

# Развивающиеся системы

УДК 62-505.5

## ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО СИНТЕЗА МЕХАНИЗМОВ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ДВУХУРОВНЕВЫХ АКТИВНЫХ СИСТЕМ

### III. НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО СОГЛАСОВАННОГО ПЛАНИРОВАНИЯ В СЛУЧАЕ НЕПОЛНОЙ ИНФОРМИРОВАННОСТИ ЦЕНТРА

БУРКОВ В. Н., ЕНАЛЕЕВ А. К., КОНДРАТЬЕВ В. В.,

ЦВЕТКОВ А. В.

(Москва)

Результаты, полученные в [1, 2], обобщаются на случай неполной информированности центра. Сформулированы необходимые и достаточные условия оптимальности правильных механизмов функционирования для случая, когда варьируемыми компонентами в задаче оптимального синтеза являются процедура планирования и система стимулирования элементов. Приведены достаточные условия оптимальности правильных механизмов. Рассматривается также ряд новых процедур согласованного планирования.

1. В [1, 2] была описана модель функционирования двухуровневой активной системы, поставлена задача оптимального синтеза механизмов функционирования системы в предположении о полной информированности центра, получены необходимые и достаточные условия оптимальности правильных механизмов на множестве  $G_\pi$  с фиксированными целевой функцией системы  $\Phi$  и системой стимулирования элементов  $f$ , а также на множестве механизмов  $G_{f,\pi}$ , когда фиксированной компонентой механизмов функционирования является только целевая функция системы  $\Phi$ . Получены конструктивные достаточные условия оптимальности для систем стимулирования, обеспечивающих выполнение плана.

В данной работе результаты, полученные для случая полной информированности центра в [1, 2], обобщаются на случай неполной информированности центра об интересах элементов и о возможностях и интересах системы. Получены необходимые и достаточные условия оптимальности правильных механизмов функционирования на множестве  $G_{f,\pi}$  в случае неполной информированности, приводятся конструктивные достаточные условия оптимальности для систем стимулирования, обеспечивающих выполнение плана, на некоторых множествах механизмов функционирования. Проводится обобщение задачи оптимального синтеза на один класс механизмов с процедурами согласованного планирования, в который входят правильные механизмы функционирования, механизмы с частично согласованным планированием, механизмы с согласованным по перевыполнению планированием и их возможные комбинации. Ранее механизмы подобного типа рассматривались в [3–5].

2. Модель двухуровневой активной системы, функционирующей в условиях неполной информативности центра, отличается от модели, описанной в [1], тем, что целевая функция системы  $\Phi$ , система стимулирования элементов  $f$  и множество возможных состояний системы  $Y$  известны центру с точностью до множества  $\Omega$  значений неопределенного векторного параметра  $r$ . Предполагается, что в момент выбора своего состояния элементам известно значение параметра  $r$  и в системе отсутствует обмен информацией о значении параметра  $r$  между элементами и центром. По-прежнему предполагается, что элементы независимы по выбору своих состояний [6].

Пусть для устранения неопределенности центр использует принцип

гарантированного результата [6]. Тогда оценку эффективности функционирования системы будем проводить на основе критерия  $K(\Sigma) = \min K(\Sigma, r)$  по  $r \in \Omega$ . Здесь  $K(\Sigma, r) = \min \Phi(x, y, r)$  по  $y \in R(f, x, r)$  — гарантированная оценка значений целевой функции  $\Phi$  на множестве решений игры элементов  $R(f, x, r) = \{y | y = x, \text{ если } x \in P(f, x, r), \text{ иначе } y \in P(f, x, r)\}$  при системе стимулирования  $f$ , плане  $x$  и параметре  $r$  в случае благожелательного, локально-оптимального поведения элементов;  $P(f, x, r) = \{y \in Y(r) | f_i(x_i, y_i, r) \geq f_i(x_i, z_i, r), z_i \in Y_i(r), i \in I\}$  — множество локально-оптимальных состояний элементов.

*Замечание.* Зависимость целевой функции системы  $\Phi$  от параметра  $r$  характеризует изменение целей системы. В ряде случаев, если даже исходная целевая функция системы не зависит от параметра  $r$ , практически важно задачи синтеза рассматривать с некоторой «взвешенной» целевой функцией  $\Phi'(x, y, r) = \Phi(x, y)/\theta(x, r)$ , что, например, может соответствовать постановке некоторой многоокритериальной задачи [7]. В качестве функции  $\theta$  можно, например, выбрать  $\theta(x, r) = \max \Phi(x, y)$  по  $y \in Y(r)$ ,  $\theta(x, r) = \max \Phi(y, y)$  по  $y \in Y(r)$  или  $\theta(x, r) = \Phi(x, y(x, r))$ , где  $y(x, r)$  — некоторая наперед заданная функция  $x$  и  $r$ .

Задача оптимального синтеза в случае неполной информированности центра может быть записана (как и в случае полной информированности) в виде:

$$(1) \quad K(\hat{\Sigma}) = \max_{\Sigma \in G_{\Sigma}^3} K(\Sigma), \quad \hat{\Sigma} \in G_{\Sigma}^3 \cap G_{\Sigma}^{\Delta}.$$

Здесь и ниже предполагается, что  $\max$  и  $\min$  существуют. Будем использовать обозначения, введенные в предыдущих работах цикла [1, 2].

Рассмотрим некоторые основные решения задачи (1). На множестве  $G_{\pi}$  ( $G_{\Sigma}^3 = G_{\pi}$ ) в случае, когда дополнительные ограничения отсутствуют ( $G_{\pi} \subseteq G_{\Sigma}^{\Delta}$ ), решением задачи (1) является механизм  $\Sigma^{\text{опп}} = \langle \Phi, f, \pi^{\text{опп}} \rangle$  с процедурой оптимального планирования с прогнозом состояний  $\pi^{\text{опп}}$ , обобщенной на случай неполной информированности центра:

$$\pi^{\text{опп}} : X^{\text{опп}} = \operatorname{Arg} \max_{x \in X(f)} \min_{r \in \Omega} \min_{y \in R(f, x, r)} \Phi(x, y, r).$$

Здесь  $X^{\text{опп}}$  — множество планов, сформированных на основе процедуры  $\pi^{\text{опп}}$ . Процедура  $\pi^{\text{опп}}$  существует при любой степени неинформированности центра, но, очевидно, зависит от множества  $\Omega$ . Более того, расширение множества  $\Omega$  приводит, вообще говоря, к уменьшению эффективности функционирования системы с этой процедурой планирования. Действительно, если  $\Omega' \subseteq \Omega$ , то

$$\min_{r \in \Omega'} K(\Sigma, r) \geq \min_{r \in \Omega} K(\Sigma, r).$$

Выберем в качестве  $G_{\Sigma}^{\Delta}$  множество правильных механизмов функционирования  $\tilde{G}_{\Sigma}$ . Определим множество совершенно согласованных планов в случае неполной информированности центра при системе стимулирования  $f$  и множестве  $\Omega$  как  $S(f, \Omega) = \bigcap_{r \in \Omega} S(f, r)$ ,  $S(f, r) = \{x \in Y(r) | f_i(x_i, x_i, r) \geq f_i(x_i, y_i, r), y \in Y(r), i \in I\}$  — множество совершенно согласованных планов в случае, когда параметр  $r$  центру известен. Элементы заинтересованы в реализации планов из множества  $S(f, \Omega)$  при любых  $r \in \Omega$ . Если  $S(f, \Omega') \neq \emptyset$  и  $S(f, \Omega') \cap S(f, r) = \emptyset$  для любых  $r \in \Omega \setminus \Omega'$ , то элементы заинтересованы в реализации планов только при  $r \in \Omega'$ .

Решением задачи (1) на множестве  $G_{\pi} \cap \tilde{G}_{\Sigma}$  является механизм  $\Sigma^{\text{occ}} = \langle \Phi, f, \pi^{\text{occ}} \rangle$  с процедурой оптимального совершенно согласованного планирования  $\pi^{\text{occ}}$ , обобщенной на случай неполной информированности центра:

$$\pi^{\text{occ}} : X^{\text{occ}} = \operatorname{Arg} \max_{x \in X(f) \cap S(f, \Omega)} \min_{r \in \Omega} \Phi(x, x, r).$$

Здесь  $X^{\text{occ}}$  — множество оптимальных совершенно согласованных планов, сформированных на основе процедуры  $\pi^{\text{occ}}$ .

В отличие от  $\Sigma^{\text{опп}}$  в случае  $\Sigma^{\text{occ}}$  не только эффективность этого механизма зависит от степени неинформированности центра, но и сама возможность построения процедуры  $\pi^{\text{occ}}$ . Увеличение неинформированности центра приводит, вообще говоря, к сужению множества совершенно согласованных планов: из  $\Omega' \subseteq \Omega$  следует  $S(f, \Omega) \subseteq S(f, \Omega')$ . В конечном счете увеличение неинформированности может привести к ситуации, когда  $S(f, \Omega) = \emptyset$  и процедура  $\pi^{\text{occ}}$  не будет существовать. Если  $Y(\Omega) = \bigcap_{r \in \Omega} Y(r) \neq \emptyset$ , то тот факт, что  $S(f, \Omega) = \emptyset$ , связан с неудачным выбором системы стимулирования элементов. Это затруднение в принципе устранимо в рамках рассматриваемой модели функционирования системы. Если же  $Y(\Omega) = \emptyset$ , то дополнительного требуется применение соответствующих процедур формирования данных, уменьшающих неинформированность центра [6, 7].

**Лемма.** Пусть  $Y(\Omega) \neq \emptyset$  и для любых  $x \in Y(\Omega)$ ,  $y \in Y(r)$ ,  $r \in \Omega$ ,  $i \in I$ ,  $x \neq y$ :

$$\chi_i(x_i, y_i) \geq \max_{r \in \Omega} \left[ \max_{y_i \in Y(r)} h_i(y_i, r) - \max_{y_i \in Y(r)} h_i(y_i, r) \right],$$

тогда  $S(f, \Omega) \neq \emptyset$ , где  $h_i(y_i, r) = f_i(y_i, y_i, r)$  и  $\chi_i(x_i, y_i) = f_i(y_i, y_i, r) - f_i(x_i, y_i, r)$ .

Доказательство леммы проводится аналогично доказательству леммы 2 из [2].

Как видно, в случае неполной информированности центра наличия штрафов за несовпадение состояния и плана уже, вообще говоря, недостаточно для того, чтобы  $S(f, \Omega) \neq \emptyset$ .

Определим множество эффективных при совершенном согласовании планов  $A(\Sigma, \Omega)$ . Это множество всех таких планов, которые в случае их выполнения не менее эффективны, чем план  $x$ , при механизме  $\Sigma$  и множестве  $\Omega$ :

$$A(\Sigma, \Omega) = \{z \in Y(\Omega) \mid \min_{r \in \Omega} \Phi(z, z, r) \geq K(\Sigma)\}.$$

Тогда множество  $A(G_{f, \pi}, \Omega) = \bigcap_{z \in G_{f, \pi}} A(\Sigma, \Omega)$  представляет собой множество всех не менее эффективных планов по отношению к множеству механизмов  $G_{f, \pi}$  и множеству  $\Omega$ .

Обозначим  $\bar{Y}(f, x, r) = \{z \mid z = x, \text{ если } x \in R(f, x, r), \text{ иначе } z \in Y(r)\}$ .

Рассмотрим условия оптимальности правильных механизмов функционирования на множестве  $G_{f, \pi}$ . Имеем:

- 1°.  $\exists \hat{f} \in \bar{G}_f : A(G_{f, \pi}, \Omega) \cap S(\hat{f}, \Omega) \cap X(\hat{f}) \neq \emptyset$ ;
  - 2°.  $\exists \hat{f} \in \bar{G}_f, \hat{x} \in A(G_{f, \pi}, \Omega) \cap X(\hat{f}) : \forall y \in Y(r), i \in I, r \in \Omega$ :
- (2)  $\hat{f}_i(\hat{x}_i, \hat{x}_i, r) \geq \hat{f}_i(\hat{x}_i, y_i, r);$
- 3°.  $\exists \hat{f} \in \bar{G}_f, \hat{x} \in X(\hat{f}) \cap Y(\Omega) : \forall f \in \bar{G}_f, x \in X(f) : \exists z \in R(f, x, r'), r' \in \Omega : \forall y \in Y(r), r \in \Omega, i \in I$  выполняется неравенство (2) и неравенство

$$(3) \quad \Phi(\hat{x}, \hat{x}, r) \geq \Phi(x, z, r');$$

4°.  $\exists \hat{f} \in \bar{G}_f, \hat{x} \in X(\hat{f}) \cap Y(\Omega) : \forall f \in \bar{G}_f, x \in X(f) : \exists z \in Y(f, x, r'), r' \in \Omega : \forall y \in Y(r), r \in \Omega, y' \in Y(r'), i \in I$  выполняется неравенство (3) и неравенство

$$\hat{f}_i(\hat{x}_i, \hat{x}_i, r) - \hat{f}_i(\hat{x}_i, y_i, r) \geq f_i(x_i, y'_i, r') - f_i(x_i, z_i, r').$$

Условия, эквивалентного условию 5° из [2], в случае неполной информированности не существует.

**Теорема.** Задача (1) имеет решение тогда и только тогда, когда выполняется любое из эквивалентных условий 1°–4°.

Доказательство теоремы в общих чертах совпадает с доказательством теоремы из [2].

Условие 1° представляет теоретико-множественную форму записи условия оптимальности правильных механизмов функционирования в случае неполной информированности центра.

Условия 2°–4° представляют собой варианты записи условия 1°.

Условия 1°–4° справедливы при самых общих предположениях относительно свойств входящих в эти условия функций и множеств. Дополнительная, «полезная» информация об этих свойствах позволяет, как правило, конструктивно изменять и упрощать условия 1°–4°, в особенности 4°. Например, пусть  $r = (r_1, r_2, r_3)$ ,  $r \in \Omega$ ,  $\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2 \times \Omega_3$  и  $\Phi$  зависит только от одной компоненты  $r_1$ ,  $f$  – только от  $r_2$  и  $Y$  – только от  $r_3$ . Тогда вид записи задачи (1) не изменится. В условии 1° получим  $S(\hat{f}, \Omega) = S(\hat{f}, \Omega_2 \times \Omega_3)$ . Условие 4° можно представить в виде:

4°а.  $\exists \hat{f} \in \bar{G}_f : \hat{x} \in X(\hat{f}) \cap Y(\Omega_3) : V\hat{f} \in \bar{G}_f, x \in X(f) : \exists z \in Y(f, x, r_2, r_3), r_2 \in \Omega_2, r_3 \in \Omega_3$ :

$$\forall y \in \bigcup_{r_3 \in \Omega_3} Y(r_3), y' \in Y(r_3), i \in I :$$

$$\min_{r_1 \in \Omega_1} \Phi(x, \hat{x}, r_1) \geq \min_{r_1 \in \Omega_1} \Phi(x, z, r_1),$$

$$\min_{p \in \Omega_2} [\hat{f}_i(\hat{x}_i, \hat{x}_i, p) - \hat{f}_i(\hat{x}_i, y_i, p)] \geq f_i(x_i, y'_i, r_2) - f_i(x_i, z_i, r_2).$$

Как видно, неполная информированность центра только о целевой функции системы  $\Phi$  соответствует случаю полной информированности центра в системе с целевой функцией  $\Phi'(x, y) = \min \Phi(x, y, r_1)$  по  $r_1 \in \Omega_1$ . Аналогично, если центр не полностью информирован также и об интересах элементов и возможностях системы, и параметр  $r_1$  не зависит от параметров  $r_2$  и  $r_3$ , то задача (1) сводится к задаче синтеза с целевой функцией  $\Phi'$ .

Частным случаем условия 4°а является случай, когда центру известны только оценки целевой функции системы  $\Phi$ , системы стимулирования  $f$  и множества возможных состояний  $Y$ :

$$\Phi = \Phi^0 = \{\Phi | \Phi^{\min}(x, y) \leq \Phi(x, y) \leq \Phi^{\max}(x, y)\},$$

$$f = f^0 = \{f | f_i^{\min}(x_i, y_i) \leq f_i(x_i, y_i) \leq f_i^{\max}(x_i, y_i), i \in I\},$$

$$Y = Y^0 = \{Y | Y^{\min} \subseteq Y \subseteq Y^{\max}\}.$$

Тогда необходимое и достаточное условие 4°а примет следующий вид:

4°б.  $\exists f^0 \in \bar{G}_f, \hat{x} \in X(f^0) \cap Y^{\min} : Vf^0 \in \bar{G}_f,$

$$x \in X(f^0) : \exists f \in f^0, Y \in Y^0, z \in Y(f, x) :$$

$$\forall y \in Y^{\max}, y' \in Y, \hat{f} \in \hat{f}^0, i \in I :$$

$$\Phi^{\min}(\hat{x}, \hat{x}) \geq \Phi^{\min}(x, z),$$

$$\hat{f}_i(\hat{x}_i, \hat{x}_i) - \hat{f}_i(\hat{x}_i, y_i) \geq f_i(x_i, y'_i) - f_i(x_i, z_i).$$

3. Достаточные условия оптимальности правильных механизмов функционирования, полученные в [1, 2] для случая полной информированности центра, можно обобщить на случай неполной информированности. Рассмотрим достаточные условия, следующие из условия 4°. Случай с условиями 4°а и 4°б можно исследовать по аналогии с 4°.

Как и в [2], определим множества механизмов функционирования, на которых (на них самих или на их пересечениях) существуют конструктивные решения задачи (1).

Множество механизмов, при которых система несет потери из-за несовпадения реализуемого элементами состояния с планом, обозначим через  $G_\Sigma^1 = \{(\Phi, f, x) \in G_\Sigma | \Phi(y, y, r) \geq \Phi(x, y, r), y \in Y(r), r \in \Omega\}$ . Кроме того, обозначим  $G_\Sigma^2 = \{(\Phi, f, x) \in G_\Sigma | \exists r \in \Omega, \hat{f} \in \bar{G}_f : Y(r) = Y(\Omega), \bigcup_{r \in \Omega} Y(r) \subseteq X(f)\}$ ,

$$S(\hat{f}, \Omega) \neq \emptyset\},$$

$$G_\Sigma^3 = \{(\Phi, f, x) \in G_\Sigma | \exists r \in \Omega, \hat{f} \in \bar{G}_f : R(f, x, r) \cap Y(\Omega) \cap X(\hat{f}) = \emptyset,$$

$$S(\hat{f}, \Omega) \neq \emptyset\},$$

$$G_\Sigma^4 = \{(\Phi, f, x) \in G_\Sigma | \exists \hat{f} \in \bar{G}_f : Vz \in X(f) \cap Y(\Omega), y \in Y(r), r \in \Omega,$$

$i \in I$ :

$$\hat{f}_i(z_i, z_i, r) - \hat{f}_i(x_i, y_i, r) \geq f_i(x_i, z_i, r) - f_i(x_i, y_i, r).$$

Остальные обозначения можно найти в [1, 2].

*Следствие.* Для того чтобы правильные механизмы функционирования были решением задачи (1), достаточно выполнения одного из следующих условий:

1<sup>а</sup>.  $\exists \hat{f} \in \bar{G}_f^{12} : \forall \hat{x} \in X(\hat{f}), y \in Y(r), r \in \Omega, i \in I$ :

$$\hat{f}_i(\hat{x}_i, \hat{x}_i, r) - \hat{f}_i(\hat{x}_i, y_i, r) \geq 0;$$

2<sup>а</sup>.  $\exists \hat{f} \in \bar{G}_f^{12} : \forall f \in \bar{G}_f^{12}, \hat{x} \in X(f) \cap Y(\Omega), x \in X(f), y \in Y(r), r \in \Omega, i \in I$ :

$$f_i(\hat{x}_i, \hat{x}_i, r) - \hat{f}_i(\hat{x}_i, y_i, r) \geq f_i(x_i, \hat{x}_i, r) - f_i(x_i, y_i, r);$$

3<sup>а</sup>.  $\exists \hat{f} \in \bar{G}_f^{12} : \forall \hat{x} \in X(\hat{f}) \cap Y(\Omega), y \in Y(r), r \in \Omega, i \in I$ :

$$\hat{f}_i(\hat{x}_i, y_i, r) = \begin{cases} \max_{j \in \bar{G}_f^{12}} \max_{x_j \in X_j(f)} f_i(x_i, y_i, r), & \text{если } \hat{x}_i = y_i; \\ \min_{f \in \bar{G}_f^{12}} \min_{x_i \in X_i(f)} f_i(x_i, y_i, r), & \text{если } \hat{x}_i \neq y_i; \end{cases}$$

4<sup>а</sup>.  $\exists \hat{f} \in \bar{G}_f^{124} : \forall \hat{x} \in X(f) \cap Y(\Omega), y \in Y(r), r \in \Omega, i \in I$ :

$$\hat{f}_i(\hat{x}_i, y_i, r) = \begin{cases} \max_{f \in \bar{G}_f^{124}} f_i(\hat{x}_i, y_i, r), & \text{если } \hat{x}_i = y_i, \\ \min_{f \in \bar{G}_f^{124}} f_i(\hat{x}_i, y_i, r), & \text{если } \hat{x}_i \neq y_i. \end{cases}$$

Доказательство следствия проводится аналогично доказательству следствия из [2].

В том случае, если в системе стимулирования элементов  $f = (h, \chi)$  функция  $h$  фиксирована, получаем:

1<sup>а</sup>.  $\exists \hat{\chi} \in \bar{G}_{\chi}^{12}(h) : \forall \hat{x} \in X(\hat{\chi}), y \in Y(r), r \in \Omega, i \in I$ :

$$\hat{\chi}_i(\hat{x}_i, y_i) \geq h_i(y_i, r) - h_i(\hat{x}_i, r);$$

2<sup>а</sup>.  $\exists \hat{\chi} \in \bar{G}_{\chi}^{1}(h) : \forall \chi \in \bar{G}_{\chi}^{1}(h), x \in X(\chi), \hat{x} \in X(\hat{\chi}) \cap Y(\Omega), y \in Y(r), r \in \Omega, i \in I$ :

$$\hat{\chi}_i(\hat{x}_i, y_i) \geq \chi_i(x_i, y_i) - \chi_i(x_i, \hat{x}_i) \geq \Delta_i(y_i, \Omega), \hat{\chi}_i(\hat{x}_i, y_i) \geq 0,$$

где

$$\Delta_i(y_i, \Omega) = \begin{cases} -\infty & \text{если } y_i \in X_i(\chi) \cap Y_i(\Omega), \\ \max_{r \in \Omega} [\max_{i \in Y_i(r)} h_i(y_i, r) - \max_{y_i \in X_i(\chi) \cap Y_i(\Omega)} h_i(y_i, r)], & \text{если } y_i \notin X_i(\chi) \cap Y_i(\Omega). \end{cases}$$

3<sup>а</sup>.  $\exists \hat{\chi} \in \bar{G}_{\chi}^{12}(h) : \forall \hat{x} \in X(\hat{\chi}) \cap Y(\Omega), y \in Y(r), r \in \Omega, i \in I$ :

$$\hat{\chi}_i(\hat{x}_i, y_i) = \begin{cases} 0, & \text{если } \hat{x}_i = y_i, \\ \max_{\chi \in \bar{G}_{\chi}^{12}(h)} \max_{x_i \in X_i(\chi)} \chi_i(x_i, y_i), & \text{если } \hat{x}_i \neq y_i. \end{cases}$$

4<sup>а</sup>.  $\exists \hat{\chi} \in \bar{G}_{\chi}^{124}(h) : \forall \hat{x} \in X(\hat{\chi}) \cap Y(\Omega), y \in Y(r), r \in \Omega, i \in I$ :

$$\hat{\chi}_i(\hat{x}_i, y_i) = \max_{\chi \in \bar{G}_{\chi}^{124}(h)} \chi_i(\hat{x}_i, y_i).$$

В приведенных условиях возможна замена множества  $\bar{G}_{\Sigma}^2$  на множество  $\bar{G}_{\Sigma}^3$ .

Условие 1<sup>а</sup>, аналогичное условию сильных штрафов в случае полной информированности центра [1, 6], как видно, сильно от него отличается. Неравенство, входящее в условие 1<sup>а</sup>, уже не является достаточным. В этом случае требуются дополнительные предположения относительно множества целевых функций элементов  $\bar{G}_f$  и множества возможных состояний системы  $Y$ . Одним из требований, обеспечивающих достаточность условия 1<sup>а</sup>, является требование, сформулированное выше в лемме.

Аналогом условия 2<sup>а</sup> в случае полной информированности является условие сильной согласованности [1, 6]. Отличие состоит в том, что имеются ограничения на минимальную величину штрафов и, кроме того, на величину их разности. Таким образом, в случае неполной информированности центра непрерывные функции штрафов могут и не удовлетворять условию 2<sup>а</sup>.

4. Метод построения решений задачи оптимального синтеза (1) в классе правильных механизмов функционирования, рассмотренный в [1, 2] для случая полной информированности центра, может быть обобщен при неполной информированности на случай согласования более общего вида. Необходимость такого обобщения обусловлена особенностями функционирования систем главным образом в случае неполной информированности центра, когда правильные механизмы функционирования без обмена информацией либо недостаточно эффективны [6], либо вообще не могут быть реализованы, например, если  $Y(\Omega) = \emptyset$ .

Предлагаемое обобщение состоит в следующем. На основе анализа функционирования системы и в соответствии с действующими нормативными и руководящими документами и положениями центр формирует множество механизмов  $G_{\Sigma}^L$ , удовлетворяющих дополнительным ограничениям. Рассмотрим случай, когда ограничения на механизмы функционирования могут быть представлены в виде ограничений на состояния системы и записаны в виде множества согласованных состояний  $L$ , зависящего в общем случае от плана  $x$  и параметра  $r$ . Очевидно, элементы будут заинтересованы в реализации состояний из этого множества (при гипотезе благожелательности элементов по отношению к центру [6]), если центр назначает планы из множества  $S^L(f, r) = \{x | L(x, r) \cap P(f, x, r) \neq \emptyset\}$ . Множество  $S^L(f, r)$  будем называть множеством  $L$ -согласованных планов при системе стимулирования  $f$  и параметре  $r$ . Как и в случае совершенного согласования, обозначим через  $S^L(f, \Omega) = \bigcap_{r \in \Omega} S^L(f, r)$  множество

$L$ -согласованных планов при системе стимулирования  $f$  и множестве  $\Omega$ ; через

$$A^L(\Sigma, \hat{f}, \Omega) = \{x | \min_{r \in \Omega} \min_{y \in P(\hat{f}, x, r) \cap L(x, r)} \Phi(x, y, r) \geq K(\Sigma)\}$$

множество планов, не менее эффективных при  $L$ -согласовании, системе стимулирования  $\hat{f}$  и множестве  $\Omega$ , чем механизм  $\Sigma$ . Построение условий оптимальности  $L$ -согласованных механизмов проводится аналогично случаю совершенного согласования, рассмотренному выше. Например, условие оптимальности, подобное условию 1<sup>°</sup>, будет иметь вид:

$$1^{\circ} \text{в. } \exists \hat{f} \in \bar{G}_f : A^L(G_{f, \pi}, \hat{f}, \Omega) \cap S^L(\hat{f}, \Omega) \cap X(\hat{f}) \neq \emptyset.$$

Конкретный вид условий, аналогичных условиям 2<sup>°</sup>–4<sup>°</sup>, и вид достаточных условий оптимальности  $L$ -согласованных механизмов зависит от свойств множества согласованных состояний  $L$ . Поэтому в каждом конкретном случае согласования построение достаточных условий представляет отдельную задачу. Рассмотрим некоторые множества согласованных состояний, встречающиеся в практике организационного управления.

В случае совершенного согласования  $L^1(x) = \{y | y = x\}$  для любого  $r \in \Omega$ .

В случае частичного согласования, один из вариантов которого рассмотрен в [4],  $L^2(x, r) = \{(y^1, y^2) \in Y(r) | y^1 = x^1\}$  для любого  $r \in \Omega$ , где  $x =$

$= (x^1, x^2)$ . Здесь выполнение плана требуется только по части компонент с верхним индексом «1».

Случаи согласования, допускающие возможность перевыполнения плана или минимизацию отклонения реализуемого состояния от плана, особенно важны при неполной информированности центра, так как, даже если  $Y(\Omega) = \emptyset$ , механизмы с такими типами согласования реализуемы. Примерами множеств согласованных по перевыполнению состояний могут служить:  $L^3(x) = \{y | y \geq x\}$ ,  $L^4(x, r) = \{y \in Y(r) | \exists z \in Y(r) : \exists i \in I, j \in J_i : z \geq y, z_{ij} > y_{ij}\}$ ,  $L^5(x^h, x^k, r) = \{y \in Y(r) \cap [x^h; x^k] | y \geq z, z \in Y(r) \cap [x^h; x^k]\}$  и  $L^6(x^h, x^k, r) = \{y \in Y(r) \cap [x^h; x^k] | \exists z \in Y(r) \cap [x^h; x^k] : \exists i \in I, j \in J_i : z \geq y, z_{ij} > y_{ij}\}$ , где  $\geq$  — знак отношения частичного порядка [7],  $x^h$  — начальный и  $x^k$  — конечный планы,  $[x^h; x^k] = \{y | x^h \geq y \geq x^k\}$ . Случаи  $L^4$ -согласованного и  $L^5$ -согласованного механизмов функционирования рассматриваются в [3] и [5] соответственно. В частности,  $L^5$ -согласованный механизм обеспечивает заинтересованность элементов в реализации состояний, «ближайших» в смысле заданного отношения предпочтения к конечному плану  $x^k$ , из  $[x^h; x^k]$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бурков В. Н., Еналеев А. К., Кондратьев В. В., Цветков А. В. Элементы теории оптимального синтеза механизмов функционирования двухуровневых активных систем. I. Необходимые и достаточные условия оптимальности правильных механизмов функционирования в случае полной информированности центра.— АиТ, 1983, № 10, с. 139–143.
2. Бурков В. Н., Еналеев А. К., Кондратьев В. В., Цветков А. В. Элементы теории оптимального синтеза механизмов функционирования двухуровневых активных систем. II. Синтез оптимальных правильных механизмов функционирования в случае полной информированности центра.— АиТ, 1984, № 11, с. 86–92.
3. Кондратьев В. В. Синтез механизмов функционирования активных систем в условиях неопределенности.— В кн.: Материалы VIII Всесоюз. семинара-совещания: управление большими системами. Алма-Ата: Казахский политехн. ин-т им. В. И. Ленина, 1983, с. 2–4.
4. Кондратьев В. В., Тихонов А. А., Цветков А. В. Частично согласованное планирование в условиях неполной информированности центра.— В кн.: Материалы VIII Всесоюз. семинара-совещания: управление большими системами. Алма-Ата: Казахский политехн. ин-т им. В. И. Ленина, 1983, с. 18–20.
5. Цветков А. В. Согласованное планирование в задаче выполнения и перевыполнения плана в условиях неопределенности.— В кн.: Материалы VIII Всесоюз. семинара-совещания: управление большими системами. Алма-Ата: Казахский политехн. ин-т им. В. И. Ленина, 1983, с. 61–63.
6. Бурков В. Н., Кондратьев В. В. Механизмы функционирования организационных систем. М.: Наука, 1981.
7. Современное состояние теории исследования операций / Под ред. Моисеева Н. Н. М.: Наука, 1979.

Поступила в редакцию  
5.IX.1983

## ELEMENTS OF OPTIMAL DESIGN THEORY FOR FUNCTIONING MECHANISMS OF TWO-LEVEL ACTIVE SYSTEMS.

### III. SOME PROBLEMS IN OPTIMAL COORDINATED PLANNING IN THE CASE OF INCOMPLETELY INFORMED CENTER

BURKOV V. N., YENALEEV A. K., KONDRAT'EV V. V.,  
TSVETKOV A. V.

The findings of Refs [1, 2] are extended to the case of Center being incompletely informed. The necessary and sufficient conditions are formulated for optimality of regular functioning mechanisms in the case where the variables in the optimal design problem are the planning procedure and the element stimulating system. Sufficient conditions are provided for optimality of regular mechanisms. New procedures of coordinated planning are discussed.