УЧРЕЖДЕНИЕ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

УДК 519

На правах рукописи

МИШИН СЕРГЕЙ ПЕТРОВИЧ

МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ ИЕРАРХИЧЕСКИХ ОРГАНИЗАЦИЙ

Специальность: 05.13.10 – «Управление в социальных и экономических системах»

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук

МОСКВА – 2011

Работа выполнена в УРАН
Институте проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН

Научный консультант – член-корреспондент РАН Д.А. Новиков

Официальные оппоненты – доктор технических наук,
профессор Цвиркун Анатолий Данилович

– доктор технических наук,
доктор экономических наук,
профессор Орлов Александр Иванович

– доктор технических наук,
профессор Горошко Игорь Владимирович

Ведущая организация – УРАН Вычислительный центр
им. А.А. Дородницына РАН (ВЦ РАН)

Защита состоится «_16_» __февраля__ 2012 г. в 14 час. на заседании Диссертационного Совета Д 002.226.02 УРАН Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН: 117997, Москва, ул. Профсоюзная, 65.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИПУ РАН.

Автореферат разослан «____»_____ 2011 г.

Ученый секретарь
Диссертационного Совета Д 002.226.02
кандидат технических наук В.Н. Лебедев

Общая характеристика работы

Актуальность темы. *Иерархическая организация* (основанная на ассиметричном отношении элементов «начальник – подчиненный») характерна как для различных сфер практической деятельности людей (экономической, социальной, военной и т.п.), так и для многих технических систем. Для единообразия изложения и интерпретаций теоретических результатов настоящая работа использует терминологию иерархических организаций в экономике[1], в частности, под элементами понимаются сотрудники организации, а *критерий эффективности* определяется на базе общепринятых экономических категорий (выручка, затраты, прибыль).

Бóльшая часть современной экономики состоит из иерархических организаций, которые позволяют повысить эффективность производства за счет разделения труда, порождая в то же время организационные издержки сложной *системы управления* с *иерархической структурой* (*иерархией*), состоящей из менеджеров, которые управляют производственной системой. Поэтому математические модели и методы, претендующие на комплексную оптимизацию таких организаций, должны учитывать не только производственную эффективность, но и организационные издержки иерархической системы управления.

Модели и методы оптимизации многоуровневых иерархических организаций исследовались в рамках нескольких научных направлений, среди которых можно отметить системный анализ и исследование операций (Бусленко Н.П., Кондратьев В.В., Месарович М., Цвиркун А.Д. и др.); модели потери контроля (Calvo G., Qian Y., Wellisz S., Williamson O. и др.); информационные модели (Bolton P., Dewatripont M., Keren M., Levhari D., Marschak T., Radner R., Van Zandt T. и др.); теорию команд (Новиков Д.А., Aoki M., Cremer J., Geanakoplos J., Milgrom P. и др.); а также работы, продолжающие и комбинирующие эти научные направления (Beggs A.W., Garricano L., Patacconi A. и др.). Однако в вышеуказанных работах исследуются частные случаи критериев эффективности и множеств допустимых иерархических структур, связанные с конкретными содержательными интерпретациями, что делает актуальным построение общих моделей и методов оптимизации иерархических организаций.

---

[1] Ниже также выделяются прикладные направления (оптимизация схемы конвейерной сборки, меню доступа к информации, ряд задач дискретной оптимизации и др.), использующие теоретические результаты настоящей работы.

Цель работы – повышение эффективности управления оргструктурами за счет разработки, исследования и внедрения моделей и методов оптимизации иерархических организаций, включая совместный синтез эффективных иерархических структур и распределения управленческих функций в этих структурах. Для достижения данной цели решается следующий комплекс основных **задач**:

1. Выделение производственной и управленческой подсистем с декомпозицией критерия эффективности и определением *затрат менеджеров*, зависящих от различных видов *управленческой нагрузки*, включающей издержки на *управление производственной подсистемой* и *организационные издержки*, характеризующие сложное взаимодействие менеджеров (*дублирование* управлений друг друга).

2. Разработка методов поиска *оптимального делегирования*, позволяющего с минимальными затратами распределить между менеджерами управленческое воздействие, оказываемое на производственную подсистему.

3. Моделирование механизмов взаимодействия менеджеров симметричной иерархии; разработка методов поиска *оптимальной симметричной иерархии*, минимизирующей затраты, и применение этих методов для исследования известных организационных моделей и основных качественных эффектов, описанных в классических работах по менеджменту организационных структур.

4. Обобщение модели оптимальной организации на несимметричные и недревовидные иерархии за счет рассмотрения более узкого класса функций затрат (*секционных функций затрат*), обоснования их свойств, разработки аналитического и численного аппарата оптимизации иерархий и иллюстрации его применимости для исследования организационно-технических систем.

5. Разработка комплекса прикладных моделей оптимизации иерархических организаций, характеризуемых секционными функциями затрат (групповое взаимодействие сотрудников; иерархии, управляющие *сетью технологических взаимодействий*; дивизиональные, функциональные и матричные иерархии).

6. Иллюстрация применимости моделей иерархических организаций с секционными функциями затрат для исследования иерархий с ограничениями, анализа динамики структурных изменений, совместной оптимизации производственной и управленческой подсистем.

Методы исследования. Для нахождения оптимального делегирования и симметричной иерархии используется метод критической точки Лагранжа и аппарат линейной алгебры. Для исследования иерархий общего вида используются методы теории графов, комбинато-

рики и математического анализа. Оценки сложности дискретных задач, разработка и анализ сложности алгоритмов проводятся с использованием аппарата теории сложности и дискретной оптимизации. В отдельных случаях используется имитационное моделирование.

Научная новизна заключается в том, что на основе предложенного единого подхода к оптимизации иерархических организаций исследовано широкое множество критериев эффективности и допустимых иерархических структур, что позволяет единообразно описывать и исследовать задачи из различных прикладных областей:

1. Обоснована содержательная и математическая общность сведения задачи об оптимальной структуре и функциях управленческой подсистемы к задаче минимизации затрат менеджеров, зависящих от различных видов управления, с учетом организационных издержек, определяемых дублированием менеджерами управлений друг друга.

2. Разработаны аналитические и численные методы, позволяющие находить оптимальное делегирование – распределение необходимого производственной подсистеме управления между менеджерами.

3. Известные из работ по менеджменту механизмы взаимодействия сотрудников (взаимное согласование и прямой контроль) формализованы в терминах зависимости матрицы дублирования от вида симметричной иерархии; разработаны методы поиска оптимальных симметричных иерархий и делегирований; исследован ряд известных организационных моделей, количественно подтверждены многие структурные закономерности, наблюдаемые в реальных организациях.

4. Содержательно обоснованы допущения (фиксированное правило делегирования и ограничения на дублирование), определяющие класс секционных функций затрат, разработан аналитический аппарат их оптимизации на множестве иерархий общего вида, включающем несимметричные и недревовидные иерархии; исследована сложность и созданы точные и эвристические алгоритмы поиска оптимальных иерархий.

5. Аппарат оптимизации секционных функций затрат применен для исследования: различных моделей взаимодействия сотрудников с руководителем; оптимизации иерархии, управляющей сетью технологических взаимодействий производственной подсистемы; нахождения условий оптимальности дивизиональных, функциональных и матричных иерархий.

6. Предложены расширения модели секционной функции затрат, позволившие применить созданные методы оптимизации для более сложных множеств допустимых иерархий, определить затраты на реструктуризацию, численно исследовать динамическое перестроение

иерархической организации, совместно оптимизировать производственную и управленческую подсистему, оценив влияние технологических параметров на вид оптимальной иерархической организации.

Практическая значимость результатов исследования. Общность рассматриваемого множества допустимых иерархий и критериев эффективности позволяет унифицировано исследовать задачи из различных предметных областей с помощью предложенной модели и разработанных математических методов синтеза оптимальной иерархической организации, что дает возможность комплексного анализа различных аспектов иерархических организаций универсальным математическим аппаратом, а также может служить основой для переноса результатов решения практических задач из одних областей в другие. Автором разработаны и внедрены методические рекомендации по применению общих моделей и методов для оптимизации корпоративных структур, что дает возможность значительно расширить рамки применения подобных моделей для практического совершенствования управления организациями.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались на международных конференциях: Современные сложные системы управления (Липецк 2002, Старый Оскол 2002, Тверь 2004, Воронеж 2005); Теория активных систем (Москва 2001, 2003, 2005, 2007); Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций (Москва 2004, 2005, 2006, 2007); Управление инновациями (Москва 2006, 2007); Game Theory and Management (Санкт-Петербург 2008); 17th World Congress of the International Federation of Automatic Control (Сеул 2008); Проблемы управления (Москва 2006, 2009), а также на научных семинарах в ИПУ РАН, МФТИ, ЦЭМИ РАН, Высшей школе экономики, Российской экономической школе.

Публикации. По теме исследования опубликовано 55 научных работ, включая 3 монографии, 1 учебное пособие и 15 статей в ведущих рецензируемых журналах.

Личный вклад автора. Все основные результаты получены автором самостоятельно.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, семи глав, заключения и списка литературы. Работа содержит 498 страниц текста, список использованной литературы включает 203 наименования.

Содержание работы

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертационной ра-

боты, определены цель и задачи исследования, охарактеризованы используемые методы, приведен обзор литературы, научная новизна и структура работы, краткое содержание ее разделов.

Ниже рассматриваются общие множества иерархий и критериев эффективности, что позволяет исследовать разнородные постановки и проводить комплексный анализ иерархических организаций универсальным математическим аппаратом. В частности, формально показано сведение моделей потери контроля к частному случаю предложенной общей модели, что позволяет проиллюстрировать новизну результатов исследования рисунком 1 (номерами обозначены главы настоящего исследования).

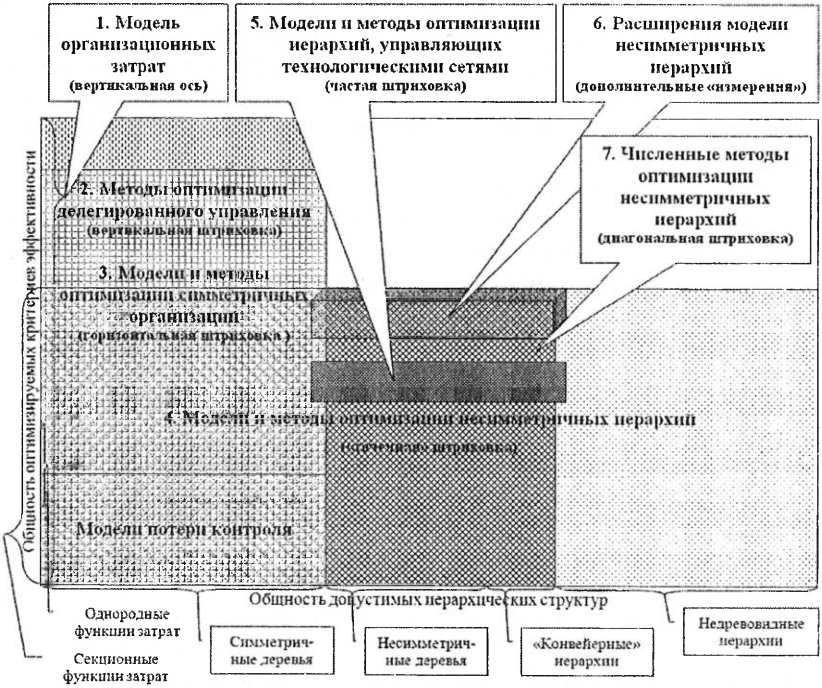


Рис. 1. Модели оптимизации иерархических организаций

По горизонтальной оси схематично показана степень общности рассматриваемого множества иерархических структур, по вертикальной оси – степень общности оптимизируемых критериев эффективности. Левый нижний прямоугольник соответствует моделям потери контроля, которые ограничиваются исследованием симметричных

деревьев и частным случаем критерия эффективности (функции затрат). Слева в той же зоне симметричных деревьев расположено и большинство известных моделей. Их критерии эффективности также имеют конкретный вид, применимый в первую очередь к исследуемой предметной области, поэтому высота соответствующих прямоугольников (характеризующая общность) аналогична высоте прямоугольника, иллюстрирующего модели потери контроля, однако различные прямоугольники могут лежать в различных местах вертикальной оси.

В главе 1 проблема оптимального компромисса между простыми и сложными организациями формализована с помощью линейного дублирования. Чем сложнее внутренняя организация управленческой подсистемы, тем большую долю управления, оказываемого одними менеджерами, вынуждены дублировать другие менеджеры. Новизна такого подхода по сравнению с известными работами состоит в том, что рассматриваются более общие критерии эффективности. Это схематично проиллюстрировано на рис. 1 высотой вертикального отрезка.

Глава 2 посвящена решению задачи об оптимальном делегировании управления в достаточно общем виде. В настоящей работе полученные результаты применены только для решения задачи об оптимальном делегировании в симметричных организациях, соответствующая область на рис. 1 заштрихована вертикально.

В главе 3 рассмотрена модель, которая определяет зависимость матрицы дублирования от симметричной иерархической структуры управленческой подсистемы, приведены соответствующие интерпретации в терминах механизмов взаимодействия сотрудников (взаимного согласования и прямого контроля), описанных в работах по менеджменту. Это накладывает некоторые ограничения на общую модель главы 1, что проиллюстрировано на рис. 1 (прямоугольник с горизонтальной штриховкой, соответствующий главе 3, покрывает не всю вертикальную ось). В рамках модели разработаны методы, которые позволили найти оптимальную симметричную иерархию и соответствующее оптимальное делегирование. Предложенные методы использованы для исследования ряда известных организационных моделей, в частности моделей потери контроля, а также для количественной иллюстрации многих структурных эффектов, наблюдаемых в реальных организациях.

В главе 4 на функцию затрат накладывается ряд содержательно обоснованных допущений (добавление или удаление менеджеров влияет только на затраты их непосредственного начальника), что сужает общность рассматриваемых критериев эффективности, ограни-

чивая их так называемыми *секционными функциями*, в которых затраты менеджера зависят от того, как именно подчиненная группа исполнителей разделена на подгруппы между непосредственными подчиненными (то есть от специфики деятельности тех групп исполнителей, которыми управляют непосредственные подчиненные менеджера). Ограничиваясь секционными функциями, можно обобщить модель симметричной организации (рассмотренную в главе 3) на широкий класс иерархий (включая несимметричные, недревовидные и т.п.), что проиллюстрировано на рис. 1 (соответствующий прямоугольник заполнен точками).

В главе 5 рассмотрен частный случай секционной функции затрат, зависящей от управления попарными связями исполнителей (что описывается взвешенной *технологической сетью*, характеризующей управление). На рис. 1 соответствующий прямоугольник иллюстрирует место главы 5 в общем исследовании: рассматривается частный случай секционной функции (зависящей от управляемых технологических связей) и управленческой иерархии (управляющей одним или несколькими связанными линейным бизнес-процессами).

В главе 6 предложен ряд расширений модели главы 4. Данные расширения ограничиваются частными случаями секционной функции затрат и иерархии, позволяя в то же время применить ряд теоретических результатов главы 4 для оптимизации на множествах иерархий с ограничениями; для формализации затрат на реструктуризацию и численного исследования динамических перестроений иерархической организации при внешних изменениях; для совместной оптимизации производственной и управленческой подсистем и оценки влияния технологических параметров на вид оптимальной управленческой иерархии. Поэтому глава 6 изображена на рис. 1 в виде параллелепипеда (третье измерение схематично иллюстрирует учет вышеуказанных аспектов иерархической организации).

В главе 7 исследована сложность и созданы численные методы (точные и эвристические алгоритмы) поиска оптимальных иерархий для широкого класса секционных функций затрат (древовидных иерархий, многопродуктовых конвейерных иерархий и т.п., на рис. 1 главе 7 соответствует прямоугольник с диагональной штриховкой).

Первая глава посвящена формализации, обоснованию и интерпретации общей модели организационных затрат. В иерархической организации выделена *производственная и управленческая подсистемы*, изображенные на рис. 2. *Исполнители* производственной подсистемы (обозначаемые $w_1,\ldots,w_n$) могут влиять на управленческую подсистему сколь угодно сложным образом. Например, затраты

менеджеров могут зависеть от количества исполнителей n, от характеристик отдельных исполнителей, от взаимодействия в *группах* (множествах) исполнителей размера 2, 3 и т.д. В соответствии с системным подходом на рис. 2 *влияние управленческой подсистемы на производственную ограничивается p видами управления – управленческого воздействия в объемах* $x = (x^1,\ldots,x^p)^T \geq 0$. В вектор x могут входить, например, такие виды управления, как обработка и передача информации, принятие решений, контроль, принятие на работу и увольнение, обучение и разъяснение, планирование, решение проблем и т.п.

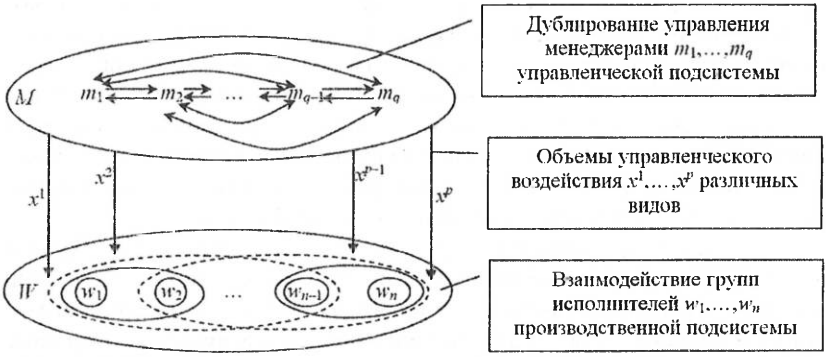


Рис. 2. Производственная и управленческая подсистемы организации

В разделе 1.1 обосновано, что выделение аддитивных характеристик управленческого воздействия является достаточно общим подходом. Увеличивая размерность p, можно описать и прочие характеристики управленческого воздействия, например, качественные (определяющие, насколько эффективно управленческое воздействие) и временные (определяющие, когда оказывается управленческое воздействие), а также конкретизировать, на каких исполнителей или их группы это воздействие оказывается.

Критерий эффективности всей организации можно представить как функцию выручки за вычетом функции затрат производственной подсистемы W и функции затрат управленческой подсистемы M, причем первые две функции зависят только от управления x, но не от деталей организации подсистемы M (поскольку ее влияние на подсистему W ограничивается компонентами вектора x):

(1) $P(x, W, M) = S(x, W) - C_{prod}(x, W) - C_{manag}(x, W, M)$.

В результате обоснована общность следующего подхода. Фиксируется некоторая производственная система и *вектор управления x*

(который называется *вектором управления производственной подсистемой*). На первом этапе решается задача об оптимальной управленческой подсистеме (включая иерархию, полномочия менеджеров и т.п.), оказывающей заданное управленческое воздействие x с минимальными затратами. На втором этапе оптимизируется производственная подсистема и вектор управления x с учетом функции минимальных затрат на его реализацию управленческой подсистемой. Пример совместной оптимизации обоих этапов приведен в разделе 6.3. Однако в общем виде, в соответствии с поставленной целью, в настоящей работе рассматривается только первый этап – *задача оптимизации иерархической управленческой подсистемы, оказывающей заданное управленческое воздействие x с минимальными затратами*, которая ниже для краткости называется просто *задачей об оптимальной организации*:

(2) $C^{*}_{manag}(x) = \min\limits_{M \in \mathfrak{M}} C_{manag}(x, M)$,

где через $\mathfrak{M}$ обозначено *множество допустимых организаций*, а подсистема $M^{*}(x) \in \mathfrak{M}$, доставляющая минимум (2), *оптимальной организацией, реализующей x* (фиксированный аргумент W для краткости опускается). На рис. 2 задачу (2) можно проиллюстрировать как построение минимально затратной управленческой подсистемы M внутри верхнего эллипса при условии реализации управления x.

В разделе 1.2 рассмотрена функция затрат $C_{manag}(x, M) = C_m(x^1,\ldots,x^p)$ простейшей управленческой подсистемы, состоящей из единственного менеджера m. Приведен обзор современных эконометрических исследований, показывающих, что организации самых различных отраслей могут описываться многопродуктовыми функциями затрат, зависящими от объемов выпускаемой продукции. Несмотря на разнообразие типов такой продукции (от образовательных и транспортных услуг до сельского хозяйства и энергетики) математическая форма таких функций схожа, наиболее часто используется *квадратичная форма*:

(3) $C_m(x) = 0.5(Ax, x) + (b, x) + C^f_m$,

где A – матрица квадратичных коэффициентов размера $p \times p$, b – p-мерный вектор линейных коэффициентов, C^f_m – *постоянные затраты*. Функция затрат (3) с одной стороны достаточно гибка и универсальна, а с другой не слишком сложна, поэтому может быть идентифицирована на базе накопленных данных управленческого учета (например, может быть использована детализация затрат рабочего времени сотрудников).

Априори в настоящей работе предполагается лишь непрерывная дифференцируемость функции $C_m(x)$. Конкретный вид функции не

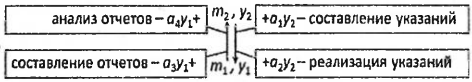
фиксируется, так же, как и свойства *выпуклости*, *однородности*, *неотрицательности* и *монотонности* (содержательные интерпретации которых приведены в разделе 1.2, например, выпуклость соответствует аспециализации: дешевле поручить одному менеджеру планирование и контроль одних исполнителей, другому – других, чем поручить одному менеджеру все планирование, а другому – весь контроль).

В разделе 1.3 определена функция затрат управленческой подсистемы для случая нескольких менеджеров. Каждый из q менеджеров вносит свой вклад в управление x, то есть менеджерам $m_1, \ldots, m_q$ делегированы такие векторы управления $y_1, \ldots, y_q$ с неотрицательными компонентами, что выполнено *балансовое условие* $y_1 + \ldots + y_q = x$. Распределение вектора x на сумму векторов $y_1, \ldots, y_q$ названо *делегированием*, а конкретный вектор y_i – *делегированием менеджера* m_i.

Увеличение количества менеджеров приводит к усложнению управленческой подсистемы. Чем она сложнее, тем большую долю управления, реализуемого одними менеджерами, вынуждены дублировать другие менеджеры. Термин «дублирование» известен в математических моделях иерархических организаций, однако в настоящей работе рассматривается значительно более общая модель с произвольным линейным дублированием. На рис. 2 это проиллюстрировано взвешенным ориентированным графом между менеджерами. При единственном виде управления $p = 1$ каждое ребро от менеджера m_i к менеджеру m_j характеризуется коэффициентом $d_{i,j}$, показывающим, какую долю управления y_j, делегированного менеджеру m_j, вынужден повторять («дублировать») менеджер m_i, то есть задана *матрица дублирования* $D = (d_{i,j})$ размера $q \times q$. При нескольких видах управления $p > 1$ возникает вопрос, какую долю управления вида l менеджера m_j дублирует менеджер m_i при управлении вида k. Соответственно, рассматриваются *коэффициенты дублирования* $d_{i,j}^{k,l}$, каждому ребру на рис. 2 можно сопоставить матрицу $D_{i,j} = (d_{i,j}^{k,l})$ размера $p \times p$, а вся *матрица дублирования* $D = (D_{i,j})$ состоит из q^2 таких блоков.

Рассмотрим пример менеджера m_1, подчиненного менеджеру m_2, $p = 1$. m_2 составляет указания для m_1, необходимые для обеспечения согласованности действий m_1 с тем управлением y_2, которое реализует m_2 (трудоемкость составления указаний равна доле a_1 от трудоемкости самого управления y_2, а трудоемкость их прочтения и реализации менеджером m_1 – доле a_2 от y_2). m_1 составляет отчеты о проделанной работе y_1 (трудоемкость составления отчетов равна доле a_3 от y_1, а трудоемкость их прочтения и анализа менеджером m_2 – доле a_4 от y_1). Матрица D и схема взаимодействия выглядят следующим образом:

$$\begin{pmatrix}\tilde{y}_1\\ \tilde{y}_2\end{pmatrix}=Dy=\begin{pmatrix}1+a_3 & a_2\\ a_4 & 1+a_1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y_1\\ y_2\end{pmatrix},$$



В результате *функция затрат управленческой подсистемы M*

(4) $C_{manag}(x, D(M), y) = C_{m_1}(\tilde{y}_1) + \ldots + C_{m_q}(\tilde{y}_q)$

равна сумме функций затрат q менеджеров, зависящих от *нагрузок с учетом дублирования* менеджерами делегирований друг друга (формально $\tilde{y} = Dy$, где вектор делегирования y составлен из векторов делегирования менеджеров $y_1, \ldots, y_q$, а вектор $\tilde{y}$ составлен из векторов нагрузки менеджеров $\tilde{y}_1, \ldots, \tilde{y}_q$). Обосновано, что рассмотрение функции затрат (4) не ограничивает общности (можно описать и нелинейное дублирование, и неаддитивную по менеджерам функцию затрат, и вообще любую функцию, зависящую от вектора y). Предложенная линейная модель имеет удобную содержательную интерпретацию и позволяет описывать всевозможные взаимодействия менеджеров.

Обратная матрица D^{-1}, называемая *матрицей продуктивности*, представляет собой обобщение модели межотраслевого баланса. Элементы D^{-1} характеризуют объемы различных видов управленческого воздействия различных менеджеров, которые дополнительно требуются для того, чтобы данный менеджер оказал единицу управления данного вида. Эта дополнительная нагрузка соответствует организационным издержкам сложной подсистемы управления, например, необходимости контроля подчиненных и отчетов перед начальниками.

В одномерном случае ($p = 1$) сумма $\hat{d}_i$ элементов i-го столбца D^{-1} характеризует *продуктивность менеджера* m_i, то есть вклад единицы нагрузки в итоговое «чистое» управление x, оказываемое на производственную подсистему: $\hat{d}_1\tilde{y}_1 + \ldots + \hat{d}_q\tilde{y}_q = x$. В многомерном случае ($p > 1$) $\hat{D}_1\tilde{y}_1 + \ldots + \hat{D}_q\tilde{y}_q = x$, где $\hat{D}_i$ – сумма i-х блоков D^{-1} размера $p \times p$ – *матрица продуктивности менеджера* m_i.

Матрица дублирования $D(M)$ и функции затрат менеджеров могут сколь угодно сложным образом зависеть от всех аспектов организации управленческой подсистемы M, в частности, от иерархии, типов менеджеров, порядка их взаимодействия и т.п. Не фиксируя вид подобных зависимостей, из общей задачи об оптимальной организации можно выделить внутреннюю *задачу об оптимальном делегировании*:

(5) $$C^*_{manag}(x) = \min_{M \in \mathfrak{M}} C^*_{manag}(x, D) = \min_{M \in \mathfrak{M}} \min_{\substack{y_1 \geq 0, \ldots, y_q \geq 0: \\ y_1 + \ldots + y_q = x}} C_{manag}(x, D, y) = \min_{M \in \mathfrak{M}} \min_{\substack{y_1 \geq 0, \ldots, y_q \geq 0: \\ y_1 + \ldots + y_q = x}} \sum_{i=1}^{q} C_{m_i}(D_i y).$$

В (5) при заданных функциях затрат и матрице дублирования внутрен-

ний минимум соответствует такому распределению вектора x между менеджерами ($y_1 + \ldots + y_q = x$), которое минимизирует затраты (4) управленческой подсистемы с учетом дублирования $\tilde{y} = Dy$.

Вторая глава посвящена разработке математических методов оптимизации делегированного управления. Иерархия и другие параметры управленческой подсистемы M, влияющие на матрицу $D(M)$, оптимизированы в главе 3 для случая симметричной организации.

В разделе 2.1 классические методы непрерывной оптимизации применены для решения задачи об оптимальном делегировании (5). Общая теорема Каруша-Куна-Таккера использована для доказательства необходимого условия: при любом оптимальном делегировании $y_1 \geq 0, \ldots, y_q \geq 0$ найдутся такие *коэффициенты Лагранжа* $\theta_i^k \geq 0$, $i = \overline{1,q}$, $k = \overline{1,p}$, $\lambda^1, \ldots, \lambda^p$, что выполнены *уравнения критической точки* лагранжиана $L = \sum_{i=1}^{q} C_{m_i}(D_i y) + \sum_{k=1}^{p} \lambda^k (x^k - y_1^k - .. - y_q^k) + \sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{q} \theta_i^k (-y_i^k)$:

(6) $D^T(\nabla C_{m_1}(\tilde{y}_1)^T, \ldots, \nabla C_{m_q}(\tilde{y}_q)^T) = (\lambda^T, \ldots, \lambda^T)^T + \theta$,

(7) $y_1 + \ldots + y_q = x$,

(8) $\theta_i^k y_i^k = 0$,

где (6) – условие равенства нулю частных производных лагранжиана, (7) – балансовые условия, (8) – условия дополняющей нежесткости. *Внутренним* называется решение со строго положительным делегированием $y_1 > 0, \ldots, y_q > 0$, а *краевым* – решение, в котором хотя бы одно из pq неравенств $y_1 \geq 0, \ldots, y_q \geq 0$ выполнено как равенство.

Лемма 1. *Функция $C^*_{manag}(x, D)$ непрерывна по параметрам x и D.*

Лемма 2. *Левосторонняя и правосторонняя производные функции $C^*_{manag}(x, D)$ по $d^{k,l}_{i,j}$ существуют и совпадают почти всюду. Если они совпадают (в частности, если функции затрат менеджеров выпуклы), то функция $C^*_{manag}(x, D)$ непрерывно дифференцируема по $d^{k,l}_{i,j}$.*

Лемма 3. *Если функции затрат менеджеров выпуклы, то левосторонняя и правосторонняя производные функции $C^*_{manag}(x, D)$ по x^k существуют и совпадают почти всюду. Если они совпадают (в частности, если функции затрат менеджеров строго выпуклы и $\det D \neq 0$), то функция $C^*_{manag}(x, D)$ непрерывно дифференцируема по x^k.*

Леммы 1-3 показывают, что в (5) функция минимальных затрат $C^*_{manag}(x, D)$ (при оптимальном делегировании) зависит от параметров x и D непрерывно, а во многих случаях и непрерывно дифференцируе-

мо. Это позволяет применять методы непрерывной оптимизации и для модели главы 3, минимизирующих $C^*_{manag}(x,D)$ путем выбора оптимальной симметричной иерархии (от которой зависит матрица D), а также иллюстрирующей возможность оптимизации по типу и составу менеджеров, параметрам стимулирования и т.п.

Лемма 4. *Если переменные части функций затрат менеджеров однородны степени γ, то оптимальное делегирование $y(x, D)$ однородно по x степени 1, $\lambda(x,D)$, $\theta(x,D)$ – степени $\gamma - 1$, $C^*_{manag}(x,D)$ – степени γ.*

Лемма 5. *Если функции затрат менеджеров выпуклы, то функция $C^*_{manag}(x,D)$ выпукла по x. Если функции затрат менеджеров строго выпуклы и $detD \neq 0$, то функция $C^*_{manag}(x,D)$ строго выпукла по x.*

Лемма 6. *Для монотонных функций затрат выполнено $\lambda \geq 0$, функция $C^*_{manag}(x,D)$ монотонна по D и x.*

Леммы 4-6 показывают, что свойства однородности, выпуклости, монотонности функций затрат менеджеров, зависящих от управленческой нагрузки, приводят соответственно к тем же свойствам функции минимальных затрат $C^*_{manag}(x,D)$, зависящей от суммарного управленческого воздействия, оказываемого всей управленческой подсистемой. Это облегчает решение последующих задач (для наличия соответствующих свойств $C^*_{manag}(x,D)$ достаточно предположить эти свойства для функций затрат отдельных менеджеров) и позволяет сделать общие выводы о виде критической точки. Например, свойство выпуклости дает возможность использования теоремы Куна-Таккера о том, что критическая точка лагранжиана является не только необходимым, но и достаточным условием оптимальности делегирования.

В разделе 2.2 задача об оптимальном делегировании решена для функций затрат, представимых в виде квадратичных форм (3), которые часто используются в современных эконометрических моделях. В этом случае задача об оптимальном делегировании может решаться общими методами квадратичного программирования, однако, пользуясь спецификой ограничений, удалось разработать более эффективные методы решения. Фиксация произвольного набора «внутренних» компонент делегирования $y_{>0}$, которые могут быть не равны нулю, разрешает условия дополняющей нежесткости (8) (за счет выбора $y_{=0} = 0$, $\theta_{>0} = 0$), после чего удается из линейных уравнений (6), (7) явно найдены значения λ, $\theta_{=0}$ и $y_{>0}$ (в лемме $S = (E_p, \ldots, E_p)$, $S_{>0}$ содержит лишь столбцы S, соответствующие $y_{>0}$; $(D^TAD)_{>0}$ – главный минор матрицы

$D^T diag(A_1, \ldots, A_q)D$, соответствующий $y_{>0}$; $b = (b_1^T, \ldots, b_q^T)^T$).

Лемма 8. *Если невырождены матрицы* $G_{>0} = ((D^T AD)_{>0})^{-1}$ *и* $\overline{G} = S_{>0} G_{>0} S_{>0}^T$, *то* $\lambda = (\overline{G})^{-1}(x + S_{>0} G_{>0}(D^T b)_{>0})$, $\theta_{=0} = (D^T AD)_{=0} y_{>0} - S_{=0}^T (\overline{G})^{-1}(x + S_{>0} G_{>0}(D^T b)_{>0}) + (D^T b)_{=0}$, $y_{>0} = (S_{>0} G_{>0})^T (\overline{G})^{-1} x + \{(S_{>0} G_{>0})^T (\overline{G})^{-1}(S_{>0} G_{>0}) - G_{>0}\}(D^T b)_{>0}$.

Теорема 3. *Если функции затрат менеджеров строго выпуклы функций и* $\det D \neq 0$, *то для любого набора компонент* $y_{>0}$ *матрицы* $G_{>0}$ *и* $\overline{G}$ *невырождены.*

Если в результате вычисления выражений леммы 8 все компоненты $y_{>0}$ и $\theta_{=0}$ оказались неотрицательными, то критическая точка найдена. Иначе можно исключить из набора $y_{>0}$ те компоненты, которые оказались отрицательными, и добавить в набор те компоненты, для которых оказались отрицательными соответствующие коэффициенты $\theta_{=0}$. В выпуклом случае для матриц достаточно большой размерности ($pq \leq 1000$) подобный метод решает задачу об оптимальном делегировании за 10-20 шагов, причем рост числа шагов при росте pq незначителен. В общем же случае невыпуклых функций можно сравнивать затраты в нескольких критических точках, найденных с нескольких различных начальных наборов $y_{>0}$, получая эвристические методы решения, применимость которых нужно тестировать с учетом специфики исследуемой задачи. Приведен пример такого тестирования для одномерного управления. Для общих функций затрат, отличных от квадратичных форм, можно использовать аналогичную процедуру с тем исключением, что для каждого набора $y_{>0}$ систему уравнений критической точки приходится решать численно (численное решение упрощается при наличии строгой выпуклости функций затрат).

В разделе 2.3 рассмотрены условия, при которых задачу об оптимальном делегировании можно свести к задаче с одномерным управлением (например, функции затрат, зависящие от линейной комбинации нагрузки по различным видам управления, и одинаковые элементы в строке матрицы D_{ij} – одинаковое дублирование различных видов управления). В этом случае получены аналитические результаты, в частности показано, что для монотонных функций положительность продуктивностей менеджеров является необходимым условием оптимальности внутреннего решения (со строго положительным делегированием каждого менеджера). Для монотонных строго выпуклых функций внутреннее решение легко находится простыми численными методами. Для однородных степени β функций затрат аналитически найдено внутреннее делегирование и минимальные затраты, зависящие лишь от продуктивностей менеджеров (а не от всей D):

(9) $C^{*}_{manag}(x,D)=\dfrac{1}{\beta}\dfrac{x^{\beta}}{(\hat{d}_1^{\beta/(\beta-1)}+\ldots+\hat{d}_q^{\beta/(\beta-1)})^{\beta-1}}+C^{f}.$

Рассмотрены иллюстративные примеры, поясняющие и саму задачу об оптимальном делегировании, и предложенные методы ее решения.

В разделе 2.4 рассмотрено условие *блочной сбалансированности*, при которой менеджеры разбиты на h блоков (с количествами менеджеров $q_1,\ldots,q_h$, $q_1+\ldots+q_h=q$, ниже в главе 3 блоки интерпретируются как уровни иерархической организации). Менеджеры одного блока имеют одинаковые функции затрат. Кроме того, все менеджеры блока u имеют одинаковые суммарные характеристики дублирования менеджеров блока v, $u,v=\overline{1,h}$: $\sum_{i=\overline{1,q_u}} D_{i(u),1(v)}=\ldots=\sum_{i=\overline{1,q_u}} D_{i(u),q_v(v)}=D^{col}_{u,v}$, $\sum_{j=\overline{1,q_v}} D_{1(u),j(v)}=\ldots=\sum_{j=\overline{1,q_v}} D_{q_u(u),j(v)}=D^{row}_{u,v}$. Если дублирование менеджеров изображать графом (см. рис. 2), то блочная сбалансированность означает, что для всех менеджеров блока v одинакова сумма весов ребер (коэффициентов дублирования), идущих в блок u, и для всех менеджеров блока u одинакова сумма весов ребер, идущих из блока v.

В предположении одинакового делегирования менеджеров одного блока исходную задачу об оптимальном делегировании можно заменить *задачей об оптимальном делегировании по h блокам* $z_1+\ldots+z_h=x$ с функциями затрат блоков $\breve{C}_1(\tilde{z}_1)=q_1C_{m(1)}(\tilde{z}_1/q_1)$, $\ldots,\breve{C}_h(\tilde{z}_h)=q_hC_{m(h)}(\tilde{z}_h/q_h)$ и *матрицей дублирования блоков* $D^{col}=(D^{col}_{u,v})$, $u,v=\overline{1,h}$, $\tilde{z}=D^{col}z$.

Лемма 11. *Если в блочно-сбалансированном случае в задаче об оптимальном делегировании по блокам величины* $z_1,\ldots,z_h$, λ, $\theta_1,\ldots,\theta_h$ *являются критической точкой, то в исходной задаче об оптимальном делегировании менеджеров блочно-симметричное делегирование* $y_{1(u)}=\ldots=y_{q_u(u)}=y_u=z_u/q_u$ *является критической точкой.*

В силу леммы 11 в выпуклом случае оптимально *блочно-симметричное делегирование*, для нахождения которого достаточно решить задачу об оптимальном делегировании по блокам, после чего управление z_u блока u поровну распределяется между его менеджерами. Задача об оптимальном делегировании по блокам решается методами, рассмотренными выше в главе 2.

Дублирование менеджеров в блочно-сбалансированной матрице может быть весьма сложным. Однако подобные сложные модели оказываются эквивалентными более простой модели, в которой при $q_u<q_v$ менеджеров блока v можно однозначно распределить по менеджерам блока u, так что каждый конкретный менеджер блока u дублирует только q_v/q_u «закрепленных» за ним менеджеров блока q_v, и не

дублирует всех остальных. Поэтому сложную блочно-сбалансированную матрицу дублирования можно заменить эквивалентной (с точки зрения нагрузки и затрат) *простой матрицей*, в которой взаимодействие менеджеров разных блоков упорядочено.[2]

Теорема 4. *Если $\det D \neq 0$, то матрица дублирования D блочно-сбалансирована тогда и только тогда, когда блочно-сбалансирована матрица продуктивности D^{-1}. При этом матрица дублирования блоков D^{col} и матрица продуктивности блоков $(D^{-1})^{col}$ невырождены и взаимнообратны*: $(D^{col})^{-1} = (D^{-1})^{col}$.

Теорема 4 показывает, что для блочной сбалансированности матрицы дублирования необходимо и достаточно блочной сбалансированности обратной матрицы продуктивности. В этом случае совпадают продуктивности менеджеров одного блока и т.п.

Результаты главы 2 используются в главе 3 при построении модели оптимальной симметричной организации.

Третья глава посвящена моделям и методам оптимизации симметричных организаций. Практически все известные модели ограничиваются исследованием *симметричной иерархии*, в которой менеджеры разделены на $h \geq 1$ уровней с количеством менеджеров на первом уровне $q_1 \geq 1$, на втором – $q_2 \geq 1$, и т.д., на верхнем – $q_h \geq 1$, причем в силу симметрии менеджеры одного уровня «одинаковы».

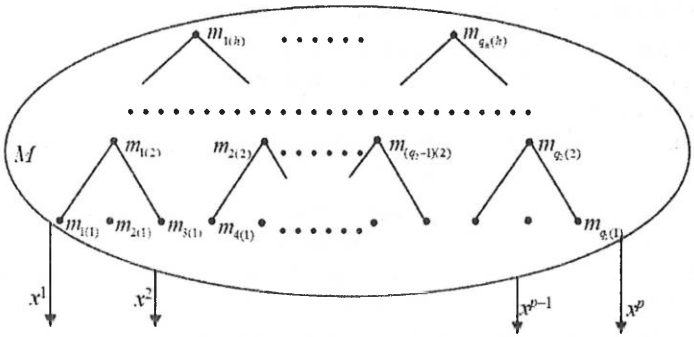


Рис. 3. Иерархическая структура симметричной системы управления

В разделе 3.1 управленческая подсистема M рис. 2 структурирована симметричным образом, см. рис. 3. В терминах модели минимиза-

---

[2] При нецелом q_v / q_u определено «частичное закрепление»: менеджер блока v может частично дублировать одного менеджера блока u, частично – другого.

ции управленческих затрат, предложенной в настоящей работе, симметричность менеджеров одного уровня означает тождественность их функций затрат и блочную сбалансированность матрицы дублирования (менеджеры одного уровня одинаковы в смысле суммарного влияния на менеджеров другого уровня).

Для выпуклого случая результаты раздела 2.4 позволяют заменить блочно-сбалансированную матрицы на простую и доказать типовые предположения модели древовидной симметричной иерархии (которые считаются априори выполненными в большинстве известных работ): *менеджеры одного уровня равнонагружены, каждый менеджер взаимодействует только с менеджерами своего уровня, а также с начальниками и подчиненными,*[3] *то есть отсутствуют «боковые» межуровневые взаимодействия.*[4]

В результате для решения задачи об оптимальном делегировании по менеджерам достаточно общими методами главы 2 решить задачу об оптимальном делегировании по уровням $z_1 + \ldots + z_h = x$ с *матрицей дублирования уровней* $D^{col} = (D^{col}_{u,v})$ и *функциями затрат уровней* $q_u C_{m(u)}(\tilde{z}_u / q_u)$ (где $\tilde{z} = D^{col} z$ – *вектор нагрузки уровней*, см. раздел 2.4), после чего делегирование z_u уровня u поровну распределяется между q_u менеджерами этого уровня.

Через $\delta^l_u = (z^l_1 + \ldots + z^l_u)/x^l$ обозначено *правило делегирования*, то есть доля управления вида l, которая делегирована менеджерам уровня u и более низких уровней, $l = \overline{1,p}$, $u = \overline{1,h}$. Любое делегирование порождает правило $0 = \delta^l_0 \le \delta^l_1 \le \delta^l_2 \le \ldots \le \delta^l_h = 1$, и наоборот, любое такое правило порождает делегирование $z^l_u = (\delta^l_u - \delta^l_{u-1})x^l$. На рис. 4 по горизонтали изображен отрезок длины x^l, равной объему управленческого воздействия вида l, оказываемого на производственную подсистему. Над ним надстроен прямоугольник высоты 1, площадь которого также равна x^l. В результате площади прямоугольников на рис. 4 соответствуют объемам управления, которые делегированы менеджерам иерар-

---

[3] При $u > v$ за каждым из q_u менеджеров уровня u «закреплено» q_v/q_u менеджеров уровня v, что в терминах иерархии обычно интерпретируется как подчинение q_v/q_u менеджеров нижестоящего уровня v одному менеджеру вышестоящего уровня u (при нецелом q_v/q_u можно определить частичное подчинение).

[4] При наличии таких взаимодействий (например, если на рис. 3 менеджер $m_{1(2)}$ контролирует менеджера $m_{q_1(1)}$) их можно заменить на классические древовидные (например, перепоручить этот контроль менеджеру $m_{q_2(2)}$), заменив матрицу дублирования на простую (что не меняет нагрузок и затрат – см. раздел 2.4).

хии на рис. 3. Всем менеджерам первого уровня делегирована доля $\delta_1^l - \delta_0^l$ общего управления x^l, что изображено двумя горизонтальными линиями на высоте $\delta_0^l = 0$ и δ_1^l, площадь полосы $z_1^l = (\delta_1^l - \delta_0^l)x^l$ разделена на q_1 одинаковых частей по z_1^l / q_1. Аналогично для всех уровней.

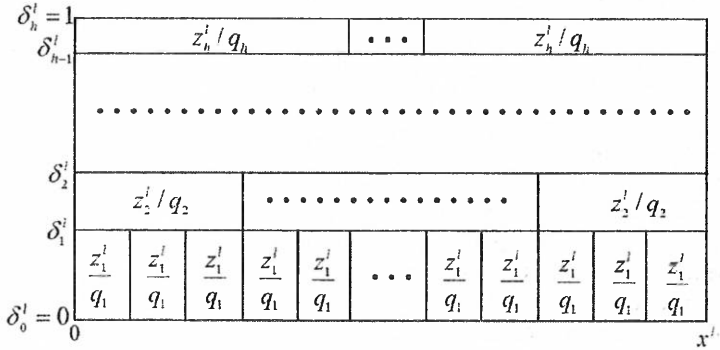


Рис. 4. Делегирование управления x^l вида l в симметричной иерархии

В терминах менеджмента вертикальное взаимодействие менеджеров разных уровней можно интерпретировать как *прямой контроль*, а горизонтальное взаимодействие менеджеров одного уровня – как *взаимное согласование*. В этих терминах матрица дублирования уровней D^{col} является наглядным и удобным инструментом описания иерархических взаимодействий. Например, ее можно представить в виде $D^{col} = E_{ph} + D^{agr} + D^{cnt}$, то есть нагрузка уровней $\tilde{z} = D^{col} z$ складывается из управленческого воздействия z, оказываемого на производственную подсистему ($z_1 + \ldots + z_h = x$), нагрузки взаимного согласования $D^{agr}z$ и нагрузки прямого контроля $D^{cnt}z$. В разделе 3.1 подробно описаны возможные взаимодействия менеджеров иерархии, приведены соответствующие содержательные интерпретации и виды зависимости матрицы $D^{col}(h, q_1, \ldots, q_h)$ (или обратной матрицы продуктивности уровней $(D^{col})^{-1}$) от иерархии $q_1, \ldots, q_h$.

Рассмотрено взаимодействия менеджеров различных уровней, в котором управленческое воздействие, оказываемое менеджером высокого уровня на исполнителя, должно «проходить» через промежуточные уровни управления. Другими словами, исполнители взаимодействуют с менеджерами первого уровня в объеме суммарного управленческого воздействия x. Менеджеры первого уровня отделяют – *распознают* – делегированную первому уровню часть управления z_1,

а остальное передают «наверх», затрачивая на распознавание некоторые усилия. Далее менеджерам второго уровня поступает объем управления $x - z_1$, среди которого менеджеры второго уровня распознают делегированный им объем управления z_2 и передают все остальное «выше» (затрачивая на это усилия), и так далее. Описанная схема соответствует обычно наблюдаемой на практике «фильтрации» управления (например, решения проблем) снизу вверх, когда большая часть управления реализуется менеджерами низких уровней, а «наверх» эскалируется только управление, которое данный уровень иерархии не оказывает. Наоборот, вмешательство менеджеров некоторого уровня в управление, реализуемое более низкими уровнями, может состоять в *планировании и контроле*. Рассмотренное взаимодействие менеджеров описывается следующей матрицей дублирования:

$$(10)\ D^{col} = \begin{pmatrix} \mathrm{P}_1 & \Phi_1 & \dots & \Phi_1 \\ \Psi_2 & \mathrm{P}_2 & \dots & \Phi_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Psi_h & \Psi_h & \dots & \mathrm{P}_h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_p + \mathrm{P}_{1,agr} + \mathrm{P}_{1,cnt} & \Phi_1 & \dots & \Phi_1 \\ \Psi_2 & E_p + \mathrm{P}_{2,agr} + \mathrm{P}_{2,cnt} & \dots & \Phi_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Psi_h & \Psi_h & \dots & E_p + \mathrm{P}_{h,agr} + \mathrm{P}_{h,cnt} \end{pmatrix},$$

где матрицы $\Phi_1, \dots, \Phi_{h-1}$ характеризуют нагрузку по распознаванию различных видов управления на уровнях $1, \dots, h-1$; матрицы $\Psi_2, \dots, \Psi_h$ характеризуют нагрузку по контролю с уровней управления $2, \dots, h$; матрица $\mathrm{P}_{u,agr}$ характеризует нагрузку менеджеров уровня $u = \overline{1,h}$ по взаимному согласованию делегированного им управления, а матрица $\mathrm{P}_{u,cnt}$ – нагрузку, связанную с контролем этого управления вышестоящими уровнями. Аналогично (10) легко описать и прочие варианты взаимодействия менеджеров симметричной организации.

С учетом рассмотренной модели взаимного согласования и прямого контроля матрица дублирования $D^{col}(h, q_1, \dots, q_h)$ зависит от симметричной иерархии $h, q_1, \dots, q_h$. Ниже в работе индекс «*col*» опускается для упрощения записи, поскольку речь идет только о матрице дублировании уровней. В результате *задача об оптимальной симметричной организации* принимает вид:

$$(11)\ C^*_{manag}(x) = \min_{h \in N} \min_{q_1, \dots, q_h \in N} C^*_{manag}(x, D) = \min_{h \in N} \min_{q_1, \dots, q_h \in N} \min_{\substack{z_1 \ge 0, \dots, z_h \ge 0: \\ z_1 + \dots + z_h = x}} \sum_{u=\overline{1,h}} q_u C_u\left(\tilde{z}_u / q_u\right),$$

где $\tilde{z} = Dz$, внутренняя задача об оптимальном делегировании по уровням решается методами главы 2, в результате чего находится функция затрат $C^*_{manag}(x, D)$ иерархии при оптимальном делегировании, которая ниже в главе 3 минимизируется выбором *оптимальной иерархии* – оптимального количества уровней h и оптимального количества

менеджеров на этих уровнях $q_1,\ldots,q_h$.

В конце раздела 3.1 приведена одна из возможных моделей симметричной производственной подсистемы, которая используется в ряде содержательных интерпретаций в главах 3, 4. Рассмотрено детальное управление $x(g, w)$ исполнителем $w \in g$ в рамках группы $g \subseteq W$, причем в силу симметрии считается, что в группах одного размера управление одинаково: $x(g', w') = x(g'', w'') = x(k)$ для любых $w' \in g'$, $w'' \in g''$, где $k = \overline{1,n}$. Подробно исследована модель *двухуровневой иерархии H* с подчинением исполнителя (уровня 0) менеджеру (уровня 1), в которой коэффициенты дублирования управления группой g растут при разбиении ее исполнителей на более мелкие подгруппы $s_H(m_1), \ldots, s_H(m_k)$, подчиненные различным менеджерам $m_1,\ldots, m_k$, что интерпретируется как рост взаимного согласования между начальниками группы при росте их количества.

При выполнении ряда ограничений (в целом обосновываемых из симметрии) показано, *что оптимально делегировать менеджеру только управление подчиненными исполнителями, то есть подчиненной частью группы g*, что позволяет не вдаваться в детали, а сразу рассматривать агрегированную модель, в которой вектор управления состоит из суммарного управления всеми группами размеров 1, 2, …, n. Кроме того доказано, что матрица дублирования агрегированной модели будет сбалансированной, явно найдена возрастающая зависимость коэффициентов дублирования от количества менеджеров (убывающая зависимость от размера группы исполнителей, подчиненных одному менеджеру). Таким образом, исходя из детальной модели взаимного согласования в симметричной организации, показано, что *производственное взаимодействие исполнителей в группах влечет взаимодействие менеджеров, которое в рамках одного уровня описывается сбалансированной матрицей взаимного согласования (дублирования), причем ее элементы возрастают по числу менеджеров.*

В разделе 3.2 предложена методика решения задачи об оптимальной иерархии (11). Дискретная задача $C^*_{manag}(x) = \min\limits_{h \in N} \min\limits_{q_1,\ldots,q_h \in N} C^*_{manag}(x, D)$ (с натуральными значениями $q_1,\ldots,q_h$) заменена непрерывной задачей с $q_1,\ldots,q_h \in (0;+\infty)$. Доказано, что во многих случаях нулевое или бесконечное количество менеджеров неоптимально,[5] а в достаточно большой организации (при достаточно большом управлении x) замена дискретной задачи непрерывной приводит к малой погрешности. В

[5] Например, затраты в нуле и бесконечности могут быть бесконечны.

итоге задача поиска оптимального количества менеджеров может быть решена методами непрерывного анализа – оптимальная точка удовлетворяет условиям первого порядка – должны обнуляться производные $C^*_{manag}(x,D)$ по $q_1,\ldots,q_h$. Находя $q_1,\ldots,q_h$ из этих условий (аналитически или численно) и округляя их до ближайшего целого, получим субоптимальную иерархию при заданном h. После чего остается задача оптимизации по одному параметру – количеству уровней h, которую легко решить численно (в большинстве моделей h не превышает одного-двух десятков) или аналогичным непрерывным методом.

Далее в разделе 3.2 описанная общая методика применена для аналитического решения задачи об оптимальной организации в случае, когда управление сводится к одномерному, а функции затрат однородны, то есть функция затрат $C^*_{manag}(x,D)$ при оптимальном внутреннем делегировании определяется из выражения (9) следующим образом:

$$(12)\quad C^*_{manag}(x,D)=\frac{1}{\beta}\frac{x^{\beta}}{(q_1\hat{d}_1(q_1)^{\beta/(\beta-1)}+\ldots+q_h\hat{d}_h(q_h)^{\beta/(\beta-1)})^{\beta-1}}+(q_1C_1^f+\ldots+q_hC_h^f),$$

где продуктивность $\hat{d}_u(q_u)$ уровня u снижается при росте количества менеджеров этого уровня q_u (например, за счет роста нагрузки по взаимному согласованию) и не зависит от количества менеджеров на остальных уровнях. Оптимальная иерархия определяется теоремой 5.

<u>Теорема 5.</u> *Если функции* $q_u\hat{d}_u(q_u)^{\beta/(\beta-1)}$ *возрастают и внутреннее делегирование оптимально, то оптимальная иерархия определяется из системы уравнений*:

$$(q_u\hat{d}_u(q_u)^{\beta/(\beta-1)})'/C_u^f=x^{-\beta}(q_1\hat{d}_1(q_1)^{\beta/(\beta-1)}+\ldots+q_k\hat{d}_h(q_h)^{\beta/(\beta-1)})^{\beta}\,\beta/(\beta-1),$$

имеющей единственное решение при вогнутых функциях $q_u\hat{d}_u(q_u)^{\beta/(\beta-1)}$.

<u>Следствие.</u> *При вогнутых функциях* $q_u\hat{d}_u(q_u)^{\beta/(\beta-1)}$ *рост x увеличивает* $q_1, \ldots, q_h$, *а рост постоянных затрат снижает* $q_1, \ldots, q_h$.

<u>Лемма 17.</u> *Если при росте количества менеджеров* q_u *уровня u их нагрузки растут как* q_u^{α} $(D(q_1,\ldots,q_h)=diag(q_1^{\alpha},\ldots,q_h^{\alpha})D_{\min})$, $0<\alpha<1-1/\beta$, *то* $\hat{d}_u(q_u)=\hat{d}_{u,\max}q_u^{-\alpha}$, *теорема 5 дает единственное решение, в котором*:

1. Нагрузка одного менеджера равна $(1-\alpha-1/\beta)^{-1/\beta}(C_u^f)^{1/\beta}$ *и не зависит от дублирования,*

2. При $\alpha>0$ *затраты и количество менеджеров растут сверхлинейно как* $x^{1/(1-\alpha)}$,

3. Количество непосредственных подчиненных менеджера (норма управляемости) равна $r_u^*=q_{u-1}^*/q_u^*=(\hat{d}_{u-1,\max}(C_{u-1}^f)^{-(\beta-1)/\beta}/\hat{d}_{u,\max}(C_u^f)^{-(\beta-1)/\beta})^{1/\alpha}$.

Лемма 17 конкретизирует результат теоремы 5 для случая, в котором задана функция q_u^α, характеризующая рост нагрузки менеджеров уровня u по взаимному согласованию при росте количества менеджеров q_u. Если степень роста α (сложность взаимного согласования) достаточно велика, то оптимальной будет цепочка менеджеров $q_1 = ... = q_h = 1$ с матрицей дублирования уровней D_{min} произвольного вида. Если же $0<\alpha<1-1/\beta$, то лемма 17 определяет нетривиальную оптимальную иерархию, зависящую от $\hat{d}_{1,\max},\ldots,\hat{d}_{h,\max}$ – максимальных продуктивностей уровней 1, …, h (рассчитанных при $D = D_{min}$, то есть при $q_1 = ... = q_h = 1$).

Если матрица D_{min} соответствует модели распознавания и контроля (10), на всех уровнях одинаковы коэффициенты нагрузки по распознаванию, контролю и взаимному согласованию, то с учетом одномерного управления ($p = 1$) матрица D_{min} характеризуется тремя величинами ρ, φ, ψ. Для этого случая явно найдено оптимальное количество уровней, соответствующая оптимальная иерархия и оптимальное внутреннее делегирование.

Теорема 6. *Если матрица D_{min} соответствует модели распознавания и контроля* (10), *величины ρ_u, φ_u, ψ_u и $C_u^f = C^f > 0$ не зависят от u, h, выполнено $\rho > \varphi$, $\rho > \psi$, $\varphi \neq \psi$, то оптимально внутреннее делегирование, $r=((\rho-\psi)/(\rho-\varphi))^{1/\alpha}$, а оптимальное количество уровней равно одному из двух целых чисел, ближайших к $\ln(\varphi/\psi)/((1-\alpha)\ln r)$.*

Следствие. *Если $\psi < \varphi$, то с ростом уровня u снижается количество менеджеров q_u и нагрузка уровня z_u, возрастает делегирование одного менеджера z_u/q_u, снижается нагрузка одного менеджера по взаимному согласованию z_u^{agr}/q_u, постоянна нагрузка одного менеджера по прямому контролю z_u^{cnt}/q_u и общая нагрузка $\tilde{z}_u/q_u$.*

В конце раздела 3.2 показано, что при многомерном управлении в большинстве случаев задача решается только численными методами; проиллюстрирован *эффект вертикальной специализации – менеджерам более высоких уровней выгодно делегировать более сложные виды управления*; показано, что *наличие дублирования является причиной сверхлинейного роста затрат управленческой подсистемы*.

В разделе 3.3 аналитические результаты раздела 3.2 использованы для иллюстрации того, что в рамках предложенной модели может исследоваться не только иерархия и делегирование, но и прочие важные аспекты иерархической организации. Например, в матрице дублирования и в функции затрат можно учесть тип менеджера и решить

задачу оптимизации состава – выбора для каждого уровня менеджеров наилучшего типа. В результате показано, что *на более высокие уровни оптимально назначать менеджеров с бóльшим типом* (например, более квалифицированных) *и более высокой нагрузкой.*

Далее в разделе 3.3 рассмотрены модели оптимального стимулирования, в которых ключевым параметром является прямой контроль менеджеров,[6] позволяющий снизить «дополнительные» затраты на их стимулирование за счет снижения неопределенности о реальном «качестве работы» менеджеров. Предложенная модель иерархической организации позволяет находить оптимальный баланс между объемом мониторинга подчиненных и затратами менеджеров, определять, каким уровням менеджеров поручать прямой контроль, и т.п. Например, показано, что *контроль предыдущего уровня следующим более эффективен, чем контроль всех менеджеров с верхнего уровня.*

В конце раздела 3.3 показано, что общие методы настоящей работы позволяют достаточно просто исследовать модели потери контроля и обобщать их, преодолевая принципиальные недостатки. Например, с помощью матрицы дублирования можно учесть в функции затрат нагрузку по мониторингу нижестоящих менеджеров, который в моделях потери контроля предполагается «бесплатным». В целом в разделе 3.3 *обоснована общность моделей и методов оптимизации, предложенных в настоящей работе, а также эффективность их применения для исследования частных моделей иерархических организаций.*

В разделе 3.4 исследована сравнительная статика – зависимость оптимальной иерархии и оптимального делегирования (явно найденных в разделе 3.2) от следующих параметров модели:

- $\alpha \in (0; 1 - 1/\beta)$ – сложность взаимного согласования,
- $\varphi \in (0; 1)$ – сложность распознавания и эскалирования,
- $\psi \in [0; \varphi)$ – сложность контроля подчиненных (оппортунизм).

Рисунки 5-8, приведенные ниже, иллюстрируют изменение оптимальной организации при отклонении параметров от базовой точки $\alpha = 0.15$, $\varphi = 0.15$, $\psi = 0$, $C^f = 1$, $\beta = 2$, $x = 100$ (при ее изменении качественные выводы сохраняются). В результате сделаны выводы о поведении оптимальной нормы управляемости (количества непосредственных подчиненных менеджера), количества уровней, соотношения организационных издержек прямого контроля и взаимного согласования, количества менеджеров и затрат многоуровневой иерархии. В частности, *если в рамках модели необходим прямой контроль подчи-*

---

[6] Например, анализ планов и отчетов о проделанной работе, периодический мониторинг деятельности менеджера.

ненных $\psi > 0$ (например, для мониторинга качества их работы, предотвращения оппортунизма – преследования собственных целей вопреки целям организации и т.п.), *то достаточно большая организация*[7] *фактически разделится на несколько частей*, топ-менеджеры которых согласуют управление друг с другом. Наоборот, если можно обойтись без контроля подчиненных $\psi = 0$, то организация с единственным топ-менеджером может быть оптимальной при сколь угодно большом управлении x. Если при росте количества менеджеров на любом уровне возрастает их нагрузка по взаимному согласованию ($\alpha > 0$), то оптимальные затраты управленческой подсистемы сверхлинейно растут при росте x, поэтому *затраты на взаимное согласование являются фактором, ограничивающим рост иерархических организаций. Параметры межуровневого взаимодействия менеджеров* φ, ψ *определяют форму иерархии, а параметры функции затрат – затраты одного менеджера.* В разделе 3.4 также изложен ряд других аналогичных выводов.

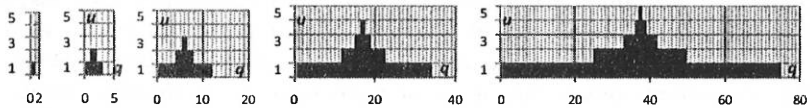


Рис. 5. Рост организации при росте управления $x = 1, 5, 20, 50, 100$

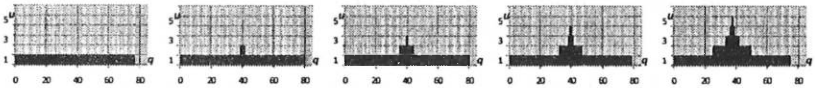


Рис. 6. Изменение организации при $\alpha = 0.025, 0.05, 0.075, 0.1, 0.15$

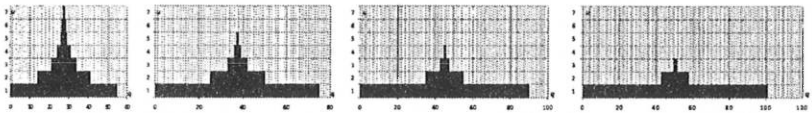


Рис. 7. Изменение организации при $\varphi = 0.1, 0.15, 0.2, 0.25$

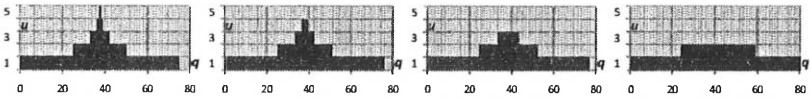


Рис. 8. Изменение организации при $\psi = 0, 0.005, 0.01, 0.03$

---

[7] При достаточно большом управлении x.

Далее в разделе 3.4 результаты сравнительной статики соотнесены с качественными результатами эмпирических исследований в области менеджмента. Использованы систематизированные результаты управленческого консалтинга в области реорганизации предприятий Mintzberg H. (1979, 1983), в которых в качестве одной из ключевых характеристик выделено соотношение прямого контроля и взаимного согласования. В модели оно растет по α, снижается по φ, существенно не зависит от прочих параметров. Поэтому параметр $\alpha \in (0; 1 - 1/\beta)$ соотнесен с *бюрократизацией* (*стандартизацией*), затрудняющей взаимное согласование (вертикальная ось на рис. 9). Параметр $\varphi \in (0; 1)$ соотнесен с *децентрализацией* (*сложностью*), затрудняющей распознавание (горизонтальная ось на рис. 9). В результате показано, что в этих координатах вид оптимальных иерархий модели соответствует основным типам оргструктур, предложенным в работах Mintzberg H. (1979, 1983): простая структура, адхократия, профессиональная бюрократия, дивизиональная форма, механистическая бюрократия, см. рис. 9. Таким образом, *модель, предложенная в настоящей работе, применима для количественного описания разнообразных зависимостей, известных из практики управленческого консалтинга в сложных иерархических организациях.*

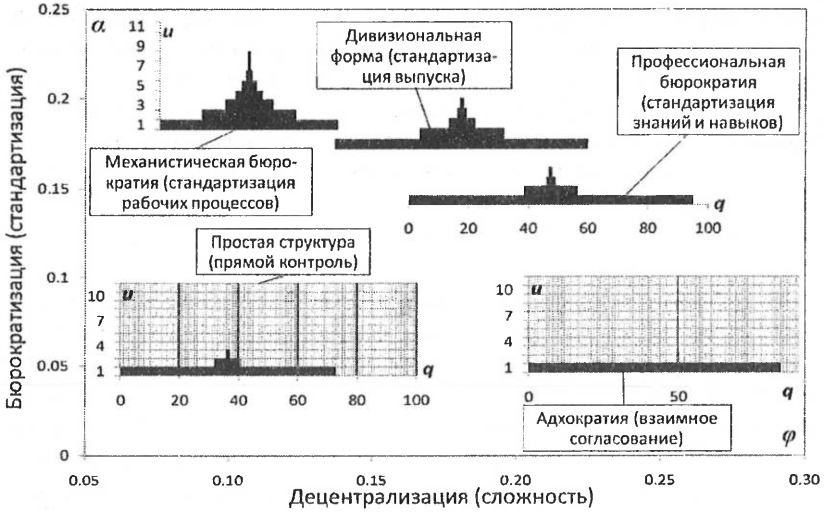


Рис. 9. Зависимость организации от сложности распознавания φ и сложности согласования α

Раздел 3.4 завершается численными расчетами, иллюстрирующими сохранение основных качественных закономерностей при использовании различных функций роста взаимного согласования по количеству менеджеров (например, функций, предложенных в конце раздела 3.1 для управления группами исполнителей различного размера). Также иллюстрируется, что на вид оптимальной управленческой подсистемы существенно влияют характеристики многомерного управления исполнителями (например, сложность, характеризующая распределение объема управленческого воздействия между группами исполнителей малого и большого размеров).

В целом глава 3 показывает, что предложенная общая модель гибко описывает симметричные организации и позволяет решать задачу об оптимальной иерархии и делегировании, а также расширять ее для оптимизации состава, стимулирования и т.п. Для одномерного управления и однородных затрат оптимальная иерархическая организация найдена аналитически. Разработанные методы применимы и для решения множества других классов задач.

Четвертая глава посвящена моделям и методам оптимизации несимметричных иерархий.

Для расширения модели иерархической организации главы 3 на гораздо более сложный и общий несимметричный случай, в главе 4 ограничен класс функций затрат (см. рис. 1 выше), и рассмотрена задача об оптимальной иерархии. При этом за рамками модели главы 4 оставлены другие аспекты организации (например, состав и стимулирование менеджеров). Глава 6 показывает, что и эти аспекты могут рассматриваться посредством расширения модели главы 4.

В разделе 4.1 приведено формальное определение иерархии и затрат менеджера. А именно, через $V = W \cup M$ обозначено все множество *сотрудников* организации (исполнителей и менеджеров), через $E \subseteq V \times M$ – множество ребер подчиненности, где ребро $(v,m) \in E$ означает, что сотрудник $v \in V$ является *непосредственным подчиненным* менеджера $m \in M$, а m – непосредственным начальником сотрудника v. Соответственно v подчинен m, если имеется цепочка ребер непосредственного подчинения, идущая из v в m. Тогда *иерархия*, управляющая заданным множеством исполнителей W, определена как ориентированный граф подчиненности $H = (W \cup M, E)$ без циклов, в котором любой менеджер из M имеет подчиненных и найдется *топ-менеджер*, которому подчинены все исполнители. Через $\Omega(W)$ обозначено множество всех таких иерархий.

Основным ограничением является существование менеджера, ко-

торому подчинены все исполнители (имеется так называемый централизованный контроль). Как показывает модель главы 3, оптимальной может быть иерархия с несколькими топ-менеджерами, каждому из которых подчинена часть исполнителей. Однако для не слишком больших организаций оптимальны именно иерархии с централизованным контролем, которые чаще всего и наблюдаются на практике в реальных организациях. Поэтому глава 4 ограничивается введенным определением. В главе 6 рассматриваются некоторые результаты для случая релаксации условия централизованного контроля.

Как и выше, *группой* исполнителей $s \subseteq W$ называется любое непустое подмножество множества исполнителей. *Группу исполнителей, подчиненную менеджеру m в иерархии H*, будем обозначать через $s_H(m) \subseteq W$ (считается, что исполнителю подчинена группа из него самого). Тогда легко показать, что $s_H(v) \subseteq s_H(m)$, если v подчинен m, группа $s_H(m)$ делится на подгруппы, подчиненные непосредственным подчиненным менеджера m. В соответствии с классическим определением теории графов, *деревом* называется иерархия, в которой у каждого сотрудника, кроме одного (корня), ровно один непосредственный начальник. Иерархия будет деревом тогда и только тогда, когда непосредственным подчиненным любого менеджера подчинены непересекающиеся группы исполнителей. Ограниченной норме управляемости соответствует определение *r-иерархии*, в которой у каждого менеджера не более r непосредственных подчиненных. Среди деревьев максимальную норму управляемости имеет *двухуровневая иерархия* с единственным менеджером, которому подчинены все исполнители.

Определена *секционная функция затрат менеджера* $m \in M$ в иерархии $H = (W \cup M, E) \in \Omega(W)$, имеющая вид $c(s_H(v_1), \ldots, s_H(v_k)) \geq 0$, где $v_1, \ldots, v_k$ – все непосредственные подчиненные менеджера m, $s_H(v_1), \ldots, s_H(v_k)$ – подчиненные им группы, а $c(\cdot)$ – функция, ставящая в соответствие любому набору групп неотрицательное действительное число. *Затраты иерархии* $c(H) = \sum_{m \in M} c(s_H(v_1), \ldots, s_H(v_k))$ определены как сумма функций затрат всех ее менеджеров. *Оптимальной иерархией* названа иерархия H^* с минимальными затратами: $H^* \in Arg \min_{H \in \Omega(W)} c(H)$.

Поясним определение секционной функции на примере фрагмента иерархии, изображенного на рис. 10. Менеджеру m через двух непосредственных подчиненных m_1 и m_2 (с подчиненными группами $\{w_1, w_2\}$ и $\{w_3, w_4\}$ соответственно) подчинена группа исполнителей $s_H(m) = \{w_1, w_2, w_3, w_4\}$. Согласно определению секционной функции, затраты менеджера m не зависят от того, как именно m_1 и m_2 взаимо-

действуют с подчиненными исполнителями (например, напрямую, как на рис. 10, или с помощью одного или нескольких подчиненных менеджеров). Таким образом, затраты менеджера зависят только от того, каким образом подчиненная группа исполнителей распределена между непосредственными подчиненными (в примере рис. 10 $\{w_1,w_2,w_3,w_4\} = \{w_1,w_2\} \cup \{w_3,w_4\}$, поэтому затраты m составят $c(\{w_1,w_2\},\{w_3,w_4\})$). То есть предполагается, что затраты менеджера зависят только от той «*секции*» («*отдела*», «*звена*» и т.п.), которая подчинена ему непосредственно. В примере на рис. 10 секция состоит из самого менеджера m и его непосредственных подчиненных m_1 и m_2, а от остальной части иерархии затраты менеджера не зависят.

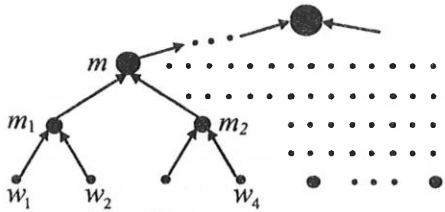


Рис. 10. Фрагмент иерархии

Для секционной функции затрат менеджера вместо записи $c(s_H(v_1),\ldots,s_H(v_k))$ часто используется упрощенная запись $c(s_1,\ldots,s_k)$. При этом подразумевается, что *для любого набора групп* $s_1,\ldots,s_k$ *определена величина* $c(s_1,\ldots,s_k)$, *соответствующая затратам некоторого менеджера, непосредственным подчиненным которого подчинены группы* $s_1,\ldots,s_k$. Таким образом, для любой иерархии $H \in \Omega(W)$ определены затраты, поэтому можно выбрать оптимальную иерархию с минимальными затратами. Задача поиска такой иерархии ниже называется *задачей об оптимальной иерархии* и состоит в том, чтобы «надстроить» над исполнителями некоторое количество менеджеров и определить подчиненность исполнителей и менеджеров таким образом, чтобы минимизировать заданную секционную функцию затрат.

В разделе 4.1 показано, что класс секционных функций достаточно широк и с математической, и с содержательной точки зрения, поскольку секционные функции могут описывать затраты реальных организаций. Это и обуславливает интерес к исследованию поставленной задачи об оптимальной иерархии.

В разделе 4.2 исследован вопрос о том, при каких условиях модель оптимальной симметричной организации главы 3 может быть расширена на несимметричные иерархии с помощью формальной

модели секционной функции затрат. Приведены содержательно прозрачные условия, при выполнении которых модель затрат главы 3 описывается подклассом секционных функций. Для этого использована модель управления исполнителями, описанная в конце раздела 3.1, в которой имеется управление $x(g)$ каждой группой исполнителей $g \subseteq W$. В несимметричном случае не предполагается равенство $x(g)$ для всех групп равного размера, *правило делегирования* можно обобщить с помощью доли $\delta(g, s) \in [0; 1]$ управления группой g, которую менеджер с подчиненной группой s может оказывать самостоятельно. Свойство роста правила делегирования с ростом уровня в несимметричном случае обобщается с помощью свойства монотонности $\delta(g, s_1) \leq \delta(g, s_2)$ для любых $s_1 \subseteq s_2$ (чем большее подразделение подчиненно менеджеру, тем большую долю управления он может осуществлять).

В результате можно определить управление группой g, делегированное менеджеру любой иерархии. Например, для деревьев $y_g(s_1,\ldots,s_k) = (x(g)/|g|)\sum_{l=\overline{1,k}}(\delta(g,s) - \delta(g,s_l))|g \cap s_l|$. Если $\delta(g, s_1) = 0$, $\ldots$, $\delta(g, s_k) = 0$, то непосредственные подчиненные не управляют группой g, поэтому менеджеру делегируется управление $x(g)\delta(g,s)(|g \cap s|/|g|)$, исходя из размера подчиненной подгруппы $|g \cap s|$ и значения правила $\delta(g, s)$. Увеличивая $\delta(g, s_1)$, $\ldots$, $\delta(g, s_k)$, можно перераспределить часть этого управления подчиненным. Показано, что *с помощью подобного правила можно описать практически любое делегирование управления любой группой* (за исключением делегирования управления в группе, которая вообще не пересекается с группой исполнителей, подчиненной менеджеру).

При фиксированном правиле делегирования $\delta(g, s)$ объем управленческого воздействия, делегированный любому менеджеру любой иерархии, определяется секционной функцией $y_g(s_1,\ldots, s_k)$. При локальном изменении, например при удалении менеджера, делегированное ему управление перераспределяется непосредственному начальнику, поскольку именно в его секции (отделе, звене, департаменте и т.п.) и произошло локальное изменение. Делегирование остальных менеджеров не меняется. Именно это и есть основное *условие секционности* – локальные изменения должны затрагивать только непосредственного начальника, а не всю иерархию, то есть правило делегирования должно быть фиксированным. В реальных организациях это соответствует фиксированным правилам распределения управленческих полномочий, сложившимся в данной сфере деятельности и остающимся неизменными при изменении иерархии. Правило «за проблемы подразде-

ления отвечает его непосредственный начальник» можно считать достаточно широко распространенным, что позволяет рассчитывать на соответствие секционных функций реальным организациям. Понятно, что такой подход не обеспечивает оптимальности делегирования (при котором удаление одного менеджера отражается на нагрузке всех остальных), но он может быть более применимым, например, из-за простоты и универсальности правила делегирования (которые могут не быть учтены в модели минимизации затрат).

Таким образом, при содержательно обоснованных ограничениях (фиксированном правиле делегирования) секционной будет любая функция затрат менеджера, зависящая (произвольно сложным образом) от делегированных управлений всевозможными группами исполнителей $g \subseteq W$. Если функция затрат зависит от нагрузок с учетом дублирования управления остальных менеджеров, то свойство секционности также может сохраняться при ограничениях на дублирование (например, для деревьев один из вариантов состоит в одинаковом дублировании управлений всех подчиненных и всех неподчиненных менеджеров). Данные ограничения показывают, при каких условиях модель затрат менеджеров, содержательно обоснованная в главе 1, может использоваться для исследования несимметричных организаций с помощью секционных функций затрат.

В разделе 4.3 найден вид оптимальной иерархии для различных классов секционных функций затрат. Рассмотрены функции затрат, которые не убывают при наличии «лишнего» непосредственного подчиненного управляющего частью группы другого непосредственного подчиненного: $(s_H(v_2),\ldots,s_H(v_k)) \leq c(s_H(v_1), s_H(v_2),\ldots,s_H(v_k))$ при любых $s_H(v_1) \subseteq s_H(v_2)$. В результате доказан ряд теорем.

Теорема 7. *Существует оптимальная иерархия, в которой всем менеджерам подчинены различные группы исполнителей, все сотрудники подчинены одному высшему менеджеру, среди непосредственных подчиненных менеджера ни один не подчинен другому.*

Секционная функция $c(s_1,\ldots,s_k)$ *монотонна по группам*,[8] если она не убывает при расширении групп $s_1,\ldots,s_k$ и добавлении новых групп.

Теорема 8. *Для монотонной по группам функции затрат существует оптимальное дерево.*

Обобщены свойства выпуклости/вогнутости функции затрат, зависящей от делегирования (модель главы 3): секционную функцию

[8] Для выполнения этого свойства недостаточно монотонности функции затрат, зависящей от делегированного менеджеру управления (добавление нового непосредственного подчиненного может снизить нагрузку и затраты менеджера).

затрат назовем *сужающей*, если для любого менеджера m с непосредственными подчиненными $v_1,\ldots,v_k$, $k \geq 3$ можно без увеличения затрат иерархии переподчинить нескольких сотрудников из $v_1,\ldots,v_k$ новому менеджеру m_1 и непосредственно подчинить m_1 менеджеру m. Секционную функцию затрат назовем *расширяющей*, если при любых вышеуказанных переподчинениях затраты иерархии не уменьшаются.

Теорема 9. *Для сужающей функции затрат существует оптимальная 2-иерархия.*

Теорема 10. *Для расширяющей функции затрат оптимальна двухуровневая иерархия.*

Усиливая требование сужения (определяя сильно сужающие секционные функции), можно показать оптимальность так называемой *последовательной* (или *конвейерной*) иерархии, в которой менеджеру непосредственно подчинен один менеджер и один исполнитель.

Теорема 11. *Для сильно сужающей функции затрат существует оптимальная последовательная иерархия.*

Последовательная иерархия с секционной функцией затрат используется при оптимизации сборочных конвейеров, а также в некоторых информационных моделях (см. раздел «актуальность темы»).

Соотношение классов секционных функций изображено на рис. 11 вместе с соответствующими типами оптимальной иерархии. Разработанный аналитический аппарат позволяет решать задачу об оптимальной иерархии для классов секционных функций, каждый из которых весьма обширен и может использоваться для исследования задач оптимизации иерархий в различных предметных областях.

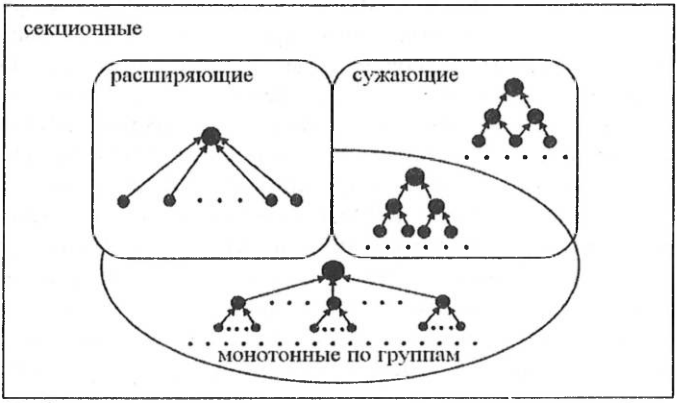


Рис. 11. Соотношение классов и оптимальные иерархии для монотонных по группам, сужающих и расширяющих функций

В разделе 4.4 рассмотрен частный случай секционной функции, при котором требуется единственный вид управления отдельными исполнителями, то есть для любого $w \in W$ задана некоторая *мера исполнителя* $\mu(w) = x(\{w\}) > 0$ (характеризующая объем управленческого воздействия, оказываемого на этого исполнителя), а секционная функция затрат $c(s_1,\ldots,s_k)$ *зависит от мер* групп[9] $s_1,\ldots,s_k$ (а не от всевозможных характеристик их состава). Рассмотрены следующие базовые функции затрат, *однородно зависящие от мер*:

(I) $c(s_1,\ldots,s_k) = [\mu(s_1)^\alpha + \ldots + \mu(s_k)^\alpha - \max(\mu(s_1)^\alpha,\ldots,\mu(s_k)^\alpha)]^\beta$,

(II) $c(s_1,\ldots,s_k) = [\mu(s_1)^\alpha + \ldots + \mu(s_k)^\alpha]^\beta$,

(III) $c(s_1,\ldots,s_k) = [\mu(s)^\alpha / \max(\mu(s_1)^\alpha,\ldots,\mu(s_k)^\alpha) - 1]^\beta$,

(IV) $c(s_1,\ldots,s_k) = [\sum_{i=\overline{1,k}} (\mu(s)^\alpha - \mu(s_i)^\alpha)]^\beta$,

(V) $c(s_1,\ldots,s_k) = \mu(s)^\alpha / \min(\mu(s_1)^\beta,\ldots,\mu(s_k)^\beta)$,

где $c(s_1,\ldots,s_k)$ – затраты менеджера m, непосредственным подчиненным которого подчинены группы $s_1,\ldots,s_k$, $s = s_1 \cup \ldots \cup s_k$, – группа, подчиненная менеджеру m, $\mu(s_1),\ldots,\mu(s_k), \mu(s)$ – меры соответствующих групп, $\alpha, \beta > 0$ – некоторые числовые параметры функции затрат.

Качественное поведение функций затрат (I)-(V) соответствует различным видам группового взаимодействия, описанным во многих работах по менеджменту. Функция (I) описывает затраты в группе с полулидером, функция (II) – без лидера, функция (III) – с лидером, функция (IV) – индивидуальную работу с непосредственными подчиненными, функция (V) – отрицательное влияние разнородных непосредственных подчиненных. Кроме того, для частного случая функции (IV) задача о поиске оптимального дерева эквивалентна задаче построения оптимального бинарного кода; частный случай функции (V) соответствует функции затрат, исследованной в моделях потери контроля; функция (I) может описывать затраты конвейерной сборки.

Функции затрат (I)-(V) исследованы общими аналитическими методами раздела 4.3 (а также углубленными методами оптимизации однородных функций Губко (2006)), *что показывает применимость этих методов для решения задач об оптимальной иерархии из различных предметных областей*. Результаты приведены на рис. 12 (ось абсцисс соответствует $\alpha \in [0; 2]$, ось ординат – $\beta \in [0; 2]$). Схематично изображены последовательная иерархия, двухуровневая иерархия и 2-иерархия. Цифрами обозначена оптимальная норма управляемости r,

[9] Мера группы равна сумме мер входящих в нее исполнителей.

при этом на рис. 12 оптимальна симметричная r-иерархия, в которой каждый менеджер делит подчиненную группу на r подгрупп равной меры между непосредственными подчиненными. При некоторых значениях параметров оптимальны несимметричные иерархии.

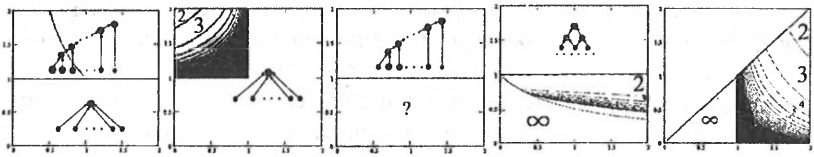


Рис. 12. Оптимальная иерархия для функций (I)-(V) (*слева направо*)

Пятая глава посвящена разработке моделей и методов оптимизации иерархий, управляющих технологическими сетями.

Рассмотрена секционная функция затрат менеджеров, при которой требуется управлять попарными взаимодействиями исполнителей: для любых $w', w'' \in W$ задан p-мерный вектор $x(w', w'') \in R_+^p$, характеризующий объемы управленческого воздействия, требующегося для успешного взаимодействия исполнителей w', w'', то есть задана *технологическая сеть*, позволяющая описывать не только управление физическими производственными потоками (сырье, полуфабрикаты, материалы, инструменты, энергия и т.п.), но и произвольными бизнес-процессами, протекающими в производственной подсистеме (например, информационными потоками документооборота).

В разделе 5.1 формализовано определение секционных функций затрат, зависящих от технологических потоков. *Потоком* $x(s)$ любой *группы* $s \subseteq W$ названа сумма потоков внутри группы: $x(s) = \sum_{\{w', w''\} \subseteq s} x(w', w'')$. Рассмотрено одно из естественных правил делегирования, распределяющих управление потоками между менеджерами: менеджер m управляет *внутренними потоками* – теми из потоков подчиненной группы, которые не управляются его подчиненными. Рассмотрено дублирование, при котором менеджер m не управляет *внешними потоками*, выходящими из подчиненной группы, но вынужден дублировать управление ими (передавать информацию вышестоящим менеджерам, доводить распоряжения до исполнителей).

Глава 5 ограничивается вышеописанным делегированием и дублированием, рассматривая неотрицательную монотонно неубывающую *функцию затрат* $C(\cdot)$ (одинаковую для всех менеджеров), *зависящую от суммы внутренних и внешних потоков менеджера.*

Общий аппарат оптимизации секционных функций раздела 4.3

применен для анализа оптимальных иерархий, управляющих потоками; приведены примеры, иллюстрирующие, что *может быть оптимальной недревовидная иерархия, наибольшие потоки должны управляться менеджерами нижних уровней*, для многокомпонентных потоков даже при вогнутых функциях $C(\cdot)$ двухуровневые иерархии могут быть неоптимальными из-за *эффекта специализации менеджеров на управлении потоками разных типов*, и т.п.

В разделе 5.2 рассмотрена технологическая сеть, названная *симметричной линией*, которая представляет собой линейный бизнес-процесс с одинаковыми потоками. Например, первый исполнитель получает сырье, выполняет первую операцию, передает второму, второй исполнитель действует аналогично, и так далее, последний исполнитель выдает готовую продукцию. Доказано, что *для симметричной линии оптимальна древовидная иерархия управления*, причем в случае выпуклой функции затрат $C(\cdot)$ у всех менеджеров имеется одинаковое количество непосредственных подчиненных (точнее, в силу дискретности, отличающееся не более чем на единицу). Для одномерных потоков x и однородной функции затрат $C(x) = x^{\alpha}$ явно найдена оптимальная норма управляемости $r(\alpha)$ (у каждого менеджера $r(\alpha)$ непосредственных подчиненных с точностью до дискретности). Обоснована одна из возможных интерпретаций параметра α – *нестабильность внешней среды*. При росте α оптимальная иерархия меняется от двухуровневой иерархии до максимально высокого 2-дерева.

В разделе 5.3 определены *функционально связанные производственные линии*: имеется l симметричных линий, производящих некоторые продукты и состоящих из одинакового числа n исполнителей, причем первые исполнители всех линий связаны функциональными связями (например, обменом опытом по порученной им производственной операции), так же связаны вторые исполнители, третьи и т.д. Предполагается, что функциональные связи также имеют вид симметричной линии (исполнитель обращается по поводу порученной ему операции только к исполнителям «соседних» производственных линий). В результате технологическая сеть выглядит так, как показано на рис. 13. Слева направо идут производственные линии (с потоками $\lambda > 0$), «поперек» них – функциональные линии (с потоками $\theta > 0$).

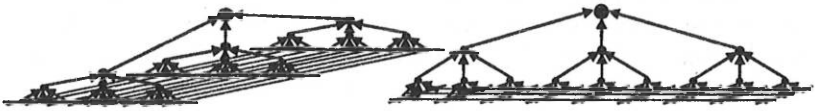


Рис.13. Дивизиональная (слева) и функциональная (справа) иерархии

Формализованы широко известные в менеджменте *дивизиональные*, *функциональные* и *матричные иерархии*. На рис. 13 справа приведен пример симметричной функциональной иерархии, в которой менеджеры нижнего уровня управляют функциональными линиями, то есть создано 9 департаментов, продуктовым взаимодействием которых управляют стратегические менеджеры более высоких уровней. Слева приведен пример симметричной дивизиональной иерархии, в которой менеджеры нижнего уровня управляют производственными линиями, то есть создано 3 дивизиона, функциональным взаимодействием которых управляет топ-менеджер. В матричной иерархии над исполнителями надстроены и дивизионы, и департаменты. В известных математических моделях обосновываются преимущества одних типов иерархии перед другими, но не сравниваются всевозможные иерархии.

Содержательно обоснована однородная степени α функция затрат менеджеров с *постоянными затратами* (c_0 на один поток независимо от величины потока λ, θ), зависящая от управляемых потоков одного типа (при управлении потоками обоих типов затраты бесконечны).

В разделе 5.4 доказана оптимальность «*типичных*» иерархий.

Теорема 12. *Для функционально связанных производственных линий и рассматриваемой функции затрат найдется оптимальная дивизиональная, функциональная или матричная иерархия.*

Сравнение затрат типичных иерархий на рис. 14 показывает, что менеджеры нижних уровней должны управлять наибольшими потоками, снижая тем самым затраты стратегических менеджеров. При небольших постоянных затратах, больших потоках λ, θ (например, низкой *стандартизации* производства, требующей большего вмешательства менеджеров) или большой *нестабильности* α выгодно создавать матричную иерархию – управлять всеми потоками на нижних уровнях, несмотря на рост количества менеджеров. Таким образом, *матричная иерархия устойчива к снижению стандартизации, стабильности и постоянных затрат* (при соответствующих изменениях факторов матричная иерархия останется оптимальной). Наоборот, дивизиональная и функциональная иерархии устойчивы к повышению стандартизации, стабильности и постоянных затрат. Кроме того, можно сделать выводы об изменении вида оптимальной иерархии в результате *горизонтальной интеграции* (например, покупка аналогичного бизнеса в другом регионе, рост l), *вертикальной интеграции* (например, покупка организаций, поставляющих сырье, рост n) и т.п.

Рис. 14 показывает, что *дивизиональная иерархия устойчива по*

отношению к горизонтальной интеграции и росту объемов производства без усиления функциональных связей. Вертикальная интеграция и усиление функциональных связей могут привести к реструктуризации. *Функциональная иерархия устойчива по отношению к вертикальной интеграции и росту функциональных связей.* Горизонтальная интеграция и рост объемов производства могут привести к реструктуризации.

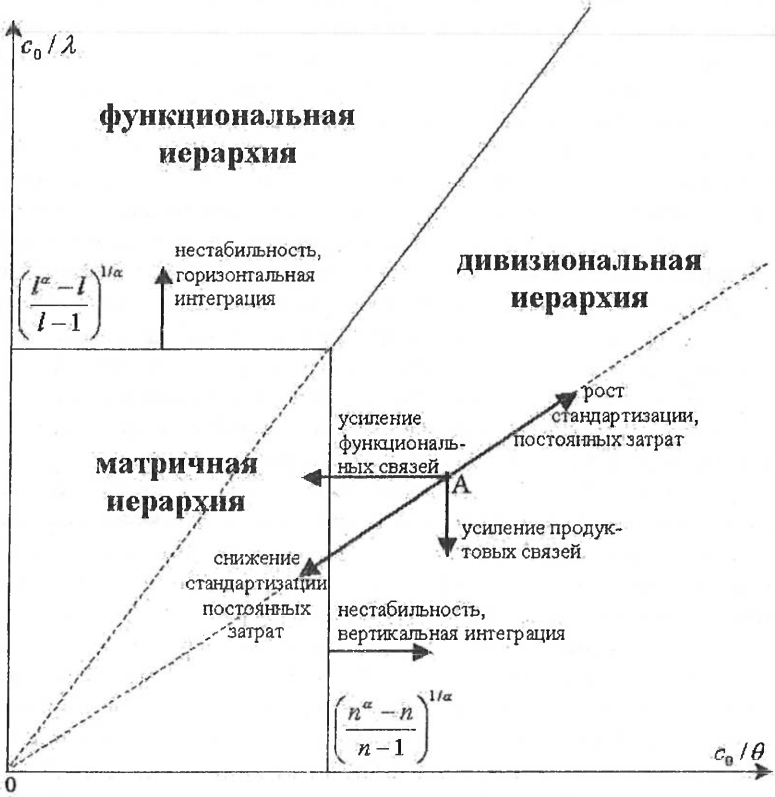


Рис.14. Области оптимальности различных видов иерархии

Многочисленные качественные описания подобных закономерностей приведены в работах по менеджменту. В разделах 5.3, 5.4 эти закономерности исследованы количественно, что подтверждает соответствие модели реальным экономическим системам.

Шестая глава посвящена расширениям модели несимметричных иерархий, то есть модели главы 4 с секционной функцией затрат.

В разделе 6.1 формальное определение иерархии раздела 4.1 обобщено – вместо множества иерархий $\Omega(W)$, каждая из которых содержит топ-менеджера с подчиненной группой W из всех исполнителей, рассматривается *множество иерархий* $\Omega(s_1, \ldots, s_l)$, *управляющих заданными группами исполнителей* $s_1, \ldots, s_l$ (в иерархии имеется $l \geq 1$ менеджеров с подчиненными группами $s_1, \ldots, s_l$). Это могут быть или отдельные организации (в случае непересекающихся $s_1, \ldots, s_l$), или заданные подразделения, или технологические иерархии (например, структура сборки изделий $s_1, \ldots, s_l$ из деталей W).

Обобщение теоремы 9. *Для сужающей функции затрат существует оптимальная 2-иерархия* $H \in \Omega(s_1, \ldots, s_l)$, *управляющая группами исполнителей* $s_1, \ldots, s_l$.

Обобщение теоремы 11. *Для сильно сужающей функции затрат существует оптимальная последовательная иерархия* $H \in \Omega(s_1, \ldots, s_l)$, *управляющая группами исполнителей* $s_1, \ldots, s_l$.

Последовательная иерархия может соответствовать, например, многопродуктовому сборочному конвейеру, оптимальность которого доказана таким образом для сильно сужающих функций затрат (например, для функции (I) раздела 4.4, описывающей затраты на сборку).

В разделе 6.2 рассмотрена динамическая модель, в которой при изменении внешних параметров может изменяться оптимальная иерархия. На множестве иерархий введена *метрика, описывающая затраты на реструктуризацию*, содержательно соответствующая минимальному количеству ребер подчинения (с учетом весов подчиняемых исполнителей), которое необходимо изменить для перестроения иерархии. Наименьшие затраты на создание структуры «с нуля» (с пустой структуры) имеет простейшая двухуровневая иерархия.

Для имитационного моделирования на каждом шаге можно выбирать сложную иерархию, минимизирующую статические затраты, или «усеченные» иерархии (с одним или несколькими удаленными уровнями менеджмента), которые имеют бо́льшие статические затраты, но дешевле перестраиваются (вплоть до наиболее гибкой двухуровневой иерархии). Проанализирована реструктуризация многопродуктового сборочного производства с функцией (I) раздела 4.4, описывающей затраты на сборку деталей (в статике оптимальна последовательная иерархия, которая найдена алгоритмами раздела 7.3). Динамика описывается изменением набора собираемых продуктов (групп деталей $s_1, \ldots, s_l$). Показано, что при интенсивных изменениях набора собираемых продуктов выгодно поддерживать простую двухуровневую иерархическую структуру, усложняя ее по мере ослабления интенсивно-

сти изменений. Таким образом, *в нестабильной внешней среде иерархические организации с простой структурой оптимальны за счет приспособляемости, в стабильной же среде, наоборот, организации со сложной иерархической структурой оптимальны за счет высокой эффективности* (низких организационных издержек).

В разделе 6.3 рассмотрена модель, в рамках которой проведена совместная оптимизация производственной и управленческой подсистемы. При заданной *цене* $\rho > 0$ оптимизирован объем выпуска $\mu \geq 0$, который может произвольно распределяться между $n \geq 1$ независимыми исполнителями с одинаковой степенной функцией затрат. Прибыль производственной подсистемы равна $\rho(\mu_1 + ... + \mu_n) - \mu_1^{\varepsilon} - ... - \mu_n^{\varepsilon}$, где $\varepsilon \geq 1$, снижение ε характеризует *технологический прогресс*. Для описания затрат управленческой подсистемы использована функция затрат (II) раздела 4.4, зависящая от мер исполнителей $\mu_1, \ldots, \mu_n$, в которой степень прямого контроля α характеризует *оппортунизм* сотрудников.

Для совместной оптимизации максимизирована разность выручки и затрат производственной и управленческой подсистем по параметрам производственной подсистемы n, $\mu_1, \ldots, \mu_n$ и по управленческой иерархии. Рост числа исполнителей позволяет снизить производственные затраты, но влечет рост затрат управленческой иерархии. Оптимальная организация балансирует эти факторы. Обосновано, что в рассматриваемых областях параметров можно ограничиться симметричными организациями, то есть одинаковым выпуском всех исполнителей и однородной иерархией (с точностью до дискретности).

Доказано, что снижение уровня оппортунизма α способствует построению сложных многоуровневых организаций (растущих как «в ширину» за счет количества исполнителей, так и «в высоту» за счет снижения нормы управляемости менеджеров), рост оппортунизма – оптимальности отдельных исполнителей. *Технологический прогресс* (снижение ε) *при небольшом оппортунизме приводит к росту и усложнению организации, а при большом оппортунизме – к упрощению организации вплоть до отдельных исполнителей.* При средних значениях оппортунизма последствия технологического прогресса могут определяться степенью затратности управления β: при малозатратном управлении организация усложняется, при затратном – упрощается вплоть до отдельных исполнителей. Рост цены ρ приводит к механическому росту организации – сохраняется соотношение числа исполнителей и менеджеров и форма управленческой иерархии. Эти результаты совпадают с эмпирическими наблюдениями работ по менеджменту.

Седьмая глава посвящена численным методам оптимизации не-

симметричных иерархий, то есть алгоритмам решения задачи главы 4.

В разделе 7.1 рассмотрена задача об оптимальном дереве, имеющем минимальные затраты среди всех деревьев. Для секционной функции затрат общего вида приведена нижняя оценка сложности (растущая экспоненциально даже для задачи о 2-дереве), показывающая, что при 20 и более исполнителях не существует точного алгоритма решения с приемлемой сложностью, а погрешность эвристических алгоритмов в худшем случае сколь угодно велика. Предложен алгоритм, позволяющий решать задачу для 17-19 исполнителей.

Далее рассмотрен случай *симметричных исполнителей*, то есть секционная функция $c(s_1, \ldots, s_k)$ затрат менеджера, не меняющаяся при перестановке исполнителей (зависящая не от состава подгрупп $s_1,\ldots,s_k$, а лишь от количества исполнителей в этих подгруппах). Разработан алгоритм, решающий задачу приблизительно для 100 исполнителей с приемлемой сложностью, и приведена нижняя оценка, показывающая, что для существенно большего n точного алгоритма с приемлемой сложностью не существует, а погрешность эвристических алгоритмов в худшем случае сколь угодно велика. Для задачи об оптимальном r-дереве построен точный алгоритм со сложностью не выше n^r.

В разделе 7.2 предложены эвристические алгоритмы решения задачи об оптимальном дереве. Для симметричных исполнителей разработаны два алгоритма со сложностью порядка n^2 и $n^2\log n$. Доказано, что на отдельных классах секционных функций алгоритмы дают точное решение. Предложена методика тестирования алгоритмов в общем случае. Для функции затрат (II) первый алгоритм дает среднюю погрешность примерно 1 %, максимальную – 10 %, второй – на порядок лучшие результаты 0.1 % и 1 % соответственно. Погрешность, найденная путем сравнения результатов с точным алгоритмом для n до 50, сначала возрастает, а затем убывает, что позволяет предположить приемлемую погрешность эвристических алгоритмов при любых n. Алгоритмы обобщены на случай секционной функции затрат общего вида. Сложность первого алгоритма втрое превосходит сложность точного алгоритма поиска 2-дерева, сложность второго – в $2n$ раз, что позволяет решать задачу при $n \leq 25$ (сложность точного алгоритма уже недопустимо высока) с приемлемой погрешностью для функции затрат (II). Для других функций затрат результаты тестирования алгоритмов могут быть другими – в каждом конкретном случае подбираются наилучшие для данной задачи эвристические методы решения.

В разделе 7.3 разработаны алгоритмы, позволяющие найти последовательную иерархию с минимальными затратами из множества $\Omega(s_1, \ldots, s_l)$ иерархий, содержащих заранее заданные группы $s_1, \ldots, s_l$.

Для решения задачи в худшем случае требуется $(n+1)\,2^n 3^l$ операций, построен алгоритм с такой сложностью. Численные эксперименты на случайных данных показывают, что в среднем алгоритм решает задачу с приемлемой сложностью, если $n, l \leq 15$.

Теорема 13. *Для симметричных исполнителей задача об оптимальной последовательной иерархии $H_{посл} \in \Omega(s_1, \ldots, s_l)$, управляющей набором групп $s_1, \ldots, s_l$ мощности три, NP-полна.*

Таким образом, не существует алгоритма решения, полиномиального по числу групп l (если $P \neq NP$). Построен алгоритм с оценкой сложности, экспоненциальной по l и не зависящей от n. В среднем сложность алгоритма приемлема, если количество групп $l \leq 15$, а количество исполнителей n не превосходит десятков тысяч.

В **Приложении** приведены акты о внедрении результатов диссертационной работы в территориально-распределенной корпорации, реализующей комплексные проекты в области информационных технологий (ЗАО «Орбита»); корпорациях, реализующих комплекс промышленно-консалтинговых услуг (ЗАО «РОЭЛ Групп», ЗАО «ПМСОФТ»); а также в корпорации, осуществляющей исследования и разработки в области биотехнологий (НП ЦВТ «ХимРар»). Внедрение разработанных моделей и методов позволило оценить выгоды от модернизации иерархической организационной структуры и затраты на ее проведение, сравнить типовые варианты структур, оценить влияние различных сценариев развития корпораций (например, горизонтальной и вертикальной интеграции) на эффективность существующей организационной структуры и т.п. В результате удалось повысить обоснованность и качество стратегических решений по реорганизации и оптимизации корпоративных оргструктур.

Основные результаты и выводы

Исследован общий класс критериев эффективности и множеств допустимых иерархических структур, что позволило решить задачи из различных предметных областей с помощью предложенной общей модели и разработанных методов синтеза оптимальных иерархических организаций. В результате получены теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как новый крупный вклад в развитие моделей и методов оптимизации иерархических организаций:

1. Предложена математическая модель оптимизации иерархических организаций, в которой задача об оптимальной структуре и

функциях управленческой подсистемы сведена к задаче минимизации затрат менеджеров при условии оказания ими заданного управленческого воздействия на производственную подсистему.

2. Разработаны аналитические и численные методы решения задачи об оптимальном распределении (делегировании) управления, необходимого производственной подсистеме, между менеджерами управленческой подсистемы с учетом возможного дублирования ими деятельности друг друга.

3. Предложена модель зависимости матрицы дублирования управления от вида симметричной иерархии (от количества менеджеров на каждом из уровней), количественно описывающая механизмы взаимодействия сотрудников (взаимное согласование менеджеров одного уровня и прямой контроль менеджеров различных уровней), которые качественно исследованы в работах по менеджменту.

4. Разработаны методы поиска оптимальной симметричной иерархии менеджеров и соответствующего оптимального делегирования управления.

5. С помощью вышеуказанных методов оптимизации исследованы известные организационные модели и количественно описаны и объяснены структурные закономерности, наблюдаемые в реальных организациях, что позволяет анализировать сравнительную статику (определять тенденции изменения организации при монотонном изменении сложности выпускаемого продукта, стабильности и враждебности внешней среды, ставок оплаты труда менеджеров и т.п.).

6. Разработан аналитический аппарат оптимизации иерархий, характеризуемых секционными функциями затрат, позволяющий исследовать модели несимметричных организаций.

7. Разработан и исследован комплекс прикладных моделей оптимизации иерархических организаций, описываемых секционными функциями затрат: модели группового взаимодействия сотрудников; модели иерархий, управляющих сетью технологических взаимодействий; модели дивизиональных, функциональных и матричных иерархий. Определены условия устойчивости различных иерархий к горизонтальной и вертикальной интеграции и другим изменениям, что позволяет сравнивать и выбирать варианты изменения существующей организационной структуры.

8. Предложены расширения модели секционной функции затрат, позволившие проиллюстрировать применение созданных методов для оптимизации многопродуктовых конвейерных иерархий; численного решения задачи об оптимальном балансе между затратами иерархии и издержками ее перестроения в динамичной внешней среде; совмест-

ной оптимизации всей иерархической организации (включая производственную и управленческую подсистему, объемы выпуска и т.п.) и оценки влияния технологических параметров.

9. Исследована сложность и разработаны точные и эвристические алгоритмы поиска оптимальных иерархий на множестве древовидных и последовательных (конвейерных) иерархий, что позволяет численно исследовать секционные функции затрат, для которых неизвестны аналитические методы оптимизации.

10. Эффективность разработанных моделей и методов оптимизации иерархических организаций подтверждена актами о внедрении в ряде российских корпораций, которое позволило повысить обоснованность и качество стратегических решений по реорганизации и оптимизации корпоративных оргструктур.

Основные публикации по теме диссертации

1. Воронин А.А., Мишин С.П. Математическое моделирование устойчивого развития организационных систем / Труды международной научно-практической конференции «Теория активных систем». – М.: ИПУ РАН, 19 – 21 ноября 2001. Том 1. С. 28 – 29.

2. Воронин А.А., Мишин С.П. Моделирование структуры организационной системы. Об алгоритмах поиска оптимального дерева // Вестн. Волг. ун-та. 2001. Сер. 1: Математика. Физика. С. 93 – 113.

3. Мишин С.П. Структура многоуровневой системы в изменяющейся внешней среде / Труды международной конференции «Теория активных систем». – М.: ИПУ РАН, 19–21 ноября 2001. Том 1.С.54–55.

4. Воронин А.А., Мишин С.П. Модель оптимального управления структурными изменениями организационной системы // Автоматика и телемеханика. 2002. №8. С. 136 – 150.

5. Воронин А.А., Мишин С.П. Алгоритмы поиска оптимальной структуры организационной системы // Автоматика и телемеханика. 2002. №5. С. 120 – 132.

6. Губко М.В., Мишин С.П. Оптимальная структура системы управления технологическими связями / Материалы международной конференции «Современные сложные системы управления». – Старый Оскол: СТИ, 27 – 29 ноября 2002. С. 50 – 54.

7. Мишин С.П. Оптимизация иерархических структур / Материалы международной научной конференции «Современные сложные системы управления». – Старый Оскол: СТИ, 27 – 29 ноября 2002. С. 100 – 105.

8. Мишин С.П. Оптимальное управление структурой организационной системы / Сборник трудов международной конференции

«Современные сложные системы управления». – Липецк: ЛГТУ, 12 – 14 марта 2002. С. 101 – 102.

9. Мишин С.П. Стоимость реорганизации структуры системы // Тр. кафедры математ. анализа и теории функций Волг. ун-та. 2002. С. 178 – 198.

10. Воронин А.А., Мишин С.П. Оптимальные иерархические структуры. – М.: Институт проблем управления РАН, 2003. – 214 с.

11. Мишин С.П. Динамическая задача синтеза оптимальной иерархической структуры // Управление большими системами. 2003. Выпуск 3. С. 55 – 75.

12. Мишин С.П. Оптимальные иерархические структуры / Труды международной конференции «Теория активных систем». – М.: ИПУ РАН, 17 – 19 ноября 2003. Том 1. С. 57 – 58.

13. Мишин С.П. Об оптимальности иерархии управления несвязной технологической сетью / Труды XLVII научной конференции «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». – М.: МФТИ, 26 – 27 ноября 2004. С. 102.

14. Мишин С.П. Оптимальные иерархии управления в экономических системах. – М.: ПМСОФТ, 2004. – 205 с.

15. Мишин С.П. Подходы к формированию сильного равновесия в торговой сети / Материалы международной научной конференции «Современные сложные системы управления». – Тверь: ТГТУ, 2004. С. 411 – 413.

16. Мишин С.П. Оптимальное стимулирование в многоуровневых иерархических структурах // Автоматика и телемеханика. 2004. №5. С. 96 – 119.

17. Мишин С.П. Модель оптимальной структуры контроля производственной цепи / Труды IV международной конференции «Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций». – М.: ИПУ РАН, 18 – 20 октября 2004. С. 154 – 159.

18. Мишин С.П. Математическая модель оптимизации иерархии, управляющей технологическим взаимодействием / Сборник трудов международной конференции «Современные сложные системы управления». – Воронеж: ВГАСУ, 30 мая – 2 июня 2005. С. 142 – 144.

19. Мишин С.П. Модель сравнения дивизиональной, функциональной и матричной иерархий / Труды V международной конференции «Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций». – М.: ИПУ РАН, 18 – 20 октября 2005. С. 264 – 271.

20. Мишин С.П. Оптимальность «конвейерной» иерархии управления // Управление большими системами. 2005. Выпуск 11. С. 60–74.

21. Мишин С.П. Оптимальность децентрализации управления несвязной технологической сетью // Вестник Самарского государственного авиационного университета. 2005. №1(7). С. 90 – 100.

22. Мишин С.П. Оптимальные организационные иерархии / Труды международной научно-практической конференции «Теория активных систем». – М.: ИПУ РАН, 16 – 18 ноября 2005. С. 32 – 34.

23. Мишин С.П. Оптимальный состав «исполнителей» организационной системы / Труды XXVIII научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». – М.: МФТИ, 26 ноября 2005. С. 168.

24. Mishin S. Optimal Organizational Hierarchies in Firms. – Moscow: Institute of Control Sciences, 2005. – 127 p.

25. Мишин С.П. Модель иерархии управления технологическими потоками // Системы управления и информационные технологии. 2006. №1(23). С. 4 – 10.

26. Мишин С.П. Модель построения оптимальной многоуровневой организации / Труды международной конференции проблем управления. – М.: ИПУ РАН, 19 – 22 июня 2006. С. 202.

27. Мишин С.П. Модель построения оптимальной многоуровневой организации / Пленарные доклады и избранные труды международной конференции проблем управления. – М.: ИПУ РАН, 19 – 22 июня 2006. С. 487 – 490.

28. Мишин С.П. Оптимальная иерархия, управляющая заданными группами исполнителей // Автоматика и телемеханика. 2006. №7. С. 144 – 160.

29. Мишин С.П. Оптимальная норма управляемости для степенной функции затрат // Автоматика и телемеханика. 2006. №8. С. 154 – 168.

30. Мишин С.П. Оптимальность древовидной иерархии управления симметричной производственной линией // Проблемы управления. 2006. №6. С. 36 – 42.

31. Мишин С.П. Оптимизация многоуровневых организаций / Труды VI международной конференции «Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций». – М.: ИПУ РАН, 10 – 12 октября 2006. С. 318 – 323.

32. Мишин С.П. Оптимизация параметров функционирования организации / Труды международной научно-практической конференции «Управление инновациями». – М.: ИПУ РАН, 13 – 15 ноября 2006. С. 339 – 342.

33. Мишин С.П. Подходы к моделированию оптимальных многоуровневых организаций // Управление большими системами. 2006. Выпуск 12-13. С. 109 – 117.

34. Мишин С.П. Вид многоуровневой организации в зависимости от внешних условий / Труды VII международной конференции «Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций». – М.: ИПУ РАН, 2007. С. 125 – 128.

35. Мишин С.П. Влияние технологического развития на многоуровневую организацию / Труды международной научно-практической конференции «Управление инновациями». – М.: ИПУ РАН, 2007. С. 414 – 416.

36. Мишин С.П. Методика совместной оптимизации механизмов стимулирования и иерархии управления многоуровневой организацией / Труды конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». – М.: МФТИ, 2007. С. 178 – 180.

37. Мишин С.П. Модель иерархии управления технологическими взаимодействиями исполнителей // Вестник Воронежского архитектурно-строительного университета. 2007. Вып. 2. С. 145 – 149.

38. Мишин С.П. Оптимальные иерархии управления в экономических системах // Экономика и математические методы. 2007. №3. С. 85 – 101.

39. Мишин С.П. Оптимальный состав и структура многоуровневой активной системы / Труды международной научно-практической конференции «Теория активных систем». – М.: ИПУ РАН, 2007. С. 68 – 71.

40. Мишин С.П. Подходы к совместной оптимизации состава, структуры и параметров функционирования многоуровневой организации / II школа-семинар молодых ученых «Управление большими системами». Сборник трудов II конференции. – Воронеж: Научная книга, 2007. Том 1. С. 51 – 57.

41. Мишин С.П. Условия оптимальности дивизиональной, функциональной и матричной иерархии управления // Автоматика и телемеханика. 2007. №4. С. 101 – 125.

42. Mishin S. Optimal Organizational Hierarchies in Firms // Journal of Business Economics and Management. 2007. Vol.VIII. No.2. P. 79 – 99.

43. Бакшаев А.А., Мишин С.П. Оптимальные многоуровневые организации для степенных функций затрат // Автоматика и телемеханика. 2008. №12. С. 119 – 138.

44. Воронин А.А., Губко М.В., Мишин С.П., Новиков Д.А. Математические модели организаций: учебное пособие. – М.: ЛЕНАНД, 2008. – 360 с.

45. Мишин С.П. «Принцип неопределенности» при выборе квалификации менеджера в зависимости от позиции в иерархии / Институциональные основы инновационных процессов: материалы четвертых Друкеровских чтений. – М.: Доброе слово. 2008. С. 294 – 304.

46. Мишин С.П. Моделирование оптимальной многоуровневой организации для аддитивных вкладов менеджеров // Автоматика и телемеханика. 2008. №7. С. 98 – 112.

47. Мишин С.П. Модель неблагоприятного отбора менеджера в зависимости от позиции в иерархии / V всероссийская школа-семинар

молодых ученых управление большими системами. – Липецк, 21 – 24 октября 2008. Том 1. С. 230 – 236.

48. Мишин С.П. Модель оптимального стимулирования менеджеров многоуровневой организации в условиях неопределенности // Управление большими системами. 2008. Выпуск 22. С. 168 – 206.

49. Goubko M., Mishin S. Models of Optimal Organizational Hierarchies / Collected abstracts of papers, presented in the International Conference "Game Theory and Management". – SPbU: Gradual School of Management, 2008. P. 132 – 134.

50. Goubko M., Mishin S. Optimal Hierarchies in Firms: a Theoretical Model / Proceedings of the 17th World Congress of the IFAC. – Seoul, Korea, July 6 – 11, 2008. P. 2962 – 2967.

51. Губко М.В., Мишин С.П., Новиков Д.А., Новиков К.В. О проведении Интернет-опросов для идентификации активных систем / Труды международной научно-практической конференции «Теория активных систем». – М.: ИПУ РАН, 17–19 ноября 2009. Том 1.С.95–98.

52. Мишин С.П. Оптимизация многоуровневой иерархии для типов менеджеров, распределенных по закону Парето / Труды IV международной конференции по проблемам управления. – М.: ИПУ РАН, 26 – 30 января 2009. С. 1226 – 1233.

53. Goubko M., Mishin S. Optimal Hierarchies in Firms: a Theoretical Model / Contributions to Game Theory and Management. Vol. II. Collected papers presented on the Second International Conference Game Theory and Management / Editors L. Petrosjan and N. Zenkevich. – SPbU: Graduate School of Management, 2009. P. 124 – 136.

54. Мишин С.П. Свойства оптимального делегирования управления в организации // Управление большими системами. 2011. Выпуск 34. С. 165 – 199.

55. Мишин С.П. Оптимальное делегирование управления для функций затрат, представимых в виде выпуклых квадратичных форм // Управление большими системами. 2011. Выпуск 35.

Личный вклад автора в работах, опубликованных в соавторстве, заключается в следующем: в [1, 2, 4, 5, 10] автору принадлежат формальная математическая постановка и решение задачи оптимизации иерархии для секционных функций затрат, в [6] – применение общего аппарата оптимизации для анализа иерархий, управляющих технологическими сетями, в [43] – постановка и аналитическая часть решения задачи совместной оптимизации производственной и управленческой подсистем, в [44] – разделы 4.2 и 4.3, посвященные оптимизации иерархий с секционными функциями затрат и модели управления технологическими сетями, включая дивизиональные, функциональные и матричные иерархии, в [49] – анкета для проведения опроса менеджеров, в [51-53] – теоретические модели оптимизации иерархий.