кластера:

$$\sum_{i=1}^n vol_i x_{ik} \leq W, \quad \forall k = 1, \dots, K$$

- Ограничение на переток активной мощности:

$$-P_{ij}^{max} z_{ij} \leq y_{ij} \leq P_{ij}^{max} z_{ij}$$

- Запрет перетоков между кластерами:

$$\sum_{k=1}^K k(x_{ik} - x_{jk}) \leq K(1 - z_{ij}), \quad \forall i, j,$$
$$-\sum_{k=1}^K k(x_{ik} - x_{jk}) \leq K(1 - z_{ij}), \quad \forall i, j,$$

где $X = (x_{ij})$ – матрица размера $n \times K$ принадлежности к кластерам, z_{ij} – индикатор наличия связи между i и j после разбиения, y_{ij} – поток активной мощности из вершины i в вершину j , l_i – сброс нагрузки в i -ом узле.

Точное решение этой задачи выпуклого смешанного квадратичного программирования искалось с помощью алгоритма ветвей и границ, реализованного в пакете математического программирования CPLEX 12.0. Для ускорения работы алгоритма начальный рекорд вычислялся с помощью жадной эвристики, последовательно объединяющей все вершины агрегированного графа с учетом ограничений связности.

Ключевой момент второго этапа заключается в том, что размерность задачи, решаемой на втором шаге, не зависит от размера исходной задачи, а зависит только от того, сколько кластеров

rK было построено на первом шаге. Это позволяет находить точное решение быстро: около 1 секунды при $rK \approx 40$.

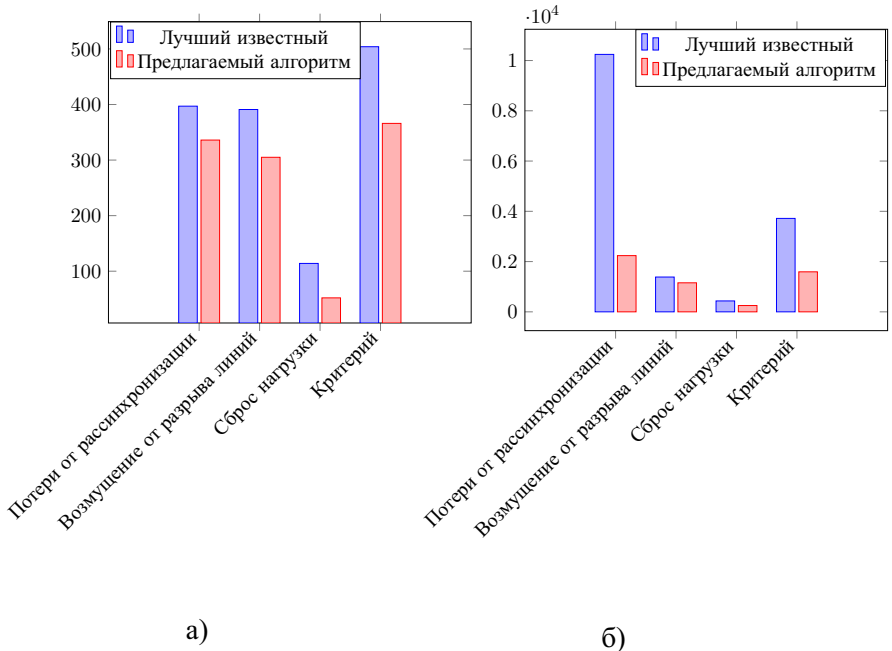


Рис. 1. Результаты эксперимента. а) IEEE-118 б) 2383wr

4. Результаты эксперимента

Эксперименты проводились на тестовых схемах:

- 1) IEEE-118 [7] – Схема из 118 узлов,
- 2) 2383wr [8] – Схема из 2383 узлов.

В рамках эксперимента мы сравнивали как целевой критерий, так и вклад его компонент. Решение, полученное предложенным в докладе алгоритмом, сравнивалось с лучшим решением из полученных алгоритмами, предложенными в работах [2, 4]. По результатам эксперимента (см. Рис. 1) улучшение целевого критерия на первой схеме составило 27% в среднем по сумме 100

запусков, а на второй схеме 57%. Причем уменьшилась каждая из компонент целевого критерия.

Литература

1. N. FAN, D. IZRAELEVITZ, F. PAN, P. M. PARDALOS, J. WANG *A mixed integer programming approach for optimal power grid intentional islanding* // Energy Systems. – 2012. Vol.3, – P. 77-93.
2. L. DING, F. GONZALEZ-LONGATT, P. WALL, AND V. TERZIJA *Two-step spectral clustering controlled islanding algorithm* // IEEE Transactions on Power Systems. – 2013. Vol. 28, No. 1, P. 75-84
3. P.A. TRODDEN, W.A. BUKHSH, A. GROTHEY, K.I.M. MCKINNON *MILP formulation for controlled islanding of power networks* // Electrical Power and Energy Systems. – 2013. – Vol. 45, – P. 501-508
4. R. SANCHEZ-GARCIA, M. FENNELLY, S. NORRIS, N. WRIGHT, G. NIBLO, J. BRODZKI AND J. BIALEK *Hierarchical Spectral Clustering of Power Grids* // IEEE Transactions on Power Systems. – 2014. – Vol. 29. No. 5 – P. 2229-2237
5. J. QUIROS-TORTOS, R. SANCHEZ-GARCIA, J. BRODZKI, J. BIALEK AND V. TERZIJA *Constrained Spectral Clustering Based Methodology for Intentional Controlled Islanding of Large-Scale Power Systems* // IET Generation Transmission & Distribution. – 2014.
6. U. LUXBURG *A tutorial on spectral clustering* // Stat Comput, - 2007. - Vol. 17, - P. 395–416
7. *CASE118 Power flow data for IEEE 118 bus test case.* // <http://pserc.cornell.edu/matpower/docs/ref/matpower5.1/case118.html>
8. *CASE2383WP Power flow data for Polish system - winter 1999-2000 peak.* // <http://pserc.cornell.edu/matpower/docs/ref/matpower5.1/case2383wp.html>

TWO-STEP ALGORITHM FOR OPTIMAL CONTROLLED ISLANDING OF POWER GRID

Vasily Ginz, Institute of Control Sciences of RAS, engineer
(vasikos@yandex.ru).

Mikhail Goubko, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow,
Doctor of Science, professor (Moscow, Profsoyuznaya st., 65,
mgoubko@mail.com).

Abstract: We propose a two-step algorithm of power grid partitioning that balances multiple criteria: generator coherence, power flow disruption, island size and load shedding. At the first step of the algorithm problem dimension is cut by applying hierarchical spectral clustering (only for coherence and power flow disruption). At the next step the mixed integer quadratic problem is solved to find a partition of the aggregated grid to minimize the sum of all criteria.

Keywords: emergency control scheme, optimal controlled islanding, spectral clustering, mixed integer quadratic programming .

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии ...*

*Поступила в редакцию ...
Дата опубликования ...*