

О ПОИСКЕ ОПТИМАЛЬНОГО ШАГА ПРИ ИМИТАЦИОННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ С ПОМОЩЬЮ ИНТЕНСИВНОСТИ¹

Зверкина Г. А.²

*(ФГБУН Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)*

Кошелев А. А.³

*(ФГБУН Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Московский
государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва)*

В теории массового обслуживания и в смежных областях не всегда удаётся определить характеристики изучаемой системы теоретическими методами. Поэтому важно уметь моделировать поведение таких сложных систем с помощью электронно-вычислительной техники. Для этого надо уметь моделировать случайные величины, соответствующие периодам работы/ремонта/ожидания и пр. В сложных технических системах эти периоды существенно зависят от поведения компонент системы, при этом их распределения могут меняться уже во время действия таких периодов. Такое поведение системы можно описывать с помощью переменных интенсивностей распределений, и моделирование таких случайных величин невозможно классическими методами. Ранее авторами рассматривался новый подход к моделированию случайных величин с переменной неизвестной заранее интенсивностью. В представленной работе проводится анализ качества такого моделирования и решается вопрос об оптимизации процедуры моделирования – пока для случая, когда интенсивность моделируемого распределения не обращается в ноль.

Ключевые слова: интенсивность случайной величины, численное моделирование, вопросы оптимизации моделирования, поиск оптимального шага моделирования.

1. Введение

Генерирование случайных чисел, моделирование различных сложных стохастических систем является одной из востребован-

¹ Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ, грант №20-01-00575А.

² Галина Александровна Зверкина, к.ф.-м.н., доцент (zverkina@gmail.com).

³ Александр Анатольевич Кошелев, (koshelev030698@yandex.ru).

ных задач нескольких последних десятилетий. Экономика, криптография, компьютерное моделирование — это только небольшой ряд областей, нуждающийся в качественном моделировании случайных величин. С развитием данного направления было разработано и исследовано множество методов моделирования, многие из которых описаны в [8, 9]. Во многих исследованиях на эту тему разработаны специфические методы моделирования для различных классов распределений. При этом практически всегда моделирование производится с использованием таких характеристик распределения, как функция распределения и/или плотность распределения.

В отличие о ранее опубликованных исследований, в [3] обсуждался метод моделирования случайной величины с помощью функции интенсивности.

Напомним определение интенсивности (см., например, [3, 17]).

Определение 1. Интенсивностью случайной величины, распределенной с функцией распределения $F(t)$, называется функция

$$\lambda(t) = -\frac{d}{dt} \ln(1 - F(t)) = \frac{F'(t)}{1 - F(t)}.$$

В некоторых публикациях эта функция $\lambda(t)$ также называется опасностью отказов [2, 5].

Вкратце изложим, в чем состоит предложенный в [3] данный метод.

Берётся последовательность независимых одинаково распределённых величин $\{U_i\}$, $U_i \sim U[0; 1)$, $\forall i$.

Для моделирования момента «окончания» периода с заданной интенсивностью $\lambda(t)$ предполагается, что в момент $t = 0$ начинается этот период.

Время с начального момента $t = 0$ до некоторого произвольного достаточно большого времени T разбивается на интервалы точками $0 < \tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_m = T$. Если до момента времени $t = \tau_i < T$ «окончания» моделируемого периода не случилось, известно время пребывания системы в данном состоянии, рав-

ное неотрицательной величине $t(= \tau_i)$; интенсивность окончания этого периода равна $\lambda(t)$. Тогда изменение этого состояния (т.е. окончание пребывания в данном состоянии) на интервале времени $(t; t + \Delta t)$, $\Delta t \stackrel{\text{def}}{=} \tau_{i+1} - \tau_i$, близко к значению $\lambda(t)\Delta t$. Поэтому с вероятностью $\mathbb{P}_t \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{P} \{ \lambda(t)\Delta t > \mathcal{U}_i \}$ в момент τ_{i+1} закончится рассматриваемый период времени пребывания исследуемого параметра в данном состоянии.

Как и говорилось ранее, описанный здесь метод моделирования случайной величины задумывался как применение к моделированию сложных систем, для которых заранее неизвестны распределения моделируемых интервалов, эти параметры случайным образом меняются с течением времени (в зависимости от некоторых других процессов). Примеры таких систем можно найти, например, в [1, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16].

В ходе разработки метода имитационного моделирования случайной величины с помощью интенсивности остался открытым вопрос о выборе зависимости шага моделирования Δt , т.е. шага по оси времени, от величины интенсивности в некоторый момент времени в реализации вышеуказанного метода, с использованием которой можно получить выборку, наиболее правдоподобно соответствующую некоторому заданному распределению $F(t)$.

В представленной работе проводится продолжение разработки метода моделирования случайной величины с помощью интенсивности, а именно, изучается способ модернизации алгоритма описанного выше метода с помощью добавления к нему блока с автоматическим выбором шага моделирования Δt для улучшения статистического качества полученной выборки.

2. Поиск оптимального шага

Было проведено следующее статистическое исследование для поиска оптимального шага Δt . На начальном этапе было определено оптимальное значение шага в зависимости от интенсивности для постоянных значений интенсивности (экспоненци-

альное распределение)

$$F_{\lambda_0}(t) = 1 - e^{-\lambda_0 t}, \quad \lambda(t) = \lambda_0 = \text{const.}$$

Зависимость строилась с использованием критерия согласия Пирсона. Для некоторого фиксированного значения параметра интенсивности λ_0 выбиралась серия шагов $\Delta t = k\delta$, где $k = 1, \dots, 100$, $\delta = 0,001, 0,0001, \dots$ (δ менялось в зависимости от параметров, чтобы далее удовлетворялись условия критерия). Для каждого Δt с помощью метода моделировалась выборка x_1, \dots, x_n , $n = 10000$, упорядочивалась, разбивалась на N интервалов $[y_{i-1}, y_i]$, $i = 1, \dots, N$ ($y_0 = \tilde{x}_1$, $y_N = \tilde{x}_n$, \tilde{x}_j — элемент упорядоченной выборки, последний интервал имеет вид $[y_{N-1}, y_N]$) так, что в каждый интервал попадало примерно одинаковое количество чисел из выборки (см., например, [6]), т.е.

$$\frac{i}{N} = F(y_i) = 1 - e^{-\lambda_0 y_i}, \quad y_i = -\frac{1}{\lambda_0} \ln \frac{N-i}{N}, \quad i = 1, \dots, N-1,$$

и строилась χ^2 -статистика

$$\chi_n^2 = n \sum_{i=1}^N \frac{(n_i - P_i(\lambda_0))^2}{P_i(\lambda_0)}, \quad P_i(\lambda_0) = F_{\lambda_0}(y_i) - F_{\lambda_0}(y_{i-1}),$$

где n_i — число попадания в интервал $[y_{i-1}, y_i]$ элементов из выборки.

Процедура построения χ^2 -статистики проводилась при разных Δt и выбирался такой шаг, при котором χ^2 -статистика минимальна и при этом её значение не превосходило критического значения, соответствующее необходимому уровню значимости α (см. [7]). Полученные значения Δt и λ_0 для различных значений интенсивности наносились на координатную плоскость с осями $O\lambda_0$ и $O\Delta t$ и проводилась аппроксимация с помощью метода наименьших квадратов.

Этим способом была получена зависимость «оптимального» шага Δt от величины *постоянной* интенсивности λ_0 . С помощью полученной зависимости $\Delta t = \Delta t(\lambda_0)$ можно строить случайную величину с произвольной интенсивностью следующим образом. Зная значение функции интенсивности в некоторой точке, мы можем в соответствии с полученной зависимостью $\Delta t = \Delta t(\lambda_0)$

выбрать шаг, а при изменении интенсивности изменить шаг, используя данную зависимость.

3. Результаты численных экспериментов

С использованием ранее полученных результатов [3], предложенная выше процедура была реализована на языке программирования С, с помощью которой была построена зависимость $\Delta t = \Delta t(\lambda_0)$. При построении χ^2 -статистики выборка разбивалась на $N = 20$ интервалов, при этом уровень значимости $\alpha = 0,01$, т.е. значение χ^2 -статистики не превосходит 36,2 (см. [7, с. 227–228, 274]). С использованием метода наименьших квадратов полученные значения аппроксимировались обратной пропорциональностью

$$\Delta t(\lambda_0) = \frac{K}{\lambda_0}, \quad K = \text{const},$$

где значение постоянной равно

$$K = 0,000875326300740,$$

т.е. примерно 10^{-3} . В дальнейшем моделирование проводилось при $K = 0,000875$ и при $K = 0,001$. Результаты моделирования показали почти полное совпадения результатов моделирования случайных величин в обеих ситуациях.

В ходе моделирования случайной величины в ситуации, когда интенсивность обращается в ноль в точке или на интервале, удовлетворительных результатов получено не было. Поэтому авторы ставят перед собой задачу исследовать возможность применения или модификации метода случайной величины с помощью интенсивности с обращением в ноль интенсивности в последующих исследованиях.

4. Результат моделирования случайных величин предложенным методом с использованием ранее подобранного значения K

Ниже представлены результаты моделирования некоторых случайных величин с помощью модифицированного метода мо-

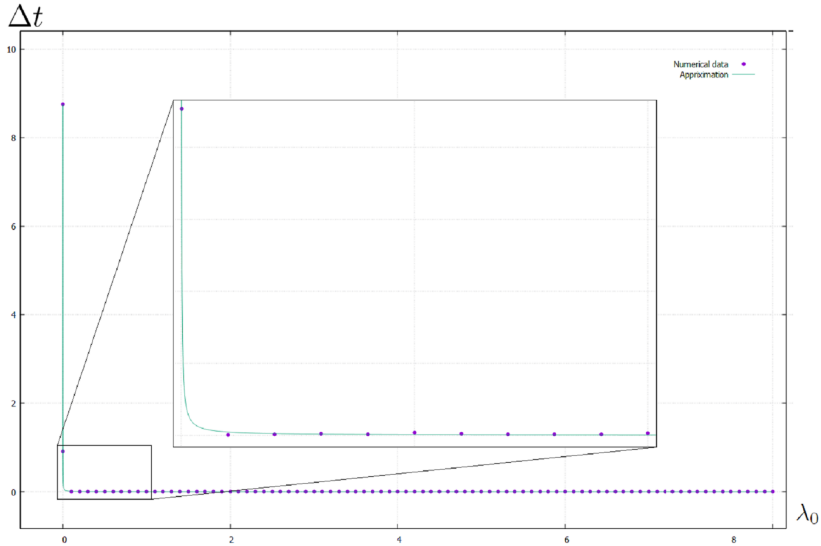


Рис. 1. Зависимость $\Delta t = \Delta t(\lambda_0)$ и ее аппроксимация

делирования с помощью интенсивности. Рассматривались распределения с переменной интенсивностью, чтобы проверить качество полученного результата. Сравнивались математические ожидания $\mathbb{E}\xi$, дисперсии $\mathbb{D}\xi$, их отклонения от теоретических значений $\mathbb{E}_0\xi$, $\mathbb{D}_0\xi$, а также полученная выборка сравнивалась с теоретическим распределением по критерию хи-квадрат.

Приведем основные вероятностные характеристики этих случайных величин: функцию распределения $F(t)$, плотность распределения $p(t)$, интенсивность $\lambda(t)$, теоретические значения математического ожидания $\mathbb{E}_0\xi$ и дисперсии $\mathbb{D}_0\xi$.

– степенное (полиномиальное) распределение

$$(1) \quad F(t) = 1 - \frac{1}{(1+t)^C}, \quad \lambda(t) = \frac{C}{1+t},$$

$$p(t) = \begin{cases} \frac{C}{(1+t)^{C+1}}, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0, \end{cases} \quad C > 2,$$

$$\mathbb{E}_0\xi = \frac{1}{C-1}, \quad \mathbb{D}_0\xi = \frac{2}{C^2 - 3C + 2} - \frac{1}{(C-1)^2},$$

– равномерное распределение на отрезке $[0, a]$

$$(2) \quad F(t) = \begin{cases} \frac{x}{a}, & 0 \leq x \leq a, \\ 0, & x < 0, \\ 1, & x > a \end{cases}, \quad \lambda(t) = \frac{1}{a-t},$$

$$p(t) = \begin{cases} \frac{1}{a}, & t \in [0, a] \\ 0, & t \notin [0, a]; \end{cases}$$

$$\mathbb{E}_0\xi = \frac{a}{2}, \quad \mathbb{D}_0\xi = \frac{a^2}{12},$$

Учитывая то, что в методе использовались псевдослучайные числа и то, что в процессе эксперимента генерировалось ограниченное количество случайных величин, наблюдаемое отклонение в таблице для полиномиального распределения с параметрами моделирования $C = 10$, $K = 0,000875$ в третьей строке возможно.

Стоит отметить, что результаты моделирования в приложении 6.1 для полиномиального распределения (1) соответствуют эмпирическому предположению о том, что с увеличением числа конечных моментов качество моделирования повышается. Действительно, у распределения (1) при увеличении числа C количество конечных моментов увеличивается.

Погрешности в результатах моделирования равномерного распределения (2) в приложении 6.2 для можно объяснить тем, что при приближении к правому концу отрезка $(0; a)$ шаг моделирования стремится к нулю, что влечёт погрешность в вычислениях, так как моделирование бесконечно малых величин на компьютере невозможно. Действительно, функция интенсивности при приближении к точке a (снизу) начинает расти к бесконечности, и при этом полученная зависимость шага от значения интенсивности в точке дает резкое уменьшение шага моделирования, а значит, значение шага иногда может выходить за возможной точности машинных вычислений.

5. Замечание о генераторе случайных чисел

Как было отмечено в [3], важную роль играет качество работы генератора псевдослучайных чисел, распределенных на $[0, 1)$, который используется в программной реализации метода моделирования случайной величины с помощью интенсивности. Поскольку для реализации метода моделирования использовался язык программирования C, был взят стандартный генератор псевдослучайных целых неотрицательных чисел `rand()`, из которого был написан предложенный в [4] генератор случайных чисел с равномерным распределением

```
1 #define frand() ((double) rand() / (RAND_MAX + 1.0))
```

В стандартной библиотеке также содержится функция `srand`, которая устанавливает инициализирующее значение для функции `rand`. Тогда для того чтобы функция `frand()` при каждом вызове не давала одинаковые последовательности случайных чисел, в программе также использовалась функция `srand` с аргументом, равным значению функции `time(NULL)`, которая возвращает текущее время в секундах с 1 января 1970 года (см. [3, 4]). Поскольку при генерации нескольких выборок различных случайных величин с использованием метода моделирования случайной величины по их интенсивности используемое вычислительное средство совершает достаточно большое число операций в секунду, то `srand` может выдавать одно и то же инициализирующее значение и дальнейшие результаты исследования могут искажаться. Поэтому генератор случайных чисел, равномерно распределенных на $[0, 1)$, был дополнен тем, что в качестве аргумента `srand` бралось `time(NULL) + z`, где `z`, первоначально равное нулю, увеличивалось при каждом новом вызове `srand` на единицу.

Было проведено тестирование вышеописанного генератора случайных чисел, равномерно распределенных на $[0, 1)$, на соответствие полученной с его помощью выборки. По выборке из 10000 чисел было подсчитано математическое ожидание, дисперсия и их отклонение от теоретических значений, а также выборка проверялась на соответствии теоретическому распределению.

нию с помощью критерия хи-квадрат (выборка для составления χ^2 -статистики, также как и ранее, делилась на $N = 20$ интервалов). Результаты оказались следующими

N	$\mathbb{E}\xi$	$\mathbb{D}\xi$	$ \mathbb{E}\xi - \mathbb{E}_0\xi $	$ \mathbb{D}\xi - \mathbb{D}_0\xi $	χ_n^2
1	0,496403	0,084372	0,003597	0,001038	18,960967
2	0,496364	0,083969	0,003636	0,000636	12,175193
3	0,499235	0,083383	0,000765	0,000050	7,117748
4	0,502379	0,083897	0,002379	0,000564	19,880987
5	0,499960	0,084028	0,000040	0,000695	17,340728
6	0,500722	0,083089	0,000722	0,000244	17,237434
7	0,502757	0,082497	0,002757	0,000837	16,031580

Из представленной таблицы видно, что отклонения математического ожидания и дисперсии от теоретических значений имеют порядок не более 10^{-3} , а значения χ^2 -статистики для равномерного распределения не превосходит значения, соответствующие уровню значимости $\alpha = 0,01$ [7, с. 274].

6. Приложения

6.1. Полиномиальное распределение (с интенсивностью

$$\lambda(t) = C/(1+t))$$

$$C = 4, K = 0,000875$$

N	$\mathbb{E}\xi$	$\mathbb{D}\xi$	$ \mathbb{E}\xi - \mathbb{E}_0\xi $	$ \mathbb{D}\xi - \mathbb{D}_0\xi $	χ_n^2
1	0,331655	0,202580	0,001677	0,019641	23,798799
2	0,309872	0,167725	0,023460	0,054496	31,494718
3	0,324414	0,192094	0,008919	0,030127	13,284157
4	0,325863	0,182363	0,007469	0,039858	31,567639
5	0,327465	0,207679	0,005868	0,014542	23,113201

$$C = 10, K = 0,000875$$

N	$\mathbb{E}\xi$	$\mathbb{D}\xi$	$ \mathbb{E}\xi - \mathbb{E}_0\xi $	$ \mathbb{D}\xi - \mathbb{D}_0\xi $	χ_n^2
1	0,109593	0,014530	0,001518	0,000902	10,586916
2	0,111563	0,015672	0,000452	0,000240	22,090047
3	0,107851	0,014287	0,003260	0,001146	40,561208
4	0,110096	0,016208	0,001015	0,000775	21,094247
5	0,112090	0,014969	0,000979	0,000463	13,253911

$C = 100, K = 0,000875$

N	$\mathbb{E}\xi$	$\mathbb{D}\xi$	$ \mathbb{E}\xi - \mathbb{E}_0\xi $	$ \mathbb{D}\xi - \mathbb{D}_0\xi $	χ_n^2
1	0,009980	0,000105	0,000121	0,000000	19,508508
2	0,009853	0,000097	0,000248	0,000007	21,175213
3	0,010010	0,000104	0,000091	0,000000	17,705622
4	0,009910	0,000099	0,000191	0,000005	28,394303
5	0,009923	0,000101	0,000178	0,000003	24,881405

$C = 4, K = 10^{-3}$

N	$\mathbb{E}\xi$	$\mathbb{D}\xi$	$ \mathbb{E}\xi - \mathbb{E}_0\xi $	$ \mathbb{D}\xi - \mathbb{D}_0\xi $	χ_n^2
1	0,330786	0,237071	0,002548	0,014848	15,428944
2	0,335209	0,214905	0,001876	0,007317	17,892244
3	0,331774	0,200408	0,001559	0,021814	17,433324
4	0,327942	0,188333	0,005392	0,033889	11,963161
5	0,328242	0,205816	0,005092	0,016407	14,727909

$C = 10, K = 10^{-3}$

N	$\mathbb{E}\xi$	$\mathbb{D}\xi$	$ \mathbb{E}\xi - \mathbb{E}_0\xi $	$ \mathbb{D}\xi - \mathbb{D}_0\xi $	χ_n^2
1	0,111158	0,015653	0,000047	0,000221	13,815148
2	0,108855	0,014555	0,002256	0,000877	15,970165
3	0,110034	0,015624	0,001077	0,000192	19,838179
4	0,110460	0,014658	0,000652	0,000774	15,385944
5	0,111309	0,015710	0,000198	0,000278	22,974556

$C = 100, K = 10^{-3}$

N	$\mathbb{E}\xi$	$\mathbb{D}\xi$	$ \mathbb{E}\xi - \mathbb{E}_0\xi $	$ \mathbb{D}\xi - \mathbb{D}_0\xi $	χ_n^2
1	0,010077	0,000105	0,000024	0,000001	22,334277
2	0,010015	0,000103	0,000086	0,000001	25,460179
3	0,009979	0,000099	0,000122	0,000005	11,723336
4	0,009914	0,000100	0,000187	0,000005	16,758616
5	0,009977	0,000103	0,000124	0,000001	13,135648

6.2. Равномерное распределение (с интенсивностью

$$\lambda(t) = 1/(a - t))$$

$a = 4, K = 0,000875$

N	$\mathbb{E}\xi$	$\mathbb{D}\xi$	$ \mathbb{E}\xi - \mathbb{E}_0\xi $	$ \mathbb{D}\xi - \mathbb{D}_0\xi $	χ_n^2
1	1,982881	1,336817	0,017119	0,003484	22,573493
2	1,977910	1,348186	0,022090	0,014853	16,001388
3	1,976636	1,325831	0,023364	0,007502	21,292187
4	1,991887	1,332713	0,008113	0,000621	20,658769
5	1,983901	1,344453	0,016099	0,011120	22,309731

$$a = 10, K = 0,000875$$

N	$\mathbb{E}\xi$	$\mathbb{D}\xi$	$ \mathbb{E}\xi - \mathbb{E}_0\xi $	$ \mathbb{D}\xi - \mathbb{D}_0\xi $	χ_n^2
1	4,958795	8,358107	0,041205	0,024774	21,027463
2	4,978058	8,359236	0,021942	0,025902	17,418153
3	4,994072	8,308354	0,005928	0,024979	14,220158
4	4,973162	8,300329	0,026838	0,033005	24,393689
5	4,939682	8,220661	0,060318	0,112672	33,181736

$$a = 100, K = 0,000875$$

N	$\mathbb{E}\xi$	$\mathbb{D}\xi$	$ \mathbb{E}\xi - \mathbb{E}_0\xi $	$ \mathbb{D}\xi - \mathbb{D}_0\xi $	χ_n^2
1	49,053232	834,856095	0,946768	1,522762	33,545669
2	49,599278	839,489676	0,400722	6,156342	15,763182
3	49,809206	827,503340	0,190794	5,829993	16,221983
4	49,479560	815,000523	0,520440	18,332810	26,488231
5	49,678274	832,941729	0,321726	0,391604	15,410016

$$a = 4, K = 10^{-3}$$

N	$\mathbb{E}\xi$	$\mathbb{D}\xi$	$ \mathbb{E}\xi - \mathbb{E}_0\xi $	$ \mathbb{D}\xi - \mathbb{D}_0\xi $	χ_n^2
1	1,969064	1,328800	0,030936	0,004533	15,578975
2	1,991908	1,335718	0,008092	0,002385	25,525299
3	1,989345	1,327668	0,010655	0,005665	14,706313
4	1,972633	1,334093	0,027367	0,000759	14,218541
5	1,998288	1,331603	0,001712	0,001730	17,884068

$$a = 10, K = 10^{-3}$$

N	$\mathbb{E}\xi$	$\mathbb{D}\xi$	$ \mathbb{E}\xi - \mathbb{E}_0\xi $	$ \mathbb{D}\xi - \mathbb{D}_0\xi $	χ_n^2
1	4,981762	8,252680	0,018238	0,080654	18,279186
2	4,915781	8,443435	0,084219	0,110102	29,887204
3	5,001669	8,323761	0,001669	0,009573	13,143051
4	4,980096	8,343779	0,019904	0,010446	22,766058
5	4,969477	8,298429	0,030523	0,034904	13,122594

$$a = 100, K = 10^{-3}$$

N	$\mathbb{E}\xi$	$\mathbb{D}\xi$	$ \mathbb{E}\xi - \mathbb{E}_0\xi $	$ \mathbb{D}\xi - \mathbb{D}_0\xi $	χ_n^2
1	49,677527	852,256139	0,322473	18,922806	26,282625
2	49,973943	844,459235	0,026057	11,125901	19,117802
3	49,607398	828,019283	0,392602	5,314050	19,431295
4	49,836484	826,168951	0,163516	7,164382	13,913803
5	49,595904	828,009309	0,404096	5,324024	18,889722

Литература

1. ВЕРЕТЕННИКОВ А.Ю. *О скорости сходимости к стационарному распределению в системах обслуживания с одним прибором* // Автоматика и телемеханика. – 2013. – №10. – С. 23–35. [Engl. transl. On the rate of convergence to the stationary distribution in the single-server queuing system // Autom. Remote Control. – 2013. – Vol. 74, Iss. 10. – P. 1620–1629.]
2. ГНЕДЕНКО Б.В., БЕЛЯЕВ Ю.К., СОЛОВЬЕВ А.Д. *Математические методы в теории надежности: Основные характеристики надежности и их статистический анализ.* – М.: URSS, 2019. – 584 с.
3. ЗВЕРКИНА Г.А., КОШЕЛЕВ А.А. *Об имитационном моделировании случайных величин с помощью интенсивности* // Управление большими системами. – 2021. – Вып. 94. – С. 33–49.
4. КЕРНИГАН Б.У., РИЧЧИ Д.М. *Язык программирования C.* – М.: ООО «И.Д. Вильямс», 2015. – 288 с.
5. КОКС Д., СМИТ В. *Теория восстановления.* – М.: Советское радио, 1967.
6. ЛАГУТИН М.Б. *Наглядная математическая статистика: учебное пособие.* – М.: Лаборатория знаний, 2019. – 472 с.
7. ЧИСТЯКОВ В.П. *Курс теории вероятностей.* – М.: ЛЕНАНД, 2015. – 304 с.
8. DEVROYE L. *Non-uniform random variate generation.* – Springer-Verlag, New York, 1986.
9. HORMANN W., LEYDOLD J., DERFLINGER G. *Automatic Nonuniform Random Variate Generation* // Springer Series in Statistics and Computing. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2004. – 442 p.
10. VERETENNIKOV A. *On convergence rate for Erlang–Sevastyanov type models with infinitely many servers* // Theory of Stochastic Processes. – 2017. – No. 1. – P. 88–102.

11. VERETENNIKOV A. *On mean-field GI/GI/1 queueing model: existence and uniqueness* // Proc. of the Int. Scientific Conf. «Analytical and Computational Methods in Probability Theory and Its Applications (ACMPT–2017)», 23–27 October 2017 / Under the general editorship of D.Sc. A.V. Lebedev, RUDN, Moscow, Russia. – P. 182–186.
12. VERETENNIKOV A. *On mean-field (GI/GI/1) queueing model: existence and uniqueness* // Queueing Systems. – 2020. – Vol. 94(3). – P. 243–255.
13. VERETENNIKOV A. *On Polynomial Recurrence for Reliability System with a Warm Reserve* // Markov Processes and Related Fields. – 2019. – Vol. 25. – P. 745–761.
14. VERETENNIKOV A. *On Recurrence and Availability Factor for Single-Server System With General Arrivals* // Reliability: Theory and Applications (RT& A). – 2016. – Vol. 11, No. 3(42). – P. 49–58.
15. VERETENNIKOV A.YU. *On the rate of convergence for infinite server Erlang–Sevastyanov’s problem* // Queueing Systems. – 2014. – Vol. 76, Iss. 2. – P. 181–203.
16. VERETENNIKOV A.YU., ZVERKINA G.A. *Simple Proof of Dynkin’s Formula for Single-Server Systems and Polynomial Convergence Rates* // Markov Processes Relat. Fields. – 2014. – Vol. 20 – P. 479–504.
17. ZVERKINA G.A. *On coupling epoch for renewal times* // arXiv. – 2021. – <https://arxiv.org/pdf/2110.08609>. – P. 1–10.

ON THE SEARCH FOR THE OPTIMAL STEP IN THE SIMULATION OF RANDOM VARIABLES USING INTENSITY

Galina Zverkina, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand.Sc., assistant professor (zverkina@gmail.com).

Alexandr Koshelev, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Moscow State University, Moscow (koshelev030698@yandex.ru).

Abstract: It is not always possible to determine the characteristics of the system under study by theoretical methods in queuing theory and related areas. Therefore, it is important to be able to model the behavior of such complex systems with the help of computers. To do this, one must be able to model random variables corresponding to periods of work / repair / waiting, etc. In complex technical systems, these periods essentially depend on the behavior of the system components, while their distributions can change already during the operation of such periods. Such behavior of the system can be described using variable intensities of distributions (hazard functions), and modeling of such random variables is impossible by classical methods. Previously, the authors considered a new approach to modeling random variables with a variable intensity unknown in advance. The quality of such modeling is analyzed and the issue of optimizing the modeling procedure is solved in the presented work – so far for the case when the intensity of the simulated distribution does not turn to zero.

Keywords: random variable intensity, numerical simulation, discussion of simulation optimization, search for the optimal simulation step.

УДК 519.2+519.6

ББК 22.171+22.176+22.19

DOI: 10.25728/ubs.2022.100.12

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии В.М. Вишневым.*

Поступила в редакцию 09.11.2022.

Дата опубликования 30.11.2022.