

**Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН**

УПРАВЛЕНИЕ БОЛЬШИМИ СИСТЕМАМИ

Выпуск 22

Сентябрь 2008

**СБОРНИК
ТРУДОВ**

ISSN 1819-2467

Регистрационный номер Эл №ФС77-27285 от 22.02.2007

Москва – 2008

www.mtas.ru

ИНТЕРНЕТ-сайт теории управления организационными системами

Целью сайта является предоставление специалистам по теории и практике управления организационными системами (ученым, преподавателям, аспирантам, студентам, а также реальным управленцам) доступа к ресурсам, отражающим современное состояние теории и возможности обмена идеями и результатами.



На сайте имеются разделы:

Теория – с обзором теории управления организационными системами, глоссарием, информацией для аспирантов;

Практика – с обзором результатов внедрения механизмов управления в реальных организациях;

Библиография – около 2500 публикаций по теории управления, снабжена классификатором и аннотациями;

Электронная библиотека – более 600 полнотекстовых монографий, статей и учебных пособий;

а также многое другое.

На сайте работает **форум**, на котором можно обсудить вопросы, относящиеся к математике, экономике, управлению организациями, узнать новости теории управления и ознакомиться с планируемыми конференциями и семинарами.

НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ЦЕНТРЫ (НОЦ) – НОВАЯ ФОРМА СЕТЕВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

НОЦ создаются на базе ВУЗов в целях объединения усилий и ресурсов ИПУ РАН и ВУЗов для:

- подготовки, переподготовки и повышения квалификации специалистов по теории и практике управления;
- проведения фундаментальных и прикладных научных исследований на основе грантов и договоров с заказчиками, федеральных и региональных научных программ и проектов;
- организации стажировок и обучения молодых ученых;
- проведения конкурсов по теории управления и приложениям;
- организации конференций и других научных мероприятий;
- осуществления издательской деятельности и т.д.

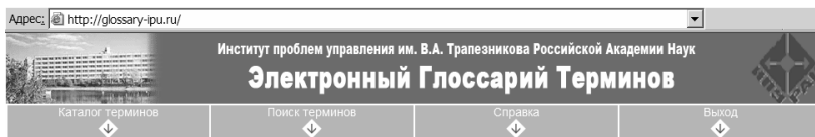
На сегодняшний день успешно функционируют:

- Волгоградский научно-образовательный центр проблем управления (на базе ВолГУ)
- Воронежский научно-образовательный центр проблем управления (на базе ВГАСУ)
- Казанский научно-образовательный центр проблем управления (на базе КГТУ)
- Инновационный научно-образовательный центр (на базе МАИ)
- Инновационный научно-образовательный центр (на базе МВТУ)
- Липецкий научно-образовательный центр проблем управления (на базе ЛГТУ)
- Самарский научно-образовательный центр проблем управления (на базе СГАУ)
- Старооскольский научно-образовательный центр проблем управления (на базе СТИ).
- Тверской научно-образовательный центр проблем управления (на базе ТГТУ)
- Удмуртский научно-образовательный центр проблем управления (на базе УдГУ)

Сборник трудов «Управление большими системами» выпускается ИПУ РАН совместно с этими НОЦ.

Приглашаем к сотрудничеству!

glossary-ipu.ru



Глоссарий - это комплексное введение в какую-либо тему. Он состоит из статей, в которых дается определение терминов и ссылки, по которым можно найти углубленное раскрытие темы. Своими статьями в совокупности глоссарий описывает ту или иную область знаний, в данном случае - это проблемы теории управления и ее приложений.

Задача сайта **glossary-ipu.ru** и, в частности, глоссария - дать возможность специалистам в области проблем управления лучше и правильно понимать друг друга. Это не означает единообразия в понимании той или иной проблемы, но сама она и ее решение должно быть описано в терминах, одинаково понятых всеми заинтересованными специалистами.

Каждый автор или группа по интересам может претендовать на свое понимание того или иного термина. Поэтому соответствующий раздел статьи глоссария может иметь несколько определений, которые заносятся туда после определенной процедуры согласования, выполняемой модератором рубрики.

Просмотр статей глоссария доступен любому пользователю. При желании Вы можете стать автором, предварительно пройдя регистрацию и получив разрешение модератора рубрики.

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова

**УПРАВЛЕНИЕ
БОЛЬШИМИ
СИСТЕМАМИ**

СБОРНИК ТРУДОВ

Выпуск 22

Москва – 2008

Управление большими системами / Сборник трудов. Выпуск 22. М.: ИПУ РАН, 2008. – 232 с.

Дата опубликования: 30.09.2008.

КООРДИНАЦИОННЫЙ СОВЕТ

Академики РАН: Васильев С.Н., Емельянов С.В., Коровин С.К., Федосов Е.А., Черноусько Ф.Л. Члены-корреспонденты РАН: Желтов С.Ю., Каляев И.А., Пархоменко П.П., Попков Ю.С. Д-ра. техн. наук: Бутковский А.Г., Дорофеев А.А., Кузнецов О.П., Кульба В.В., Кротов В.Ф., Лотоцкий В.А., Павлов Б.В., Поляк Б.Т., Рутковский В.Ю.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор: Новиков Д.А. **Ответственный секретарь:** Губко М.В. Алескеров Ф.Т. (ГУ ВШЭ), Артамонов Е.И. (ИПУ РАН), Афанасьев В.Н. (МИЭМ), Бахтадзе Н.Н. (ИПУ РАН), Бурков В.Н. (ИПУ РАН), Вишневский В.М. (ИППИ РАН), Добровидов А.В. (ИПУ РАН), Заложнев А.Ю. (ИПУ РАН), Земляков С.Д. (ИПУ РАН), Ириков В.А. (МФТИ), Калянов Г.Н. (ИПУ РАН), Касаткин С.И. (ИПУ РАН), Каравай М.Ф. (ИПУ РАН), Кононенко А.Ф. (ВЦ РАН), Курдюков А.П. (ИПУ РАН), Лебедев В.Г. (ИПУ РАН), Лебедев В.Н. (ИПУ РАН), Мандель А.С. (ИПУ РАН), Нижегородцев Р.М. (ИПУ РАН), Новосельцев В.Н. (ИПУ РАН), Орлов А.И. (МВТУ), Петрикевич Я.И. (ИПУ РАН), Рапопорт Л.Б. (ИПУ РАН), Рыков А.С. (МИСИС), Сидельников Ю.В. (МАИ), Совлуков А.С. (ИПУ РАН), Уткин В.А. (ИПУ РАН), Хоботов Е.Н. (МВТУ), Чеботарев П.Ю. (ИПУ РАН), Чхартишвили А.Г. (ИПУ РАН), Щербаков П.С. (ИПУ РАН).

РЕГИОНАЛЬНЫЕ РЕДАКЦИОННЫЕ СОВЕТЫ

Волгоград – Воронин А.А. (ВолГУ), Лосев А.Г. (ВолГУ); **Воронеж** – Баркалов С.А. (ВГАСУ), Головинский П.А. (ВГАСУ), Подвальный С.Л. (ВГТУ); **Ижевск** – Непейвода Н.Н. (УдмГУ), Родионов В.И. (УдмГУ); **Иркутск** – Бычков И.В., Лакеев А.В. (ИДСТУ СО РАН); **Казань** – Маликов А.И., Сиразетдинов Р.Т. (КГТУ-КАИ); **Липецк** – Кузнецов Л.А. (ЛГТУ), Погодаев А.К. (ЛГТУ); **Самара** – Богатырев В.Д. (СГАУ), Засканов В.Г. (СГАУ); **Санкт-Петербург** – Петросян Л.А. (СПбГУ), Фрадков А.Л. (ИПИМ РАН); **Старый Оскол** – Еременко Ю.И. (СТИ); **Тверь** – Кузнецов В.Н. (ТГТУ), Палюх Б.В. (ТГТУ).

Адрес редакции: 117997, г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 65. Адрес в Интернет – ubs.mtas.ru.

С 2006 года сборник зарегистрирован как электронное научное издание (ЭНИ) за номером № 0420600023. Публикация в ЭНИ учитывается при защите диссертации при указании номера ЭНИ и идентификационного номера публикации, присваиваемых НТЦ «Информрегистр» (www.infoforeg.ru).

© ИПУ РАН, 2008

СОДЕРЖАНИЕ

Системный анализ

- Васильев С. Н., Батурин В. А., Баянова Т. О.**
Многокритериальное принятие решений, основанное на получении оценочной функции в виде полинома третьего порядка..... 5
- Виноградов Г. П., Мальков А. А.**
Модели поиска структур данных на основе конкуренции и кооперации..... 21
- Юдицкий С. А., Владиславлев П. Н.**
Анализ и балансировка процессов исполнения ролей субъектами организационных систем 33

Математическая теория управления

- Булдаев А. С., Трунин Д. О.**
Метод нелокального улучшения в полиномиальных задачах оптимального управления с терминальными ограничениями 51

Анализ и синтез систем управления

- Чечурин Л. С.**
Метод гармонической стационаризации и оценка робастности периодически нестационарных систем управления..... 70
- Шубладзе А. М., Попадько В. Е., Якушева А. А., Кузнецов С. И.**
Исследование оптимальных по степени устойчивости решений при ПИД управлении. Часть 1..... 86

Информационные технологии в управлении

- Гурьянов В. И.**
Многоагентная модель среды поддержки программного продукта для систем со слоистой архитектурой..... 101
- Иванчиков Е. Л.**
Особенности компьютерного ранжирования стратегий управления в социальных системах..... 119

Управление в социально-экономических системах

- Бурков В.Н. , Исаков М.Б. , Коргин Н.А.**
Об эквивалентном прямом механизме для задачи активной экспертизы на строго выпуклом компакте..... 134
- Золотова Т. В.**
Анализ противоречивых ситуаций в задачах планирования природоохранной деятельности..... 149
- Мишин С. П.**
Модель оптимального стимулирования менеджеров многоуровневой организации в условиях неопределенности..... 168

Управление техническими системами и технологическими процессами

- Жигульский К. В., Кравец О. Я., Соляник А. И.**
Проектный подход к построению структурной модели распределенного предприятия..... 207

Управление подвижными объектами и навигация

- Андрюченко А. Я. , Тропова Е. И.**
Модели нештатных ситуаций в работе бортовых систем управления: частный опыт использования моделей при оценивании надежности выведения на орбиту..... 223

УДК 519.816+519.852.67
ББК 22.18

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЕ ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ, ОСНОВАННОЕ НА ПОЛУЧЕНИИ ОЦЕНОЧНОЙ ФУНКЦИИ В ВИДЕ ПОЛИНОМА ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА¹

Васильев С. Н.²

*(Учреждение Российской академии наук
Институт проблем управления РАН, Москва)*

Батурин В. А.³

*(Учреждение Российской академии наук
Институт динамики систем и теории управления
СО РАН, Иркутск)*

Баянова Т. О.⁴

*(Учреждение Российской академии наук
Отдел региональных экономических исследований
при Президиуме Бурятского научного центра СО РАН,
Улан-Удэ)*

Приведены некоторые результаты исследования в области многокритериального принятия решений. Оценочная функция для ранжирования альтернатив представлена в виде полинома третьего порядка. В качестве примера рассмотрена задача получения рейтинговых оценок преподавателей для принятия решений о стимулировании их труда.

¹ Работа выполнена при поддержке Гранта президента РФ (№НШ – 1676.2008.1), Междисциплинарного интеграционного проекта СО РАН № 40.

² Станислав Николаевич Васильев, доктор физико-математических наук, академик РАН (Москва, ул. Профсоюзная, 65, тел. (495) 334-89-10).

³ Владимир Александрович Батурин, доктор физико-математических наук, профессор (rozen@icc.ru).

⁴ Туяна Очировна Баянова, младший научный сотрудник (bayanova5@rambler.ru).

Ключевые слова: многокритериальное принятие решений, оценочная функция, рейтинг, нелинейная свертка.

1. Введение

Задачи многокритериального принятия решений на сегодняшний день можно встретить в любой предметной области. В качестве альтернативных вариантов решений могут выступать различные конкурирующие объекты: проекты, сценарии, системы, виды продукции и т. д. Выбор той или иной методики зависит от объема и типа исходной информации, доступной для анализа.

В данной работе рассматривается класс задач многокритериального принятия решений в условиях определенности, когда выбор (или упорядочивание) альтернатив осуществляется одним лицом (экспертом). При этом критерии, по которым оцениваются альтернативы, должны быть независимыми друг от друга и иметь количественные оценки по всему множеству альтернатив. Эксперт или лицо, принимающее решение (ЛПР), должен быть в состоянии оценить некоторые пары альтернатив по предпочтительности или эквивалентности.

Одним из хорошо известных и широко используемых подходов к количественному упорядочению альтернатив является построение некоторой оценочной функции, каковой выступает, например, линейная или мультипликативная свертка частных критериев предпочтительности альтернативных решений. Обычными существенными недостатками методов такого подхода являются необходимость назначения коэффициентов значимости (весов) частных критериев предпочтительности, неограниченная компенсируемость плохих оценок по одним критериям высокими оценками по другим, невозможность учета взаимного влияния факторов и некоторые другие [3, 4].

В работе [1] был предложен метод, в котором оценочная функция строится в классе полиномов второго порядка. Этот метод показал свою эффективность и преимущества по сравне-

нию с линейным случаем; прикладные аспекты этого метода отражены в работе [2]. В данной статье предлагается метод, свободный от основных недостатков и обеспечивающий построение оценочной функции в виде полинома третьего порядка.

Конечно, нельзя ожидать значительного эффекта от применения полинома третьего порядка. Здесь уместна аналогия с применением методов решения экстремальных задач: на первом этапе применяются градиентные методы, а решение уточняется методами ньютоновского типа. Применение полиномов третьего порядка можно рассматривать как методику уточнения полученных результатов другими схемами, хотя и без их применения использование полиномов третьего порядка имеет самостоятельный интерес и значение.

2. Постановка задачи

Рассматривается классическая задача многокритериального принятия решений.

Пусть $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ – множество альтернативных вариантов решений, $f: X \rightarrow R^m$ – векторный критерий предпочтительности альтернатив, каждая компонента которого $f_j: X \rightarrow R^1$ суть количественная оценка предпочтительности по j -ому частному критерию. Тогда $f(x_i) = (f_1(x_i), f_2(x_i), \dots, f_m(x_i))$ – векторная оценка i -той альтернативы по m критериям, $i = 1, \dots, n$.

Обозначим через $v(x_i) = (v_1(x_i), v_2(x_i), \dots, v_m(x_i)) \in [0, 1]^m$, $i = 1, \dots, n$, вектор нормированных оценок для i -той альтернативы по вектору критериев f . Для нормировки критериев зададим следующее отображение

$$(1) \quad v_j(x_i) = \frac{f_j(x_i) - f_j^{\min}}{f_j^{\max} - f_j^{\min}}, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m,$$

где $f_j^{\min} = \min \{f_j(x_1), \dots, f_j(x_n)\}$, $f_j^{\max} = \max \{f_j(x_1), \dots, f_j(x_n)\}$.

При этом будем считать, что большее значение предпочтительнее.

Требуется: построить решающее правило, на основе которого ЛПР сможет упорядочить альтернативы. В виде такого решающего правила будем рассматривать оценочную функцию $\varphi: [0, 1]^m \rightarrow [0, 1]$, позволяющую получить соответствующие оценки альтернатив $\varphi(v(x_i)) = \varphi(v_1(x_i), v_2(x_i), \dots, v_m(x_i))$, $i = 1, \dots, n$, ранжирующие альтернативы по предпочтительности: большее значение оценки соответствует большей предпочтительности.

3. Построение функции эффективности

В [1] было предложено рассматривать оценочную функцию в классе линейно-квадратичных полиномов (полиномов второго порядка):

$$(2) \quad \varphi(v) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i v_i + \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \geq i}}^m \alpha_{ij} v_i v_j,$$

где α_0 , α_i , α_{ij} не запрашиваются у эксперта (или ЛПР), а вычисляются на основе информации о некоторых нетривиальных попарных сравнениях альтернатив по предпочтительности. Разумеется, предполагается, что эксперт в состоянии сравнить попарно лишь некоторые из альтернатив отношениями “ \sim ” – эквивалентно, “ \succ ” – не хуже, “ \prec ” – не лучше. Нетривиальность сравнения состоит в умении сопоставить по предпочтительности две альтернативы x_k и x_l с такими векторными критериальными оценками $v(x_k)$ и $v(x_l)$, когда $v(x_k)$ не доминирует над $v(x_l)$ по всем компонентам; иначе говоря, не идет речи о сравнении в тривиальной ситуации, когда $v_j(x_k) \geq v_j(x_l) \quad \forall j = 1, \dots, m$ и ясно, что альтернатива x_k лучше, чем x_l , если справедливо дополнительное условие $\exists j \in 1, \dots, m, v_j(x_k) > v_j(x_l)$, или эквивалента альтернативе x_l в противном случае. Задача отыскания коэффициентов функции φ сводится к решению вспомогательной задачи линейного программирования.

Ряд решенных практических задач показал, что для получения удовлетворительных результатов было достаточно 3-4

процедуры уточнения коэффициентов функции (2). В данной работе исследуется возможность и целесообразность распространения этих результатов на полиномы третьего порядка

$$(3) \quad \varphi(v) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i v_i + \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \geq i}}^m \alpha_{ij} v_i v_j + \sum_{\substack{i,j,k=1 \\ k \geq j \geq i}}^m \alpha_{ijk} v_i v_j v_k.$$

Общее количество коэффициентов, подлежащих отысканию, равно $m(m^2 + 6m + 11)/6$, где m – число критериев, по которым оцениваются альтернативы (здесь не учитывается α_0 , так как оно известно: $\alpha_0 = 0$ в силу нормировки значений функции φ : $\varphi(0, \dots, 0) = 0$).

Рассмотрим алгоритм отыскания коэффициентов функции (3).

Задача отыскания коэффициентов для (3) по сравнению с (2) в вычислительном отношении существенно усложняется, поскольку требование монотонности φ по v_j , т. е. неотрицательности производной по v_j , используемое в [1], порождает нелинейные ограничения. Это значит, что вспомогательная задача, о которой говорилось выше, превращается в задачу нелинейного программирования.

Чтобы избежать этого, сузим класс рассматриваемых задач до таких, где выполняется условие выпуклости или вогнутости функции φ по каждому аргументу v_j . В случае выпуклости функции имеем ограничения линейного вида

$$(4) \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial v_i^2} = 2\alpha_{ii} + 6\alpha_{iii}v_i + 2 \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^m \alpha_{ij} v_j \geq 0, \quad i = 1, \dots, m.$$

Это условие выражает увеличение темпов роста значений оценочной функции φ при одновременном росте значений вектора v по всем компонентам.

В случае вогнутости функции ограничения примут вид

$$(5) \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial v_i^2} = 2\alpha_{ii} + 6\alpha_{iii}v_i + 2 \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^m \alpha_{ij} v_j \leq 0, \quad i = 1, \dots, m,$$

что означает замедление темпов роста значений оценочной функции при росте значений оценок альтернатив по критериям.

Первый случай (с условием (4)) применим для получения более высоких рейтинговых оценок лидирующими альтернативами, имеющими по всем критериям достаточно высокие оценки. Второй случай (с условием (5)) представляет собой стимулирование отстающих альтернатив и сдерживание лидеров. Система построения рейтинговых оценок в том или другом случае аналогична прогрессивной и регрессивной системам стимулирования труда соответственно. При этом решать, к какому случаю относится та или иная задача, может лишь ЛПР в зависимости от содержательного смысла задачи принятия решений.

Для выполнения условий (4), (5) необходимо, чтобы выполнялись соответствующие условия

$$(6) \quad \min_{0 \leq v_i \leq 1} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial v_i^2} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$(7) \quad \min_{0 \leq v_i \leq 1} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial v_i^2} \leq 0, \quad i = 1, \dots, m.$$

Аналогично алгоритму, описанному в [1, 2], каждый такой минимум достигается путем присвоения членам с положительными коэффициентами нижней границы изменения переменных, а членам с отрицательными коэффициентами – верхней. Поэтому системы (6), (7) эквивалентны системам ограничений, накладываемых непосредственно на коэффициенты функции φ :

$$(8) \quad \alpha_{ii} + (\delta^r, \alpha^i) \geq 0 \text{ или } \alpha_{ii} + (\delta^r, \alpha^i) \leq 0, \\ r = 1, \dots, 2^m, \quad i = 1, \dots, m,$$

где $\alpha^i = (\alpha_{1ii}, \alpha_{2ii}, \dots, \alpha_{i-1ii}, 3\alpha_{iii}, \alpha_{i+1i}, \dots, \alpha_{im})$; δ^r – всевозможные m -мерные векторы с компонентами, равными нулю или единице.

Из нормировки значений самой функции φ вытекает упоминавшееся условие $\varphi(0, \dots, 0) = 0$, а также $\varphi(1, \dots, 1) = 1$, поэтому

$$(9) \quad \alpha_0 = 0, \quad \sum_{i=1}^m \alpha_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m \alpha_{ijk} = 1.$$

Для определения коэффициентов оценочной функции у экспертов запрашивается дополнительная информация.

Из всей совокупности альтернатив выбираются те пары альтернативы, например (x_d, x_l) , которые эксперт может сравнить по предпочтительности, поставив им в соответствие один их трех знаков: “ \sim ” – эквивалентно; “ $>$ ” – не хуже; а также “ \gg ” – лучше [2]. Сообщаемая экспертом информация приводит к соотношениям вида: $\Delta \varphi_{d,l} \approx 0$; $\Delta \varphi_{d,l} \geq 0$; $\Delta \varphi_{d,l} > 0$ соответственно. При этом

$$\Delta \varphi_{d,l} = \varphi(v(x_d)) - \varphi(v(x_l)) = \sum_{i=1}^m \alpha_i c_i + \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \geq i}}^m \alpha_{ij} c_i c_j + \sum_{\substack{i,j,k=1 \\ k \geq j \geq i}}^m \alpha_{ijk} c_i c_j c_k,$$

где $c_i = v_i(x_d) - v_i(x_l)$, $c_{ij} = v_i(x_d) v_j(x_d) - v_i(x_l) v_j(x_l)$,

$c_{ijk} = v_i(x_d) v_j(x_d) v_k(x_d) - v_i(x_l) v_j(x_l) v_k(x_l)$.

В силу нормировки значений функции φ получаем:

$$(10) \quad 0 \leq \Delta \varphi_{d,l} \leq 1.$$

Для получения более точной оценки организуется итерационная процедура опроса эксперта [1], которая в конечном итоге приводит к соотношениям вида

$$(11) \quad 0 \leq m_{d,l} \leq \Delta \varphi_{d,l} \leq M_{d,l} \leq 1,$$

где $m_{d,l}$ и $M_{d,l}$ – соответственно нижняя и верхняя количественные оценки величины $\Delta \varphi_{d,l}$ для сравниваемых отношениями “ $>$ ” и “ \gg ” альтернатив.

Таким образом, имеем систему уравнений и неравенств для определения коэффициентов α_i , α_{ij} , α_{ijk} ($i, j, k = 1, \dots, m, k \geq j \geq i$):

$$(12) \begin{cases} \sum_{i=1}^m \alpha_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m \alpha_{ijk} = 1, \\ m_{d,l} \leq \Delta \varphi_{d,l} \leq M_{d,l}, \\ \alpha_{ii} + (\delta^r, \alpha^i) \geq 0 \text{ è è è } \alpha_{ii} + (\delta^r, \alpha^i) \leq 0, (r = \overline{1, 2^m}, i = \overline{1, m}). \end{cases}$$

С целью решения системы (12) можно максимизировать величину $\Sigma \Delta \varphi_{d,l}$, что приводит к максимальной «разрешающей способности» функции φ для пар альтернатив x_d, x_l , упорядоченных экспертом лишь отношениями “ \gg ” или “ \ll ”, как это было предложено в [2].

Таким образом, возникает следующая экстремальная задача: максимизировать линейную форму $\Sigma \Delta \varphi_{d,l}$ по множеству значений параметров $\alpha_i, \alpha_{ij}, \alpha_{ijk}$ ($i, j, k = 1, \dots, m, k \geq j \geq i$), удовлетворяющих линейным ограничениям (12).

4. Пример

Рассмотрим множество альтернатив, представленное десятью преподавателями одного структурного подразделения: $X = \{x_1, x_2, \dots, x_{10}\}$.

В реальных рыночных условиях оплата труда преподавателей по единой тарифной сетке не всегда корректно отражает результативность их труда. Одним из решений проблемы является построение модели оплаты труда, базирующейся на комплексном подходе к оценке личного вклада сотрудников с помощью количественных и качественных показателей, отражающих профессионально-квалификационный уровень, деловые качества, участие в научной и методической работе, степень сложности выполняемых ими функций и заинтересованность в результатах труда структурного подразделения. Оценка деятельности преподавателя с помощью построения рейтинговых

оценок порождает многокритериальную задачу принятия решений.

Будем оценивать успешность деятельности преподавателей по 6 критериям, каждый из которых имеет собственную шкалу значений:

f_1 – оценка научной работы, которая учитывает публикации научных монографий и статей, участие в конференциях и научно-исследовательских работах;

f_2 – оценка учебно-методической работы по разработке учебников, учебных и методических пособий, электронных изданий, разработке программ, планов, курсов лекций; этот критерий учитывает также повышение квалификации;

f_3 – оценка организационно-кадровой работы, которая учитывает исполнение работы декана, заместителя декана, заведующего кафедрой, ответственного за научно-исследовательскую работу преподавателей, студентов, ответственного за учебно-методическую работу, руководство научными и проблемными кружками, школами, кураторство, воспитательную работу в общежитии, работу в приемной комиссии, организацию конференций, школ, работу по подготовке студентов к олимпиадам и конференциям, руководство дипломниками, стажерами, аспирантами, соискателями и т. д.;

f_4 – оценка качества преподавания на основе мониторинга коллег и студентов;

f_5 – должностной «вес» преподавателя;

f_6 – объем учебной нагрузки.

Функция $K_i = \varphi(v(x_i)) = \varphi(v_1(x_i), v_2(x_i), \dots, v_6(x_i))$, представляет собой рейтинговую оценку преподавателя.

Представленную задачу отнесем к классу задач по построению выпуклых оценочных функций (с условием (4)) на базе предпочтений ЛПП, который хочет стимулировать работу преподавателей по всем 6 критериям одновременно.

Были получены данные по 10 преподавателям одной из кафедр Бурятского государственного университета.

Таблица 1. Нормированные оценки преподавателей по частным критериям

Преподаватель	Критерии					
	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
1	0,27	0,29	0,63	0,72	0,43	0,71
2	0,08	0,34	0,34	0,48	0,43	0,12
3	0,53	0,46	0,20	0,88	0,57	0,71
4	0,37	0,80	0,69	0,76	0,14	1,00
5	0,70	0,19	0,57	0,64	0,63	0,12
6	0,08	0,30	0,29	0,48	0,29	0,71
7	0,43	0,49	0,37	0,76	0,14	0,12
8	0,15	0,30	0,34	0,24	0,43	0,71
9	0,46	0,30	0,00	0,60	0,29	0,71
10	0,50	0,40	0,14	0,24	0,14	0,71

Для нахождения коэффициентов функции эксперту было предложено сравнить преподавателей по предпочтительности.

Таблица 2. Информация, предоставленная экспертом

Исходная информация			
альтернатива	отношение предпочтения	альтернатива	количественная оценка
№3	\gg	№ 8	$\Delta\varphi_1 \in [0, 0,5]$
№5	\gg	№ 10	$\Delta\varphi_2 \in [0, 0,5]$
№1	$>$	№ 4	$\Delta\varphi_3 \in [0, 0,5]$
№4	$>$	№ 6	$\Delta\varphi_4 \in [0, 0,5]$
№6	\sim	№ 8	–
№7	\sim	№ 9	–

Для начала оценим предпочтительность альтернатив с помощью линейно-квадратичной функции (2). В ходе численного эксперимента была получена оценочная функция вида

$$\varphi^{(0)}(v) = 0,09v_4 + 0,73v_5 + 0,56v_4^2 - 0,02v_4v_5 - 0,36v_5^2.$$

Но так как эксперт был неудовлетворен значениями величин $\Delta\varphi_{d,l}^{(0)}$ для сравниваемых им пар альтернатив x_d, x_l , был запущен итерационный процесс коррекции коэффициентов функции. В конечном итоге, после двух коррекций, была получена оценочная функция вида:

$$\varphi^{(2)}(v) = 0,31v_1 + 0,24v_3 + 0,47v_5 - 0,04v_1^2 - 0,24v_1v_3 + 0,25v_4^2 - 0,23v_5^2 + 0,24v_5v_6.$$

Таблица 3. Коррекции, сообщаемые экспертом после каждой итерации

Исходная информация					Первая коррек- тировка		Вторая коррек- тировка	
альтер- натива d	относительн. предпочт.	альтер- натива l	$\Delta\varphi_{d,l}^{(0)}$	Мнение эксперта о $\Delta\varphi_{d,l}^{(1)}$	$\Delta\varphi_{d,l}^{(1)}$	Мнение эксперта о $\Delta\varphi_{d,l}^{(1)}$	$\Delta\varphi_{d,l}^{(2)}$	Мнение эксперта о $\Delta\varphi_{d,l}^{(2)}$
№3	≫	№8	0,50	Завы- шена	0,40	Завышена	0,29	Удовлетв.
№5	≫	№10	0,45	Завы- шена	0,40	Завышена	0,30	Удовлетв.
№1	>	№4	0,11	Удов- летв.	0,10	Удовлетв.	0,10	Удовлетв.
№4	>	№6	0,13	Занижена	0,15	Удовлетв.	0,14	Удовлетв.

В итоге получают следующие индивидуальные оценки преподавателей с помощью линейно-квадратичной функции предпочтения альтернатив на каждом шаге итерации.

Решим ту же задачу методом нелинейной свертки критериев с помощью полинома третьего порядка при прежних предпочтениях эксперта (см. табл. 2). Получится оценочная функция вида

$$\varphi^{(0)}(\nu) = 0,83\nu_1\nu_3 + 0,54\nu_1\nu_4 + 0,29\nu_1\nu_5 + 0,3\nu_4^2 + 0,36\nu_4\nu_5 + 0,12\nu_4\nu_6 + \\ + 0,4\nu_5^2 - 0,54\nu_1\nu_3\nu_4 - 0,29\nu_1\nu_3\nu_5 - 0,3\nu_1\nu_4^2 - 0,25\nu_1\nu_4\nu_5 - 0,29\nu_1\nu_5^2 + \\ + 0,06\nu_4^2\nu_5 - 0,11\nu_4\nu_5^2 - 0,12\nu_4\nu_5\nu_6.$$

Полученные значения оценочной функции для множества альтернатив были предоставлены эксперту для анализа величины $\Delta\varphi_{d,i}$ по всем сравниваемым альтернативам, после чего отправлены на коррекцию.

Таблица 4. Значения функции эффективности на множестве альтернатив

Преподаватель	После нулевой итерации $\varphi^{(0)}(\nu)$	После первой коррекции $\varphi^{(1)}(\nu)$	После второй коррекции $\varphi^{(2)}(\nu)$
1	0,59	0,56	0,55
2	0,41	0,36	0,33
3	0,80	0,69	0,66
4	0,48	0,46	0,45
5	0,60	0,56	0,56
6	0,35	0,31	0,31
7	0,48	0,42	0,39
8	0,30	0,29	0,36
9	0,43	0,37	0,39
10	0,15	0,16	0,26

Получается функция, которая уже после первого шага коррекции удовлетворила эксперта:

$$\varphi^{(1)}(\nu) = 0,14\nu_1 + 0,3\nu_3 + 0,14\nu_5 - 0,14\nu_1\nu_3 + 0,15\nu_1\nu_4 - 0,14\nu_1\nu_5 + \\ + 0,31\nu_1\nu_6 + 0,08\nu_2\nu_5 + 0,15\nu_4^2 + 0,44\nu_4\nu_5 + 0,14\nu_5^2 + 0,16\nu_5\nu_6 + \\ + 0,22\nu_1\nu_3\nu_5 - 0,16\nu_1\nu_3\nu_6 - 0,15\nu_1\nu_4^2 - 0,15\nu_1\nu_4\nu_6 - 0,08\nu_1\nu_5\nu_6 - \\ - 0,16\nu_2\nu_5\nu_6 + 0,08\nu_2\nu_5^2 - 0,3\nu_3\nu_4\nu_5 + 0,08\nu_3\nu_5\nu_6 + 0,03\nu_4^2\nu_5 - 0,14\nu_4\nu_5^2.$$

Таблица 5. Коррекции, сообщаемые экспертом

Исходная информация						Первая коррекция	
альтернатива d	отношение	альтернатива l	количественная оценка	$\Delta\varphi_{d,l}^{(0)}$	Мнение эксперта о $\Delta\varphi_{d,l}^{(0)}$	$\Delta\varphi_{d,l}^{(1)}$	Мнение эксперта о $\Delta\varphi_{d,l}^{(1)}$
№3	≫	№8	$\Delta\varphi_1 \in [0, 0,5]$	0,50	Завышена	0,30	Удовлетв.
№5	≫	№10	$\Delta\varphi_2 \in [0, 0,5]$	0,50	Завышена	0,30	Удовлетв.
№1	>	№4	$\Delta\varphi_3 \in [0, 0,5]$	0,01	Занижена	0,1	Удовлетв.
№4	>	№6	$\Delta\varphi_4 \in [0, 0,5]$	0,28	Завышена	0,14	Удовлетв.

Для сравнения оценки альтернатив, полученные с помощью двух оценочных функций (в классах полиномов 2-го и 3-го порядка), представлены в табл. 6. Хотя ранжирование альтернатив нередко, как и в этом примере, оказывается одинаковым, тем не менее, предложенный метод позволяет достичь удовлетворительных результатов за меньшее количество итераций, что подтверждается серией вычислительных экспериментов.

Полученные рейтинговые оценки можно применить для стимулирования работы преподавателей, рассчитав «цену» коэффициента, исходя из общей суммы фонда стимулирования труда:

$$(13) C = \frac{FZP}{\sum_{i=1}^n K_i},$$

где C – «цена» единицы коэффициента; FZP – фонд денежных средств, направленных на стимулирование труда профессорско-преподавательского состава.

Таблица 6. Оценки альтернатив, полученные с помощью различных оценочных функций

Преподаватель	Критерии						Значения оценочной функции на множестве альтернатив	
	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	Линейно-квадратичная функция предпочтения (после 2-ой коррекции)	Функция предпочтения в виде полинома 3-го порядка (после 1-ой коррекции)
1.	0,27	0,29	0,63	0,72	0,43	0,71	0,5512	0,5190
2.	0,08	0,34	0,34	0,48	0,43	0,12	0,3266	0,3180
3.	0,53	0,46	0,20	0,88	0,57	0,71	0,6588	0,6178
4.	0,37	0,80	0,69	0,76	0,14	1,00	0,4512	0,4190
5.	0,70	0,19	0,57	0,64	0,63	0,12	0,5630	0,5545
6.	0,08	0,30	0,29	0,48	0,29	0,71	0,3112	0,2759
7.	0,43	0,49	0,37	0,76	0,14	0,12	0,3854	0,3182
8.	0,15	0,30	0,34	0,24	0,43	0,71	0,3612	0,3178
9.	0,46	0,30	0,00	0,60	0,29	0,71	0,3915	0,3390
10.	0,50	0,40	0,14	0,24	0,14	0,71	0,2630	0,2545

Отыскание индивидуального размера стимулирования труда конкретного преподавателя (IR_i) осуществляется по формуле:

$$(14) IR_i = K_i C.$$

5. Заключение

Полученные результаты позволяют утверждать, что описанный метод нахождения коэффициентов оценочной функции в классе полиномов 3-го порядка позволяет решать поставленную задачу, а область его применимости очерчивается принятыми предположениями.

Метод свободен от ряда недостатков метода взвешенных сумм и ряда других методов свертки частных критериев [3, 4], хотя предполагает умение экспертов сравнить попарно некоторые не доминирующие друг друга альтернативы. В отличие от [1, 2] метод приводит к удовлетворительным ранжировкам альтернатив за меньшее число итераций.

Литература

1. ВАСИЛЬЕВ С. Н., СЕЛЕДКИН А. П. *Синтез функции эффективности в многокритериальных задачах принятия решений* // Известия АН СССР, Техническая кибернетика. – 1980. – №3. – С. 186-190;
2. ВАСИЛЬЕВ С. Н., СЕЛЕДКИН А. П., ШИРАПОВ Б. Д., ХАНДУЕВ П. Ж. *МЭПР: интерактивная система принятия управленческих решений в экономике региона* // Сб. «Оптимизация, Управление, Интеллект». – 2000. – №5(2). – С. 373-386.
3. КИНИ Р. Л., РАЙФА Х. *Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения*. М.: «Радио и связь», 1981.
4. ЛАРИЧЕВ О. И. *Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных Странах*. М.: «Логос», 2000.

MULTICRITERION DECISION-MAKING BASED ON EVALUATION FUNCTION AS POLYNOM OF THE THIRD ORDER

Stanislav Vassilyev, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, academician (snv@ipu.ru).

Vladimir Baturin, Institute of systems dynamic and control theory SB RAS, Moscow, Doctor of Science, professor (rozen@icc.ru).

Tuyana Bayanova, Regional economic efforts department of Buryat science center, Ulan-Ude (bayanova5@rambler.ru).

Abstract: The article contains some results of research in the field of multicriterion decision-making. Evaluation function for ranging alternatives as polynom of the third order is represented. As an example the task of getting ratings of teachers to decision-making on stimulation of their work is considered.

Keywords: multicriterion decision-making, evaluation function, rating, nonlinear convolution.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии В.Н. Бурковым

УДК 681.322
ББК 32.818:22.172

МОДЕЛИ ПОИСКА СТРУКТУР ДАННЫХ НА ОСНОВЕ КОНКУРЕНЦИИ И КООПЕРАЦИИ

Виноградов Г. П.¹, Мальков А. А.²

*(Тверской государственной технической университет,
Тверь)*

Рассматриваются и анализируются методы поиска кластеров, основанные на конкуренции и кооперации нейронов.

Ключевые слова: кластер, нейроны, самоорганизация, нейронные сети.

1. Введение

В процессе самоорганизации нейронных сетей в соответствии с поданными входными сигналами осуществляется активизация нейронов так, что в результате изменения их синаптических весов происходит адаптация к поступающим обучающим выборкам. Возникает своего рода положительная обратная связь: для тех нейронов, синаптические веса которых в большей степени соответствуют входным сигналам, их синаптические веса еще более возрастают. В результате происходит естественное расслоение нейронов на отдельные группы [1]. Отдельные нейроны или их группы сотрудничают между собой и активизируются в ответ на возбуждение, подаваемое конкретной обучающей выборкой. Одновременно происходит подавление других нейронов. В результате наблюдается конкуренция между

¹ Геннадий Павлович Виноградов, кандидат технических наук, профессор

² Александр Анатольевич Мальков, доцент, (kja227@list.ru)

отдельными нейронами или группами и сотрудничество их внутри группы. Конкуренция наблюдается также и между нейронами внутри группы [2].

Среди механизмов самоорганизации можно выделить два основных класса: самоорганизация, основанная на ассоциативном правиле Хебба, и механизм конкуренции между нейронами на базе обобщенного правила Кохонена.

Однако для всех способов обучения сети необходима избыточность обучающих данных, в противном случае обучение просто невозможно.

2. Теоретический анализ

Пусть имеется непрерывное пространство входных сигналов (воздействий), которое обозначим через X . Это пространство характеризуется определенными метрическими связями векторов $x \in X$. Обозначим через A дискретное выходное пространство. Его топология определяется упорядоченным множеством нейронов вычислительных узлов решетки. Обозначим через Φ нелинейное преобразование (которое называется картой признаков), выполняющее отображение входного пространства X в выходное пространство A :

(1) $\Phi: X \rightarrow A$.

Алгоритм формирования самоорганизующейся сети начинается с инициализации синаптических весов сети. Обычно это происходит с помощью назначения синаптическим весам малых значений, сформированных генератором случайных чисел. Это позволяет обеспечить отсутствие какого-либо порядка признаков. После корректной инициализации сети для формирования карты самоорганизации запускаются три основных процесса: конкуренция, кооперация и синаптическая адаптация.

3. Процесс конкуренции

Пусть m – размерность входного пространства, входной вектор выбирается из входного пространства случайно и обозначается так:

$$(2) \quad x = [x_1, \dots, x_m]^T.$$

Вектор синаптических весов каждого из нейронов сети имеет ту же размерность, что и входное пространство. Обозначим синаптический вес нейрона j следующим образом:

$$(3) \quad w_j = [w_{j1}, \dots, w_{jm}]^T, \quad j = 1, \dots, L,$$

где L – общее количество нейронов в сети.

Для того чтобы подобрать наилучший вектор w_j , соответствующий входному вектору x , необходимо сравнить скалярные произведения $w_j^T x$, $j = 1, \dots, L$ и выбрать наибольшее значение. При этом предполагается, что ко всем нейронам применяется некоторое значение насыщения. Таким образом, выбирая нейрон с наибольшим значением произведения $w_j^T x$, определяется нейрон, местоположение которого должно стать центром топологической окрестности возбужденного нейрона.

Отметим, что наилучший критерий соответствия, основанный на максимизации скалярного произведения $w_j^T x$, математически эквивалентен минимизации Евклидова расстояния между векторами x и w_j . Если использовать индекс $i(x)$ для идентификации этого нейрона, который лучше всего соответствует входному сигналу x , то эту величину можно определить с помощью следующего соотношения

$$(4) \quad i(x) = \arg \min_j \|x - w_j\|, \quad j = 1, \dots, L.$$

Нейрон с номером $i(x)$, удовлетворяющий условию (4) называется нейроном-победителем для данного входного вектора x .

За счет процесса конкуренции между нейронами непрерывное входное пространство входных сигналов активизации нейронов отображается в дискретное выходное пространство.

4. Процесс кооперации

Нейрон-победитель находится в центре топологической окрестности сотрудничающих нейронов. Будем считать, что нейрон-победитель всегда пытается возбудить пространство близких к нему нейронов. Причем топологическая окрестность победившего нейрона j плавно сходит на нет с увеличением расстояния. Обозначим через $h_{i,j}$ топологическую окрестность с центром в победившем нейроне i , состоящую из множества возбуждаемых (кооперирующихся) нейронов, типичный представитель которого имеет индекс j . Пусть $d_{i,j}$ – латеральное расстояние между победившим (i) и вторично возбужденным (j) нейронами. Тогда можно предположить, что топологическая окрестность $h_{i,j}$ является унимодальной функцией латерального расстояния $d_{i,j}$ и представляется в виде функции Гаусса:

$$(5) \quad h_{j,i} = \exp\left(-\frac{d_{j,i}^2}{2\sigma^2}\right).$$

Параметр σ называется эффективной шириной топологической окрестности. Этот параметр определяет уровень, до которого нейрон из топологической окрестности нейрона победителя участвует в процессе обучения. Хотя можно рассматривать и другие формы топологической окрестности, но гауссова топологическая окрестность является наиболее подходящей с биологической точки зрения, чем, например, прямоугольная.

Для обеспечения кооперации между соседними нейронами необходимо, чтобы топологическая окрестность $h_{i,j}$ была зависимой от латерального расстояния между нейрон-победителем (i) и возбужденным нейроном (j) в выходном пространстве, а не от какой-либо меры длины в исходном входном пространстве, что и отражено в (5). В случае одномерной решетки расстояние $d_{i,j}$ является целым числом, равным модулю $|i - j|$. В случае двумерной решетки это расстояние определяется выражением

$$(6) \quad d_{j,i}^2 = \|r_j - r_i\|^2,$$

где дискретный вектор r_j определяет позицию возбуждаемого нейрона j , а r_i – победившего нейрона i . Оба этих измерения проводятся в дискретном выходном пространстве.

Для карт самоорганизации одним из условий является уменьшение с течением времени размера топологической окрестности. Это требование удовлетворяется за счет постепенного уменьшения ширины σ функции топологической окрестности $h_{i,j}$. Популярным вариантом зависимости величины σ от дискретного времени n является экспоненциальное убывание:

$$(7) \quad \sigma(n) = \sigma_0 \exp\left(-\frac{n}{\tau_1}\right), \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

где σ_0 – начальное значение величины σ ; τ_1 – заданная временная константа. Отсюда топологическая окрестность будет иметь форму, зависящую от времени, т. е.:

$$(8) \quad h_{j,i}(n) = \exp\left(-\frac{d_{j,i}^2}{2\sigma^2(n)}\right), \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

где $\sigma(n)$ определяется по формуле (7). Таким образом, при увеличении количества итераций n ширина $\sigma(n)$ экспоненциально убывает, а вместе с ней соответственно сжимается и топологическая окрестность. Будем называть $h_{i,j}(n)$ функцией окрестности.

5. Процесс адаптации

Для того чтобы сеть могла саморганизовываться, вектор синаптических весов w_j нейрона j должен изменяться в соответствии с входным вектором x . В постулате Хебба синаптический вес усиливается при одновременном возникновении предсинаптической и постсинаптической активности. Но в случае обуче-

ния без учителя изменение в связях происходят только в одном направлении, что, в конечном счете, приводит все веса к точке насыщения. Для того чтобы обойти эту проблему, немного изменим гипотезу Хебба и введем в нее слагаемое забывания $g(y_j)w_j$, где w_j – вектор синаптических весов нейрона j ; $g(y_j)$ – некоторая положительная скалярная функция отклика y_j . Единственным требованием, налагаемым на функцию $g(y_j)$ является равенство нулю постоянного слагаемого разложения в ряд Тейлора функции $g(y_j)$, что в свою очередь влечет выполнение соотношения:

$$(9) \quad g(y_j) = 0 \text{ при } y_j = 0.$$

Имея такую функцию, изменение вектора весов нейрона j в решетке можно выразить следующим образом:

$$(10) \quad \Delta w_j = \eta y_j x - g(y_j)w_j,$$

где η – параметр скорости обучения алгоритма. Первое слагаемое в правой части (10) является слагаемым Хебба, а второе – слагаемым забывания. Для того чтобы выполнялось условие (9), выберем следующую линейную функцию $g(y_j)$:

$$(11) \quad g(y_j) = \eta y_j.$$

Выражение (10) можно упростить, если принять, что

$$(12) \quad y_j = h_{j,i}(x).$$

Тогда подставляя (11-12) в (10) получим:

$$(13) \quad \Delta w_j = \eta h_{j,i}(x)(x - w_j).$$

Учитывая формализацию дискретного времени, для данного вектора синаптических весов $w_j(n)$ в момент времени n обновленный вектор $w_j(n+1)$ в момент времени $n+1$ можно определить в следующем виде:

$$(14) \quad w_j(n+1) = w_j(n) + \eta(n) h_{j,i}(x)(n) \left(x - w_j(n) \right).$$

Это выражение применяется ко всем нейронам решетки, которые лежат в топологической окрестности победившего нейрона i . Выражение (14) имеет эффект перемещения вектора синаптических весов w_j победившего нейрона i в сторону входного вектора x . При периодическом представлении данных обучения благодаря коррекции в окрестности победившего

нейрона векторы синаптических весов будут стремиться следовать распределению входных векторов. Таким образом, представленный алгоритм ведет к топологическому упорядочиванию пространства признаков в выходном пространстве так, что нейроны, корректируемые в решетке, будут стремиться иметь одинаковые синаптические веса.

Выражение (14) является формулой вычисления синаптических весов карты признаков. В дополнении к этому уравнению для выбора функции окрестности $h_{j,i(x)}(n)$ требуется учитывать эвристику (8).

Параметр $\eta(n)$ – скорость обучения также должен зависеть от времени, как это должно быть при стохастической аппроксимации. К примеру, можно начать с некоторого исходного значения η_0 , а затем с течением времени постепенно уменьшать его. Это требование можно выполнить, выбрав для параметра интенсивности обучения следующую экспоненциальную функцию:

$$(15) \quad \eta(n) = \eta_0 \exp\left(-\frac{n}{\tau_2}\right), \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

где τ_2 – временная константа алгоритма самоорганизации. Формулы экспоненциального убывания параметров скорости обучения (15) и ширины функции окрестности (8) могут не являться оптимальными. Они просто адекватны процессу самоорганизующегося формирования карты признаков.

6. Описание алгоритма

Суть алгоритма самоорганизации состоит в простом геометрическом вычислении свойств Хеббоподобного правила обучения и латеральных взаимодействий. Существенными характеристиками этого алгоритма являются следующие.

Непрерывное входное пространство образов активации, которое генерируется в соответствии с некоторым распределением вероятности.

Топология сети в форме решетки, состоящей из нейронов. Она определяет дискретное выходное пространство.

Зависящая от времени функция окрестности $h_{j,i(x)}(n)$, которая определена в окрестности нейрона-победителя $i(x)$.

Параметр скорости обучения $\eta(n)$, для которого задается начальное значение η_0 и который постепенно убывает во времени n , но никогда не достигает нуля.

Для функции окрестности и параметра скорости обучения на этапе упорядочения (т. е. приблизительно для первой тысячи итераций) можно использовать формулы (8) и (14) соответственно. Для хорошей статистической точности на этапе сходимости параметр $\eta(n)$ должен быть установлен в очень малое значение (0,01 или меньше). Функция окрестности в начале этапа сходимости должна содержать только ближайших соседей нейрона-победителя.

Алгоритм проходит четыре основных шага: *инициализация, подвыборка, поиск максимального соответствия и корректировка*. Кратко весь алгоритм можно описать следующим образом:

Инициализация. Для исходных векторов семантических весов $w_j(0)$ выбираются случайные значения. Единственным требованием здесь является различие векторов для разных значений $j = 1, \dots, L$, где L – общее количество нейронов в решетке.

Подвыборка. Выбираем вектор x из входного пространства с определенной вероятностью. Размерность вектора равна m .

Поиск максимального подобия. Находим наиболее подходящий (победивший) нейрон $i(x)$ на шаге n , используя критерий минимума Евклидова расстояния:

$$(16) \quad i(x) = \arg \min_j \|x - w_j\|, \quad j = 1, \dots, L.$$

Коррекция. Корректируем векторы семантических весов всех активных нейронов, используя формулу:

$$(17) \quad w_j(n+1) = w_j(n) + \eta(n) h_{j,i(x)}(n) (x - w_j(n)),$$

где $\eta(n)$ – параметр скорости сходимости; $h_{j,i(x)}(n)$ – функция окрестности в победившем нейроне $i(x)$. Оба этих параметра динамически изменяются:

$$(18) \eta(n) = \eta_0 \exp\left(-\frac{n}{\tau_2}\right), \quad n = 0, 1, 2, \dots;$$

$$(19) h_{j,i}(n) = \exp\left(-\frac{d_{j,i}^2}{2\sigma^2(n)}\right), \quad n = 0, 1, 2, \dots;$$

$$(20) \sigma(n) = \sigma_0 \exp\left(-\frac{n}{\tau_1}\right), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

во время обучения с целью получения лучшего результата.

Продолжение. Возвращаемся к шагу 2 и продолжаем вычисления до тех пор, пока в карте признаков не перестанут происходить заметные изменения.

7. Экспериментальная часть

Работа описанного выше алгоритма проверялась на ряде тестовых примеров. В таблице 1 приведены центры и разбросы для распределения точек для примеров 1, 2. Координаты генерировались случайным образом.

Таблица 1

Координаты центров		Разбросы точек			
		Пример 1		Пример 2	
x	y	x	y	x	y
0,3	0,6	$\pm 0,15$	$\pm 0,15$	$\pm 0,5$	$\pm 0,2$
0,3	0	$\pm 0,15$	$\pm 0,4$	$\pm 0,15$	$\pm 0,4$
0,3	-0,6	$\pm 0,15$	$\pm 0,15$	$\pm 0,5$	$\pm 0,2$
-0,3	0	$\pm 0,15$	$\pm 0,15$	$\pm 0,4$	$\pm 0,3$

На рис. 1 изображены результаты работы алгоритма конкуренции на первом тестовом примере. Квадратами указаны «истинные» центры, а ромбами – центры, найденные алгоритмом конкуренции. Крестики указывают первоначальное расположение весов нейронов.

Координаты найденных центров приведены в таблице 2.

Таблица 2

Таблица 2			
Координаты найденных центров			
Пример 1		Пример 2	
0,3100	0,6100	-0,0830	-0,0166
0,3355	0,1080	0,3681	-0,5791
0,3075	-0,5841	-0,1213	-0,6094
-0,2953	0,0180	0,2450	0,5249
		-0,4352	0,0061
		-0,2127	0,6182

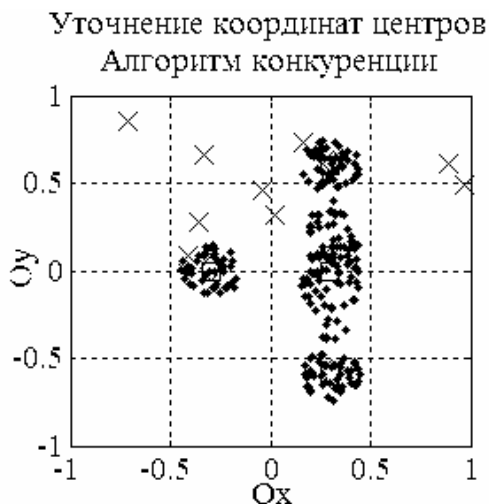


Рис. 1. Определение центров для тестового примера 1

Результат сравнивался с результатом работы алгоритма нечеткой самоорганизации. Результаты оказались практически одинаковы – разница получилась около 1%.

На рис. 2 изображены результаты работы алгоритма конкуренции на втором тестовом примере. Здесь «истинные» центры не были смещены по отношению к примеру 1, а разбросы точек были увеличены. Из рис. 2 видно, что алгоритм конкуренции нашел 6 центров кластеризации. Найденные центры расположены таким образом, что они «притягивают» к себе точки разных частей одних и тех же сгущений точек. Кроме того, из рис. 2 видно, что 3 из найденных центров «описывают» «вертикальный» кластер, притягивая к себе определенную часть точек этого кластера. На этом же примере алгоритм нечеткой самоорганизации определил большее количество кластеров, один из которых оказался ложным.

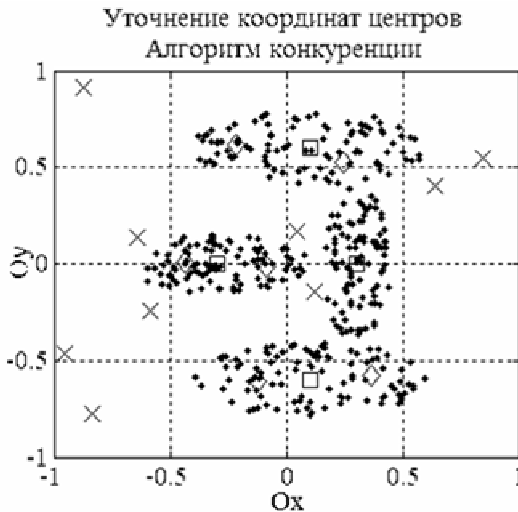


Рис. 2. Определение центров для тестового примера 2

Таким образом, алгоритм конкуренции показал эффективность, особенно в ситуации, когда кластеры имеют общие точки.

Литература

1. БОРИСОВ В. В. *Нечеткие модели и сети* / В. В. БОРИСОВ, В. В. КРУГЛОВ, А. С. ФЕДУЛОВ. М.: Горячая линия – Телеком, 2007. – 284 с.
2. KOSKO, B. *Differential hebbian learning* / B. Kosko // AIP Conference Proceedings. Vol. 151. 1986. P. 265-270.

MODELS OF SEARCH OF STRUCTURES OF DATA ON THE BASIS OF THE COMPETITION AND COOPERATIONS

Gennady Vinogradov, Tver state technical university, Tver, Cand.Sc., professor.

Alexander Malkov, Tver state technical university, Tver, assistant professor (kja227@list.ru).

Abstract. The methods of the search of the clusters based on the competition and cooperation of neurons are considered and analyzed.

Keywords: cluster, neurons, self-organization, neural networks.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии М.В. Губко

УДК 007:681.518.2

ББК 22.18 65.23 65.29

АНАЛИЗ И БАЛАНСИРОВКА ПРОЦЕССОВ ИСПОЛНЕНИЯ РОЛЕЙ СУБЪЕКТАМИ ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Юдицкий С. А.¹, Владиславлев П. Н.²

*(Учреждение Российской академии наук
Институт проблем управления РАН, Москва)*

Исследована динамика процессов, реализуемых при исполнении ролей субъектами организационных систем (ролевых процессов). Сформулированы условия сбалансированности ролевых процессов, исключающие возможность создания конфликтных ситуаций, например, из-за совпадения во времени несовместимых (противоречивых) событий. Разработана техника анализа сбалансированности ролевых процессов на основе «взвешенных» сетей Петри.

Ключевые слова: организационная система, ролевые процессы, конфликтная ситуация, анализ и балансировка процессов исполнения ролей.

1. Введение

Особенностью организационных систем (организаций) является то, что в них доминирует «человеческий фактор», т.е. отношения между субъектами системы [3]. В качестве субъектов могут выступать как отдельные личности, так и группы,

¹ Семен Абрамович Юдицкий, доктор технических наук, профессор (Москва, ул. Профсоюзная, 65, тел. (499) 783-20-85).

² Павел Николаевич Владиславлев, кандидат технических наук (vladislavlev@rambler.ru).

объединённые по каким-нибудь признакам. Субъекты выполняют определённые роли, где роль интерпретируется как процесс, характеризуемый тремя взаимодействующими структурами [9, 10, 12], показанными на рис. 1:

- структурой взаимозависимых целей, определяющих исполнение роли;
- структурой упорядоченных во времени действий (операций), направленных на достижение целей;
- структурой взаимозависимых наблюдаемых показателей, в том числе ресурсов, отображающей условия и результаты выполнения операций при исполнении роли.

Субъект может исполнять не одну, а несколько ролей, но не одновременно, может переходить с роли на роль, в том числе возвращаясь к прежней роли. С другой стороны, роль исполняется только одним субъектом. Таким образом, отношение «субъект – роль» соответствует категории *один к многим* 1:М, а отношение «роль – субъект» категории *один к одному* 1:1.

При функционировании организационной системы возможны конфликтные ситуации, обусловленные как отношениями между субъектами (например, различиями в интересах, ценностях, психологических стереотипах и т.д.), так и противоречиями между элементами ролевого процесса и противоречиями между элементами взаимодействующих ролевых процессов.

Межсубъектные конфликты исчерпывающе отражены в конфликтологической литературе [1, 2, 4, 6]. Рассматривались типы конфликтов, причины их возникновения, жизненные циклы протекания, способы разрешения конфликтов, негативные и позитивные последствия конфликтов, профилактика конфликтов и ряд других задач. Что касается конфликтов на уровне ролевых процессов, то эта проблема изучена ещё недостаточно, возможно из-за отсутствия эффективного и наглядного формального аппарата описания и анализа ролевых процессов.

Во избежание конфликтных ситуаций ролевые процессы, а также отношения между ролевыми процессами, должны быть сбалансированы на уровне целей, операций и показателей:

- исключено достижение целей, противоречащих одна другой (например, при комплектовании продовольственных заказов для населения – целей «использовать стандартные заказы» либо «формировать индивидуальные заказы»);
- исключено параллельное (одновременное) выполнение операций, использующих один и тот же ресурс, причём имеющийся запас этого ресурса обеспечивает выполнение лишь одной, но не обеих операций;
- ни один из показателей не должен выходить за установленные допустимые пределы (выход за допустимые пределы может быть следствием экспоненциального роста или убывания показателя).

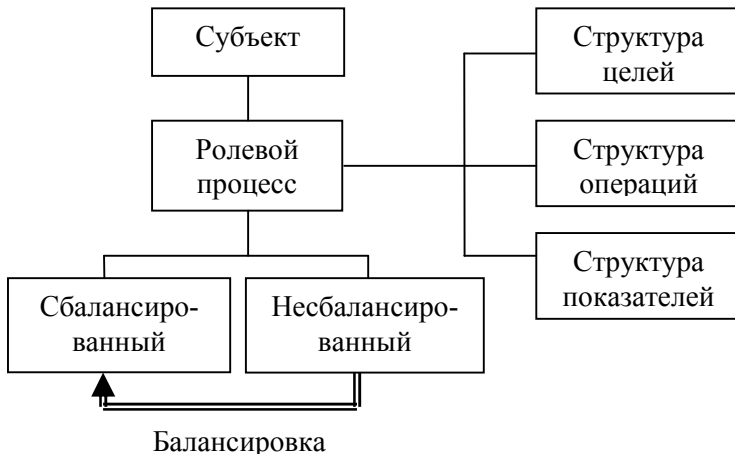


Рис. 1. Взаимосвязь понятий, используемых в статье

В статье далее рассматривается специальная системотехника, основанная на «взвешенных» сетях Петри [8, 9, 11], позволяющая проверить, выполняются ли сформулированные условия сбалансированности ролей, и если не выполняются, то внести в описания ролевых процессов соответствующие коррективы,

исключающие возникновения выявленных конфликтов (произвести балансировку процессов).

Обсуждаемые понятия иллюстрируются схемой, представленной на рис. 1.

2. Триадная модель ролевого процесса

Триадная модель ролевого процесса определяется через взаимодействие трёх структур (рис. 1), описываемых соответственно графом целей, графом операций и графом показателей.

Цели подразделяются на итоговые, характеризующие главные результаты выполнения роли, и на промежуточные – вехи на пути достижения итоговых. На множестве целей устанавливается бинарное отношение подчинённости: вышестоящая цель достигается, если достигнуты все подчинённые ей нижестоящие цели. Граф целей выражается в виде набора несвязанных между собой «взвешенных» ациклических сетей Петри [5] древовидного типа, где позиции соответствуют целям (корневые позиции – итоговым целям), а переходы отображают отношение подчинённости. Цели представляются булевыми переменными c_i , $i = 1, \dots, k$:

$$(1) \quad c_i = \begin{cases} 1, & \text{если цель достигнута,} \\ 0, & \text{если нет.} \end{cases}$$

Переходы, а также дуги, графа целей могут быть помечены («взвешены») разрешающими условиями в виде предикатов, определённых на множествах воздействий внешней среды, целей, операций, показателей.

Операции ролевого процесса – это действия (процедуры, мероприятия), выполняемые в определённом порядке при исполнении роли, последовательно или параллельно, возможно, с циклическим повторением. Граф операций подобен графу целей: он представляет собой сеть Петри, взвешенную предикатами, в которой позиции p_i , $i = 1, \dots, n$; $p_i \in \{0, 1\}$, соответствуют операциям, переходы t_i , $i = 1, \dots, m$, – событиям, инициирующим смену операций; на структуре сети не накладывается ограничений.

Показатели содержат оценку различных аспектов ролевого процесса в моменты времени, принадлежащие интервалу моделирования. При грубом моделировании используются лингвистические оценки типа «хорошо», «удовлетворительно», «плохо» и т.д., выражаемые определённым числом баллов. При детальном моделировании показатель может быть любым рациональным числом. На множестве показателей устанавливается бинарное отношение влияния, характеризуемое знаком и передаточным коэффициентом. Для упорядоченной пары показателей $d_i, d_j, i, j = 1, \dots, g$, знак «+» (знак «-») говорит о том, что возрастание d_i вызывает возрастание (убывание) d_j ; передаточный коэффициент $\alpha(i, j): 0 < \alpha(i, j) < 1$ характеризует силу влияния. Граф показателей – это сеть Петри, в которой позиции соответствуют показателям, а переходы связывают находящиеся в отношении влияния показатели, взвешенная знаками +/- и передаточными коэффициентами (помечаются выходные дуги переходов).

Триадная модель ролевого процесса и её составляющие – графы целей, операций, показателей, а также взаимодействие составляющих, конкретизируются ниже на примере, заимствованном (с некоторыми упрощениями) из [8]. Предварительно рассматриваются основные принципы работы триадной модели.

Динамика сети Петри определяется перемещением маркеров из позиций в позицию, осуществляемом при срабатывании переходов [5]. В графе целей и операций маркеры «обезличены», размещение маркера в позицию означает лишь факт достижения цели либо выполнения операции. В графе показателей каждый маркер имеет конкретное числовое значение, интерпретируемое как приращение показателя. И в том и в другом случае позиция либо пуста, либо в ней содержится один маркер (свойство «безопасности»), и из заданной начальной маркировки достижима любая другая маркировка сети (свойство «живости»). Методы распознавания безопасности и живости сетей Петри обсуждались во многих работах [5, 7 и др.].

Координатором работы триадной модели является граф операций. При срабатывании перехода t графа операций вносятся маркеры в определённые пустые начальные позиции графа целей (соот-

ветствуют «листьям дерева») и в определённые позиции графа показателей, для которых устанавливаются начальные приращения. Предполагается что в момент, непосредственно предшествующий срабатыванию t , модель находилась в равновесии, и все приращения (маркировки позиций графа показателей) были нулевыми. В результате в графе целей и графе показателей инициируется переходной процесс, характеризуемый перемещением маркеров, а в графе показателей, кроме того, изменением их величины и, возможно, знака. Переходной процесс завершается установлением равновесия: в графе целей из-за его ацикличности, в графе показателей – при определённых условиях, исследованных в [9]. По установившемуся равновесному состоянию триадной модели найдутся достигнутые цели (итоговые и промежуточные) и текущие значения показателей. При полученных значениях целей и показателей с учётом внешних воздействий последовательно вычисляются разрешающие условия, взвешивающие активированные (в данной маркировке) переходы графа операций. Из этих переходов выбирается тот, который был разрешён первым. Далее описанная процедура моделирования ролевого процесса повторяется при срабатывании выбранного перехода графа операций и т.д. При этом исходим из предположения, что срабатывание переходов графа операций происходит лишь после установления равновесия в графе целей и графе показателей.

Пример. Триадная модель ролевого процесса «Снабжение населения продовольственными заказами», реализуемого логистической компанией – субъектом организационной системы «Сеть супермаркетов».

Ролевой процесс заключается в следующем. Ежедневно на сайт компании либо по телефону от клиентов поступают заказы на следующий день. Клиенту сообщается, в каком магазине и в какое время он может получить заказ. Данные о заказах пересылаются на склад компании и в магазин. На складе комплектуются заказы, контейнеры с заказами, адресуемые магазинам и транспортные контейнерные партии, загружаемые в автомашины. Каждая автомашина развозит свою партию по соответствующим магазинам,

совершая до 8.00 ч следующего дня несколько транспортных циклов.

Содержание целей, операций и показателей рассматриваемого ролевого процесса дано соответственно в табл. 1, 2, 3; описание триадной модели в терминах взвешенных сетей Петри – на рис. 2. Дуги, связывающие граф операций с графами целей и показателей, выделены на рис. 2 толстыми линиями.

Таблица 1. Содержание целей ролевого процесса

c_1	снизить на 20% себестоимость услуг, предоставляемых компанией населению
c_2	модернизировать технологию комплектации заказов (для этого вложить 20 млн. руб. в технологические инновации)
c_3	сократить вдвое время комплектации заказов на складе компании
c_4	доставлять контейнеры с заказами в магазины не позже 8.00 ч следующего дня после получения заказа
c_5	закупить эффективные средства механизации и автоматизации складских работ
c_6	провести обучение персонала
c_7	закупить пять дополнительных автомашин для доставки заказов

Таблица 2. Содержание операций ролевого процесса

p_0	начало процесса моделирования
p_1	прием по телефону/интернету заявок на заказы
p_2	комплектация на складе партии контейнеров с заказами
p_3	комплектация автомашин
p_4	доставка контейнеров в магазин
p_5	анализ положения компании на рынке
p_6	стратегическое планирование
p_k	конец процесса моделирования

Таблица 3. Содержание показателей ролевого процесса

d_1	уровень капитализации компании
d_2	доля на рынке
d_3	сроки окупаемости инвестиций
d_4	оборот компании
d_5	потери из-за сбоев (нарастающим итогом)

Разрешающие условия для переходов и дуг триадной модели выражаются индикаторными логическими функциями (предикатами), составленными из термов, называемых индикаторами, с помощью логических действий конъюнкции, дизъюнкции, отрицания [10]. Индикатор – это формула вида $(x \# y)$, где x – числовая переменная, y – переменная или константа, $\#$ – знак сравнения, переменные $x, y \in \{v_i, c_i, p_i, d_i\}$, v_i – внешние воздействия на триадную модель, $\# \in \{=, \neq, >, \geq, <, \leq\}$.

В примере (рис. 2) переходы графа операций взвешены условиями (знак конъюнкции для простоты опущен):

$$\begin{aligned}
 f(t_1) &= (v_1 = a_1)(\tau_1 \geq a_2)(\tau_1 < a_3)(\tau_{1j}^c = 0) \\
 &(\tau_{1j}^d = 0)(c_3 = 0)(c_4 = 0)(c_5 = 0)(c_6 = 0)(c_7 = 0) \\
 (2) \quad &(\delta_1 = 0)(\delta_2 = 0)(\delta_3 = 0)(\delta_4 = 0)(\delta_5 = 0), \\
 &\bullet \bullet \bullet
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f(t_5) &= (\tau_h \geq a_4)(\tau_h < a_5) \\
 &((d_1 > a_6)(d_3 < a_7) \vee (d_2 > a_8)(d_4 > a_9)(d_5 < a_{10})),
 \end{aligned}$$

где τ_i – моменты срабатывания переходов графа операций, $i = 1, \dots, h$ («медленное» время на интервале моделирования); τ_{ij}^c, τ_{ij}^d – моменты срабатывания переходов соответственно на графе целей и графе показателей при выполнении процессов, инициированных срабатыванием переходов графа операций в моменты $\tau_j, j = 1, \dots, r$ («быстрое» время на интервале моделирования); δ_i – приращение показателя $d_i, i = 1, \dots, 5$; a_i – константы, $i = 1, \dots, 10$.

Условие $f(t_1)$ интерпретируется следующим образом: в момент τ_1 , принадлежащий отрезку $[a_2, a_3)$, подаётся внешнее воздействие $v_1 = a_1$ на граф операций, *И* таймеры быстрого времени не запущены, *И* ни одна из начальных целей не достигнута, *И* все приращения показателей ролевого процесса имеют нулевые значения (графы целей и показателей находятся в равновесии).

Условие $f(t_5)$: в конечный момент τ_h на интервале моделирования, принадлежащий отрезку $[a_4, a_5)$, на основании анализа положения компании (операция p_5) и стратегического бизнес-плана (операция p_6) прогнозируется: показатель d_1 «Уровень капитализации» превысит значение a_6 , *И* показатель d_3 «Сроки окупаемости инвестиций» не достигнет a_7 , *ИЛИ* показатели d_2 «Доля на рынке» *И* d_4 «Оборот компании» превысят соответственно значения a_8, a_9 , а показатель d_5 «Потери из-за сбоев» будет ниже a_{10} . Моделирование на графе показателей переходного процесса, инициированного в момент τ_h , позволит подтвердить или опровергнуть этот прогноз.

3. Функционирование триадной модели ролевого процесса

В начальной маркировке сети на рис. 2 маркер помещён в позицию p_0 , а все остальные позиции пусты. Функционирование сети запускается переходом t_1 при выполнении условия $f(t_1) = 1$, при этом циклически повторяется последовательность операций (p_1, \dots, p_4) и параллельно ей операций p_5, p_6 . По условию $f(t_5) = 1$ в графе операций срабатывает переход t_5 , запускающий графы целей и показателей.

В графе целей маркеры вносятся в позиции (c_3, \dots, c_7) , из которых исходят дуги с двумя концами. Это означает, что соответствующие позиции связаны с переходами π_1, π_2 парой дуг – «туда и обратно».

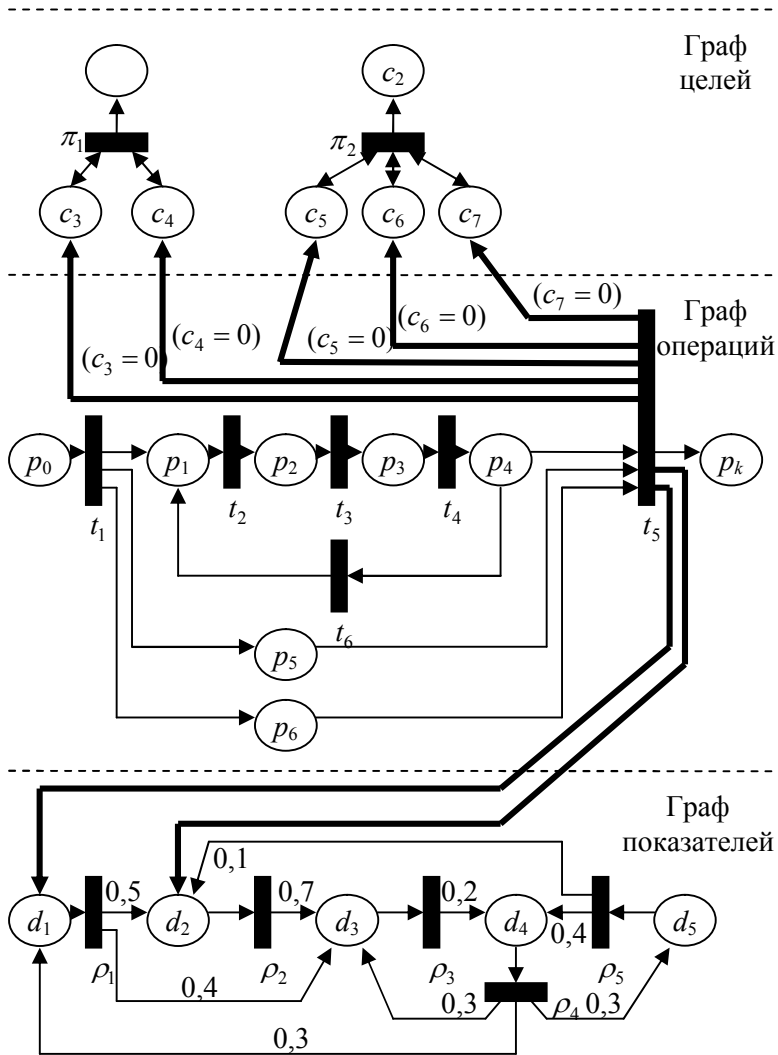


Рис. 2. Триадная модель ролевого процесса «Снабжение населения продовольственными заказами»

При срабатывании π_1 маркер вносится в c_1 , но сохраняются маркеры в c_3 и c_4 , т.е. достигнута итоговая цель и подчинённые ей промежуточные цели. Аналогичное имеет место для c_2 и c_5, c_6, c_7 . Таким образом, происходит маркирование позиций графа целей «снизу вверх» – от «листьев» к «корню» дерева. В общем случае дуги, связывающие граф операций с графом целей, взвешиваются индикаторами ($c_i = 0$), исключающими внесение в целевую позицию c_i более чем одного маркера.

В графе показателей величина начальных приращений, формируемых при срабатывании перехода графа операций, задаётся лицом, проводящим моделирование (ЛПМ). Пусть в нашем примере $\delta_1(\tau_h) = 2$; $\delta_2(\tau_h) = -1$; $\delta_3(\tau_h) = 0$; $\delta_4(\tau_h) = 0$; $\delta_5(\tau_h) = 0$. Начальные приращения инициируют в графе показателей переходной процесс, определяемый следующим алгоритмом (с синхронизацией на каждом шаге действий для всех позиций графа).

1. Из каждой непустой позиции с маркером (приращением) $\delta_i, i = 1, \dots, g$, маркер переносится в выходной переход ρ .

2. Для каждой дуги $\rho, d_j, i \neq j$, где ρ, d_j – пустая позиция, значение маркера δ_i умножается на вес дуги $\varpi(i, j)$ (с учётом знака).

3. Маркер со значением $\delta_i \varpi(i, j)$ вносится в позицию d_j .

4. Все величины, внесенные в d_j , алгебраически суммируются; полученная сумма объявляется текущим значением маркера δ_j .

5. Для маркировки графа показателей $\delta = \delta_1, \dots, \delta_g$ вычисляется норма $N_\delta = \sum_{i=1}^g |\delta_i|$.

В моменты времени $\tau_h < \tau_{h1} < \dots < \tau_{hr}$ алгоритм порождает последовательность маркировок $\delta(\tau_h), \delta(\tau_{h1}), \dots, \delta(\tau_{hr})$. Норму маркировки $\delta(\tau_{h,j+1}), j = 0, \dots, r-1$, определим соотношением:

$$(3) \quad N_{\delta}(\tau_{h,j+1}) = \begin{cases} \sum_{i=1}^g |\delta_i(\tau_{h,j+1})|, & \text{если } N_{\delta}(\tau_{h,j}) > \min(q_1, \dots, q_g) \\ 0, & \text{если } N_{\delta}(\tau_{h,j}) \leq \min(q_1, \dots, q_g). \end{cases}$$

где $q_i > 0, i = 1, \dots, g$, – заданное ЛПМ минимальное (пороговое) значение абсолютной величины маркера δ_i .

Утверждение. Если каждая позиция графа показателей имеет один выходной переход, и сумма абсолютных величин весов выходных дуг этого перехода меньше единицы, то последовательность маркировок при переходном процессе на графе сходится к нулевой маркировке $(0, \dots, 0)$.

Пусть в примере $\min(q_1, \dots, q_5) = 0,15$. Переходной процесс в графе показателей, инициированный маркировкой $\delta(\tau_h) = (2, -1, 0, 0, 0)$, описывается табл. 4, т.е. равновесие устанавливается за пять шагов.

Таблица 4. Переходной процесс в графе показателей

Моменты	Срабатывающие переходы	Маркировка δ_i					Норма N_{δ}
		δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	δ_5	
τ_h		2	-1	0	0	0	3
$\tau_{h,1}$	ρ_1, ρ_2	0	1	0,1	0	0	1,1
$\tau_{h,2}$	ρ_2, ρ_3	0	0	0,7	0,02	0	0,72
$\tau_{h,3}$	ρ_3, ρ_4	0,006	0	0,006	0,14	0,006	0,158
$\tau_{h,4}$	$\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4, \rho_5$	0,0426	0,003	0,0468	0,0012	0,042	0,1356
$\tau_{h,5}$		0	0	0	0	0	0

Переход t_5 переводит граф операций в конечную маркировку $p_k = 1, p_i = 0, i = 1, \dots, 6$, в которой не активирован ни один переход. Моделирование ролевого процесса на этом заканчивается.

4. Балансировка ролевых процессов

Балансировка триадной модели (рис. 2) производится на всех уровнях – целей, операций и показателей.

Балансировка графа целей. Пусть в графе целей имеются несовместимые цели, противоречащие одна другой, и достижима маркировка, в которой присутствуют обе цели. На рис. 2 это цели c_1 , c_2 , где первая предусматривает снижение себестоимости услуг, предоставляемых компанией клиентам, а вторая – дополнительные инвестиции в модернизацию технологии комплектации, которые приведут к увеличению себестоимости услуг. Балансировка графа целей заключается в исключении достижимой маркировки, содержащей c_1 и c_2 .

Сбалансированный граф целей дан на рис. 3. В него введена маркированная позиция – «арбитр» α . Тот из переходов π_1 , π_2 , который сработает первым, удаляет маркер из арбитра, и это исключает возможность срабатывания другого перехода. Таким образом, предотвращена конфликтная ситуация, имеющая место на рис. 2. Кроме того, в результате моделирования подтверждён факт того, что требование о достижении обеих целей $c_1 = 1$, $c_2 = 1$, заложенное в первоначальную модель, было ошибочным.

Балансировку графа операций рассмотрим на примере операций p_5 «Анализ положения компании на рынке» и p_6 «Стратегическое планирование», которые, согласно рис. 2, реализуются параллельно. Примем, что p_5 и p_6 осуществляются одним и тем же экспертом-аналитиком, т.е. имеют общий кадровый ресурс. Эксперт реально может выполнять эти операции только последовательно в произвольном порядке. Трансформируем граф операций в сбалансированный граф, показанный на рис. 4. В него введены маркированная позиция-арбитр β_0 , и для каждой из операций p_5 , p_6 – предшествующая и последующая позиции (β_1 , β_2 и β_3 , β_4 соответственно) и входной и выходной переходы (γ_1 , γ_2 и γ_3 , γ_4). В маркировке $\beta_1 = 1$, $\beta_3 = 1$ активированы оба входных перехода γ_1 и γ_3 . Выбор одного из них определяется условием $f(\gamma_1) = 1$ или $f(\gamma_3) = 1$ (при ограничении $f(\gamma_1) \wedge f(\gamma_3) \equiv 0$).

Выбранный переход срабатывает, запуская соответствующую операцию и забирая маркер из позиции-арбитра β_0 . При срабатывании выходного перехода, определяющего окончание запущенной операции, маркер возвращается в позицию-арбитр, и описанный процесс повторяется уже применительно к другой операции. Параллельное выполнение операций в сбалансированном графе заменено последовательным в порядке, определяемом разрешающими условиями $f(\gamma_1), f(\gamma_3)$.

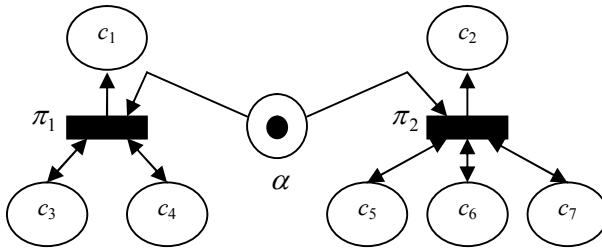


Рис. 3. Сбалансированный граф целей

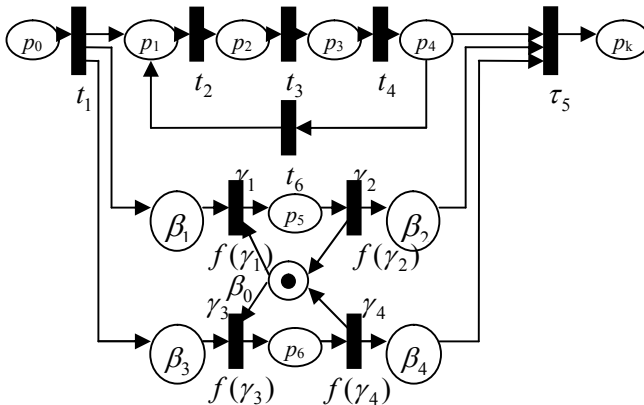


Рис. 4. Сбалансированный граф операций

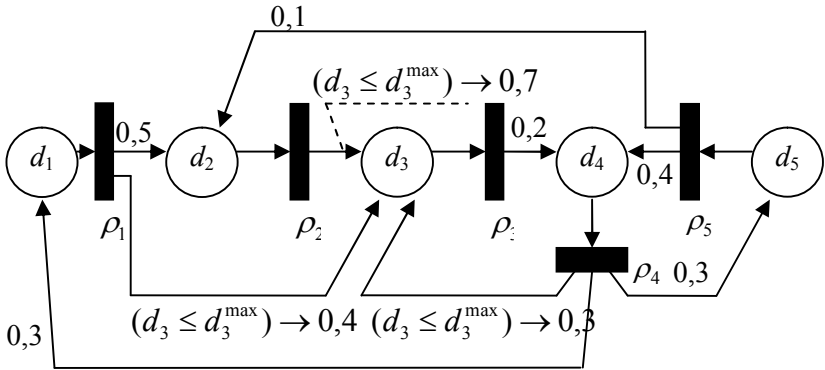


Рис. 5. Сбалансированный граф показателей

Балансировка графа показателей направлена на удержание показателей d_i , $i = 1, \dots, g$, в заданном допустимом диапазоне значений, определяемом истинностью предиката $\varphi(d_i)$: $\varphi(d_i) = 1$ только, и только при допустимых значениях d_i . Пусть дуги, входящие на графе показателей в вершину d_i , помечены весами w_i (с учетом знака +/-). В сбалансированном графе показателей пометку ϖ_i заменяем причинно-следственной формулой $\varphi(d_i) \rightarrow \varpi_i$ (ЕСЛИ $\varphi(d_i) = 1$, ТО ϖ_i).

На рис. 5 дан граф показателей, сбалансированный применительно к показателю d_3 «Сроки окупаемости инвестиций». Предположим, что при моделировании сети на рис. 2 установлено: d_3 выходит за верхний допустимый предел d_3^{\max} . Нормальное протекание ролевого процесса определяется предикатом $\varphi(d_3)$: $d_3 \leq d_3^{\max}$.

Поэтому дуги, входящие на рис. 5 в вершину d_3 , взвешиваем формулами $\varphi(d_3) \rightarrow 0,7$, $\varphi(d_3) \rightarrow 0,4$, $\varphi(d_3) \rightarrow 0,3$. При «выбеге»

$d_3 > d_3^{\max}$ изменение значения маркера δ_3 в позиции d_3 прерывается, и он сохраняет предыдущее значение $\delta_3 = 0$.

5. Заключение

Проведенные анализ и балансировка ролевых процессов на основе триадной модели позволяют не только исключить некоторые типы конфликтных ситуаций, но и лучше понять, как функционирует организационная система и каковы пути ее дальнейшего совершенствования. Поясним это на рассмотренном примере «Снабжение населения продовольственными заказами».

Несовместимость целей «Снижение себестоимости» и «Модернизация технологии комплектации заказов» порождает сомнения в том, являются ли эти цели главными ориентирами для ролевого процесса, обоснованно ли они выбраны в качестве итоговых? Не правильней ли было бы считать их промежуточными, а в качестве итоговых принять финансовую цель «Повышение прибыли компании» и социальную цель «Расширение спектра услуг, предоставляемых компанией клиентам»?

На основе анализа первичной модели (рис. 2) было установлено, что параллельное выполнение операций «Анализ положения компании на рынке» и «Стратегическое планирование» при существующих кадровых ресурсах невозможно. Поэтому была проведена балансировка ролевого процесса (рис. 4), определяющая переход к последовательному выполнению указанных операций. Однако это вызовет увеличение общей длительности процесса (от срабатывания перехода t_1 до срабатывания t_5). В то же время узкое место при параллельном выполнении может быть «расширено» путем привлечения в компанию второго эксперта-аналитика. Что же выгодней?

Условием реализуемости сбалансированного графа показателей (рис. 5) является ускорение окупаемости инвестиций, наблюдаемое в виде уменьшения значений показателя d_3 . Уско-

рение может быть достигнуто введением управления ролевым процессом:

- организацией постоянного мониторинга уровня окупаемости инвестиций;
- при тенденции к росту d_3 мерами по повышению спроса на услуги среди потенциальных клиентов (эффективная реклама, введение новых услуг, например, доставки заказов на дом и т.д.).

Литература

1. АДИДЕС И. Как преодолеть кризисы менеджмента? – М.: Юнити, 2005.
2. АНЦУПОВ А. Я., ШИПИЛОВ А. И. Конфликтология. – М.: Юнити, 2001.
3. ВОРОНИН А. А., ГУБКО М. В., МИШИН С. П., НОВИКОВ Д. А., Математические модели организаций. – М.: ЛЕНАНД, 2008.
4. МЕСКОН М., АЛЬБЕРТ М., ХЕДОУРИ Ф. Основы менеджмента. – М.: Дело, 2001.
5. ПИТЕРСОН Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем. – М.: Мир, 1984.
6. ПРИГОЖИН А. И. Методы развития организации. – М.: МЦФ, 2003.
7. ЮДИЦКИЙ С. А., МАГЕРГУТ В. З. Логическое управление дискретными процессами. – М.: Машиностроение, 1987.
8. ЮДИЦКИЙ С. А., МУРАДЯН И. А., ЖЕЛТОВА Л. В. Моделирование динамики развития конфигураций организованных систем на основе сетей Петри и графов приращений // Проблемы управления. 2007, №6, с.26-34.
9. ЮДИЦКИЙ С. А., МУРАДЯН И. А., ЖЕЛТОВА Л. В. Анализ слабоструктурированных проблемных ситуаций в организационных системах с применением нечетких

- когнитивных карт // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2008, №3, с.54-62.
10. ЮДИЦКИЙ С. А., РАДЧЕНКО Е. Г. Алгебра потокособытий и сети Петри – язык потокового моделирования многоагентных иерархических систем // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2004, №9, с.61-66.
 11. YUDITSKIY S., ZHELTOVA L., MURADYAN I. Triad Model of Business System Development Based on the Interaction of objectives, performance indicators and operations. / Submission №503, 17th I FAC World Congress, 2008.

THE ANALYSIS AND BALANCING OF PROCESSES OF EXECUTION OF ROLES BY SUBJECTS OF ORGANIZATIONAL SYSTEMS

Semen Yuditskiy, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, professor (Moscow, Profsoyuznaya st., 65, tel. (499) 783-20-85).

Pavel Vladislavlev, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand.Sc., (vladislavlev@rambler.ru).

Abstract: Dynamics of the processes realized at execution of roles by subjects of organizational systems (role processes) is investigated. Conditions of balance of the role processes, excluding possibility of creations of conflict situations, for example, because of coincidence in time of incompatible (inconsistent) events are formulated. The technique of the analysis of balance of role processes on the basis of "the weighed" networks of Petri is developed.

Keywords: organizational system, role processes, conflict situation, the analysis and balancing of processes of execution of roles.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Д.А. Новиковым

УДК 517.977

ББК 22.193

МЕТОД НЕЛОКАЛЬНОГО УЛУЧШЕНИЯ В ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ТЕРМИНАЛЬНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ¹

Булдаев А.С.², Трунин Д.О.³

(Бурятский государственный университет, Улан-Удэ)

Разработан новый подход к решению полиномиальных по состоянию задач оптимального управления с терминальными ограничениями. Предлагаемый метод обеспечивает нелокальное улучшение управления с выполнением всех терминальных ограничений на каждой итерации, не использует процедуру слабого или игольчатого варьирования управления и имеет возможность строго улучшать неоптимальные управления, удовлетворяющие принципу максимума.

Ключевые слова: задача оптимального управления, терминальные ограничения, нелокальное улучшение.

1. Введение

В работах [1, 2, 6] в классе линейных и полиномиальных по состоянию задач оптимального управления без функциональных ограничений были построены методы нелокального улучшения, основанные на нестандартных формулах приращения функционала без остаточных членов разложений. Отсутствие операции

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 07-01-90101, 08-01-00945).

² Александр Сергеевич Булдаев, доктор физико-математических наук, профессор (buldaev@mail.ru).

³ Дмитрий Олегович Трунин, ассистент (hint@rambler.ru).

слабого или игольчатого варьирования управлений на каждой итерации и возможность улучшения управлений, удовлетворяющих принципу максимума, обуславливают повышенную эффективность построенных методов.

В данной статье предлагается метод нелокального улучшения допустимых управлений в полиномиальных по состоянию задачах оптимального управления с терминальными ограничениями. Нелокальность улучшения управления с учетом выполнения всех ограничений обеспечивается ценой решения специальной краевой задачи, которая существенно проще краевой задачи принципа максимума. Разработанный метод имеет возможность улучшать управления, удовлетворяющие принципу максимума, за счет неединственности решения краевой задачи улучшения.

2. Постановка задачи

Рассматривается специальная полиномиальная по состоянию и линейная по управлению задача оптимального управления с одним терминальным ограничением:

$$(1) \quad \dot{x} = A(x, t)u + b(x, t), \quad x(t_0) = x^0, \quad u = u(t) \in U, \quad t \in T = [t_0, t_1],$$

$$(2) \quad \Phi(u) = \langle c, x(t_1) \rangle \rightarrow \min,$$

$$(3) \quad x_1(t_1) = x_1^1,$$

в которой $x = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$ – вектор состояния; $u = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t))$ – вектор управления; интервал T фиксирован, $x^0 \in R^n$, $x_1^1 \in R$, $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ заданы, причем $c_1 = 0$. Матричная функция $A(x, t)$ и вектор-функция $b(x, t)$ предполагаются полиномиальными по x степени $l \geq 1$ и непрерывными по t на множестве $R^n \times T$.

В качестве доступных управлений рассматривается множество V кусочно-непрерывных функций со значениями в выпуклом компактном множестве $U \subset R^m$:

$$V = \left\{ u \in PC^m(T) : u(t) \in U, t \in T \right\}.$$

Для каждого доступного управления $v \in V$ обозначим решение задачи Коши (1) при $u = v(t)$ через $x(t, v)$, $t \in T$.

Определим множество допустимых управлений

$$W = \{u \in V : x_1(t_1, u) = x_1^1\}.$$

Общая полиномиальная по состоянию и линейная по управлению задача оптимального управления с функциональными ограничениями-равенствами, в которой функционалы, задающие цель и ограничения, имеют соответственно вид

$$\Phi_0(u) \rightarrow \min, \quad \Phi_i(u) = 0, \quad i = 1, \dots, s, \quad s \geq 1,$$

$$\Phi_i(u) = \varphi_i(x(t_1)) + \int_T (d_i(x, t) + \langle g_i(x, t), u \rangle) dt, \quad i = 0, \dots, s,$$

сводится к задаче вида (1)-(3) с возможным увеличением размерности вектора состояния и степени полиномиальности.

Предполагается, что функции $\varphi_i(x)$, $i = 0, \dots, s$ являются многочленами степени $l_i \geq 1$ на R^n , функции $d_i(x, t)$, $g_i(x, t)$, $i = 0, \dots, s$, полиномиальны по x степени $l_i \geq 1$ и непрерывны по t на $R^n \times T$.

Для задачи (1)-(3) функция Понтрягина с сопряженной переменной $p \in R^n$ имеет вид

$$H(p, x, u, t) = H_0(p, x, t) + \langle H_1(p, x, t), u \rangle,$$

где $H_0(p, x, t) = \langle p, b(x, t) \rangle$, $H_1(p, x, t) = A(x, t)^T p$.

Рассмотрим нормальный функционал Лагранжа с множителем $\lambda \in R$:

$$L(u, \lambda) = \langle c, x(t_1) \rangle + \lambda (x_1(t_1) - x_1^1).$$

В соответствии с [1, 2] для приращения функционала Лагранжа

$$\Delta_v L(u, \lambda) = L(v, \lambda) - L(u, \lambda)$$

на паре доступных управлений u^0, v имеет место формула

$$(4) \quad \Delta_v L(u^0, \lambda) = - \int_T \langle H_1(p(t, u^0, v, \lambda), x(t, v), t), v(t) - u^0(t) \rangle dt.$$

Здесь $p(t, u^0, v, \lambda)$, $t \in T$ – решение модифицированной сопряженной системы

$$(5) \quad \dot{p} = -H_x - \frac{1}{2!} \langle H_{xx}, z \rangle_x - \dots - \frac{1}{l!} \langle \dots \langle H_{xx}, z \rangle_x, z \rangle_x \dots, z \rangle_x,$$

$$(6) \quad p_1(t_1) = -\lambda,$$

$$(7) \quad p_i(t_1) = -c_i, \quad i = \overline{2, n},$$

в которой частные производные по x подсчитываются при значениях аргументов $x = x(t, u^0)$, $u = u^0(t)$, $z = x(t, v) - x(t, u^0)$.

Отметим, что при $l = 1$ модифицированная сопряженная система совпадает со стандартной сопряженной системой и имеет вид

$$\dot{p} = -H_x(p, x, u, t).$$

Пусть $\psi(t, v, \lambda)$, $t \in T$ – решение стандартной сопряженной системы с начальными условиями (6), (7) при $x = x(t, v)$, $u = v(t)$. Очевидно, что выполняется равенство

$$p(t, v, v, \lambda) = \psi(t, v, \lambda), \quad t \in T.$$

Для управления $u^0 \in V$ и параметра $\alpha > 0$ образуем аналогично [2, 6] вектор-функцию

$$u^\alpha(p, x, t) = P_U \left(u^0(t) + \alpha H_1(p, x, t) \right), \quad p \in R^n, x \in R^n,$$

где P_U – оператор проектирования на множество U в евклидовой норме.

Функция $u^\alpha(p, x, t)$ непрерывна по совокупности (p, x) на $R^n \times R^n$ и кусочно-непрерывна по $t \in T$, причем имеет место оценка [2, 6]:

$$(8) \quad \langle H_1(p, x, t), u^\alpha(p, x, t) - u^0(t) \rangle \geq \frac{1}{\alpha} \|u^\alpha(p, x, t) - u^0(t)\|^2.$$

Регулярный принцип максимума для допустимого управления u^0 при некотором $\lambda \in R$ с помощью отображения u^α представляется в форме

$$(9) \quad u^0(t) = u^\alpha(\psi(t, u^0, \lambda), x(t, u^0), t), \quad t \in T, \quad \alpha > 0.$$

Для выполнения регулярного принципа максимума достаточно проверить условие (9) хотя бы для одного $\alpha > 0$.

3. Метод нелокального улучшения

Поставим задачу улучшения управления $u^0 \in W$: найти управление $v \in W$ со свойством $\Phi(v) \leq \Phi(u^0)$.

Метод нелокального улучшения.

1. Для заданного $\alpha > 0$ найдем решение $(x(t), p(t))$, $t \in T$ краевой задачи

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(x, t)u^\alpha(p, x, t) + b(x, t), \quad t \in T, \\ x(t_0) &= x^0, \quad x_1(t_1) = x_1^1, \\ (10) \quad \dot{p} &= -H_x - \frac{1}{2!} \langle H_x, z \rangle_x - \dots - \frac{1}{l!} \langle \dots \langle \langle H_x, z \rangle_x, z \rangle_x \dots, z \rangle_x, \\ p_i(t_1) &= -c_i, \quad i = \overline{2, n}, \end{aligned}$$

где частные производные по x подсчитываются при значениях аргументов $x = x(t, u^0)$, $u = u^0(t)$, и $z = x(t) - x(t, u^0)$.

2. Сформируем управление

$$v(t) = u^\alpha(p(t), x(t), t), \quad t \in T.$$

Предположим, что решение $(x(t), p(t))$, $t \in T$ краевой задачи (10) (возможно, не единственное) существует на T . Понятно, что $x(t) = x(t, v)$, $t \in T$ и $v \in W$.

Докажем свойство улучшения для выходных управлений.

Действительно, решение $p(t)$, $t \in T$ является решением системы дифференциальных уравнений (5) при $x = x(t, u^0)$, $u = u^0(t)$, $z = x(t, v) - x(t, u^0)$ и удовлетворяет краевому условию (7).

Обозначим $\bar{\lambda} = -p_1(t_1)$, тогда $p(t) = p(t, u^0, v, \bar{\lambda})$, $t \in T$.

Из формулы приращения (4) и соотношения (8) следует, что выходное управление v обеспечивает невозрастание функционала Лагранжа с оценкой

$$L(v, \bar{\lambda}) - L(u^0, \bar{\lambda}) \leq -\frac{1}{\alpha} \int_T \|v(t) - u^0(t)\|^2 dt.$$

Следовательно, в силу допустимости управлений u^0 , v , получаем

$$(11) \quad \Phi(v) - \Phi(u^0) \leq -\frac{1}{\alpha} \int_T \|v(t) - u^0(t)\|^2 dt.$$

Рассмотрим множество управлений на выходе процедуры улучшения:

$$W(u^0) = \{v \in W : v(t) = u^\alpha(p(t, u^0, v, \bar{\lambda}), x(t, v), t), t \in T\}.$$

Это множество характеризуется поточечным соотношением в пространстве управлений

$$v(t) = u^\alpha(p(t, u^0, v, \bar{\lambda}), x(t, v), t), t \in T.$$

Очевидным следствием этого соотношения является следующее утверждение.

Лемма. Управление $u^0 \in W(u^0)$ тогда и только тогда, когда управление $u^0 \in W$ удовлетворяет регулярному принципу максимума (9).

Таким образом, краевая задача улучшения (10) для управления $u^0 \in W$, удовлетворяющего регулярному принципу максимума, имеет хотя бы одно решение

$$x(t) = x(t, u^0), \psi(t) = \psi(t, u^0, \bar{\lambda}), t \in T,$$

где $\bar{\lambda} = -\psi_1(t_1)$.

Регулярный принцип максимума (ПМ) на языке процедуры улучшения можно сформулировать следующим образом.

ПМ. Если допустимое управление u^0 оптимально, то в регулярном случае $u^0 \in W(u^0)$.

В терминах решения краевой задачи (10) данное утверждение можно переформулировать следующим образом.

ПМ. Если допустимое управление u^0 оптимально, то в регулярном случае пара $(x(t, u^0), \psi(t, u^0, \bar{\lambda}))$, $t \in T$ является решением краевой задачи (10).

Следствие 1. Если $u^0 \in W$ не удовлетворяет регулярному принципу максимума и краевая задача (10) имеет решение, то выходное управление $v \in W(u^0)$ строго улучшает u^0 с оценкой (11).

Следствие 2. Если $u^0 \in W$ удовлетворяет регулярному принципу максимума, то в случае неединственности решения краевой задачи (10) выходное управление $v \in W(u^0)$, $v \neq u^0$ строго улучшает u^0 с оценкой (11).

Процедура нелокального улучшения позволяет сформулировать новое необходимое условие оптимальности, усиливающее регулярный принцип максимума.

Условие А. Если допустимое управление u^0 оптимально, то в регулярном случае

$$W(u^0) = \{u^0\}.$$

В терминах решения краевой задачи (10) условие А формулируется следующим образом.

Условие А. Если допустимое управление u^0 оптимально, то в регулярном случае пара $(x(t, u^0), \psi(t, u^0, \bar{\lambda}))$, $t \in T$ является единственным решением краевой задачи (10).

Очевидно, что регулярный принцип максимума является следствием условия А.

Выделим свойства краевой задачи (10), упрощающие ее по сравнению с краевой задачей принципа максимума.

1. В задаче (10) уравнения для сопряженных переменных являются полиномиальными степени $(l - 1)$ по x и линейными по p .

2. В задаче (10) правые части для фазовых переменных являются непрерывными по совокупности аргументов (p, x) на $R^n \times R^n$.

Предложенная процедура указывает на принципиальную возможность осуществления нелокального улучшения в рассматриваемом классе задач с сохранением всех терминальных ограничений. Трудоемкость построения улучшающего управления с выполнением всех терминальных ограничений определяется трудоемкостью решения непрерывной краевой задачи улучшения. Подчеркнем нелокальность улучшения: улучшаемое и улучшающее управления не связаны параметром близости.

Процедура имеет возможность улучшения управлений, удовлетворяющих принципу максимума, за счет неединственности решения краевой задачи улучшения.

В случае, когда краевая задача улучшения не имеет решения, рассматриваемая процедура не действует и следует перейти к другим методам улучшения.

4. Вычислительные аспекты

Для решения краевой задачи (10) может быть применен подход возмущений, разработанный в [1].

Проиллюстрируем этот метод для квадратичной ($l = 2$) по состоянию задачи (1)-(3).

Соответствующая краевая задача улучшения имеет вид

$$\dot{x} = A(x, t)u^\alpha(p, x, t) + b(x, t), \quad t \in T,$$

$$x(t_0) = x^0, \quad x_1(t_1) = x_1^1,$$

$$(12) \quad \dot{p} = -H_x(p, x(t, u^0), u^0(t), t) - \\ - \frac{1}{2} H_{xx}(p, x(t, u^0), u^0(t), t) (x - x(t, u^0)),$$

$$p_i(t_1) = -c_i, \quad i = \overline{2, n}.$$

Введем возмущенную краевую задачу с параметром $\varepsilon \in [0, 1]$:

$$\dot{x} = A(x, t)u^\alpha(p, x, t) + b(x, t), \quad t \in T,$$

$$x(t_0) = x^0, \quad x_1(t_1) = x_1^1,$$

$$(13) \quad \dot{p} = -H_x(p, x(t, u^0), u^0(t), t) - \\ - \frac{\varepsilon}{2} H_{xx}(p, x(t, u^0), u^0(t), t) (x - x(t, u^0)),$$

$$p_i(t_1) = -c_i, \quad i = \overline{2, n}.$$

Исходная краевая задача (12) соответствует значению параметра возмущения $\varepsilon = 1$. При $\varepsilon = 0$ задача называется невозмущенной и имеет вид

$$\dot{x} = A(x, t)u^\alpha(p, x, t) + b(x, t), \quad t \in T$$

$$x(t_0) = x^0, \quad x_1(t_1) = x_1^1,$$

$$(14) \quad \dot{p} = -H_x(p, x(t, u^0), u^0(t), t),$$

$$p_i(t_1) = -c_i, \quad i = \overline{2, n}.$$

При этом сопряженная система совпадает со стандартной сопряженной системой.

Решение невозмущенной задачи (14) сводится к решению алгебраического уравнения с одним неизвестным.

Действительно, для параметра $a \in R$ обозначим через $p^\alpha(t, a)$, $t \in T$, решение задачи Коши

$$\begin{aligned} \dot{p} &= -H_x(p, x(t, u^0), u^0(t), t), \\ p_1(t_1) &= a, \quad p_i(t_1) = -c_i, \quad i = \overline{2, n}. \end{aligned}$$

Рассмотрим задачу Коши с непрерывной правой частью:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(x, t)u^\alpha(p^\alpha(t, a), x, t) + b(x, t), \quad t \in T, \\ x(t_0) &= x^0. \end{aligned}$$

Пусть $x^\alpha(t, a)$, $t \in T$ – решение этой системы. Пара $(x^\alpha(t, a), p^\alpha(t, a))$, $t \in T$ является решением невозмущенной краевой задачи (14) тогда и только тогда, когда выполняется условие

$$(15) \quad x_1^\alpha(t_1, a) = x_1^1.$$

Таким образом, невозмущенная краевая задача сводится к алгебраическому уравнению (15) относительно параметра $a \in R$.

Представим уравнение (15) в операторной форме:

$$G^\alpha(a) = 0.$$

Для решения данного уравнения можно применить метод локализации корней с последующим применением метода бисекции [5]. При условии обоснования непрерывности оператора G^α на интервале локализации, метод бисекции обеспечивает глобальную сходимость к решению.

Для решения возмущенной краевой задачи (13) при $\varepsilon \in (0, 1]$ аналогично [1] можно применить следующий итерационный процесс с индексом $k \geq 0$:

$$\begin{aligned} \dot{x}^{k+1} &= A(x^{k+1}, t)u^\alpha(p^{k+1}, x^{k+1}, t) + b(x^{k+1}, t), \quad t \in T, \\ x^{k+1}(t_0) &= x^0, \quad x_1^{k+1}(t_1) = x_1^1, \\ (16) \quad \dot{p}^{k+1} &= -H_x(p^{k+1}, x(t, u^0), u^0(t), t) - \\ &\quad - \frac{\varepsilon}{2} H_{xx}(p^k(t), x(t, u^0), u^0(t), t) (x^k(t) - x(t, u^0)), \\ p_i^{k+1}(t_1) &= -c_i, \quad i = \overline{2, n}. \end{aligned}$$

В качестве начального приближения $(x^0(t), p^0(t))$, $t \in T$, при $k = 0$ можно выбрать решение невозмущенной задачи (14).

На каждой итерации процесса (16) решается задача, по трудоемкости аналогичная невозмущенной (14).

Условия сходимости итерационного процесса (16) при фиксированном значении параметра $\varepsilon \in [0, 1]$ к решению возмущенной краевой задачи при достаточно малых $\alpha > 0$ обосновываются аналогично [1].

Расчет возмущенных задач начинается с расчета исходной краевой задачи, соответствующей значению параметра возмущения $\varepsilon = 1$. Если соответствующий итерационный процесс (16) не сходится, то уменьшают значение параметра ε до значения, обеспечивающего сходимость алгоритма (16) при достаточно малых $\alpha > 0$. Далее полученное решение возмущенной задачи принимается в качестве начального приближения алгоритма (16) и значение параметра возмущения ε увеличивают. Такими действиями можно улучшить практическую сходимость алгоритма возмущений при выборе достаточно малых $\alpha > 0$.

На практике итерационный процесс возмущений (16) продолжается до первого улучшения целевого функционала

$$\Phi(u^k) \leq \Phi(u^0), \quad u^k(t) = u^\alpha(p^k(t), x^k(t), t), \quad t \in T, \quad k \geq 0.$$

Далее расчет повторяется для краевой задачи улучшения нового управления.

Таким образом, в целом формируется метод возмущений для решения рассматриваемого класса полиномиальных задач оптимального управления, который обеспечивает нелокальное улучшение управлений с сохранением всех терминальных ограничений на каждой итерации.

5. Примеры

Пример 1. Улучшение управления, удовлетворяющего принципу максимума.

Рассмотрим задачу оптимального управления

$$\dot{x}_1 = u, \quad \dot{x}_2 = -\frac{1}{2}x_1^2, \quad |u(t)| \leq 1, \quad t \in T = [0, \pi],$$

$$x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 0,$$

$$\Phi(u) = x_2(\pi) \rightarrow \min, \quad x_1(\pi) = 0.$$

В данном случае

$$H = p_1 u - \frac{1}{2} p_2 x_1^2, \quad H_0 = -\frac{1}{2} p_2 x_1^2, \quad H_1 = p_1.$$

Поставим задачу улучшения допустимого управления $u^0(t) \equiv 0$, которому соответствуют фазовые траектории $x_1(t, u^0) \equiv 0$, $x_2(t, u^0) \equiv 0$, $t \in T$ и значение целевого функционала $\Phi(u^0) = 0$.

Тогда отображение u^α с параметром $\alpha > 0$ принимает вид

$$u^\alpha(p, x, t) = \begin{cases} 1, & \alpha p_1 > 1, \\ -1, & \alpha p_1 < -1, \\ \alpha p_1, & -1 \leq \alpha p_1 \leq 1. \end{cases}$$

Положим значение параметра проектирования $\alpha = 1$ и применим процедуру нелокального улучшения. Соответствующая краевая задача улучшения, имеющая вид

$$\dot{x}_1 = u^\alpha(p, x, t), \quad \dot{x}_2 = -\frac{1}{2}x_1^2,$$

$$x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 0, \quad x_1(\pi) = 0,$$

$$\dot{p}_1 = p_2 x_1, \quad \dot{p}_2 = 0, \quad p_2(\pi) = -1,$$

сводится к краевой задаче меньшей размерности:

$$\dot{x}_1 = u^\alpha(p, x, t), \quad x_1(0) = 0, \quad x_1(\pi) = 0,$$

$$\dot{p}_1 = -x_1.$$

Отметим, что пара $(p_1(t) \equiv 0, x_1(t) = x_1(t, u^0) \equiv 0)$ является решением краевой задачи. Таким образом, допустимое управление u^0 удовлетворяет регулярному принципу максимума с множителем Лагранжа $\bar{\lambda} = 0$. При этом управление u^0 является особым.

Покажем, что существует решение краевой задачи улучшения, отличное от указанного. Подберем решение, соответствующее условию $|p_1(t)| \leq 1$, $t \in T$.

В этом случае краевая задача улучшения принимает вид

$$\dot{x}_1 = p_1, \quad x_1(0) = 0, \quad x_1(\pi) = 0,$$

$$\dot{p}_1 = -x_1.$$

Очевидно, что данная краевая задача имеет решения вида

$$x_1(t) = C \sin t, \quad p_1(t) = C \cos t, \quad t \in T,$$

где C – произвольная постоянная, $|C| \leq 1$.

Таким образом, например, допустимое управление $v(t) = \cos t$ с соответствующими фазовыми траекториями

$$x_1(t, v) = \sin t, \quad x_2(t, v) = \frac{1}{8} (\sin 2t - 2t), \quad t \in T, \text{ строго улучшает}$$

исходное особое управление u^0 : $\Phi(v) = -\frac{\pi}{4} < \Phi(u^0) = 0$.

Пример 2. Рассматривается линейная по состоянию задача оптимизации рекламной стратегии фирмы [7]:

$$\dot{x} = au(1-x) - bx, \quad x(0) = x^0, \quad u(t) \in [0, u^+], \quad t \in T = [0, t_1],$$

$$\int_T e^{-rt} (cx - u) dt \rightarrow \max,$$

$$x(t_1) = x^1.$$

Здесь $x = x(t)$ – количество произведенного товара (объем выпуска); a, b, c, r, x^1 – постоянные параметры. Управление $u(t) \in [0, u^+]$, $t \in T$ определяет расходы фирмы на рекламу товара.

Ставится задача максимизации суммарной прибыли фирмы за период времени T с учетом расходов на рекламу.

Для удобства задача преобразовывалась к терминальной форме

$$\dot{x}_1 = au(1-x_1) - bx_1, \quad \dot{x}_2 = e^{-rt}(u - cx_1), \quad t \in [0, t_1],$$

$$x_1(0) = x^0, \quad x_2(0) = 0, \quad u(t) \in [0, u^+],$$

$$\Phi_0(u) = x_2(t_1) \rightarrow \min,$$

$$\Phi_1(u) = x_1(t_1) - x^1 = 0.$$

Расчеты проводились при следующих значениях параметров задачи:

$$a = 2, b = 0,5, c = 2, r = 1, x^0 = 0,75, x^1 = 0,75, u^+ = 1, t_1 = 1.$$

Для решения задачи применялись разработанный метод не-локального улучшения (МНУ) и известный метод штрафов, состоящий в решении последовательности квадратичных по состоянию задач без ограничений с квадратичным по состоянию целевым функционалом

$$\Phi(u) = \Phi_0(u) + \gamma\Phi_1^2(u),$$

где $\gamma > 0$ – параметр штрафа.

Для расчета вспомогательных задач без ограничений в методе штрафов применялись следующие алгоритмы:

1) метод условного градиента (МУГ) [3] с параметрическим поиском улучшающего управления по правилу золотого сечения;

2) метод игольчатой линеаризации (МИЛ) [6], в котором параметрический поиск улучшающего управления производится методом золотого сечения.

В качестве начального приближения во всех методах выбиралось $u^0(t) \equiv 1$.

Численное решение фазовых и сопряженных задач Коши производилось методом Рунге-Кутты переменного (5-6) порядка и шага. Абсолютная погрешность численного интегрирования задач Коши задавалась равной 10^{-10} . Значения вычисленных управляющих, фазовых и сопряженных переменных в процессе расчета запоминались в узлах заданной равномерной сетки с шагом d дискретизации, равным 0,001, на интервале $T = [0, 1]$. В промежутках между соседними узлами сетки значение управления принималось постоянным и равным значению в левом узле.

Точность решения вспомогательной задачи параметрического поиска улучшающего управления в методах МИЛ и МУГ с помощью процедуры золотого сечения определялась сужением интервала локализации точки минимума функционала по параметру в 10^6 раз по сравнению с начальным интервалом.

Метод возмущений для решения краевой задачи улучшения в МНУ применялся до первого улучшения управления. Для

решения вспомогательного алгебраического уравнения в методе возмущений применялся алгоритм бисекции с точностью 10^{-6} .

Практическим критерием остановки расчета задачи во всех методах являлось условие

$$|\Phi(u^{k+1}) - \Phi(u^k)| \leq M |\Phi(u^k)|,$$

где $k \geq 0$ – номер итерации, $M = 10^{-6}$.

Эффективность методов оценивалась суммарным количеством расчетных фазовых и сопряженных задач Коши. Сравнительные качественные и количественные результаты расчетов представлены в таблице 1.

В таблице 1 введены следующие обозначения: Φ_0^* – расчетное значение целевого функционала задачи; Φ_1^* – расчетное значение модуля терминального функционала; N – суммарное количество фазовых и сопряженных задач Коши. В примечании указано значение параметра штрафа γ (для МИЛ и МУГ) и проекционного параметра α (для МНУ).

Расчетное управление во всех методах с точностью до десятых долей единицы времени является кусочно-постоянным с точкой переключения в момент $t = 0,5$ с минимального значения на максимальное.

Таблица 1

Метод	Φ_0^*	Φ_1^*	N	Примечание
МУГ	-0,5883189	$7,9371 \times 10^{-5}$	3639	100
МИЛ	-0,5885496	$4,3197 \times 10^{-5}$	1218	100
МНУ	-0,5882504	$1,6391 \times 10^{-5}$	64	10

В рамках рассматриваемой задачи разработанный метод нелокального улучшения показывает существенно лучший результат по эффективности расчета, в том числе по показателю суммарной трудоемкости, который включает пробные расчеты по подбору параметров, обеспечивающих сходимость методов (параметр штрафа в методах МУГ, МИЛ и проекционный параметр для МНУ).

Пример 3. Рассматривается квадратичная по состоянию задача оптимального введения иммуноглобулинов в рамках простейшей модели иммунного процесса при вирусном заболевании [4] (без запаздывания):

$$\dot{x}_1 = h_1 x_1 - h_2 x_1 x_2 - u x_1,$$

$$\dot{x}_2 = h_4 (x_3 - x_2) - h_8 x_1 x_2,$$

$$\dot{x}_3 = h_3 x_1 x_2 - h_5 (x_3 - 1),$$

$$\dot{x}_4 = h_6 x_1 - h_7 x_4,$$

$$x_1(0) = x_1^0 > 0, \quad x_2(0) = 1, \quad x_3(0) = 1, \quad x_4(0) = 0, \quad t \in T = [0, t_1],$$

$$\Phi_0(u) = x_1(t_1) \rightarrow \min,$$

$$\int_T x_4(t) dt - m = 0, \quad m > 0.$$

Переменная $x_1 = x_1(t)$ характеризует инфекционное начало (вирус), переменные $x_2 = x_2(t)$, $x_3 = x_3(t)$ – защитные силы организма (антитела, плазмоклетки), $x_4 = x_4(t)$ – степень поражения организма, $h_i > 0$, $i = 1, \dots, 8$ – постоянные коэффициенты. Управление $u(t) \in [0, \bar{u}]$, $t \in T = [0, t_1]$ характеризует интенсивность введения иммуноглобулинов, нейтрализующих вирус.

Начальные условия имитируют ситуацию заражения организма малой начальной дозой вирусов x_1^0 в начальный момент времени $t_0 = 0$. Управление $u(t) \equiv 0$ соответствует отсутствию управляющего воздействия.

Значения коэффициентов для имитации острого вирусного заболевания взяты из работы [4] и имеют следующие значения

$$h_1 = 2, h_2 = 0,8, h_3 = 10^4, h_4 = 0,17,$$

$$h_5 = 0,5, h_6 = 10, h_7 = 0,12, h_8 = 8, m = 0,1$$

Начальная доза заражения x_1^0 моделировалась значением 10^{-6} .

При данном наборе параметров единица времени соответствует одним суткам. Максимальная интенсивность введения иммуноглобулинов моделировалась значением $\bar{u} = 0,5$. Временной интервал T выбирался равным 20 суткам: $t_1 = 20$.

Ставится задача с помощью введения иммуноглобулинов добиться минимальной концентрации вирусов к концу курса

лечения на заданном интервале времени при ограничении суммарной нагрузки поражения организма.

Интегральное условие введением дополнительной переменной по правилу

$$\dot{x}_5 = x_4, \quad x_5(0) = 0$$

сводилось к терминальному условию

$$\Phi_1(u) = x_5(t_1) - m = 0.$$

Для решения поставленной задачи применялись методы МУГ, МИЛ и МНУ, которые использовались для расчета задачи в предыдущем примере.

В качестве начального приближения во всех методах выбиралось $u(t) \equiv 0$.

Абсолютная точность решения фазовых и сопряженных задач Коши методом Рунге-Кутты переменного (5-6) порядка и шага задавалась равной 10^{-10} . Шаг равномерной сетки, в узлах которой запоминались значения вычисленных управляющих, фазовых и сопряженных переменных в процессе расчета выбирался равным 0,001.

Точность решения вспомогательной задачи параметрического поиска улучшающего управления в методах МИЛ и МУГ с помощью процедуры золотого сечения и точность решения вспомогательного алгебраического уравнения в методе возмущений для решения краевой задачи улучшения метода МНУ принимались равными 10^{-5} .

Отметим, что применение известного метода стрельбы [5] для решения краевой задачи улучшения в методе МНУ приводило к вычислительной неустойчивости расчета, обусловленной различием характерных времен изменения переменных в модели на два порядка и достаточно большим интервалом времени T .

Практическим критерием остановки расчета задачи во всех методах выбиралось условие

$$\left| \Phi(u^{k+1}) - \Phi(u^k) \right| \leq M \left| \Phi(u^k) \right|, \quad \Phi(u) = \Phi_0(u) + \gamma \Phi_1^2(u),$$

где $k \geq 0$ – номер итерации, $M = 10^{-5}$.

Трудоёмкость методов оценивалась количеством затраченных расчетных задач Коши. Сравнительные качественные и количественные результаты расчетов представлены в таблице 2, где Φ_0^* – расчетное значение целевого функционала задачи; Φ_1^* – расчетное значение терминального функционала; N – суммарное количество задач Коши. В примечании указывается значение параметра штрафа γ (для МИЛ и МУГ) и проекционно-го параметра α (для МНУ).

Таблица 2

Метод	Φ_0^*	Φ_1^*	N	Примечание
МУГ	$2,686698 \times 10^{-19}$	$1,85486 \times 10^{-5}$	464	10^{-10}
МИЛ	$1,142279 \times 10^{-20}$	$5,84472 \times 10^{-5}$	167	10^{-10}
МНУ	$1,172261 \times 10^{-20}$	$1,53479 \times 10^{-5}$	88	1000

Выбор относительно малых значений параметра штрафа γ связан с малыми характерными значениями целевого функционала. Подбор достаточно большого проекционного параметра α определялся из условия повышения скорости сходимости метода и производился с точностью до порядка, начиная с $\alpha = 1$.

Расчетное управление с точностью до суток во всех методах является кусочно-постоянной функцией с точкой переключения с максимального значения на минимальное в момент $t = 5$ и обратного переключения в момент $t = 14$.

Сравнительные результаты расчетов показывают, что в рамках модельной задачи управления иммунным процессом построенный метод позволяет достигнуть заметного снижения трудоёмкости решения по сравнению с известными локальными методами улучшения МИЛ и МУГ.

6. Заключение

Построенный метод реализует нелокальное улучшение допустимых управлений без процедуры слабого или игольчатого варьирования с выполнением всех терминальных ограничений.

Нелокальность улучшения достигается ценой решения непрерывной краевой задачи, которая существенно проще краевой задачи принципа максимума. Используемый подход возмущений сводит краевую задачу улучшения к последовательности чередующихся задач Коши для фазовых и сопряженных переменных.

В целом разработан новый метод возмущений для решения рассматриваемого класса полиномиальных задач оптимального управления, характеризуемый следующими свойствами.

1. Выполнение всех терминальных ограничений на каждой итерации улучшения.
2. Нелокальность улучшения управления.
3. Отсутствие трудоемкой операции слабого или игольчатого варьирования при поиске улучшающего управления.
4. Возможность улучшения управлений, удовлетворяющих принципу максимума.

Эти свойства являются существенными факторами повышения эффективности решения и получения практически реализуемых управлений нелинейных задач оптимального управления с терминальными ограничениями.

Литература

1. БУЛДАЕВ А. С. *Нелокальное улучшение управляемых процессов методом возмущений*. – Сер.: Оптимизация и управление. – Вып. 10. – Иркутск: Изд-во ИГУ, 2004. – 52 с.
2. БУЛДАЕВ А. С. *Проекционные процедуры нелокального улучшения линейно управляемых процессов* // Известия вузов. Математика. – 2004. – №1. – С. 18-24.
3. ВАСИЛЬЕВ О. В. *Лекции по методам оптимизации*. – Иркутск: Изд-во ИГУ, 1994. – 340 с.
4. МАРЧУК Г. И. *Математические модели в иммунологии. Вычислительные методы и алгоритмы*. – М.: Наука, 1991. – 304 с.

5. САМАРСКИЙ А. А., ГУЛИН А. В. *Численные методы*. – М.: Наука, 1989. – 432 с.
6. СРОЧКО В. А. *Итерационные методы решения задач оптимального управления*. – М.: Физматлит, 2000. – 160 с.
7. SETHI S. P., THOMSON G. L. *Optimal control theory. Applications to management science*. – USA, Boston, 1981. – 370 p.

METHOD OF NON-LOCAL IMPROVEMENT IN POLYNOMIAL OPTIMAL CONTROL PROBLEMS WITH TERMINAL CONSTRAINTS

Alexander Buldaev, Buryat State University, Ulan-Ude, Doctor of Science, professor (buldaev@mail.ru).

Dmitry Trunin, Buryat State University, Ulan-Ude, assistant (hint@rambler.ru).

Abstract: A new approach is designed to solve polynomial in state optimal control problems with terminal constraints. The proposed method provides the non-local control improvement with all terminal constraints satisfied on each iteration without needle or weak variation and has an opportunity to improve extreme controls.

Keywords: optimal control problem, terminal constraints, non-local improvement.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии С.Н.Васильевым

УДК 681.5.037

ББК 22.311

МЕТОД ГАРМОНИЧЕСКОЙ СТАЦИОНАРИЗАЦИИ И ОЦЕНКА РОБАСТНОСТИ ПЕРИОДИЧЕСКИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Чечурин Л. С.¹

(Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, Санкт-Петербург)

В статье решаются задачи оценки устойчивости линейных нестационарных систем управления на различных классах неопределенностей в описании. Оценки получены на основе метода гармонической стационаризации, позволяющего строить передаточные функции нестационарных элементов в одночастотном гармоническом приближении.

Ключевые слова: частотный анализ, стационаризация, робастность нестационарных систем

Введение

Развитие аналитических методов исследования периодических процессов в сложных системах, описываемых нестационарными и нелинейными дифференциальными уравнениями, составляло и составляет значительную часть трудов отечественных и зарубежных теоретиков. Помимо математических методов анализа периодических решений дифференциальных уравнений и теории устойчивости, методов математической физики, определенный набор инструментов в теорию колебаний привнесло представление системы как контура с обратной связью – основного понятия теории автоматического управления. Пионерской

¹ Леонид Сергеевич Чечурин, кандидат технических наук, зав. кафедрой (сereu4@gmail.com).

работой в этом смысле принято считать статью А. И. Лурье и В. И. Постникова [1], после чего выделение нелинейного или нестационарного элемента в обратную связь получило название «форма А. И. Лурье». Широко известны последовавшие выдающиеся результаты по частотному анализу устойчивости нелинейных систем В. Д. Якубовича [2] (Лемма Якубовича-Калмана) и ряд современных работ этой научной школы: Г. А. Леонова, А. Л. Фрадкова, М. М. Шумфарова, А. Х. Гелига и других [3-4].

Введенное в 80-е годы в теории автоматического управления понятие робастности и предложенный в 90-е аппарат ее анализа позволил поставить и решить ряд имеющих важность задач проектирования надежных систем и в теории колебаний. Укажем здесь, в частности, на концепцию пассивности и работы Ван-дер-Шафта [5] и Исидори [6].

Перечисленные направления, школы и результаты составляют изрядную, но далеко не полную картину исследований в области анализа робастности нестационарных и нелинейных колебаний, использующих, в том числе, и формализм теории автоматического управления.

Под робастностью какого-либо показателя качества системы с неопределенностью обычно понимают его свойство изменяться в приемлемом диапазоне при любой реализации неопределенности из указанного класса [7]. Неопределенными, но лежащими внутри определенных границ, могут быть некоторые параметры системы, структура системы или действующие на нее возмущения. Под показателем качества далее будет пониматься устойчивость, таким образом, робастность означает устойчивость на классе неопределенностей в описании нестационарной системы.

Отличительная особенность кратко обсужденных выше подходов заключается в использовании математически насыщенного аппарата. В статье ставится задача привести простой способ оценки в первом частотном приближении робастности периодически нестационарных систем. Он основан на методе стационаризации, разработанном С. Л. Чечуриным [8] и имею-

щем уже достаточную историю применения. Способ позволяет строить «запретную область» для годографа стационарной части робастной системы.

Так как в последнее время как представление метода стационаризации, так и решаемые с его помощью задачи получили существенное обобщение [9], первая часть статьи посвящена краткому изложению сути подхода. Вторая существенно дополняет и развивает намеченную в [10] методику применения стационаризации для приближенного нахождения областей устойчивости нестационарных систем управления.

1. Метод гармонической стационаризации

Рассмотрим колебания в линейной нестационарной системе, представленной на рис. 1 в виде замкнутого контура с нестационарным элементом в обратной связи, где $W(p)$ – передаточная функция стационарной части, $a(t)$ – периодический параметр (смысл явного выделения сдвига во времени τ в колебаниях параметра и выхода системы $x(t)$ будет пояснен чуть позже).

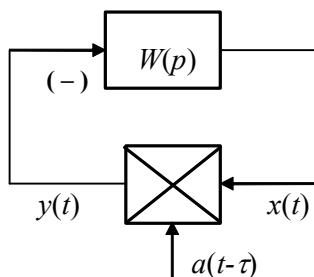


Рис. 1. Структурная схема нестационарной системы

С одной стороны, мы имеем стандартную для теории управления замкнутую структурную схему. С другой – не имеем возможности применять классические частотные критерии устойчивости, поскольку неясно, что считать частотной характеристикой нестационарного элемента. Метод стационаризации вводит в одночастотном приближении передаточную функцию

такого элемента. Что позволяет с помощью критерия Найквиста получать приближенные условия возбуждения параметрических резонансов любого порядка в простой и наглядной форме.

Как и метод гармонической линеаризации, метод гармонической стационаризации является приближенным, точность находимых с его помощью границ устойчивости соответствует точности выбранного (обычно первого) гармонического приближения. На качественном уровне это значит, что точность расчетов будет тем выше, чем больше колебания в исследуемой системе похожи на гармонические. Тем не менее, как и для метода гармонической линеаризации, для метода гармонической стационаризации существуют строгие оценки точности [11].

1.1. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ЧАСТОТ

Рассмотрим простейший одночастотный периодический параметр из цепи обратной связи (рис. 1):

$$(1) \quad a(t - \tau) = a \sin \Omega(t - \tau), \quad \Omega = 2\pi / T,$$

где τ отражает некоторый произвольный сдвиг по времени между периодическим параметром и периодическим входным сигналом $x(t)$ частоты ω

$$(2) \quad x(t) = x_0 + \tilde{x}(t) = x_0 + A \sin \omega t.$$

Выходной сигнал периодического элемента имеет вид

$$(3) \quad y(t) = a(t - \tau)x(t) = ax_0 \sin \Omega(t - \tau) + Aa \sin \Omega(t - \tau) \sin \omega t$$

и содержит составляющие

$$(4) \quad y(t) = ax_0 \sin(\Omega t - \varphi) + \frac{Aa}{2} \cos[(\Omega - \omega)t - \varphi] + \frac{Aa}{2} \cos[(\Omega + \omega)t - \varphi]$$

частоты Ω , разностной $(\Omega - \omega)$ и суммарной $(\Omega + \omega)$ частот. Здесь сдвиг по времени τ заменен фазовым сдвигом $\varphi = \Omega \tau$

Для того, чтобы периодически нестационарный элемент рис. 1 передавал на выход входной сигнал частоты ω , необходимо, чтобы по крайней мере одна из составляющих выходного сигнала имела такую же частоту. При естественном физическом требовании положительности частот получаем два условия

$$(5) \quad \omega = \frac{\Omega}{2} \text{ или } \omega = \Omega.$$

При выполнении первого условия (5) возникающие в периодически нестационарной динамической системе незатухающие $2T$ -периодические параметрические колебания $x(t)$ носят название первого параметрического резонанса. T -периодические параметрические колебания на частоте изменения параметра, т.е. при выполнении второго условия (5), называются колебаниями второго параметрического резонанса. Первый и второй параметрические резонансы являются основными и ими исчерпываются одночастотные колебания автономных линейных периодически нестационарных систем. Рассмотрим их отдельно.

1.2. ПЕРВЫЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС

Пусть периодический параметр изменяется по закону

$$(6) \quad a(t) = a_0 + a \sin \Omega(t - \tau), \quad \Omega = 2\pi/T,$$

тогда как входной сигнал имеет вид

$$(7) \quad x(t) = \tilde{x}(t) = A \sin \frac{\Omega}{2} t.$$

Тогда выходной сигнал периодического параметра равен

$$(8) \quad y(t) = a(t)x(t) = Aa_0 \sin \frac{\Omega}{2} t + Aa \sin \Omega(t - \tau) \sin \frac{\Omega}{2} t.$$

Разложив произведение синусов на сумму, выделим в выходном сигнале слагаемые, имеющие частоты входного сигнала $\omega = \Omega/2$:

$$(9) \quad \tilde{y}(t) = Aa_0 \sin \frac{\Omega}{2} t + \frac{Aa}{2} \cos \frac{\Omega}{2} (t - 2\tau) = Aa_0 \sin \frac{\Omega}{2} t + p \frac{a}{\Omega} A \sin \frac{\Omega}{2} (t - 2\tau),$$

где p – оператор дифференцирования. С учетом входного сигнала (7) выражение (9) принимает вид

$$(10) \quad \tilde{y}(t) = a_0 \tilde{x}(t) + \frac{a}{\Omega} p \tilde{x}(t - 2\tau).$$

Поскольку \tilde{y}, \tilde{x} – гармонические функции, запишем равенство (10) в символическом комплексном виде. При этом

$p=j\Omega/2$, а сдвиг во временной области соответствует умножению на $e^{-j\Omega\tau}$:

$$(11) \tilde{Y}(j\Omega/2) = a_0 \tilde{X}(j\Omega/2) + \frac{ja}{2} e^{-j\Omega\tau} \tilde{X}(j\Omega/2).$$

Составим отношение – частотную передаточную функцию периодического параметра

$$(12) \frac{\tilde{Y}(j\Omega/2)}{\tilde{X}(j\Omega/2)} = W(j\varphi) = a_0 + \frac{ja}{2} e^{-j\varphi}, \quad \varphi = \Omega\tau.$$

Окончательно частотную передаточную функцию периодически нестационарного элемента запишем в виде

$$(13) W(j\varphi) = a_0 - \frac{a}{2j} e^{-j\varphi} = a_0 - \rho e^{-j\varphi}, \quad \rho = a/2j.$$

В комплексной плоскости [$u_0 = \text{Re } W(j\varphi)$, $v_0 = \text{Im } W(j\varphi)$] передаточная функция (13) представляет собой окружность радиуса $r = |\rho| = |a/2j| = a/2$ с центром в точке a_0 (см. рис. 2).

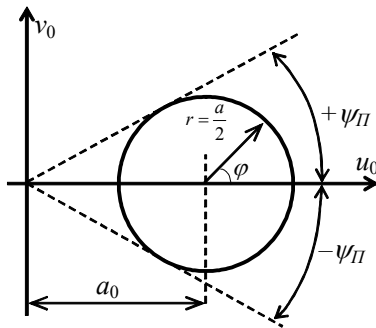


Рис. 2. Окружность первого параметрического резонанса

Передаточная функция (13) получена только для входного сигнала с частотой, равной удвоенной частоте изменения параметра, т.е. справедлива для описания первого параметрического резонанса. Она представляет собой новый тип описания, так как не зависит от амплитуды входного сигнала, но существенно зависит от фазового сдвига между периодическим входным

сигналом и периодическим параметром: периодический параметр может доставлять входному сигналу дополнительный как положительный, так и отрицательный фазовый сдвиг $\pm \psi_{II}$ (см. рис. 2), т.е. опережение или отставание по фазе.

Передаточная функция (13) записывается в прямоугольных координатах (u_0, v_0) в виде

$$(14) (u_0 - a_0)^2 + v_0^2 = r^2.$$

В случае, когда T -периодический параметр $a(t)$ имеет произвольный закон изменения, следует строить его передаточную функцию при первом параметрическом резонансе по каждой гармонике. Для каждой m -ой гармоники получим передаточную функции параметра $W_m(\varphi)$ в той же комплексную форму (13), коэффициенты ρ_m которой совпадают с коэффициентами разложения периодической функции параметра в комплексный ряд Фурье. Для основной гармоники, например, получим

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T a(t) dt,$$

$$\rho = \frac{a}{2j} = \frac{1}{T} \int_0^T a(t) e^{-j\Omega t} dt.$$

Исходный параметрический элемент зависит от времени и является нестационарным, а описание (13) не зависит от времени и является стационарным. Поэтому замена нестационарного параметра описанием (13) названа *стационаризацией*.

1.3. УСЛОВИЯ ВОЗБУЖДЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ ПЕРВОГО ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА

Рассмотрим автономную динамическую систему, имеющую линейную стационарную часть и T -периодический элемент $a(t)$. Система описывается в операторной форме

$$(15) G(p)x(t) + H(p)[a(t)x(t)] = 0$$

и имеет структурное представление, приведенное на рис. 1, где стационарная часть представлена передаточной функцией $W(p) = H(p)/G(p)$.

Допустим, стационарная часть системы является фильтром низкой частоты или резонансным фильтром. Считая, что на выходе стационарной части содержится лишь одна гармоника частоты $\omega = \Omega/2$, т.е. колебания первого параметрического резонанса, приближенное решение уравнения (15) можно получить, заменив в нем параметр $a(t - \tau)$ передаточной функцией (13). Заменяя $p = j\omega = j\Omega/2$, получим частотное уравнение

$$(16) \quad G(j\frac{\Omega}{2}) + H(j\frac{\Omega}{2})W(j\varphi) = 0$$

или в обозначении частотной характеристики стационарной части $W(j\omega) = H(j\omega)/G(j\omega)$

$$(17) \quad 1 + W(j\frac{\Omega}{2})W(j\varphi) = 0.$$

Последнее, очевидно, переписывается еще проще относительно прямого и обратного годографов

$$(18) \quad W(j\frac{\Omega}{2}) = -W^{-1}(j\varphi) \quad \text{или} \quad W^{-1}(j\frac{\Omega}{2}) = -W(j\varphi)$$

и определяет границу возбуждения первого параметрического резонанса. Таким образом, сформулировано

Утверждение. *В T -периодической нестационарной динамической системе возбуждаются $2T$ -периодические колебания первого параметрического резонанса, если точка $\omega = \Omega/2$ обратного годографа Найквиста $W^{-1}(j\omega) = G(j\omega)/R(j\omega)$ попадает внутрь окружности первого параметрического резонанса.*

Это иллюстрируется на рис. 3, из которого следует, что в диапазоне частот колебаний координат $\omega_1 < \omega < \omega_2$ может возбуждаться первый параметрический резонанс, если частота изменения параметра $\Omega = 2\pi/T$ лежит в диапазоне $2\omega_1 < \Omega < 2\omega_2$.

Здесь для простоты предполагается, что стационарная часть системы устойчива. Результатом расчета по формулам (18) может являться граница области возбуждения первого параметрического резонанса в координатах "частота изменения параметра"—"амплитуда изменения параметра" (Ω, a).

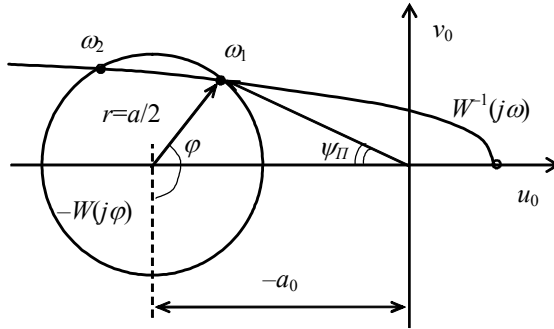


Рис.3. Условия возбуждения первого параметрического резонанса

Пример. Рассмотрим периодически нестационарную систему, описываемую уравнением

$$\ddot{x} + \dot{x} + a \sin \Omega t = 0.$$

Здесь $W^{-1}(p) = p^2 + p$; $a_0=0$, $\rho=a/2j$ и из условия (18) найдется уравнение границы возбуждения первого параметрического резонанса в первом приближении

$$a = \frac{\Omega}{2} \sqrt{\Omega^2 + 4}.$$

Результат проверки этой зависимости численным экспериментом приведен на рис. 4.

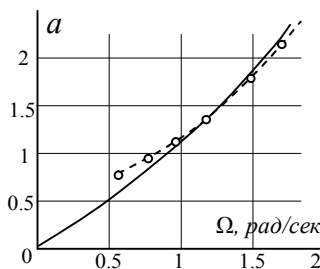


Рис. 4. Пример. Границы возбуждения (сплошная – расчет, прерывистая – эксперимент)

Аналогичным образом строятся передаточная функция нестационарного элемента и анализ устойчивости при исследовании колебаний второго параметрического резонанса [9].

2. Оценка робастности нестационарных систем управления

Смысл подхода заключается в построении огибающей семейства окружностей параметрического резонанса (13), соответствующих различным формам изменения параметра. Огибающая и определяет «запретную область» для годографа стационарной части робастной системы. Подход позволяет достаточно просто и наглядно строить такую область для систем, у которых неопределенной является (некоторым образом ограниченная) функция изменения периодического параметра или ее частота, коэффициент усиления стационарной части системы, а также ее структура.

Ниже этот способ иллюстрируется примерами приближенного определения области устойчивости нестационарной системы на двух классах функций периодического параметра.

2.1. УСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ ОГРАНИЧЕННОМ В СРЕДНЕМ ПЕРИОДИЧЕСКОМ ПАРАМЕТРЕ

Рассматривается периодически нестационарная система, в которой неограниченный по величине положительный периодический параметр имеет среднее за период постоянное значение, равное $a/2$. Пусть также параметр принимает за период лишь два граничных значения 0 и a_{\max} , как показано на рис. 5.

$$(19) a_{\max} = \frac{a}{2\gamma}.$$

Чтобы определить условия потери устойчивости системы, связанной с возбуждением параметрического резонанса на указанном классе, вычислим параметры семейства окружностей параметрического резонанса. Центр окружностей – среднее

значение параметра, постоянен и отстоит от начала координат на $a/2$. Величина первой гармоники

$$(20) a_1 = \frac{2j}{T} \int_0^T a(t) e^{-j\Omega t} dt = \frac{ja}{\gamma T} \int_0^{\gamma T} e^{-j\Omega t} dt = \frac{a}{2\gamma\pi} (1 - e^{-j2\pi\gamma}),$$

откуда радиус окружности первого параметрического резонанса

$$(21) r = \left| \frac{c_1}{2j} \right| = \frac{a}{4\pi\gamma} |1 - e^{-j2\pi\gamma}| = \frac{a}{2\sqrt{2}\pi\gamma} \sqrt{1 - \cos 2\pi\gamma} = \frac{a}{2} \frac{\sin \pi\gamma}{\pi\gamma}.$$

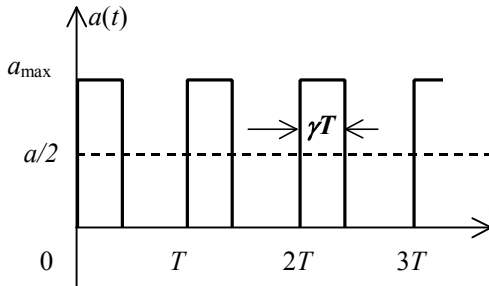


Рис. 5. Периодический параметр, ограниченный в среднем

Максимальной величины радиус семейства окружностей в диапазоне изменения $0 \leq \gamma \leq 1$ достигает при $\gamma = 0$ и составляет

$$(22) r_{\max} = a/2.$$

Поскольку все окружности концентрические, то огибающая их есть окружность максимального радиуса:

$$(23) W(j\varphi) = \frac{a}{2} (1 - e^{-j\varphi}).$$

Окружность проходит через начало координат (рис. 6) в плоскости обратного годографа Найквиста. Система теряет устойчивость, если годограф попадает внутрь окружности.

В комплексной плоскости прямого годографа окружность $-W^{-1}(j\varphi)$ вырождается в вертикальную прямую, проходящую через точку $(-a^{-1}, j0)$. При этом условии робастности (устойчи-

ности в классе ограниченного по среднему значению параметра), принимает вид

$$(24) \operatorname{Re} W(j\omega) \geq -a^{-1}.$$

Проведенный анализ показывает, что наихудшим в смысле устойчивости законом изменения параметра является импульсная модуляция, когда форма импульса приближается к δ -функции.

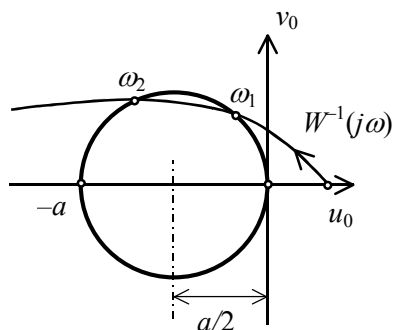


Рис. 6. Условия первого параметрического резонанса

2.2. УСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ ОГРАНИЧЕННОМ МОДУЛЕ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ПАРАМЕТРА

Пусть периодический параметр имеет произвольную форму изменения внутри периода, но ограничен по модулю:

$$(25) |a(t)| \leq a/2.$$

В этом случае мы попадаем под условия достаточного критерия Бонджиорно [12], который требует для устойчивости нестационарной системы с ограничением (24) выполнения условия

$$(26) |W^{-1}(j\omega)| \geq a/2,$$

что на комплексной плоскости выглядит как условие непопадания годографа $W^{-1}(j\omega)$ внутрь центральной окружности радиуса $a/2$. Если же параметр изменяется в пределах $0 \leq a(t) \leq a$, то

эту окружность и обратную частотную характеристику необходимо сдвинуть влево по вещественной оси на $a/2$. В этом случае окружность совпадает с окружностью (23), а условие устойчивости совпадает с условием (24)

$$(27) \operatorname{Re} W(j\omega) \geq -a^{-1}.$$

Это совпадение лишь формальное. Несмотря на то, что средние значения параметра в обоих случаях одинаковы, их периодические составляющие различны. Помимо этого условие (28) является приближенным, в то время как условие (27) – строгим и достаточным.

Интересно сравнить критерий Бонджиорно с первым гармоническим приближением. Примем параметр изменяющимся скачком в пределах $0 \leq a(t) \leq a$, как показано на рис. 5, и вновь вычислим первую гармонику и радиус окружности первого параметрического резонанса. В этом случае среднее значение параметра и первая гармоника составляют

$$(28) a_0 = \frac{c_0}{2j} = a\gamma, \quad 0 \leq \gamma \leq 1,$$

$$(29) c_1 = \frac{2ja}{T} \int_0^T e^{-j\Omega t} dt = \frac{a}{\pi} (1 - e^{-j2\pi\gamma}),$$

откуда радиус окружности параметрического резонанса есть

$$(30) r = \left| \frac{c_1}{2j} \right| = \frac{a}{2\pi} |1 - e^{-j2\pi\gamma}| = \frac{a}{\pi} \sin \pi\gamma.$$

Для конкретной скважности γ уравнение окружности параметрического резонанса и условие потери устойчивости равновесия периодической системы в плоскости обратного годографа Найквиста [$u_0 = \operatorname{Re} W^{-1}(j\omega)$, $v_0 = \operatorname{Im} W^{-1}(j\omega)$] имеет вид

$$(31) (u_0 + \gamma)^2 + v_0^2 = \frac{\sin^2 \pi\gamma}{\pi^2}.$$

Для того чтобы определить условия потери устойчивости системы в классе ограниченного по модулю параметра, т.е. при любом γ из промежутка $[0, 1]$ вычислим огибающую окружностей (31). Производная уравнения (31) по γ равна

$$(32) u_0 = -\gamma + \frac{\sin 2\pi\gamma}{2\pi}.$$

При этом условие (30) дает решение

$$(33) v_0 = \pm \frac{\sin^2 \pi\gamma}{\pi}.$$

Выражения (32) и (33) образуют овал, огибающий окружности (31) в плоскости обратного годографа Найквиста (рис. 7).

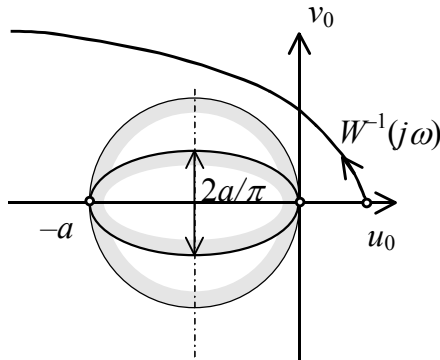


Рис. 7. Огибающая передаточных функций параметра, ограниченного по амплитуде

Таким образом, если обратная частотная характеристика не попадает внутрь огибающей, периодически нестационарная система устойчива на рассматриваемом классе периодического параметра. Для сравнения на рис. 7 нанесена окружность (23), вне которой система робастна в первом гармоническом приближении по ограниченному в среднем параметру и, как выяснилось выше, устойчива по достаточному критерию Бонджиорно.

Выводы

В статье представлен способ оценки робастной устойчивости периодически нестационарных линейных систем управления на различных классах функции изменения параметра. Метод позволяет в первом гармоническом приближении строить семейство передаточных функций нестационарного элемента с неопределенностью и таким образом сводить анализ устойчивости к классическому критерию Найквиста. Приводятся примеры приближенного анализа робастности нестационарных систем с ограниченным по среднему значению и по модулю периодическим параметром.

Литература

1. ЛУРЬЕ А. И., ПОСТНИКОВ В. Н. *О теории устойчивости систем управления*. Прикладная математика и механика, 8(3), 1944
2. ЯКУБОВИЧ В. А. *Частотные условия абсолютной устойчивости регулируемых систем с гистерезисными нелинейностями*. ДАН СССР, 1963, т. 149, №2
3. ЛЕОНОВ Г. А., ШУМФАРОВ М. М. *Проблемы стабилизации линейных управляемых систем*. СПб., Изд-во СПбГУ, 2002. – 308 с.
4. FRADKOV A. L., POGROMSKY A. Yu. *Introduction to control of oscillations and chaos*. Singapore: World Scientific, 1998. – 410 p.
5. VAN DER SCHAFT A. J., *L_2 -Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control*, Lect. Notes in Control and Inf. Sciences, London, Springer-Verlag, 2000 – 267 p.
6. ISIDORI A. *Nonlinear Control Systems*, London: Springer Verlag, 1995 – 297 p.
7. ПОЛЯК Б. Т., ЩЕРБАКОВ П. С.. *Робастная устойчивость и управление*. М.: Наука, 2002. – 303 с.

8. ЧЕЧУРИН С. Л. *Параметрические колебания и устойчивость периодического движения*. Л., Изд-во ЛГУ, 1983. – 220 с.
9. ЧЕЧУРИН С. Л., ЧЕЧУРИН Л. С. *Физические основы теории колебаний*. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2005. – 258 с.
10. ЧЕЧУРИН Л. С. *Робастность нестационарных и нелинейных систем управления*, СПб.: Научно-технические ведомости СПбГПУ, 2006, №5–1
11. ОСТРОВСКИЙ М.Я., ЧЕЧУРИН С.Л. *Стационарные модели систем автоматического управления*. Л., Энергоатомиздат, 1989. – 209 с.
12. BONGIORNO, J. J., JR. *An extension of the Nyquist-Barkhausen stability criterion to linear lumped parameter systems with time-varying elements*, IEEE Trans., 1963, AC-8, P. 166-172.

HARMONIC STATIONARIZATION METHOD AND EVALUATION OF ROBUSTNESS OF PERIODIC TIME-VARIANT CONTROL SYSTEMS

Leonid Chechurin, St. Petersburg State Polytechnical University, St. Petersburg, Cand.Sc., Head of Dept. (cepreu4@gmail.com).

Abstract: An approach to evaluation of stability of linear periodic time-variant control system over various description uncertainties is given. The stability bounds are derived with the help of harmonic stationarization method, that obtains transfer functions for periodic time-variant elements within one-frequency approximation.

Keywords: frequency analysis, harmonic stationarization, robustness of time-variant systems.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии П.С. Щербаковым

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПО СТЕПЕНИ УСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЙ ПРИ ПИД УПРАВЛЕНИИ. ЧАСТЬ 1

Шубладзе А. М.¹

*(Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова
РАН, г. Москва)*

Попадько В. Е.², Якушева А. А.³

*(Российский государственный университет нефти и газа
им. И.М. Губкина, г. Москва)*

Кузнецов С. И.⁴

(ОАО НИИТЕПЛОПРИБОР, г. Москва)

Рассматривается синтез систем управления по критерию максимальной степени устойчивости для ПИД – закона управления. Проводится исследование основных оптимальных по степени устойчивости решений, что позволило наметить дальнейший путь развития метода машинным способом.

Ключевые слова: системы максимальной степени устойчивости, оптимальные по степени устойчивости решения.

¹ Александр Михайлович Шубладзе, доктор технических наук, профессор (*shub@ipr.rssi.ru*).

² Владимир Ефимович Попадько, профессор, декан факультета «Автоматики и вычислительной техники» РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина (Москва, Ленинский проспект, д. 65, тел. (499)135-70-96).

³ Анна Александровна Якушева, магистр техники и технологии РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина (*yakusheva_a@mail.ru*).

⁴ Сергей Иванович Кузнецов (ОАО «НИИТЕПЛОПРИБОР», (495)-999-18-16).

Введение

Работа продолжает ряд публикаций [2-8] по синтезу систем максимальной степени устойчивости. В [3] предлагался способ синтеза указанных систем, который применим только для определенного, достаточно узкого класса объектов управления. В [2, 4-6] рассмотрена возможность синтеза систем максимальной степени устойчивости на основе метода D-разбиений, который позволяет определить значение максимальной степени устойчивости и соответствующие ей настроечные параметры ПИД-регулятора. Однако этот метод не дает возможности находить значения крайних правых корней оптимального характеристического полинома замкнутой системы, определяющих значение максимальной степени устойчивости. В [7, 8] для объектов произвольного вида решались задачи по синтезу систем максимальной степени устойчивости, где были получены достаточные условия оптимальности, сводящиеся к решению систем нелинейных алгебраических уравнений. И если для объектов низких порядков (до шестого порядка включительно) эти уравнения еще можно решать, то для высоких порядков объекта управления нахождение оптимальных решений связано со значительными вычислительными трудностями. Поэтому в [9] для практически важного случая ПИ управления было проведено исследование оптимальных по степени устойчивости решений, которое наглядно продемонстрировало специфику оптимальных решений и позволило наметить путь машинного способа их нахождения.

В настоящей работе будет проведено исследование четырех из возможных девяти оптимальных по степени устойчивости решений для ПИД закона управления, представляющих практический интерес у широкого круга разработчиков систем управления технологическими процессами. Оставшиеся пять решений предполагается исследовать в следующей статье.

При решении указанных задач считается, что связь между выходным сигналом объекта и сигналом управления задается дифференциальным уравнением

$$(1) \quad x^{(n)}(t) + \sum_{i=1}^n a_i x^{(i-1)}(t) = k_0 u(t),$$

где, $x^{(i)}(t) (i = 0, \dots, n)$, $n \geq 3$ – фазовые координаты, a_i и k_0 – параметры, $u(t)$ – ПИД управление

$$(2) \quad u(t) = u_{\text{ПИД}}(t) = k_{\text{П}} \varepsilon(t) + k_{\text{И}} \int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau + k_{\text{Д}} \dot{\varepsilon}(t),$$

$$(3) \quad \varepsilon(t) = g(t) - x(t), \quad g(t) \text{ – задающее воздействие.}$$

Оптимизируемыми являются параметры $k_{\text{П}}$, $k_{\text{И}}$ и $k_{\text{Д}}$. Указанные параметры выбираются так, чтобы выполнялось условие максимальной степени устойчивости [7]

$$(4) \quad I_{\text{оп}} = -\min \max \operatorname{Re} \lambda_j(k_{\text{П}}, k_{\text{И}}, k_{\text{Д}}),$$

где λ_j – корни характеристического полинома

$$(5) \quad D_{n+1}(\lambda) = \lambda^{n+1} + \sum_1^n a_i \lambda^i + k_0(k_{\text{П}} \lambda + k_{\text{И}} + \lambda^2 k_{\text{Д}}).$$

В (5) после замены λ на $\lambda_1 - I_{\text{оп}}$ при $k_{\text{П}} = k_{\text{Поп}}$, $k_{\text{И}} = k_{\text{Иоп}}$ и $k_{\text{Д}} = k_{\text{Доп}}$ характеристический полином при выполнении (4) на основании [7] принимает вид

$$(6) \quad D_{1(n+1)}(\lambda_1, k_{\text{Поп}}, k_{\text{Иоп}}, k_{\text{Доп}}) = \lambda_1^{n_g} \prod_{i=1}^{n_k} (\lambda_1^2 + \omega_i^2)^{\gamma_i} D_{1[(n+1-n_g-2n_k)]}(\lambda_1) = \\ = \lambda_1^{n+1} + \sum_{i=3}^n a_i^* \lambda_1^{i-1} + \sum_{i=1}^2 a_i^* (k_{\text{Поп}}, k_{\text{Иоп}}, k_{\text{Доп}}) \lambda_1^{i-1},$$

где

$$(7) \quad a_i^* = \frac{1}{(i-1)!} \frac{\partial^{i-1} D_{(n+1)}(\lambda, k_{\text{Поп}}, k_{\text{Иоп}}, k_{\text{Доп}})}{\partial \lambda^{i-1}},$$

i -ая производная $D_{n+1}(\lambda)$ (5) при $\lambda = -I_{\text{оп}}$, $D_{1[(n+1-n_g-2n_k)]}(\lambda_1)$ – полином, не имеющий корней в правой полуплоскости, n_g и n_k –

кратности нулевого корня и комплексно-сопряженных пар корней оптимального решения, расположенных на мнимой оси. Число пар комплексно-сопряженных корней определяется равенством

$$(8) \quad n_k = \sum_{i=1}^{n_{k1}} \gamma_i$$

Рассматриваемая задача исследования решается на основе результатов, полученных в [7, 8], и их геометрический смысл поясняется с помощью машинных методов оценивания устойчивости систем управления. При этом используется модифицированный годограф Михайлова вида

$$(9) \quad \begin{aligned} Z_{n0}(i\omega) &= \operatorname{Re} D_{1(n+1)}(i\omega) + i\omega^{-1} \operatorname{Im} D_{1(n+1)}(i\omega) = \\ &= \operatorname{Re}_0(\omega^2) + i \operatorname{Im}_0(\omega^2). \end{aligned}$$

Как следует из работ [7, 8], при ПИД управлении в системе (1), (2) может иметь место одно из пяти оптимальных решений, при которых крайними правыми корнями характеристического полинома (5) может быть от четырех до шести корней. Исследуем каждое из них.

1. Случай действительных корней оптимального решения

В этом случае имеют место условия

$$(10) \quad n_g = 4, n_k = 0,$$

при которых крайним правым корнем (5), (6) является один действительный корень кратности 3. Согласно [6] условие (10) может быть только при

$$(11) \quad a_i^*(I_{\text{оп}}, k_{\text{Поп}}, k_{\text{Иоп}}, k_{\text{Доп}}) = 0, \Delta_j(0)(I_{\text{оп}}, k_{\text{Поп}}, k_{\text{Иоп}}, k_{\text{Доп}}) > 0, (1 < j < n - 3),$$

где a_i^* – из (7), $i = 1, \dots, 4$, $\Delta_j(0)(I_{\text{оп}}, k_{\text{Поп}}, k_{\text{Иоп}}, k_{\text{Доп}})$ – определители Гурвица полинома (6). При выполнении (11) достаточность условия оптимальности следует из того, что значение крайнего правого корня полинома $D_{1(n+1)}$ (6) равно значению крайнего правого корня его второй производной, т.е.

$\max \operatorname{Re} \lambda_{ii}(k_{\text{Поп}}, k_{\text{Иоп}}, k_{\text{Доп}}) = \max \operatorname{Re} \lambda_{ii,3}, i = 1, \dots, n$, где λ_{ii} – корни $D_{1n}(\lambda_i, k_{\text{Поп}}, k_{\text{Иоп}}, k_{\text{Доп}}) = 0$, а $\lambda_{ii,3}$ – корни третьей производной полинома (6)

$$(12) \quad \frac{\partial^3 D_{1(n+1)}(\lambda_1, k_{\text{Поп}}, k_{\text{Иоп}}, k_{\text{Доп}})}{\partial \lambda_1^3} = 0$$

Любой отличающийся от (11) выбор $k_{\text{Поп}}, k_{\text{Иоп}}, k_{\text{Доп}}$ (2) приводит к уменьшению степени устойчивости $I_{\text{оп}}$ (4), так как при этом в полиноме $D_{1(n+1)}$ (6) $a_4^*(I_{\text{оп}}) = 0$, $a_i^*(I, k_{\text{П}}, k_{\text{И}}, k_{\text{Д}}) \neq 0$ хотя бы для одного a_i^* ($i = 1, 2, 3$), что и нарушает необходимое условие устойчивости полинома $D_{1(n+1)}$ (6).

Как следует из (6) и (11), минимальная степень при ω в $\operatorname{Re}_0(\omega^2)$ и в $\operatorname{Im}_0(\omega^2)$ (9) равна четырем, поэтому годограф (9), изображенный на рис. 1, в рассматриваемом случае имеет вид

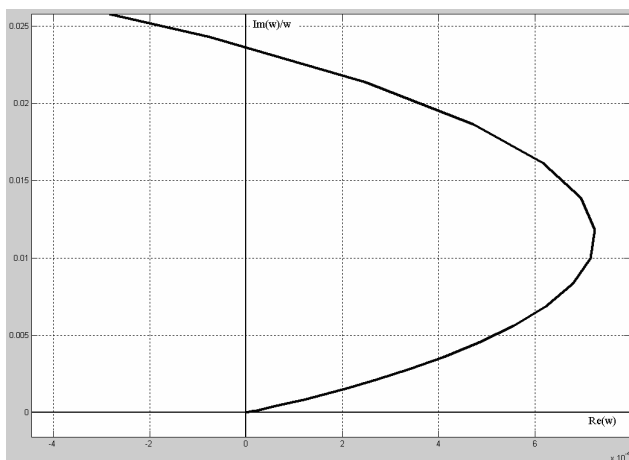


Рис. 1. Годограф оптимальной системы

Годограф рис. 1 получен для полинома (6), в котором $D_{1[n+1-n_g-2n_k]}(\lambda_1) = D_{1[20]}(\lambda_1) = (\lambda_1 + 1)^{20}$, $n = 23$, $n_g = 4$, $n_k = 0$.

Из годографа рис. 1 следует, что любое изменение $k_{\text{Поп}}, k_{\text{Иоп}}$ или $k_{\text{Доп}}$ приводит к появлению корней полинома (6) в правой полуплоскости, т.е. к уменьшению степени устойчивости I

системы (1), (2). Таким образом, вычисленные по формулам (7) и (11) $k_{\text{Поп}}$, $k_{\text{Иоп}}$ или $k_{\text{Доп}}$ гарантируют в рассматриваемом случае максимальную степень устойчивости системы (1), (2).

2. Случай трех действительных корней и одной комплексно-сопряженной пары корней

В этом случае имеют место условия

$$(13) \quad n_g=3, n_k=1, \gamma_1 = 1,$$

при которых крайними правыми корнями (5), (6) являются один действительный корень кратности 3 и одна комплексно-сопряженная пара корней. Согласно [7] условие (10) может быть только при

$$(14) \quad a_i^*(I_{\text{оп}}, k_{\text{Поп}}, k_{\text{Иоп}}, k_{\text{Доп}}) = 0, \Delta^{(0)}_{n-3}(I_{\text{оп}}, k_{\text{Поп}}, k_{\text{Иоп}}, k_{\text{Доп}}) = 0, \Delta^{(0)}_j(I_{\text{оп}}, k_{\text{Поп}}, k_{\text{Иоп}}, k_{\text{Доп}}) > 0, (1 < j < n - 4),$$

где a_i^* – из (7), $i = 1, 2, 3$, $\Delta^{(0)}_j(I_{\text{оп}}, k_{\text{Поп}}, k_{\text{Иоп}}, k_{\text{Доп}})$ – определители Гурвица размерности j ($1 < j < n - 3$) полинома (6).

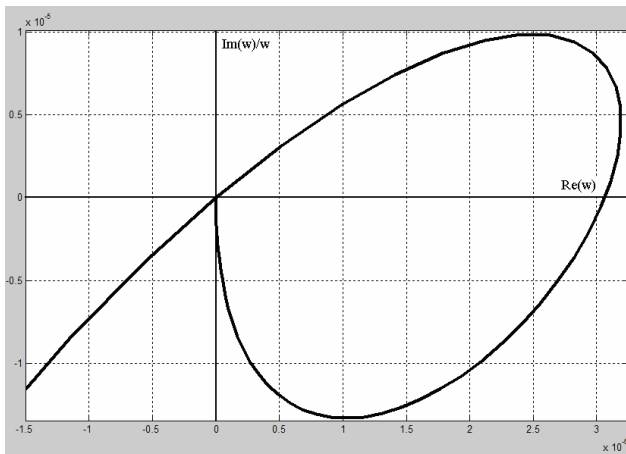


Рис. 2. Годограф неоптимальной системы

Четыре уравнения, из которых находятся $I_{\text{оп}}$, $k_{\text{Поп}}$, $k_{\text{Иоп}}$, $k_{\text{Доп}}$, и $(n - 4)$ неравенства в (14) являются необходимыми условиями

максимальной степени устойчивости системы (1), (2). Подтверждением этому является годограф (9), изображенный на рис. 2 и соответствующий уравнениям (14). Такой годограф не может иметь система максимальной степени устойчивости, т.к. очевидно, что вариацией параметров k_{Π} , $k_{И}$ и $k_{Д}$ в (2) его можно изменить таким образом, что он будет отвечать устойчивому полиному (6).

Годограф рис. 2 получен для полинома (6), в котором

$$D_{1[n+1-n_g-2n_k]}(\lambda_1) = D_{1[20]}(\lambda_1) = (\lambda_1 + 1)^{20},$$

$$n = 24, n_g = 3, n_k = 1, \gamma_1 = 1, \omega_1 = 0, 11.$$

$$D(\lambda_1) = (\lambda_1 + 1)^{20}, n_g = 3, n_k = 1, \omega = 0, 3$$

Для получения достаточных условий оптимальности нужно к (14) добавить условие на направления годографа в точках пересечения им начала координат. В этом случае достаточными условиями оптимальности наряду с (14) будет условие на знак производной модифицированной мнимой части

$$(15) \quad \text{Im}_1(\omega^2) > 0$$

где $\text{Im}_1(\omega^2) = \frac{\partial \omega^{-1} \text{Im} D_{1(n+1)}(i\omega)}{\partial(\omega^2)}$, ω_1 – частота, на которой

годограф $Z_{n0}(i\omega)$ (9) пересекает начало координат.

Из годографа рис. 2 следует, что для него условие (15) не выполняется, т.к. рассматриваемая производная отрицательна. На рис. 3 изображен годограф (9), соответствующий оптимальному по степени устойчивости решению и удовлетворяющий условиям (14), (15).

Годограф рис. 3 получен для полинома (6), в котором

$$D_{1[n+1-n_g-2n_k]}(\lambda_1) = D_{1[20]}(\lambda_1) = (\lambda_1 + 1)^{20},$$

$$n = 24, n_g = 3, n_k = 1, \gamma_1 = 1, \omega_1 = 0, 3.$$

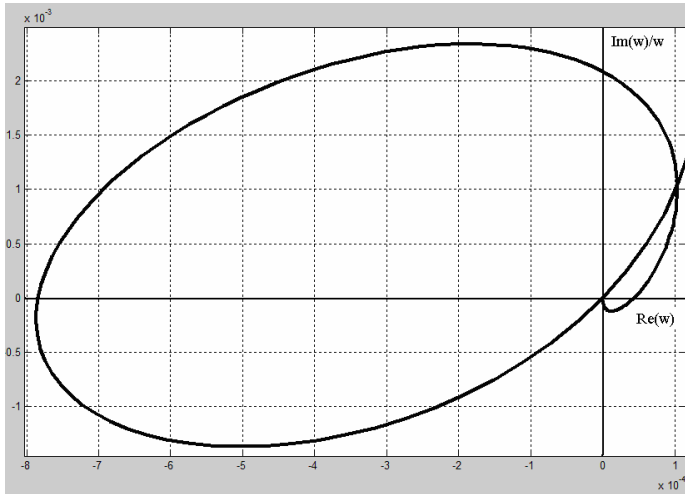


Рис. 3. Годограф оптимальной системы

Из годографа рис. 3 следует, любое изменение k_{Π} , $k_{\text{И}}$ или $k_{\text{Д}}$ в рассматриваемом случае приводит к неустойчивости полинома (6). Таким образом, выполнение условий (14) и (15) обеспечивает в рассматриваемом случае максимальную степень устойчивости системы (1), (2).

3. Случай двух действительных корней и одной комплексно-сопряженной пары корней

В этом случае имеют место условия

$$(16) \quad n_g = 2, \quad n_k = 1, \quad \gamma_1 = 1,$$

при которых крайними правыми корнями (5), (6) являются два действительных корня и одна комплексно-сопряженная пара корней. Согласно [7] условие (16) может быть только при

$$(17) \quad a_i^*(I_{\text{оп}}, k_{\text{Поп}}, k_{\text{Иоп}}, k_{\text{Доп}}) = 0, \quad i = 1, 2,$$

$$\Delta_{n-2}^{(0)}(I_{\text{оп}}, k_{\text{Поп}}, k_{\text{Иоп}}, k_{\text{Доп}}) = 0,$$

$$\Delta_j^{(0)}(I_{\text{оп}}, k_{\text{Поп}}, k_{\text{Иоп}}, k_{\text{Доп}}) > 0, \quad 1 < j < n - 2,$$

где a_i^* – из (7), $\Delta_j^{(0)}$ – определители Гурвица размерности j ($1 < j < n - 2$) полинома (6). Из трех уравнений

(17) невозможно найти четыре неизвестных $I_{оп}$, $k_{Поп}$, $k_{Иоп}$ и $k_{Доп}$. Четвертое недостающее уравнение может быть получено из условия о том, что в рассматриваемом случае годограф (9) полинома (6) касается в начале координат действительной оси. Такой факт имеет место при выполнении условия

$$(18) \quad \text{Im}_1(\omega^2) = 0,$$

где $\text{Im}_1(\omega^2)$ из (15). Из (18) следует, что полином

$$(19) \quad D_{n_1}^*(\omega^2) = \text{Im}_0(\omega^2) + i\omega \text{Im}_1(\omega^2),$$

где $n_1 = 2 \left[\frac{n+1}{2} \right] - 1$, $\left[\frac{n+1}{2} \right]$ – целая часть числа $\frac{n+1}{2}$, имеет

ту же комплексно-сопряженную пару корней, что и исходный полином (6). Поэтому в оптимальном случае справедливо уравнение

$$(20) \quad \Delta_{n_1-1}^{(0)}(I_{оп}, k_{Поп}) = 0,$$

где $\Delta_{n_1-1}^{(0)}(I_{оп}, k_{Поп})$ – определитель Гурвица размерности $n_1 - 1$ полинома (19).

Из четырех уравнений (17) и (19) можно определить четыре неизвестных $I_{оп}$, $k_{Поп}$, $k_{Иоп}$ и $k_{Доп}$. Но условия (17) и (19) являются необходимыми условиями оптимальности. Это подтверждается годографом (9) полинома (6), изображенном на рис. 4, для которого условия (17) и (20) выполнены, но очевидно, что увеличением параметров $k_{Поп}$ и $k_{Иоп}$ полином (6) может быть сделан устойчивым.

Годограф рис. 4 получен для полинома (6), в котором

$$D_{I[n+I-n_g-2n_k]1}(\lambda_1) = D_{I[20]1}(\lambda_1) = (\lambda_1 + 1)^{20},$$

$$n = 23, n_g = 2, n_k = 1, \omega_1 = 0, 16.$$

Достаточные условия оптимальности можно получить добавлением к (17), (20) условия на направление годографа в точке пересечения им на частоте ω_1 начала координат. Это

направление должно совпадать с направлением действительной оси, что имеет место при выполнении неравенства

$$(21) \quad \operatorname{Re}_1(\omega_1^2) > 0,$$

где $\operatorname{Re}_1(\omega^2) = \frac{\partial \operatorname{Re} D_{1(n+1)}(i\omega)}{\partial(\omega^2)}$, $D_{1(n+1)}(i\omega)$ из (6).

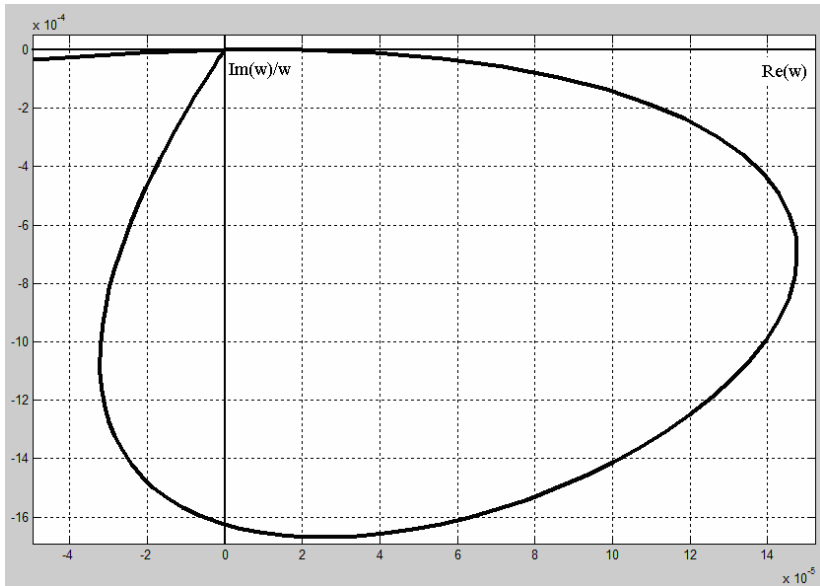


Рис. 4. Годограф неоптимальной системы

Условия (17), (20) и (21) являются достаточными условиями оптимальности в рассматриваемом случае. На рис. 5 изображен годограф (9), соответствующий оптимальному по степени устойчивости решению и удовлетворяющий условиям (17), (20) и (21).

Годограф рис. 5 получен для полинома (6), в котором

$$D_{1[n+1-n_g-2n_k]}(\lambda_1) = D_{1[20]}(\lambda_1) = (\lambda_1 + 1)^{20}, 7$$

$$n = 23, n_g = 2, n_k = 1, \omega_1 = 0,325.$$

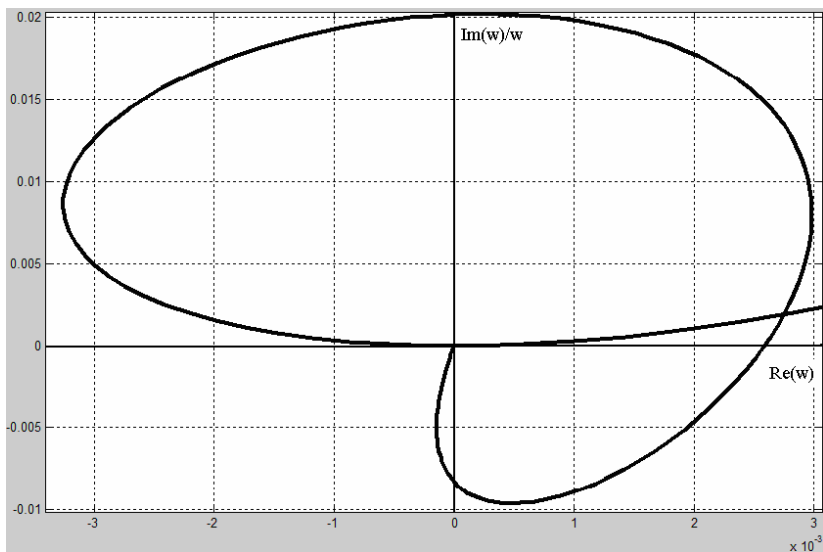


Рис. 5 Годограф оптимальной системы

4. Случай двух действительных и двух пар комплексно-сопряженных корней

В этом случае имеют место условия

$$(22) \quad n_g = 2, n_k = 2, \gamma_1 = 1, \gamma_2 = 1,$$

при которых крайними правыми корнями (5), (6) являются два действительных корня и две комплексно-сопряженные пары корней. Согласно [7] условие (22) может быть только при

$$(23) \quad a_i^*(I_{оп}, k_{Поп}, k_{Иоп}, k_{Доп}) = 0, \quad i = 1, 2,$$

$$\Delta_{n-1}^{(0)}(I_{оп}, k_{Поп}, k_{Иоп}, k_{Доп}) = \Delta_{n-4}^{(1)}(I_{оп}, k_{Поп}, k_{Иоп}, k_{Доп}) = 0,$$

$$\Delta_j^{(0)}(I_{оп}, k_{Поп}, k_{Иоп}, k_{Доп}) > 0,$$

где $1 < j < n - 4$,

$$\Delta_{n-4}^{(0)}(I_{оп}, k_{Поп}, k_{Иоп}, k_{Доп}), \Delta_{n-4}^{(1)}(I_{оп}, k_{Поп}, k_{Иоп}, k_{Доп}) -$$

основной и побочный определители Гурвица полинома (6), описанные в [1]. Четыре уравнения, из которых находятся $I_{оп}$, $k_{Поп}$, $k_{Иоп}$, $k_{Доп}$ и $(n - 4)$ неравенства в (23) являются, как и в рассмотренных случаях 2 и 3, необходимыми условиями макси-

мальной степени устойчивости системы (1), (2). На рис. 6 изображен годограф полинома (6), построенного из условий (23), но который не является годографом оптимальной системы.

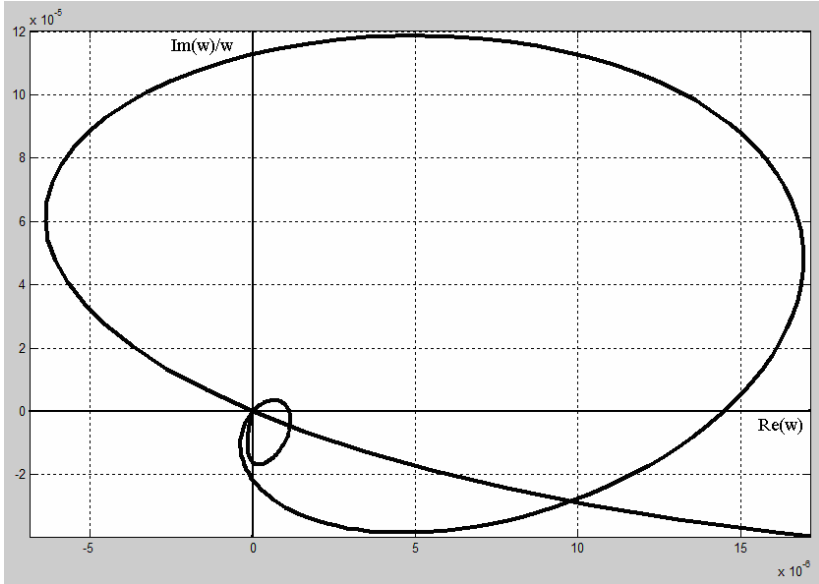


Рис. 6. Годограф неоптимальной системы

Годограф рис. 6 получен для полинома (6), в котором

$$D_{1[n+1-n_g-2n_k]}(\lambda_1) = D_{1[40]}(\lambda_1) = (\lambda_1 + 1)^{40},$$

$$n = 45, n_g = 2, n_k = 2, \omega_1 = 0,1, \omega_2 = 0,22.$$

Оптимальность такой системы имеет место при добавлении следующих неравенств

$$(24) \quad \langle (\operatorname{Im}_1(0), -\operatorname{Re}_1(0)), (\operatorname{Re}_1(\omega_1^2), \operatorname{Im}_1(\omega_1^2)) \rangle < 0$$

$$(25) \quad \operatorname{Im}_1(\omega_1^2) \operatorname{Im}_1(\omega_2^2) < 0,$$

где $(\text{Im}_1(0), -\text{Re}_1(0))$ – вектор, перпендикулярный направлению годографа $Z_{n0}(i\omega)$ при $\omega = 0$, $(\text{Re}_1(\omega_1^2), \text{Im}_1(\omega_1^2))$ – вектор направления годографа $Z_{n0}(i\omega)$ при $\omega = \omega_1$, $\omega_1 < \omega_2$, функции $\text{Im}_1(\omega^2)$ и $\text{Re}_1(\omega^2)$ определены в (15) и (21) соответственно. Обоснование достаточности условий (23)-(25) следует из того, что при любом изменении $k_{\text{Д}}$ одна из комплексных пар корней переходит в правую полуплоскость, и никакими вариациями $k_{\text{П}}$ и $k_{\text{И}}$ избавиться от неустойчивости не представляется возможным. На рис. 7 изображен годограф полинома (6) оптимальной системы.

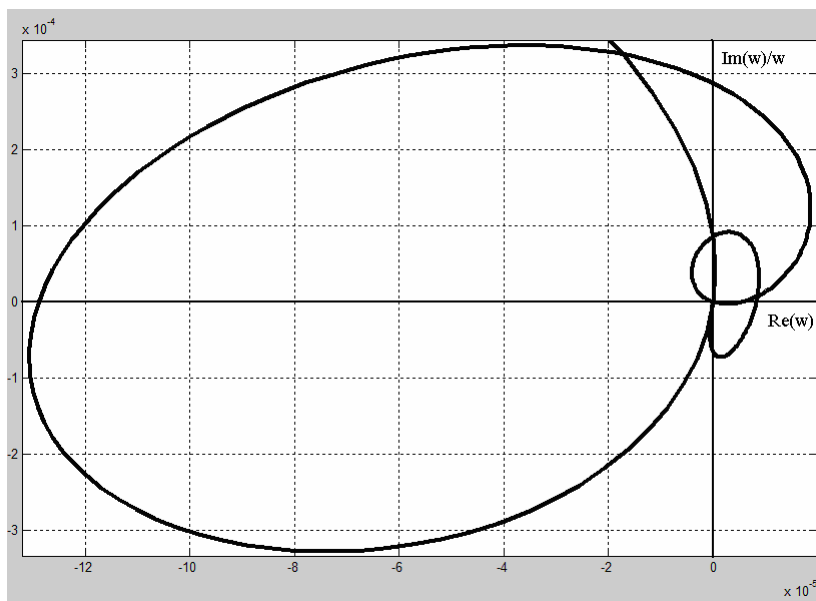


Рис. 7. Годограф оптимальной системы

Годограф рис. 7 получен для полинома (6), в котором

$$D_{1[n+1-n_g-2n_k]}(\lambda_1) = D_{1[40]}(\lambda_1) = (\lambda_1 + 1)^{40},$$

$$n = 45, n_g = 2, n_k = 2, \omega_1 = 0,15, \omega_2 = 0,28.$$

Заключение

Таким образом, проведено исследование пяти структур оптимальных по степени устойчивости решений при ПИД законе управления. Получены достаточные условия оптимальности каждой из возможных оптимальных структур. С помощью машинных методов расчета построены годографы замкнутых систем управления, для которых в одном случае выполняются только необходимые условия оптимальности, в другом – достаточные условия. Вид построенных годографов оптимальных систем наглядно отражает геометрический смысл полученных решений.

Литература

1. ГАНТМАХЕР Ф.Р. *Теория матриц*. М.: Наука, 1967.
2. ГРЯЗИНА Е.Н. *К теории D-разбиения*. // Автоматика и телемеханика. 2004, №12, С. 15-28.
3. ГУРЕЦКИЙ Х. *Анализ и синтез систем управления с запаздыванием*. М.: Машиностроение, 1974.
4. НЕЙМАРК Ю.И. *Устойчивость линеаризованных систем* Л.: ЛКВВИА, 1949.
5. НЕЙМАРК Ю.И. *Динамические системы и управляемые процессы*. М.: Наука, 1978.
6. ПОЛЯК Б.Т., ЩЕРБАКОВ П.С. *Робастная устойчивость и управление*. М.: Наука, 2002.
7. ШУБЛАДЗЕ А.М. *Достаточные условия экстремума в системах максимальной степени устойчивости. I*. // Автоматика и телемеханика. 1997, №3. С. 93-105.
8. ШУБЛАДЗЕ А.М. *Достаточные условия экстремума в системах максимальной степени устойчивости. II*. // Автоматика и телемеханика. 1997, №8. С. 67-79.
9. ШУБЛАДЗЕ А.М., ПОПАДЬКО В.Е., КУЗНЕЦОВ С.И., ЯКУШЕВА А.А. *Исследование оптимальных по степени*

устойчивости решений при ПИД управлении. // Проблемы управления. 2008, №2. С12-21.

PID CONTROLLERS' STABILITY DEGREE OPTIMIZATION

Alexander M. Shubladze, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Ph.D., professor (shub@ipu.rssi.ru).

Vladimir E. Popad'ko, Gubkin Russian State University of Oil and Gas, Moscow, professor, dean (Moscow, Lenin avenue, 65, (499)135-70-96).

Anna A. Yakusheva, student (yakusheva_a@mail.ru).

Sergey I. Kuznecov («SRITeplopribor», (495)-999-18-16).

Synthesis of control systems by criterion of the maximum degree of stability for PID is considered. Solutions with optimal degree of stability had been obtained. These solutions enable us to find further prospects of computer based development of control systems.

Keywords: synthesis of systems with maximal degree of stability, optimal on degree of stability solutions.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии А.А. Дорофеевом

УДК 004.42.02 + 004.4

ББК 32.973-018

МНОГОАГЕНТНАЯ МОДЕЛЬ СРЕДЫ ПОДДЕРЖКИ ПРОГРАММНОГО ПРОДУКТА ДЛЯ СИСТЕМ СО СЛОИСТОЙ АРХИТЕКТУРОЙ

Гурьянов В. И.¹

(Региональный институт психологии и гуманитарных наук, Чебоксары)

Рассмотрена проблема адаптивности программных продуктов. Изучено решение, использующее композиционную адаптацию и метод расширения ядра. Рассмотрена среда поддержки продукта как многоагентная система с одноуровневой архитектурой.

Ключевые слова: адаптивная программная система, композиционная адаптация, слоистая архитектура, многоагентная система, социотехническая система.

1. Введение

Большинство специалистов сходятся в том, что программные системы следующего поколения будут адаптивными. За последние 3-4 года рядом ведущих исследовательских центров предложены разнообразные методы создания адаптивных программных систем (*adaptive software*) [8]. Несмотря на это, целостная методология проектирования подобных систем пока находится в стадии зарождения.

Концептуальной основой новых методологий могут стать кибернетика и теория развития сложных систем. В частности, начиная с 2004 года, сформировалось направление, известное

¹ Гурьянов Василий Иванович, соискатель (vg2007sns@rambler.ru).

как программная кибернетика, которое ставит цель решить эти проблемы [11]. На текущем этапе развития этого направления большой интерес представляют модели эволюции программного продукта, допускающие строгое математическое описание.

Перспективным в этом отношении может оказаться изучение программных систем, архитектура которых определяется паттерном «выделение слоев» [3]. В [2] предложена методология проектирования модельных адаптивных программных систем, основанная на методе расслоения класса системы по интерфейсам (метод расширения ядра) в рамках парадигмы порождающего программирования [5]. За пределами этого исследования остался вопрос о способах формирования базы конфигураций программной системы.

В данной работе показано, что адаптивные программные системы не могут рассматриваться в отрыве от среды своего существования. База конфигураций есть результат развития среды поддержки продукта. Предложена методика проектирования среды поддержки адаптивного программного продукта как многоагентной системы.

2. Интерфейсная модель адаптации

Приведем некоторые понятия, необходимые для дальнейшего изложения [2].

С тем чтобы формализовать взаимодействие информационной системы с бизнес-процессом, будем исходить из интерфейсной модели обмена сообщениями между подсистемами. В *UML* для моделирования стыковочных узлов в системе используются интерфейсы (см. рис. 1).

Рассмотрим процесс адаптации s -элемента в паре $S(m, s)$. Соотнесем m с бизнес-процессом, а s – с информационной системой. Комплекс будем рассматривать как систему, взаимодействующую с окружающей средой. В рамках данного исследования m -элемент будем рассматривать как заданный и

неизменный. Напротив, s -элемент может изменять свою структуру и состав.

Определение 1. Рассмотрим интерфейс подсистемы с точки зрения задач, решаемых программной системой. Под отдельным интерфейсом f будем понимать набор функций подсистемы, предназначенных для решения одной задачи (что, собственно говоря, совпадает с понятием интерфейса в *UML*). Под *интерфейсом подсистемы* в данной статье будем понимать кортеж $I = (f_0, f_1, \dots, f_n)$, f_i – отдельные интерфейсы. Каждому интерфейсу f сопоставим идентификатор и будем обозначать его той же буквой. Всюду, где не указано обратное, будем понимать f как идентификатор интерфейса.

Приведенное выше определение интерфейса отражает прагматический аспект взаимодействия. Вместо бизнес-процесса можно рассматривать варианты использования (*Use case*). В этом случае интерфейс соединяется с тем *Use case*, который его поддерживает.

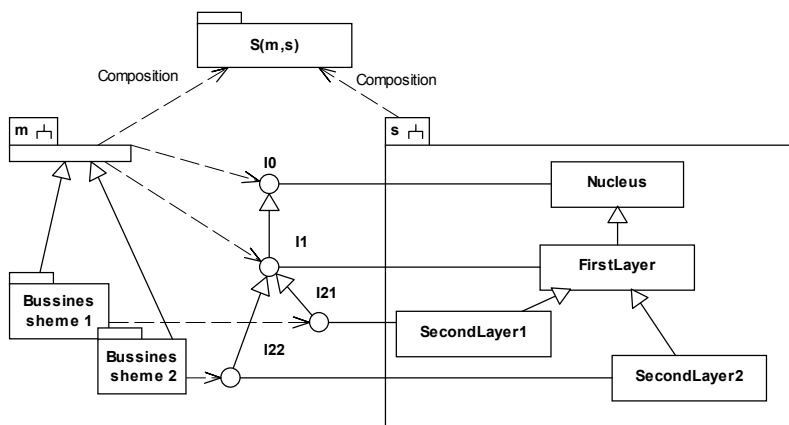


Рис. 1. Пример интерфейса между подсистемами m и s

Определим способ выделения интерфейсов. Предлагается метод, который можно назвать *методом делегирования инфор-*

мационных функций от бизнес-процесса к информационной системе. Концепция метода состоит в том, что пара $S(m, s)$ рассматривается как эволюционирующая система, направление развития которой определяется возрастанием степени специализации элементов m и s . Делегирование осуществляется дискретным образом как передача информационных функций. Допустим, что s -элемент пары специализируется на обработке информации, а m -элемент – на функциях производства. Начальное состояние – все информационные функции считаются интегрированными в бизнес-процесс и входят в состав его бизнес-функций. Таким образом, важна последовательность появления интерфейсов в $I = (f_0, f_1, \dots, f_n)$, что отражено в определении. Интерфейсы образуют иерархическую структуру, для описания которой будем использовать онтологический подход (т. е. f_i будем определять так, чтобы идентификаторы могли быть обработаны программной системой; например на базе *DSL*).

Пример 1. На рис. 1. представлены два варианта одного бизнес-процесса, которые обозначены как *Sheme1* и *Sheme2*. Интерфейсы *I21* и *I22* находятся в отношении обобщения с *I1*. Бизнес-процессы не детализированы, напротив, программная система s представлена в виде диаграммы классов.

Определение 2. Интерфейсы, которые реализуют основную функцию программной системы, обозначим идентификатором f_0 . Будем говорить, что два бизнес-процесса являются *схожими* (с точки зрения программной системы), если в интерфейсе бизнес-процесса $I(m)$ присутствует один и тот же идентификатор f_0 . Схожие бизнес-процессы, отличающиеся составом интерфейсов, будем называть *вариантами* рассматриваемого бизнес-процесса. В примере 1 это *Sheme1* и *Sheme2*.

Пример 2. Для бизнес-процесса «Хранение» идентификатор f_0 будет обозначать интерфейс, который обрабатывает сообщения ПОСТУПЛЕНИЕ, ВЫДАЧА, ХРАНИМОЕ_КОЛИЧЕСТВО и запрос СООБЩИТЬ_ХРАНИМОЕ_КОЛИЧЕСТВО. Решаемая бизнес-процессом задача – задача управления, т. е. выдача команд на выполнение функций ПРИНЯТЬ, ВЫДАТЬ.

Вариант использования (*Use case*) можно определить как «Учет». Прочие интерфейсы появляются на второй и последующих итерациях делегирования информационных функций. Интерфейсом может быть совокупность методов обработки сообщений для задач снабжения, сбыта, планирования или отчетности (*Use cases*: «Закупка», «Анализ спроса», «Эффективность использования склада» и др.), так как необходимость решения этих задач определяется особенностями бизнес-процесса.

Информационная система предназначена для обслуживания бизнес-процесса и должна соответствовать некоторому набору требований, который обозначим как Z и будем в дальнейшем называть *спецификацией* программной системы. Определим спецификацию, выданную m -элементом пары, как $Z = (f_0, f_1, \dots, f_n)$, причем $Z = I(m)$. Рассмотрим три аспекта связи m и s : прагматический, семантический и синтаксический. Согласно принципу подчиненности процесс адаптации начинается с прагматического аспекта. Сделаем следующее предположение: адаптация системы обусловлена прагматическим аспектом интерфейса подсистемы, т. е. составом и последовательностью появления элементов в $I(m) = (f_0, f_1, \dots, f_n)$. Далее допустим, что адаптация в семантическом и синтаксическом аспектах происходит мгновенно (по сравнению со временем реорганизации s -элемента).

Под *структурной адаптацией* будем понимать процесс реструктуризации программного обеспечения w таким образом, чтобы его интерфейс соответствовал заданному, т. е. $I(w) = Z$. Будем также полагать, что после адаптации сохраняется соотношение $I(m) = Z$. В частности, развитие информационной системы можно рассматривать как структурную адаптацию. Следует различать программное обеспечение w и s -элемент пары.

Для управления сборкой необходимо определить связь интерфейса объекта $I(s)$ с его структурой. Во многих случаях описание этой связи вызывает значительные трудности и явля-

ется основным препятствием для построения модели системы. Данная проблема может быть решена для слоистых структур.

Особенность слоистых структур состоит в направленности связей со слоя i на слой $i + 1$, но не наоборот [3]. Для определения слоев предложен метод расслоения класса по идентификаторам спецификации $Z = (f_0, f_1, \dots, f_n)$. Метод основан на последовательном применении наследования к классу продукта T , причем с каждым слоем будем связывать один интерфейс с идентификатором $f_i \in Z$. Пример такой архитектуры (классы *Nucleus*, *FirstLayer* и т. д.) приведен на рис. 1.

Фактически данный метод представляет собой объектно-ориентированное обобщение *метода расширения ядра*. В качестве аналога метода можно рассматривать итерационную процедуру построения структуры организации посредством делегирования обязанностей. Метод расширения ядра достаточно эффективен в процессе проектирования небольших офисных приложений. Предлагаемое решение позволяет создавать адаптивные программные системы, удобные для теоретического анализа. В [2] приведен пример такого приложения для среды динамического программирования *Smalltalk*.

Обозначим слои буквами алфавита $V_T = \{a_0, a_1, \dots, a_n\}$ некоторого формального языка Lu , множество идентификаторов интерфейсов обозначим как P . Сопоставим каждой букве алфавита $a_i \in V_T$ идентификатор $f_j \in P$ и обозначим множество пар (a_i, f_j) как F , а фактор-множество как $V_T/F = \{f_0 | \{a_1, a_2, \dots, a_k\}, f_1 | \{b_1, b_2, \dots, b_l\}, \dots, f_N | \{z_1, z_2, \dots, z_m\}\}$, где $a_j, b_j, \dots, z_j \in V_T$. Далее, сопоставим каждой букве $a_i \in V_T$ упорядоченную пару $L_i = (\{l_1, \dots, l_{N_i}\}, \{r_1, \dots, r_{M_i}\})$, где l – левые (входные), r – правые (выходные) связи. Обозначим алфавит связей как V_L , а множество пар L_i как L . Пятерка $J(V_T, V_L, P, F, L)$ определяет механизм сборки системы s .

Рассмотрим характерный частный случай, когда процесс формирования архитектуры программной системы может быть представлен орграфами. Для описания ориентированного дерева сборки удобна следующая реляционная запись.

Определение 3. Проблема адаптации может быть решена, если класс T продукта s имеет множественный интерфейс $I(T) = \{I_\lambda\}_{\lambda \in J}$, J – множество индексов. Адаптация сводится к выбору одного из интерфейсов. Далеко не все языки программирования поддерживают множественные интерфейсы. Более того, создать такой класс для программной системы можно только в некоторых частных случаях. Для систем динамического программирования может быть выполнена эмуляция множественного интерфейса.

Введем для $I_\lambda \in I(T)$, $I_\lambda = (f_0, f_1, \dots, f_q)$ кортеж вида $d_\lambda = ((f_0, a_\lambda), (f_{\lambda 1}, b_\lambda), \dots, (f_{\lambda q}, z_\lambda))$, $f_i \in P$, $a_\lambda, b_\lambda, \dots, z_\lambda \in V_T$ (далее – *сегмент*) и составим множество $D = \{d_1, d_2, \dots, d_M\}$ из всех d_λ , $\lambda \in J$. Будем называть его *базой конфигураций* объекта s . Можно говорить об отображении $X: D \rightarrow I(T)$. Пусть $R = X^{-1}(Z)$. Таким образом, задача адаптации продукта $s(T)$ будет решена, если задано отображение X и правило выбора $d \in R$. О сегменте d будем говорить как об *активном сегменте* D . С точки зрения объектно-ориентированного программирования имеет место динамическое порождение класса T' с единственным интерфейсом $I(T') = Z$.

Когда s -элемент пары получает спецификацию Z от m -элемента, инициируется subprocess «проектирование», который сводится к выполнению отображения $R = X^{-1}(Z)$ и, если необходимо, выбору $d \in R$. Затем проект системы $d = ((f_0, a_\lambda), (f_{\lambda 1}, b_\lambda), \dots, (f_{\lambda q}, z_\lambda))$, $\lambda \in J$, передается в subprocess «рекомпозиция», который синтезирует класс T' программной системы с интерфейсом $I(w) = (f_0, f_{\lambda 1}, \dots, f_{\lambda q})$, $\lambda \in J$. По завершению процесса сборки классов производится перезагрузка программной системы с сохранением актуального состояния («регенерация»). В итоге, изменение спецификации Z приводит к изменению структуры w так, что равенство $I(w) = Z$ будет выполнено, что и позволяет говорить об адаптивности s .

Реляционная запись процесса сборки классов позволяет свести процесс адаптации к выполнению автоматических процедур.

3. **Среда существования продукта как многоагентная система**

Поставим теперь вопрос о формировании базы конфигураций программной системы.

Отдельный бизнес-процесс, как правило, может поддерживать разработку только одного сегмента D . С другой стороны описанная выше модель адаптивности эффективна только при условии, что D имеет более одного сегмента. Рассмотренная выше модель адаптивной системы будет не полной, если не рассмотреть способ формирования базы конфигураций $D = \{d_1, d_2, \dots, d_M\}$. Каждый сегмент d_λ должен соответствовать одной ветви сборки и ветвь должна быть верифицирована.

Определение 4. Предположим, что в общем случае производство базы конфигураций должно быть результатом кооперации всех пользователей системы s . Тогда централизованная и децентрализованная разработка программного обеспечения будет частным случаем такой кооперации. Множество всех пользователей одной и той же адаптивной программной системы будем называть *средой существования программного продукта*. Если среда существования продукта рассматривается в контексте обеспечения инжиниринга, то будем говорить о *среде поддержки продукта*.

Несмотря на множество работ в области программной кибернетики, модель среды существования адаптивной программной системы как самостоятельная проблема еще не рассматривалась [11].

Методология проектирования такой системы будет определяться парадигмой агентного программирования [10]. Проектирование многоагентной системы (далее МАС) для среды существования продукта имеет ряд особенностей. Рассмотрим ключевые отличия.

Разработку МАС начнем с того, что в роли агентов будем рассматривать объекты адаптивной программной системы.

Согласно определению, онтология должна обеспечивать формирование словаря терминов, допускающих интерпретацию программной системой. Будем выделять *онтологию требований* (спецификация и смысл идентификаторов интерфейсов f_i) и *онтологию конфигураций*. Онтология конфигураций зафиксирована в базе конфигураций D .

Онтологический инжиниринг (например, методология системы *Protégé*) предполагает формирование законченной базы знаний, которая затем только используется агентами. Напротив, в рассматриваемом случае формирование онтологий – это основная функция многоагентной системы. Поэтому часть средств разработки онтологий должна быть включена в функциональность агентов. Отметим, что эта особенность сближает рассматриваемую многоагентную систему с системами распределенного искусственного интеллекта. Таким образом, ключевым вопросом проектирования многоагентной системы следует считать уточнение онтологического инжиниринга. Выделяют следующие значимые свойства онтологии: существенность (охват предметной области), непротиворечивость, независимость от реализации, декларативность, расширяемость, ясность.

Поддержание корректности и целостности, непротиворечивости и расширяемости онтологий можно обеспечить путем жесткого (неизменяемого) определения обязательств агентов.

Обозначим множество пар $S(m_\mu, s_\mu)$, $\mu \in H$ (H – множество индексов), имеющих общий интерфейс f_0 , как Ξ . Пусть на множестве Ξ существует некоторое подмножество активных пользователей, т. е. таких, которые могут вносить изменения либо в базу конфигураций D системы, либо в ее компоненты $a \in V_T$. Допустим, что между элементами Ξ существует возможность передачи базы конфигураций и может быть определена некоторая операция объединения баз. Обозначим обновляемую базу конфигураций как D_μ^+ , а некоторую другую – как D_ν^- . В случае слоистых структур можно ввести специальную операцию соединения $\aleph: (D_\mu^+, D_\nu^-) \rightarrow (D_\mu^{+'}, D_\nu^{-'})$ [1]. Данная операция эмулирует множественное наследование. Регенерация системы по

$D_{\mu}^{+'} = \aleph_1(D_{\mu}^{+}, D_{\nu}^{-})$ приведет к обновлению модулей системы, причем интерфейс системы, определяющий адаптацию, сохранится. По $D_{\nu}^{-'} = \aleph_2(D_{\mu}^{+}, D_{\nu}^{-})$ регенерация системы невозможна, этот вариант базы конфигураций удобен для транспортировки (и тем самым операция \aleph обеспечивает самодостаточность системы).

Итак, можно определить следующий шаблон проектирования многоагентной системы. Зададим четыре основных типа агентов: два реактивных агента D^{+} и D^{-} и два интеллектуальных агента $S(m, s)$ и $S'(m, s)$ в роли заказчика и в роли исполнителя соответственно. Взаимодействие агентов D^{+} и D^{-} определяется операцией соединения. Агенты $S(m, s)$ и $S'(m, s)$ должны иметь некоторые ментальные свойства. Будем рассматривать многоагентные системы с одноуровневой (полностью децентрализованной) архитектурой.

Протокол исполнителя $S'(m, s)$ предполагает: а) сбор сведений посредством стандартного сервиса сети о множестве Ξ ; б) рассылку предложений; в) протокол рассылки D^{-} .

Протокол заказчика $S(m, s)$ – протокол ведения переговоров для модели контрактных сетей [9]. В основе модели лежит простейшая идея рыночных торгов. В этом случае $S(m, s)$ выступает в роли агента-менеджера, а $S'(m, s)$ – как агент-исполнитель. Агент-менеджер отбирает самые выгодные для него предложения (по ожидаемой степени соответствия $I(w) = Z$) и заключает соглашение с wybranными агентами-исполнителями на поставку D^{-} .

Язык коммуникации для агентов $S(m, s)$ и $S'(m, s)$ может быть KQML (Knowledge Query and Manipulation Language).

Отдельным вопросом является проблема существенности предметной онтологии. Именно достижение существенности и является целью MAC. Можно ожидать, что эволюция MAC приведет к выработке некоторой «универсальной» базы конфигураций, которая обеспечит существенность предметной онтологии. С тем чтобы исследовать возможные варианты эволюции,

составим математическую модель МАС. Будем придерживаться подхода, использованного в [6, 7].

Рассмотрим все возможные варианты баз конфигураций, которые могут появиться на множестве пользователей Ξ . Данное множество обозначим как Ω . Пусть в каждой паре $S(m_\mu, s_\mu)$ реализуется один из интерфейсов $\{I_k\}_{k \in K}$, K – множество индексов. Обозначим соответствующее фактор-множество как $\{\Xi_k: k \in K\}$, N_k – количество пар в Ξ_k .

Зададим отображение множества индексов $\Lambda = \{0, 1, \dots, N\}$ на Ω . В Ω выделим некоторые подмножества. Ситуацию, когда база конфигураций пустая, будем отмечать индексом 0 и обозначим символом $D_0 \in \Omega$. Если база конфигураций $D = (d_1)$ определяет слово из одной буквы $d_1 = \{(f_0, a)\}$, соотнесенной с интерфейсом f_0 , то положим, что $D \in \Omega_{dist}$ и индексируются элементами подмножества Λ_{dist} . Первые два случая соответствуют начальным состояниям среды. Если Ω_{dist} содержит более одного элемента, то программные продукты имеют одинаковые функции, но отличаются ядром системы.

Пусть $u_i^{(k)}$ – количество s -элементов, имеющих базу конфигураций вида $i \in \Lambda$ и входящих в Ξ_k . Допустим, что $N_k = \text{const}$, $k \in K$. Для описания эволюции среды запишем динамическую систему в виде $(v_i^{(k)} = u_i^{(k)}/N_k, u_i^{(k)} = v_i^{(k)}N_k, v_i^{(k)} \rightarrow u_i^{(k)})$,

$$\begin{aligned} \frac{1}{N_l} \frac{du_i^{(l)}}{dt} &= u_i^{(l)} \left[\sum_k \frac{N_k}{N_l} \sum_j (-b_{ij}^{(k)} + b_{ji}^{(k)}) u_j^{(k)} \right] - \\ &- \left(\sum_j a_{ij}^{(l)} \right) f_l(u_i^{(l)}) + \sum_j a_{ij}^{(l)} f_l(u_j^{(l)}), \\ \sum_j u_j^{(k)} &= 1, \forall k \in K, \end{aligned}$$

где верхний индекс при переменных указывает на индекс фактор-множества $\{\Xi_k: k \in K\}$, $f(u_i) \sim u_i^2$. Система уравнений разбивается на блоки по индексу группы Ξ_l , $l \in K$. В каждом блоке l используются переменные $u_i^{(l)}$, $i \in \Lambda$.

Смысл коэффициентов следующий. Пусть некоторая пара $S(m_\alpha, s_\alpha)$ с базой конфигураций i получает базу конфигураций j от некоторой пары $S(m_\beta, s_\beta)$ и возможна замена базы конфигураций i на j . Интенсивность этого процесса $b_{ij}^{(k)}$, $l = k$ (*матрица предпочтений*). Возможна диффузия баз конфигураций за границы Ξ_k . Интенсивность диффузии из Ξ_k в Ξ_l определяется значениями $b_{ij}^{(k)}$, $l \neq k$. С другой стороны, если текущая структура s -элемента не соответствует требованиям бизнес-процесса, возможна модификация базы конфигураций $i \rightarrow j$. Этот процесс опишем *матрицей модификаций* a_{ij} .

Универсальная база конфигураций $D_u = \{d_1, d_2, \dots, d_M\}$ соответствует устойчивому стационарному состоянию динамической системы. Таким образом, можно говорить, что требуемое состояние в многоагентной системе, по крайней мере, существует.

Итак, описанная выше многоагентная модель среды существования продукта обеспечивает механизм формирования онтологий и может служить шаблоном проектирования МАС.

4. Методология проектирования

В настоящее время предполагается, что адаптивные программы могут быть реализованы локально, в рамках отдельных бизнес-процессов. Анализ модели позволяет сформулировать альтернативное утверждение. Адаптивные программные системы должны проектироваться и эксплуатироваться как распределенные системы поддержки инжиниринга.

Таким образом, методология проектирования адаптивных систем, наряду с традиционными для порождающего программирования разделами инженерии, должна включать также методологию проектирования многоагентной системы.

Уточним задачу проектирования. Вернемся к динамической системе, описывающую эволюцию онтологий в МАС. Конечное состояние среды определяется набором устойчивых стационарных состояний. Однако их достижение может потребовать

значительного времени. Время достижения состояния – это один из показателей среды поддержки продукта; его значение должно быть минимальным.

Введем пространство визуализации для множества Ξ как декартово произведение $K \times \Lambda$. Потребуем, чтобы конечное состояние $u_i^{(k)} \neq 0$, $i \in \Lambda_k$, для каждой группы Ξ_k , $k \in K$, было единственным. В подпространстве решений возможно два предельных случая: а) «мозаика» – общая база конфигураций в границах Ξ_k и разная для разных $k \in K$; б) «полоса» – общая для всех Ξ_k универсальная база конфигураций D_u . И в том и в другом случае базы конфигураций равноценны с точки зрения интерфейса. Однако последний вариант базы конфигураций предпочтительнее по следующим двум причинам: а) для поддержки программного обеспечения используются ресурсы всех Ξ пользователей; б) при колебаниях интерфейса бизнес-процесса ($f_i \rightarrow f_j$) адаптация системы не потребует повторного расхода ресурса. Можно также сказать, что универсальная база конфигураций задает всю линейку продукта.

Проектируемая среда поддержки продукта будет находиться между этими двумя крайними случаями. Шаблон обеспечивает кооперацию агентов МАС для решения одной задачи – формирование онтологий множества Ξ . С другой стороны внешние факторы – организационные структуры, финансовые отношения, технические ограничения и др. – формируют свои сообщества. Параметрами проектирования выступают внешние факторы МАС, которые накладывают разного рода ограничения на характер обмена базами конфигураций. Для проектирования вторичного сообщества можно использовать методологию нисходящего проектирования [4]. В качестве социальных критериев достаточно выбрать базовые типы взаимодействия агентов [7].

Пример. Пусть $V_T = \{a, b, c\}$, $P = \{f_0, f_1, f_2\}$, $V_T/F = \{f_0|\{a\}, f_1|\{b\}, f_2|\{c\}\}$. Множество интерфейсов на множестве пользователей Ξ будет $\{I_1, I_2\}$, $I_1 = (f_0, f_1)$, $I_2 = (f_0, f_2)$. Распределим пары по

группам согласно их интерфейсам, фактор-множество будет $\{I_1|\Xi_1, I_2|\Xi_2\}$.

Множество баз конфигураций $\Omega = \{D_0, D_1, D_2, D_3\}$, где D_0 – символ пустой базы конфигураций, $D_1 = \{((f_0, a))\}$ – база конфигураций неадаптированной системы, $D_2 = \{((f_0, a), (f_1, b))\}$ и $D_3 = \{((f_0, a), (f_2, c))\}$ – база конфигураций для слов ab и ac (причем $I(ab) = I_1$, $I(ac) = I_2$), $D_4 = \{((f_0, a), (f_1, b)), ((f_0, a), (f_1, c))\}$ – универсальная база конфигураций. Динамическая система будет иметь восемь уравнений – по четыре для каждой из групп Ξ_1, Ξ_2 .

Пусть в начальном состоянии все пары имеют базу конфигураций D_1 . Проследим за изменением базы конфигураций одной пары $S(m_\mu, s_\mu)$, входящей, например, в группу Ξ_1 . Если в Ξ_1 уже существуют адаптированные системы и их база конфигураций доступна (переменная $u_2^{(1)} > 0$ или $u_4^{(1)} > 0$), то возможна замена $D_1 \rightarrow D_2$ и $D_1 \rightarrow D_4$, т. е. $b_{12}^{(1)}, b_{14}^{(1)} > 0$, $b_{21}^{(1)} = b_{41}^{(1)} = 0$.

Развитие программного обеспечения может быть вполне непосредственно в $S(m_\mu, s_\mu)$, т. е. $D_1 \rightarrow D_2$, значение $a_{12} > 0$, $a_{21} = 0$. С другой стороны, $S(m_\mu, s_\mu)$ может получить базу конфигураций D_3 (переменная $u_3^{(1)} > 0$) из группы Ξ_2 (переменная $u_3^{(2)} > 0$) и выполнить его модернизацию до D_4 ($a_{14} > 0$, $a_{14} \approx a_{12}$). Последний случай наиболее интересен, так как он демонстрирует способ возникновения универсальной базы конфигураций D_4 .

Требуемое конечное состояние системы есть $u_0 = u_1 = u_2 = u_3 = 0$, $u_4 = 1$, причем время достижения этого состояния должно быть меньше характерного времени изменения бизнес-среды.

Пусть количество пользователей достаточно велико (техническое ограничение). Другие какие-либо внешние ограничения на множестве Ξ отсутствуют. В качестве типа сообщества можно выбрать эгалитарную структуру в форме координируемого сотрудничества. Обмен словарями спецификаций и базами конфигураций будет организован через доски объявлений.

На том же множестве Ξ могут формироваться и другие сообщества. Например, корпорация, имеющая множество филиалов и заинтересованная в создании универсальной базы конфи-

гураций, может создать свое сообщество в форме простого сотрудничества.

В заключение приведем эталонную модель проектирования. Адаптивная программная система представляет собой систему с распределенной средой поддержки продукта. Экземпляры системы расположены в узлах сети. Программная система функционирует в системе динамического программирования типа *CLOS*, *Python*, *Open Java*. Установка программной системы имеет место при загрузке соответствующей базы конфигураций в оболочку *s* программной системы и ее активизацию при выборе начальной спецификации *Z*. Адаптивная система в режиме эксплуатации производит модификацию своей архитектуры таким образом, чтобы ее функции соответствовали меняющейся спецификации *Z*.

Адаптивная система может выступать как в роли эксплуатируемой системы, так и в роли системы разработки. Роли могут изменяться. Жизненный цикл эксплуатируемой системы соответствует спиральной модели и включает следующие этапы: разработка требований, проектирование, конструирование, тестирование, сопровождение. Все этапы, кроме разработки требований, носят автоматический характер. Разработка требований – единственный процесс, требующий присутствия инженера.

Разработка требований состоит из сбора требований и анализа требований. Сбор требований выполняется согласно общей методологии (например, методом А. Джекобсона). Анализ требований (определение объектов системы), напротив, автоматичен. Точка соприкосновения лежит на соответствии *Use cases* (неформальное описание) с их спецификацией (формальное описание). Спецификация *Use cases* осуществляется инженером на основе словаря онтологии требований. Обновление и расширение словаря онтологии требований – функция среды поддержки продукта.

Сопровождение включает: а) коммуникации посредством МАС (в том числе формирование вторичных сообществ); б)

получение другой базы конфигураций и выполнение операции соединения (при необходимости); в) контроль регенерации системы. Сопровождение выполняется в автоматическом режиме.

Жизненный цикл системы как системы разработки продукта соответствует спиральной модели. Кроме того, включает процесс рассылки обновления для словаря онтологии требований. Этот процесс можно назвать *презентацией решения*. Подчеркнем, что внесение изменений в словарь онтологии требований допускается только при модификации базы конфигураций.

Весь процесс адаптации предполагает минимальное участие человеческого фактора, что обеспечивает надежность и низкие стоимостные показатели модификации программной системы.

5. Выводы

В статье рассмотрена методология проектирования адаптивных программных систем, архитектура которых основана на методе расширения ядра. Показано, что адаптивный программный продукт должен рассматриваться только вместе с распределенной системой поддержки продукта. Таким образом, адаптивная программная система представляет собой социотехническую систему, целостность которой поддерживается агентными технологиями.

Приведенная выше методология может быть применена для разработки приложений на основе языков, допускающих динамическую рекомпозицию. Рассмотренная методология имеет много общего с методологией, известной как «фабрики приложений» (*Software Factories*). Концептуальные отличия следующие: а) фиксированный архитектурный каркас; б) использование онтологий вместо базы рекомендаций; в) определение архитектуры фабрики в контексте среды существования продукта.

Следующим шагом развития методологии может стать перенос методов в сферу проектирования «больших» программ-

ных систем. Очевидный путь – формулировка методов для программ, использующих платформу промежуточного слоя. Однако более продуктивным и более естественным обобщением методологии вероятнее всего будет определение методов для платформ агентного программирования.

Литература

1. ГУРЬЯНОВ В. И., *Адаптивная сборка класса / Современные информационные технологии в науке, образовании и практике. Материалы IV всероссийской конференции.* – Оренбург: ИПК ГОУ ОГУ, 2007. – С. 31-32.
2. ГУРЬЯНОВ В. И., *Адаптивная информационная система для модельной задачи управления стеком / Информационные технологии моделирования и управления.* – Воронеж: Изд-во «Научная книга», 2008. – № 1(44). –С. 52-61.
3. КСЕНЗОВ М. В. *Рефакторинг архитектуры программного обеспечения // Препринт 4.* – М.: ИСП РАН, 2004
4. ТАРАСОВ В. Б. *От многоагентных систем к интеллектуальным организациям: философия, психология, информатика.* – М.: Эдиториал УРСС, 2002. – 352 с.
5. ЧЕРНЕЦКИ К. *Порождающее программирование: методы, инструменты, применение / К. Чернецки, У. Айзенекер; Пер. с англ.* – СПб: Питер, 2005. – 736 с.
6. FERBER J. *The Framework of Eco-Problem Solving / J.Ferber, E. Jacopin // Decentralized Artificial Intelligence II; Ed. by Y. Demazeau, J.-P. Muller.* – Amsterdam: Elsevier North-Holland, 1991. – P. 181-194.
7. FERBER J. *Les systemes multi-agents. Vers une intelligence collective.* – Paris: InterEditions, 1995. – 522 p.
8. MCKINLEY P. *Composing Adaptive Software / P. McKinley, S. M. Sadjadi, E. Kasten, B. Cheng // IEEE Computer Society.* – 2004. – Vol. 37, № 7. – P.27-30.

9. SMITH R. G. *The Contract Net Protocol: High Level Communication and Control in a Distributed Problem Solver* // IEEE Transactions on Computers. – 1980. – Vol. 29, №12. – P.1104-1113.
10. SHOHAM Y. *Agent-oriented programming* // Artif.Intell. – 1993. – Vol.60, №1. – P.51-92.
11. *The Third IEEE International Workshop on Software Cybernetics* // IWSC 2006. Chicago, 2006; *The Fourth IEEE International Workshop on Software Cybernetics* // IWSC 2007 Beijing, China, 2007. URL: <http://paris.utdallas.edu/>

MULTIAGENT SYSTEM MODEL OF THE ENVIRONMENT OF SUPPORT OF SOFTWARE FOR SYSTEMS WITH LAYERED ARCHITECTURE

Vasiliy Gurianov, Regional institute of psychology and the humanities, Cheboksary (vg2007sns@rambler.ru).

Abstract: The problem of adaptability of the software is considered. The solution using structural adapting and a method of the extension of a kernel is studied. The environment of support of a product as multiagent system with the single-level architecture is considered

Keywords: adaptive software, structural adapting, layered architecture, multiagent system, socially-technical system.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Г.Н. Каляновым

УДК 519.816
ББК 60.050.9

ОСОБЕННОСТИ КОМПЬЮТЕРНОГО РАНЖИРОВАНИЯ СТРАТЕГИЙ УПРАВЛЕНИЯ В СОЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

Иванилов Е.Л.¹

*(Военно-воздушная академия
им. Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина, Москва)*

Предлагается функциональное описание автоматизированной системы выбора стратегий управления. На основе мониторинга, сетевого обмена и обработки данных предлагается система осмысления и анализа ситуаций с помощью компьютерных систем поддержки принятия решений. В результате ранжирования выбираются стратегии, приближающие социальную систему к состоянию, желаемому лицом, принимающим решения.

Ключевые слова: список целей, список стратегий, автоматизированная система выбора стратегий управления, качественные критерии отбора стратегий, поддержка принятия решений.

1. Введение

Современная интенсификация обмена информацией в социальных системах существенно усложнила в них организацию управления. Повышение разнообразия тематики, касающейся работы таких систем, а также расширение количества языков, на которых передаются сообщения, предполагает необходимость значительного увеличения типов носителей информации и средств их передачи. При этом чрезвычайно сократилось время

¹ Евгений Леонидович Иванилов, кандидат технических наук, старший научный сотрудник (ivanilov@poisk-it.ru).

устаревания информации и ужесточилась конкуренция в ее представлении. Общественная и государственная значимость принимаемых решений определяет необходимость совершенствования инфраструктуры управления в социальном секторе хозяйственного комплекса страны. В этой связи следует учитывать, что существенной особенностью разработки и реализации управленческих воздействий является расширение функций компьютерных систем поддержки принятия решений, работающих в реальном масштабе времени или бликом к нему.

Обзор современных систем автоматизации, используемых для решения аналитических задач, показывает, что существующие компьютерные средства в большинстве случаев традиционно ориентированы на диалог с руководителем или экспертом, в процессе которого определяются наиболее важные факторы, влияющие на принятие решения по управлению в возникшей ситуации. Иными словами, системе поддержки принятия решений пока предлагается роль собеседника в диалоге с некоторым лицом, формирующим или принимающим решение. Это в значительной степени ограничивает возможности управления при необходимости оперативной реакции на информацию о происходящих событиях или процессах. Несмотря на значительное число научных работ, посвященных этой тематике, и специализированных пакетов программ, не существует обобщенного комплекса методов, алгоритмов и программ, обеспечивающего эффективную поддержку принятия решений на всем цикле от поступления информации о происходящем событии или процессе до принятия решения.

2. Функциональные блоки автоматизированной системы поддержки принятия решений при выборе стратегий управления в социальных системах

Практика показывает, что системное осмысление и анализ ситуаций, возникающих в принятии решений, невозможны без

своевременной системы мониторинга, сетевого обмена и обработки данных с помощью компьютерных систем поддержки принятия решений. Исходя из задач данной работы, функциональную структуру предлагаемой автоматизированной системы выбора стратегии управления можно представить в виде блок-схемы на рис. 1.



Рис. 1. Блок-схема автоматизированной системы выбора стратегии

Пусть имеется задача управления реализацией некоторого социального проекта (в дальнейшем будем называть его просто проект). В предлагаемой автоматизированной системе работа

блока мониторинга и оценки ситуации, в которой проект реализуется (блок 1), должна быть направлена на формирование управляющего воздействия, в результате которого характеристики этого проекта достигнут или приблизятся к состоянию, желаемому лицом, принимающим решения (ЛПР). Такие воздействия обычно подразделяют на оперативные, выполняемые по заранее предписанным правилам и не меняющие общую направленность процесса, и стратегические. Стратегическое воздействие может коренным образом изменить характер функционирования управляемого объекта. Причем смена стратегий всегда предполагает постановку двух проблем: выбор новой стратегии и определение момента начала ее реализации.

Критерий выбора стратегии можно рассматривать как суммарную оценку нескольких критериев. В него могут быть включены: отношение властей к реализации стратегии, степень важности реализации стратегии, оценка отношения к условиям реализации стратегии на местах, оценка реакций конкурентов на ситуацию, возникшую в результате выполнения стратегии и т.д. В зависимости от практической задачи каждый из этих критериев можно трактовать и как самостоятельный.

Оценка таких критериев производится главным образом на основе субъективных представлений руководителей, так как они обычно базируются на информации, которая оказалась им доступной. Для введения единой меры оценок могут быть созданы шкалы, которые, как правило, утверждаются руководителем, определяющим балльность оценок и условия их применения.

По существу эти шкалы являются координатами критериального пространства, в котором надо ввести некоторую функцию, позволяющую по составляющим комплексного критерия выбора стратегии дать ее социальную оценку. Список компонентов комплексного критерия определяет размерность такого пространства. Автоматизированная система поддержки принятия решений в этом случае предполагает, что для согласования социальной оценки стратегий каждый эксперт должен заполнить появляющуюся у него на экране таблицу. При этом возни-

кает задача согласования оценок по возможности с минимальным участием экспертов. Поскольку эти оценки являются «весьма субъективными», может быть предложена следующая процедура голосования:

1. оценки, получившие квалифицированное большинство голосов (2/3 или 66%) считаются утвержденными;
2. оценки, получившие менее 66% голосов, высвечиваются на дисплеях тех экспертов, которые оказались в меньшинстве с предложением поддержать большинство.

Те оценки, за которые высказалось большинство экспертов, не высвечиваются. Оценки, собравшие менее 66% голосов, с которыми данный эксперт не согласен, подчеркнуты. Цифры указывают процент собранных голосов, внизу показана оценка, проставленная данным экспертом.

Эксперты, оказавшиеся в меньшинстве, могут изменить свои оценки. В этом случае система снова подсчитывает результаты голосования. Оценки, собравшие после повторного голосования более 66% голосов, считаются утвержденными; оценки, получившие после повторного голосования менее 66% голосов, усредняются по формуле:

$$(1) \quad H_{ij} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K x_{ij}^k$$

где H_{ij} – осредненная оценка i -ой стратегии по j -му критерию, x_{ij}^k – оценка i -ой стратегии по j -му критерию k -м экспертом.

Если эксперты имеют разный «вес» при голосовании, то формула (1) принимает вид: $H_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^K \alpha^k x_{ij}^k}{\sum_{k=1}^K \alpha^k}$, где α^k – «вес» k -го эксперта.

Естественно, порог согласованности (в нашем случае 66%) может быть уменьшен, например, до 50% (простое большинство) или увеличен, скажем до 75%. В необходимом случае формула типа (1) может быть другой.

В данной работе процесс мониторинга и обработки данных предлагается предварять формированием списка целей страте-

гического решения поднятой проблемы в реализации данного проекта (блок 1). Диапазон возможных целей чрезвычайно широк. Ярким примером тому является характер целей, которые преследуют компании Саудовской Аравии.

Компаниям, работающим в областях: нефтехимии, упаковки, питания и электронной промышленности было разослано 159 анкет. В таблице 1 [3] показаны в процентах наиболее часто указанные цели по ответам 74 компаний в четырех промышленных группах. В скобках показана экспертно определенная важность (ранг) этой цели среди других.

Таблица 1 Процентное распределение целей работы компаний

Наименование целей	Нефтехимия (39 фирм)	Упаковка (8фирм)	Электричество и электроника (18 фирм)	Продовольствие (9 фирм)
Прибыль	82% (3)	87,5% (2)	78(1)	78% (2)
Рост объемов производства	85% (20)	100% (1)	45% (4)	83% (1)
Маркетинг	87,2% (1)	37,5 (7)	67% (2)	72% (3)
Социальная ответственность	72% (4)	75% (4)	56% (3)	67% (4)
Разработка и исследования	69% (5)	62,5% (5)	33% (5)	39% (7)
Качество продукции и услуг	50% (9)	50% (6)	67% (2)	61% (5)
Забота о персонале	64% (6)	87% (3)	67% (2)	67% (4)

Эффективность и инновации	61,5% (7)	75% (4)	33% (5)	33% (8)
Сохранение ресурсов	56,4% (8)	37.5 (7)	33,3% (5)	56% (6)

Из таблицы 1 видно, что цели компаний, работающих в самых различных отраслях, достаточно близки. Более того, можно сказать, что список целей, которые обычно преследуют коммерческие компании, достаточно стандартен. Список целей, которые преследуют некоммерческие организации (например, организации МЧС, государственные учебные заведения, органы правопорядка и т.п.), конечно, отличается от указанных в таблице 1, но для этих организаций он также стабилен. Поэтому система автоматизации может представить экспертам стандартный список, в который они должны вписать новые цели и вычеркнуть из него цели, которые они считают неадекватными сложившейся ситуации.

После того, как система автоматизации сформировала список целей и согласовала его со всеми руководителями и экспертами, каждая цель должна получить оценку в соответствии с критериями, принятыми ЛПР, и их «весами». Чаще всего цели и стратегии оцениваются по следующим критериям: 1) сбалансированность проекта; 2) синергетика, т.е. усиление (уменьшение) каждого оцениваемого параметра за счет влияния других параметров; 3) специализация в тех областях социальной жизни, в которых достигнуты наилучшие результаты; 4) выживаемость (обеспеченность необходимыми ресурсами). Пусть список критериев и их «веса» уже определены и хранятся в базе данных. Обращаясь к блоку анализа, система автоматизации производит оценку каждой цели. Если «веса» критериев для целей не определены, то система производит определение величины y_{ij} – согласованного значения оценки i -го критерия из имеющегося у нее списка по j -ой цели, а затем z_{ij} – взвешенной оценки i -го критерия по j -ой цели:

$$z_{ij} = \frac{y_{ij}}{\sum_i y_{ij}}.$$

Оценку j -ой цели можно определить как

$$M_j = \sum_i \sum_l z_{ij} c_i^l,$$

где c_i^l – балльная оценка l -го параметра рассматриваемого проекта по i -му критерию.

Перечень параметров должны указать эксперты в специальных интерфейсах, а их оценки делаются по согласованным определениям. В реальных задачах, как правило, используются значительно более сложные алгоритмы оценок целей, в которых учитываются различные аспекты предпочтений руководителей.

В отношении списка стратегий (блок 3) можно сказать, что стратегий обычно больше чем целей. Поэтому возникает задача генерации их комбинаций. Алгоритмы учета предпочтений руководителей при генерации стратегий подробно рассмотрены в [2]. В качестве примера в таблице 2 приведем список возможных стратегий, которые считаются типичными для коммерческих компаний, и дадим пояснения мотивации их применения.

Таблица 2. Стратегии и мотивация их применения

№ п/п	Наименование Стратегии	Мотивация применения стратегии
1	Освобождение от одного или нескольких видов деятельности	1. Концентрация на оставшихся видах 2. Отказ от конкурентной борьбы в этих видах деятельности 3. Сокращение расходов 4. Перераспределение средств

2	Занятие одним или несколькими новыми видами деятельности	<ol style="list-style-type: none"> 1. Следование политике конкурентов 2. Потеря конкурентоспособности на занимаемом сегменте рынка 3. Стремление к захвату новых сегментов рынка 4. Диверсификация деятельности 5. Диверсификация расходов
3	Усиление специализации в успешных видах деятельности	<ol style="list-style-type: none"> 1. Концентрация сил и средств на относительно узком виде деятельности
4	Приобретение компаний, действующих в других областях экономики или рынка	<ol style="list-style-type: none"> 1. Диверсификация производства 2. Диверсификация рисков 3. Поиск новых рынков
5	Приобретение компаний-поставщиков и/или компаний-посредников	<ol style="list-style-type: none"> 1. Завоевание монопольного положения у конечных потребителей 2. Снижение стоимости продукции
6	Освоение новых технологий	<ol style="list-style-type: none"> 1. Улучшение качества продукции 2. Освоение новых областей деятельности
7	Применение освоенных или разработанных технологий в новых областях экономики	<ol style="list-style-type: none"> 1. Борьба с конкурентами 2. Завоевание новых секторов рынка 3. Выпуск продукции более дешевой и/или качественной, чем у конкурентов
8	Приобретение компаний, обладающих новыми знаниями и умениями (технологиями)	<ol style="list-style-type: none"> 1. Использование приобретенных знаний и технологий в традиционных отраслях экономики

9	Приобретение компаний, занимающихся теми же видами деятельности	1. Борьба с конкурентами 2. Захват новых секторов рынка или его монополизация
---	---	--

Для оценки альтернатив стратегий с помощью автоматизированной системы (блок 4) выделим два подхода, получивших широкое распространение (наиболее эффективные на наш взгляд): использование функции полезности и моделирование.

Методы формирования функций полезности широко освещены в литературе, например [1, 2]. Области применения моделей также чрезвычайно обширны: от моделирования механизмов управления в системах автоматизации до моделирования закономерностей в природе и обществе и т. д.

Практически во всех математических моделях значения коэффициентов и алгоритмы решений являются предметом соглашения экспертов и руководителей.

Между приверженцами разных математических моделей и методов идут дискуссии о преимуществах тех или иных математических моделей и математического аппарата при компьютерной поддержке принятия решений. Однако использование различных методов и алгоритмов для решения одного класса задач в математике – давно и хорошо известное явление. Конкретный метод выбирается в зависимости от характера данных и особенностей практической задачи.

Неопределенность при выборе моделей далеко не так велика, как это кажется на первый взгляд. Как показывает опыт, эксперт ограничен в свободе выбора математической модели и аппарата ее описания. Эти ограничения связаны, как это ни странно, не столько с социальными особенностями проекта и возникающими из них требованиями, сколько со знаниями, опытом и пристрастиями эксперта или руководителя.

Весьма важным для формирования стратегии является прогноз результатов решений (блок 5). В этом блоке могут использоваться более двухсот существующих в настоящее время про-

граммных пакетов прогнозирования. Однако следует учитывать, что методы прогнозирования работают, когда процесс стационарен, то есть его характеристики слабо изменяются во времени. Хорошо работают формализованные методы прогноза и в том случае, когда функция изменения характеристик процесса известна. К сожалению, так бывает далеко не всегда. Тем не менее, методами прогнозирования всегда пользуются в той или иной форме при принятии управленческих решений. В настоящее время все шире используются методы прогнозирования, основанные на сочетании результатов наблюдений и субъективных экспертных оценок.

Выше отмечалось, что блоки предлагаемой системы автоматизации в процессе выработки управленческого решения регулярно обращаются к блоку согласованных групповых решений (блок 6).

Согласование групповых решений осуществляется системой в ходе переговоров, проводимых с ее помощью. Технологически в этом случае система использует чередование двух фаз, из которых состоит процесс переговоров: фазы принятия индивидуальных решений и фазы ведения переговоров (согласования решений). Компьютерные системы поддержки переговоров в процессе согласования групповых решений могут оказать существенную помощь в нахождении общего взгляда на проблему и выработку согласованного решения, несмотря на противоречия интересов участников переговоров, их оценок существующей ситуации и методов достижения цели.

В литературе, посвященной компьютерной системе поддержки переговоров, внимание человеческому фактору уделяется не всегда. Однако использование компьютера в процессе переговоров не снижает роли человека, его искусство вести переговоры по-прежнему остается одним из решающих факторов успеха.

Ранжирование варианта множества решений при помощи заданной функции субъективных предпочтений руководителя с учетом определенного ранее списка параметров, критериев и их

«весов» производится с помощью блока выбора момента начала реализации новой стратегии, лучшего с точки зрения руководителя (блок 7).

В результате каждое решение получает лингвистическую или балльную оценку, а множество вариантов решений становится упорядоченным. Причем каждый из руководителей может осуществить свое ранжирование (не отвечающее ранжированию, проведенному системой автоматизации). В нашем случае система должна согласовать ранжирование и два – три лучших варианта представить руководителю для окончательного утверждения.

Таким образом, можно заключить, что задачами системы автоматизации поддержки управления стратегическими решениями являются: поиск, анализ и обработка информации; управление хранилищем данных и оперативный анализ содержания получаемых сообщений.

В качестве примера рассмотрим особенности выбора стратегий в реализации реального проекта по выпуску книг политико-социальной тематики. В этом случае система автоматизации рассчитывала ранги стратегий по методу Борда, указанному руководителем, следующим образом:

1. для каждой стратегии по каждому параметру подсчитывалось, сколько стратегий превосходит данная стратегия по выбранному параметру;
2. результаты суммировались для каждой стратегии;
3. лучшей считалась стратегия, набравшая большую сумму. Формально этот алгоритм предлагается записывать следующим образом. Всем $x \in A$ припишем значения $r_i(x)$, определяемые по правилу:

$$r_i(x) = \{b \in A: P_i(x) < P_i(b) + \varepsilon\},$$

где b – наименование стратегии, у которой значение i -го параметра $P_i(b)$ лучше значения $P_i(x)$ i -го параметра стратегии x , ε – характеристика «чувствительности». Сумма этих значений образует так называемую шкалу альтернатив Борда:

$$r(x) = \sum_i r_i(x).$$

Ранг стратегии определяется как сумма мест стратегий по двум методам оценки: чем меньше сумма, тем выше ранг. Естественно, могут быть выбраны и другие алгоритмы ранжирования.

Поскольку такие оценки были согласованы, то результаты также оказались согласованными. На основании семантических оценок было предложено четыре стратегии реализации. В процессе количественных оценок одна из них, как противоречащая другим, была вычеркнута из списка. После чего было проведено интегральное ранжирование стратегий с учетом оценок по каждому критерию.

Ранжирование стратегий можно осуществлять различными способами. При интегральном ранжировании стратегий считалось, что отдельные критерии имеют различные значения «веса» r_j и нормированные «веса» g_j отдельных критериев. Оценка каждой стратегии для данного проекта определялась как

$$b_i \sum_j \left(\frac{r_j}{\sum_j r_j} \right) z_{ij},$$

где r_j – «вес» j -го критерия для рассматриваемого проекта, z_{ij} – ранг i -ой стратегии по j -му критерию.

Веса определялись руководителем, хотя теоретически они могут согласовываться каким-либо иным способом. После того как они были определены и введены в систему, автоматизированная система пронормировала «веса» критериев по формуле

$$g_j = \frac{r_j}{\sum_i r_i},$$

где g_j – нормированный «вес» j -го критерия.

Для выпуска книг политико-социальной тематики:
 $g_1 = 0.34, g_2 = 0.41, g_3 = 0.25.$

Оценка стратегии по j -му критерию вычислялась по формуле $b_i = \sum_j b_{ij}$.

Интегральный ранг стратегии определялся путем упорядочивания оценок стратегий: чем меньше оценка, тем выше ранг.

Таким образом, автоматизированная система закончила интегральное ранжирование стратегий выпуска книг политико-социальной тематики, основанное на качественных и количественных оценках. Три лучшие стратегии были представлены руководителю и экспертам для окончательного отбора.

3. Выводы

Неопределенность, возникающая при оценке ситуации и выборе средств достижения цели, принуждает руководителя или эксперта использовать субъективные оценки анализа ситуации и вариантов управленческих решений, основанных на его знаниях, опыте и интересах. Поэтому компьютерные комплексы поддержки управления должны уметь определять предпочтения руководителей и использовать их в процессе анализа и при формировании вариантов решений. Это позволяет руководителю применять всю мощь программного обеспечения и традиционных математических моделей для реализации своего стиля выработки и принятия решений.

Семантика генерации новых стратегий позволяет их формулировать на основе качественных оценок, в то же время ранжирование сгенерированных стратегий вводит количественные оценки, что позволяет осуществлять выбор стратегий с учетом сочетания количественных и качественных показателей.

Ранжирование стратегий по различным критериям (производственному, экономическому, социальному и т.п.) позволяет получить более обоснованные оценки рассматриваемых стратегий. При этом интегральное компьютерное ранжирование производит отбор лучших по количественным показателям стратегий из множества допустимых, отобранных по качественным

оценкам. Таким образом, отбор стратегий осуществляется как по качественным, так и по количественным критериям.

Литература

1. ТРАХТЕНГЕРЦ Э.А. *Компьютерная поддержка принятия решений*. М.: СИНТЕГ, 1998. – 360 с.
2. AMBROSINI V., BOWMAN C. *Managerial consensus and corporate strategy* // European Management Journal. – 2003. – V21. – № 2. – P. 213-221.
3. AT-TWAIJRI M.I., AL-CHAMDI S.V., LUQMANI M. *Prioritization of corporate goals in Saudi Arabia: an exploratory investigation* // International Journal of Value-Based Management. – 1996. – № 9. P. 259-270.

PECURIALITIES OF COMPUTER-AIDED RANKING OF CONTROL STRATEGIES IN SOCIAL SYSTEMS

Evgeny Ivanilov, N. Zhukovsky and Y. Gagarin Air Force Academy (ivanilov@in-line.ru).

Abstract: The functional description of automated system of control strategies choice is offered. The system of conception and analysis of situations with the help of computer decision support systems on the basis of monitoring, network exchange and data processing is described. As a result of ranking the one chooses the strategies, which bring the situation closer to a desirable state.

Keywords: goals list, strategies list, automated system of strategies choice control, qualitative criteria of strategy choice, decision support.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии М.В. Губко

УДК 519.865.5

ББК 22.18

ОБ ЭКВИВАЛЕНТНОМ ПРЯМОМ МЕХАНИЗМЕ ДЛЯ ЗАДАЧИ АКТИВНОЙ ЭКСПЕРТИЗЫ НА СТРОГО ВЫПУКЛОМ КОМПАКТЕ

Бурков В.Н.¹, Искаков М.Б.², Коргин Н.А.³

*(Учреждение Российской академии наук
Институт проблем управления РАН, Москва)*

Рассматривается игровая задача активной экспертизы, в которой множество возможных результатов является многомерным, строго выпуклым и компактным. Для механизма усреднения заявок экспертов строится соответствующий прямой механизм, который исследуется на неманипулируемость. Доказывается результат об отсутствии прямого механизма, эквивалентного данному. Формулируется задача построения прямых неманипулируемых механизмов, наиболее близких по результату к исходному.

Ключевые слова: активная экспертиза, неманипулируемый механизм, эквивалентный прямой механизм.

1. Введение

Построение многокритериальных неманипулируемых механизмов активной экспертизы представляется актуальной практической задачей, т.к. подобные задачи встречаются повсемест-

¹ Владимир Николаевич Бурков, доктор технических наук, профессор, зав. лабораторией (vlab17@bk.ru).

² Михаил Борисович Искаков, кандидат технических наук, старший научный сотрудник (mih_iskakov@mail.ru).

³ Николай Андреевич Коргин, кандидат технических наук, старший научный сотрудник (nkorgin@ipu.ru).

но, а обеспечение объективности результатов экспертизы крайне важно. На данный момент задача построения неманипулируемого механизма активной экспертизы решена для однопиковых функций предпочтения экспертов и отдельных случаев множества возможных сообщений (и наиболее предпочтительных с их точки зрения результатов экспертизы) экспертов:

1. отрезка (одномерного компакта) [1, 6] – при моделировании экспертизы по одному критерию;
2. двумерного симплекса [3] – при моделировании экспертизы по двум критериям, связанным балансовым ограничением;
3. многомерного прямоугольника (декартова произведения одномерных отрезков) [3] – при моделировании многокритериальной экспертизы с несвязанными критериями, когда множество возможных значений каждого отдельно взятого критерия не зависит от конкретных значений остальных критериев.

Задача построения неманипулируемой экспертизы существенно пересекается с задачами поиска неманипулируемых функций социального выбора в теории общественного выбора, развиваемой в зарубежных исследованиях [7-11]. Одним из важных результатов теории общественного выбора является метод построения неманипулируемых функций общественного выбора в форме *медианной схемы* (median voter scheme), первоначально полученный для одномерного случая [11]. Затем полученные результаты были расширены на \mathfrak{R}^n [9], когда множеством возможных альтернатив является многомерное пространство (*обобщенная медианная схема*). Для дальнейшего расширения метода на случай, когда множество альтернатив является ограниченным замкнутым множеством в \mathfrak{R}^n , была предложена эквивалентная формулировка медианных схем как *систем правых и левых коалиций* игроков и введено *свойство пересечения*, накладываемое на данное множество, при котором задача имеет решение [7, 8].

Для более сложных, чем многомерный прямоугольник, видов множества возможных заявок экспертов задача построения

неманипулируемых механизмов активной экспертизы остается актуальной. Одним из основных методов решения задачи является выяснение вопроса о существовании эквивалентного прямого механизма и его построение. Для исследования конкретного механизма экспертизы требуется определить равновесные стратегии экспертов для данной игровой задачи, построить соответствующий прямой механизм и исследовать его на неманипулируемость. Именно таким методом было получено решение задачи экспертизы по одному критерию [1].

При распространении данного метода на многомерный случай возникают сложности с определением равновесных сообщений экспертов. Для решения задачи в предлагаемой статье используются методы нелинейной оптимизации, полунепрерывных отображений и неподвижной точки. Для наиболее часто рассматриваемых условий задачи активной экспертизы – механизма усреднения и функций предпочтения экспертов пропорциональных евклидовому расстоянию между точкой пика эксперта и результатом экспертизы – доказано существование и единственность равновесия, когда множество возможных сообщений и результата экспертизы является строго выпуклым компактом. Построен соответствующий прямой механизм. Приведен пример игры экспертов с манипуляцией при применении полученного механизма.

2. Постановка задачи

Рассматривается игровая задача активной экспертизы [1, 2]. Задача активной экспертизы является частным случаем задачи исследования и синтеза механизмов планирования (механизмов с сообщением информации). Приведем общую постановку этой задачи [5]. Рассматривается двухуровневая многоэлементная организационная система, состоящая из центра и n агентов. Стратегией каждого из агентов является сообщение центру информации $s_i \in S_i, i \in N = \{1, \dots, n\}$. Центр на основании сообщенной ему информации назначает агентам *планы*

$x_i = \pi_i(s) \in X_i \subseteq \mathfrak{R}^1$, где $\pi_i : S \rightarrow X_i, i \in N$ – процедура (механизм) планирования, $s = (s_1, \dots, s_n) \in S = \prod_i S_i$ – вектор сообщений всех агентов. Функция предпочтения агента $K_i(x_i, r_i) : X_i \times R_i \rightarrow \mathfrak{R}^1$ зависит от соответствующей компоненты назначенного центром плана и некоторого параметра – типа агента r_i , под которым обычно понимается точка пика, единственного, как обычно предполагается, максимума его функции предпочтения, то есть наиболее выгодного с точки зрения агента значения плана. Для задачи активной экспертизы множества сообщений, значений плана и возможных значений точек пика совпадают: $S_i = X_i = R_i = A$.

При исследовании задачи планирования обычно считается, что агенты ведут себя некооперативно, выбирая доминантные или равновесные по Нэшу стратегии. Пусть s^* – вектор равновесных стратегий. Если равновесий более чем одно, то вводится соответствие отбора равновесий, позволяющее из любого множества равновесий выбрать единственное. Точка равновесия $s^* = s^*(r)$ в общем случае зависит от типа всех агентов $r = (r_1, \dots, r_n)$. Первым этапом исследования задачи планирования является поиск равновесия $s^*(r)$ в игре агентов и центра.

Так как решение, принимаемое центром (результат экспертизы), зависит от сообщаемой агентами информации, последние могут воспользоваться возможностями своего влияния на решения центра, чтобы получить наиболее предпочтительный для себя результат экспертизы. При этом полученная центром информация может не быть истинной. Если в механизме сообщение достоверной информации является равновесной стратегией всех агентов, то такой механизм называется *неманипулируемым*. Важнейшей задачей, решаемой при синтезе механизма планирования, наряду с поиском оптимального механизма, является задача поиска неманипулируемых механизмов.

Одним из основных путей поиска неманипулируемых механизмов является выяснение вопроса о существовании эквивалентного механизма и его построение. Соответствующим механизму $\pi(\cdot): S \rightarrow X$ прямым механизмом планирования $h(\cdot): R \rightarrow X$ называется механизм $h(r) = \pi(s^*(r))$, ставящий в соответствие вектору точек пика агентов вектор планов. Если в соответствующем прямом механизме сообщение достоверной информации является равновесной стратегией всех агентов (то есть если соответствующий механизм неманипулируем), то такой механизм называется эквивалентным прямым механизмом.

Теперь сформулируем постановку задачи активной экспертизы. На множестве A заданы точки предпочтений (точки пика) $r_i \in A$ экспертов $i = 1, \dots, n$. Действиями экспертов являются их сообщения $s_i \in A$, по которым определяется результат экспертизы $x = \pi(s)$. При выборе действий игроки руководствуются своими целевыми функциями $K_i(x) = K_i(\pi(s))$. Таким образом, чтобы сформулировать условия конкретной задачи активной экспертизы, требуется задать три элемента: множество A , функцию $\pi(\cdot)$, задающую механизм экспертизы, и целевые функции $K_i(\cdot)$. Для исследования механизма экспертизы требуется определить равновесные стратегии игровой задачи, построить соответствующий прямой механизм и исследовать его на неманипулируемость.

Рассмотрим следующую задачу. Пусть A – m -мерный строго выпуклый компакт. Результат экспертизы определяется согласно механизму усреднения

$$(1) \quad \pi_j(s) = x_j = \sum_{i=1}^n \alpha_i s_{ij}, \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1, \quad j = 1, \dots, m.$$

Целевая функция эксперта определяется как отрицательное значение евклидова расстояния между его точкой предпочтения и результатом экспертизы:

$$(2) \quad K_i(x(s_1, \dots, s_n)) = -\phi(\|x - r_i\|) = -\phi\left(\sqrt{\sum_{k=1}^m (x_k - r_{ki})^2}\right)$$

где $\phi(\cdot)$ – строго возрастающая функция.

3. Условие равновесия в игровой задаче и построение соответствующего прямого механизма

Покажем, что в игре со множествами стратегий $S_i \in A$ и выигрышами (1), (2) равновесие Нэша существует и единственно.

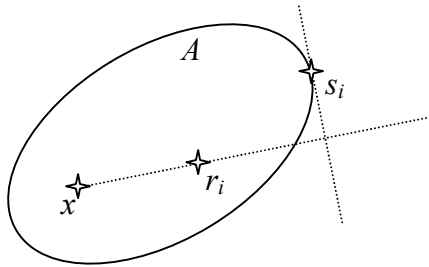


Рис. 1.

Для решения задачи рассмотрим отображение множества A в себя $s = F_r(x): A \rightarrow A$, определяемое следующим образом. Предположим, что $x \neq r_i, i = 1, \dots, n$ – результат экспертизы. Тогда попробуем по известным параметрам x и r_i восстановить сообщения эксперта s_i . Допустим, что оценка x складывается из некоторой оценки остальных игроков $x = \sum_{j \neq i} \alpha_j s_j$, которые

неизвестны, и такой оценки s_i , нормированной на α_i , что для любой другой оценки s'_i значение целевой функции i будет строго меньше. Восстановленным значением этих сообщений будет решение задачи максимизации функции полезности (2), которую можно рассматривать как задачу нелинейной оптимизации (см. рис. 1):

$$(3) \quad s_i(x, r_i) = \arg \max_{\sigma \in A} ((r_i - x)\sigma).$$

При этом для некоторых x значение гипотетической оценки x' может выходить за пределы множества A , но это обстоятельство не влияет на строгость дальнейших доказываемых утверждений, создавая принципиальные сложности лишь при попытках распространить данный метод решения на более общий класс механизмов принятия решений. Решение оптимизационной задачи единственно, так как в силу строгой выпуклости множества A точка максимума единственна. Теперь по восстановленным значениям стратегий игроков, соответствующим нашему предположению о результате экспертизы, можно определить вытекающий из этого результата действительный результат экспертизы:

$$(4) \quad F_r(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i s_i(x, r).$$

Для точки $x = r_j$ значения $s_i(x)$ определены только для $i \neq j$, так как под знаком максимума оказывается тождественный ноль. В качестве результата отображения $F_r(x)$ в этом случае доопределим не единственную точку, а целое множество:

$$(5) \quad S_j = F_r(r_j) = \left\{ \left(\sum_{i=1, i \neq j}^n \alpha_i s_i(x, r) + \alpha_j \sigma \right) \mid \sigma \in A \right\},$$

которое назовем областью диктаторства эксперта j . Решением задачи активной экспертизы будут такие наборы сообщений, при которых начальное предположение о результате экспертизы совпадет с восстановленным из него значением этого же результата $x \in F_i(x)$. Теперь сформулируем и докажем приведенные рассуждения строго.

Утверждение 1. *Точка s^* является равновесием Нэша для игровой задачи активной экспертизы на строго выпуклом компакте тогда и только тогда, когда выполняется:*

$$(6) \quad x^* = \sum_{i=1}^n \alpha_i s_i^* \in F(x^*),$$

$$s_i^* = s_i^*(x) = \arg \max_{\sigma \in A} ((r_i - x)\sigma).$$

Доказательство. \Rightarrow . Пусть s^* – равновесие Нэша для игровой задачи активной экспертизы и $x^* \neq r_i, i = 1, \dots, n$. Допустим, что $s_i^* \neq \arg \max_{\sigma \in A} ((r_i - x^*)\sigma)$. Рассмотрим стратегию

$$s_i^* + (s_i' - s_i^*)\delta,$$

где δ – малая величина, а

$$s_i' = \arg \max_{\sigma \in A} ((r_i - x^*)\sigma).$$

Игрок i , сместившись в эту стратегию из s^* , тем самым изменит результат экспертизы с x^* на $x^* + (s_i' - s_i^*)\delta/n$. Для любой стратегии $s_i' \in A, s_i' \neq s_i^*$ верно $(s_i' - s_i^*)(r_i - x^*) > 0$, так как через точку s_i' проходит касательная к множеству A , ортогональная вектору $(r_i - x^*)$. Из этого следует, что новый, смещенный результат экспертизы, вызванный изменением стратегии игрока i , находится ближе к точке r_i , чем исходный x^* . То есть игрок своим изменением стратегии увеличил свою целевую функцию, что в положении равновесия Нэша невозможно. Полученное противоречие показывает, что

$$s_i^* = \arg \max_{\sigma \in A} ((r_i - x)\sigma).$$

Это означает, что $s_i^* = s_i^*(x)$ и, следовательно,

$$x^* = \sum_{i=1}^n \alpha_i s_i^* = F(x^*).$$

Теперь рассмотрим случай $x^* = r_j$. Для всех игроков $i \neq j$ из аналогичного рассуждения следует, что

$$s_i^* = \arg \max_{\sigma \in A} ((r_i - x)\sigma).$$

Так как $s_j^* \in A$, то $x^* = \sum_{i=1}^n \alpha_i s_i^* \in S_j = F(x^*)$.

←. Пусть

$$x^* = \sum_{i=1}^n \alpha_i s_i^* \in F(x^*), \quad s_i^* = s_i^*(x) = \arg \max_{\sigma \in A} ((r_i - x)\sigma),$$

и $x^* \neq r_i, i = 1, \dots, n$. Для любой стратегии $s_i \in A, s_i \neq s_i^*$ верно $(s_i - s_i^*)(r_i - x^*) < 0$, так как через точку s_i^* проходит касательная к множеству M , ортогональная вектору $(r_i - x^*)$. Из этого следует, что изменившийся результат экспертизы $x^* + (s_i - s_i^*)/n$ будет находиться дальше от точки r_i , чем x^* , то есть значение целевой функции игрока i уменьшится. Это и есть выполнение условий определения равновесия по Нэшу.

Допустим, что $x^* = r_i$. Для любой стратегии $s_i \neq s_i^*, i \neq j$ верно $(s_i - s_i^*)(r_i - x^*) < 0$, то есть из аналогичных предыдущим рассуждений следует, что для всех экспертов, кроме j -го, условия равновесия по Нэшу выполняются. Целевая функция j -го эксперта при $x^* = r_j$ принимает максимально возможное для нее значение (ноль), и это означает, что и для него условие равновесия тоже выполняется. •

Замечание. Если $F_r(r_j) \in S_j$, то неподвижная точка отображения x^* принадлежит области диктаторства S_j . Это означает, что эксперт j является диктатором, то есть может обеспечить совпадение результата экспертизы со своей точкой предпочтения.

Рассмотрим механизм активной экспертизы $h(r)$, ставящий в соответствие сообщаемому экспертами вектору точек их предпочтения неподвижную точку отображения $F_r(x)$. Из определения соответствующего прямого механизма и утверждения 1 вытекает следующее.

Следствие 1. Механизм $h(r)$ является соответствующим механизму $\pi(s)$ прямым механизмом.

4. Существование и единственность равновесия и соответствующего прямого механизма

Отображение $F(x)$ является полунепрерывным сверху отображением компакта в себя. Из этого следует существование неподвижной точки. Рассмотрим неподвижную точку $x^* \in F(x^*)$ и образ некоторой точки $x^* + \delta$ относительно гиперплоскости $x\delta = x^*$. Из построения функции $F(x)$ следует, что точка $F(x^* + \delta)$ не может находиться в полупространстве $x\delta > x^*$. То есть $x^* + \delta \neq F(x^* + \delta)$, и неподвижная точка единственна. Теперь сформулируем и докажем данное рассуждение строго.

Утверждение 2. Для отображения $F(x)$ существует единственная неподвижная точка $x^* \in F(x^*)$.

Доказательство. Существование неподвижной точки следует из теоремы Какутани о неподвижной точке [4, 10]. Приведем ее [4, т. 2, с. 699]:

«Пусть X – непустое выпуклое компактное множество в \mathfrak{R}^n , X^* – множество его подмножеств и $f: X \rightarrow X^*$ – такое полунепрерывное сверху отображение, что для каждой точки $x \in X$ множество $f(x)$ непусто, замкнуто и выпукло; тогда отображение f имеет неподвижную точку».

Множество A – выпукло и компактно. Для $\forall x \neq r_j, x \in A$, отображение $f(x)$ является точкой, то есть непустым выпуклым компактным множеством. Для $x = r_j$ результатом отображения является множество диктаторства S_j , подобное множеству A , с коэффициентом подобия $1/n$, и, следовательно, непустым выпуклым компактом.

Покажем, что $F(x)$ полунепрерывно сверху, то есть, что $\overline{\lim} x_k = x \Rightarrow \overline{\lim} F(x_k) \subseteq F(x)$. Для точек $x \neq r_i$ отображение $F(x) = \pi(s(x))$ непрерывно в силу того, что непрерывны функции $\pi(\cdot)$ и $s_i(\cdot)$ (последняя функция непрерывна, если множество A – строго выпуклый компакт).

Рассмотрим точку $x = r_j$ и сходящуюся к ней последовательность x_k . Пусть $x_k \neq x, \forall k$ (для упрощения доказательства

без потери общности). Для всех экспертов $i \neq j$: $s_i(x_k) \rightarrow s_i(x)$. Для эксперта j : $s_j(x_k)$ принадлежит границе ∂A множества A . Согласно определению [4, т. 4, с. 569], верхним топологическим пределом называется множество точек, каждая окрестность которых пересекается с бесконечным числом множеств $F(x_k)$. Таковыми множествами (по предположению $x_k \neq x$) являются единичные точки. Рассмотрим любую сходящуюся подпоследовательность $s_j(x_{k'}) \rightarrow s'_j \in \partial A$ последовательности $s_j(x_k)$. По построению, множество диктаторства S_j связано отношением подобия с множеством A . Обозначим как $s''_j \in \partial S_j$ точку, в которую переходит точка s'_j по этому отношению подобия. Последовательность $F(x_{k'})$ сходится к точке s''_j . Для любой не сходящейся последовательности $s_i(x_k)$ соответствующая последовательность $F(x_k)$ также не будет сходиться. Из этого следует, что $\overline{\lim} F(x_k) \subseteq \partial S_j \subset S_j = F(x)$. Таким образом, все условия теоремы Какутани выполнены и неподвижная точка отображения $F(x)$ существует.

Единственность. Рассмотрим неподвижную точку $x^* = F(x^*)$, $x \neq r_i, \forall i$, некоторую точку $x^* + \delta$ и ее образ $F(x^* + \delta)$ относительно гиперплоскости $x\delta > x^*$. Точка $x^* + \delta$ находится в полупространстве $x\delta > x^*$. По построению функции $F(x)$ точка $F(x^* + \delta)$ находится в области $x\delta \leq x^*$. То есть $x^* + \delta \neq F(x^* + \delta)$.

Пусть теперь $x = r_j$. Обозначим на границе ∂S_j точку $x' = \arg \max_{\sigma \in S_j} (-\delta\sigma)$. Точка $x^* + \delta$ находится в области $x\delta > x^*$.

Точка $F(x^* + \delta)$ находится в области $x\delta \leq x'$. То есть $x^* + \delta \neq F(x^* + \delta)$. •

Теорема 1. В игре со множествами стратегий $S_i \in A$ и выигрышами (1), (2) равновесие Нэша существует и единственно, для него и только для него выполняется условие (6).

Если в условии (6) $x^* \in S_j$, где S_j определяется (5), то эксперт j является диктатором, то есть может обеспечить

совпадение результата экспертизы со своей точкой предпочтения.

Доказательство. Следует из утверждений 1 и 2. •

Следствие 2. Механизм $h(r)$ является единственным соответствующим прямым механизмом для задачи активной экспертизы (1), (2).

5. Отсутствие эквивалентного прямого механизма

При рассмотрении соответствующих прямых механизмов наиболее интересным является вопрос о том, имеется ли среди них эквивалентный исходному механизму (неманипулируемый). В следующем утверждении приводится пример, в котором для рассматриваемой задачи построенный единственный соответствующий механизм является манипулируемым.

Утверждение 3. В задаче активной экспертизы на многомерном выпуклом компакте с целевыми функциями экспертов

$$K_i(x(s_1, \dots, s_n)) = -\phi(\|x - r_i\|) = -\phi\left(\sqrt{\sum_{k=1}^m (x_k - r_{ki})^2}\right), \text{ где } \phi(\cdot) -$$

строго возрастающая функция, соответствующий механизму

$$\pi(\cdot) = \sum_{i=1}^n \alpha_i s_i, \text{ прямой механизм } h(r) \text{ не является эквивалентным}$$

прямым (неманипулируемым) механизмом.

Доказательство. Рассмотрим пример:

$A = \{(y_1, y_2) \mid y_1^2 + y_2^2 \leq 1\}; n = 4$; первые два игрока имеют при голосовании одинаковый вес близкий к 0,5 и точки предпочтения $r_1 = (\sqrt{2}, \sqrt{2}), r_2 = (-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$, третий и четвертый игроки с одинаковым малым весом имеют точки предпочтения $r_3 = (0, 1), r_4 = (0, -1)$. Предположим, что игроки сообщают правду, $s_i = r_i$. Тогда в предполагаемой точке равновесия результатом экспертизы будет точка $x = (0, 0)$. При таких условиях третий игрок может изменить свое сообщение на

$\tilde{s}_3 = (\delta, \sqrt{1-\delta^2})$, где δ мало, то есть немного сдвинуть свое сообщение по часовой стрелке по окружности. Тогда результат механизма неподвижной точки $h(\cdot)$ окажется расположенным в квадранте $y_1 > 0, y_2 > 0$. Второй игрок, отклоняясь от правдивого сообщения, получает увеличение своей функции полезности. То есть имеет место манипуляция. •

Теорема 2. Для задачи активной экспертизы (1), (2) с произвольным выпуклым компактным A не существует эквивалентных прямых механизмов.

Доказательство. Из следствия 2 следует, что построенный механизм $h(r)$ – единственный возможный для данной задачи эквивалентный прямой механизм. Из утверждения 3 следует его манипулируемость. •

Отсутствие решения в классе эквивалентных механизмов ставит новую задачу поиска механизмов «с минимальной манипуляцией». Такая задача (для случая одномерного множества M) сформулирована в [1, с. 77] следующим образом (с точностью до обозначений). Максимальную погрешность механизма $h(r)$ в ситуации равновесия $s^*(r)$

$$(7) \quad \Delta_h = \max_{r \in A} |h(s^*(r)) - h(r)|$$

примем в качестве оценки эффективности механизма $h(r)$. Поставим задачу определить оптимальный механизм $h^0(r)$, имеющий минимальную погрешность Δ_h .

6. Заключение

В предложенной статье была решена задача построения соответствующего прямого механизма для многокритериальной активной экспертизы на строго выпуклом компактном множестве. В ходе исследования были использованы методы нелинейной оптимизации, полунепрерывных отображений и неподвижной точки. Для наиболее часто рассматриваемых условий задачи активной экспертизы – механизма усреднения и функций пред-

почтения экспертов пропорциональных евклидовому расстоянию между точкой пика эксперта и результатом экспертизы – доказано существование и единственность равновесия. Построен соответствующий прямой механизм. Приведен пример игры экспертов с манипуляцией при применении полученного механизма, чем доказано отсутствие эквивалентного прямого механизма в общем случае. Указан подход к дальнейшему исследованию подобных задач – построение неманипулируемых механизмов, наиболее близких к исходному.

Литература

1. БУРКОВ В.Н., ДАНЕВ Б., ЕНАЛЕЕВ А.К. и др. *Большие системы: моделирование организационных механизмов*. М.: Наука, 1989.
2. БУРКОВ В.Н., НОВИКОВ Д.А. *Как управлять организациями*. М.: Синтег, 2004.
3. ИВАЩЕНКО А.А., КОРГИН Н.А., НОВИКОВ Д.А. *Модели и методы оценки эффективности портфеля проектов*. // Системы управления и информационные технологии, 2005, № 3(20), С. 92-98.
4. Математическая энциклопедия: гл. ред. И.М. Виноградов, М., «Советская энциклопедия», 1977–1984.
5. НОВИКОВ Д.А. *Теория управления организационными системами*. – М.: Московский психолого-социальный институт, 2005.
6. НОВИКОВ Д.А., ПЕТРАКОВ С.Н. *Курс теории активных систем*. М.: Синтег, 1999.
7. BARBERA, S., MASSO, J., NEME, A. *Voting under Constraints* // J. Econ. Theory. 1997 Vol. 76, P. 298–321.
8. BARBERA S., MASSO J., SERIZAWA S. *Strategy-proof voting on compact ranges* // Games and Behavior. 1998. Vol. 25. P. 272 – 291.

9. BORDER K., JORDAN J. *Straightforward elections, unanimity and phantom voters* // Review of Economic Studies. 1983. Vol. 50. P. 153 – 170.
10. KAKUTANI S., *A generalization of Brouwer's fixed point theorem* // Duke Math. J., 1941, v.8, № 3, p. 457–459.
11. MOULIN H. *On strategy-proofness and single-peakedness* // Public Choice. 1980. Vol. 35. P. 437 – 455.

ON THE EQUIVALENT DIRECT MECHANISM FOR ACTIVE EXPERTISE OVER STRICTLY-CONVEX COMPACT OPINION'S SPACE

Vladimir N. Burkov, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, professor (Moscow, Profsoyuznaya st., 65, (495) 334-79-00, vlab17@bk.ru).

Michael B. Iskakov, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand.Sc., senior scientist (mih_iskakov@mail.ru).

Nikolay A. Korgin, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand.Sc., senior scientist (nkorgin@ipu.ru).

Abstract: Game-theoretic problem of active expertise over multi-dimensional compact and convex opinion's spaces is studied. For arithmetic mean mechanism corresponding direct mechanism is constructed, which is tested for nonmanipulability. It is proven that there exists no strategy-proof direct mechanism equivalent to arithmetic mean mechanism. The problem is formulated to design the strategy-proof direct mechanism with result to be as close as possible to the result of arithmetic mean mechanism.

Keywords: active expertise, strategy-proof mechanism, equivalent direct mechanism

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Д.А. Новиковым

УДК 35.073.5

ББК 22.18

АНАЛИЗ ПРОТИВОРЕЧИВЫХ СИТУАЦИЙ В ЗАДАЧАХ ПЛАНИРОВАНИЯ ПРИРОДООХРАННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Золотова Т. В.¹

(Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет, Комсомольск-на-Амуре)

Исследован вопрос распределения некоторого объема средств предприятия между природоохранными объектами с целью улучшения качества окружающей среды региона. Рассмотрена проблема необходимого увеличения объема этих средств, чтобы показатели качества каждого природоохранного объекта были не ниже предельно допустимых. При отсутствии необходимого объема средств предложен подход, основанный на понятии предельно напряженного распределения средств. Решение этих проблем для предприятия осуществляется совместно с решением задачи согласования интересов регионального управления и предприятия. Указаны особенности решения таких задач для N предприятий.

Ключевые слова: распределение средств, показатели качества, предельно напряженное распределение, согласование интересов.

1. Введение

Основная цель планирования природоохранной деятельности определяется как обеспечение наиболее благоприятных условий жизнедеятельности общества, заключающихся как в усилении ресурсовосстановительного потенциала природы, так и в

¹ Золотова Татьяна Валерьяновна, кандидат физико-математических наук, доцент (tgold11@mail.ru).

неуклонном снижении отрицательного воздействия производственной деятельности человека на окружающую среду. Вопросы экологии и защиты окружающей природной среды освещались, например, в работах [5, 13-16].

Важную роль при этом играет установление нормативов качества окружающей природной среды с целью установления для окружающей природной среды предельно допустимых норм воздействия, гарантирующих экологическую безопасность населения и сохранение генетического фонда, обеспечивающих рациональное использование и воспроизводство природных ресурсов в условиях производственной деятельности [17]. При нарушении требований нормативов качества окружающей природной среды выброс, сброс вредных веществ или иные виды воздействия на окружающую среду могут быть ограничены, приостановлены или прекращены. Такое распоряжение осуществляется по предписанию специально уполномоченных на то государственных органов Российской Федерации в области охраны окружающей природной среды.

Промышленное предприятие, используя, например, какой-то один природный ресурс, в результате своей производственной деятельности воздействует на различные природные среды (далее природоохранные объекты): водные ресурсы, земля, воздух, лесные угодья и др. Поэтому предприятия, планирующие свою природоохранную деятельность, должны регулировать качество природоохранных объектов того региона, в котором живут и проявляет себя человек.

Так как природоохранная деятельность любого предприятия связана с дополнительными затратами, то прежде чем руководство предприятия примет решение относительно экологических мероприятий по каждому природоохранному объекту, необходимо определить общий размер дополнительных затрат предприятия на улучшение качества природной среды [1, 3, 5].

Такая задача может решаться на региональном уровне, например, совместно с органами, в ведении которых находится распределение природных и дефицитных ресурсов региона, а также контроль качества окружающей природной среды.

2. Проблема увеличения объема дополнительных средств на улучшение качества окружающей среды

Рассмотрим двухуровневую иерархическую систему управления, состоящую из одного элемента верхнего уровня (центра) и одного элемента нижнего уровня (подсистемы). Устойчивость и эффективность функционирования иерархической системы определяется согласованностью интересов всех ее уровней. Вопросы согласования интересов в иерархических системах освещались также в [7, 9].

Пусть в задаче согласования интересов регионального управления (центра) и предприятия (подсистемы) критерий эффективности предприятия, отражающей его интересы, представляет собой функцию прибыли $\Pi(\Phi, \omega, Y - S)$, зависящую от стратегии регионального управления (Φ, ω) и стратегии предприятия S . Здесь $\Phi = (\Phi_1, \dots, \Phi_k)$ – выделяемые центром природные ресурсы (вода, лесные угодья) и/или дефицитные ресурсы (газ, электроэнергия), Y – некоторый объем денег предприятия, часть которого может быть инвестирована на развитие самого предприятия. Существует некоторая система выплат за использование или загрязнение природных ресурсов в виде некоторой гладкой функции $\psi(S, \omega)$, зависящей от величины S и значения параметра $\omega \in \Omega$, задаваемого центром. Предполагается, что Ω является выпуклым множеством. Параметр ω может быть вектором или скалярной величиной и может рассматриваться как мера снижения выплат на одну единицу вложенных средств. Функция $\psi(S, \omega)$ обладает следующими свойствами $\forall \omega \in \Omega$:

$$(1) \quad \begin{aligned} &\psi(S, \omega) > 0, \psi'_\omega(S, \omega) < 0, \psi'_S(S, \omega) < 0, \psi''_S(S, \omega) > 0, \\ &\lim_{S \rightarrow \infty} \psi(S, \omega) = 0, \psi(0, \omega) = \psi_0, \end{aligned}$$

где ψ_0 – плата при отсутствии дополнительных вложений средств S , $\psi_0 \in (0; \Psi]$, Ψ – предельно допустимый размер платы.

Предположим, что предприятие выпускает M видов продукции и рассмотрим прибыль предприятия с учетом платы за использование или загрязнение природных ресурсов:

$$(2) \quad \Pi(\Phi, \omega, S) = \sum_{m=1}^M p_m X_m(\Phi, Y - S) - C(\Phi, Y - S) - \psi(S, \omega),$$

где p_m – цена на продукцию m -го вида $m = 1, \dots, M$. Выпуск m -го вида продукции предприятия $X_m(\Phi, Y - S)$ будем считать неоклассической производственной функцией $m = 1, \dots, M$, т. е. такой функцией, для которой выполнены условия:

$$\forall \Phi_k = 0, k = 1, \dots, K, X_m(\Phi, Y - S) = 0; \frac{\partial}{\partial \Phi_k} X_m(\Phi, Y - S) > 0;$$

$$(3) \quad \frac{\partial^2}{\partial \Phi_k^2} X_m(\Phi, Y - S) < 0; \forall k = 1, \dots, K, \lim_{\Phi_k \rightarrow \infty} X_m(\Phi, Y - S) = \infty;$$

$$\frac{\partial}{\partial S} X_m(\Phi, Y - S) < 0; \frac{\partial^2}{\partial S^2} X_m(\Phi, Y - S) > 0.$$

Функция издержек производства $C(\Phi, Y - S)$ считается гладкой, выпуклой, возрастающей функцией ресурсов $\Phi_k, k = 1, \dots, K$, и затрат на развитие производства. Тогда выбор управляющих воздействий, которыми располагает предприятие, определяется условием

$$(4) \quad \sum_{m=1}^M p_m X_m(\Phi, Y - S) - C(\Phi, Y - S) - \psi(S, \omega) \rightarrow \max_{S \in [0; Y]}.$$

Учитывая предположения относительно $X_m(\Phi, Y - S), m = 1, \dots, M, C(\Phi, Y - S)$ и $\psi(S, \omega)$, функция прибыли (4) как сумма вогнутых функций является вогнутой на компактном выпуклом множестве $[0; Y]$.

Пусть при фиксированной стратегии центра (Φ, ω) задача (4) дает решение $S^0(\Phi, \omega)$. Методы решения экстремальных задач описаны, например, в [4, 10].

Качество любого объекта окружающей среды определяется согласно показателю качества $\varphi_j(S_j), j = 1, \dots, J$, где J – количество объектов; S_j – средства, выделяемые на восстановление j -го объекта [5], причем

$$(5) \quad \sum_{j=1}^J S_j = S^0(\Phi, \omega).$$

Если L – общее количество показателей качества, то $\varphi_{jl}(S_j)$ – l -й показатель качества j -го объекта окружающей среды, $j = 1, \dots, J$, $l = 1, \dots, L$. Относительно $\varphi_{jl}(S_j)$ известно, что функция является гладкой и обладает следующими свойствами:

$$(6) \quad \varphi_{jl}(S_j) > 0, \varphi'_{jl}(S_j) > 0, \varphi''_{jl}(S_j) \leq 0, \varphi_{jl}(0) = a_{jl}, a_{jl} \geq 0, \\ j = 1, \dots, J, l = 1, \dots, L,$$

где a_{jl} – значение l -го показателя качества j -го объекта окружающей среды при отсутствии вложения средств на его восстановление.

Считая, что центр управления региона стремится к увеличению налоговых отчислений с предприятия, получаем задачу выбора управления центра в виде

$$(7) \quad \sum_{m=1}^M \delta_m X_m(\Phi, Y - S^0(\Phi, \omega)) \rightarrow \max_{(\Phi, \omega) \in U},$$

где множество допустимых управлений центра есть

$$U = \{(\Phi, \omega) \mid \Phi \in \prod_{k=1}^K [0; \Phi_k], \omega \in \Omega, \varphi_{jl}(S_j) \geq \varphi_{jl}^*, \sum_{j=1}^J S_j \leq S^0(\Phi, \omega), \\ S_j \geq 0, j = 1, \dots, J, l = 1, \dots, L\},$$

$\delta_m = \delta \pi_m$; π_m – прибыль с единицы продукции m -го вида; δ – процент налоговых отчислений с прибыли; $\varphi_{jl}^* > 0$ – предельно допустимое значение l -го показателя качества j -го природоохранного объекта, определяемое согласно нормативам.

Задача (7) разрешима, если множество допустимых управлений U не пусто, т. е. $\exists(\Phi, \omega), \Phi \in \prod_{k=1}^K [0; \Phi_k], \omega \in \Omega$, такие, при

которых возможно распределение средств $S^0(\Phi, \omega)$ между объектами окружающей среды, чтобы показатели качества природоохранного объекта были не ниже предельно допустимых.

Рассмотрим относительный показатель качества

$$(8) \quad \frac{\varphi_{jl}(S_j)}{\varphi_{jl}^*}$$

и определим тот природоохранный объект, на котором относительный показатель качества принимает наименьшее значение:

$$(9) \quad y = \min_{j,l} \frac{\varphi_{jl}(S_j)}{\varphi_{jl}^*}.$$

Улучшение качества природной среды связано с увеличением значения y . Оценка экономической эффективности мероприятий по повышению уровня качества окружающей среды производится центром на этапе планирования. Оценка может выражаться в виде величины предотвращенного экономического ущерба (в денежном выражении – убытков), например, объема сэкономленных средств, идущих на ликвидацию последствий, вызванных низким уровнем качества окружающей природной среды региона. К таким последствиям можно отнести повышение уровня заболеваемости населения региона, что, в свою очередь, потребует дополнительных средств на медицинское обслуживание, или ухудшение качества пахотных земель, требующее средств на восстановление.

Если при $y_{\min} = \min_{j,l} \frac{a_{jl}}{\varphi_{jl}^*} < 1$ центр рассчитывает потратить

на ликвидацию последствий, вызванных низким уровнем качества окружающей природной среды, средства в размере A , то экономия средств считается равной нулю. Величину A будем считать максимально возможными затратами на ликвидацию последствий. Для некоторого $y \neq y_{\min}$ центр тратит средства в объеме $B(y)$. При этом $B(y) < A$, $B(y_{\min}) = A$, $B'_y(y) < 0$, $B''_y(y) > 0$. Экономия средств составит $A - B(y)$. Значение $A - B(y)$ можно считать оценкой экономической эффективности мероприятий по повышению уровня качества окружающей среды.

Пусть $E = A - B(1)$ – оценка экономической эффективности мероприятий по повышению уровня качества окружающей среды для $y = 1$. Тогда центр, экономя средства, будет стремиться к максимизации критерия Ey .

Возьмем линейную свертку критериев типа суммы с весовым коэффициентом $\alpha \in (0; 1)$ и представим задачу выбора оптимальной стратегии (Φ, ω, y) центра в виде

$$(10) \alpha \sum_{m=1}^M \delta_m X_m(\Phi, Y - S^0(\Phi, \omega)) + (1 - \alpha) E y \rightarrow \max_{(\Phi, \omega, y) \in U_y},$$

где множество допустимых управлений центра есть

$$U_y = \{(\Phi, \omega, y) \mid \Phi \in \prod_{k=1}^K [0; \Phi_k], \omega \in \Omega, \varphi_{jl}(S_j) \geq y \varphi_{jl}^*, \sum_{j=1}^J S_j \leq S^0(\Phi, \omega), \\ S_j \geq 0, j = 1, \dots, J, l = 1, \dots, L\}.$$

Весовой коэффициент α характеризует степень важности критериев.

Обозначим через (Φ^0, ω^0, y^0) решение задачи (10). При этом стратегией центра управления региона является вектор (Φ^0, ω^0) . Тогда стратегией предприятия, определяющей размер дополнительных затрат предприятия на улучшение качества природной среды, является величина $S^0(\Phi^0, \omega^0)$.

Если решение задачи (10) дает $y^0 \geq 1$, то средств $S^0(\Phi^0, \omega^0)$ достаточно для того, чтобы показатели качества для каждого природоохранного объекта были не ниже предельно допустимых. При $y^0 < 1$ средств $S^0(\Phi^0, \omega^0)$ оказывается недостаточно. То есть при любом распределении средств $S^0(\Phi^0, \omega^0)$ между природоохранными объектами хотя бы один показатель качества хотя бы одного природоохранного объекта оказывается ниже предельно допустимого значения:

$$(11) \quad \forall (S_1, \dots, S_J), \sum_{j=1}^J S_j \leq S^0(\Phi^0, \omega^0), S_j \geq 0, j = 1, \dots, J, \\ \exists j = 1, \dots, J, \exists k = 1, \dots, K, \varphi_{jk}(S_j) < \varphi_{jk}^*.$$

Один из подходов решения центром этой проблемы связан с решением задачи коррекции данных в (10) так, чтобы выполнялось $y^0 \geq 1$. Этого можно добиться за счет варьирования, например, величины $S^0(\Phi^0, \omega^0)$, обеспечивая минимально возможную допустимую корректировку ограничений (см., например, [6, 8, 12, 18]).

В настоящее время проблема защиты окружающей среды становится проблемой государственного масштаба. Основным механизмом решения комплексных по масштабам проблем

безопасности является программно-целевой метод в форме федеральных целевых программ, государственными заказчиками которых выступают федеральные и территориальные органы исполнительной власти. При этом исключительно важна экономическая составляющая. Экономические механизмы федерального и территориального уровней управления, используемые для решения задач экологической безопасности, предусматривают помимо всего прочего также финансирование мероприятий по улучшению качества окружающей природной среды в рамках федеральных целевых программ [3].

Если денежных средств, собранных за счет выплат (штрафов) предприятия и предназначенных для ликвидации негативных экологических последствий производства оказывается недостаточно, то финансирование таких мероприятий может осуществляться в рамках федеральных целевых программ.

Будем считать, что региональное управление может выделять предприятию средства в размере ΔS . Тогда задача выбора оптимальной стратегии $(\Phi, \omega, \Delta S)$ для центра принимает вид

$$(12) \sum_{m=1}^M \delta_m X_m(\Phi, Y - S^0(\Phi, \omega)) - \Delta S \rightarrow \max_{(\Phi, \omega, \Delta S) \in U_{\Delta S}},$$

где множество допустимых управлений центра есть

$$U_{\Delta S} = \{(\Phi, \omega, \Delta S) \mid \Phi \in \prod_{k=1}^K [0; \Phi_k], \omega \in \Omega, \varphi_{jl}(S_j) \geq \varphi_{jl}^*, \\ \sum_{j=1}^J S_j \leq S^0(\Phi, \omega) + \Delta S, \Delta S \geq 0, S_j \geq 0, j = 1, \dots, J, l = 1, \dots, L\}.$$

Заметим, что если сократить количество объектов природной среды, качество которых подлежит улучшению, то возможно задача (10) даст значение $y^0 \geq 1$.

Предположим, что решение задачи (12) существует и дает минимальный объем средств $S_{cor} = S^0(\Phi^0, \omega^0) + \Delta S^0$ необходимый для обеспечения уровня качества природоохранных объектов не ниже предельно допустимого.

Пусть S_{max} – максимальный объем средств, который центр управления региона может выделить предприятию на природоохранную деятельность за счет системы выплат (штрафов) и фе-

деральных средств. Тогда, при $\Delta S^0 \in [0; S_{\max}]$ задача для центра решена. Если $\Delta S^0 > S_{\max}$, то, последовательно исключая из рассмотрения менее загрязненные объекты, добиваются выполнения условия $\Delta S^0 \in [0; S_{\max}]$.

Другой подход связан с понятием индекса напряженности распределения средств.

3. Задача максимального приближения к предельно допустимому уровню качества окружающей среды при отсутствии необходимого объема средств

Рассмотрим теперь ситуацию, когда решение задачи (10) дает значение $y^0 < 1$ и подход, связанный с коррекцией средств, не дает в решении $y^0 = 1$. Такая ситуация может возникнуть при недостаточном количестве средств S_{\max} . Для того чтобы задача (7) для центра управления региона была разрешима, целесообразно в данной ситуации ослабить ограничения по качеству природоохранных объектов.

Вместо требований $\varphi_{jl}(S_j) \geq \varphi_{jl}^*$, $j = 1, \dots, J$, $l = 1, \dots, L$ запишем ограничения

$$(13) \varphi_{jl}(S_j) \geq \lambda \varphi_{jl}^*, j = 1, \dots, J, l = 1, \dots, L,$$

где $\lambda \geq 0$ – параметр.

При $\lambda = 0$ любое распределение

$$(14) (S_1, \dots, S_J), \sum_{j=1}^J S_j \leq S^0(\Phi, \omega) + S_{\max}, S_j \geq 0, j = 1, \dots, J$$

удовлетворяет ограничениям (13) для любой фиксированной стратегии центра (Φ, ω) . При $\lambda \geq 1$ система (13) всегда несовместна.

Множество допустимых относительно ограничений (13) распределений (14) обозначим через X_λ . Максимальное значение λ_0 для параметра λ , обеспечивающее совместность ограничений (13), т. е. свойство $X_\lambda \neq \emptyset$, является показателем предельной напряженности ограничений (13). Если система ограничений задачи (7) противоречива, то $0 \leq \lambda_0 < 1$. Распределение средств

(14), удовлетворяющее (13) при $\lambda = \lambda_0$, будет *предельно напряженным* [11]. Отыскание предельно напряженного распределения средств сводится к следующей задаче для центра

$$(15) \alpha \sum_{m=1}^M \delta_m X_m(\Phi, Y - S^0(\Phi, \omega)) + (1 - \alpha) E \lambda \rightarrow \max_{(\Phi, \omega, \lambda) \in U_\lambda},$$

где множество допустимых управлений центра есть

$$U_\lambda = \{(\Phi, \omega, \lambda) \mid \Phi \in \prod_{k=1}^K [0; \Phi_k], \omega \in \Omega, \varphi_{jl}(S_j) \geq \lambda \varphi_{jl}^*,$$

$$\sum_{j=1}^J S_j \leq S^0(\Phi, \omega) + S_{\max}, S_j \geq 0, j = 1, \dots, J, l = 1, \dots, L, 0 \leq \lambda < 1\}.$$

Таким образом, решая задачу увеличения налоговых отчислений с предприятия, центр стремится максимально приблизиться к предельно допустимому уровню качества окружающей природной среды, определенному согласно нормативам, с тем, чтобы экономическая эффективность мероприятий по повышению уровня качества окружающей среды принимала по возможности большее значение.

Рассмотрим другой подход отыскания предельно напряженного распределения средств.

Сформируем вектор $(\lambda_1, \dots, \lambda_J)$, где

$$(16) \lambda_j = \frac{\varphi_{jl}(S_j)}{\varphi_{jl}^*}, j = 1, \dots, J.$$

Число

$$(17) \tilde{\lambda} = \min_j \lambda_j$$

представляет собой *показатель напряженности* распределения средств (14). Показатель предельной напряженности λ_0 ограничений (13) и показатель напряженности (17) связаны неравенством

$$(18) \lambda_0 \geq \tilde{\lambda}.$$

Степень напряженности распределения средств характеризуется степенью близости показателя напряженности (17) к λ_0 , что может быть выражено индексом напряженности

$$(19) \hat{\lambda} = \frac{\tilde{\lambda}}{\lambda_0}, \hat{\lambda} \leq 1.$$

Если индекс напряженности (19) равен единице, то распределение средств (14) будет предельно напряженным.

Выбор индекса напряженности центром связан, например, с анализом влияния отрицательных изменений состояния природных ресурсов на здоровье населения. Чем больше страдает население от негативного воздействия, обусловленного изменениями в окружающей природной среде, тем индекс напряженности может быть выше, ближе к единице.

Нахождения оптимальной стратегии (Φ, ω) для центра с индексом напряженности (19) не меньшим γ приводит к задаче

$$(20) \sum_{m=1}^M \delta_m X_m(\Phi, Y - S^0(\Phi, \omega)) \rightarrow \max_{(\Phi, \omega) \in U_\gamma},$$

где множество допустимых управлений центра есть

$$U_\gamma = \{(\Phi, \omega) \mid \Phi \in \prod_{k=1}^K [0; \Phi_k], \omega \in \Omega, \varphi_{jl}(S_j) \geq \gamma \lambda_0 \varphi_{jl}^*, \\ \sum_{j=1}^J S_j \leq S^0(\Phi, \omega) + S_{\max}, S_j \geq 0, j = 1, \dots, J, l = 1, \dots, L\},$$

показатель предельной напряженности λ_0 получен из решения задачи (15).

4. Природоохранная деятельность N предприятий

Допустим, что имеется N предприятий, использующих или загрязняющих природные ресурсы.

Пусть каждое предприятие, имеющее в распоряжении средства в размере Y_i , $i = 1, \dots, N$, может тратить их как на развитие своего предприятия, так и осуществлять дополнительные вложения в природоохранные мероприятия в размере S_i , $i = 1, \dots, N$. Предположим, что i -е предприятие выпускает M_i видов продукции $i = 1, \dots, N$.

Прибыль i -го предприятия обозначим $\Pi_i(\Phi_i, Y_i - S_i)$, где $\Phi_i = (\Phi_{i1}, \dots, \Phi_{iK})$ – выделяемые центром природные ресурсы

(вода, лесные угодья) или дефицитные ресурсы (газ, электроэнергия) для i -го предприятия. Центр заранее сообщает каждому предприятию величину $\Phi_i \in \prod_{k=1}^K [0, \Phi_{ik}]$, где Φ_{ik} – максимально возможный объем k -го ресурса для i -го предприятия.

Система выплат за использование или загрязнение ресурсов известна в виде непрерывной функции

$$(21) \quad \psi\left(\sum_{i=1}^N S_i, \omega\right)$$

такой, что

$$\forall \omega \in \Omega, \psi(S_\Sigma, \omega) > 0, \psi'_{S_\Sigma}(S_\Sigma, \omega) < 0, \psi''_{S_\Sigma}(S_\Sigma, \omega) > 0,$$

$$(22) \quad \lim_{S_\Sigma \rightarrow \infty} \psi(S_\Sigma, \omega) = 0, \psi(0, \omega) = \psi_0, S_\Sigma = \sum_{i=1}^N S_i.$$

При этом центр наряду с величиной ω сообщает, что плата за использование или загрязнение ресурсов каждым предприятием пропорциональна значению функции (21) с коэффициентом пропорциональности β_i :

$$(23) \quad \psi_i(S_1, \dots, S_N, \omega) = \beta_i \psi\left(\sum_{i=1}^N S_i, \omega\right), i = 1, \dots, N.$$

При этом выполняется условие

$$(24) \quad \beta_i \geq 0, i = 1, \dots, N, \sum_{i=1}^N \beta_i = 1.$$

Поскольку плата за использование ресурсов осуществляется тогда, когда становится известен оптимальный выпуск каждого предприятия, то система выплат предприятия ψ_i (или ω) за использование ресурсов заранее сообщается производителю.

Тогда, стратегией центра управления региона является вектор (Φ^*, ω) , где $\Phi^* = (\Phi_1, \dots, \Phi_N)$.

Таким образом, складывается ситуация, в которой игроки нижнего уровня (предприятия) стремятся увеличить свои функции прибыли с учетом платы за использование ресурсов:

$$(25) \quad \begin{aligned} & \Pi_i(\Phi^*, \omega, S_1, \dots, S_N) = \\ & = \sum_{m_i=1}^{M_i} p_{im_i} X_{im_i}(\Phi_i, Y_i - S_i) - C_i(\Phi_i, Y_i - S_i) - \psi_i(S_1, \dots, S_N, \omega) \rightarrow \max_{S_i \in [0; Y_i]}, \\ & i = 1, \dots, N \end{aligned}$$

Постановка задачи для подсистем (предприятий) двухуровневой иерархической игры привела к бескоалиционной игре вида

$$(26) \quad \Gamma_N = \{V_1, \dots, V_N, \Pi_1(\Phi^*, \omega, S_1, \dots, S_N), \dots, \Pi_N(\Phi^*, \omega, S_1, \dots, S_N)\},$$

где $V_i = \{S_i \mid 0 \leq S_i \leq Y_i\}$ – множество стратегий i -го игрока (предприятия) в игре (26), $\Pi_i(\Phi^*, \omega, S_1, \dots, S_N)$ – функции выигрыша i -го игрока.

Решение бескоалиционных игр основывается на понятии ситуации равновесия.

Определение. Ситуация (S_1^0, \dots, S_N^0) называется ситуацией (точкой) равновесия (в чистых стратегиях) в бескоалиционной игре Γ_N , если $\forall S_i \in V_i, i = 1, \dots, N$:

$$(27) \quad \Pi_i(\Phi^*, \omega, S_1^0, \dots, S_{i-1}^0, S_i^0, S_{i+1}^0, \dots, S_N^0) \geq \Pi_i(\Phi^*, \omega, S_1^0, \dots, S_{i-1}^0, S_i, S_{i+1}^0, \dots, S_N^0).$$

Функции выигрыша являются вогнутыми в силу сделанных предположений относительно функции выпуска, издержек и функции, определяющей систему выплат. Поэтому решение игры (26) при фиксированных $\Phi^* = (\Phi_1, \dots, \Phi_N)$ и ω дает ситуацию равновесия в чистых стратегиях

$$(28) \quad \bar{S}^0(\Phi^*, \omega) = (S_1^0(\Phi^*, \omega), \dots, S_N^0(\Phi^*, \omega)),$$

которая представляет собой вектор управлений подсистем двухуровневой иерархической игры.

Качество j -го объекта окружающей среды зависит теперь от совместных вложений средств всех предприятий на восстановление j -го объекта, т. е. имеем

$$\varphi_j \left(\sum_{i=1}^N S_{ij} \right), \quad j = 1, \dots, J.$$

Центр, контролируя качество окружающей среды региона, стремится к увеличению налоговых отчислений с предприятий и экономической эффективности мероприятий по повышению

уровня качества окружающей среды. Таким образом, задача центра имеет вид

$$(29) \quad \alpha \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^M \delta_{im_i} X_{im_i}(\Phi_i, Y_i - S_i^0(\Phi^*, \omega)) + (1 - \alpha) E y \rightarrow \max_{(\Phi^*, \omega, y) \in U^*},$$

где множество допустимых управлений центра есть

$$U^* = \{(\Phi^*, \omega, y) \mid \Phi_i \in \prod_{k=1}^K [0; \Phi_{ik}], i = 1, \dots, N, \omega \in \Omega, \varphi_{jl}(S_j) \geq y \varphi_{jl}^*,$$

$$\sum_{j=1}^J S_j \leq S_i^0(\Phi^*, \omega), \sum_{i=1}^N S_{ij} = S_j, S_j \geq 0, j = 1, \dots, J, l = 1, \dots, L\},$$

$\delta_{im_i} = \delta \pi_{im_i}$; π_{im_i} – прибыль с единицы продукции m_i -го вида i -го предприятия; δ – процент налоговых отчислений с прибыли.

При этом выполняется соотношение

$$(30) \quad \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^J S_{ij} = \sum_{j=1}^J S_j \leq \sum_{i=1}^N S_i^0(\Phi^*, \omega).$$

Рассмотрим ситуацию, когда решение задачи (29) $(\Phi^{*0}, \omega^0, y^0)$ дает значение $y^0 < 1$, т. е. средств $\sum_{i=1}^N S_i^0(\Phi^{*0}, \omega^0)$ недостаточно для того, чтобы показатели качества для каждого природоохранного объекта были не ниже предельно допустимых.

Задача распределения средств между объектами окружающей среды с минимальной корректировкой величин $S_i^0(\Phi^{*0}, \omega^0)$, $i = 1, \dots, N$ примет вид

$$(31) \quad \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^M \delta_{im_i} X_{im_i}(\Phi_i, Y_i - S_i^0(\Phi^*, \omega)) - \sum_{i=1}^N \Delta S_i \rightarrow \max_{(\Phi^*, \omega, \Delta \bar{S}) \in U_{\Delta \bar{S}}},$$

где множество допустимых управлений центра есть

$$U_{\Delta \bar{S}} = \{(\Phi^*, \omega, \Delta \bar{S}) \mid \Phi_i \in \prod_{k=1}^K [0; \Phi_{ik}], \omega \in \Omega, \varphi_{jl}(S_j) \geq \varphi_{jl}^*,$$

$$\sum_{j=1}^J S_j \leq S_i^0(\Phi^*, \omega) + \Delta S_i, \sum_{i=1}^N S_{ij} = S_j, S_j \geq 0, \Delta S_i \geq 0,$$

$$i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, J, l = 1, \dots, L\},$$

$$\Delta \bar{S} = (\Delta S_1, \dots, \Delta S_N).$$

Особенностью задачи (31) является то, что варьированию могут подвергаться не все S_i^0 , $i = 1, \dots, N$, а, например, те S_i^0 , которые соответствуют предприятиям, например, с относительно большим объемом выпуска продукции и/или с наиболее вредными производствами и/или значительными выбросами загрязняющих веществ. То есть задается система приоритетов в виде некоторой функции, зависящей от ряда важных, по мнению эксперта, показателей работы предприятия [1, 2]:

$$(32) \pi_i = f(\xi_{i1}, \dots, \xi_{ip}), i = 1, \dots, N,$$

где ξ_{ip} , $p = 1, \dots, P$ – показатели работы i -го предприятия, $i = 1, \dots, N$; $f(\xi_{i1}, \dots, \xi_{ip})$ – гладкая функция, определяющая приоритет каждого предприятия,

$$(33) \frac{\partial f(\xi_{i1}, \dots, \xi_{ip})}{\partial \xi_{ip}} > 0, i = 1, \dots, N, p = 1, \dots, P.$$

Далее эксперт указывает значение π^* функции приоритета такое, что если $\pi_i \geq \pi^*$, то $S_i^0(\Phi^*, \omega^0)$ подвергается коррекции:

$$(34) \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^M \delta_{im_i} X_{im_i}(\Phi_i, Y_i - S_i^0(\Phi^*, \omega)) - \sum_{\{i|\pi_i \geq \pi^*\}} \Delta S_i \rightarrow \max_{(\Phi^*, \omega, \Delta S) \in U_\pi},$$

где множество допустимых управлений центра есть

$$U_\pi = \{(\Phi^*, \omega, \Delta S) \mid \Phi_i \in \prod_{k=1}^K [0; \Phi_{ik}], \omega \in \Omega, \varphi_{jl}(S_j) \geq \varphi_{jl}^*, \sum_{i=1}^N S_{ij} = S_j, S_j \geq 0, \Delta S_i \geq 0, \sum_{j=1}^J S_j \leq S_i^0(\Phi^*, \omega) + \begin{cases} \Delta S_i, \pi_i \geq \pi^* \\ 0, \pi_i < \pi^* \end{cases}, i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, J, l = 1, \dots, L\}.$$

Если у центра имеются ограничения в средствах и $\sum_{i=1}^N \Delta S_i \notin [0; S_{\max}]$, то либо последовательно сокращают число рассматриваемых природоохранных объектов, либо реализуют подход, связанный с введением показателя предельной напряженности и индекса напряженности. Так, например, отыскание предельно напряженного распределения средств сводится к следующей задаче для центра

$$(35) \alpha \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^M \delta_{im_i} X_{im_i} (\Phi_i, Y_i - S_i^0(\Phi^*, \omega)) + (1 - \alpha) E \lambda \rightarrow \max_{(\Phi^*, \omega, \lambda) \in U_\lambda^*},$$

где множество допустимых управлений центра есть

$$U_\lambda^* = \{(\Phi^*, \omega, \lambda) \mid \Phi_i \in \prod_{k=1}^K [0; \Phi_{ik}], i = 1, \dots, N, \omega \in \Omega, \varphi_{ji}(S_j) \geq \lambda \varphi_{ji}^*, \\ \sum_{j=1}^J S_j \leq S_i^0(\Phi^*, \omega) + \Delta S_i, \sum_{i=1}^N S_{ij} = S_j, S_j \geq 0, \sum_{i=1}^N \Delta S_i = S_{\max}, \\ j = 1, \dots, J, l = 1, \dots, L, 0 \leq \lambda < 1\}.$$

Аналогично (20) определяется стратегия центра (Φ^*, ω) с индексом напряженности (19) не меньшим γ .

$$(36) \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^M \delta_{im_i} X_{im_i} (\Phi_i, Y_i - S_i^0(\Phi^*, \omega)) \rightarrow \max_{(\Phi^*, \omega) \in U_\gamma^*},$$

где множество допустимых управлений центра есть

$$U_\gamma^* = \{(\Phi^*, \omega) \mid \Phi_i \in \prod_{k=1}^K [0; \Phi_{ik}], i = 1, \dots, N, \omega \in \Omega, \varphi_{jl}(S_j) \geq \gamma \lambda_0 \varphi_{jl}^*, \\ \sum_{j=1}^J S_j \leq S_i^0(\Phi^*, \omega) + \Delta S_i, \sum_{i=1}^N S_{ij} = S_j, S_j \geq 0, \sum_{i=1}^N \Delta S_i = S_{\max}, \\ j = 1, \dots, J, l = 1, \dots, L\},$$

где показатель предельной напряженности λ_0 получен из решения задачи (35).

Таким образом, путем преобразований моделируемого объекта (т. е. формализованных в модели параметров), которые позволяют наиболее рациональным путем, с наименьшими затратами перестроить его таким образом, чтобы система ограничений стала непротиворечивой, добавляются решения поставленных эколого-экономических задач.

Литература

1. БУРКОВ В. Н., ГОРГИДЗЕ И. И., НОВИКОВ Д. А., ЮСУПОВ Б. С. *Модели и механизмы распределения затрат и доходов в рыночной экономике*. М.: ИПУ, 1997. – 59 с.
2. БУРКОВ В. Н., НОВИКОВ Д. А. *Как управлять проектами*. М.: НПО «СИНТЕГ»: ИЧП «Гео», 1997. – 188 с.
3. БУРКОВ В. Н., ЩЕПКИН А. В. *Экологическая безопасность*. М.: ИПУ, 2003. – 90 с.
4. ВАСИЛЬЕВ Ф. П. *Методы оптимизации*. – М.: Факториал Пресс, 2002. – 823 с.
5. ГЛУХОВ В. В., НЕКРАСОВА Т. П. *Экономические основы экологии*. – СПб., Питер, 2003. – 383 с.
6. ГОРЕЛИК В. А. *Матричная коррекция задачи линейного программирования с несовместной системой ограничений // Журн. вычисл. матем. и матем. физ.* 2001. Т. 41. № 11. С. 1607-1705.
7. ГОРЕЛИК В. А., ГОРЕЛОВ М. А., КОНОНЕНКО А. Ф. *Анализ конфликтных ситуаций в системах управления*. – М.: Радио и связь, 1991. – 286 с.
8. ГОРЕЛИК В. А., ЕРОХИН В. И., ПЕЧЕНКИН Р. В. *Численные методы коррекции несобственных задач линейного программирования и структурных систем уравнений*. М.: ВЦ РАН, 2006. – 150 с.
9. ГОРЕЛИК В. А., КОНОНЕНКО А. Ф. *Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах*. – М.: Радио и связь, 1982. – 144 с.
10. ГОРЕЛИК В. А., ФОМИНА Т. П. *Экстремальные задачи: Учебное пособие/ Моск. пед. гос. ун-т, Липец. гос. пед. ун-т, Москва, 2001. – 146 с.*
11. ЕРЕМИН И. И. *Противоречивые модели оптимального планирования*. – М.: Наука, 1988. – 159 с.
12. ЕРЕМИН И. И., МАЗУРОВ В. Д., Астафьев Н. Н. *Несобственные задачи линейного и выпуклого программирования*. – М.: Наука, 1983. – 336 с.

13. МОИСЕЕВ Н. Н. *Модели экологии и эволюции*. – М.: Знание, 1983. – 63 с.
14. МОИСЕЕВ Н. Н. *Человек и ноосфера*. – М.: Мол. гвардия, 1990. – 351 с.
15. МОИСЕЕВ Н. Н. *Экология человечества глазами математика: (Человек, природа, будущее цивилизации)*. – М.: Мол.гвардия, 1988. – 251 с.
16. МОИСЕЕВ Н.Н., АЛЕКСАНДРОВ В.В., ТАРКО А.М. *Человек и биосфера*. – М.: Наука, 1985. – 271 с.
17. МОСКАЛЕНКО А. П. *Экономика природопользования и охраны окружающей среды: Учебное пособие*. – Москва: ИКЦ «МарТ», Ростов-н/Д: Издательский центр «МарТ», 2003. – 217 с.
18. ФРОЛОВ В. Н., ВАТОЛИН А. А. *Анализ противоречивых ситуаций в задачах текущего планирования производства // Противоречивые модели оптимизации*. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1987. С. 79-92.

THE ANALYSIS OF INCONSISTENT SITUATIONS IN PROBLEMS OF PLANNING OF NATURE PROTECTION ACTIVITY

Zolotova Tatiana, Komsomolsk-na-Amure State Technical University, Komsomolsk-na-Amure, Cand.Sc., assistant professor (tgold11@mail.ru).

Abstract: The question of distribution of some volume of means of the enterprise between nature protection objects with the purpose of improvement of quality of an environment of region is researched. The problem of necessary increase in volume of these means that parameters of quality of each nature protection object were not below maximum permissible is examined. At absence of necessary volume of means the approach based on concept of extremely intense distribution of means is offered. The decision of these problems for

the enterprise is carried out together with the decision of a problem of the coordination of interests of regional management and the enterprise. Features of the decision of such problems for N the enterprises are specified.

Keywords: distribution of means, parameters of the quality, extremely intense distribution, the coordination of interests.

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии А.Г. Чхартишвили*

УДК 519

ББК 22.183.43 + 65в641

МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО СТИМУЛИРОВАНИЯ МЕНЕДЖЕРОВ МНОГОУРОВНЕВОЙ ОРГАНИЗАЦИИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Мишин С. П.¹

*(Учреждение Российской академии наук
Институт проблем управления РАН, Москва)*

Решена задача оптимального стимулирования менеджеров многоуровневой организации в условия неполной информированности (неопределенности) об их квалификации. Определено влияние иерархической позиции на вознаграждение менеджера и требования к его квалификации. В частности, смоделирована необходимость найма на более высокие позиции более квалифицированных менеджеров и выплаты им более высокого вознаграждения. Определена оптимальная функция стимулирования в зависимости от функции затрат менеджера и функции его вклада в прибыль организации. Определены классы функций, для которых максимально прибыльная управленческая иерархия может быть найдена известными оптимизационными методами.

Ключевые слова: оптимальное, стимулирование, менеджер, многоуровневая, организация, неопределенность.

1. Введение

В экономической литературе с первой половины XX века ведутся дискуссии, посвященные факторам, ограничивающим рост фирмы. Их результатом стало представление о том, что

¹ Мишин Сергей Петрович, кандидат физико-математических наук (smishin@newmail.ru).

одним из основных факторов является *неопределенность*, порождающая необходимость делегирования полномочий от *топ-менеджера* к *менеджерам среднего звена*, т. е. порождающая *иерархию*.¹ Как правило, перед высшим руководителем стоит весьма общая и неопределенная задача, например, максимально прибыльно вести определенный бизнес с соблюдением всех законодательных ограничений. Для ее решения необходимо вникать в детали (снижать неопределенность), что требует специальных знаний в различных *функциональных* областях (маркетинг, производство, снабжение, логистика, финансы и т. п.), координации действий множества исполнителей и т. д. Соответственно, топ-менеджер вынужден делегировать полномочия нескольким своим *непосредственным подчиненным (заместителям)*, каждый из которых отвечает за определенную сферу деятельности. Каждый заместитель поступает аналогично – делит сферу своей ответственности между непосредственно подчиненными ему менеджерами, и так далее до тех пор, пока объем работы не станет понятным и обозримым для того, чтобы *менеджер нижнего уровня* мог непосредственно управлять *исполнителями*, которые собственно и производят продукты, услуги, выполняют вспомогательные функции и т. п. Разбиение сферы ответственности менеджера по функциям (например, маркетинг, производство, логистика и т. д.) порождает *функциональную иерархию*, по производимым продуктам – *дивизиональную иерархию*, композиция этих разбиений – *матричную иерархию* [17].

Таким образом, неопределенность – одна из фундаментальных причин формирования многоуровневых иерархий. Иерархия

¹ Именно потери, связанные с функционированием иерархии менеджеров (не только чисто финансовые расходы на их содержание, но и снижение производительности из-за так называемой потери контроля), и являются тем фактором, который в результате может перевесить выгоды большого размера фирмы – концентрацию технологий и капитала, нивелирование рисков и т.п.

позволяет организовать крупномасштабную деятельность за счет снижения неопределенности вплоть до менеджера нижнего уровня, который обладает детальной информацией о своем небольшом участке работы. В то же время его начальник в лучшем случае наблюдает *действие* менеджера, определяющее его *вклад в прибыль* организации¹, но не обладает информацией о том, какие усилия были затрачены для реализации данного действия, т. е. не наблюдает *затраты подчиненных*.² Если вознаграждение менеджера фиксировано, то он минимизирует свои затраты, не считаясь, например, со снижением прибыли организации. Поэтому возникает проблема *стимулирования* менеджера – выплаты такого вознаграждения в зависимости от действия, которое максимизирует разницу прибыли от действий менеджера (его *вклада*) и затрат на стимулирование. В силу того, что менеджер обладает *персональной информацией*, неизвестной его руководителям, *оптимальное стимулирование* должно превышать затраты менеджера на сумму так называемой *информационной ренты* (которая, фактически, служит менеджеру платой за честное сообщение о своем типе и понесенных затратах, то есть за устранение неопределенности) [1, 8, 9, 12 13, 14].

¹ В данной работе под *действием* понимается именно значимый с точки зрения организации результат деятельности менеджера. Например, под *действием* может пониматься объем продаж, который и определяет прибыль, принесенную менеджером при фиксированных ценах. Таким образом, под *действием* понимается именно результат, а не затраченные усилия, например, не количество звонков или встреч с клиентами.

² Здесь и ниже под *затратами* понимается денежный эквивалент тех усилий, которые менеджер прилагает для выполнения своих функций, то есть минимальную денежную компенсацию, при наличии которой менеджер все еще будет работать. Затраты зависят как от действия, выполненного менеджером (например, объема продаж), так и от его персональных качеств, которые в общем случае достоверно не известны руководству менеджера, то есть являются неопределенным фактором.

В работе считаются выполненными *предположения*:

1. Затраты каждого менеджера и его вклад в доход организации не зависят от действий остальных менеджеров (*аддитивность* функции вклада и функции затрат). Предположение об аддитивности может соответствовать стабильному функционированию организации, при котором можно измерить вклад и затраты менеджера при отклонении его действия от планового с сохранением действий остальных.

2. Персональной (частной) информацией менеджера является его *тип* (способности, квалификация и т. п.), определяющий его затраты на выполнение действия, однако само действие контролируется непосредственным начальником менеджера¹.

При выполнении вышеуказанных предположений в данной работе решена задача стимулирования менеджеров многоуровневой организации, т. е. найден *механизм стимулирования* (оплаты управленческого труда), позволяющий компенсировать неопределенность за счет вознаграждения, гарантирующего эффективную работу иерархии, несмотря на наличие у каждого менеджера персональной информации. Для построения оптимального *механизма* стимулирования использован аппарат теории контрактов [9, 13, 14]. Данный аппарат основывается на *принципе выявления*, гарантирующем, что оптимальный механизм достаточно искать в классе так называемых неманипулируемых механизмов стимулирования. В рамках этого класса механизмов менеджеру выгодно честно сообщать свой истинный тип.²

¹ При этом затраты на осуществление контроля также могут быть учтены в модели, например, в качестве отдельного слагаемого функции затрат, которое и определяет сложность контроля действий непосредственных подчиненных.

² Оптимальное действие и стимулирование менеджера за выполнение данного действия существенным образом зависят от типа менеджера. При полной информации достаточно найти максимум разницы прибыли и затрат от действия менеджера. Однако неопределенность

Найденный механизм оптимального стимулирования менеджера позволяет рассчитать чистую прибыль, которую он приносит организации (разницу вклада и затрат на стимулирование). При этом выявляется зависимость чистой прибыли от позиции менеджера в иерархии и выполняемых им управленческих функций. Имея подобную аналитическую зависимость, можно использовать математический аппарат, развитый в [2-7, 10, 11], для построения *эффективной (оптимальной) иерархии управления*, максимизирующей суммарную чистую прибыль по всем возможным управленческим иерархиям. При этом определяется вся структура подчинения (ациклический граф над исполнителями), в частности, оптимальное количество менеджеров в организации, оптимальные *нормы управляемости* (количество непосредственных подчиненных каждого из менеджеров), доказывається невыгодность множественного подчинения (древовидность), симметричность иерархии и т. д.

Таким образом, решается задача *совместной* оптимизации всей многоуровневой иерархии управления и механизма стимулирования с сообщением информации для каждого менеджера иерархии. Другими словами, *совместно оптимизируется многоуровневая структура управления, состав менеджеров и механизмы их стимулирования*, что и определяет *новизну* данной работы по отношению к [1-14], в которых задачи оптимизации состава, структуры и механизмов функционирования рассматриваются по отдельности. Разумеется, для получения конструктивных результатов при решении столь сложной задачи прихо-

относительно типа не позволяет решить эту задачу в явном виде. В данной ситуации можно предложить менеджеру «меню контрактов» – функцию действия менеджера и его стимулирования в зависимости от сообщения менеджера о своем типе. В теории контрактов показано, что для рассматриваемой модели оптимальным будет предлагать такие меню контрактов, при которых будет выгодно честно сообщить свой тип. Соответственно, достаточно рассматривать неманипулируемые механизмы.

дится опираться на достаточно обременительные предположения (см. выше). Однако известные автору попытки решения совместной задачи в более общей постановке дают результаты, например, лишь для трехуровневых иерархий [16], иерархий с четырьмя исполнителями [15] и тому подобных упрощений.

Работа структурирована следующим образом. В разделе 2 кратко описана одна из классических моделей теории контрактов [8, 9, 13, 14], которая используется для построения оптимальной системы стимулирования отдельно взятого менеджера. В разделе 3 дано определение секционных функций [11] и их частного случая – однородных функций, которые формализуют зависимость вклада и затрат менеджера от занимаемой им иерархической позиции. В разделе 4 получен основной теоретический результат работы – аналитическая зависимость прибыли, приносимой менеджером при оптимальном стимулировании, от вида функции затрат и вклада. Имея подобную зависимость и опираясь на результаты [2-7, 10, 11], можно найти эффективную иерархию, максимизирующую суммарную прибыль организации. В частности, для однородных функций вклада и затрат доказана эффективность однородной иерархии, в которой у всех менеджеров имеется одинаковое количество заместителей. В разделе 5 детально исследован случай, при котором неизвестный тип менеджера распределен по закону Парето. Формализовано понятие неопределенности рынка труда менеджеров и показано, что прибыль организации растет по мере роста среднерыночного типа менеджера, а также по мере снижения неопределенности при фиксированном среднем типе. В разделе 6, опираясь на «принцип неопределенности» (постулирующий рост дисперсии типа менеджера с ростом среднего по рынку типа), удается найти оптимальный тип менеджера и его зависимость от позиции в иерархии. В частности, показано, что по мере роста результативности управления (вклада на единицу затрат) выгодно нанимать более профессиональных менеджеров, несмотря на большую неопределенность и большую информационную ренту. В заключении результаты работы изложены более подробно и

обсуждена проблематика идентификации функций затрат и вклада на основании статистических данных.

2. Базовая задача стимулирования

Кратко опишем одну из классических моделей теории контрактов [8, 9, 13, 14] – модель неблагоприятного отбора (*adverse selection*). Неизвестным параметром (персональной информацией) менеджера будем считать его тип. Как упоминалось выше, под типом понимается квалификация, опыт, способности и другие качества менеджера, которые определяют его затраты на выполнение одного и того же действия (например, заданного плана продаж). Важный вопрос при построении механизма стимулирования – выявление типа менеджера. Например, если стимулирование менеджера не зависит от его типа (всем поровну), то менеджер будет заявлять минимальный тип, при котором от него потребуются минимальное действие, требующее, соответственно, минимальных затрат (большие действия будут невыгодны для центра, поскольку у него будет преувеличенное представление о затратах менеджера). Разумеется, результат будет экономически неэффективен – разница вклада менеджера и его затрат будет далеко не максимальной. Один из важнейших результатов теории контрактов состоит в том, что оптимальный для центра механизм стимулирования можно искать в классе так называемых неманипулируемых механизмов, заставляющих менеджера честно сообщить свой тип [1, 8, 9, 13, 14].

Изложим описанную модель формально, следуя [8, 9, 13, 14]. Все нижеуказанные функции будем считать дважды дифференцируемыми. Введем следующие обозначения.

1. $q' \geq 0$ – сообщаемая менеджером оценка собственного типа $q \geq 0$, который точно известен только самому менеджеру, а центру (в лице, например, владельца организации) известна лишь функция распределения вероятностей типа $F(q)$ с плотно-

стью $f(q)$ на отрезке от минимального типа \underline{q} до максимального типа \bar{q} .

2. $\theta \geq 0$ – действие менеджера, которое известно центру, и от которого, наряду с типом, зависит вклад менеджера $h(q, \theta) \geq 0$ в общий результат (общую прибыль) организации. Вклад может не наблюдаться центром. Функция $h(q, \theta)$ строго вогнуто возрастает по действию¹: $h_{\theta\theta}(q, \theta) < 0$, $h_{\theta q}(q, \theta) < 0$, и неубывает по типу менеджера: $h_q(q, \theta) \geq 0$.

3. $\theta(q') \geq 0$ – выбираемое центром действие, которое требуется от менеджера, сообщившего о своем типе q' .

4. $t(q') \geq 0$ – выбираемая центром функция стимулирования, которое будет выплачено менеджеру, сообщившему о своем типе q' и выполнившему требуемое действие $\theta(q')$ (в случае невыполнения действия стимулирование не выплачивается).

5. $c(q, \theta) \geq 0$ – денежный эквивалент затрат, понесенных менеджером типа q , выполнившим действие θ (затраты не возрастают с ростом типа $c_q(q, \theta) \leq 0$ и выпукло возрастают с ростом действия $c_{\theta\theta}(q, \theta) > 0$, $c_{\theta q}(q, \theta) > 0$).

Менеджер, манипулируя сообщением о своем типе, пытается максимизировать разность между выплаченным стимулированием и понесенными затратами – целевую функцию:

$$(1) \quad t(q') - c(q, \theta(q')) \rightarrow \max_{q'}.$$

Известно [1, 8, 9, 13, 14], что для одного агента оптимальный механизм стимулирования можно искать в классе неманипулируемых механизмов, при которых менеджеру выгодно сообщать истинный тип $q' = q$. Соответственно, достаточно рассмотреть такие функции $\theta(\cdot)$, $t(\cdot)$, которые обеспечивают неманипулируемость, т. е. выполнение условий максимума

¹ Нижними индексами при функциях здесь и ниже обозначаются их частные производные по соответствующим аргументам.

функции (1) в точке $q' = q$ (производные берутся по q' после чего подставляется $q' = q$):

$$\text{(IC1 – условие первого порядка)} \quad \frac{\partial t(q)}{\partial q} = c_{\theta}(q, \theta(q)) \frac{\partial \theta(q)}{\partial q},$$

(IC2 – условие второго порядка)

$$\frac{\partial^2 t(q)}{\partial q^2} < c_{\theta\theta}(q, \theta(q)) \left(\frac{\partial \theta(q)}{\partial q} \right)^2 + c_{\theta}(q, \theta(q)) \frac{\partial^2 \theta(q)}{\partial q^2}.$$

Технически (IC1) означает ноль первой производной при $q' = q$, (IC2) – отрицательность второй производной. Содержательно условия IC (*incentive compatibility*) – обозначают *согласованность стимулирования*, т. е. выгодность правдивого сообщения своего типа. Кроме того, ясно, что стимулирование должно как минимум покрывать затраты менеджера (условие участие менеджера в работе или условие индивидуальной рациональности – *individual rationality*).

$$\text{(IR)} \quad t(q) \geq c(q, \theta(q)).$$

Будем считать, что для нахождения *оптимального механизма стимулирования* необходимо решить следующую задачу максимизации *средней прибыли центра от действий менеджера* (ниже для краткости также будем использовать термин *прибыль центра*):

$$(2) \quad R_p = \int_q^{\bar{q}} [h(q, \theta(q)) - t(q)] f(q) dq \rightarrow \max_{\theta(\cdot), t(\cdot)},$$

по всем функциям $\theta(\cdot)$, $t(\cdot)$, удовлетворяющим ограничениям (IC1), (IC2), (IR).

Продифференцировав (IC1) по q и подставив в (IC2), легко получим:

$$\text{(IC2)} \quad c_{\theta\theta}(q, \theta(q)) \frac{\partial \theta(q)}{\partial q} < 0.$$

Будем считать выполненным условие *Спенса-Миррлиса* (условие однократного пересечения): $c_{\theta\theta} < 0$. В этом случае (IC2) выполнено тогда и только тогда, когда действие, требующееся от менеджера, возрастает по его типу: $\partial \theta(q) / \partial q > 0$.

Выпишем выражение *прибыли менеджера* (так называемой *информационной ренты*), продифференцируем его по типу менеджера и подставим в (IC1):

$$(3) \quad R_m(q) = t(q) - c(q, \theta(q)),$$

$$\partial R_m(q) / \partial q = \partial t(q) / \partial q - c_q(q, \theta(q)) - c_\theta(q, \theta(q)) \partial \theta(q) / \partial q,$$

$$\partial R_m(q) / \partial q = -c_q(q, \theta(q)).$$

Затраты убывают с ростом типа, поэтому $\partial R_m(q) / \partial q \geq 0$. Следовательно, (IC1) выполнено тогда и только тогда, когда *информационная рента менеджера не убывает с ростом его типа*. Кроме того:

$$(4) \quad R_m(q) - R_m(\underline{q}) = - \int_{\underline{q}}^q c_q(\tilde{q}, \theta(\tilde{q})) d\tilde{q}.$$

Условие (IR) переписется в виде $R_m(q) \geq 0$. Для его выполнения с минимальным стимулированием положим $R_m(\underline{q}) = 0$. Таким образом, следующие выражения определяют *минимально возможную информационную ренту менеджера, гарантирующую выполнение условий (IR) и (IC1), и оптимальную функцию стимулирования в зависимости от функции требуемого действия $\theta(\cdot)$* :

$$(5) \quad R_m(q) = - \int_{\underline{q}}^q c_q(\tilde{q}, \theta(\tilde{q})) d\tilde{q},$$

$$(6) \quad t(q) = c(q, \theta(q)) + R_m(q) = c(q, \theta(q)) - \int_{\underline{q}}^q c_q(\tilde{q}, \theta(\tilde{q})) d\tilde{q}.$$

Подставляя (6) в (2) и меняя порядок интегрирования, получим:

$$\int_{\underline{q}}^{\bar{q}} [h(q, \theta(q)) - c(q, \theta(q)) + \int_{\underline{q}}^q c_q(\tilde{q}, \theta(\tilde{q})) d\tilde{q}] f(q) dq \rightarrow \max_{\theta(\cdot), t(\cdot)},$$

$$\int_{\underline{q}}^{\bar{q}} \left[\int_{\underline{q}}^q c_q(\tilde{q}, \theta(\tilde{q})) f(q) d\tilde{q} \right] dq = \int_{\underline{q}}^{\bar{q}} c_q(\tilde{q}, \theta(\tilde{q})) \left[\int_{\tilde{q}}^{\bar{q}} f(q) dq \right] d\tilde{q} =$$

$$= \int_{\underline{q}}^{\bar{q}} c_q(\tilde{q}, \theta(\tilde{q})) [1 - F(\tilde{q})] d\tilde{q}.$$

Заменяв \tilde{q} на q , подставим результат в исходное выражение:

$$(7) \int_{\underline{q}}^{\bar{q}} [h(q, \theta(q)) - c(q, \theta(q)) + c_q(q, \theta(q))(1 - F(q)) / f(q)] f(q) dq \rightarrow \max_{\theta(\cdot), \tau(\cdot)}$$

Максимизируем подынтегральное выражение по всем убывающим по типу¹ функциям требуемого действия $\theta(q)$, что позволит максимизировать прибыль центра. Приравняем к нулю производную по действию θ :

$$(8) \quad h_\theta(q, \theta) - c_\theta(q, \theta) + c_{q\theta}(q, \theta)H(q) = 0,$$

где для краткости обозначено $H(q) = (1 - F(q)) / f(q)$.

В результате решения уравнения (8) находится функция действия менеджера в зависимости от типа. Если выполнено $\partial\theta(q) / \partial q > 0$, то задача об оптимальном стимулировании решена (для конкретного примера оптимальную функцию стимулирования легко найти, подставив оптимальное действие в (6)).

Для менеджера максимального типа $F(\bar{q}) = 1$ из (8) следует, что $h_\theta(q, \theta) = c_\theta(q, \theta)$, т. е. предельные издержки на реализацию менеджером действия равны предельному доходу центра от данного действия – стимулирование эффективно – обеспечивается максимум суммы дохода центра и менеджера. При меньших типах в силу условия Спенса-Миррлиса предельный доход больше предельных издержек, т. е. все менеджеры, кроме наи-

¹ Неубывание действия по типу диктуется необходимостью выполнения условия (IC2).

лучших, выполняют меньшие действия, чем требуется для эффективной работы, что является неизбежным следствием неопределенности.

3. Влияние позиции на стимулирование менеджера

В предыдущем разделе была кратко описана классическая задача стимулирования менеджера как отдельного изолированного агента, взаимодействующего с центром. Для обобщения данной модели на случай многоуровневых организаций с множеством менеджеров, будем считать функции вклада $h(q, \theta)$ и затрат $c(q, \theta)$ различными для различных позиций в иерархии управления. Однако саму задачу стимулирования будем рассматривать независимо для каждого из менеджеров иерархии. В экономике функция затрат коллектива часто рассматривается в виде суммы затрат его членов (агентов), причем затраты каждого отдельного агента не зависят от действий остальных. Функция вклада менеджера – более сложный объект. Остается открытым вопрос о том, как декомпозировать общую прибыль организации на вклады, приносимые различными сотрудниками. Одна из возможностей – рассчитать вклад как потери организации от бездействия менеджера *при условии работы всех остальных согласно плановым действиям*. При этом вклад будет зависеть только от действия самого менеджера и не зависеть от действий коллег. Данная гипотеза является ключевой, позволяя найти оптимальное стимулирование независимо для каждого из менеджеров, а уже потом построить многоуровневую иерархию, которая максимизирует сумму вкладов менеджеров.

В общем случае функции вклада и затрат могут определяться как подчиненными менеджера, так и начальниками и даже всей иерархией в целом. Однако для возможности формального исследования мы ограничимся так называемыми *секционными функциями* [11]: $h(q, \theta, s_1, \dots, s_k)$ и $c(q, \theta, s_1, \dots, s_k)$, в которых зависимость от позиции ограничивается теми *группами исполнителей* s_1, \dots, s_k (подразделениями, отделами, звеньями и т. п.),

которыми управляют непосредственные подчиненные менеджера.

Например, пусть менеджер управляет 20-ю исполнителями w_1, \dots, w_{20} , каждый из которых отвечает за специфический участок работы. Менеджер может управлять ими непосредственно, в этом случае подчиненная ему группа $s = s_1 \cup \dots \cup s_{20} = \{w_1\} \cup \dots \cup \{w_{20}\}$, т. е. непосредственными подчиненными менеджера являются сами исполнители. С другой стороны, менеджер может, например, создать четыре подчиненных отдела, наняв четырех промежуточных менеджеров и подчинив каждому из них по пять исполнителей, например, $s = s_1 \cup \dots \cup s_4 = \{w_1, w_5, w_9, w_{13}, w_{17}\} \cup \dots \cup \{w_4, w_8, w_{12}, w_{16}, w_{20}\}$.

При этом учитывается, на какие именно отделы разбиты исполнители, т. е. все характеристики менеджера могут принципиально отличаться, например, если каждый из заместителей отвечает за выпуск одного продукта, либо если один заместитель отвечает за сбыт, второй за закупки, третий за производство. В наиболее общем виде подобные зависимости можно отразить, введя произвольную функцию множеств s_1, \dots, s_k , не зависящую от их порядка, т. е. секционную функцию.

В данной работе рассматриваются только секционные функции. В результате в рамках рассматриваемой модели выполнены следующие основные ограничения [11]:

Аддитивность по добавлению начальников. Вклад и затраты менеджеров никак не меняются при добавлении над ними новых начальников (которые привносят свои вклады и несут свои затраты).

Независимость от промежуточных уровней управления. Вклад и затраты менеджера зависят только от непосредственно подчиненной ему «секции» из его заместителей (непосредственных подчиненных), но не от того, как организовал управление каждый из его заместителей. В примере выше на затратах менеджера никак не скажется, самостоятельно ли управляет исполнителями каждый из 4 непосредственных подчиненных или нанимает дополнительных менеджеров более низких уровней.

ней. Данная гипотеза соответствует реальности, если каждый подчиненный справляется со всеми проблемами *внутри* своей группы, перекладывая на начальника лишь вопросы, которые не полностью в компетенции подчиненного.

Секционная функция определяется теми реальными задачами, которые выполняют исполнители, включая любую специфику исполнителя или выполняемой им задачи, специфику взаимодействия между исполнителями и т. д. и т. п. В общем случае секционная функция зависит от того, как именно подчиненные менеджеру исполнители разбиты на подразделения и даже от группы всех остальных (не подчиненных менеджеру) исполнителей.

Таким образом, несмотря на жесткость вышеуказанных ограничений, класс секционных функций является весьма обширным и включает в себя многие функции, рассмотренные в экономико-математических моделях многоуровневых иерархий [2, 6, 11]. Чаще всего в известных моделях рассматривается лишь зависимость от числа непосредственных подчиненных (*нормы управляемости*), реже – от нормы управляемости и количества подчиненных исполнителей. Данная зависимость соответствует секционной функции лишь для узкого класса однородных исполнителей и полностью симметричных деревьев (когда менеджер делит подчиненную ему группу точно поровну между заместителями). Для всех остальных случаев указанная зависимость – лишь весьма частный случай секционной функции.

Определим некоторую *меру* группы как сумму мер входящих в нее исполнителей. Содержательно мера исполнителя может соответствовать объему выполняемой им работы. Соответствующее значение имеет и мера группы. В случае однородных исполнителей мера группы равна количеству входящих в нее исполнителей. Важным подклассом секционных функций являются *функции, зависящие от мер* групп $\mu(s_1), \dots, \mu(s_k)$, а не от самих множеств s_1, \dots, s_k . Функции, зависящие от мер, являются значительно более простыми объектами, нежели произ-

вольные функции множеств, что позволило продвинуться в их исследовании (см. [3-7, 10, 11]). Одним из наиболее изученных подклассов являются *однородные функции*, для которых существует такое число γ (показатель однородности), что для любого числа $y > 0$ выполнено $h(q, \theta, y\mu_1, \dots, y\mu_k) = y^\gamma h(q, \theta, \mu_1, \dots, \mu_k)$, то есть при пропорциональном росте масштаба задач всех подчиненных подразделений функция растет степенным образом с показателем однородности γ . Для однородных функций в [6] доказана оптимальность¹ так называемых *однородных иерархий*, в которых каждый менеджер делит подчиненную ему группу исполнителей между одним и тем же количеством заместителей (норма управляемости постоянна), причем в одной и той же пропорции (например, поровну по объему работы, т. е. по мере подгрупп)².

4. Функции затрат и вклада

Зафиксируем произвольного менеджера в некоторой иерархии управления. Рассмотрим *функцию вклада* менеджера в прибыль организации:

$$(9) \quad h(q, \theta) = \theta g(h_s, q).$$

Функция (9) линейна по действию менеджера (линейная зависимость вклада наиболее часто рассматривается в экономико-математических моделях [1, 8, 9, 12]). Коэффициент $g(h_s, q)$ не убывает как по типу менеджера q , так и по характеристике иерархической позиции $h_s(s_1, \dots, s_k)$. При этом будем считать,

¹ Под оптимальной иерархией понимается дерево, которое доставляет максимум или минимум некоторой однородной функции. Соответственно, как при максимизации прибыли, так и при минимизации затрат достаточно рассматривать только однородные иерархии.

² Если однородной иерархии не существует в силу дискретности, то можно построить субоптимальное дерево, которое будет близким по виду к однородной иерархии (подробнее см. [6]).

что функция h_s определена для любого менеджера любой иерархии и является секционной¹.

Рассмотрим функцию затрат, обобщающую функцию Кобба-Дугласа:

$$(10) \quad c(q, \theta) = \theta^\beta w(c_s, q) / \beta + c_{fix} / q.$$

Классическая функция Кобба-Дугласа $c(q, \theta) = \theta^\beta / (\beta q^{\beta-1})$, $\beta > 1$ выпукла по действию, скорость роста затрат (производная по действию) зависит только от отношения θ/q требуемого действия к типу менеджера. Например, при квадратичной функции (показатель степени роста затрат $\beta = 2$) затраты линейно убывают по типу менеджера, т. е. менеджер с более высоким типом (способностями, квалификацией и т. д.) затрачивает пропорционально меньше усилий и времени на выполнение одного и того же действия. Функция (10) обобщает зависимость затрат от типа и вводит зависимость от секционной функции $c_s(s_1, \dots, s_k)$: коэффициент $w(c_s, q)$ возрастает по характеристике иерархической позиции c_s и убывает по типу q . Постоянные затраты c_{fix}/q не зависят от действия (например, отражают некоторые необходимые вспомогательные операции) и уменьшаются для менеджеров больших типов. При этом секционная функция $c_{fix}(s_1, \dots, s_k)$ также характеризует иерархическую позицию (в частном случае $c_{fix} \equiv c_s$).

Применим результаты, описанные в предыдущем разделе, для решения задачи об оптимальном стимулировании. Производные функции затрат (10) имеют вид:

$$(11) \quad c_\theta(q, \theta) = \theta^{\beta-1} w(c_s, q), \quad c_{\partial q}(q, \theta) = \theta^{\beta-1} w_q(c_s, q).$$

¹ Например, чем больше размер группы, подчиненной менеджеру, тем больший вклад он может внести в прибыль организации и тем более возрастает h_s . Поскольку секционная функция h_s характеризует именно позицию, а не менеджера, значение h_s никак не зависит от типа и усилий конкретного менеджера, занимающего данную позицию.

Уравнение (8) для определения оптимального действия перепишется в виде:

$$g(h_s, q) - \theta^{\beta-1} w(c_s, q) + \theta^{\beta-1} w_q(c_s, q) H(q) = 0,$$

т. е.

$$\theta^{\beta-1} \{w(c_s, q) - w_q(c_s, q) H(q)\} = g(h_s, q),$$

и, окончательно,

$$(12) \quad \theta = \left[\frac{g(h_s, q)}{w(c_s, q) - w_q(c_s, q) H(q)} \right]^{1/(\beta-1)}, \quad \text{где } H(q) = (1 - F(q)) / f(q).$$

Для всех рассматриваемых ниже примеров выполнено условие Спенса-Миррлиса, и действие, определяемое выражением (12), возрастает по типу менеджера, т. е. является оптимальным действием, которое центр должен потребовать от менеджера. Подставляя в (10), получим:

$$(13) \quad c(q, \theta) = \frac{w(c_s, q)}{\beta} \left[\frac{g(h_s, q)}{w(c_s, q) - w_q(c_s, q) H(q)} \right]^{\beta/(\beta-1)} + \frac{c_{fix}}{q}.$$

С учетом (9), (12), (13), математическое ожидание прибыли центра от действий менеджера (7) примет вид:

$$\begin{aligned} & \int_q^{\bar{q}} \{h(q, \theta(q)) - c(q, \theta(q)) + c_q(q, \theta(q)) H(q)\} f(q) dq = \int_q^{\bar{q}} \{g(h_s, q) \cdot \\ & \cdot \left[\frac{g(h_s, q)}{w(c_s, q) - w_q(c_s, q) H(q)} \right]^{1/(\beta-1)} - \frac{w(c_s, q)}{\beta} \left[\frac{g(h_s, q)}{w(c_s, q) - w_q(c_s, q) H(q)} \right]^{\beta/(\beta-1)} - \\ & - \frac{c_{fix}}{q} - \frac{c_{fix}}{q^2} H(q) + \frac{w_q(c_s, q)}{\beta} \left[\frac{g(h_s, q)}{w(c_s, q) - w_q(c_s, q) H(q)} \right]^{\beta/(\beta-1)} H(q)\} f(q) dq = \\ & = \int_q^{\bar{q}} \{g(h_s, q) \left[\frac{g(h_s, q)}{w(c_s, q) - w_q(c_s, q) H(q)} \right]^{\frac{1}{\beta-1}} - \frac{w(c_s, q) - H(q) w_q(c_s, q)}{\beta} \}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \cdot \left[\frac{g(h_s, q)}{w(c_s, q) - w_q(c_s, q)H(q)} \right]^{\frac{\beta}{\beta-1}} - \frac{c_{fix}}{q} (1 + H(q)/q) \} f(q) dq = \\
 & = \int_{\underline{q}}^{\bar{q}} \left[\frac{g(h_s, q)}{w(c_s, q) - w_q(c_s, q)H(q)} \right]^{1/(\beta-1)} \left\{ g(h_s, q) - \frac{w(c_s, q) - H(q)w_q(c_s, q)}{\beta} \cdot \right. \\
 & \cdot \left. \frac{g(h_s, q)}{w(c_s, q) - w_q(c_s, q)H(q)} \right\} f(q) dq - \int_{\underline{q}}^{\bar{q}} \frac{c_{fix}}{q} (1 + H(q)/q) f(q) dq = \\
 & = \frac{\beta-1}{\beta} \int_{\underline{q}}^{\bar{q}} \left[\frac{1}{w(c_s, q) - w_q(c_s, q)H(q)} \right]^{1/(\beta-1)} g(h_s, q)^{\beta/(\beta-1)} f(q) dq - \\
 & - \int_{\underline{q}}^{\bar{q}} \frac{c_{fix}}{q} (1 + H(q)/q) f(q) dq.
 \end{aligned}$$

Таким образом, для оптимального механизма стимулирования *прибыль центра*:

$$\begin{aligned}
 (14) \quad R_p = & \frac{\beta-1}{\beta} \int_{\underline{q}}^{\bar{q}} \left[\frac{1}{w(c_s, q) - w_q(c_s, q)H(q)} \right]^{1/(\beta-1)} g^{\beta/(\beta-1)}(h_s, q) f(q) dq - \\
 & - \int_{\underline{q}}^{\bar{q}} \frac{c_{fix}}{q} (1 + H(q)/q) f(q) dq.
 \end{aligned}$$

Оптимальной будем называть иерархию, на которой достигается максимум прибыли центра по всем менеджерам. Полученный результат сводит задачу поиска оптимальной иерархии к задаче максимизации выражения (14), которая решается с помощью аппарата, развитого в [3-7, 10, 11]. Собственно выражение (14) и является основным теоретическим результатом работы. Ниже излагаются примеры решения задачи об оптимальном стимулировании в многоуровневой организации.

Исследуем частный случай (9) и (10), а именно, мультипликативную зависимость вклада и затрат от иерархической позиции, то есть $w(c_s, q) = c_s w(q)$, $g(h_s, q) = h_s g(q)$.

Утверждение 1. Если линейная функция вклада менеджера (9) и функция затрат (10) мультипликативно зависят от однородных степени γ функций h_s , c_s , и c_{fix} , то при оптимальном стимулировании прибыль центра (14) также является однородной функцией той же степени.

Доказательство. Вынося из-под интегралов h_s и c_s , преобразуем (14):

$$\begin{aligned} & \frac{h_s^{\beta/(\beta-1)}}{c_s^{1/(\beta-1)}} \beta - 1 \int_q^{\bar{q}} \left[\frac{1}{w(q) - w_q(q)H(q)} \right]^{1/(\beta-1)} g(q)^{\beta/(\beta-1)} f(q) dq - \\ & - c_{fix} \int_q^{\bar{q}} \frac{1}{q} (1 + H(q)/q) \} f(q) dq. \\ & h_s (y\mu_1, \dots, y\mu_k)^{\beta/(\beta-1)} / c_s (y\mu_1, \dots, y\mu_k)^{1/(\beta-1)} = \\ & = y^{\beta/(\beta-1) - \gamma/(\beta-1)} h_s (\mu_1, \dots, \mu_k)^{\beta/(\beta-1)} / c_s (\mu_1, \dots, \mu_k)^{1/(\beta-1)} = \\ & = y^\gamma h_s (\mu_1, \dots, \mu_k)^{\beta/(\beta-1)} / c_s (\mu_1, \dots, \mu_k)^{1/(\beta-1)}. \end{aligned}$$

Поскольку c_{fix} также является однородной степени γ функцией, то и все выражение (14) также однородно степени γ , то есть однородно зависит от иерархической позиции. Утверждение доказано. •

Значимость утверждения 1 заключается в том, что оно увязывает характеристики иерархической позиции с прибылью центра он найма менеджера на данную позицию. А именно, *оптимальное стимулирование сохраняет однородность*: если зависимость вклада и затрат менеджера от иерархической позиции имеет вид однородной функции, то зависимость прибыли центра от иерархической позиции также будет однородной функцией.

Как упомянуто выше, для однородных функций в [6] доказано, что максимум их суммы по всем менеджерам достигается на так называемых однородных деревьях: каждому менеджеру подчинено одно и то же количество заместителей, и распределение объемов работы между ними одинаково на всех уровнях (например, «всем заместителям поровну»). Соответственно,

максимум прибыли достигается при управленческой иерархии, имеющей вид однородного дерева, которое и будет *оптимальной иерархией*. Итак, доказано следующее следствие из утверждения 1.

Следствие 1. В условиях утверждения 1 при использовании центом оптимального механизма стимулирования менеджеров, оптимальная управленческая иерархия имеет вид однородного дерева.

По формуле (5) с учетом (13) можно рассчитать *информационную ренту менеджера*, имеющего тип q :

$$\begin{aligned}
 R_m(q) &= - \int_q^q \left\{ \frac{w_q(c_s, \tilde{q})}{\beta} \left[\frac{g(h_s, \tilde{q})}{w(c_s, \tilde{q}) - w_q(c_s, \tilde{q})H(\tilde{q})} \right]^{\beta/(\beta-1)} - \frac{c_{fix}}{\tilde{q}^2} \right\} d\tilde{q} = \\
 (15) \quad &= c_{fix}(1/q - 1/q) + \int_q^q \left\{ \frac{-w_q(c_s, \tilde{q})}{\beta} \left[\frac{g(h_s, \tilde{q})}{w(c_s, \tilde{q}) - w_q(c_s, \tilde{q})H(\tilde{q})} \right]^{\beta/(\beta-1)} \right\} d\tilde{q}.
 \end{aligned}$$

То есть менеджеру компенсируются его затраты и, сверх того, выплачивается информационная рента (15). Первое слагаемое в выражении (15) зависит от постоянных затрат менеджера и гиперболически растет с ростом типа менеджера. Поведение второго слагаемого зависит от конкретного вида функций $w(\cdot, \cdot)$, $g(\cdot, \cdot)$ и от распределения вероятностей типов.

4. Распределение Парето на рынке труда менеджеров

Предположим, что имеется некоторый рынок (множество кандидатов), из которого выбирается менеджер на рассматриваемую позицию в иерархии. Будем считать, что рассматривается множество кандидатов, в котором уже учтен первоначальный отсев, таким образом менеджер будет выбран из заданного множества случайным образом. При этом считаем множество достаточно большим, чтобы его можно было описывать с помощью плотности вероятности выбора менеджера того или иного типа. Рассмотрим так называемое *распределение Парето*

типов менеджеров, которое описывается следующими функциями распределения и плотности распределения.

$$(16) F(q) = 1 - \left(\frac{q_0}{q}\right)^\alpha, \quad f(q) = \frac{\alpha}{q_0} \left(\frac{q_0}{q}\right)^{1+\alpha},$$

где $H(q) = (1 - F(q)) / f(q) = q / \alpha$, $\alpha > 1$.

В (16) минимальный тип менеджера $\underline{q} = q_0$, а максимальный тип неограничен $\bar{q} = +\infty$. Плотность распределения типа гиперболически убывает, показатель степени α соответствует «степени информированности» о состоянии рынка: чем больше α , тем быстрее убывает плотность, то есть при больших α наибольшее количество менеджеров будут иметь тип, близкий к минимальному типу q_0 , и центр с большой вероятностью может ориентироваться на подобный тип.

Математическое ожидание типа (средний тип) равно $q_* = \alpha q_0 / (\alpha - 1)$, а дисперсия типа равна $(Mq)^2 / (\alpha - 2)$.¹ Соответственно, при большой степени информированности α средний тип близок к q_0 , а дисперсия близка к нулю. По мере снижения степени информированности до единицы средний тип неограниченно возрастает.

Распределение Парето часто встречается в математической статистике, в частности, при исследовании квалификации, способностей и т. п., то есть типа некоторой выборки людей, что и обуславливает интерес к исследованию данного распределения [9]. Кроме того, распределение Парето обладает свойством самоподобия – часть кривой от любого q до бесконечности с точностью до множителя повторяет всю кривую. Данное свойство значительно упрощает аналитическое решение задачи об оптимальном стимулировании менеджеров.

Для распределения Парето прибыль центра (14) имеет вид:

¹ Дисперсия существует лишь при $\alpha > 2$.

$$(17) R_p = \frac{\beta-1}{\beta} \alpha q_0^\alpha \int_{q_0}^{+\infty} \left[\frac{1}{w(c_s, q) - q w_q(c_s, q) / \alpha} \right]^{1/(\beta-1)} \frac{g(h_s, q)^{\beta/(\beta-1)}}{q^{1+\alpha}} dq - \frac{c_{fix}}{q_0}.$$

Для функций $h(q, \theta) = h_s \theta$ и $c(q, \theta) = c_s \theta^\beta / (q^{\beta-1} \beta) + c_{fix} / q$ получим $g(h_s, q) = h_s$, $w(c_s, q) = c_s / q^{\beta-1}$, $w_q(c_s, q) = -(\beta-1)c_s / q^\beta$, то есть:

$$(18) R_p = \frac{\beta-1}{\beta} \left[\frac{1}{1 + (\beta-1)/\alpha} \right]^{1/(\beta-1)} \frac{h_s^{\beta/(\beta-1)}}{c_s^{1/(\beta-1)}} \frac{\alpha}{\alpha-1} q_0 - \frac{c_{fix}}{q_0}.$$

Подставив $q_* = \alpha q_0 / (\alpha - 1)$, получим *прибыль центра*:

$$(19) R_p = \frac{\beta-1}{\beta} \left[\frac{1}{1 + (\beta-1)/\alpha} \right]^{1/(\beta-1)} \frac{h_s^{\beta/(\beta-1)}}{c_s^{1/(\beta-1)}} q_* - \frac{c_{fix}}{q_*} \frac{\alpha}{\alpha-1}.$$

Очевидно, что прибыль центра (19) растет по мере роста среднего типа q_* . На рис. 1 приведены графики зависимости (19) от информированности при фиксированном среднем типе $q_* = 1$ для $h_s = 2$, $c_s = 0,9$, $c_{fix} = 0,1$. Видно, что прибыль центра растет с ростом информированности. Приведенные примеры показывают, что при высокой информированности рост степени функции затрат β приводит к снижению прибыли центра. Однако при снижении информированности ключевую роль в затратах на стимулирование начинает играть информационная рента (см. рис. 2 ниже), которая снижается при росте β . Поэтому при малой информированности на рис. 1 кривые $\beta = 2$ и $\beta = 4$ пересекаются.

Поведение прибыли центра достаточно предсказуемое: *прибыль растет по мере роста среднерыночного типа менеджера, а также по мере роста информированности при фиксированном среднем типе*. Рост предсказуемости типа менеджера позволяет снизить информационную ренту, которую центр вынужден переплачивать менеджеру за сообщение достоверного типа. *Чем больше разброс типов на рынке труда (при фиксированном среднем), тем больше информационная рента, выплачиваемая центром на стимулирование менеджеров организации*. Для

доказательства этого факта достаточно рассчитать информационную ренту менеджера типа q , пользуясь (15):

$$(20) \quad R_m(q) = c_{fix}(1/q - 1/q_0) + \int_{q_0}^q \frac{(\beta-1)c_s / \tilde{q}^\beta}{\beta} \left[\frac{h_s}{c_s / \tilde{q}^{\beta-1} + (\beta-1)c_s / \alpha \tilde{q}^{\beta-1}} \right]^{\beta/(\beta-1)} d\tilde{q}$$

$$d\tilde{q} = c_{fix}(1/q_0 - 1/q) + \frac{\beta-1}{\beta} \left[\frac{1}{1 + (\beta-1)/\alpha} \right]^{\beta/(\beta-1)} \frac{h_s^{\beta/(\beta-1)}}{c_s^{1/(\beta-1)}} (q - q_0).$$

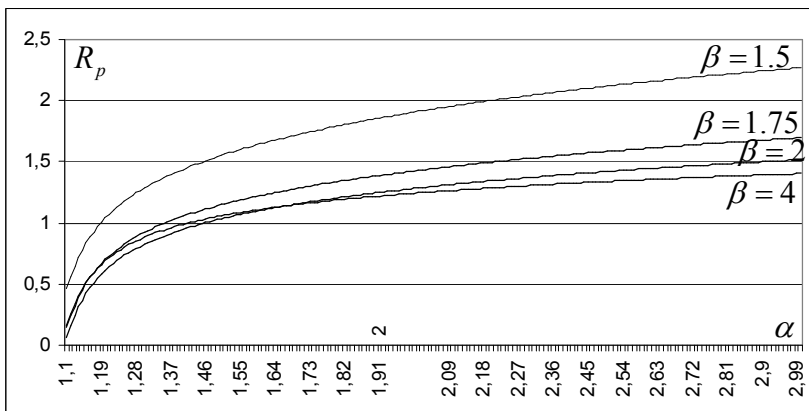


Рис. 1. Рост прибыли центра R_p по степени информированности α для различной эластичности β функции затрат

Для распределения Парето имеем $q_0 = q_*(\alpha - 1)/\alpha$. Для заданного q_* при росте степени информированности α растет и минимальный тип q_0 . Поэтому в (20) первое слагаемое уменьшается. Что касается второго слагаемого, то, поставив $q_0 = q_*(\alpha - 1)/\alpha$ и вычисляя производную по α , получим его уменьшение при условии $q < q_* + q_0/\beta$. Следовательно, для среднего типа информационная рента снижается при росте степени информированности центра.

Выпишем оптимальное действие (12) и подставим его в функцию затрат менеджера:

$$(21) \theta = \left[\frac{h_s}{c_s / q^{\beta-1} + (\beta-1)c_s / \alpha q^{\beta-1}} \right]^{1/(\beta-1)} = q \left[\frac{1}{1 + (\beta-1)/\alpha} \right]^{1/(\beta-1)} \frac{h_s^{1/(\beta-1)}}{c_s^{1/(\beta-1)}},$$

$$(22) c(q, \theta) = c_s \theta^\beta / q^{\beta-1} \beta + c_{fix} / q = \frac{c_{fix}}{q} + \frac{1}{\beta} \left[\frac{1}{1 + (\beta-1)/\alpha} \right]^{\beta/(\beta-1)} \frac{h_s^{\beta/(\beta-1)}}{c_s^{1/(\beta-1)}} q.$$

При фиксированном типе менеджера рост степени информированности α приводит к росту оптимального действия (21) и, соответственно, к росту затрат (22).¹

Проиллюстрируем указанные закономерности с помощью рис. 2, на котором горизонтальной штриховкой обозначена информационная рента (20), вертикальной – затраты (22), их сумма равна стимулированию менеджера. Изображен случай квадратичных затрат $\beta = 2$ и менеджера среднего типа $q = q_*$, все остальные параметры те же, что и на рис. 1 ($q_* = 1$ для $h_s = 2$, $c_s = 0,9$, $c_{fix} = 0,1$).

Из рис. 2 видно, что при малой информированности центра большая часть стимулирования затрачивается на информационную ренту, а не на компенсацию затрат. По мере роста информированности информационная рента (20) падает, а затраты (22) растут за счет роста оптимального действия менеджера (21), которое изображено на рис. 3.

¹ Сравнивая с (20) и (22), можно рассчитать отношение «переменной части» информационной ренты к переменным затратам $(\beta-1)(q-q_0)/q$ и отношение «постоянной части» ренты к постоянным затратам $(q-q_0)/q_0$. Легко заметить, что по мере роста q_0 оба выражения убывают при любом типе агента.

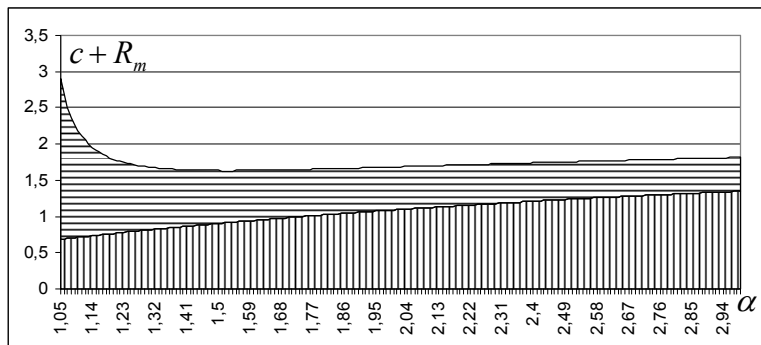


Рис. 2. Соотношение ренты менеджера R_m и его затрат c при росте информированности центра

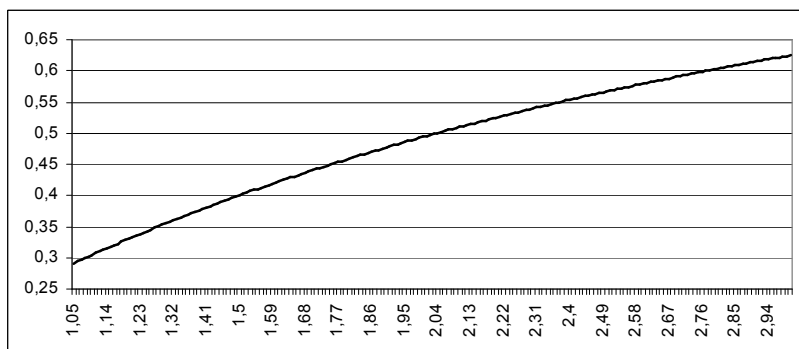


Рис. 3. Оптимальное действие θ менеджера при росте информированности центра α

Таким образом, *рост неопределенности приводит к росту информационной ренты менеджера среднего типа и к снижению его затрат, а, следовательно, и к увеличению доли информационной ренты в суммарном стимулировании менеджера.*

Из рис. 1 и рис. 2 видно, что по мере приближения информированности центра к минимальной $\alpha = 1$ фактически весь вклад менеджера уходит на его стимулирование, связанное с

наличием персональной информации, а не с компенсацией реальных затрат.

5. Зависимость типа менеджера от позиции в иерархии

В теории контрактов рассматривается проблема найма одного агента (*principal-agent problem*) в условиях неопределенности о его типе и неблагоприятного отбора (*adverse selection*). Предмет данной работы – стимулирование менеджеров многоуровневой иерархии. В идеале всех менеджеров необходимо рассматривать как коллектив, учитывая сложные взаимовлияния действий менеджеров на затраты и вклад остальных членов коллектива. Однако даже для двухуровневой иерархии данная задача решена лишь в частных случаях (см., например, [8]). Для решения задачи совместной оптимизации многоуровневой иерархии и механизмов стимулирования необходимо вводить упрощающие допущения. В данной работе предполагается *аддитивность прибыли*: прибыль организации представима в виде суммы вкладов отдельных менеджеров, причем вклад конкретного менеджера не зависит от действий остальных менеджеров. Аналогично предполагается *аддитивность затрат*.

Предположение об аддитивности является довольно сильным. Однако достаточно предполагать его выполнение не при любых действиях менеджеров, а лишь при отклонении действия одного менеджера от планового с сохранением плановых действий остальными менеджерами. Такая «окрестностная аддитивность» может соответствовать функционированию организации «в окрестности» планового вектора действий менеджеров. Вклад и затраты отдельного менеджера в этом случае можно определить как отклонение его действия от планового с сохранением действий остальных. Поскольку в результате находится максимально прибыльная иерархия, все менеджеры которой честно

сообщают свой тип, а их действия наблюдаются¹, то из соображений рациональности менеджер будет выбирать именно плановое действие. Таким образом, полученное оптимальное решение как раз и будет являться той точкой, в окрестности которой выполнено предположение об аддитивности. Отдельный вопрос – возможность сговора менеджеров с согласованным отклонением от плановых действий с целью изменения самих функций вклада и прибыли за счет внесения нестабильности в функционирование организации (согласованного отхода от планового вектора). Подобные согласованные действия коллектива менеджеров вопреки интересам организации рассматриваться в настоящей работе не будут.

Итак, в предположении аддитивности функции затрат и вклада задача об оптимальном стимулировании решается отдельно для каждого менеджера так, как показано выше. Исследуем зависимость полученного решения от позиции в иерархии. Из практики известно, что, как правило, более квалифицированные и опытные менеджеры занимают более высокие позиции в иерархии. Для учета этого эффекта в модели необходимо допустить, чтобы менеджеры разных позиций могли выбираться из различных рынков труда. В этом случае можно найти оптимальный рынок и *оптимальный средний тип менеджера (оптимальный тип)* в зависимости от уровня в иерархии управления. Опишем предлагаемую модель подробнее.

Если «рынок» менеджеров фиксирован и на разные позиции в иерархии нанимается случайным образом пришедший с одного и того же рынка менеджер, то очевидно, что в среднем тип будет одним и тем же, а вообще – случайной величиной с известным распределением. На практике рынок менеджеров сегментирован в соответствии с уровнем в иерархии (от топ-

¹ Например, непосредственными начальниками. Затраты на осуществление контроля за непосредственными подчиненными могут быть учтены в функции затрат менеджера.

менеджеров до менеджеров низшего звена¹). Минимальные квалификационные требования для приема на работу растут с ростом уровня иерархии. Однако и неопределенность по поводу типа менеджера растет с ростом уровня. Если для менеджера низшего уровня можно разработать стандартную анкету, которая позволит с высокой вероятностью выяснить соответствие кандидата позиции, то для топ-менеджера оценка соответствия производится в результате личных переговоров и субъективных мнений.

В рамках распределения Парето вышеописанную практическую закономерность можно моделировать с помощью *принципа неопределенности*: *степень информированности α снижается с ростом среднего типа менеджера q_** , то есть α является монотонно убывающей функцией среднего типа q_* (и наоборот).

Проиллюстрируем принцип неопределенности на рис. 4 для зависимости $q_* = 1/\alpha$, которая используется ниже в примере 1. Видно, что при высокой информированности $\alpha = 3$ большая часть менеджеров имеет низкий тип. А именно, менеджеры с типом $q < 0,355$ встречаются чаще в случае высокой информированности $\alpha = 3$, чем в случае низкой $\alpha = 1,5$. Для менеджеров высокого типа $q > 0,355$ ситуация обратная. То есть центр вынужден жертвовать потерей информированности, если хочет получить более квалифицированных менеджеров. На рис. 4 снижение α от 3 до 1,5 приводит к росту среднего типа q_* от 0,33 до 0,66. При этом минимальный тип $q_0 = q_*(\alpha - 1)/\alpha$ не изменяется и остается равным 0,22.

¹ Данный тезис подтверждается хотя бы существованием специализированных кадровых агентств: от «поточного» метода работы при отборе менеджеров нижнего уровня до сугубо индивидуальной работы с топ-менеджерами.

Таким образом, будем считать, что центр в состоянии выбрать больший средний тип q_* за счет роста степени неопределенности α . При этом встает ключевой вопрос о том, как зависит оптимальный средний тип от позиции в иерархии?

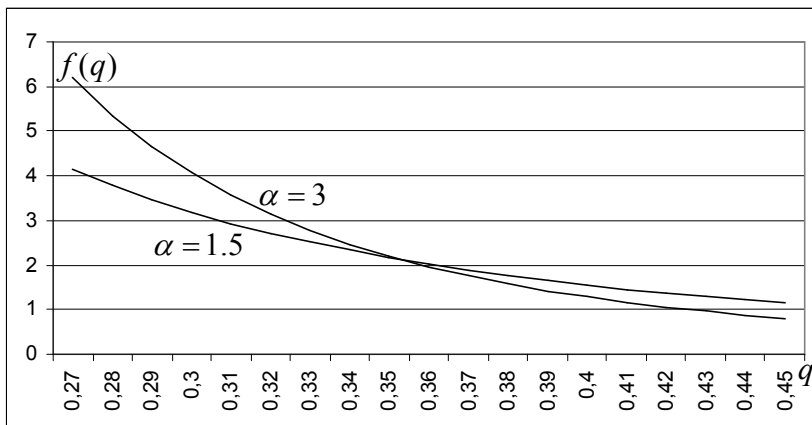


Рис. 4. Плотность вероятности типа $f(q)$ для различных степеней информированности α

В выражении (19) вынесем за скобку c_{fix} :

$$R_c = c_{fix} \left\{ \frac{\beta - 1}{\beta} \left[\frac{1}{1 + (\beta - 1)/\alpha} \right]^{1/(\beta-1)} \frac{h_s^{\beta/(\beta-1)}}{c_s^{1/(\beta-1)} c_{fix}} q_* - \frac{1}{q_*} \frac{\alpha}{\alpha - 1} \right\}.$$

Множитель c_{fix} не зависит от α и q_* . Максимизируя по α и q_* с учетом принципа неопределенности, получим оптимальные α и q_* , которые могут зависеть только от β и от $h_s^{\beta/(\beta-1)} / c_{fix} c_s^{1/(\beta-1)}$. Таким образом, оптимальная степень информированности α и оптимальный средний тип q_* могут меняться для различных иерархических позиций только при изменении $h_s^{\beta/(\beta-1)} / c_{fix} c_s^{1/(\beta-1)}$. При этом выше задача об оптимальной иерархии была решена для однородной функции, для которой величина $h_s^{\beta/(\beta-1)} / c_{fix} c_s^{1/(\beta-1)}$

постоянна. Следовательно, в условиях утверждения 1 и распределения Парето оптимальной управленческой иерархией является однородное дерево с одинаковым средним типом менеджера на всех уровнях. Однако даже в этом наиболее простом случае интересно исследовать зависимость оптимального типа менеджера (общего для всей иерархии) от «результативности» – величины $h_s^{\beta/(\beta-1)} / c_{fix} c_s^{1/(\beta-1)}$, определяющей вклад менеджера по отношению к затратам.

При $c_{fix} = 0$ в выражении прибыли центра (19) величина $h_s^{\beta/(\beta-1)} / c_s^{1/(\beta-1)}$ является множителем, причем другой сомножитель не зависит от позиции в иерархии. Поэтому при отсутствии постоянных затрат оптимальна иерархия с одинаковым средним типом менеджера на всех уровнях, то есть α и q^* не зависят от h_s и c_s . При этом оптимальная иерархия может быть неоднородной если $h_s^{\beta/(\beta-1)} / c_s^{1/(\beta-1)}$ является неоднородной функцией.

Итак, построенная модель позволит описывать рост типов вышестоящих менеджеров в следующих случаях:

1. Постоянные затраты отличны от нуля и результативность $h_s^{\beta/(\beta-1)} / c_{fix} c_s^{1/(\beta-1)}$ не является константой¹.

2. Функция h_s или c_s не является мультипликативной.

Проиллюстрируем пункты 1 и 2 соответствующими примерами.

Пример 1. Зависимость оптимального типа от результативности.

Рассмотрим случай распределения Парето, линейной функции вклада $h(q, \theta) = h_s \theta$ и квадратичной функции затрат $c(q, \theta) = c_s \theta^2 / 2q + c_{fix} / q$. В этом случае прибыль центра определяется выражением (19). Вынося c_{fix} за скобку, обозначая результативность через x и учитывая $\beta = 2$, получим:

¹ Например, при однородных функциях h_s , c_s и c_{fix} разной степени.

$$(23) R_p = c_{fix} \left\{ \frac{1}{2} \frac{\alpha}{\alpha+1} x q_* - \frac{1}{q_*} \frac{\alpha}{\alpha-1} \right\}.$$

Рассмотрим принцип неопределенности на примере гиперболического убывания среднего типа $q_* = 1/\alpha$ по мере роста степени информированности α . То есть ценой роста среднего типа от 0 до 1 является снижение информированности α от бесконечной до минимальной (равной единице). Подставим в (23) $q_* = 1/\alpha$:

$$(24) R_p = c_{fix} \left\{ \frac{1}{2} \frac{1}{\alpha+1} x - \frac{\alpha^2}{\alpha-1} \right\}.$$

Приравняем к нулю производную по α : $-\frac{x}{2(\alpha+1)^2} - \alpha \frac{\alpha-2}{\alpha-1} = 0$.

При $\alpha \geq 2$ производная отрицательна, то есть прибыль центра R_p убывает при росте α свыше двойки. При $1 < \alpha < 2$ имеем $\alpha \frac{(2-\alpha)(\alpha+1)^2}{\alpha-1} = \frac{x}{2}$. Слева функция, убывающая от бесконечности до нуля, поэтому максимум прибыли (24) единственен, расположен на интервале $1 < \alpha < 2$ и убывает при росте x .

Проиллюстрируем данный результат на рис. 5. Рассмотрим те же значения затрат, что и выше на рис. 1 и рис. 2: $c_s = 0,9$, $c_{fix} = 0,1$. Изобразим три кривые (24) для значений коэффициента вклада $h_s = 1,75; 2; 2,25$, которые при квадратичных затратах $\beta = 2$ соответственно приводят к результативности $x = 34; 44; 56$. Видно, что при росте результативности данной иерархической позиции оптимальная информированность убывает $\alpha = 1,53; 1,47; 1,42$ за счет найма более квалифицированных менеджеров с соответствующими средними типами $q_* = 0,65; 0,68; 0,70$.

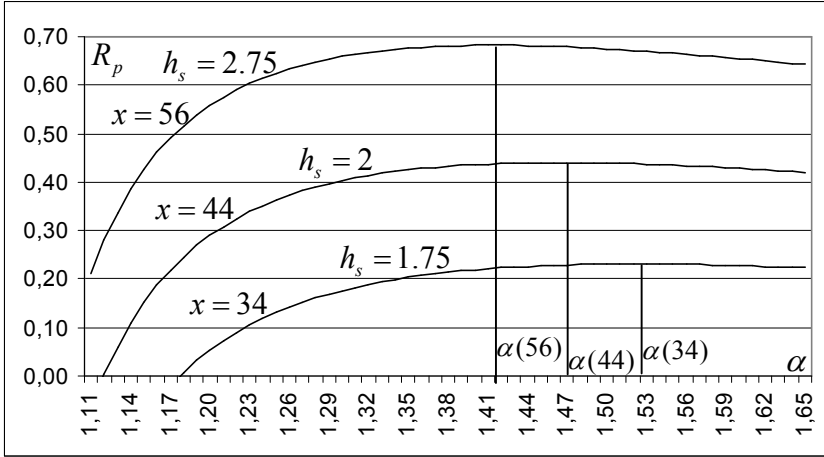


Рис. 5. Снижение оптимальной информированности α при росте результативности x

Итак, доказано, что по мере роста результативности¹ $x = h_s^{\beta/(\beta-1)} / c_{fix} c_s^{1/(\beta-1)}$ оптимальная информированность убывает от двойки до единицы, при этом оптимальный тип менеджера соответственно возрастает от одной второй до единицы². Таким образом, пример показывает, что по мере роста результативности управления выгодно нанимать более профессиональных менеджеров, несмотря на большую неопределенность и боль-

¹ Как отмечено выше, в модели рост $x = h_s^{\beta/(\beta-1)} / c_{fix} c_s^{1/(\beta-1)}$ может описываться, например, степенью однородности вклада менеджера h_s , большей, чем степень однородности затрат c_s или c_{fix} .

² Несложно также подобрать пример, при котором оптимальная информированность меняется в большем диапазоне. Модифицируем гиперболическую зависимость: $q_* = 1 + (\bar{q} - 1) / \alpha$. В результате средний тип будет меняться от единицы до некоторого максимального типа $2 < \bar{q} < 4$. Здесь уже рост результативности будет снижать оптимальную информированность от бесконечности до единицы.

шую информационную ренту. Данный вывод хорошо согласуется с наблюдаемой практикой. По мере роста иерархической позиции резко растет значимость принимаемых менеджером решений, что приводит к росту результативности и требований к менеджерам более высоких типов. Чем более важна функция менеджмента, т.е. чем большую потенциальную отдачу может принести менеджер, тем выгоднее нанимать более профессиональных менеджеров и, кроме компенсации затрат, выплачивать все большую премию за незнание истинного типа менеджера и необходимость стимулировать честное поведение. При этом, как отмечено выше, доля премии менеджера среднего типа по отношению к его затратам будет расти. Таким образом, *рост результативности управления приводит ко все более высокой прибыли менеджера на единицу его затрат.*

Пример 2. Немультимпликативная функция вклада

Рассмотрим случай распределения Парето и квадратичной функции затрат $c(q, \theta) = c_s \theta^2 / 2q$ с нулевыми постоянными затратами, то есть $w(c_s, q) = c_s / q$. Функцию же вклада несколько усложним, положив $h(q, \theta) = \theta g(h_s, q) = \theta \sqrt{h_s - 1/q}$. Таким образом, $g(h_s, q) = \sqrt{h_s - 1/q}$, поэтому функция $g(h_s, q)$ непредставима в мультипликативном виде $h_s g(q)$. Вклад менеджера возрастает по мере роста его типа (а не только действия θ).

Прибыль центра определяется выражением (17):

$$\begin{aligned} R_p &= \frac{\alpha}{2} q_0^\alpha \int_{q_0}^{+\infty} \frac{1}{(1+1/\alpha)c_s/q} \frac{h_s - 1/q}{q^{1+\alpha}} dq = \frac{1}{2c_s} \frac{\alpha^2}{\alpha+1} q_0^\alpha \int_{q_0}^{+\infty} \frac{h_s - 1/q}{q^\alpha} dq = \\ &= \frac{1}{2c_s} \frac{\alpha^2}{\alpha+1} q_0^\alpha \left\{ \int_{q_0}^{+\infty} \frac{h_s}{q^\alpha} dq - \int_{q_0}^{+\infty} \frac{1}{q^{\alpha+1}} dq \right\} = \frac{1}{2c_s} \frac{\alpha^2}{\alpha+1} q_0^\alpha \left\{ \frac{h_s}{(\alpha-1) q_0^{\alpha-1}} - \right. \\ &\left. - \frac{1}{\alpha q_0^\alpha} \right\} = \frac{1}{2c_s} \frac{\alpha}{\alpha+1} \left\{ \frac{h_s \alpha}{(\alpha-1) q_0} - 1 \right\} = \frac{1}{2c_s} \frac{\alpha}{\alpha+1} (h_s q_* - 1). \end{aligned}$$

Аналогично мультипликативным функциям, *прибыль центра линейно растет по мере роста среднего типа менеджера*

q_* , а при фиксированном типе растет по мере роста степени информированности α .

В случае гиперболического принципа неопределенности $q_* = 1/\alpha$ падение среднего типа оказывается слишком резким, поэтому оптимальна минимальная информированность независимо от h_s . Рассмотрение зависимости вида $q_* = b + 1/\alpha$ при достижении определенного порога параметра b дает резкое изменение в противоположную сторону, когда оптимальной будет полная информированность и минимальный средний тип. Поэтому в данном примере гиперболический принцип неопределенности не выявляет внутреннего оптимального типа менеджера. Однако для некоторых логарифмических зависимостей существует внутреннее оптимальное решение аналогично примеру 1.

6. Заключение

В работе поставлена и для частных случаев решена задача **совместной** оптимизации многоуровневой организации, включая структуру управления, состав менеджеров и механизмы их стимулирования в условиях неопределенности.

Главный математический результат работы – утверждение 1 – связывает характеристики иерархической позиции (коэффициент вклада h_s , коэффициент переменных затрат c_s , коэффициент постоянных затрат c_{fix}) с прибылью, которую менеджер приносит организации при оптимальном стимулировании. А именно, для мультипликативных зависимостей от позиции в иерархии в «классическом» случае (линейный вклад менеджера и затраты вида Кобба-Дугласа с постоянной частью) однородность функций, характеризующих иерархическую позицию, влечет однородность функции прибыли центра, что позволяет применить аналитический аппарат [6] для поиска *эффективной многоуровневой иерархии, обеспечивающей максимум прибыли*.

Для типов менеджеров, распределенных по Парето, введено и формализовано понятие степени информированности центра.

Показано, что в «классическом» случае прибыль центра растет по мере роста среднерыночного типа менеджера, а также растет по мере роста информированности при фиксированном среднем типе. Кроме того, чем выше неопределенность, тем больше средняя информационная рента (премия), выплачиваемая центром на стимулирование менеджеров организации, и больше доля премии в суммарном стимулировании менеджера. Можно проверить, что данные закономерности остаются справедливыми и для многих «неклассических» функций затрат и вклада, что позволяет выдвинуть гипотезу о справедливости полученных результатов в более общем случае.

Для распределения Парето предложен *принцип неопределенности*: степень информированности снижается с ростом среднерыночного типа менеджера. При этом возникает задача выбора: снизить неопределенность за счет набора худших менеджеров или поступить наоборот. Ответ на этот вопрос зависит от многих факторов, в частности – от *результативности* – потенциального вклада в прибыль на единицу затрат менеджера. Показано, что модель может описывать рост типов вышестоящих менеджеров только при ненулевых постоянных затратах и непостоянной результативности или при немультимпликативных функциях вклада и затрат, приведены соответствующие примеры. В частности показано, что по мере роста результативности управления выгодно нанимать более профессиональных менеджеров, несмотря на большую неопределенность и большую информационную ренту, что приводит к более высокой премии на единицу затрат менеджера на более высоких позициях.

При построении модели считается, что известны функции вклада h_s и затрат c_s , c_{fix} , которые характеризуют собственно иерархическую позицию без привязки к персоналиям менеджеров. Зная h_s , c_s и c_{fix} , можно рассчитать все остальные параметры, а именно определить, на каком рынке нужно нанимать менеджера на данную позицию, какое действие от него потребовать на основании сообщенного типа, какое стимулирование выплатить для честного сообщения о типе, и какую прибыль в

конечном итоге все это принесет организации. Зная функцию прибыли для любой потенциально возможной позиции, с использованием результатов [3-7, 10, 11] можно построить собственную оптимальную иерархию, в которой будут фигурировать лишь необходимые иерархические позиции.

Заслуживает пристального внимания обратная задача – идентификация h_s , c_s , c_{fix} на основании имеющихся управленческих иерархий данной отрасли, вида бизнеса, сегмента и т. п. в зависимости от цели исследования. Проблема идентификации состоит в том, что напрямую измерить характеристики иерархической позиции проблематично, поскольку, как правило, исследователь имеет дело с характеристиками конкретного менеджера, занимающего данную позицию. Аппарат данной работы может быть полезен, в том числе, для отделения персональных характеристик и нахождения h_s , c_s , c_{fix} .

Предположим, что известен ключевой показатель деятельности – KPI, а точнее, для приведения к единой размерности, известен *процент выполнения KPI*, который можно считать действием менеджера θ . Также будем считать известным *общее количество отработанных часов, включая процент вспомогательного (непроизводительного) времени*, что позволяет оценить соотношение постоянных c_{fix} и переменных c_s затрат. Снижение числа отработанных часов возможно либо при росте типа, либо при уменьшении действия. В первом приближении можно считать, что число часов продуктивной работы равно θ/q , что с учетом измеренного θ позволяет рассчитать тип менеджера q . Кроме того, логично предположить, что затраты менеджера, которые центр вынужден компенсировать, достаточно хорошо коррелируют с постоянной частью заработной платы (без учета премий). В результате из уравнения затрат можно найти¹ c_s и c_{fix} .

Предположим, что известен некоторый *денежный эквивалент работы, выполненной подразделением менеджера* (напри-

¹ При известном β , например, при квадратичных затратах.

мер, объем производства или продаж). Считая его равным вкладу менеджера для линейной зависимости $h(q, \theta) = \theta h_s$, можно оценить h_s .

В работах [3-7, 10, 11] предложен целый ряд аналитических секционных функций. Возможно, на основании эмпирических данных о h_s , c_s , c_{fix} удастся определить, какой класс функций наиболее хорошо описывает практически имеющиеся величины, как изменяются параметры функции в зависимости от характеристик реальной организации (размер, отрасль и т. п.).

Литература

1. БУРКОВ В. Н., НОВИКОВ Д. А. *Теория активных систем: состояние и перспективы*. М.: СИНТЕГ, 1999.
2. ВОРОНИН А. А., ГУБКО М. В., МИШИН С. П. НОВИКОВ Д. А. *Математические модели организаций*. М.: ЛЕНАНД, 2008.
3. ВОРОНИН А. А., МИШИН С. П. *Алгоритмы поиска оптимальной структуры организационной системы* // *АиТ*. 2002. №5. С. 120-132.
4. ВОРОНИН А. А., МИШИН С. П. *Модель оптимального управления структурными изменениями организационной системы* // *АиТ*. 2002. №8. С. 136-150.
5. ВОРОНИН А. А., МИШИН С. П. *Оптимальные иерархические структуры*. М.: ИПУ РАН, 2003.
6. ГУБКО М.В. *Математические модели оптимизации иерархических структур*. М.: ЛЕНАНД, 2006.
7. ГУБКО М. В. *Структура оптимальной организации континуума исполнителей* // *АиТ*. 2002. №12. С. 116-130.
8. КОРГИН Н. А. *Неманипулируемые механизмы обмена в активных системах*. М.: ИПУ РАН, 2003.
9. КОРГИН Н. А., НОВИКОВ Д. А. *Задача стимулирования в условиях внутренней неопределенности о типах агентов, описываемых распределением Парето* // *Системы управления и информационные технологии*. 2006. №4(26). С. 66-69.

10. МИШИН С. П. *Оптимальное стимулирование в многоуровневых иерархических структурах* // АиТ. 2004. №5. С. 96-119.
11. МИШИН С. П. *Оптимальные иерархии управления в экономических системах*. М.: ИПУ РАН, 2004.
12. НОВИКОВ Д. А. *Теория управления организационными системами*. М.: МПСИ, 2005.
13. GROSSMAN S., HART O. (1983) *An Analysis of the Principal-Agent Problem* // *Econometrica*. 1983. 51, No. 1. P. 7-45.
14. GROSSMAN S., HART O. *Implicit Contracts Under Asymmetric Information* // *Quarterly Journal of Economics*. 1982. No. 1. P. 110-124.
15. HARRIS M., RAVIV A. *Organization Design* // *Management Science*. 2002. No. 7.
16. MELUMAD D. N., MOOKHERJEE D., REICHELSTEIN S. *Hierarchical Decentralization of Incentive Contracts* // *The Rand Journal of Economics*. 1995. No. 4(26). P. 654-672.
17. MINTZBERG H. *The structuring of organizations*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1979.

OPTIMAL INCENTIVE OF MANAGERS WITH UNCERTAIN TYPES IN MULTI-TIER FIRM

Sergey Mishin, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand.Sc. (smishin@newmail.ru).

Abstract: optimal incentive problem is solved for managers with uncertain types (skills, efficiency etc.) in multi-tier firm. We have found functions of manager's salary and type depending on his or her position in multi-tier hierarchy. Particularly we have proven that higher position causes more qualified managers with more salary. For any manager's cost and manager's efficiency functions the optimal incentive function has been found. For defined class of

functions most efficient (optimal) multi-tier hierarchy can be found by previously developed optimization methods.

Keywords: optimal, incentive, manager, multi-tier, firm, uncertain types.

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии А.А. Ворониным*

УДК 681.3
ББК 78.34

ПРОЕКТНЫЙ ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ СТРУКТУРНОЙ МОДЕЛИ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

Жигульский К.В.¹

(ООО «Ангстрем», Воронеж)

Кравец О.Я.²

(Воронежский государственный технический
университет, Воронеж)

Соляник А.И.³

(Воронежский филиал Академии стандартизации,
метрологии и сертификации, Воронеж)

Описана структурная модель распределенного предприятия, основанная на проектном подходе к структурированию процессов его функционирования. Для описания модели используется разработанный предметно-ориентированный понятийный аппарат в сочетании с традиционным математическим аппаратом теории множеств и теории графов.

Ключевые слова: структурная модель, распределенное предприятие, проектный подход.

¹ Константин Владимирович Жигульский, кандидат технических наук (kzhig@gela-it.ru).

² Олег Яковлевич Кравец, доктор технических наук (ok@sbook.ru).

³ Анатолий Иванович Соляник, кандидат технических наук (asms@asms.org.ru).

1. Объекты модели

Основные объекты модели – *продукт, платформа и проект*.

Основной задачей функционирования распределенного предприятия является создание продуктов. Понятие продукта обобщает такие разнородные понятия, как произведенная продукция, выполненные работы, оказанные услуги, созданные объекты и др. Для создания продуктов предприятие потребляет (использует) ресурсы, часть из которых поступает из внешней по отношению к предприятию среды, а часть потребляется из запасов.

Продукты делятся на два типа: *new* и *mix*. К типу *new* относятся вновь создаваемые в рассматриваемом периоде продукты. К типу *mix* относятся продукты, получаемые объединением, смешиванием продуктов типа *new* одной номенклатуры между собой или с запасами (переходящими остатками), оставшимися от предыдущего периода.

Платформа есть то, посредством чего или где создается продукт (продукты); это понятие объединяет (обобщает) такие понятия, как единица технологического оборудования, структурное подразделение, предприятие в целом и т.д.

Платформы и продукты есть первичные объекты модели, а проект есть пара (платформа, продукт), где продукт, возможно, является составным набором продуктов. Далее рассматривается набор продуктов и структура платформ за период, соответствующий *периоду процесса создания продуктов*.

Пусть Q – множество платформ, P – множество продуктов, $G = P \cup Q$ – совокупность первичных объектов модели (множество платформ–продуктов). Во множестве G введем отношение частичного упорядочения $q \succ s$ (q «старше» s): если $q, s \in Q$, то это означает, что платформа s является частью платформы q , если же $q \in Q, s \in P$, то $q \succ s$ означает, что продукт s производится на платформе q ; в остальных случаях отношение не определено. Ясно, что в G существует наибольший элемент k , пред-

ставляющий всю систему. Поскольку множество G конечно, для любого $g \neq k$ существует непосредственный предок, т.е. такой элемент $q = \text{pred}(g)$, что, во-первых, $q \succ g$, а во-вторых, не существует такого s , что $q \succ s \succ g$. Если $g \in P$, то $\text{pred}(g)$ есть платформа, на которой непосредственно производится продукт g ; такую платформу назовем производящей платформой продукта g .

Кроме *структурного отношения* частичного упорядочения между объектами модели определяется *отношение потребления*: если $p \in P$, $g \in G$, то отношение $p \rightarrow g$ означает, что продукт p потребляется (целиком или частично) продуктом или платформой g .

Набор $\Omega = (Q, P, \succ, \rightarrow)$ назовем *схемой модели*, поскольку этот набор полностью определяет объекты модели и связи между ними, но не отражает содержательную информацию, связанную с этими объектами.

Схема модели может быть представлена в форме *графа модели* – ориентированного графа Γ (рис. 1), определяемого следующим образом: элементы множества G , связанные дугами $(\text{pred}(g), g)$, образуют *дерево платформ-продуктов* T_{QP} , которое дополняется дугами-прошивками, связывающими узлы, находящиеся в отношении $p \rightarrow g$.

Пусть $G = \{x_i\}_{i=1}^{N_P+N_Q+1}$, где N_Q есть число платформ, N_P – число продуктов, причем можно считать, что $x_i = q_i$ при $1 \leq i \leq N_Q$ и $x_i = p_{i-N_Q-1}$ при $i > N_Q$. Определим матрицу инцидентности для графа модели Γ : $A = \{a_{ij}\}_{i,j=0}^{N_P+N_Q+1}$, где $a_{ij} = 1$ если $(i < j \leq N_Q$ и $q_i = \text{pred}(q_j)$) или $(i \leq N_Q, j > N_Q$ и $q_i = \text{pred}(p_{i-N_Q-1}))$, или $(i > N_Q, j \leq N_Q$ и $p_{i-N_Q-1} \rightarrow q_j)$, или $(i > N_Q, j > N_Q$ и $p_{i-N_Q-1} \rightarrow p_{j-N_Q-1})$, в остальных случаях $a_{ij} = 0$.

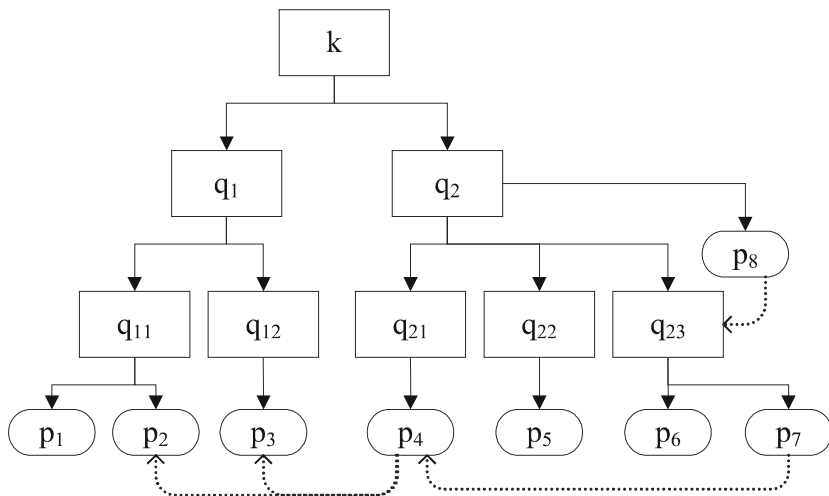


Рис. 1. Граф модели

2. Поток модели

Карта узла есть свод всей информации, связанной с узлом. Карта узла-платформы содержит следующие характеристики: наименование (идентификатор) платформы; платформа – непосредственный предок; для корня дерева T_{QP} это «пустая» платформа Λ – специальный элемент множества Q , используемый для единообразия в ситуациях, когда платформа не существует; карта ресурсов узла.

Карта ресурсов содержит информацию о ресурсах, потребляемых платформой для обеспечения ее функционирования в рассматриваемом периоде. Карта узла-продукта содержит следующую информацию: наименование (идентификатор); номенклатура (вид продукта); производящая платформа; тип продукта; объем продукта (в количественном и/или суммовом выражении); использование продукта: список пар (потребитель, потребляемый объем); сопутствующие продукты: список троек

(номенклатура, объем, потребитель); конечное состояние; начальное состояние; карта ресурсов.

Предполагается, что два элемента множества P одного типа, имеющие общую производящую платформу, относятся к разным номенклатурам. Это означает, что элемент $p \in P$ представляет весь продукт определенной номенклатуры и определенного типа, создаваемый непосредственно на некоторой платформе. Из сказанного следует, что продукт $p \in P$ однозначно определяется тройкой (номенклатура, платформа, тип).

Под объемом продукта типа *new* подразумевается объем законченного производством продукта без учета незавершенного производства.

Конечное состояние узла-продукта – это остаток на конец рассматриваемого периода: для продукта типа *mix* это объем запаса продукта, а для продукта типа *new* – незавершенное производство, представляемое в формате карты ресурсов, т.е. в разрезе использованных ресурсов. Начальное состояние – это конечное состояние аналогичного продукта на конец предыдущего периода.

Если продукт частично (полностью) является конечным продуктом, т.е. потребляется во внешней среде, то один из потребителей (единственный потребитель) в списке использования продукта определяется как «внешний».

Создание продукта p типа *new* может сопровождаться созданием сопутствующих продуктов; эти продукты представляются в модели тем же узлом, что и основной продукт, информация о них отражается в карте узла p . Карта ресурсов содержит информацию о ресурсах, используемых для создания продукта. Карта ресурсов узла-продукта типа *new* состоит из нескольких разделов. Структура карты ресурсов приведена в таблице 1.

Таблица 1

Ресурсы	Объем	
	Стоимость	Количество
• Собственная стоимость		
▪ статья ресурсов		
✓ ресурс		
...		
• Сопутствующая продукция		
▪ сопутствующая продукция		
✓ продукт		
...		
• Косвенные ресурсы		
✓ статья ресурсов		
✓ ...		
• Полная стоимость		

3. Ресурсное назначение модели

Одно из назначений модели – расчет стоимости продуктов, создаваемых системой, исходя из стоимости потребляемых системой ресурсов – как запасов, т.е. ресурсов, имеющих к началу периода, так и приобретаемых и производимых в рассматриваемом периоде.

Система потребляет ресурсы на обеспечение функционирования платформ и непосредственно на продукты, т.е. ресурсы связаны с узлами модели. Суммарное стоимостное выражение совокупности ресурсов, потребленных узлом, назовем его *собственной стоимостью*, а составляющие ее ресурсы – *собственными*, или *прямыми* ресурсами узла. Наряду с собственными ресурсами в стоимость продуктов включаются *косвенные* ресурсы, получаемые распределением (отнесением) ресурсов платформ на производимые на этих платформах продукты. Вместе с собственной стоимостью косвенные ресурсы составляют *полную стоимость* (стоимость) узла-продукта. Для узла-платформы полная стоимость совпадает с собственной стоимостью.

Собственные ресурсы узла разделим на *первичные* и *вторичные ресурсы*: вторичные ресурсы состоят в потреблении продуктов, создаваемых (любым способом, т.е. продуктов как типа new, так и типа mix) в текущем периоде, остальные ресурсы относятся к первичным. Первичными ресурсами, в частности, является потребление переходящего остатка – начального состояния продукта. Вторичные ресурсы включаются в собственную стоимость любого узла по полной стоимости потребляемого продукта.

Ресурсы узла отражаются в карте ресурсов, где **группируются по разделам** (собственные ресурсы, сопутствующая продукция, косвенные ресурсы) и **статьям**.

Реализуется следующий принцип распределения ресурсов платформ на создаваемые на них продукты: ресурсы некоторой платформы относятся на ту часть создаваемых на этой платформе продуктов, которая используется вне этой платформы.

Рассмотрим пример, изображенный на рис. 2. Согласно сформулированному принципу в процессе распределения ресурсов платформ происходит следующее:

1. ресурсы L_1 относятся на весь продукт A и распределяются пропорционально объему между его частями A_1 и A_2 ;
2. ресурсы L_2 относятся целиком на продукт B_1 ;
3. ресурсы C_1 распределяются между продуктами A_2 и B_1 , используемыми вне этой платформы;
4. ресурсы C_2 целиком относятся на продукт B_2 ;
5. ресурсы H распределяются между конечными продуктами B_1 и B_2 .

Формализация и реализация (алгоритмизация) принципа распределения ресурсов требует декомпозиции графа Γ путем разбиения продуктов – элементов множества P на составляющие их элементарные продукты в соответствии с фактом и местом их потребления.

Калькуляционным графом модели назовем граф K , удовлетворяющий условию (α): каждый виртуальный узел-продукт графа K либо потребляется *целиком* некоторым узлом (продук-

том или платформой) графа K , либо является конечным продуктом, потребляемым во внешней среде, либо представляет конечное состояние некоторого продукта-номенклатуры (рис. 3).

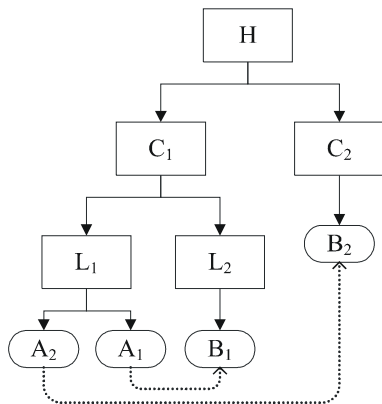


Рис. 2.

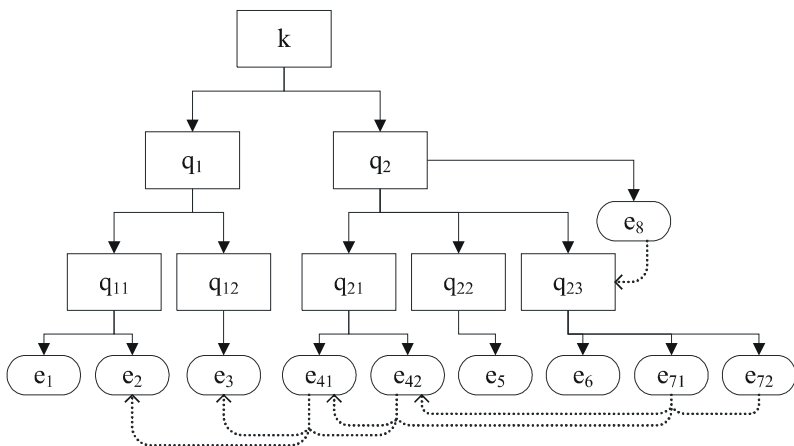


Рис. 3. Калькуляционный граф

Обозначим матрицу инцидентности графа K через $A' = \{a'_{ij}\}_{i,j=1}^{N_Q+N_E+1}$, где N_E есть число элементарных продуктов после декомпозиции. В терминах матрицы A' свойство (α) означает, что $\sum_{j=1}^{N_Q+N_E+1} a'_{ij} \leq 1$ при $i > N_Q$.

Пусть $p \in P$ – произвольный продукт. Сопоставим ему набор $\text{dec}(p) = \{p^i, i = 0, \dots, m_p\}$ элементарных (виртуальных – в отличие от реальных продуктов из P) продуктов, определяемых следующим образом:

- виртуальный продукт $p^0 = \text{gem}(p)$ представляет конечное состояние продукта p в текущем периоде – незавершенное производство на конец периода или переходящий запас на конец периода в соответствии с типом new или mix продукта p ;
- каждый виртуальный продукт $p^i, i = 1, \dots, m_p$, представляет всю ту часть продукта p или некоторого сопутствующего ему продукта, которая потребляется одним потребителем, в частности, «внешним» потребителем, т.е. является конечным продуктом; таким образом, сопутствующие продукты, если они существуют для продукта p , также будут представлены отдельными виртуальными продуктами.

Набор $\text{dec}(p) = \{p^i, i = 0, \dots, m_p\}$ виртуальных продуктов, а также процедуру формирования этого набора, назовем декомпозицией (разбиением) продукта p .

Множество $E = \text{dec}(P)$ вершин калькуляционного графа K назовем **декомпозицией множества P** , или **множеством элементарных продуктов**.

Для множеств E и $H = E \cup Q$ сохраняют смысл введенные для множеств P и $G = P \cup Q$ отношения \succ, \rightarrow и определенные на их основе понятия и конструкции. Граф K аналогичен графу Γ в том смысле, что является представлением этих отношений. Граф K можно рассматривать как дерево платформ T_Q , расширенное до дерева платформ-продуктов T_{QE} и дополненное дугами-прошивками. Определяющее свойство (α) калькуляционного

графа можно сформулировать следующим образом: для любого $p \in E$ отношение $p \rightarrow g$ имеет место не более чем для одного g , т.е. из одного узла-продукта графа K выходит не более одной прошивки.

Карта ресурсов и, следовательно, стоимость любого исходного продукта $p \in P$ получаются агрегированием карт ресурсов элементарных продуктов, составляющих $\text{desc}(p)$.

Пусть $q \in Q$. Обозначим через $T(q)$ максимальное поддереву графа K с корнем q в дереве платформ-продуктов T_{QE} ; в $T(q)$ включены также все прошивки, оба конца которых лежат в $T(q)$. Через $L(q)$ обозначим совокупность листьев поддерева $T(q)$. Для произвольного множества $R \subseteq L(q)$ определим множество $G(q, R)$ как совокупность узлов всех путей, идущих из узла q в узлы множества R . Множество $G(q, R)$ включает продукты из R , а также все входящие в платформу q (включая q) платформы и все создаваемые на этих платформах продукты, которые используются при создании продуктов из множества R .

Пусть q – произвольная платформа, R – некоторый набор производимых на этой платформе продуктов, т.е. $R \subseteq L(q)$. Пару $X = (q, R)$ назовем **проектом**, если для любого $p \in R$ из $p \rightarrow s$ следует $s \notin G(q, R)$, т.е. продукты из R потребляются вне проекта X .

Пусть $q \in Q$. Обозначим через $R(q)$ совокупность вершин $p \in L(q)$, для которых отношение $p \rightarrow s$ не имеет места для вершин s из дерева $T(q)$. Будем предполагать, что $R(q)$ непусто, поскольку $R(q) = \emptyset$ означало бы, что все продукты, создаваемые на платформе q , служат лишь для обеспечения ее функционирования. Очевидно, что пара $(q, R(q))$ удовлетворяет определению проекта. Такой проект назовем **базовым проектом** на платформе q и обозначим его через $T(q)$, поскольку граф этого проекта есть поддерево $T(q)$ (рис. 4). Понятие базового проекта играет важнейшую роль в процессе калькулирования.

Таким образом, разработана структурная модель предприятия на основе проектного подхода, обеспечивающая унифицированное описание потребления ресурсов. На основе структур-

ной модели разработаны алгоритмы перераспределения вклада потребленных ресурсов между различными уровнями структурных единиц предприятия, обеспечивающие формирование показателей стоимости создаваемых продуктов с учетом иерархии структурных единиц предприятия в разрезе статей для последующего принятия решений.

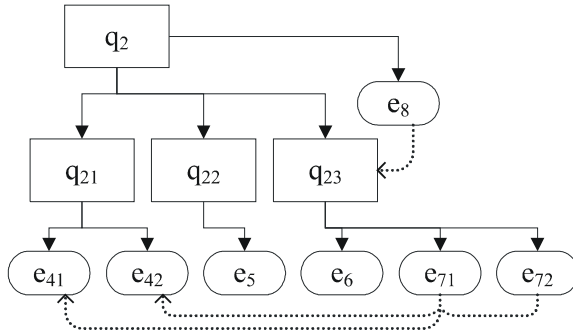


Рис. 4. Граф базового проекта $T(q_2)$

4. Построение калькуляционного графа

Сначала рассматривается процесс декомпозиции отдельного узла-продукта в графе Г. Приводятся принципы заполнения карт узлов-продуктов после декомпозиции на основе карты декомпозируемого узла. Из описания следует, что декомпозиция узла p :

1. определяется общим списком потребителей продукта p (списком использования основной номенклатуры и списком сопутствующих продуктов), т.е. списком узлов – последователей узла p ;
2. изменяет, вообще говоря, в картах узлов-продуктов, потребляемых продуктом p , т.е. узлов – предшественников узла p , список потребителей;

3. отражается в карте узлов, потребляющих продукт p , т.е. узлов – последователей узла p , лишь заменой узла p одним из узлов его декомпозиции.

Сказанное означает, что декомпозиция узла, предшествующего узлу p , не может вызвать необходимость декомпозиции узла p , т.е. необходимость декомпозиции узла p может быть вызвана только самим узлом p или декомпозицией какого-либо его узла-последователя, но не декомпозицией узла, предшествующего узлу p .

Ниже приведен алгоритм построения калькуляционного графа для случая ацикличности графа Γ (рис. 5).

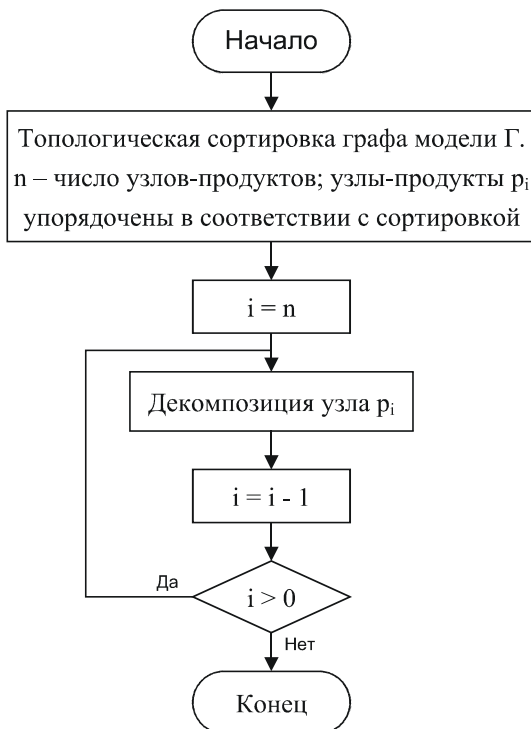


Рис. 5. Алгоритм построения калькуляционного графа

Калькулирование графа K есть определение собственной стоимости всех узлов этого графа и полной стоимости всех узлов-продуктов. Процедуру калькулирования можно представить как обработку каждого узла графа: для узла-продукта обработка есть формирование его собственной стоимости, а для узла-платформы – формирование собственной стоимости и распределение ресурсов этого узла; после обработки всех узлов в узлах-продуктах сформируется полная стоимость.

Обработка узлов не может быть выполнена в произвольном порядке: невозможно определить собственную стоимость узла прежде, чем определена полная стоимость потребляемых им продуктов. Порядок обработки узлов назовем **схемой калькулирования**. Реализован следующий алгоритм формирования схемы калькулирования: топологическая сортировка определяет порядок обработки базовых проектов; к моменту обработки очередного базового проекта может быть определена собственная стоимость его платформы (если она не пуста) и всех его продуктов, поскольку полная стоимость всех потребляемых ими продуктов уже определена; если платформа не пуста, то после расчета собственных стоимостей этих узлов осуществляется распределение ресурсов платформы на продукты базового проекта.

Затем производится построение **концептуальной модели** описания структуры предприятия, учитывающей ресурсные потоки, обеспечивающей полноту описания предприятия для задачи ресурсного планирования в виде формализованного представления общей структуры данных информационной системы без привязки к реализации для конкретной СУБД.

Далее приводится **алгоритм адаптации модели** на основе созданной концептуальной модели. Адаптация выполняется в несколько шагов:

1. построение дерева платформ в соответствии с иерархией по справочнику «Платформы»;

2. построение продуктов по документам «Создание продуктов», «Поступление ресурсов из внешней среды» и «Потребление ресурсов продуктами»;
3. создание дополнительных продуктов типа *mix*;
4. заполнение карт ресурсов для продуктов и платформ;
5. определение потребителей для узлов-продуктов по разделу «Карта ресурсов» карт узлов;
6. разделение ресурсов на первичные и вторичные.

Таким образом, построена концептуальная модель описания структуры предприятия, учитывающая ресурсные потоки и обеспечивающая полноту описания предприятия для задачи ресурсного планирования. Также реализован алгоритм адаптации структурной модели, обеспечивающий автоматизацию создания информационного обеспечения системы ресурсного планирования и отличающийся применением созданной концептуальной модели исходных данных.

Выводы

Разработана структурная модель предприятия на основе проектного подхода, обеспечивающая унифицированное описание потребления ресурсов за счет инвариантности к фазам функционирования предприятия.

Разработаны алгоритмы перераспределения вклада потребленных ресурсов между различными уровнями структурных единиц предприятия, обеспечивающие формирование показателей стоимости создаваемых продуктов в разрезе статей для последующего принятия решений с учетом иерархии структурных единиц предприятия.

Предложена концептуальная модель описания исходных данных для применения структурной модели предприятия, учитывающая ресурсные потоки и обеспечивающая полноту описания предприятия для задачи ресурсного планирования.

Разработан алгоритм адаптации структурной модели, обеспечивающий автоматизацию создания информационного обес-

печения системы ресурсного планирования за счет применения созданной концептуальной модели исходных данных.

Литература

1. АТАМАНОВ Д.Ю. *Распределение затрат при калькуляции себестоимости традиционным и операционно-ориентированным методом* // Маркетинг в России и за рубежом №3. – М.: ФИНПРЕСС, 2003. – С. 3-18.

2. БОНДАРЬ А. *Распределяем накладные расходы. Точный расчет себестоимости* // Двойная Запись. – 2005. – №6. – С. 56-59.

3. ГЕРШТЕЙН В.М., ЖИГУЛЬСКИЙ К.В. *Проектная бюджетная модель компании. I. Структура модели* // Информационные технологии моделирования и управления, №5(23). – 2005. – С.642-648.

4. ГЕРШТЕЙН В.М., ЖИГУЛЬСКИЙ К.В. *Проектная бюджетная модель компании. II. Затраты и Калькулирование* // Информационные технологии моделирования и управления, №5(23). – 2005. – С.648-654.

5. ДРУРИ К. *Управленческий учет для бизнес-решений*. – М: ЮНИТИ-ДАНА, 2003.

6. ЖИГУЛЬСКИЙ К.В. *Проектная модель производящей системы* // Тенденции развития современных информационных технологий, моделей экономических, правовых и управленческих систем. – Рязань: Изд-во РФ МЭСИ, 2006. – С.75-79.

7. ЛАСТОВЕЦКИЙ В.Е. *Учет затрат по факторам производства и центрам ответственности*. – М.: Финансы и статистика, 1988.

THE DESIGN APPROACH TO THE DISTRIBUTED ENTERPRISE STRUCTURAL MODEL CONSTRUCTION

Konstantin Zhigulskij, Angstrom company, Voronezh, Cand.Sc. (kzhig@gela-it.ru).

Oleg Kravets, Voronezh State Technical University, Voronezh, Doctor of Science (ok@sbook.ru).

Anatoly Solyanik, The Voronezh branch of Academy of standardization, metrology and certification, Voronezh, Cand.Sc. (asms@asms.org.ru).

Abstract: The structural model of the allocated enterprise based on the design approach to structurization of processes of its functioning is described. For the model description the developed subject-oriented conceptual device in a combination to a traditional mathematical apparatus of the theory of sets and a theory of graphs is used.

Keywords: structural model, distributed enterprise, design approach.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии С.Л. Подвальным

УДК 629.7.017.1

ББК 39.62

МОДЕЛИ НЕШТАТНЫХ СИТУАЦИЙ В РАБОТЕ БОРТОВЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ: ЧАСТНЫЙ ОПЫТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МОДЕЛЕЙ ПРИ ОЦЕНИВАНИИ НАДЕЖНОСТИ ВЫВЕДЕНИЯ НА ОРБИТУ

Андриенко А. Я.¹, Тропова Е. И.²

(Учреждение Российской академии наук

*Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова
РАН, Москва)*

По результатам анализа статистики эксплуатационных замечаний к работе бортовой системы управления (типа СОБИС) ракеты-носителя (РН) «Союз-У» проведено атрибутирование стационарного потока аномалий в действии емкостных уровнемеров, входящих в состав СОБИС. Построена модель возможных нештатных ситуаций при выведении РН, порождаемых этими аномалиями, и проведено оценивание их влияния на надежность выведения РН «Союз-У».

Ключевые слова: бортовые системы управления, эксплуатационные аномалии, надёжность выведения.

1. Введение

Тридцать пять лет назад (18 мая 1973 г.) был произведен первый пуск трехступенчатой ракеты-носителя «Союз-У» (РН 11А511У) среднего класса [2], созданной в Филиале №3

¹ Анатолий Яковлевич Андриенко, заведующий лабораторией, доктор технических наук, профессор (vladguc@ipu.rssi.ru).

² Елена Ивановна Тропова, научный сотрудник (тел. (495) 334-88-71).

ЦКБЭМ¹ на базе предыдущих вариантов Р-7А (таких, как РН 11А57 и 11А511). Эта ракета стала самым надежным в мире средством выведения полезных грузов (ПГ) на низкие орбиты, если судить по совокупности двух показателей: частоты успешных пусков (97,5%) и количества длительных (свыше 50 пусков) серий безотказных пусков (восемь серий).

В основе высокой надежности РН «Союз-У» и ее модификаций лежит, в частности, удачная организация работы эксплуатационных служб РКТ, позволившая выявлять и устранять многообразные причины возникновения аварийных ситуаций в упреждающем порядке по отдельным симптомам, проявляющимся на отдельных этапах жизненного цикла РН: на этапах производства, хранения, предстартовой подготовки и пуска. Один из рядовых примеров такой работы, выполненной в 2004-2006 гг. с участием Института проблем управления (ИПУ), приводится в данной публикации.

2. Атрибутирование эксплуатационных аномалий в работе ёмкостных уровнемеров топлива на борту РН

В качестве системы управления расходом топлива (СУРТ) боковых и центрального блоков первых двух ступеней РН «Союз-У» используется система, имеющая аббревиатуру СОБИС, – практически без изменений заимствованная из прототипных Р-7А. В состав этой системы входят ёмкостные чувствительные элементы (ч.э.) уровнемеров топлива (32 ч.э. в каждом баке каждого блока), фиксирующие моменты времени прохождения поверхностями компонентов топлива заданных пороговых уровней; по информации об этих моментах производится формирование управляющих сигналов СОБИС.

В процессе многолетней эксплуатации СОБИС проявились довольно частые аномалии в работе ее серийных приборов,

¹ Так до 1974г. назывался Самарский ГНПРКЦ «ЦСКБ – Прогресс».

нашедшие отражение во вполне представительной статистике замечаний к работе системы, сделанных по результатам пусков. По физической природе своих проявлений эти аномалии разделяются на две группы.

Регулярные аномалии (в 6,0% пусков) – аномалии в работе уровнемеров СОБИС, многократно повторяющиеся в многолетней истории запусков РН типа Р-7А, несмотря на принимавшиеся меры по их устранению.

Эпизодические аномалии (в $\approx 0,5\%$ пусков) – весьма разнообразные, но неповторявшиеся, в частности, из-за проведенных производственно–эксплуатационных мероприятий, аномалии в работе бортовых приборов и приводов системы.

По характеру воздействия на процессы управления расходом топлива, т. е. на процессы внутриблочного регулирования опорожнения баков и межблочной синхронизации опорожнения, можно выделить два типа регулярных аномалий.

Тип 1. Такие аномалии, как несрабатывание чувствительных элементов уровнемеров, ложные сигналы на входе уровнемерных трактов, приводящие к возникновению дополнительных ошибок измерения положения уровней жидкостей и к отключению алгоритмической защитой уровнемерного канала либо четных, либо нечетных ч.э. Величина ложного сигнала Δt_i (по текущему временному рассогласованию объемов жидкостей), пропущенного в систему перед отключением уровнемерного канала, составляет по модулю $4,0 \pm 1,5$ с на боковых и $5,8 \pm 2$ с на центральном блоках РН.

Тип 2. Такие аномалии, как ложные срабатывания и многократные подрабатывания ч.э., приводящие к возникновению дополнительных ошибок измерения положения уровней жидкостей без отключения уровнемерных каналов. Ложный сигнал Δt_i , поступающий в систему при реализации таких аномалий, составляет по модулю $2,0 \pm 1,5$ с.

И хотя в проведенных пусках проявившиеся в работе СОБИС аномалии никак не сказались на решениях задач выведения ПГ на орбиты, регулярные ее составляющие (типа 1 и 2)

следует считать симптомами возможного возникновения аварийных ситуаций на борту РН «Союз-У».

Для атрибутирования регулярных аномалий в работе уровней использовались представленные ЦСКБ данные о замечаниях к работе СОБИС, сделанных с 1964 по 2004 г. Учитывая уникально большой для ракетно-космической техники объем статистики пусков РН типа Р-7А в эти годы, в качестве вероятностей P_1 и P_2 проявления аномалий типа 1 и 2 можно принять статистическую частоту реализаций аномалий в проведенных пусках:

$$P_1 = 3,6\%, P_2 = 2,4\%.$$

Сопоставление «выборок» замечаний, относящихся к различным достаточно продолжительным периодам эксплуатации СОБИС и анализ экспериментальных зависимостей частоты возникновения аномалий в работе ч.э. от номера i этого ч.э. позволили сделать важный вывод:

– эксплуатационные потоки регулярных аномалий типа 1 и 2 оказываются вполне стационарными (по времени эксплуатации СОБИС) с вероятностными распределениями $p_1(i)$, $p_2(i)$ равномерных аномалий (по чувствительным элементам), представленными в виде графиков на рис. 1 и 2.

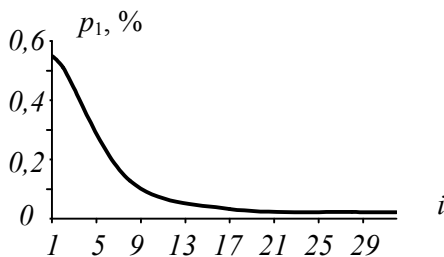


Рис. 1. Зависимость вероятности возникновения аномалии типа 1 от номера i ч.э. уровня СОБИС

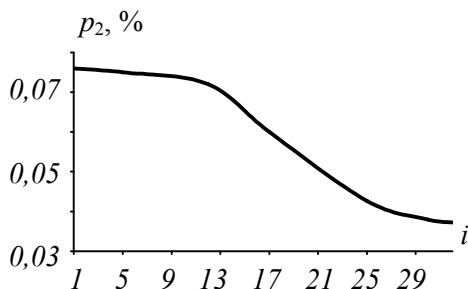


Рис. 2. Зависимость вероятности возникновения аномалии типа 2 от номера i ч.э. уровнемера СОБИС

3. Методика оценивания влияния аномалий в работе уровнемеров на точностные характеристики СОБИС и на надежность выведения РН

1. Для оценивания точностных характеристик СОБИС с учетом аномалий в работе ее бортовых приборов использовалась компьютерная программа статистического моделирования совместной работы СОБИС и системы регулирования кажущейся скорости (РКС). В состав этой программы были введены программные блоки, имитирующие, во-первых, возникновение дополнительных (внепроектных) возмущений на процесс управления из-за аномалий в работе уровнемеров, а во-вторых, действие релейно-логических средств защиты.

2. Непосредственно получить статистические оценки точности СОБИС при статистическом моделировании ее работы с использованием компьютерной программы (п. 1) и с воспроизведением аномалий 1 и 2 (рис. 1 и 2) не представилось возможным. Дело в том, что для достижения удовлетворительной достоверности статистического оценивания точности СОБИС по методу Монте–Карло с имитацией как редких событий, таких как возникновения аномалии типа 1 на i -ом ч.э. уровнемера ($i > 20$) с вероятностью 0,024% и проч. (см. рис. 1), так и частых,

необходимо при статистическом моделировании реализовать, т. е. рассчитать на ПЭВМ, не менее 100 тыс. процессов управления. Каждая реализация применительно к СОБИС требует использования около 300 случайных чисел, а статистическое моделирование – свыше 30 млн. случайных чисел.

3. Положение, описанное в п. 2, усугубляется при попытке непосредственного использования компьютерной программы (п. 1) для определения вероятности $p_{ав}$ возникновения аварийной ситуации на борту РН. Дело в том, что вероятностное распределение остатков топлива в баках ракеты при воздействии равномерных аномалий на процессы управления расходом топлива заведомо отлично от нормального; если в качестве оценки вероятности $p_{ав}$ принять частоту фиксируемых при моделировании случаев преждевременного (до набора заданного значения кажущейся скорости ступени РН) израсходования компонента топлива в каком-либо из баков, то для достижения необходимой точности (до 0,001%) оценивания $p_{ав}$ следует на порядок увеличить по сравнению с п. 2 число S имитируемых пусков РН.

4. Поэтому использовался другой подход, предусматривающий выделение из генеральной совокупности моделируемых процессов трех групп выборок случайных процессов управления:

а) основная группа Γ_0 , состоящая из одной выборки случайных процессов *штатного* управления расходом топлива ракетных блоков двух нижних ступеней РН – при отсутствии аномалий в работе приборов СОБИС; в результате моделирования процессов управления группы Γ_0 определяются математическое ожидание m_0 и среднее квадратическое отклонение σ_0 каждой из регулируемых координат СОБИС;

б) первая группа Γ_1 , составленная из $I=32$ выборок случайных процессов управления СОБИС, систематическим образом возмущаемых в каждой i -й ($i = 1, 2, \dots, I$) выборке действием аномалий типа 1 на i -ом ч.э. уровнемера СОБИС; в результате моделирования процессов управления группы Γ_1 определяются математические ожидания $m_1(i)$, $i = 1, 2, \dots, I$ и среднее квадратич-

ческие отклонения $\sigma_1(i)$, $i = 1, 2, \dots, I$, каждой из регулируемых координат СОБИС;

в) вторая группа Γ_2 , отличающаяся от Γ_1 тем, что в ней вместо аномалий типа 1 действуют аномалии типа 2.

В результате свертки

$$(1) \quad m = (1 - p_1 - p_2) m_0 + \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^{32} p_k(i) m_k(i),$$

$$(2) \quad \sigma = \sqrt{(1 - p_1 - p_2) \sigma_0^2 + \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^{32} p_k(i) \sigma_k^2(i)}$$

с учетом вероятностей $p_1(i)$, $p_2(i)$ возникновения аномалий на i -ом ч.э. (см. графики на рис. 1 и 2) определяются точностные характеристики СОБИС в виде статистически предельных значений $|m| + 3\sigma$ регулируемых координат СОБИС.

Объем каждой из используемых выборок групп Γ_0 , Γ_1 , Γ_2 может быть ограничен без заметных потерь в точности оценивания $m_k(i)$, $\sigma_k(i)$ одной тысячью реализаций случайных процессов управления, формируемых с использованием одного и того же статистически корректного [1] набора 300 тыс. псевдослучайных чисел.

Результаты статистического моделирования работы СОБИС для групп Γ_0 , Γ_1 , Γ_2 выборок случайных процессов управления представлены в таблице 1.

5. Каждая из выборок, входящих в состав групп Γ_1 и Γ_2 , обладает тем свойством, что ее выходные координаты, в частности, остатки компонентов топлива в момент выключения двигателей, с той же достоверностью, что и координаты выборки основной группы Γ_0 , имеют гауссово-нормальное распределение вероятностей¹. Поэтому вполне правомерно на основе оценивания статистически предельных значений остатков компонентов

¹ Однако объединение этих выборок – генеральная совокупность моделируемых с учетом проявления аномалий в работе СОБИС процессов управления – таким свойством не обладает.

топлива (см. таблицу 1) и сопоставления их с гарантийными запасами топлива определять условные вероятности $p_{ав.к}(i)$ преждевременного израсходования топлива в случаях проявления аномалии типа k ($k = 1, 2$) на i -ом ч.э., $i = 1, 2, \dots, I$ (так же, как и вероятность $p_{ав.0}$ преждевременного израсходования топлива при отсутствии аномалий в работе СОБИС).

Таблица 1. Статистически предельное значение регулируемой координаты СОБИС

Регулируемая координата СОБИС	При отсутствии аномалий	При возникновении в каждом процессе регулирования аномалии из	
		группы 1	группы 2
Временное конечное рассогласование объёмов компонентов топлива, с	0,290	0,476	0,368
Временное конечное рассогласование объёмов окислителя бокового и центрального блоков, с	0,270	0,368	0,332
Относительное отклонение от номинала соотношения объёмных расходов компонентов топлива, %	6,94	8,38	7,90

Оценки вероятности возникновения аварийных ситуаций на борту РН, рассчитываемые для возможных вариантов эксплуатации РН и построения алгоритмической защиты СОБИС по формуле

$$(3) \quad p_{ав} = (1 - p_1 - p_2) p_{ав.0} + \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^{32} p_k(i) p_{ав.к}(i),$$

позволяют проводить сопоставительный анализ этих вариантов.

4. Основные результаты оценивания влияния уровнемерных аномалий на точностные характеристики СОБИС и на надежность выведения РН

1. Статистическое моделирование работы серийных приборов СОБИС и РКС, проведенное на основе изложенной в разделе 3 методики, позволило установить, что статистически предельные значения $|m| + 3\sigma$ регулируемых координат СОБИС при действии уровнемерных аномалий удовлетворяют требованиям ТЗ, предъявляемым к точностным характеристикам системы.

2. Малозаметное изменение точностных характеристик СОБИС при действии уровнемерных аномалий сопровождается, однако, вполне ощутимым возрастанием вероятности возникновения аварийной ситуации на борту РН – на $\Delta p_{ав.} = 0,090\%$. Формально это объясняется тем, что уровнемерные аномалии мало сказываются на первых двух вероятностных моментах выходных координат СОБИС, но сильно деформируют нормальность распределения вероятностей этих координат.

3. По согласованию с ГосНИИП, осуществляющим совместно с ИПУ авторское сопровождение эксплуатации СОБИС, принято решение при модернизации элементной базы бортовых приборов СОБИС провести совершенствование алгоритмической защиты системы, так что потери в надежности выведения, вызванные уровнемерными аномалиями, снизятся до $\Delta p_{ав.} = 0,032\%$.

Литература

1. БУСЛЕНКО Н.П., ШРЕЙДЕР Ю.А. *Метод статистических испытаний (Монте-Карло) и его реализация в цифровых машинах.* – М.: Физматгиз, 1961. – 226с.
2. ВАРФОЛОМЕЕВ Т. *Универсальный «Союз»* // *Новости космонавтики.* – 2002. – №12 (239). – С. 48-49.

MODELS OF ABNORMAL SITUATIONS IN OPERATION OF ONBOARD CONTROL SYSTEMS: PRIVATE EXPERIENCE USING OF MODELS AT ESTIMATING OF THE LAUNCHING RELIABILITY.

Anatolii Andrienko, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Laboratory Head, Doctor of Science, professor (Moscow, Prof-soyuznaya st., 65, (495) 334-88-71, vladguc@ipu.rssi.ru).

Elena Tropova, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, researcher ((495) 334-88-71).

Abstract: By results of the analysis statistics of operational remarks to work of the onboard control system launching vehicle "Soyuz-U" it is made specifying a stationary stream of anomalies in operation the capacitor level gauges, which are a part control system. The model of possible abnormal situations at launching generated by these anomalies is constructed. Estimation of their influence on the launching reliability is made.

Keywords: onboard control systems, operational anomalies, launching reliability.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Р.Т. Сиразетдиновым