Автоматика и телемеханика, № 6, 1997

Обзоры

УДК 519.714.3

© 1997 г. Д. А. НОВИКОВ, канд. техн. наук
(Институт проблем управления РАН, Москва)

МЕХАНИЗМЫ СТИМУЛИРОВАНИЯ В ДИНАМИЧЕСКИХ И МНОГОЭЛЕМЕНТНЫХ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

В настоящей работе проводится сравнительный анализ основных результатов теории контрактов и теории активных систем по синтезу механизмов стимулирования в многоэлементных и динамических моделях социально-экономических систем.

1. Введение

Рассмотрим активную систему (АС), состоящую из управляющего органа – центра на верхнем уровне иерархии и управляемых объектов – активных элементов (АЭ) на нижнем. Задача центра заключается в синтезе механизма стимулирования, побуждающего АЭ выбрать определенные действия (состояния, стратегии и т.д.) в интересах центра и системы в целом.

В соответствии с классификацией, введенной в [6], наряду с методом устранения неопределенности и асимметричностью информированности участников активной системы – центра и активных элементов, основаниями классификации также являются: число элементов системы и число периодов ее функционирования. Так как и в теории активных систем (ТАС), и в теории контрактов изучаются, в основном, модели социально-экономических систем с одним центром, то многоэлементной называется АС, содержащая более одного АЭ. Динамической называется АС, функционирующая в течение более чем одного периода времени.

Описание и анализ общих подходов, моделей и методов теории контрактов и механизмов с сообщением информации приведены в обзорах [6] и [7], соответственно, поэтому ссылаться на эти две работы мы будем довольно часто, отсылая читателя за разъяснением некоторых терминов, более подробными ссылками по ряду вопросов и т.д.

Ниже рассмотрены те новые свойства, которые появляются при рассмотрении динамических и многоэлементных систем (необходимо сразу оговориться, что большинство описываемых ниже моделей являются либо динамическими одноэлементными, либо статическими многоэлементными), по сравнению с их статическими и одноэлементными аналогами.

Многообразие теоретических результатов и прикладных моделей, как отечественных, так и зарубежных авторов, исследующих динамические и многоэлементные задачи стимулирования, настолько велико, что, в силу ограниченности объема, зачастую, мы будем вынуждены проводить только качественное обсуждение, предоставляя заинтересованному читателю возможность самостоятельно разобраться в деталях, используя соответствующие ссылки, приводимые ниже.

Интуитивно понятно, что при таком естественном обобщении простейшей базовой (одноэлементной статической) модели, как добавление новых невзаимодействующих элементов или рассмотрение нескольких несвязанных периодов функционирования, задачу стимулирования удается декомпозировать, "развалив" ее на набор базовых.

Трудности появляются при исследовании систем с взаимодействующими АЭ или связанными периодами функционирования. Методы и алгоритмы решения задачи синтеза оптимальной функции стимулирования в этом случае характеризуются высокой структурной и вычислительной сложностью. Как правило, универсального подхода к аналитическому решению этого класса задач найти не удается. Однако, преодоление трудностей анализа оправданно, так как в динамических и многоэлементных системах присутствуют новые качественные свойства, отсутствующие в базовой модели (не говоря уже о том, что большинство реальных организационных систем содержат более одного АЭ и функционируют достаточно долго).

2. Механизмы стимулирования в динамических активных системах

Динамические активные системы, функционирующие в течение длительного времени, существенно отличаются от статических: возможность адаптации, сглаживания влияния случайных параметров на результаты деятельности АЭ, пересмотра стратегий – все эти эффекты появляются при переходе от статических к динамическим АС.

Основными характеристиками динамических моделей являются степень учета игроками будущего и конечность или бесконечность игры. Модели, учитывающие дальновидность АЭ – способность спрогнозировать будущие последствия принимаемых сегодня решений, гораздо труднее поддаются анализу, нежели чем модели с недальновидными АЭ, но, в то же время, являются более адекватными действительности. В бесконечных играх (бесконечное повторение одношаговых игр) центр имеет больше возможностей по управлению элементами, в отличие от конечных, в которых в последние периоды АЭ может, не опасаясь будущего наказания, "делать что ему заблагорассудится" (но в бесконечных играх неприменим метод обратной индукции).

Отметим, что используемые здесь и далее термины "конечная" и "бесконечная" (игра) характеризуют не множества допустимых стратегий АЭ, а число периодов функционирования АС.

В настоящее время известно значительное число работ, посвященных изучению повторяющихся игр. Причем ведутся исследования как достаточно абстрактных моделей, так и моделей вполне конкретных экономических систем. Некоторые результаты этих исследований описаны в настоящем разделе, имеющем следующую структуру. В подразделе 2.1 приводятся некоторые, достаточно общие, результаты, полученные в теории игр при исследовании так называемых повторяющихся игр, причем изложение ведется в "смешанных" терминах теории активных систем и теории контрактов. В подразделе 2.2 рассматриваются результаты ТАС по анализу динамических АС, причем, как будет видно из дальнейшего изложения, подходы и модели теории повторяющихся игр и теории активных систем различаются достаточно сильно. Подраздел 2.3, содержащий описание динамических моделей теории контрактов, иллюстрирует, с одной стороны, целесообразность и эффективность использования общих результатов теории игр по повторяющимся играм при анализе контрактных моделей, а с другой стороны – близость некоторых динамических моделей теории контрактов и теории активных систем. Модели пересоглашения контрактов, рассматриваемые в подразделе 2.4 и традиционно относимые (правда, с большой натяжкой) к динамическим моделям, на сегодняшний день аналогов в ТАС, практически, не имеют.

2.1. Повторяющиеся игры. Ниже рассмотрены основные результаты теории игр по исследованию повторяющихся игр (repeated games) и их содержательные, в частности – экономические, интерпретации и приложения, формулируемые в рамках терминологии, принятой в теории активных систем. Выводы, полученные при анализе достаточно общих теоретико-игровых моделей, широко используются при изучении тех или иных конкретных ситуаций и реальных систем, в том числе – в моделях теории контрактов (см. раздел 2.3).

Рассмотрим игру n лиц (игроков – АЭ), стратегией каждого из которых является выбор y_i, принадлежащего компактному множеству допустимых стратегий A_i, $i = \overline{1,n}$. Платежные функции (функции выигрыша, функции предпочтения, полезности и т.д.) обозначим $\varphi_i : A \to \mathbb{R}^1$, $i = \overline{1,n}$, где $A = \prod_{i=1}^{n} A_i$, $y = (y_1, y_2 \ldots y_n) \in A$. Одноперіодной игрой (one-shot game) назовем кортеж

$$G = (A_1, A_2, \ldots, A_n,\ \varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n).$$

Динамической игрой или суперигрой (supergame) $G(T)$ назовем игру G, повторенную T раз. Выигрыш i-го АЭ в суперигре определяется выражением

$$f_i = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\varphi_i(y^t), \tag{2.1.1}$$

где $y^t = (y_1^t, y_2^t, \ldots, y_n^t) \in A$ – вектор стратегий, выбранный игроками в периоде t (при рассмотрении динамических моделей в настоящем разделе мы будем придерживаться следующего соглашения: нижний индекс соответствует номеру АЭ, верхний индекс – номеру периода функционирования). Стратегией i-го игрока в игре $G(T)$ в периоде t является отображение $\sigma_i^t : A^{t-1} \to A_i$ "истории" игры (последовательности выбранных в предыдущих периодах стратегий игроков) в множество допустимых стратегий, $t = \overline{2,T}$. Отметим, что иногда под историей игры понимается не только последовательность стратегий, но и полезности, полученные игроками в прошлом (более детальные различия в информированности об истории игры рассматриваются ниже). Таким образом, стратегия i-го игрока – вектор $\sigma_i = (\sigma_i^1, \ldots, \sigma_i^T)$. Набор $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_n)$ индуктивно определяет в суперигре $G(T)$ путь

$$(y^1(\sigma), y^2(\sigma), \ldots, y^T(\sigma))$$

следующим образом

$$y^1(\sigma) = \sigma^1, \quad y^t(\sigma) = \sigma^t(y^1(\sigma), y^2(\sigma), \ldots, y^{t-1}(\sigma)), \quad t > 1.$$

Равновесие Нэша σ^* определяется следующим образом:

$$\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\varphi_i(y^t(\sigma^*)) \geqslant \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\varphi_i(y^t(\sigma_{-i}^*, \sigma_i')) \quad \forall \sigma_i', \quad \forall i = \overline{1,n},$$

где $\sigma_{-i} = (\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_{i-1}, \sigma_{i+1}, \ldots, \sigma_n)$. Обозначим $N(T)$ – множество равновесных по Нэшу путей и предположим, что $N(1)$ не пусто. Пусть $f_i^{\min}$ – значение целевой функции i-го АЭ при использовании игроками максиминных стратегий, то есть $f_i^{\min}$ – гарантированное значение целевой функции i-го игрока (при условии, что все остальные игроки выбирают наихудшие для него стратегии). Любая стратегия, обеспечивающая $f_i \geqslant f_i^{\min}$, называется индивидуально рациональной (individually rational (IR)). Выпуклую оболочку множества векторов возможных значений целевых функций назовем множеством допустимых платежей F. Подмножество множества F, состоящее из всех векторов платежей, доминирующих максиминные (являющиеся IR), обозначим F^*. Обозначим (упрощенно) через $G(T-k)$ – подыгру игры $G(T)$, соответствующую последним $(T-k)$ периодам $(k < T)$ и определим историю игры

$$h(k) = (y^1, y^2, \ldots, y^k), \quad k < T,$$

то есть набор стратегий, выбранных игроками в предыдущих периодах, и стратегию $\sigma_{i\|h(k)}$ i-го АЭ в игре $G(T-k)$:

$$\begin{aligned}
&1. \quad \sigma^1_{i\|h(k)} = \sigma^{k+1}_i(y^1, y^2, \ldots, y^k);\\
&2. \quad \forall\, t < (T-k), \quad \forall\, (c^1, c^2, \ldots, c^t)\\
&\sigma^{t+1}_{i\|h(k)}(c^1, c^2, \ldots, c^t) = \sigma^{k+t+1}_i(y^1, y^2, \ldots, y^k, c^1, c^2, \ldots, c^t),
\end{aligned}$$

и обозначим $\sigma_{\|h(k)} = \left(\sigma_{i\|h(k)}\right)_{i=1}^n$.

Стратегия σ называется согласованным с подыграми равновесием (subgame perfect equilibrium (SPE)) игры $G(T)$, если

1. σ – равновесие Нэша в игре $G(T)$,

2. $\forall\, k < T$, $\forall\, h(k)\sigma_{\|h(k)}$ – равновесие Нэша в игре $G(T-k)$.

Несколько забегая вперед, отметим, что содержательно, основная идея повторяющихся игр заключается в том, что при многократном повторении однопериодной игры удается добиться того, что выбор игроками индивидуально рациональных стратегий приводит к реализации рационального для всего коллектива исхода. В однопериодной игре это не всегда так: в общем случае, если используется некооперативная концепция равновесия (равновесие Нэша), то в однопериодной игре точка Нэша может оказаться неэффективной (по Парето) с точки зрения всех игроков. В то же время, может существовать оптимальный по Парето набор стратегий, который не является равновесным по Нэшу. Классическим примером является хрестоматийная игра двух лиц "дилемма заключенного" (см., например, [15]).

Приведем здесь другой пример [8], иллюстрирующий вышесказанное. Пусть имеются $n \geqslant 3$ игроков, целевые функции которых имеют вид:

$$\varphi_i(y) = y_i + \sum_{j \neq i}(1 - y_j), \quad y_i \in [0,1], \quad i = \overline{1,n}.$$

Точка Нэша $y^{\text{Н}}_i \equiv 1$, $i = \overline{1,n}$ (более того это – доминантная стратегия для всех игроков). При этом $\varphi_i(y^{\text{Н}}) = 1$, $i = \overline{1,n}$. Легко видеть, что существует набор стратегий $y^{\Pi}_i \equiv 0$, $i = \overline{1,n}$, который обеспечивает игрокам выигрыш $\varphi_i(y^{\Pi}) = n-1 > \varphi_i(y^{\text{Н}})$, то есть y^{Π} строго доминирует по Парето равновесие Нэша $y^{\text{Н}}$. Но вся беда заключается в том, что y^{Π} неустойчиво (даже по Нэшу) – любой из игроков, отклоняясь, то есть выбирая $y_i \neq y^{\Pi}_i$, получает выигрыш. Например, $\varphi_i\left(y^{\text{Н}}_i, y^{\Pi}_{-i}\right) = n > \varphi_i(y^{\Pi})$. Остальные игроки могут последовать его примеру (у них есть доминантные стратегии) – в результате все окажутся в никому не выгодной точке Нэша.

Многократное повторение рассматриваемой игры в некоторых случаях позволяет "оставить" игроков в Парето-оптимальной точке. Интуитивно понятно, что для этого нужно придумать механизм, который предотвращал бы отклонения, то есть наказывал бы отклонившегося игрока, причем наказывал настолько сильно, чтобы отклонение становилось невыгодным. Этой цели служит вводимая ниже стратегия наказания.

Обозначим через $P(T)$ множество всех SPE в игре $G(T)$, обладающее следующими свойствами [50]: это множество компактно; если некоторый путь принадлежит $P(T)$, то любой подпуть, получаемый из исходного отбрасыванием, начиная с первого момента времени любого (меньшего T) числа стратегий, также принадлежит $P(T)$.

Определим оптимальную k-периодную стратегию наказания i-го АЭ:

$$(2.1.2) \qquad w_i(k) = \min\left\{\sum_{t=1}^{k} \varphi_i(y^t) \big| (y^1, y^2, \ldots, y^k) \in P(k)\right\}.$$

Для того чтобы $(y^1, y^2, \ldots, y^T) \in P(T)$, необходимо и достаточно, чтобы $\forall\, i = \overline{1,n}$, $\forall t < T$

$$(2.1.3) \qquad w_i(T-t) \leqslant \sum_{s=t+1}^{T} \varphi_i(y^s),$$

то есть наказание должно быть достаточно сильным – полезность при наказании в течение всех оставшихся периодов не должна превышать то, что игрок мог бы получить не будучи наказанным [24].

SPE обладает следующими свойствами:

1) если $(y^1, y^2, \ldots, y^T) \in P(T)$, $(b^1, b^2, \ldots, b^s) \in P(S)$, то $(y^1, y^2, \ldots, y^T, b^1, b^2, \ldots$ $\ldots, b^s) \in P(T+S)$;

2) $w_i(T+S) \leqslant w_i(T) + w_i(S)$ [24].

Прокомментируем приведенные определения и свойства. SPE является, в некотором смысле, "усилением" концепции равновесия Нэша для повторяющихся игр. Во-первых, SPE является равновесием Нэша в суперигре и, во-вторых, SPE – равновесие Нэша в любой последовательности подыгр, заканчивающихся в момент T (ср. определение SPE с принципом оптимальности в динамическом программировании [50]).

Содержательно, качественное отличие повторяющихся (многопериодных) игр от "обычных" (статических, однопериодных) заключается в том, что наличие нескольких периодов повышает ответственность игроков за свои действия – если кто-то повел себя не так, как следовало, то в следующих периодах он может быть наказан остальными игроками (см. (2.1.3)) за это отклонение. Для того, чтобы предотвращать отклонения, наказание должно быть достаточно сильным и компенсировать возможный выигрыш игрока, который тот получает отклоняясь. Переключение с "нормального" режима на наказание (и быть может возвращение к исходному режиму через несколько периодов) получило название триггерной стратегии. Некоторые примеры того, как строить триггерные стратегии и того, как определить наилучший момент переключения (ведь не всегда можно достоверно установить факт отклонения), приведены ниже.

Существенной в повторяющихся играх оказывается информированность игроков. Если все игроки наблюдают все стратегии, выбранные партнерами в прошлом, то будем говорить, что имеет место полная информированность (perfect monitoring [68]). Если же стратегии, выбираемые в прошлом ненаблюдаемы, а есть другая информация, например, если наблюдаемы полезности игроков, то имеет место неполная информированность (imperfect monitoring).

До сих пор мы считали, что при принятии решений о выборе стратегии в каждом периоде каждый АЭ одинаково учитывает будущие периоды (см. (2.1.1)). Однако, зачастую, будущие периоды учитываются с разными весами – дисконтирующими множителями $\{\delta_i\}$ (индекс "i" соответствует номеру игрока). Тогда платежная функция i-го АЭ будет иметь вид

$$f_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} (\delta_i)^t \varphi_i(y^t).$$

Если игра бесконечная ($T = +\infty$), то средний выигрыш АЭ определяется по теореме Абеля [38].

Основным результатом (группой результатов), полученным при исследовании повторяющихся игр, является так называемая "народная теорема" (Folk Theorem (FTh)) [74, 80 и др.]. Наличие такого странного термина обусловлено тем, что до сих пор не удалось точно установить ее авторство [16].

Приведем серию теорем типа FTh [38]:

FTh1. Если игроки достаточно слабо дисконтируют будущее (коэффициенты дисконтирования достаточно близки к единице), то для любого вектора выплат $\varphi^* = (\varphi_1^*, \varphi_2^* \dots \varphi_n^*) \in F^*$ существует равновесие Нэша в бесконечной суперигре, в котором игроки получают выигрыши, в точности равные φ^*.

Интуитивное обоснование этого результата таково. Пусть в многопериодной игре каждый игрок выбирает стратегию $y_i^* \in A_i$, обеспечивающую выигрыш $\varphi_i(y^*) \equiv \varphi_i^*$, до тех пор пока игрок с некоторым номером j не отклонится от своей стратегии y_j^*. В случае отклонения все игроки переключаются на $w_i(\infty)$. Понятно, что в бесконечной игре при достаточно слабом дисконтировании моментальный выигрыш от отклонения компенсируется "вечным" наказанием.

FTh2. $\forall \varphi^* \in F^*$ в бесконечно повторяющейся игре без дисконтирования существует SPE, в котором ожидаемый выигрыш i-го АЭ равен φ_i^*, $i = \overline{1, n}$.

FTh3. Если некоторый вектор выплат $\varphi^* \in F^*$ Парето-доминирует равновесные по Нэшу выплаты в однопериодной игре, то при слабом дисконтировании в бесконечной суперигре существует SPE, в котором средний выигрыш равен φ^*.

Для простоты далее будем считать, что все АЭ имеют одинаковый дисконтирующий множитель δ.

FTh4. Пусть $\varphi(\delta) \subseteq F^*$ – множество средних выигрышей игроков в SPE бесконечно повторяемой игры, в которой игроки имеют дисконтирующий множитель δ. Тогда $\forall \delta < 1$ соответствие $\varphi(\cdot)$ полунепрерывно сверху.

Требование полунепрерывности нарушается при $\delta = 1$ (см. пример в [38]).

В случае дисконтирования будущего справедлива

FTh5. Если $n = 2$, то $\forall (\varphi_1, \varphi_2) \in F^* \exists \underline{\delta} \in (0, 1)$ такое, что $\forall \delta \in (\underline{\delta}, 1)$ существует SPE суперигры, в котором игроки получают средние выигрыши φ_1 и φ_2, если их дисконтирующие множители равны δ.

Теорема FTh5 может быть обобщена на случай произвольного конечного числа игроков (достаточно потребовать непустоты внутренности множества F^*) [38].

На силу наказания (в сравнении выигрыша от одномоментного отклонения и дисконтированного проигрыша от наказания) существенно влияет величина дисконтирующего множителя, конечность [23] (а иногда и величина) или бесконечность T [17], а также информированность игроков.

При полной информированности в суперигре может существовать равновесие Нэша, доминирующее по Парето равновесие Нэша однопериодной игры (примеры см. ниже в разделе 2.3). Если игроки не дисконтируют будущие полезности, то множества равновесных векторов выплат в однопериодной и многопериодной играх совпадают. Если игроки дисконтируют будущие полезности, то все равновесия суперигры, в принципе, могут быть неэффективны (по Парето), хотя, обычно, при условии, что дисконтирующие множители не очень малы, существуют равновесия суперигры, доминирующие по Парето однопериодные.

В случае двух игроков и полной информированности, равновесие в суперигре обладает следующим свойством непрерывности: любой эффективный индивидуально рациональный вектор выплат однопериодной игры может быть сколь угодно точно аппроксимирован равновесным вектором выплат суперигры. В [68] приведен пример неэффективного равновесия при наличии дисконтирования будущего. В [61], напротив, показывается, что при неполной информированности в некоторых случаях FTh оказывается верна.

В условиях полной информированности при условии, что АЭ не дисконтируют свои полезности (берется средняя полезность), в суперигре существует эффективное равновесие. Если же игроки дисконтируют свои полезности, то равновесие в многопериодной игре будет превосходить (по Парето) равновесие однопериодной игры [67].

В случае полной информированности факт отклонения каким-либо игроком от эффективной стратегии устанавливается тривиально, так как выбор стратегий наблюдаем. В случае неполной информированности все оказывается несколько сложнее. После каждого периода каждый игрок проверяет статистическую гипотезу, что все остальные игроки выбрали эффективные стратегии. Если один из игроков отвергает эту гипотезу, то все игроки переключаются на равновесные в однопериодной игре равновесия Нэша (эта стратегия, в общем случае, неэффективна). После заданного числа шагов (фаза наказания) все игроки возвращаются к эффективным стратегиям и опять проверяют свои гипотезы. Некоторые модели учитывают репутацию игроков – если в течение длительного времени они вели себя "хорошо", то для переключения на стратегию наказания при проверке статистических гипотез требуется выполнение более жестких условий [36].

Условия и стратегии суперигры, приводящие к векторам полезностей, доминирующим однопериодное равновесие Нэша и даже более того, эффективным в однопериодной игре, для случая полной информированности приводятся в [67]. Этот же результат имеет место и для неполной информированности при некоторых дополнительных условиях (теорема 7.1 в [67]).

Приведем пример использования стратегий наказания в случае полной информированности. Рассмотрим дилемму заключенного со следующей матрицей выигрышей (символы "С" и "О" около строк и столбцов означают сотрудничество и отклонение – отказ от сотрудничества, соответственно).

	C	O	
C	π, π	$-b,\ (\pi+g)$	$\pi, b, g > 0;$
O	$(\pi+g),\ -b$	$0,\ 0$	$\pi > g - b.$

Отметим, что отклонение является доминантной стратегией, а симметричный результат (С,С) лучше любой рандомизации между (С,О) и (О,С). Пусть имеет место полная информированность и информация о выбранных стратегиях становится известна в конце каждого периода. Тогда триггерной стратегией каждого АЭ будет выбор сотрудничества, до тех пор, пока его партнер тоже выбирает сотрудничество, иначе – переключение на отклонение.

Предположим, что в случае неполной информированности игроки получают некоторые сигналы, зависящие от стратегий [18]. Пусть $p_k(t)$ – вероятность того, что игроки скооперировались, $q_k(t)$ – что нет, если поступил сигнал k ($k = \overline{1, K}$, K – число возможных сигналов). Теперь игроки могут выбрать сначала сотрудничество, переключаясь после этого в (О,О) с вероятностью α_k. Триггерные стратегии описываются вектором

$$\alpha = (\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_K).$$

Вопрос заключается в том, существуют ли векторы α, определяющие равновесные триггерные стратегии со значением φ^*? Оказывается, что существуют. Для рассматриваемого примера соответствующие условия приведены в [15], модель с асимметричной информированностью при более общих предположениях исследовалась в [37].

К "недостаткам" FTh следует отнести:

– отсутствие предсказуемости – любой IR результат может быть равновесием суперигры;

– FTh утверждает, что в суперигре возможно кооперативное равновесие (Парето), но непонятно – каковы механизмы его достижения;

– наличие угрозы для того игрока, который отклоняется (или собирается отклониться), может привести к тому, что он захочет пересмотреть правила игры и т.д. [24].

2.2. Активные системы с динамикой модели ограничений и адаптивные механизмы управления. В теории активных систем исследование динамики функционирования проводилось, в основном, для следующей модели. В активной системе, состоящей из центра и одного АЭ, целевая функция центра в периоде t имеет вид

$$(2.2.1) \qquad \Phi_t(x_t, y_t),$$

а активного элемента $f_t(x_t, y_t)$, где x_t – план на период t (желательное с точки зрения центра состояние АЭ), y_t – действие, выбранное АЭ в этом периоде. Траектория $x = (x_1, x_2, \ldots, x_T)$ называется плановой траекторией, а траектория $y = (y_1, y_2, \ldots, y_T)$ – траекторией реализаций. Как и в одноэлементной статической задаче, центр выбирает систему стимулирования и устанавливает планы (на каждый период), а АЭ выбирает действие, максимизирующее его целевую функцию. Возникает вопрос – что понимать под целевой функцией АЭ в этой повторяющейся игре? Если допустимые множества не изменяются со временем и АЭ вообще не учитывает будущего (недальновидный АЭ), то задача сводится к набору статических задач.

Достаточно детально в ТАС были изучены так называемые активные системы с динамикой модели ограничений. Изменение модели ограничений (допустимых множеств) со временем учитывается зависимостью множества допустимых действий АЭ в периоде t от его действий в предыдущем периоде и от плана текущего периода, то есть $A_t = A_t(x_t, y_{t-1})$, $t = \overline{2,T}$, $A_1 = A_1(x_1)$ [1, 9]. Таким образом, при известной плановой траектории недальновидный АЭ будет решать задачу поиска траектории реализаций:

$$(2.2.2) \qquad f_t(x_t, y_t) \to \max_{y_t \in A_t(x_t, y_{t-1})}, \quad t = \overline{1,T}.$$

Целевая функция дальновидного АЭ имеет вид:

$$(2.2.3) \qquad \varphi_t = f_t(x_t, y_t) + \sum_{k=t+1}^{1} \delta^k f_k(x_k, y_k),$$

где δ – коэффициент дисконтирования. Для верхнего индекса суммирования в (2.2.3) возможны следующие варианты: $1 = t + N$ (фиксированный горизонт) – АЭ учитывает N будущих периодов, $1 = T$ – АЭ учитывает все будущие периоды и т.д. [8, 13]. То есть дальновидный АЭ в каждом периоде t решает задачу выбора реализаций (действий – $y_t, y_{t+1}, \ldots$) с целью максимизации (2.2.3).

Задача центра заключается в выборе плановой траектории, максимизирующей его целевую функцию

$$(2.2.4) \qquad \sum_{t=1}^{T} (\delta)^t \Phi_t(x_t, y_t),$$

считая, что реализации будут совпадать с планами [14]. Из принципа оптимальности Беллмана следует, что если распределение дальновидности АЭ "жестко привязано" к периодам функционирования, то прогноз, сделанный в первом периоде, совпадает с реализацией в последующих периодах, а прогнозы в последующих периодах совпадают с прогнозом первого периода. Если АЭ и центр имеют различные степени дальновидности ($N+1 < T$), то АЭ не может построить прогноз на весь плановый период. В работе [14] приведены условия на распределения дальновидностей, обеспечивающие совпадение реализации с планом, и показано, что динамическую задачу удается свести к статической, решаемой в "расширенном" пространстве параметров.

При решении задачи планирования центр предполагает, что реализации совпадут с планами. Известно, что достаточным условием согласованности системы стимулирования в статической АС является выполнение неравенства треугольника для функций штрафов [8]. Для согласованности в динамической модели достаточно выполнения неравенства треугольника для взвешенных сумм штрафов. Если в течение нескольких периодов штрафы не являются согласованными, то для согласования в динамике достаточно существования сильных штрафов в будущем (см. стратегии наказания в разделе 2.1) [11].

Рассмотренная выше модель ограничений зависела от параметров, выбираемых участниками системы. Однако возможны случаи, когда допустимые множества зависят от случайных параметров (или когда, как в повторяющихся играх, при неполной информированности, не все выбираемые стратегии наблюдаемы). Следовательно возникает задача идентификации, решаемая при использовании адаптивных механизмов функционирования [2, 3, 9, 12].

Суть механизмов адаптивной идентификации заключается в использовании центром информации о планах, реализациях и т.д. дальновидного АЭ для оценки параметров его модели ограничений, прогноза состояний, поощрения и т.д. Пусть множество возможных действий зависит от неизвестного центру потенциала АЭ, а потенциал, в свою очередь, зависит от управления со стороны центра и некоторой случайной величины. На основании наблюдаемой реализации центр может определить оценку потенциала с помощью той или иной рекуррентной процедуры прогнозирования [12]. Примером решения задачи адаптивного планирования может служить модель динамического простого АЭ, подробно описанная в [5]. Аналогичные процедуры используются в динамических задачах теории контрактов – оценка потенциала входит в статистическую гипотезу, проверяемую в повторяющихся играх (см. раздел 2.1) для определения факта отклонения элемента от эффективной стратегии.

При исследовании адаптивных механизмов возникают задачи выбора наилучшей процедуры прогнозирования; синтеза механизма, при котором АЭ полностью использует свой потенциал (такие механизмы получили название прогрессивных); определения реальности плановых траекторий; синтеза оптимального механизма управления и т.д. Останавливаться на исследовании методов решения этих задач и полученных результатов мы не будем. Подробное описание адаптивных механизмов приведено в монографии [12].

2.3. Динамические задачи теории контрактов. В настоящем разделе рассматриваются динамические задачи теории контрактов, которые, с одной стороны, используют общие результаты анализа повторяющихся игр (раздел 2.1), а с другой – достаточно близки к динамическим моделям, исследуемым в теории активных систем.

Если предположить, что результаты деятельности АЭ в различных периодах не связаны, элементы недальновидны и отсутствуют общие ограничения на целевые функции и допустимые множества различных периодов, то получится последовательность базовых моделей теории контрактов [6], каждая из которых может исследоваться независимо.

В случае наличия общих ограничений на целевые функции, допустимые множества, параметры механизма стимулирования и т.д., при несвязанных периодах функционирования, задача стимулирования в динамической системе, по аналогии с задачей стимулирования в системе со слабо связанными элементами, может быть сведена к стандартной задаче условной оптимизации [10].

Оба описанных выше случая представляются довольно тривиальными и редко встречаются на практике. Поэтому рассмотрим двухпериодную одноэлементную динамическую задачу теории контрактов и методы ее решения, следуя введенной в [6] терминологии. Введем некоторые обозначения:

$$A = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}, \quad A_0 = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}$$

конечные множества возможных действий и результатов (допустимы n действий и n результатов деятельности); $y^1 \in A$ – действие АЭ в первом периоде; $y^2 \in A$ – действие АЭ во втором периоде; $z_j^1 \in A_0$ – результат деятельности АЭ в первом периоде; $\sigma_j \in M$ – стимулирование АЭ в первом периоде за результат z_j^1; $\sigma_{j\ell} \in$ $\in M$ – стимулирование АЭ во втором периоде за результаты: z_j^1 – в первом и $z_\ell^2 \in$ $\in A_0$ – втором периодах, соответственно, $\sigma = (\sigma_j, \sigma_{j\ell})$; $y = (y^1, y^2)$; $\Phi(y^1 - \sigma_j,\ y^2 -$ $-\sigma_{j\ell})$ – возрастающая и вогнутая по обеим переменным целевая функция центра; $f(\sigma_j, \sigma_{j1},\ y^1, y^2)$ – возрастающая и вогнутая по σ и убывающая по y целевая функция АЭ, $p_j(y^k)$ – вероятность результата z_j при действии y^k, $k = 1, 2$, j, $\ell = \overline{1, n}$ (методы учета вероятностной неопределенности описаны в [6]). Обозначим:

$$\mathrm{E}\,\Phi(\sigma, y) = \sum_{j,\ell} p_j(y^1) p_\ell(y^2) \Phi(y^1 - \sigma_j, y^2 - \sigma_{j\ell}),$$

$$\mathrm{E}\,f(\sigma, y) = \sum_{j,\ell} p_j(y^1) p_\ell(y^2) f(\sigma_j, \sigma_{j\ell}, y^1, y^2),$$

где E – оператор математического ожидания. По аналогии с базовой однопериодной моделью [6, 66], задача поиска двухпериодного оптимального контракта (напомним, что контрактом называется совокупность $\{\sigma^*(\cdot), y^*\}$ оптимальной системы стимулирования и реализуемого ею действия АЭ [6]):

$$\mathrm{E}\,\Phi(\sigma, y^*) \to \max_{\sigma \in M} \tag{2.3.1}$$

при

$$y^* \in \arg\max_{y \in A^2} \mathrm{E}\,f(\sigma, y), \tag{2.3.2}$$

может быть решена двухшаговым методом [6, 42]. В двухшаговом методе на первом шаге ищутся системы стимулирования, реализующие заданную пару действий – по одному для каждого периода функционирования. На втором шаге перебором по всем допустимым парам находятся оптимальная пара действий и оптимальная система стимулирования. Отметим, что рассматриваемая постановка непосредственно обобщается на случай любого конечного числа периодов.

Понятно, что вычислительная сложность даже двухпериодной задачи намного выше, чем статической. Редуцировать динамическую задачу к статической удается лишь в крайне ограниченном числе случаев (см. [75] – использование условий Куна–Таккера и сведение к вариационной задаче, [53] – использование подхода первого порядка [6, 67, 69]).

Так как в рассмотренной выше модели стимулирование во втором периоде зависит и от результатов первого периода, то контракт, являющийся решением (2.3.1)–(2.3.2) и обладающий этим свойством, называется контрактом с памятью. Если в каждом периоде АЭ стимулируется только по результатам текущего периода, то контракт называется контрактом без памяти [34].

Основной вопрос, возникающий при изучении динамических контрактов, заключается в выяснении преимуществ, которыми обладает динамический контракт со связанными периодами и памятью, по сравнению с последовательностью обычных однопериодных контрактов. Обычно в моделях рыночной экономики предполагается, что если число АЭ "велико", то игра некооперативная, а если "мало", то – кооперативная. В динамических моделях возможность кооперации появляется именно из-за динамики – элементы имеют время "договориться" и наказать тех, кто отклоняется от соглашений (см. раздел 2.1).

Решение однопериодной вероятностной задачи – равновесные по Нэшу платежи (значения целевых функции центра и АЭ, соответственно) – $\widehat{\Phi}$ и $\widehat{f}$, как правило, неэффективны и доминируются по Парето другими платежами, которые мы обозначим: Φ^* и f^* [27, 66, 73] (см. о различии FB (от англ. first-best) и SB-решений (от англ. second-best) и роли неопределенности в [6, 52]). То есть в последовательности одноэлементных контрактов средние платежи равны $\left(\widehat{\Phi}, \widehat{f}\right)$, а в динамическом контракте, в соответствии с FTh, они могут достигать или приближаться к $(\Phi^*, f^*) \geqslant \left(\widehat{\Phi}, \widehat{f}\right)$ [75]. Обычно результаты об оптимальности (достижимости FB-решения) требуют бесконечного повторения подыгр, а для конечного числа периодов доказывается ε-оптимальность [66]. При отсутствии дисконтирования любое IR Парето-оптимальное распределение выигрышей в однопериодной игре (в частности – FB-решение) является достижимым Парето-оптимальным распределением выигрышей в суперигре [60, 73].

В то же время, если в однопериодном контракте центр может достаточно сильно наказывать АЭ (соответствующие условия на ограничения механизма стимулирования приведены в [33, 59]), то последовательное заключение краткосрочных контрактов оказывается не менее эффективно, чем заключение долгосрочного контракта. Иными словами, если долгосрочный контракт реализует некоторую последовательность действий [6], то при “достаточно сильных” штрафах, существует оптимальная последовательность краткосрочных контрактов, реализующая ту же последовательность и дающая всем участникам те же значения ожидаемой полезности (см. раздел 2.2). Содержательно, возможная сила штрафов должна быть такова, чтобы за их счет достаточно сильно наказать АЭ за отклонение именно в однопериодном контракте (в динамике эту роль играют стратегии наказания, используемые в следующих периодах). Обозначим $(\widehat{\sigma}, \widehat{y})$ – равновесные по Нэшу стратегии центра и АЭ, соответственно, в однопериодной задаче теории контрактов, а (σ^*, y^*) – их Парето-оптимальные стратегии. Триггерная стратегия каждого из игроков – выбор $\sigma^*(y^*)$ до тех пор, пока партнер выбирает $y^*(\sigma^*)$. Если партнер переключается на $\widehat{\sigma}(\widehat{y})$, то следует тоже переключиться на $\widehat{y}(\widehat{\sigma})$.

В модели теории контрактов результат деятельности АЭ z зависит от выбранного АЭ действия y и состояния природы $\theta \in \Omega$ [1]. Результат деятельности наблюдается центром и от него зависит стимулирование, то есть $\sigma = \sigma(z)$. Действие АЭ ненаблюдаемо центром – имеет место неполная информированность. Следовательно, возникает задача построения оптимальных для центра триггерных стратегий – определения оптимальных моментов переключения на стратегию наказания по наблюдениям результатов деятельности в прошлых периодах (истории игры). В этом смысле динамические задачи теории контрактов являются хорошими иллюстрациями прикладного использования FTh.

Обозначим S_t – кумулятивную сумму результатов деятельности АЭ за периоды, предшествующие периоду t. Пусть $\{b_t\}$ – строго возрастающая последовательность положительных чисел, $t \geqslant 1$. При фиксированном действии результаты деятельности АЭ в различных периодах – независимые одинаково распределенные (распределение состояния природы $p(\theta)$ не зависит от времени) случайные величины с ожидаемым значением, скажем, $\langle z\rangle$. Определим

$$\widetilde{N} = \min\{t \geqslant 1 : S_t - t\langle z\rangle \leqslant -b_n\}, \quad N = \min\left\{\widetilde{N}, T\right\}$$

и рассмотрим следующую триггерную стратегию центра: использовать Парето-оптимальные стратегии в течение первых N периодов, после чего переключиться в равновесие Нэша.

В работе [66] доказано, что $\forall\, \varepsilon > 0$ найдутся такая последовательность $\{b_t\}$ и период T_ε, что $\forall\, T \geqslant T_\varepsilon$ построенная выше триггерная стратегия является равновесной и обеспечивает центру и АЭ ε-Парето-оптимальные значения целевых функций.

Описанная конструкция триггерной стратегии, естественно, не является единственно возможной. Другие методы построения критериев проверки факта отклонения АЭ от эффективной стратегии по истории результатов деятельности (при ненаблюдаемых действиях) можно найти в [43, 69]. При построении и проверке статистических гипотез существенным оказывается то, как АЭ дисконтирует будущее: чем меньше элементы дисконтируют будущие полезности, тем ближе можно приблизиться к эффективному равновесию в суперигре. Более того, в бесконечных играх могут существовать критические значения дисконтирующих множителей, при превышении которых равновесие в суперигре строго доминирует однопериодные равновесия Нэша [69].

Проиллюстрируем использование приведенных выше теоретических результатов в прикладных моделях для таких областей, как трудовые контракты, теория заключения сделок (bargaining theory): долговые контракты, модели покупки–продажи и т.д.

В моделях трудовых контрактов рабочий после увольнения получает пособие по безработице. Информация о будущих значениях этого пособия носит вероятностный характер. Задача заключается в исследовании динамики заработной платы, обеспечивающей выгодность для рабочего (с учетом будущего) выполнения условий контракта [6, 20]. Наказанием в этой модели служит увольнение, непривлекательность которого для рабочего по сравнению со стабильным получением зарплаты определяет силу наказания [77].

Например, центр может не иметь полной информации о способностях рабочих и вынужден по наблюдаемым результатам корректировать свои представления (при неправильной оценке квалификации, то есть неадекватной зарплате, рабочий предпочтет уволиться). Условия оптимальности долгосрочного контракта, заключаемого нанимателем с континуумом рабочих при наличии неопределенных факторов, определяющих состояние экономики в будущем, приведены в [43, 47].

Вопрос согласования плановой траектории и траектории реализаций (см. раздел 2.2) в трудовых динамических контрактах рассматривался в [51]. Приведенные в упомянутой работе макроэкономические выводы о связи темпов инфляции и безработицы оказываются справедливыми лишь для конечных горизонтов планирования, так как использованный метод обратной индукции неприменим в бесконечных играх.

Роль динамики и памяти в трудовых контрактах особенно ярко проявляется при асимметричной информированности. Как отмечалось выше, в случае полной информированности, любая точка на границе множества возможных полезностей может быть достигнута с помощью последовательности однопериодных контрактов, то есть многопериодные контракты с памятью в этом случае не нужны [27, 35 и др.]. Иначе дело обстоит в случае асимметричной информированности. Наличие частной информации приводит к тому, что зависимость выплат элементу в будущие периоды от его текущих действий, делает выгодным и центру, и АЭ использование долгосрочных контрактов с памятью [71, 76, 79].

В теории контрактов значительное внимание уделяется моделям заключения сделок: между покупателем и продавцом заключается сделка (договоренность, контракт) о покупке (продаже) товара, между заемщиком и кредитором заключается сделка о получении кредита и т.д. Теория заключения сделок является очень обширной областью и требует отдельного обзора, поэтому, не претендуя на полноту, ограничимся несколькими качественными примерами.

На рынке кредитов при фиксированной и выгодной процентной ставке элементы (люди, организации и т.д.) хотели бы одалживать как можно большие суммы. На других конкурентных рынках рост цены в этом случае выравнивает спрос и предложение. На кредитных рынках в роли регуляторов выступают кредиторы и сам рынок. Первый эффект заключается в том, что если в случае неблагоприятной ситуации кредит не может быть погашен, то кредитор вступает в права владельца инвестиций и результатов их использования. При этом рост процентной ставки приводит к увеличению числа невозвращенных кредитов и уменьшению прибылей кредитора. Второй эффект особенно актуален в современной России – когда заемщик имеет средства для возврата кредита, но не хочет этого делать. Если в прошлом наказанием служила долговая тюрьма, то теперь (по крайней мере, в странах с развитой рыночной экономикой) "штрафы" накладываются самим рынком – заемщик, не выполнивший обязательств, изгоняется с рынка. Одним из условий эффективности такого наказания является невозможность получения новых кредитов до погашения старых. Алгоритм определения оптимального долгосрочного контракта между кредитором и заемщиком, в котором наказание за однократное нарушение обязательств превышает положительный эффект от отклонения, приводится в [19].

Модели долговременных долговых контрактов могут служить инструментами анализа управления финансами. Возможность эффективного альтернативного использования средств одной из сторон и недальновидность другой являются ограничениями условий достижения эффективного равновесия. Необходимые и достаточные условия оптимальности, а также условия монотонности выплат приведены в [72] на примере некоторых частных моделей.

Эффективное использование FTh при анализе долговых контрактов представляется достаточно интересным и перспективным. Следует, однако, отметить, что большинство упоминаемых прикладных результатов получено для моделей западной экономики и их непосредственное неадаптированное использование для моделирования соответствующих эффектов в российской экономике вряд ли правомочно.

В моделях купли–продажи покупатель и продавец имеют свои собственные представления (субъективные оценки стоимости, зависящие от имеющейся информации) о неделимом объекте торга. Каждый из участников имеет гипотезы об оценке партнера, имеющие вид вероятностного распределения (Байесовская модель [7]). Задача заключается в поиске равновесных стратегий – последовательности предложений цены и соглашения или отвержения этих предложений [21]. Для определения равновесия (perfect bayesian equilibrium) обычно используется метод обратной индукции [39].

Если представления покупателя и продавца о ценности товара скоррелированы, то можно показать, что покупатель в равновесии никогда не предложит цену, превышающую свои субъективные представления и, более того, для любого равновесия, в котором ожидаемый платеж покупателя строго положителен, найдется конечный момент времени, до которого игра закончится (сделка произойдет) с вероятностью единица [32].

2.4. Пересоглашение контрактов. Достаточно специфический класс моделей теории контрактов, обычно относимых к динамическим моделям, составляют так называемые модели пересоглашения контрактов, рассматриваемые ниже.

Наличие нескольких периодов функционирования, а также зависимость результата деятельности АЭ от внешнего неопределенного фактора (состояния природы) – все это обуславливает возможность пересмотра условий контракта, что должно, естественно, предусматриваться механизмом функционирования. Захотят ли стороны, подписавшие контракт, получив новую информацию, пересматривать его условия; возможно ли создать контракт, устойчивый по отношению к перезаключению (renegotiation-proof contract)? Модели, в которых исследуются эти вопросы, рассматриваются в настоящем разделе.

Следует отметить, что рассмотрение контрактов с пересоглашением имеет смысл только в системах с неопределенностью, в том числе – с вероятностной неопределенностью, когда результат деятельности АЭ определяется как его действием, так и реализацией некоторой случайной величины – состояния природы. В этом случае привлекательность контрактов с пересоглашением обусловлена тем, что они позволяют реализовывать одно и то же действие АЭ (даже в вероятностной АС) с меньшими затратами, иногда равными затратам на стимулирование в соответствующей детерминированной активной системе.

Рассмотрим одноэлементную вероятностную АС. Общепринятым в теории контрактов является следующий порядок функционирования [6]: центр выбирает функцию стимулирования и сообщает ее АЭ, элемент выбирает действие, реализуется состояние природы (a priori, и центр, и АЭ знают лишь распределение его вероятностей), определяющее совместно с действием АЭ конкретное значение результата его деятельности; затем, в зависимости от результата деятельности, определяются значения целевых функций центра и элемента.

Пересоглашение допускается в так называемой промежуточной (interim) фазе однопериодного контракта – когда действие уже выбрано, а результат деятельности еще не наблюдается. Фактически, центр должен предложить АЭ целое меню контрактов – каждый для определенного действия. Контракт является защищенным от пересоглашения, если он не перезаключается ни в одном из равновесий промежуточной стадии. Перезаключение контракта как бы страхует АЭ от последствий неблагоприятного для него результата деятельности, при "хорошем" действии [22, 40, 53].

Рассмотрим следующую модель. Ожидаемая полезность АЭ определяется выражением

$$f(y) = \int_{A_0} u(\sigma(z))\, p(z,y)dz - c(y), \qquad (2.4.1)$$

где $c(y)$ – затраты АЭ, а $u(\cdot)$ – его функция полезности, относительно которой вводятся, как правило, стандартные предположения: дважды непрерывная дифференцируемость, строгая вогнутость, $\lim\limits_{x \to \underline{\sigma}} u(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x \to \overline{\sigma}} u(x) = +\infty$, где $\underline{\sigma}$ и $\overline{\sigma}$, соответственно, верхняя и нижняя границы изменения функции стимулирования ($M = \{\sigma : \forall z \in A_0,\ \underline{\sigma} \leqslant \sigma(z) \leqslant \overline{\sigma}\}$) [40, 42]. Отметим, что в задачах стимулирования, рассматриваемых в теории активных систем, ограниченность стимулирования (функции полезности) играет принципиальную роль [3, 10, 26].

В одноэлементной задаче, в соответствии с принципом открытого управления [4, 7] (принципом выявления [64]), без потери общности можно считать, что в промежуточной стадии АЭ сообщает центру достоверную информацию. В многоэлементных системах, в общем случае, этот вывод не справедлив [4, 7].

Защищенным от перезаключения является контракт $\widetilde{\sigma}(z, y)$, принадлежащий множеству контрактов, удовлетворяющих условиям сообщения элементом в промежуточной стадии достоверной информации, условиям индивидуальной рациональности (выбираемое действие максимизирует ожидаемую полезность АЭ) и минимизирующий ожидаемые затраты на стимулирование [40].

Рассмотрим модель пересоглашения, следуя, в основном, [46], и попытаемся выяснить, какими преимуществами обладают системы стимулирования, предусматривающие возможность пересоглашения. Последовательность функционирования такова:

– центр и АЭ заключают начальный контракт;

– АЭ выбирает ненаблюдаемое для центра действие;

– центр получает от АЭ некоторую информацию о его действии;

– реализуется ненаблюдаемое участниками состояние природы;

– центр предлагает АЭ новый контракт (возможно пересоглашение);

– реализуется наблюдаемый центром результат деятельности АЭ, в соответствии с начальным или новым контрактом (в случае, если пересоглашение произошло) определяются полезности участников.

Пусть $A = A_0$ – произвольные компактные множества, принадлежащие конечномерному векторному пространству, $H(y)$ – функция ожидаемого дохода центра.

Если действие АЭ наблюдаемо, то имеем FB-случай (детерминированная задача). В силу неограниченности функции полезности, центр может реализовать любое действие.

В детерминированной задаче минимальные затраты на стимулирование по реализации действия $x \in A$ равны

$$(2.4.2) \qquad C_{\mathrm{FB}}(x) = u^{-1}\left(c(x) + \overline{U}\right),$$

где u^{-1} – функция, обратная функции полезности АЭ, $\overline{U}$ – минимальный уровень ожидаемой полезности, который центр обязан обеспечить АЭ [6, 8]. Действительно, выбирая функцию стимулирования

$$\sigma(y) = \begin{cases} u^{-1}\left(c(x) + \overline{U}\right), & y = x \\ \underline{\sigma}, & y \neq x \end{cases},$$

где $\underline{\sigma}$ – минимально возможное значение функции стимулирования, центр реализует действие $x \in A$ и обеспечивает АЭ полезность, в точности равную $\overline{U}$.

Теперь определим, какое действие АЭ наиболее выгодно для центра. Понятно, что центр выберет систему стимулирования, реализующую действие y^*, определяемое следующим образом:

$$(2.4.3) \qquad y^* = \arg\max_{y \in A}\left\{H(y) - u^{-1}\left(c(y) + \overline{U}\right)\right\},$$

то есть действие, максимизирующее разность между ожидаемым доходом центра и затратами на стимулирование [6].

Отметим, что в теории активных систем при решении детерминированных задач, в силу ограниченности функций стимулирования, используются условия, типа (2.4.3), в которых максимум ищется на множестве согласованных планов [4, 8].

Обозначим

$$\widetilde{y} = \arg\min_{y \in A} c(y),$$

действие с наименьшими затратами (least-cost action). Предположим, что $y^* \neq \widetilde{y}$, иначе задача стимулирования вырождается.

Если действие АЭ не наблюдается (SB-случай), то контракт реализует некоторое действие $\widehat{y}$, если

$$(2.4.4.) \qquad \mathrm{E}\, f(\widehat{y}) \geqslant \mathrm{E}\, f(y)\, \forall\, y \in A,$$

$$(2.4.5) \qquad \mathrm{E}\, f(\widehat{y}) \geqslant \overline{U}.$$

Возможность пересоглашения не изменяет эти условия. То есть достоинство контрактов с пересоглашением не в том, что они имеют более широкое множество реализуемых действий (в рамках моделей ТАС, на самом деле, при ограниченных функциях стимулирования, использование пересоглашения в одноэлементной модели расширяет множество согласованных планов). Их основное преимущество – снижение затрат на стимулирование по реализации фиксированного действия (эти затраты сводятся к (2.4.2)). Прокомментируем это утверждение.

Пусть необходимо реализовать некоторое действие $\widehat{y}$. Тогда в равновесии условие (2.4.5) должно быть существенным. В равновесии АЭ выберет действие $\widehat{y}$, и центр может предложить ему перезаключить исходный контракт на другой, в котором АЭ выбирает то же действие и получает ту же полезность, что и в исходном контракте, а затраты на стимулирование равны C_{FB}.

Таким образом, если действие элемента известно центру и он имеет возможность предложить перезаключить контракт, то множество реализуемых действий остается таким же, как и при отсутствии возможности пересоглашения, но любое действие реализуется с FB затратами [46].

Если $\forall y \in A$, $p(y) > 0$, то затраты на реализацию любого действия, кроме $\tilde{y}$, в SB-случае строго больше, чем в FB-случае [10, 42]. Значит в контрактах с пересоглашением значение целевой функции центра выше (а, следовательно, выше и эффективность механизма стимулирования), чем в контрактах без пересоглашения.

Содержательно, в контрактах с пересоглашением, в силу принципа открытого управления (в системе с одним АЭ для любого механизма существует механизм открытого управления не меньшей эффективности [4]), центр получает достоверную информацию о действиях, выбираемых элементом, и, следовательно, может стимулировать АЭ за действие, а не за случайный результат деятельности. Стимулирование в этом случае более эффективно, то есть повышение эффективности при использовании контрактов с пересоглашением происходит за счет получения центром достоверной информации о действиях элемента.

Приведенный результат позволяет сформулировать принцип защищенности от пересоглашения (renegotiation-proofness principle): в одноэлементной АС с вероятностной неопределенностью и возможностью пересоглашения без потери общности можно ограничиться рассмотрением контрактов без пересоглашения, так как все стороны могут включить результаты и последствия использования пересоглашения в первоначальный контракт [25, 55] (ср. с формулировкой и доказательством принципа выявления [7, 64]).

К сожалению, приведенный результат справедлив только в одноэлементных системах, так как в многоэлементных АС принцип выявления и утверждение о существовании для любого механизма эквивалентного механизма открытого управления не имеют места.

В ряде случаев удается редуцировать многоэлементную или динамическую задачу к одноэлементной и статической, соответственно, и воспользоваться принципом выявления. Если, например, в многоэлементной АС неизвестные центру характеристики АЭ взаимосвязаны параметрически, то вместо решения многоэлементной задачи – сбора информации от всех АЭ, центру достаточно получить оценку параметра, то есть задача становится "одноэлементной". Аналогичный эффект агрегирования имеет место и в некоторых динамических задачах, когда, например, параметрически определяется плановая траектория [5].

Если в многоэлементной системе на промежуточной фазе центр предлагает элементам независимые контракты, то, очевидно, на этот случай результат принципа защищенности от пересоглашения обобщается непосредственно. Если же предлагаемые центром к пересоглашению контракты взаимозависимы, то неманипулируемость такого механизма требует дополнительного исследования. Поэтому вопрос о том, обладает ли пересоглашение преимуществами в многоэлементных системах, в общем случае, на сегодняшний день остается открытым. По-видимому, это – задача будущих исследований.

Перспективным при исследовании контрактов с пересоглашением в многоэлементных системах представляется использование результатов теории реализуемости (см. ссылки в [7]). Представим себе, что один игрок не хочет, чтобы его партнер выбирал некоторую стратегию x. Он может заключить соглашение с третьей стороной, что если второй игрок выбирает стратегию x, то они выбирают наихудшую для всех стратегию (ср. с доказательствами необходимых и достаточных условий реализуемости механизма (см. ссылки в [7])). A priori, обоим игрокам это выгодно. А что делать, если второй игрок, несмотря ни на что, выбрал стратегию x? Использование наказания может оказаться никому не выгодным и все захотят пересмотреть соглашения. Соответствующий пример приведен в [29]. Если имеются несколько АЭ и они наблюдают действия друг друга, то достаточно широкий класс механизмов (но не любой механизм!) может быть реализован в случае, когда АЭ в промежуточной стадии посылают центру сообщения не только о себе, но и о других АЭ (всех или некоторых). При этом сообщение достоверной информации оказывается равновесием [7, 28, 56].

Отдельный класс моделей посвящен исследованию перезаключения контрактов в системах с асимметричной информированностью и сообщением информации. Например, учитель заключает с учениками договоренность ("контракт"), что они будут писать контрольную работу, скажем, во вторник. Это побуждает учеников хорошо учиться в понедельник. Во вторник и учителю, и ученикам, выгодно пересмотреть контракт и не писать контрольную (или перенести ее). Однако, если ученики будут иметь информацию о возможности такого "пересоглашения" (информацию имеет первоначально только учитель), то, вряд-ли, они будут усердно учиться в понедельник, то есть большую роль играет информация о возможности пересоглашения [30, 48, 78].

Выше мы рассматривали пересоглашение контрактов в однопериодной модели, хотя, конечно, стадия пересоглашения может рассматриваться и как отдельный период, поэтому контракты с пересоглашением относят, как правило, к динамическим контрактам. В идеальной экономике все участники должны были бы заключать долговременные контракты, учитывающие все будущие возможности. Однако наличие неопределенности и недостаточная информированность на практике приводят к тому, что долгосрочные контракты встречаются достаточно редко, так как трудно учесть все возможные будущие ситуации. В описанной выше модели АЭ сообщал информацию о своем действии, не зная, какова будет реализация состояния природы, т.е. в промежуточной стадии никто из игроков не имел большей информации о неопределенных факторах, чем первоначально. Новые задачи возникают в случае, когда игроки пересматривают условия взаимоотношений в динамике, по мере поступления новой информации (см., например, использование переоценки и прогноза в модели простого АЭ [5]). Некоторые частные модели, учитывающие эту возможность, рассмотрены в [24, 30, 70].

Теоретические результаты исследования пересоглашения контрактов нашли широкое применение в самых разных прикладных областях: трудовых контрактах [31], страховых контрактах [30], моделях покупки–продажи [44, 45] и др.

3. Многоэлементные задачи теории контрактов

Простейшим обобщением базовой одноэлементной модели является многоэлементная система с независимыми элементами. В этом случае задача стимулирования распадается на ряд одноэлементных задач [3, 5, 8]. Если ввести общие ограничения на механизм стимулирования, то получается задача стимулирования в системе со слабо связанными элементами, в которой решаются n параметрических одноэлементных задач, а задача поиска параметров решается стандартными методами условной оптимизации [10].

Если же активные элементы взаимосвязаны – существуют общие ограничения на множества допустимых состояний, планов, действий, если результат деятельности одного АЭ зависит, помимо его собственных действий, от действий других элементов или если стимулирование каждого АЭ зависит от результатов всех остальных, то получается "настоящая" многоэлементная задача стимулирования [6, 8 и др.]. Общих подходов к решению такого рода задач на сегодняшний день, к сожалению, не существует и исследованы они гораздо менее детально, чем базовая модель. В большинстве случаев частные модели многоэлементных систем основываются либо на непосредственном обобщении методов анализа одноэлементных систем (в этом случае вычислительная сложность катастрофически растет с увеличением числа

АЭ), либо на рассмотрении параметрически заданных классов, поиск оптимального решения в которых использует стандартную оптимизационную технику. Некоторые эффекты, обусловленные наличием большого числа АЭ и возникающие при рассмотрении активных систем с сообщением информации, приведены в [7].

В отличие от динамических активных систем, которые, как мы видели выше, качественно отличаются от статических, при переходе от базовой модели к многоэлементной, в большинстве случаев, кроме проблем вычислительного характера, не появляется, практически, никаких качественно новых эффектов (некоторые исключения из этой закономерности упомянуты ниже). Тем не менее, большинство реальных социально-экономических систем содержат большое число элементов, что обуславливает необходимость разработки и исследования адекватных им моделей.

Рассмотрим АС, состоящую из центра и двух активных элементов (модель может быть обобщена на случай любого конечного числа элементов). Обозначим множество возможных результатов i-го АЭ A_i^0, множество его возможных действий – A_i, $i = 1, 2$. Результат деятельности i-го АЭ $z_i(y_1, y_2, \theta_i)$ – зависит от действий обоих элементов (y_1, y_2) и случайной величины θ_i, $i = 1, 2$. Центру и элементам известно распределение вероятностей результатов деятельности при данных действиях

$$p(z_1, z_2 | y_1, y_2).$$

Ожидаемое значение целевой функции i-го АЭ равно

$$f_i(y_1, y_2, \sigma_i(\cdot)) = \int\limits_{z_1 \in A_1^0} \int\limits_{z_2 \in A_2^0} u_i(\sigma_i(z_i)) p(z_1, z_2 | y_1, y_2) dz_1 dz_2 - c_i(y_i), \quad i = 1, 2, \tag{3.1}$$

где σ_i – стимулирование i-го элемента; $c_i(y_i)$ – его затраты, u_i – функция полезности. Ожидаемое значение целевой функции центра представляет собой разность ожидаемого дохода, зависящего от действий, выбранных элементами, и ожидаемых затрат на стимулирование:

$$\begin{aligned} &\Phi(y_1, y_2, \sigma_1(\cdot), \sigma_2(\cdot)) = \\ &= H(y_1, y_2) - \int\limits_{z_1 \in A_1^0} \int\limits_{z_2 \in A_2^0} \{\sigma_1(z_1) + \sigma_2(z_2)\} p(z_1, z_2 | y_1, y_2) dz_1 dz_2. \end{aligned} \tag{3.2}$$

Задача центра заключается в поиске системы стимулирования, максимизирующей (3.2) при условии, что элементы выбирают равновесные по Нэшу действия (если равновесий несколько, то возникают дополнительные трудности – выгодное с точки зрения центра равновесие может доминироваться по Парето другим равновесием – более выгодным с точки зрения элементов [56]). Понятно, что в случае конечных допустимых множеств задача синтеза оптимального контракта может быть решена двухшаговым методом (поиск системы стимулирования, реализующей данную пару действий, на первом шаге и поиск оптимальной пары на втором) [6, 42, 49, 63]. Следует обратить внимание на схожесть многоэлементных и динамических задач ((3.1)–(3.2) и (2.3.1)–(2.3.2), соответственно). Рост вычислительной сложности в этих задачах с увеличением числа периодов и числа АЭ происходит примерно одинаково. Отличие заключается в том, что для динамических активных систем должен выполняться принцип причинности – результат и стимулирование в текущем периоде не могут зависеть от действий и результатов будущих периодов.

Приведенная выше постановка многоэлементной задачи теории контрактов является лишь одной из возможных. Стимулирование каждого АЭ может зависеть от результатов деятельности всех АЭ, а результат – только от его собственных действий, результаты могут быть стохастически независимы и т.д. – возможны самые разные варианты [6, 49, 63 и др.].

Интересно отметить, что динамические многоэлементные модели, получающиеся "объединением" задач (2.3.1)–(2.3.2) и (3.1)–(3.2), на сегодняшний день в литературе, практически, не исследованы.

Анализ условий оптимальности (условия Куна–Таккера и др.) на первом шаге решения многоэлементной задачи, иногда позволяет проводить качественный анализ зависимости оптимальной системы стимулирования от параметров модели (прогрессивность выплат, независимость выплат разным АЭ и т.д.) [49, 63]. Применение подхода первого порядка [6] в моделях трудовых контрактов с "многоэлементной" спецификой позволяет сделать некоторые качественные выводы о связи уровня занятости и номинальной зарплаты, вполне согласующиеся с соответствующими выводами макроэкономической теории [33, 58, 65].

4. Ранговые системы стимулирования

Особое место среди систем стимулирования в многоэлементных системах занимают ранговые системы стимулирования (rank-order tournaments). В рассмотренных выше моделях теории контрактов стимулирование каждого АЭ являлось функцией результата его деятельности и, быть может, результатов деятельности других элементов. В качестве класса допустимых функций стимулирования обычно рассматриваются классы непрерывных монотонных функций, кусочно-непрерывных ограниченных функций и т.д. Основным отличием ранговых систем стимулирования (РСС) является зависимость стимулирования каждого АЭ не от абсолютного значения результата его деятельности, а от места этого результата в упорядочении результатов всех АЭ или от сравнения результата с нормативом по принципу "больше–меньше", то есть от ранга элемента. Если центр в силу тех или иных причин не в состоянии строго упорядочить элементы по степени достижения целей (например, по степени выполнения плана), то он может ограничиться их упорядоченной классификацией, то есть произвести слабое упорядочение (weak ordering).

При использовании РСС АЭ разбиваются на классы по результатам деятельности и все элементы внутри одного класса стимулируются одинаково. Понятно, что в АС с большим числом элементов использование РСС может сильно упростить задачу стимулирования. Однако, возникает ряд вопросов – не снижаем ли мы эффективности, ограничиваясь классом ранговых систем стимулирования, как построить оптимальную РСС (найти оптимальное разбиение) и т.д.

РСС описывается кортежем

$$\sigma_r = (J, \ell, \sigma_1, \sigma_2 \ldots \sigma_J),$$

где J – число различных рангов (размерность РСС), $\ell : A_0 \to J$ – процедура классификации – правило, по которому тот или иной АЭ попадает в определенный класс $\left(A_0 = \prod_{i=1}^{n} A_i^0\right)$, σ_j – величина стимулирования, получаемого элементами, попавшими в j-й класс, $j = \overline{1, J}$.

Задача синтеза оптимальной ранговой системы стимулирования формулируется как задача поиска допустимой РСС (как правило, с ограниченным поощрением элементов), максимизирующей гарантированное (на множестве решений игры элементов) значение целевой функции центра [12].

Различают нормативные и соревновательные ранговые системы стимулирования. При использовании нормативной РСС существуют нормативы присвоения рангов элементов, то есть АЭ разбиваются на классы на основании сравнения их результатов деятельности (или некоторых показателей, являющихся монотонными функциями результатов) с нормативными значениями. Как правило, величина поощрения увеличивается с ростом ранга. В последнем случае говорят, что шкала поощрения прогрессивна.

Можно показать, что существует нормативная РСС, имеющая размерность не более n и являющаяся решением задачи синтеза оптимальной РСС [12]. Вопрос о соотношении эффективности "обычных" и ранговых систем стимулирования в общем случае остается открытым.

В соревновательных РСС центр задает процедуру сравнительной оценки эффективности АЭ, число классов, число мест (вакансий) в каждом классе и устанавливает поощрения в зависимости от класса. Элементы упорядочиваются по мере убывания показателей, являющихся монотонными функциями результатов деятельности. Первый ранг присваивается стольким элементам с максимальными значениями показателей, каково число вакансий в первом классе, далее – во втором и т.д. Иногда элементы, имеющие наинизший ранг, не поощряются вообще. Примеры построения различных РСС приведены в [12].

Разновидностью соревновательных РСС являются так называемые механизмы соревнования [5]. Место, занятое элементом в соревновании, определяется в зависимости от принятого им плана (предполагается, что принятые планы выполняются). Сложность исследования механизма соревнования заключается в том, что равновесия Нэша может не существовать (тогда решение игры необходимо определять исходя из некоторых разумных гипотез о поведении АЭ). При большом числе АЭ в некоторых частных моделях механизм соревнования имеет более высокую эффективность, чем "обычный" механизм стимулирования [5, 8].

Выше мы рассматривали РСС в детерминированных активных системах. Ранговые системы стимулирования в активных системах с неопределенностью (в основном, вероятностной) рассматривались в работах зарубежных авторов, к описанию основных результатов которых мы и переходим.

Если n элементов, неприемлющие риск, функционируют в условиях вероятностной неопределенности, причем состояние природы одинаково для всех, то вознаграждение, базирующееся только на ранге АЭ в упорядочении результатов их деятельности, иногда позволяет устранить (или, по крайней мере, снизить) влияние случайных факторов и более точно выделить собственно вклад самого элемента [62]. С точки зрения устранения неопределенности, РСС качественно близки к многоканальным механизмам и механизмам гибкого планирования [6]. Если же каждый АЭ имеет свою "собственную" неопределенность, слабо скоррелированную со случайными параметрами остальных АЭ, то, практически, вся "прелесть" соревновательных механизмов исчезает.

Если все АЭ одинаковы, то, предполагая, что РСС реализует некоторый симметричный вектор действий, можно найти вероятность того, что АЭ получит определенный номер в упорядочении результатов (турнире). Тогда для каждого турнира можно построить псевдотурнир – лотерею на множестве вознаграждений (лотереи для различных АЭ могут быть сконструированы независимо), причем с точки зрения АЭ псевдотурнир выглядит в точности, как турнир [56, 62]. Если функция общественной полезности [7] удовлетворяет условию слабой дополнительности [62] (для достаточно гладких функций это условие эквивалентно строгой отрицательности смешанной производной при любых значениях аргументов) и симметрична, то для любого турнира, реализующего симметричные действия, ожидаемая общественная полезность строго меньше, чем при соответствующем псевдотурнире.

В ряде случаев оказывается возможен переход от классической многоэлементной задачи теории контрактов к РСС. Например, в двухэлементной модели достаточным условием зависимости оптимальных выплат только от ранга АЭ является допустимость факторизации распределения (3.2.2) [63].

В общем случае, контракт в многоэлементной системе, в котором выигрыш каждого АЭ (например, зарплата в трудовых контрактах) зависит от результатов деятельности всех АЭ, имеет большую эффективность [8], чем контракт, в котором выигрыш каждого АЭ зависит только от собственного результата, или РСС [57]. Несмотря на то, что, в отличие от контрактов, в турнирах выплаты, соответствующие различным рангам, фиксированы заранее и не согласованы в смысле "расстояния" с результатом, в некоторых случаях оптимальные РСС могут иметь эффективность, равную эффективности контракта в вероятностной АС. Проиллюстрируем это утверждение следующим примером трудового контракта.

Рассмотрим двухэлементную систему, в которой результат деятельности каждого АЭ – аддитивная функция его собственного действия и внешней помехи. Если внешние помехи элементов являются независимыми одинаково распределенными величинами, то понятно, что, нанимая разных рабочих, фирма тем самым диверсифицирует риск. Пусть σ_1 – фиксированная зарплата победителя турнира, σ_2 – побежденного. Еще раз подчеркнем, что "расстояние" между результатами победителя и побежденного не влияет на зарплату (в случае одинаковых результатов победитель определяется в соответствии с заранее оговоренным правилом).

Зафиксируем (σ_1, σ_2) и определим, какие действия выберут элементы. Предположим, что цель центра – получение ненулевого дохода. Тогда найдем допустимую пару (σ_1^*, σ_2^*), максимизирующую ожидаемую полезность АЭ, при условии, что ожидаемый доход центра равен нулю. Анализируя целевые функции АЭ, можно прийти к выводу, что РСС дает в рассматриваемой модели то же распределение полезностей, что и обычный контракт [54, 57].

В то же время, если элементы перед выбором действия получают сигнал s о состоянии природы θ и им известно распределение вероятностей $\mathfrak{F}(s, \theta)$ состояния природы при данном сигнале, то при $n \geqslant 2$ существует распределение $\mathfrak{F}$ такое, что для любого турнира найдется контракт, доминирующий его [41]. Отметим, что модель с "дополнительными" сигналами включает базовую модель теории контрактов как частный случай.

5. Заключение

Таким образом, в настоящем обзоре описаны основные результаты теории контрактов по исследованию динамических и многоэлементных задач стимулирования в сравнении с соответствующими результатами теории активных систем. Переход от базовой статической одноэлементной системы к ее динамическому расширению приводит к появлению ряда качественно новых, обусловленных именно динамикой, эффектов. Многоэлементные расширения базовой модели теории контрактов, исследуемые до сегодняшнего дня, как правило, за редким исключением (см. выше), не отличались новыми эффектами.

Перспективным представляется перенесение и обобщение некоторых подходов и методов теории активных систем на динамические модели теории контрактов, в частности – на контракты с пересоглашением; теоретическое и прикладное исследование ранговых систем стимулирования, как в детерминированных системах, так и в АС с неопределенностью, а также изучение многоэлементных динамических АС с неопределенностью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Андреев С. П.* Синтез процедур адаптивной идентификации моделей ограничений активных элементов / Механизмы управления социально-экономическими системами. М.: Институт проблем управления, 1988. С. 32–36.
2. *Андреев С. П.* Синтез оптимальных в одном классе адаптивных механизмов функционирования активных систем // АиТ. 1985. № 12. С. 72–78.

3. *Ашимов А. А., Бурков В. Н., Джапаров Б. А., Кондратьев В. В.* Согласованное управление активными производственными системами. М.: Наука, 1986.
4. Большие системы: моделирование организационных механизмов / Бурков В. Н., Данев Б., Еналеев А. К. и др. Ин-т проблем управления. М.: Наука, 1989.
5. *Бурков В. Н.* Основы математической теории активных систем. М.: Наука, 1977.
6. *Бурков В. Н., Еналеев А. К., Новиков Д. А.* Механизмы стимулирования в вероятностных моделях социально-экономических систем // АиТ. 1993. № 11. С. 3–30.
7. *Бурков В. Н., Еналеев А. К., Новиков Д. А.* Механизмы функционирования социально-экономических систем с сообщением информации // АиТ. 1996. № 3. С. 3–25.
8. *Бурков В. Н., Кондратьев В. В.* Механизмы функционирования организационных систем. М.: Наука, 1981.
9. *Бурков В. Н., Кондратьев В. В., Цыганов В. В., Черкашин А. М.* Теория активных систем и совершенствование хозяйственного механизма. М.: Наука, 1984.
10. *Бурков В. Н., Новиков Д. А.* Оптимальные механизмы стимулирования в активной системе с вероятностной неопределенностью. II // АиТ. 1995. № 10. С. 121–126.
11. *Жвания В. В.* К вопросу получения достаточных условий оптимальности правильных механизмов функционирования активных систем с динамикой модели ограничений // АиТ. 1986. № 2. С. 160–163.
12. *Цыганов В. В.* Адаптивные механизмы в отраслевом управлении. М.: Наука, 1991.
13. *Щепкин А. В.* Динамические активные системы с дальновидными элементами. I. Динамическая модель активной системы // АиТ. 1986. № 10. С. 89–94.
14. *Щепкин А. В.* Динамические активные системы с дальновидными элементами. II. Дальновидность активных элементов в динамических моделях // АиТ. 1986. № 11. С. 82–94.
15. *Abreu D., Milgrom P., Pearce D.* Information and timing in repeated partnership // Econometrica. 1991. V. 59. № 6. P. 1713–1733.
16. *Abreu D., Dutta P., Smith L.* The Folk theorem for repeated games: a NEU condition // Econometrica. 1994. V. 62. № 4. P. 939–948.
17. *Abreu D.* On the theory of infinitely repeated games with discounting // Econometrica. 1988. V. 56. № 2. P. 383–396.
18. *Abreu D., Pearce D., Starcetti E.* Toward a theory of discounted repeated games with imperfect monitoring // Econometrica. 1990. V. 58. № 5. P. 1041–1063.
19. *Allen F.* Credit rationing and payment incentives // Review of economic studies. 1983. V. 50. № 4. P. 639–646.
20. *Atkinson A. A., Neave E. H.* An incentive scheme with desirable multiperiod properties // INFOR. 1983. V. 21. № 1. P. 76–83.
21. *Baron D., Besanko D.* Commitment and fairness in a dynamic regulatory relationship // Rev. of Econ. St. 1987. V. 54. № 3. P. 413–436.
22. *Beaudry P., Poitevin M.* Signaling and renegotiation in contractual relationships // Econometrica. 1993. V. 61. № 4. P. 745–781.
23. *Benoit J.-P., Krishna V.* Finitely repeated games // Econometrica. 1985. V. 53. № 4. P. 905–922.
24. *Benoit J.-P., Krishna V.* Renegotiation in finitely repeated games // Econometrica. 1993. V. 61. № 2. P. 303–323.
25. *Bolton P.* Renegotiation and the dynamics of contract design // European Economic Review. 1990. V. 34. № 2/3. P. 303–310.
26. *Burkov V. N., Enaleev A. K.* Stimulation and decision-making in the active systems theory: review of problems and new results // Math. Soc. Sci. 1994. V. 27. P. 271–291.
27. *Crawford V. P.* Long-term relationships governed by short-term contracts // AER. 1988. V. 78. № 2. P. 485–499.
28. *Demski J. S., Sappington D.* Optimal incentive contracts with multiple agents // J. of Econ. Theory. 1984. V. 33. № 1. P. 152–171.
29. *Dewatripont M.* Commitment through renegotiation-proof contracts with third parties // Review of economic studies. 1988. V. 55. № 3. P. 377–389.
30. *Dewatripont M., Maskin E.* Contract renegotiation in models of asymmetric information // European Economic Review. 1990. V. 34. № 2/3. P. 311–321.

31. *Dewatripont M.* Renegotiation and information revelation over time: the case of optimal labor contracts // Quarterly Journal of Economics. 1989. V. 104. № 3. P. 589–619.
32. *Evans G.* Sequential bargaining with correlated values // Review of economic studies. 1989. V. 56. № 4. P. 499–510.
33. *Farmer R.* Implicit contracts with asymmetric information and bankruptcy: the effect of interest rates on layoffs // Review of economic studies. 1985. V. 52. № 3. P. 427–442.
34. *Fellingham J. C., Newman D. P., Suh Y. S.* Contracts without memory in multiperiod agency models // J. of Econ. Theory. 1985. V. 37. № 2. P. 340–355.
35. *Fudenberg D., Holmstrom B., Milgrom P.* Short–term contracts and long–term agency relationship // J. of Econ. Theory. 1990. V. 52. № 1. P. 194–206.
36. *Fudenberg D., Kreps D.* Reputation in the simultaneous play of multiple opponents // Review of economic studies. 1987. V. 54. № 4. P. 541–568.
37. *Fudenberg D., Levine D., Maskin E.* The Folk theorem with imperfect public information // Econometrica. 1994. V. 62. № 5. P. 997–1039.
38. *Fudenberg D., Maskin E.* The Folk theorem in repeated games with discounting or with incomplete information // Econometrica. 1986. V. 54. № 3. P. 533–554.
39. *Fudenberg D., Tirole J.* Sequential bargaining with incomplete information // Rev. of Econ. St. 1983. V. 50. № 2. P. 221–247.
40. *Fudenberg D., Tirole J.* Moral hazard and renegotiation in agency contracts // Econometrica. 1990. V. 58. № 6. P. 1279–1319.
41. *Green J., Stokey N.* A comparison of tournaments and contracts // Journal of Political Economy. 1983. V. 91. № 3. P. 349–364.
42. *Grossman S., Hart O.* An analysis of the principal–agent problem // Econometrica. 1983. V. 51. № 1. P. 7–45.
43. *Harris M., Holmstrom B.* A theory of wage dynamics // Rev. of Econ. St. 1982. V. 49. № 2. P. 315–333.
44. *Hart O. D., Moore J.* Incomplete contracts and renegotiation // Econometrica. 1988. V. 56. № 4. P. 755–785.
45. *Hart O. D., Tirole J.* Contract renegotiation and Coasian dynamics // Rev. of Econ. St. 1988. V. 55. № 4. P. 509–540.
46. *Herman B. E., Katz M. L.* Moral hazard and verifiability: the effects of renegotiation in agency // Econometrica. 1991. V. 59. № 6. P. 1735–1753.
47. *Holmstrom B.* Equilibrium long–Term labor contracts // Quarterly Journal of Economics. 1983. V. 98. № 3. Supplement. P. 23–54.
48. *Holmstrom B., Myerson R.* Efficient and durable decision rules with incomplete information // Econometrica. 1983. V. 51. № 6. P. 1799–1819.
49. *Itoh H.* Incentives to help in multi–agent situations // Econometrica. 1991. V. 59. № 3. P. 611–636.
50. *Kreps D., Wilson R.* Sequential equilibria // Econometrica. 1982. V. 50. № 4. P. 863–894.
51. *Kydland F., Prescott E.* Rules rather than discretion: the inconsistency of optimal plans // Journal of Political Economy. 1977. V. 85. № 3. P. 473–491.
52. *Laffont J.-J., Tirole J.* The dynamics of incentive contracts // Econometrica. 1988. V. 56. № 1. P. 7–29.
53. *Lambert R. A.* Long–term contracts and moral hazard // Bell J. of Econ. 1983. V. 14. № 3. P. 441–452.
54. *Lasear E., Rosen S.* Rank–order tournaments as optimal labor contracts // J. of Political Econ. 1981. V. 89. № 5. P. 841–864.
55. *Ma C.* Renegotiation and optimality in agency contracts // Review of Economic Studies. 1994. V. 61. № 1. P. 109–129.
56. *Ma C.* Unique implementation of incentive contracts with many agents // Rev. of Econ. St. 1988. V. 55. № 184. P. 555–572.
57. *Malcomson J.* Rank–order contracts for a principal with many agents // Rev. of Econ. St. 1986. V. 53. № 5. P. 807–817.
58. *Malcomson J.* Work Incentives, hierarchy and internal labor market // Journal of Political Economy. 1984. V. 92. № 3. P. 486–507.
59. *Malcomson J. M., Spinnewyn F.* The multiperiod principal–agent problem // Rev. of Econ. St. 1988. V. 55. № 3. P. 391–408.

60. *Malueg D. A.* Efficient outcomes in a repeated agency model with discounting // J. of Math. Econ. 1986. V. 15. № 3. P. 217–230.
61. *Matsushima H.* Efficiency in repeated games with imperfect monitoring // Journal of Economic Theory. 1989. V. 98. № 2. P. 428–442.
62. *Meyer M., Mookherjee D.* Incentives, compensation and social welfare // Review of economic studies. 1987. V. 54. № 2. P. 209–226.
63. *Mookherjee D.* Optimal incentive schemes with many agents // Rev. of Econ. St. 1984. V. 51. № 3. P. 433–446.
64. *Myerson R.* Optimal coordination mechanisms in generalized principal–agent problems // J. of Math. Econ. 1982. V. 10. № 1. P. 67–81.
65. *Phelan C.* Incentives and aggregate shocks // Review of Economic Studies. 1994. V. 61. № 4. P. 681–700.
66. *Radner R.* Monitoring cooperative agreements in a repeated principal–agent relationship // Econometrica. 1981. V. 49. № 5. P. 1127–1148.
67. *Radner R.* Repeated partnership games with imperfect monitoring and no discounting // Review of economic studies. 1986. V. 53. № 1. P. 43–58.
68. *Radner R., Myerson R., Maskin E.* An example of a repeated partnership game with discounting and with uniformly inefficient equilibria // Rev. of Econ. St. 1986. V. 53. № 1. P. 59–69.
69. *Radner R.* Repeated principal–agent games with discounting // Econometrica. 1985. V. 53. № 5. P. 1173–1198.
70. *Rey P., Salanie B.* Long–term, short–term and renegotiation: on the value of commitment in contracting // Econometrica. 1990. V. 58. № 3. P. 597–619.
71. *Riordan M., Sappington D.* Commitment in procurement contracting // Scand. J. of Econ. 1988. V. 90. № 3. P. 357–372.
72. *Rogerson W.* Repeated moral hazard // Econometrica. 1985. V. 53. № 1. P. 69–76.
73. *Rubinstein A., Yaari M. E.* Repeated insurance contracts and moral hazard // J. of Econ. Theory. 1983. V. 30. № 1. P. 74–87.
74. *Selten R.* Reexamination of the perfectness concept for equilibrium points in extensive games // International Journal of Game Theory. 1975. V. 4. № 1. P. 22–55.
75. *Spear S. S., Srivastava S.* On repeated moral hazard with discounting // Rev. of Econ. St. 1987. V. 54. № 4. P. 599–617.
76. *Taylor J.* Aggregate dynamics and staggered contracts // Journal of Political Economy. 1980. V. 88. № 1. P. 1–23.
77. *Thomas J., Worral T.* Self–enforcing wage contracts // Rev. of Econ. St. 1988. V. 55. № 4. P. 541–554.
78. *Tirole J.* Procurement and renegotiation // Journal of Political Economy. 1986. V. 94. № 2. P. 235–259.
79. *Townsend R.* Optimal multiperiod contracts and the gain from enduring relationships under private information // Journal of Political Economy. 1982. V. 90. № 6. P. 1166–1186.
80. *Wen Q.* The “Folk Theorem” for Repeated Games with Complete Information // Econometrica. 1994. V. 62. № 4. P. 949–954.

Поступила в редакцию 01.04.96