

МОДЕЛИ, МЕТОДЫ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ КОМПЛЕКСНОГО ОЦЕНИВАНИЯ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ¹

Алексеев А.О.

*(Пермский национальный исследовательский
политехнический университет, Пермь)*

alekseev@cems.pstu.ru

Обсуждается задача комплексного оценивания сложных объектов в условиях неопределенности. Приводятся семь моделей оценивания состояния отдельных свойств сложного объекта, предназначенных для различных условий неопределенности. Описываются три матричных метода нечеткого комплексного оценивания с максиминным и аддитивно-мультипликативным подходами к теоретико-множественным операциям, а также два эквивалентных им непрерывных матричных механизма комплексного оценивания. Демонстрируется созданное специально для комплексного оценивания программное обеспечение.

Ключевые слова: механизмы управления, сложные объекты, комплексное оценивание, агрегирование, неопределенность.

1. Введение

Для эффективного управления необходимо учитывать все аспекты и характеристики (свойства) объекта управления (управляемой системы). Объект, группу объектов или систему, описываемую вектором свойств, будем называть сложным объектом. Для сравнения состояний одного или нескольких таких объектов целесообразно их комплексное оценивание – приведение к единой

¹ Работа подготовлена при поддержке РФФИ (грант 17-07-01550)

интегральной, или как её ещё называют комплексной оценке, используя которую возможно ранжирование состояний или объектов, определение степени преимущества или недостатка одного состояния или объекта над другими. В отношении комплексной оценки может быть сформулирована целевая функция и критерий эффективности управления.

Существует несколько групп ученых [1, 5, 9-12, 16, 17 и др.], разработавших специальные методы и алгоритмы комплексного оценивания, применимые в различных условиях. Сложные объекты могут обладать набором разнородных свойств как числовой, так и нечисловой природы, а также обладать разной формой и степенью неопределенности о состоянии частных параметров, а также различными источниками их возникновения.

2. Задача комплексного оценивания сложных объектов в условиях неопределенности

Система комплексного оценивания – это совокупность набора критериев, наборов термов, функций приведения, графа и набора матриц свертки, подходящих для комплексного оценивания сложных объектов конкретной предметной области.

Задача комплексного оценивания сложных объектов заключается в установлении отображения между пространством сложных объектов и ограниченным множеством действительных значений с помощью механизма комплексного оценивания (МКО / RCM):

$$(1) \quad RCM: O \rightarrow V \subset R^1,$$

где O – пространство состояний сложного объекта; V – действительно-значная шкала комплексной оценки.

Матричный механизм комплексного оценивания (ММКО) это механизм комплексного оценивания (1), который задается кортежем:

$$(2) \quad \langle P, G, M, Q \rangle,$$

где P – процедура комплексного оценивания;

G – граф, определяющий последовательность агрегирования (свертки) частных факторов в комплексную оценку, узлам дерева G соответствуют матрицы свертки;

M – множество матриц свертки, матрица свертки является подмножеством декартового произведения шкал качественного оценивания сворачиваемых факторов и шкалы обобщенной, агрегированной оценки, матрица задается множеством элементов $m = \{m_{rc}\}$, $r = \{1, \dots, \bar{r}\}$, $c = \{1, \dots, \bar{c}\}$);

Q – критериальное (квалиметрическое) пространство, образованное множеством шкал качественного оценивания частных критериев K , промежуточных сверток и шкалой комплексной оценки V ;

K – множество частных свойств (параметров, факторов, критериев), по которым оценивается сложный объект, данное множество образовано двумя подмножествами $K = K_q \cup K_n$, K_q – подмножество качественно-описываемых свойств объекта, K_n – подмножество количественно-измеримых свойств объекта; элементы множества $K_q \subseteq K$, $q = \overline{1, \bar{q}}$ оцениваются с помощью термов t_q из множеств T_q : $t_q \in T_q$, $T = \prod_q T_q$, \bar{q} – число качественно-описываемых свойств объекта; элементы множества $K_n \subseteq K$, $n = \overline{1, \bar{n}}$ оцениваются с помощью действительно-значных шкал $x_n \in \Phi_n \subseteq R^1$, $\Phi = \prod_n \Phi_n$, \bar{n} – число количественно-измеримых свойств объекта.

Тогда состояние сложного объекта o задается в пространстве O :

$$O = \left(\prod_{q=1, \bar{q}} K_q \times T \right) \times \left(\prod_{n=1, \bar{n}} K_n \times \Phi \right)$$

и определяется вектором $o \in O$: $o = \{t_q, x_n\}$, $q = \overline{1, \bar{q}}$, $n = \overline{1, \bar{n}}$.

При наличии неопределенности о состоянии отдельных количественно-измеримых факторов элементы вектора, описывающего состояние объекта, представляют собой при интервальной неопределенности пару оценок $\{x_i, \bar{x}_i\}$, $x_i \in \Phi_i, \Phi_i \subseteq \Phi, i \in \{1, \dots, \bar{i}\}$, \bar{i} – число количественно-измеримых факторов, описываемых интервально, а при стохастической неопределенности – распределение вероятностей $P(x_p), x_p \in \Phi_p, \Phi_p \subseteq \Phi, p \in \{1, \dots, \bar{p}\}$, \bar{p} – число количественно-измеримых факторов, носящих случайный характер. Стоит отметить, что качественно-описываемые свойства объекта подвержены неопределенности, источником которой является субъективность суждений экспертов, привлекаемых для их оценивания.

Поэтому в общем случае состояние сложного объекта описывается вектором:

$$o = \{t_q, t_n, \{x_i, \bar{x}_i\}, P(x_p)\}, q = \overline{1, q}, n = \overline{1, n - \bar{i} - \bar{p}}, i \in \{1, \dots, \bar{i}\},$$

где $p \in \{1, \dots, \bar{p}\}$. При этом задача комплексного оценивания (1) сохраняется, однако в случае интервальной неопределенности комплексная оценка представляет собой интервал $\{\underline{v}, \bar{v}\}$, $\underline{v}, \bar{v} \in V$. В случае стохастической неопределенности комплексная оценка представляет собой распределение вероятностей $P(v)$ на множестве V .

3. Модели свойств сложных объектов в условиях неопределенности

Качественно-описываемые свойства объекта подвержены неопределенности, источником которой является субъективность суждений экспертов, привлекаемых для их оценивания.

Субъективные оценки могут высказываться с разной степенью модальности. Под разной степенью модальности

подразумевается, что лица, привлеченные к оцениванию свойств, в зависимости от их квалификации могут высказать различные суждения.

СВ1 – свойства сложного объекта описываются с помощью Ф-нечетких переменных:

$$\tilde{\delta} = \left\{ \tilde{t}_q, \tilde{x}_n \right\}, \tilde{x}_n = \left\{ x_n / \left\{ \underline{\mu}_{x_n}, \overline{\mu}_{x_n} \right\} \right\}, \tilde{t}_q = \left\{ t_q / \left\{ \underline{\mu}_{t_q}, \overline{\mu}_{t_q} \right\} \right\}.$$

где $\overline{q} = \overline{1, q}$, \underline{q} – число качественно-описываемых свойств объекта; $\overline{n} = \overline{1, n}$, \underline{n} – число количественно-измеримых свойств объекта

СВ2 – свойства сложного объекта описываются с помощью нечетких переменных:

$$\tilde{\delta} = \left\{ \tilde{t}_q, \tilde{x}_n \right\}, \tilde{x}_n = \left\{ x_n / \mu_{x_n} \right\}, \tilde{t}_q = \left\{ t_q / \mu_{t_q} \right\}.$$

СВ3 – свойства сложного объекта описываются с помощью нечетких переменных, имеющих ограничение на вход – равенство единице суммы значений функции принадлежности а также с использованием ближайших по смыслу категорий (термов):

$$\tilde{\delta} = \left\{ \tilde{t}_q, \tilde{x}_n \right\}, \tilde{x}_n = \left\{ x_n / \mu_{x_n} \right\}, \tilde{t}_q = \left\{ t_q / \mu_{t_q} \right\}, \sum \mu_{x_n} = 1, \sum \mu_{t_q} = 1.$$

СВ4 – свойства сложного объекта оцениваются группой экспертов с помощью процедур активной экспертизы, в том числе нечеткой и интервальной. В этом случае степень неопределенность результата активной экспертизы будет определяться по участнику, обладающим наихудшей неопределенностью.

Применительно к количественно-измеримым свойствам объекта источником неопределенности могут служить средства объективного контроля, то есть оценки частных свойств объекта могут быть как точными значениями на множестве действительных чисел, так и интервальными оценками, в том числе о состоянии отдельных свойств может иметься распределение вероятностей о возможном состоянии объекта.

ОВ1 – свойства сложного объекта описываются с помощью с помощью интервальных оценок:

$$o = \{ \{ \underline{x}_i, \bar{x}_i \} \}, i \in \{1, \dots, \bar{i}\},$$

\bar{i} – число количественно-измеримых факторов, описываемых интервально,

ОВ2 – свойства сложного объекта описываются с помощью распределения вероятностей:

$$o = \{ P(x_p) \}, p \in \{1, \dots, \bar{p}\},$$

\bar{p} – число количественно-измеримых факторов, носящих случайный характер,

ОВ3 – свойства сложного объекта описываются с помощью точных или приближенных оценок:

$$o = \{ x_n \}.$$

В общем случае состояние сложного объекта описывается вектором $o = \{ t_q, x_n, \{ \underline{x}_i, \bar{x}_i \}, P(x_p) \}$, $q = \overline{1, q}$, $n = \overline{1, n - \bar{i} - \bar{p}}$, $i \in \{1, \dots, \bar{i}\}$, $p \in \{1, \dots, \bar{p}\}$.

Стоит отметить, что и количественные показатели также могут быть оценены экспертами, например, в случаях когда средства объективного контроля недоступны, то есть способы ввода класса СВ применимы не только к качественным показателям, но и количественным. При этом объективно оценить качественные свойства не представляется возможным (табл. 1).

Таблица 1. Отношение свойств сложных объектов и способов их оценки

| Свойства сложного объекта: | | Способ оценки частных свойств | |
|----------------------------|-------|-------------------------------|--------------------|
| | | Объективно | Субъективно |
| Количественные | x_n | ОВ1, ОВ2, ОВ3 | СВ1, СВ2, СВ3, СВ4 |
| Качественные | t_q | – | СВ1, СВ2, СВ3, СВ4 |

Учитывая сказанное выше, приведем классификацию возможных состояний частных свойств в условиях неопределенности (табл. 2) [3].

Таблица 2. Модели свойств сложных объектов

| Модель свойства сложного объекта | Состояние сложного объекта описывается вектором | Функции приведения: $o \rightarrow Q_o$ |
|---|--|--|
| Ф-нечеткие / мягкие множества | $\tilde{o} = \{ \tilde{t}_q, \tilde{x}_n \},$ $\tilde{x}_n = \left\{ x_n / \left\{ \underline{\mu}_{x_n}, \overline{\mu}_{x_n} \right\} \right\},$ $\tilde{t}_q = \left\{ t_q / \left\{ \underline{\mu}_{t_q}, \overline{\mu}_{t_q} \right\} \right\}$ | $X_n = f_n(x_n)$ $X_q = f_q(t_q)$ |
| Нечеткие множества | $\tilde{o} = \{ \tilde{t}_q, \tilde{x}_n \}$ $\tilde{x}_n = \{ x_n / \mu_{x_n} \}$ $\tilde{t}_q = \{ t_q / \mu_{t_q} \}$ | |
| Нечеткие множества с ограничением на функции принадлежности | $\tilde{o} = \{ \tilde{t}_q, \tilde{x}_n \},$ $\tilde{x}_n = \{ x_n / \mu_{x_n} \},$ $\tilde{t}_q = \{ t_q / \mu_{t_q} \},$ $\sum \mu_{x_n} = 1, \sum \mu_{t_q} = 1$ | |
| Процедуры активной экспертизы | $o = \{ \{ t_q \}, \{ x_n \} \},$ $t_q = \pi(\{ t_q \}),$ $x_n = \pi(\{ x_n \})$ | |
| Интервальные оценки | $o = \{ \{ x_i, \bar{x}_i \} \}$ | |

| | | |
|--------------------------------|------------------|--|
| Распределение вероятностей | $o = \{P(x_p)\}$ | |
| Точные или приближенные оценки | $o = \{x_n\}$ | |

4. Методы комплексного оценивания

Известны матричные механизмы нечеткого комплексного оценивания (Нечеткие ММКО) с максиминным подходом и с аддитивно-мультипликативным подходами к теоретико-множественным операциям, а также два эквивалентных им непрерывных матричных механизма комплексного оценивания (Непрерывные ММКО).

В случае применения Нечетких ММКО элементам матрицы m_{rc} соответствует несколько значений функции принадлежности. Для определения единственного значения функции принадлежности необходимо использовать теоретико-множественную операцию пересечения (3) или (4):

$$(3) \quad \tilde{A} \cap \tilde{B} = \{X_i / \mu_A\} \cap \{X_i / \mu_B\} = \{X_i / \min(\mu_A; \mu_B)\},$$

$$(4) \quad \tilde{A} \cap \tilde{B} = \{X_i / \mu_A\} \cap \{X_i / \mu_B\} = \{X_i / \mu_A \cdot \mu_B\},$$

где X_i – элемент носителя нечеткого множества, μ_A и μ_B значения функций принадлежности элемента X_i нечетким множествам \tilde{A} и \tilde{B} .

Для элементов матрицы сверки, которые имеют одно и тоже значение необходимо использовать теоретико-множественную операции объединения (5) или (6), в соответствии с процедурой нечеткого комплексного оценивания.

$$(5) \quad \tilde{A} \cup \tilde{B} = \{X_i / \mu_A\} \cup \{X_i / \mu_B\} = \{X_i / \max(\mu_A; \mu_B)\},$$

$$(6) \quad \tilde{A} \cup \tilde{B} = \{X_i / \mu_A\} \cup \{X_i / \mu_B\} = \{X_i / \mu_A + \mu_B\}.$$

Подход, использующий операции (3) и (5), называется максиминным – P_{MM} . Подход, использующий операции (4) и (6), называется аддитивно-мультипликативным – P_{AM} . Исторически

процедура нечеткого комплексного оценивания была предложена Андрониковой Н.Г., Леонтьевым С.В. и Новиковым Д.А. в 2002 году [9]. Позже эти исследования получили развитие в работах Харитоновой В.А. и Белых А.А., начиная с 2005 года [16, 17]. В этих работах применялся максиминный подход.

Исследование различных подходов к теоретико-множественным операциям над нечеткими множествами в процедуре нечеткого комплексного оценивания, в том числе альтернативных (3)-(6) представлено в работах [1, 2] и др.

Результат матрицы свертки примет форму нечеткого числа $\tilde{v} \in \tilde{V}$:

$$(7) \quad \tilde{v}(\tilde{X}_r, \tilde{X}_c) = \left\{ \underline{m}_{rc} / \underline{\mu}_{m_{rc}}, \dots, \overline{m}_{rc} / \overline{\mu}_{m_{rc}} \right\},$$

где $\left\{ \underline{m}_{rc}, \dots, \overline{m}_{rc} \right\}$ – градации шкалы $v \in \mathbb{R}^1$, описывающей свертку факторов \tilde{X}_r и \tilde{X}_c , элементы m_{rc} принимают значения из этого множества, $\mu_{m_{rc}}$ определяются по выбранной процедуре P_{MM} или P_{AM} .

Для того чтобы представить результат агрегирования в форме числа, принадлежащего множеству действительных значений $v \in \mathbb{R}^1$, в работах [9, 14, 16] предлагается использовать уравнение центра масс (8), которое с учетом принятых в данной работе обозначений примет вид:

$$(8) \quad v = \left(\sum_{m_{rc}} \mu_{m_{rc}} \cdot m_{rc} \right) / \left(\sum_{m_{rc}} \mu_{m_{rc}} \right).$$

Рассмотрим, так называемые [17] стандартные функции свертки, являющиеся подмножествами матрицы, образованные элементами $(m_{rc}; m_{r+1c}; m_{rc+1}; m_{r+1c+1})$, (табл. 3). Эти функции имеют простую интерпретацию, описываемую с помощью естественного языка. Эти подмножества матрицы свертки можно интерполировать, используя процедуру нечеткого комплексного оценивания, и на непрерывной области определения аргументов свертки можно построить трехмерные поверхности, соответствующие стандартным функциям.

Таблица 3. Стандартные функции свертки

| Стандартные функции свертки | функции | Значения элементов матрицы | | | |
|-----------------------------|--|----------------------------|------------|------------|--------------|
| F_i | Качественная интерпретация | m_{rc} | m_{r+1c} | m_{rc+1} | m_{r+1c+1} |
| F_0 | комплексная оценка не увеличивается при росте любого критерия | v | v | v | v |
| F_1 | комплексная оценка увеличивается при росте обоих критериев | v | v | v | $v + 1$ |
| F_2 | комплексная оценка увеличивается только при росте критерия \mathbf{r} | v | v | $v + 1$ | $v + 1$ |
| F_3 | комплексная оценка увеличивается только при росте критерия \mathbf{c} ; | v | $v + 1$ | v | $v + 1$ |
| F_4 | комплексная оценка увеличивается при росте любого критерия; | v | $v + 1$ | $v + 1$ | $v + 1$ |
| F_5 | аналогично F_4 , но при росте обоих критериев возникает синергетический эффект | v | $v + 1$ | $v + 1$ | $v + 2$ |

В случае использования Нечетких ММКО с максиминным подходом к теоретико-множественным операциям деффазицированная согласно (8) комплексная оценка имеет погрешность. Этот случай был подробно рассмотрен в работе [17].

Для снижения погрешности необходимо использовать следующие операции [1-3]:

для стандартной функции F_0 :

$$(9) \quad \tilde{v}(\tilde{X}_r, \tilde{X}_c) = \{m_{rc} / 1\},$$

для стандартной функции F_1 :

$$(10) \quad \tilde{v}(\tilde{X}_r, \tilde{X}_c) = \begin{cases} m_{rc} / (1 - \mu_{X_c}); m_{rc} + 1 / \mu_{X_c} & \text{if } X_r \geq X_c \\ m_{rc} / (1 - \mu_{X_r}); m_{rc} + 1 / \mu_{X_r} & \text{if } X_c < X_r \end{cases},$$

для стандартной функции *F2*:

$$(11) \quad \tilde{v}(\tilde{X}_r, \tilde{X}_c) = \{m_{rc} / (1 - \mu_{X_c}); m_{rc} + 1 / \mu_{X_c}\},$$

для стандартной функции *F3*:

$$(12) \quad \tilde{v}(\tilde{X}_r, \tilde{X}_c) = \{m_{rc} / (1 - \mu_{X_r}); m_{rc} + 1 / \mu_{X_r}\},$$

для стандартной функции *F4*:

$$(13) \quad \tilde{v}(\tilde{X}_r, \tilde{X}_c) = \begin{cases} m_{rc} / (1 - \mu_{X_r}); m_{rc} + 1 / \mu_{X_r} & \text{if } X_r \geq X_c \\ m_{rc} / (1 - \mu_{X_c}); m_{rc} + 1 / \mu_{X_c} & \text{if } X_r < X_c \end{cases},$$

для стандартной функции *F5*:

$$(14) \quad \tilde{v}(\tilde{X}_r, \tilde{X}_c) = \{m_{rc} / (1 - \mu_{X_r} - \mu_{X_c}); m_{rc} + 1 / \mu_{X_r} + \mu_{X_c}\}.$$

Операции (10) и (13) эквивалентны операциям минимума и максимума соответственно. Поэтому данный подход также называется максиминным [2, 3].

Нечеткий ММКО с аддитивно-мультипликативным подходом $\langle G, M, Q, P_{AM} \rangle$ эквивалентен ММКО с дискретными шкалами, каждой градации которой имеется некоторая вероятность. Другими словами, агрегируемые критерии имеют функции распределения вероятностей. Последний случай был предложен в работе [11] Бурковым В.Н. и Новиковым Д.А. еще в 1997 году.

Непрерывные ММКО используют функции интерполяции. Первая функция интерполяции была предложена Анохиным А.М., Гусевым В.Б. и Павельевым В.В. в 2003 году в работе [10]:

$$(15) \quad v = \begin{cases} j_3 + \gamma_1 \cdot (j_6 - j_5) + \gamma_2 \cdot (j_5 - j_3), & \text{if } \gamma_2 \geq \gamma_1, \\ j_3 + \gamma_1 \cdot (j_4 - j_3) + \gamma_2 \cdot (j_6 - j_4), & \text{if } \gamma_1 > \gamma_2, \end{cases}$$

где введены следующие переменные:

$$\gamma_1 = X_r, X_r \in [1, \bar{r}], \quad \gamma_2 = X_c, X_c \in [1, \bar{c}],$$

$$j_3 = m_{r = \lfloor X_r \rfloor c = \lfloor X_c \rfloor}, \quad j_4 = m_{r = \min(\lfloor X_r + 1; \bar{r} \rfloor) c = \lfloor X_c \rfloor},$$

$$j_5 = m_{r=\lfloor X_r \rfloor c=\min(\lfloor X_c+1 \rfloor; \bar{c})}, \quad j_6 = m_{r=\min(\lfloor X_r+1 \rfloor; \bar{r}) c=\min(\lfloor X_c+1 \rfloor; \bar{c})}.$$

Выражение (15) эквивалентно Нечеткому ММКО, использующему максиминный подход (9)-(14) $\langle G, M, Q, P_{MM} \rangle$.

Вторая функция интерполяции была определена в аналогичной записи, но таким образом, чтобы получить случай, эквивалентный Нечеткому ММКО с аддитивно-мультипликативным подходом в 2016 году:

$$(16) \quad v = j_3 + \gamma_1 \cdot [j_4 - j_3] + \gamma_2 \cdot [j_5 - j_3] + \gamma_1 \cdot \gamma_2 \cdot [j_6 + j_3 - j_4 - j_5],$$

Обе функции (15) и (16) непрерывны и монотонны. Это значит, что для сколь угодно малой $\varepsilon > 0$ справедливо $v(X_r, X_c) \leq v(X_r + \varepsilon, X_c)$ и $v(X_r, X_c) \leq v(X_r, X_c + \varepsilon)$.

Примеры комплексного оценивания в условиях неопределенности показаны в работе [3].

5. Информационные технологии комплексного оценивания в условиях неопределенности

Для решения прикладных задач комплексного оценивания в Пермском научно-образовательном центре проблем управления при Пермском национальном исследовательском политехническом университете было создано семейство программных продуктов, именуемых ДЕКОН сокращено от дерево комплексного оценивания. На текущий момент наибольшей популярностью пользуются программные продукты ДЕКОН 3-го поколения, представленные независимыми десктоп приложением и веб-серверным приложением. На базе последнего приложения был реализован специальный программный модуль исследования устойчивости матричного анонимного обобщенного медианного механизма к стратегическому поведению агентов [7], в том числе с возможностью делегирования сообщений экспертов [6].

Несмотря на указанные выше научные достижения и многообразие уже разработанного программного обеспечения

разработка систем комплексного оценивания сложных объектов для различных предметных областей требует либо использования различных методов и информационных систем, либо специальных навыков программирования для их интеграции. Поэтому актуальным являлась разработка специальной платформы для оперативного прототипирования систем комплексного оценивания сложных объектов.

В качестве такой платформы была выбрана среда имитационного моделирования РДС/RDS (Расчёт динамических систем / Research of Dynamics Systems) [13, 15], разработанная профессором Дорри М.Х. и старшим научным сотрудником Рощиным А.А. в Институте проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН.

Так, в среде моделирования РДС создана библиотека блоков ввода данных о состоянии отдельных критериев и библиотека блоков агрегирования информации, комбинация которых позволяет создать систему комплексного оценивания сложного объекта, обладающего любой формой, степенью и источником неопределённости [8].

Для количественных параметров реализованы три блока с выбором функций приведения количественных оценок из фазового пространства в критериальное: возрастающие (линейная, степенная, S-образная, логарифмическая, экспоненциальная, полиномиальная), убывающие (аналогичные функции и Z-образная) и смешанные (трапециевидная и колоколообразная). Для качественных параметров реализованы четыре блока с заданием точной оценки и интервала, мягких значений, а также нечётких значений без ограничений на функцию принадлежности или со специальными ограничениями [8].

Литература

1. *Алгоритмические основы нечеткой процедуры комплексного оценивания объектов различной природы* / А. О. Алексеев, А. С. Саламатина, А. В. Вычегжанин, Д. В. Климец // *Фундаментальные исследования*. – 2014. – № 3, ч. 3. – С. 469-474.

2. АЛЕКСЕЕВ А.О. *Исследование альтернативных подходов к теоретико-множественным операциям над нечеткими множествами в процедуре нечеткого комплексного оценивания* // Прикладная математика и вопросы управления. – 2015. – №1. – С. 60–72.
3. АЛЕКСЕЕВ А.О. *Комплексное оценивание сложных объектов в условиях неопределенности* // Прикладная математика и вопросы управления. – 2019. – №2. – С. 103–131.
4. АЛЕКСЕЕВ А.О. *Нечеткое и Ф-нечеткое комплексное оценивание сложных объектов* // Управление большими системами : сб. тр. XV Всерос. шк.-конф. молодых ученых, (г. Воронеж, 10-13 сент. 2018 г.) : в 2 т. Т. 1. – Воронеж : Изд-во ВГТУ, 2018. - С. 16-23.
5. АЛЕКСЕЕВ А.О., АЛЕКСЕЕВА И.Е. *Процедуры нечеткого комплексного оценивания объектов различной природы* // XII Всероссийское совещание по проблемам управления (ВСПУ 2014), г. Москва, 16-19 июня 2014 г. – М.: ИПУ РАН. 2014. – С. 7884 – 7893.
6. АЛЕКСЕЕВ А.О., КОРГИН Н.А. *Матричный анонимный обобщенный медианный механизм с правом делегирования сообщений* // Прикладная математика и вопросы управления. – 2016. – №4. – С. 137-156.
7. АЛЕКСЕЕВ А.О., КОРГИН Н.А. *О применении обобщенных медианных схем для матричной активной экспертизы* // Прикладная математика, механика и процессы управления. – 2015. – Т.1 – С. 170-177.
8. АЛЕКСЕЕВ А.О., САЛАМАТИНА А.С. *Прототипирование систем комплексного оценивания сложных объектов в среде RDS* // XIII Всероссийское совещание по проблемам управления (ВСПУ 9, г. Москва, 17-20 июня 2019 г. – М.: ИПУ РАН. 2019. – С. 3040 – 3045.
9. АНДРОНИКОВА Н.Г., ЛЕОНТЬЕВ С.В., НОВИКОВ Д.А. *Процедуры нечёткого комплексного оценивания* // Современные сложные системы управления: Тр. межд. науч.-пр. конф. – Липецк. 2002. С. 7– 8

10. АНОХИН А.М. ГУСЕВ В.Б. ПАВЕЛЬБЕВ В.В. *Комплексное оценивание и оптимизация на моделях многомерных объектов*. – М.: ИПУ РАН, 2003. – 79 с.
11. БУРКОВ В.Н., НОВИКОВ Д.А. *Как управлять проектами?* – М.: Синтег, 1997. – 190 с.
12. ГЛОТОВ В.А., ПАВЕЛЬБЕВ В.В. *Векторная стратификация*. – М.: Наука, 1984. – 132 с.
13. ДОРРИ М.Х., РОЩИН А.А. *Инструментальный программный комплекс РДС (Расчет Динамических Систем) – средство моделирования и разработки алгоритмов управления // Проблемы управления*. – 2009. – №4. – С. 52-57
14. НОВИКОВ Д.А., СУХАНОВ А.Л. *Нечеткие сетевые системы комплексного оценивания // Проблемы информационной экономики. Выпуск 6. Моделирование инновационных процессов и экономической динамики*. – М.: Ленанд, 2006. – С. 279–292.
15. РОЩИН А.А. *Расчет динамических систем (РДС). Руководство для программистов. Приложение: описание функций и структур. Приложение к руководству для программистов*. – М.: ИПУ РАН, 2012. – 719 С.
16. ХАРИТОНОВ В. А., ВИНОКУР И. Р., БЕЛЫХ А. А. *Функциональные возможности механизмов комплексного оценивания с топологической интерпретацией матриц свёртки // Управление большими системами. Выпуск 18*. – М.: ИПУ РАН, 2007. – С. 129-140.
17. ХАРИТОНОВ В.А., БЕЛЫХ А.А. *Технологии современного менеджмента*. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2007. – 190 с.