

Развивающиеся системы

УДК 62-50:626.81

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВОДНЫХ РЕСУРСОВ

**В. Н. БУРКОВ, И. В. ГУЕВСКИЙ, Т. Б. НАНЕВА,
В. И. ОПОЙЦЕВ, И. П. ПОПЧЕВ, И. П. ЦВЕТАНОВ**

(Москва, София)

Рассматриваются вопросы распределения водных ресурсов при различии в системе конфликтных взаимодействий. Предлагается новый принцип распределения (принцип обратных приоритетов), обеспечивающий устойчивость системы.

1. Введение

В связи с бурным ростом промышленного и сельскохозяйственного производства во многих регионах вода превратилась в остро дефицитный продукт. Проблема рационального использования водных ресурсов на сегодняшний день является актуальной для всех стран и представляет собой одну из важнейших проблем охраны окружающей среды.

Институт проблем управления АН СССР и Институт технической кибернетики Болгарской академии наук проводят совместные исследования, направленные на разработку принципов управления распределением водных ресурсов, с целью использования этих принципов в Национальной автоматизированной системе управления водными ресурсами Болгарии. Исследования в целом носят комплексный характер и связаны с решением множества разнородных задач: моделирование системы, прогнозирование динамики пополнения водоемов, взаимодействие с метеослужбой, выбор правил распределения, организация контроля и т. д. Все эти задачи довольно сложные, но в большинстве случаев возникающие трудности имеют технический характер. В статье обсуждается лишь одна из главных задач, решение которой наталкивается на принципиальные затруднения. Речь идет о задаче, вернее, о проблеме выбора принципов управления процессом распределения водных ресурсов.

2. Простейшая модель

В задачах водораспределения обычно важную роль играет сетевая структура системы. Однако по крайней мере в агрегированном представлении ее можно представлять как обычную задачу распределения одномерного ресурса (воды), в которой потребители непосредственно подключены к общему источнику. Как первое приближение далее будет рассматриваться следующая модель. Имеется n потребителей A_i одномерного ресурса, количество которого в системе измеряется величиной R . Потери A_i при получении ресурса в количестве x_i описываются некоторой положительной монотонно убывающей функцией $\varphi_i(x_i)$. Цель системы заключается в минимизации суммарных потерь

$$(1) \quad \sum_i \varphi_i(x_i) \rightarrow \min, \quad \sum_i x_i \leq R.$$

Тем не менее постановки возникающих здесь задач весьма далеки от математического программирования по многим причинам. Остановимся пока на одной из них (другие будут рассмотрены в следующем разделе). Реально задачу (1) приходится обычно решать в условиях отсутствия достоверной информации о функциях потерь $\varphi_i(x_i)$ и при наличии индивидуальных интересов у элементов A_i , направленных на минимизацию собственных потерь с учетом дополнительных стимулов (цены, штрафы и т. д.).

Это приводит к необходимости организации сбора информации и согласованного с ним способа распределения ресурса. Желаемое согласование определяется следующими соображениями [1, 2]. Информация от потребителя A_i поступает в виде вектора или скаляра s_i . В простейшем случае s_i может обозначать запрос на воду. Управляющий орган производит распределение воды на основе вектора $s = \{s_1, \dots, s_n\}$ по некоторому правилу $x_i = x_i(s)$. В результате функция потерь каждого потребителя A_i оказывается функцией не только собственной стратегии s_i , а всего вектора s . Равновесие в системе теперь можно определить лишь в некотором игровом смысле, например по Нэшу. Задача заключается в выборе такого закона управления $x(s)$, чтобы в равновесной точке s^* распределение ресурса $x^* = x(s^*)$ было оптимальным по критерию (1), а сама равновесная точка s^* была устойчивой.

Описанная задача имеет достаточно эффективное решение [1, 2], однако при этом возникает необходимость использования цены на ресурс в качестве управляющего параметра (либо штрафов за использование ресурсов сверх нормы, что эквивалентно введению цены). В отсутствие такой возможности обеспечить равновесное по Нэшу распределение ресурса, близкое к оптимальному, принципиально не удается. Но именно требуемое использование механизма цен или штрафов и наталкивается в реальной системе на существенные препятствия. Эти препятствия выступают в виде действующих инструкций и традиционно сложившихся форм административного управления. Вмешательство в действующие механизмы цен может затрагивать коренные принципы экономического управления и требует по этой причине весьма осторожного подхода.

Так или иначе, но рассматриваемую задачу на данном этапе развития исследований и их внедрения приходится решать без использования механизма цен. По первому впечатлению разумной целью здесь может служить приближенное решение задачи или же ее наилучшее решение в заданных ограничениях. Но более внимательный анализ содержательной стороны задачи показывает, что цели исследования должны быть иные.

3. Функции потерь и связь с экономикой

Чтобы определить, какое же равновесное распределение ресурса является желаемым, полезно обсудить соответствие критерия (1) реальным потребностям и вообще адекватность модели.

На первый взгляд понятие функции потерь потребителя $\varphi_i(x_i)$ выглядит достаточно естественно. Действительно, если потребителем является, например, некая сельскохозяйственная ячейка, то под $\varphi_i(x_i)$ можно понимать существующую функциональную связь (в денежном выражении) между урожайностью возделываемых культур и водоснабжением*. Много вариантов содержательных интерпретаций можно предложить также для промышленных предприятий (зависимость от водоснабжения производственных режимов, объемов выпусков и т. п.). Но все не так благо-

* Конечно, жесткие детерминированные связи в подобных ситуациях отсутствуют. Более естественно говорить о стохастических связях и о минимизации при распределении воды условного математического ожидания суммарных потерь. Но и в этом случае все сводится к рассматриваемой постановке задачи, если под $\varphi_i(x_i)$ подразумевать регрессионные связи.

получено, как это может показаться. Во-первых, для ряда потребителей понятие функции потерь $\varphi_i(x_i)$ вообще не имеет смысла или же может быть определено весьма условно и приблизительно. Как, например, оценить в деньгах выгоды снабжения водой городского населения, военного производства, научно-исследовательских предприятий? Во-вторых, даже в благоприятных ситуациях, когда функции потерь определяются естественно, они несут на себе следы несовершенства действующей системы цен и не всегда по этой причине могут приниматься за основу для принятия решений.* В третьих, связи между потерями и снабжением водой, как правило, неопределены, причем источник неопределенности явно указывает на необходимость совместного решения задач водоснабжения и экономического планирования. Остановимся на этом вопросе более подробно.

Рассмотрим опять в качестве примера потребителя сельскохозяйственную ячейку, занимающуюся земледелием. Хорошо известно, что потребности в воде различных земледельческих культур различны. Поэтому было бы полезно согласование выбора культуры для посева с планируемым уровнем водоснабжения. В противном случае возникают экономические потери не только от недостатка воды, но и от раздельного решения двух частей единой задачи различными ведомствами. В абстрактной форме существа дела отражает следующий схематичный пример. Пусть в каждый плановый период плановое задание i -й экономической ячейки по выпуску продукции есть x_i , y_i — уровень водоснабжения, $\psi_i(x_i, y_i)$ — затраты на производство продукции в количестве x_i при уровне водоснабжения y_i . Естественной задачей системы является минимизация суммарных затрат

$$(2) \quad \sum_i \psi_i(x_i, y_i) \rightarrow \min$$

при имеющихся ограничениях

$$\sum_i x_i = X, \quad \sum_i y_i \leq Y.$$

В общем случае относительно функции $\psi_i(x_i, y_i)$ ничего нельзя сказать, кроме того, что она не убывает по x_i и не возрастает по y_i . И только в частном (практически нереальном) случае, когда все $\psi_i(x_i, y_i) = \psi_i(x_i) + \varphi_i(y_i)$, задача (2) распадается на две независимые подзадачи

$$\sum_i \psi_i(x_i) \rightarrow \min, \quad \sum_i \varphi_i(y_i) \rightarrow \min,$$

которые можно решать отдельно друг от друга. Таким образом, лишь в случае $\psi_i(x_i, y_i) = \psi_i(x_i) + \varphi_i(y_i)$ естественно возникает понятие функции потерь $\varphi_i(y_i)$, а в общем случае оно имеет довольно условный характер. Тем не менее задачи планирования производства и водоснабжения обычно решаются независимо, и с этим недостатком приходится мириться со знательно. Дело в том, что в больших системах из-за ограниченных возможностей обработки информации децентрализация оказывается неизбежной. Конечно, задача минимизации (2) при заданном наборе x_1, \dots, x_n достаточно разумна, однако планировать водоснабжение обычно приходится в условиях отсутствия информации о плановых заданиях предприятий.

Суммируя сказанное, следует признать, что исходная модель и критерий (1) весьма далеки от реальности и лишь в качественном отношении

* Существуют убыточные производства, приносящие значительную государственную пользу. Их убыточность отражает лишь несоответствие действующих цен реальным потребностям общества.

могут передавать существо возникающих проблем (хотя не исключено, что для отдельных подсистем модель может быть достаточно адекватной). В условиях изолированности водоснабжения от экономики и отсутствия прямой связи между денежной выгодой и народнохозяйственной эффективностью экстремальные постановки задач вообще едва ли уместны. Критерии распределения, основанные на примитивном здравом смысле, часто выглядят гораздо более убедительно, чем те, которые возникают из решения надуманных постановок формализованных задач. Более того, критерии здравого смысла в качественном отношении обычно совпадают с критериями, к которым приводят декоративные математические модели, но выгодно отличаются от последних отсутствием догмы формализма.

4. Сущность проблематики

Какие же критерии распределения в данном случае может подсказать здравый смысл или практический опыт? Можно спорить о деталях, но в распределительных системах всегда естественно возникает следующая грубая схема. Потребителей надо упорядочить по важности, весомости и учитывать это при распределении ресурса, например всем потребителям приписать весовые коэффициенты, пропорционально которым и распределять ресурс. Если оставить в стороне вопрос о способах выбора весовых коэффициентов, то задача вроде бы низводится на тривиальный уровень и представляется исчерпанной. Однако это далеко не так. Анализ недостатков реальных систем свидетельствует о наличии серьезных нерешенных проблем.

Дело в том, что прямолинейное использование упомянутой схемы распределения в больших системах обычно нецелесообразно, поскольку фиксация коэффициентов важности не отражает постоянно меняющихся потребностей. Поэтому для придания системе гибкости, как правило, исходят из запросов потребителей на ресурс и организуют пропорциональное распределение с поправками на коэффициенты важности. Подобные принципы распределения могут отличаться в деталях, но всем им присущ общеизвестный недостаток. Система оказывается неустойчивой [2]. Запросы на ресурс растут и дают искаженное представление о реальных потребностях. В преодолении этого недостатка и заключается первоочередная проблема выбора рационального принципа распределения ресурса.

5. Принцип обратных приоритетов

Пусть s_i обозначает запрос на ресурс i -го потребителя (элемента A_i). Широко распространенным на практике является принцип пропорционального распределения

$$(3) \quad x_i = \begin{cases} s_i, & \text{если } \sum_j s_j \leq R, \\ R s_i / \sum_j s_j, & \text{если } \sum_j s_j > R. \end{cases}$$

В условиях дефицита ресурса не менее естественным с экономической точки зрения представляется распределение ресурса пропорционально коэффициентам потерь. Если M_i обозначает максимальные потери потребителя A_i , то за коэффициент потерь разумно принять величину M_i/s_i . В результате соответствующий закон распределения принимает вид

$$(4) \quad x_i = \begin{cases} s_i, & \text{если } \sum_j s_j \leq R, \\ R \frac{M_i/s_i}{\sum_j M_j/s_j}, & \text{если } \sum_j s_j > R. \end{cases}$$

Будем считать пока, что каждый элемент A_i стремится получить как можно большее количество ресурса. В этом случае (и не только в этом) оба закона распределения (3) и (4) не обеспечивают даже существование равновесия в системе. Правда, в ситуации (4) можно говорить о наличии квазиравновесных точек, которых бесконечно много в окрестности гиперплоскости $\sum s_j = R$, но ни одна из них не является устойчивой.*

Существенные преимущества имеет следующий принцип распределения:

$$(5) \quad x_i = \min \left\{ s_i, R \frac{M_i/s_i}{\sum_j M_j/s_j} \right\},$$

который будем называть принципом обратных приоритетов.

В условиях закона распределения (5) равновесие в системе по Нэшу определяется решением системы уравнений

$$(6) \quad s_i = R \frac{M_i/s_i}{\sum_j M_j/s_j}, \quad i=1, \dots, n.$$

Система (6) решается довольно просто. Ее решением служит

$$(7) \quad s_i = R \frac{\sqrt{M_i}}{\sum_j \sqrt{M_j}}, \quad i=1, \dots, n.$$

Обратимся к рассмотрению динамики модели с позиций гипотезы об индикаторном поведении элементов [2], т. е. считаем, что при переходе от одного планового периода к следующему динамика модели описывается итерационной процедурой

$$(8) \quad s_i^{k+1} = s_i^k + \gamma_i^k [f_i(s^k) - s_i^k], \quad \gamma_i^k \in [0, 1],$$

где $f_i(s)$ — компоненты оператора межэлементных связей [2]. Функция $f_i(s)$ определяется как оптимальное значение s_i (с точки зрения собственного выигрыша) при фиксированных действиях остальных элементов $s_1, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n$.

* Аналогом оператора межэлементных связей [2] здесь может служить оператор с компонентами $f_i(s) = R - \sum_{j \neq i} s_j$. Ясно, что каждый элемент A_i стремится или до-

стичь $s_i = f_i(s)$ (если $s_i \geq v_i(s)$, где $v_i(s) = R \frac{M_i/s_i}{\sum_j M_j/s_j}$) или приблизить свой за-

прос s_i к значению $f_i(s)$, сохранив неравенство $s_i > f_i(s)$ (если $s_i < v_i(s)$). Неустойчивость системы в данном случае очевидна [2].

Для определения $f_i(s)$ перепишем (5) в эквивалентной форме

$$x_i = \min \left\{ s_i, R \frac{M_i}{M_i + s_i \sum_{j \neq i} M_j / s_j} \right\}.$$

Отсюда видно, что $f_i(s)$ определяется уравнением

$$f_i(s) = R \frac{M_i}{M_i + f_i(s) \sum_{j \neq i} M_j / s_j},$$

решение которого дает

$$f_i(s) = -\frac{M_i}{2 \sum_{j \neq i} M_j / s_j} + \sqrt{\frac{M_i^2}{4(\sum_{j \neq i} M_j / s_j)^2} + \frac{RM_i}{\sum_{j \neq i} M_j / s_j}}.$$

Легко проверить, что оператор $F(s) = \{f_1(s), \dots, f_n(s)\}$ монотонен, т. е. система положительно гомогенна [2]. Кроме того, для любых $\tau \in (0, 1)$, $s \in \text{int } R_+^n$ (R_+^n – неотрицательный ортант)

$$\begin{aligned} f_i(\tau s) &= -\frac{M_i \tau}{2 \sum_{j \neq i} M_j / s_j} + \sqrt{\frac{M_i^2 \tau^2}{4(\sum_{j \neq i} M_j / s_j)^2} + \frac{RM_i \tau}{\sum_{j \neq i} M_j / s_j}} = \\ &= \tau \left(-\frac{M_i}{2 \sum_{j \neq i} M_j / s_j} + \sqrt{\frac{M_i^2}{4(\sum_{j \neq i} M_j / s_j)^2} + \frac{RM_i}{\tau \sum_{j \neq i} M_j / s_j}} \right) > \tau f_i(s), \end{aligned}$$

т. е. оператор $F(x)$ вогнут. Теперь результаты по глобальной устойчивости гомогенных систем [2] позволяют гарантировать глобальную устойчивость коллективного поведения вида (8), а также различных его модификаций.

Замечание. Здесь и далее изложение носит характер рассказа, в котором внимание уделяется лишь стержневым вопросам. Поэтому многие детали вообще не обсуждаются. Например, не оговорено требование $s_j > 0$ в законе распределения (5), не уточнено, что рассматриваются лишь невырожденные траектории (8).

На первый взгляд закон распределения (5) имеет существенный недостаток. Равновесное распределение ресурса совпадает с равновесными запросами (7), т. е.

$$(9) \quad x_i = R \frac{\sqrt{M_i}}{\sum_j \sqrt{M_j}}, \quad i = 1, \dots, n,$$

и таким образом определяется полностью величинами M_j , которые предлагаются известными управляющему органу заранее. По этой причине вроде бы теряется логика использования правила (5), ибо распределение (9) можно осуществить директивно. Оценку этого «недостатка» меняют два принципиально важных соображения. В первую очередь следует отметить тот факт, что лишение элементов тех или иных степеней свободы вынуждает элементы изыскивать иные возможности для удовлетворения своих интересов. В данном случае, например, деятельность элементов системы может оказаться направленной на использование неформальных связей (неофициальных каналов) с целью видоизменения представлений управляющего органа о величинах M_j . При этом по существу игра между элементами системы переводится из одной плоскости в другую (менее желательную).

Еще более серьезно идею директивного распределения подрывает следующее соображение. Распределение (9) было получено в предположении, что каждый элемент стремится получить ресурса как можно больше. В реальной же системе для каждого элемента существует некоторое максимальное желаемое количество ресурса m_i , причем наличие цены на воду * делает невыгодным для элемента получение ресурса в количестве, большем m_i . Но тогда за компоненты оператора межэлементных связей в системе следует принять функции

$$(10) \quad \tilde{f}_i(s) = \min\{m_i, f_i(s)\}.$$

В этом случае равновесное распределение будет заведомо более благоприятно по сравнению с (9), поскольку будут исключены нерациональные потери, связанные с избыточным снабжением водой отдельных потребителей, для которых $R\sqrt{M_i} / \sum_j \sqrt{M_j} > m_i$. Легко видеть, что оператор меж-

элементных связей с компонентами (10) будет по-прежнему монотонен и вогнут, что сохраняет важный вывод о глобальной устойчивости модели.

Таким образом, директивное распределение ресурса (9) явно нецелесообразно. Нецелесообразны также попытки организации директивного распределения, соответствующего равновесию в системе с межэлементными связями (10). Для этого управляющему органу потребовалась бы информация о значениях m_i . Но именно эта информация носит наиболее скрытый характер. В отличие от максимальных потерь M_i , которые представляют собой внешнюю характеристику элементов ** и поддаются объективной оценке, максимальные потребности m_i в значительной степени являются внутренними ненаблюдаемыми характеристиками элементов* A_i . Прямолинейный сбор информации о значениях m_i приведет к новой игре, снова возникнет проблема стабилизации системы и т. п.

6. Многошаговый принцип обратных приоритетов

Критика идеи директивного распределения вскрывает еще один недостаток принципа обратных приоритетов (5), который в предыдущем разделе был оставлен без внимания. В равновесии системы с оператором межэлементных связей (10) ресурс R может распределяться неполностью, что в условиях дефицита обычно нежелательно.*** Избежать потерь, связанных с неполным использованием ресурса, позволяет многошаговый принцип обратных приоритетов, на каждом шаге которого исключаются элементы, получающие по правилу (5) количество ресурса, равное запросу, и к оставшимся элементам снова применяется принцип распределения (5). Опишем соответствующую процедуру более детально.

На первом шаге управляющий орган из множества индексов $I = \{1, \dots, n\}$ выделяет подмножество индексов (элементов) K_1 , для которых $s_i \leq v_i^1(s)$ (где $v_i^1(s) = R \frac{M_i/s_i}{\sum M_j/s_j}$) и элементам с номерами $i \in K_1$ выделяет

ресурс в количестве $x_i = s_i$. На втором шаге из рассмотрения исключается подмножество элементов K_1 (так же как и распределенная часть ресурса

* Здесь идет речь о существующих стабильных ценах на воду, в то время как использование механизма цен в задачах водоснабжения (см. предыдущие разделы) предполагает возможность целенаправленного изменения цен.

** Максимальные потери M_i естественно полагать равными экономическим выгодам, которые получает система в целом от полноценного функционирования элемента A_i .

*** Иногда неполное использование ресурса R может рассматриваться как преимущество, поскольку в естественных режимах функционирования системы распределяемый ресурс является накапливаемым, и целесообразна его экономия.

$\sum_{i \in K_1} s_i \Big),$ и к оставшимся элементам применяется правило (5), т. е.

$$x_i = \min \{s_i, v_i^2(s)\}, \quad v_i^2(s) = \left(R - \sum_{j \in K_1} s_j \right) \frac{M_i / s_i}{\sum_{j \notin K_1} M_j / s_j}, \quad i \notin K_1.$$

Аналогичным образом выделяется подмножество элементов $K_2.$ На третьем шаге из рассмотрения исключается подмножество элементов $K_1 \cup K_2.$ Далее процедура продолжается индуктивно и, очевидно, заканчивается за конечное число шагов. Понятно, что в случае $\sum_j s_j > R$ за послед-

пем шаге остаток ресурса между элементами последней группы K_l будет делиться чисто по обратным приоритетам, т. е. $x_i = v_i^l(s).$ Следовательно, ресурс R будет распределяться полностью не только в равновесии, но и в любой точке * $s = \{s_1, \dots, s_n\}.$

По-видимому, многошаговый принцип обратных приоритетов не обладает глобальной асимптотической устойчивостью в смысле [2]. Но использовать его на каждом шаге итерационного процесса типа (8) не обязательно. Его можно применить один раз (или один раз внутри каждого планового периода, если итерационный процесс (8) имеет характер информационного обмена, т. е. для достижения равновесия используется метод «перезаказов»), закрепить тем самым за элементами, у которых $s_i \leq \max_k v_i^k(s)$, количества ресурсов $x_i = s_i,$ после чего остаток ресурса между элементами последней группы K_l распределять по обычному правилу (5).

Как же в таком случае будет функционировать система? Для определенности будем считать, что процесс типа (8) описывает информационный обмен в системе. Для начала всем элементам оказывается целесообразным сообщить в управляющий орган заявки $s_i = m_i.$ Понятно, что заявки $s_i > m_i$ вообще не выгодны, а $s_i < m_i$ связано с опасностью закрецления количества ресурса, равного запросу ** (хотя в равновесии можно получить больше). Описанная выше многошаговая процедура закрепляет за элементами, у которых $m_i \leq \max_k v_i^k(m),$ количества ресурсов, равные максимальным потребностям $m_i,$ и исключает их из дальнейшего информационного обмена. Информационный процесс типа (8) соответствует далее распределению остатка ресурса между элементами, не попавшими в первую группу, по обычному принципу обратных приоритетов (5), что обеспечивает устойчивость.

Таким образом, одноразовое использование многошагового принципа обратных приоритетов сохраняет устойчивость системы, дает полное распределение ресурса R в равновесии (естественно, в условиях дефицита $\sum_i m_i \geq R$), причем исключает возможность избыточного снабжения ($x_i > m_i$) элементов. Если $\sum_i m_i = R,$ то равновесное распределение будет

оптимальным. Если $\sum_i m_i \approx R,$ то равновесное распределение будет близко к оптимальному. Кстати, приближенное равенство $\sum_i m_i \approx R$ можно обеспечить установлением цены на воду (имеется в виду фиксированная цена, а не цена, как управляющий параметр).

* Естественно, имеется в виду ситуация дефицита.

** Для усиления эффекта можно запретить элементам в процессе информационного обмена (8) повышать заявки.

7. О задачах оптимизации

Отвлечемся теперь от основной линии изложения и вернемся к оптимизационной задаче (1), которая может представлять интерес для отдельных подсистем.

Поясним, почему принципиально невозможно обеспечить оптимум (1) в равновесии без использования механизма цен или штрафов. Допустим для простоты, что функции потерь $\varphi_i(x_i)$ положительны, гладки и строго монотонно убывают. Пусть используется некоторый закон распределения ресурса $x_i(s)$. Равновесие в системе определяется решением системы уравнений $\forall i: \varphi_i'(x_i) \frac{\partial x_i}{\partial s_i} = 0$ или равносильно (в силу $\varphi_i'(x_i) < 0$) $\forall i: \partial x_i / \partial s_i = 0$.

Таким образом, при отсутствии информации о функциях $\varphi_i(x_i)$ равновесие в системе оказывается никак не связанным с оптимальным решением задачи (1). Ситуация остается столь же неблагоприятной и в случае, когда функции $\varphi_i(x_i)$ известны с точностью до значений некоторых параметров. Более того, в последнем случае возникает соблазн использования принципа оптимизации (неизвестные параметры полагаются равными оценкам, сообщаемым элементами, после чего распределение ресурса определяется решением оптимизационной задачи (1)). Однако кажущийся естественным принцип оптимизации часто оказывается совершенно неудовлетворительным.

Рассмотрим простой пример. Пусть $\varphi_i(x_i) = B_i e^{r_i - x_i}$. Решением задачи (1) в этом случае является

$$x_i = r_i - \frac{\sum_j r_j - R}{n} - \ln \frac{\sqrt[n]{B_1 \dots B_n}}{B_i}.$$

Допустим, что управляющему органу не известны параметры r_i . Тогда принцип оптимизации приводит к закону распределения

$$x_i(s) = s_i - \frac{\sum_j s_j - R}{n} - \ln \frac{\sqrt[n]{B_1 \dots B_n}}{B_i},$$

который не обеспечивает даже существования в системе равновесия.

В системе с функциями потерь

$$\varphi_i(x_i) = \begin{cases} M_i(1 - x_i/m_i)^2, & \text{если } x_i \leq m_i, \\ 0, & \text{если } x_i > m_i, \end{cases}$$

принцип оптимизации дает закон распределения

$$(11) \quad x_i(s) = s_i \left[1 - \frac{(\sum_j s_j - R) s_i}{M_i \sum_j s_j^2 / M_j} \right],$$

который обеспечивает как существование равновесия, так и устойчивость. Однако суммарные потери в равновесии могут быть весьма далеки от оптимальных по критерию (1), причем сумма равновесных заявок на ресурс будет строго больше имеющегося в системе ресурса R (конечно, в случае дефицита).

8. Заключение

Подводя итог, следует отметить, что предлагаемый принцип обратных приоритетов способен значительно улучшить качество решения распределительных задач в больших системах. Во-первых, он обеспечивает едва ли не первостепенное по важности свойство устойчивости регулирования и

ликивирует тенденцию необоснованного роста запросов на ресурс. Во-вторых, качество получаемых равновесных решений в достаточно естественных предположениях оказывается вполне удовлетворительным. В-третьих, этот принцип оставляет систему достаточно гибкой и допускает естественное введение и варьирование вспомогательных параметров (например, коэффициентов важности потребителей), что позволяет улучшать качество равновесных решений и указывает направление необходимых усилий для целенаправленного получения информации о системе.

Для прикладных исследований, на наш взгляд, представляет интерес также второй план статьи. В задачах системного анализа экстремальный подход к постановкам и решению различных проблем стал традиционным. В реальных же больших системах оптимизационные задачи не всегда отражают существо проблематики. Содержательное понимание задач и простой здравый смысл зачастую оказываются здесь более полезными.

Поступила в редакцию
18 декабря 1978 г.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Бурков В. Н. Математические основы теории активных систем. «Наука», 1977.
2. Опойцев В. И. Равновесие и устойчивость в моделях коллективного поведения. «Наука», 1977.

WATER RESOURCE ALLOCATION

V. N. BURKOV, I. V. GUEVSKIY, T. B. NANEVA,
V. I. OPOYTSEV, I. P. POPCHEV, I. P. TSVETANOV

Water resource allocation is considered with conflicting interactions in the system. A principle of inverted priorities is proposed which insures system stability.
