DOI: 10.25728/tas.2019.50.1.12

АКТИВНОСТЬ И УПРАВЛЕНИЕ В ТЕОРИИ КОНСТРУКТИВНЫХ ЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Шевченко В.В.
(*Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН, Москва*)
vsh1953@mail.ru,

Рассматриваются вопросы описания и анализа процессов управления и активного поведения в рамках теории конструктивных логических систем (КЛС), являющейся оригинальным нетривиальным обобщением теории конечных автоматов, позволяющим, в числе прочего, рассматривать процессы трансформации свойств поведения системы. Ещё одним преимуществом теории КЛС является наличие точных определений операций над КЛС, сопоставимых по гибкости и многообразию со средствами оперирования над образами живого языка (объединение и разложение, укрупнение и детализация, обобщение и конкретизация, аналогия). Представлено точное определение понятий управляющая и управляемая КЛС, простейшие примеры, иллюстрирующие эти определения. Рассмотрены принципы описания и анализа конкретных процессов управления и игровых взаимодействий.

Ключевые слова: активная система, управление, конструктивная логическая система, игра, конечный автомат, сеть Петри.

1. Введение

Одной из центральных проблем математического моделирования процессов управления и активного, заинтересованного поведения участников сложных процессов в общественных системах является проблема формализации связанных с такими процессами описательных наук. Предприниматели и политики, министры и торговцы, врачи и учителя общаются на своих профессиональных языках, сложившихся веками, далёких от математических формализмов, и с недоверием воспринимают то, что им пытаются советовать математики. Одной из попыток преодоления этой пропасти можно назвать теорию активных систем В.Н. Буркова [1]. Весьма серьёзное внимание этой проблеме уделял и блестящий мастер точного исследования и организатор науки А.А. Дородницын [2-3]. Самое непосредственное отношение к этому имеют теория игр и исследование операций. Однако говорить о прорыве в достижении взаимопонимания между энтузиастами математического моделирования и практиками пока не приходится.

В настоящей работе, исходя из достаточно серьёзного опыта как теоретического, так и практического характера, предлагается несколько неожиданный подход к решению обозначенной проблемы.

Стремление докопаться до сокровенного обобщающего точного знания о том, как устроен мир, старо, как этот мир. В наиболее известной нам европейской традиции оно наиболее ярко проявлено в диалоге Платона «Парменид», «Аристотелевом корпусе» и его переосмыслениях Авиценной и Лейбницем. Успех математики операторов дифференцирования и взятия первообразных, открытых Лейбницем и Ньютоном, породил «Лапласов детерминизм», исходя из которого всё в мире адекватно описывается в виде дифференциальных динамических систем (исповедуемый с поправкой на возможность включения случайных процессов определённой частью интеллектуалов по сей день, свидетельством чего является, в частности, популярность работ нашего современника А. Вейника). Обозначившееся ко второй половине 19-го века разочарование в таком детерминизме вылилось в увлечение алгебраическими представлениями о группах, полях, универсальных алгебрах, выросшей из них теорией категорий. Стремление «проникнуть в философию математических наук» (Ж.А. Пуанкаре) породило «парадокс Бертрана Рассела» и «кризис оснований математики», попытки преодолеть этот кризис (УДК 519.25) различными способами. Активным участником всего этого явился Д. Гильберт с его финитизмом, исходя из которого всё новое в математике начинается с неожиданных конечных построений, и теорией доказательств. За финитизмом Д. Гильберта последовали интуиционизм, аксиоматика Пеано и опровержение её непротиворечивости Гёделем, ультрафинитизм А.С. Есенина-Вольпина (отказ от всех множеств, кроме конечных), Бурбаки, Тьюринг и Пост, конечные автоматы Мура и Милля, конструктивные функции и алгоритмы А.А. Маркова, общая теория систем, различные математические теории конфликтов и катастроф. Можно ли из всего этого вынырнуть с позитивным результатом, с богатым уловом? Ведь каждый из перечисленных подходов своеобразен. По мнению автора, можно.

Начав, следуя за Гильбертом и Пуанкаре, с построения конечного представления, обобщающего все известные нам конечные представления, включая недетерминированные конечные автоматы и сети Петри. В качестве такого обобщающего конечного представления предлагается представление о конструктивной логической системе (КЛС). Далее это конечное представление обобщается в виде счётного представления о счётных семействах КЛС (СС КЛС). Накопленный к настоящему моменту опыт показывает, что представление о СС КЛС весьма общее, известные автору конструктивные задачи фундаментальной и прикладной математики удаётся поставить (а иногда и решить) на языке СС КЛС.

Далее, в п. 2, рассмотрены и проиллюстрированы простейшими примерами принципы формализации на языке КЛС (пока не СС КЛС) задач управления и активного (игрового) взаимодействия. После рассмотрения в п. 1 необходимых ключевых представлений теории КЛС.

2. Конструктивные логические системы и их семейства

В современной теории недетерминированных конечных автоматов не допускаются пустые множества выходов и переходов в соответствующих функциях (выходов и переходов). Но при этом в сетях Петри, также являющихся вполне корректным конечным математическим представлением, возникают неразрешимости (тупиковые ситуации). Более 30 лет назад [4], автор решил попробовать записывать свойства движений в дискретном времени в конечном пространстве состояний в виде логических ограничений (ЛО), запрещающих переходы заданного вида в процессе движения. Простейшим ЛО (порядка и глубины 1) является запрет перехода за 1 такт дискретного времени из i-го состояния в j-е. ЛО общего вида запрещает в текущий момент находиться в заданном подпространстве заданного конечного пространства состояний, если в моменты, отстоящие от текущего на заданные числа тактов, система находилась в других заданных подпространствах этого пространства состояний. Исследование таких ЛО и систем ЛО привело к целому ряду весьма интересных неожиданностей. Если число состояний пространства N, то всякое ЛО порядка λ (порядок – число условий в ограничении) можно многими способами представить в виде логически эквивалентной системы из N ЛО порядка $\lambda+1$. Это даёт основание соразмерять ЛО по силе (ассоциированной со свободой движения, отнимаемой ЛО у системы). В КЛС возникают конфликты – неразрешимости движения в силу действующей системы ЛО. Опираясь на наличие естественной меры, силы ЛО, можно говорить, что в реальности конфликты разрешаются ломкой (исчезновением) слабейших ЛО. Возникает точный аналог законов Гегеля (принцип минимальных разрушений, правило зарастания, правило консолидации). Естественным образом определяются операции над КЛС, равноценные по гибкости со средствами оперирования с образами живого языка: объединение и разложение, укрупнение и детализация, обобщение и конкретизация КЛС, отношение аналогии между КЛС. Эти операции и отношение обладают весьма интересными свойствами. Вводится понятие счётного семейства КЛС (СС КЛС), операции над КЛС обобщаются как операции над СС КЛС. КЛС с простым числом состояний и СС КЛС с простым числом состояний при каждом значении параметра семейства являются не делимыми (атомарными –

логический атомизм Б. Рассела). Полученные результаты по теории КЛС опубликованы в работах [4-6].

Формально при определении КЛС рассматривается движение системы *S* в пространстве состояний $P = \{p_1,..., p_n\}$ в дискретном времени *T* с тактом Δ. Логическим ограничением (ЛО) этого движения называется действующее в любой момент времени $t_i \in T$ ограничение вида:

(1) $$LR \equiv \bigwedge_{k=1}^{\lambda} s(t_{i-l_k}) \in P_k \Rightarrow s(t_i) \in \overline{P}_0, P_k \subseteq P\ k = 0,1,...,\lambda$$

.

$\lambda, l_k, k = 1,...,\lambda$ - натуральные числа;

$s(t_j)$ - состояние системы *S* в некоторый момент t_j времени *T*;

λ - порядок ЛО;

$l_{\max} = \max\limits_{k \in \{1,...,\lambda\}} l_k$ - глубина ЛО;

(2) $$\|LR\| = \frac{m_0 \cdot m_1 \cdot ... \cdot m_\lambda}{n^{\lambda+1}},$$ m_i - число состояний в P_i; - сила ЛО.

Формула (2) соответствует случаю, когда все состояния системы считаются равномощными. Если это не так, и задана мера (мощность) каждого состояния, - числа m_i в (2) заменяются суммой мер тех состояний, которым эти числа соответствуют, число *n* заменяется суммой мер всех состояний КЛС.

В силу конечности числа состояний рассматриваемого пространства любое ЛО может быть многими способами представлено в виде логически эквивалентного ему множества ЛО большего порядка (разложено на такое множество ЛО). Для такого его представления в виде множества ЛО порядка $\lambda +1$ достаточно взять, например, любое $l_{k+1} > l_{\max}$, разбить пространство *P* на любое множество непересекающихся подмножеств $P_{k+1}^1,..., P_{k+1}^{\alpha}$ и составить искомое множество ЛО из разлагаемого ЛО вида (1), к левой части (части до знака $\Rightarrow$) которых добавлено условие $s(t_{i-l_{k+1}}) \in P_{k+1}^{\beta},\ \beta = 1,\ldots,\alpha$.

В прикладном плане теория КЛС апробирована на построении на базе имеющихся данных археологического, лингвистического, антропологического, генетического (гаплогруппы) и иного характера непротиворечивой гипотезы общей картины планетарного исторического процесса последних тысячелетий (представляемой в виде траектории вполне определённой КЛС, не противоречащей имеющейся совокупности надёжных с точки зрения исследователя данных). Трактовка эмоций как конфликтов в КЛС (или СС КЛС) помогла выстроить психофизиологическую теорию мотивационных соотношений и психологическую концепцию механизмов старения.

Под СС КЛС понимается, в случае единого для всего семейства дискретного времени, такое семейство КЛС с натуральнозначным параметром семейства γ ($S_\gamma\ \gamma \in N$), в котором для любого γ

- определен взаимно покрывающий морфизм между пространствами S_γ - P_γ и $S_{\gamma+1}$ - $P_{\gamma+1}$, в силу которого каждому состоянию P_γ соответствует хотя бы одно состояние $P_{\gamma+1}$ и наоборот и при этом любое состояние одного из пространств, соответствующее некоторому состоянию другого пространства не в одиночестве, не может соответствовать и другому состоянию другого пространства;

- множество ЛО $S_{\gamma+1}$ состоит из ЛО S_γ, переписанных логически эквивалентно в силу указанного морфизма в пространстве $P_{\gamma+1}$.

Рассматриваются и СС КЛС с индивидуальным временем каждой КЛС семейства. В этом случае определение СС КЛС существенно усложняется.

В виде КЛС можно представить любые конечные автоматы, включая недетерминированные, сети Петри, машины Тьюринга с ограниченной лентой, конечные игры (шахматы, шашки, карточные, иные).

При этом термин «представить в виде» означает, что любому описанию указанного класса (автомату, сети Петри, …) можно сопоставить такую КЛС, что

- дискретные времена их движения совпадают и любому состоянию исходного описания соответствует строго одно состояние КЛС;

- любой задаче, связанной с поведением исходного описания (определение множества возможных состояний в некоторый последующий момент при заданном множестве возможных состояний в начальный момент, иные задачи), однозначно соответствует задача, связанная с поведением соответствующей КЛС и их решения в силу соответствия между состояниями совпадают.

В виде СС КЛС удаётся представить любую разностную или дифференциальную динамическую систему, любой случайный процесс, иные известные непрерывные процессы в дискретном или непрерывном времени (например, управляемый производственный процесс, рассматриваемый в теории расписаний). При этом, правда, указанные математические описания рассматриваются как счётные семейства конечных множеств (ССКМ) [7]. Представления о множествах мощности континуума, за ненадобностью, из рассмотрения исключаются (В соответствии с «бритвой Оккама»: «Не увеличивай сущности сверх необходимости»).

Развитие представлений о КЛС и СС КЛС заставило автора кардинально изменить своё мировосприятие, его базовые основы. В направлении, в целом указанном логическим атомизмом Б. Рассела и задолго до него Пифагором, Архимедом, Аль-Хорезми, Авиценной, Ньютоном, Лейбницем, Гауссом, Кронекером, Пуанкаре и Гильбертом. В итоге прорисовалась следующая, во многом неожиданная философия, с которой многие, наверное, не согласятся:

- представление Парменида «всё есть одно» и использование философами терминов «сущность», «монада» (Г.В. Лейбниц) обоснованы и оправданы, математически точное универсальное описание, соответствующее понятию «образ» живого языка, понятиям «сущность» и «монада» существует и его надо искать (общая теория систем – не спекулятивный блеф);

- атомизм свойствен природным сущностям, но атомами являются не кварки или иные конечномерные сущности, а принципиально не делимые (не представимые в виде объединений) КЛС или СС КЛС;

- понятия массы и энергии могут быть обобщены на любые сущности (масса) и любые ЛО (энергия) и являются логарифмическими функциями чисел состояний (масса) и порядка и чисел состояний всего пространства и фигурирующих в ЛО подпространств (энергия);

- конфликты в КЛС и СС КЛС и сформулированные правила их разрешения (принцип минимальных разрушений, правило консолидации и правило зарастания) соответствуют реальной природе процессов развития, трансформаций, преобразований самих свойств природных сущностей.

При такой философии существенно меняются и сложившиеся представления об управлении, активном поведении, игровых взаимодействиях. Уже при рассмотрении управления в простейших конечных системах появляются неожиданности.

3. Описание процессов управления и игровых взаимодействий на языке- КЛС

Под простым объединением КЛС S_1 и S_2 с одинаковыми тактами времён и с пространствами состояний P_1 и P_2 соответственно в теории КЛС понимается КЛС S_3, пространство которой является декартовым произведением пространств объединяемых КЛС $P_3 = P_1 \times P_2$, а множество ЛО включает в себя все ЛО множеств ЛО S_1 и S_2, переписанные в виде логически эквивалентных (л.э.) ЛО в пространстве P_3.

При этом для представления некоторого ЛО, записанного в пространстве, например, P_1, в виде л.э. ЛО в пространстве P_3, необходимо заменить в исходном ЛО все состояния во всех множествах на декартовы произведения этих состояний (из P_1) на пространство P_2.

Под объединением с взаимосвязями понимается простое объединение с добавлением тех или иных дополнительных ЛО (собственно взаимосвязей) в пространстве P_3..

Внутренние ЛО одной из объединяемых КЛС никак не ограничивают движение второй КЛС в её пространстве. Взаимосвязи могут либо ограничивать тем или иным образом движение обеих КЛС либо ограничивать движение только одной из них, например, запрещать второй КЛС находиться в каком-то из её состояний в случае, если первая КЛС находится в тот же момент или находилась в предыдущий или иной более ранний момент в каком- то конкретном из своих состояний. Если все взаимосвязи ограничивают только вторую КЛС, то первая КЛС управляет второй.

Такое понимание управления вполне естественно. Но уже при рассмотрении простейших примеров описания процессов управления на языке КЛС всё становится непривычным и неожиданным. Действительно.

Пусть имеется КЛС S_1 с тактом времени Δ и с пространством из двух состояний $P_1 = \{p_1, p_2\}$ без ЛО и КЛС S_2 с тем же тактом времени, что и у S_1 и с пространством из трёх состояний $P_2 = \{q_1, q_2, q_3\}$ и следующими ЛО первого порядка глубины 1:

$S_2(t_{i-1}) = q_1 \Rightarrow S_2(t_i) \neq q_1$ (ЛО1)

$S_2(t_{i-1}) = q_1 \Rightarrow S_2(t_i) \neq q_3$ (ЛО2)

$S_2(t_{i-1}) = q_2 \Rightarrow S_2(t_i) \neq q_2$ (ЛО3)

$S_2(t_{i-1}) = q_2 \Rightarrow S_2(t_i) \neq q_3$ (ЛО4)

$S_2(t_{i-1}) = q_3 \Rightarrow S_2(t_i) \neq q_1$ (ЛО5)

$S_2(t_{i-1}) = q_3 \Rightarrow S_2(t_i) \neq q_2$ (ЛО6)

Назовём КЛС S_3 объединение S_1 и S_2 с взаимосвязями:

$S_1(t_{i-1}) = p_1 \Rightarrow S_2(t_i) \neq q_1$ (ЛО7)

$S_1(t_{i-1}) = p_2 \Rightarrow S_2(t_i) \neq q_2$ (ЛО8)

Из вида взаимосвязей следует, что S_1 управляет S_2.

Пусть в начальный момент времени S_2 находилась в состоянии q_1. Если бы управляющих взаимосвязей не было, то в силу внутренних ЛО S_2 меняла бы каждый такт состояние q_1 на q_2 или наоборот, не попадая в q_3, сколь угодно долго. КЛС S_1 может не мешать этому и при наличии управления, выбирая p_1, когда S_2 находится в q_1 и p_2, когда S_2 находится в q_2. Но может и устроить конфликт в КЛС S_2, выбрав, например, p_1, когда S_2 находится в q_2. Что произойдёт в этом случае? Конфликт между ЛО1, ЛО2 и взаимосвязью ЛО7. Одно из трёх конфликтующих ЛО исчезнет, чтобы дать возможность движения в КЛС S_2 (и S_3, конечно). Определив из (2) силы конфликтующих ЛО в пространстве P_3., получим, что сила взаимосвязи больше силы внутренних ЛО КЛС ЛО1 и ЛО2 с равными силами. Из чего следует, что исчезнуть должно одно из внутренних ЛО. В случае исчезновения ЛО2 КЛС S_2 попадёт в состояние q_3 и будет в нём оставаться (переходы в p_1 и p_2 запрещены внутренними ЛО) и управляющая КЛС S_1 потеряет возможность как-либо это изменить. В случае исчезновения ЛО1 КЛС S_2 останется в состоянии q_1 и возможности управления поведением КЛС S_2 у КЛС S_1 останутся.

Если в том же случае взять управляющую КЛС с тремя состояниями $P_1 = \{p_1, p_2, p_3\}$ и добавить взаимосвязь

$S_1(t_{i-1}) = p_3 \Rightarrow S_2(t_i) \neq q_3$ (ЛО8), то картина существенно изменится. Не препятствовать циклическому движению S_2 управляющая КЛС S_1 сможет, просто находясь в состоянии p_3. От управления со стороны S_1 управляемая КЛС S_2 не сможет уйти и в состоянии q_3.

Уже на рассмотренных простых примерах видно, что в рамках теории КЛС наряду с привычным управлением за счёт дифференциальной или иной связи между вектором управления и переменными состояния управляемой системы возможно и управление путём инициации конфликтов и изменения самой структуры свойств управляемой системы. То, что такое имеет место быть в реальной жизни, вполне очевидно. Но каких-либо подходов к формальному описанию такого рода процессов автору неизвестно.

Задачи управления дифференциальными динамическими системами следует описывать на языке КЛС с использованием СС КЛС. Какие неожиданности при этом появятся, сказать трудно. Но сомневаться в том, что они обязательно появятся, нет оснований.

При рассмотрении игровых взаимодействий пространства состояний управляющих процессом сущностей (игроков) будут соответствовать, естественно, их множествам выборов.

Литература

1. БУРКОВ В.Н. *Основы математической теории активных систем*. М.: Наука, 1977. – 256 с.
2. ДОРОДНИЦЫН А.А. *Математика и описательные науки.* Российская академия наук. Вычислительный центр. А.А. Дородницын. Избранные научные труды. Том 2. М.: ВЦ РАН, 1997. стр. 330-336.
3. ДОРОДНИЦЫН А.А. *Проблема математического моделирования в описательных науках*. Российская академия наук. Вычислительный центр. А.А. Дородницын. Избранные научные труды. Том 2. М.: ВЦ РАН, 1997. стр. 337-345.

4. ШЕВЧЕНКО В.В. *Об одном подходе к исследованию дискретных динамических систем с меняющейся структурой.* М.: ВЦ АН СССР, 1988. - 28 с.
5. ШЕВЧЕНКО В.В. *Конструктивные логические системы и их приложения*. М.: ВЦ РАН, 2003. - 51 с.
6. ШЕВЧЕНКО В.В. *О некоторых возможностях прикладного использования конструктивной математики.* М.: ВЦ РАН, 2010. - 40 с.
7. ШЕВЧЕНКО В.В. *О счётных семействах конечных множеств*. М.: ВЦ РАН, 2008. - 57 с.