РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ (ИПУ РАН)

М.В. БЕЛОВ, Д.А. НОВИКОВ

УПРАВЛЕНИЕ ЖИЗНЕННЫМИ ЦИКЛАМИ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Москва
2019

ББК 22.18 32.811 32.817 65.050 65.29 87.0

Б 43

БЕЛОВ М.В., НОВИКОВ Д.А. **Управление жизненными циклами организационно-технических систем**. – М.: ЛЕНАНД, 2020. – 384 с.

ISBN 978–5–9710–6962–1

На основании методологии комплексной деятельности рассматриваются математические модели и методы согласованного управления жизненными циклами организационно-технических систем, включая взаимосвязанные жизненные циклы субъектов, предметов и результатов деятельности, ее технологий и ресурсов. В качестве примеров выступают расширенные предприятия машиностроения, IT-сферы и др.

Книга ориентирована на специалистов, занимающимися исследованиями общих принципов организации деятельности и управления сложными организационно-техническими системами.

© М.В. Белов, Д.А. Новиков, 2019

© ЛЕНАНД, оформление, 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 5

ГЛАВА 1. ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЖИЗНЕННЫМИ ЦИКЛАМИ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ 11

1.1. ОТС и комплексная деятельность 12
1.2. Особенности ОТС как предмета управления 19
1.3. Средства и субъект управления жизненными циклами ОТС 29
1.4. Формализация проблем согласованного управления жизненными циклами ОТС 41
1.5. Проблемы управления технологией комплексной деятельности . 53
1.6. Задачи согласованного управления жизненными циклами ОТС . 64

ГЛАВА 2. УПРАВЛЕНИЕ РЕАЛИЗАЦИЕЙ ЖИЗНЕННЫХ ЦИКЛОВ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ 80

2.1. Процессная модель комплексной деятельности ОТС 80
2.2. Модель согласованного планирования в иерархии жизненных циклов комплексной деятельности ОТС 95
2.3. Приложения моделей реализации жизненных циклов 123

ГЛАВА 3. УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЕЙ КОМПЛЕКСНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ 132

3.1. Формализация задачи управления технологией 132
3.2. Обзор моделей и методов из смежных областей знаний 139
3.3. Модель управления созданием и освоением технологии 145
3.4. Модели комплексирования компонентов технологии 157
3.5. Модели оптимизации управления технологией 168
3.6. Приложения моделей управления технологией 191

ГЛАВА 4. УПРАВЛЕНИЕ СУБЪЕКТАМИ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ 203

4.1. Статические модели согласования интересов 204
4.2. Многоагентная модель согласования интересов 216
4.3. Модель освоенного объёма и согласование интересов 218
4.4. Согласование интересов в динамической ОТС с изменением характеристик 221
4.5. Согласование интересов в динамических сетевых ОТС 234
4.6. Приложения моделей согласования интересов 249

ГЛАВА 5. УПРАВЛЕНИЕ РЕСУРСАМИ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ 258

5.1. Модель жизненных циклов активных ресурсов 258
5.2. Управление численностью активных ресурсов 268
5.3. Модели регулирования параметров жзненных циклов активных ресурсов 280
5.4. Приложения моделей управления ресурсами 297

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 311

ПРИЛОЖЕНИЕ 317

ЛИТЕРАТУРА 360

ВВЕДЕНИЕ

В современном мире подавляющая часть валового продукта (как результата человеческой деятельности) создаётся в рамках фирм, организаций, учреждений, предприятий, проектов, проектных программ, государственных, региональных и муниципальных агентств и образований, транснациональных корпораций, их подразделений, а также различных объединений и композиций всех вышеперечисленных объектов. Все эти объекты вместе со связанными с ними всевозможными информационными и техническими объектами, системами, устройствами объединяют несколько оснований: во-первых, они являются *сложными системами*[1], во-вторых, включают в качестве элементов людей, в-третьих, существенная доля их составных частей является искусственной, то есть созданной человеком. Объединяя подобные объекты по перечисленным основаниям, можно отнести их к *организационно-техническим системам* (ОТС), определяя ОТС как сложную искусственную (создаваемую людьми) систему, включающую людей, и, быть может, технические и природные элементы[2].

Рассмотрение целевого предназначения ОТС приводит к выводу, что они не приносят пользы одним лишь своим существованием, их цель (предназначение, полезность, ценность) достигается через их функции, реализуемые в ходе выполнения ими деятельности[3]. Так как ОТС являются сложными системами, их деятельность также носит сложный характер. Поэтому применительно к ОТС имеет смысл говорить о *комплексной деятельности* (КД), которая определяется в [15] как деятельность, обладающая нетривиальной внутренней структурой, с

---

[1] *Система – «совокупность элементов, находящихся в отношениях и связях друг с другом, которая образует определенную целостность, единство» [117, С. 610]. «Система (искусственная) [204, С. 9] - совокупность взаимодействующих элементов, организованная для достижения одной или нескольких декларированных целей. ... Система (в прикладном смысле) часто рассматривается как продукт (деятельности) или как сервис, который система обеспечивает». Сложная система (Complex System) [271] – открытая система с постоянно взаимодействующими и конкурирующими элементами. Постоянная эволюция и изменения элементов происходят благодаря их внутренним условиям и влиянию внешней среды. Поведение системы и связи между элементами трудны для описания, понимания, прогнозирования и управления. Открытость понимается как свободное и неограниченное искусственными факторами участие и взаимодействие элементов друг с другом и окружающей средой.*

[2] *Определение ОТС расширяет определения технических, организационных [90], эргатических и социотехнических [150] систем.*

[3] *Деятельность - целенаправленная активность человека.*

множественными и/или изменяющимися субъектом, технологией, ролью предмета деятельности в его целевом контексте.

Ценностно-ориентированный подход также приводит к необходимости рассматривать ОТС в течение всего *жизненного цикла* (ЖЦ) – периода времени от возникновения замысла новой ОТС до прекращения её существования. Причём в ЖЦ всегда существует основная фаза, в течение которой ОТС непосредственно реализует целевую ность - выполняет своё предназначение, достигает цель, создаёт ценность. Кроме основной фазы невозможно избежать предшествующих и последующих фаз, в течение которых целевая КД не выполняется, но необходимо нести издержки, чтобы сформировать ОТС, поддерживать её существование и завершить обязательства. Поэтому при постановке и решении задач управления ОТС необходимо учитывать все фазы, весь жизненный цикл и ОТС, и её КД. *Жизненный цикл комплексной деятельности* (или любого ею элемента) будем понимать [15] как завершённый процесс, включающий в себя фиксацию спроса и осознание потребности, целеполагание, структуризацию целей и задач, выбор и формирование технологии, выполнение действий в соответствии с технологией, получение результата, оценивание результата и рефлексию.

Тесная связь КД с реализующей её ОТС заставляет исследовать ОТС и КД во взаимосвязи и решать проблему управления не только (точнее, не столько) организационно-технической системой, но, в первую очередь, выполняемой ею комплексной деятельностью. Всё это детерминирует системный подход к исследованию, который заключается а) в выделении, анализе, формализации и моделировании общих / общесистемных свойств, особенностей, аспектов различных видов КД и ОТС; б) разработке на основании этого моделей и методов управления.

С точки зрения современной теории управления постановка проблемы управления ЖЦ ОТС в целом близка *теории активных систем*, *теории управления организационными системами* (ТУОС) [31, 32, 34, 84, 90, 159], *теории иерархических игр* (ТИИ) [44, 46] и *теории контрактов* (ТК) [154, 197, 214, 244, 258].

Люди являются важнейшим элементом ОТС. С этой точки зрения ОТС и жизненные циклы элементов их деятельности представляют собой совокупность организованных групп людей, реализующих некоторую комплексную деятельность, следуя определённым технологиям; в терминах ТУОС – многоуровневую многоэлементную динамическую систему с ограничением на совместную деятельность в виде технологии.

Однако в ТУОС технология деятельности не рассматривается как предмет управления, т.к. постулируется её неизменность и известность

всем участникам системы. Также в ТУОС, в ТИИ и в ТК практически не исследуется жизненный цикл системы и деятельности (так как анализ издержек в течение всего ЖЦ не имеет смысла при известной фиксированной технологии).

Управление сложными системами в целом рассматривается *кибернетикой* и *теорией систем* [92, 95, 214, 244, 258], а управление жизненными циклами и технологией - *системотехникой* [55, 73, 77, 103, 202, 204, 205, 239, 260]. Однако исследования в этих отраслях зачастую носят качественный характер, а модели математической теории систем являются слишком общими для практического применения и не учитывают активного поведения участников ОТС.

Несмотря на значительное число исследований как по различным направлениям ТУОС и ТК, кибернетике, теории систем, системотехнике, так и по смежным направлениям (организация производства, исследование операций, информационные системы и др. - см. обзоры ниже), на сегодняшний день отсутствует целостная картина формальных моделей и методов согласованного управления совокупностью ЖЦ элементов КД ОТС.

Анализ особенностей КД ОТС позволяет рассматривать задачу основную управления ОТС как *согласованное управление совокупностью жизненных циклов элементов комплексной деятельности, реализуемой этой ОТС*, а также средства её решения:

а) *согласованное управление* реализацией ЦЖ КД ОТС;

б) управление созданием, освоением и модернизацией *технологии*[4] комплексной деятельности ОТС;

в) *согласование интересов* субъектов с учётом технологии комплексной деятельности ОТС;

г) управление *составом активных ресурсов*[5], обеспечивающих реализацию комплексной деятельности ОТС.

Основные результаты, излагаемые ниже, заключаются в следующем.

1. Проблема управления ОТС сформулирована в форме согласованного управления совокупностью взаимосвязанных ЖЦ элементов ком-

---

[4] *Технология – [22] система условий, критериев, форм, методов и средств последовательного достижения поставленной цели.*

[5] *Активные ресурсы – человеческие ресурсы.*

Ресурсы [22]- всё, что используется целевым образом, в том числе, всё, что используется при целевой деятельности человека или людей;

- количественно измеряемая возможность выполнения какой-либо деятельности человека или людей;

- условия, позволяющие с помощью определённых преобразований получить желаемый результат.

плексной деятельности, реализуемой этой ОТС. Выявлены основные группы задач, обеспечивающих решение этой проблемы: а) согласованное управление реализацией ЖЦ КД ОТС; б) управление созданием и освоением технологий КД; в) согласование интересов субъектов КД с учётом ЖЦ и технологии их деятельности; г) управление составом активных ресурсов, обеспечивающих реализацию ЖЦ КД ОТС.

2. Рассмотрена процессная модель комплексной деятельности и модель согласованного планирования в иерархии жизненных циклов КД ОТС.

3. Описана вероятностная модель освоения технологии КД (включающая большинство известных моделей математической теории научения как частные случаи) и её свойства –сходимость процесса освоения[6] и выражения для граничных и средних значений его временных характеристик. Рассмотрена задача управления технологией КД в форме «типовых решений» (оптимального разбиения множества возможных условий деятельности), приведены алгоритмы комплексирования компонентов технологии.

4. Приведены методы решения задачи поиска оптимальных типовых решений при разработке и освоении технологии, а также задачи об оптимальной стратегии перехода от разработки и освоения технологии к её практическому использованию в условиях известных и априори неизвестных характеристик внешней среды, в т.ч. для случая освоения технологии «партионного» производства.

5. Задачи согласования интересов субъектов рассмотрены с учётом специфики ЖЦ ОТС и технологий их КД, что позволило:

- для многоэлементной динамической организационной системы с изменением свойств (функции распределения вероятностей результата или функции распределения вероятностей состояния природы) построить оптимальную в выбранном классе систему стимулирования на основе последовательного решающего правила отношения правдоподобия и предложить алгоритм выбора параметра решающего правила;
- предложить модель динамической сетевой организационной системы (ДСОТС) и многоуровневой ДСОТС, для которых найдены оптимальные компенсаторные системы стимулирования, декомпозирующие задачу по агентам и по периодам времени при любой технологии их КД и при любых распределениях дальновидностей агентов.

---

[6] *Здесь и далее, учитывая сложившуюся терминологию теории научения, будем использовать термины «научение» и «освоение (технологии)» как эквивалентные, когда это не приводит к разночтениям, В частности, «уровень научения» и «уровень освоения», «кривая научения» и «кривая освоения».*

6. Рассмотрена задача управления составом активных ресурсов, обеспечивающих реализацию ЖЦ ОТС, которая сведена к двум подзадачам: а) регулирования параметров жизненного цикла ресурсов и б) управления численностью активных ресурсов, что позволило учесть неопределённость внешних условий КД, неопределённость спроса на её результаты и неопределённость трафика активных ресурсов и получить оптимальную и наилучшую гарантированную стратегии управления численностью ресурсов.

Книга имеет следующую структуру.

Первая глава посвящена формализации проблем и постановке задач согласованного управления жизненными циклами организационно-технических систем на основании подходов методологии комплексной деятельности. Модели и методы решения сформулированных задач управления решены в последующих главах (2-5).

Вторая глава представляет модели и методы согласованного управления реализацией жизненных циклов комплексной деятельности организационно-технических систем. Описана процессная модель КД, качественно отражающая реализацию жизненного цикла СЭДа, а также модель реализации жизненных циклов комплексной деятельности ОТС как инструмент управления ими на основании согласованного планирования результата КД и затрат взаимосвязанных совокупностей элементов КД.

Третья глава посвящена моделям и методам управления созданием и освоением технологии комплексной деятельности организационно-технических систем. Приведены вероятностная модель освоения технологии КД и модель комплексирования компонентов технологии КД, доказаны утверждения о свойствах моделей, получены аналитические выражения характеристик моделей. Рассмотрена модель «типовых решений», доказаны утверждения и теоремы о её оптимальных свойствах. Описано решение задач оптимального перехода от разработки и освоения технологии к её продуктивному использованию при известных и при неизвестных свойствах внешней среды.

Четвёртая глава содержит описание моделей и методов согласования интересов субъектов комплексной деятельности с учётом их жизненных циклов и технологий. Описана оптимальная в выбранном классе система стимулирования (на основе последовательного решающего правила отношения правдоподобия) в многопериодной модели контрактов с изменением свойств модели. Для модели многоэлементной динамической сетевой организационной системы приведены утверждения о виде оптимальной компенсаторной системы стимулирования, декомпозирующей

игру по агентам и по периодам времени при любой технологии их КД и при любых распределениях дальновидностей агентов.

Пятая глава посвящена моделям и методам управления составом активных ресурсов. Рассмотрены задачи управления численностью активных ресурсов в виде оптимальных и наилучших гарантированных стратегий для соответствующих постановок, а также модели и алгоритм управления составом активных ресурсов за счёт регулирования параметров их жизненного цикла.

В завершение каждой из глав приведены примеры практического использования теоретических результатов.

.

ГЛАВА 1. ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЖИЗНЕННЫМИ ЦИКЛАМИ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Глава 1 посвящена постановке и формализации проблем согласованного управления жизненными циклами организационно-технических систем (ОТС); теоретической основой результатов главы является методология комплексной деятельности [15], а также работы [11, 12, 20 - 22, 24].

В разделе 1.1 обоснована необходимость рассмотрения в первую очередь комплексной деятельности (КД), выполняемой ОТС, так как именно посредством КД организационно-технические системы реализуют своё предназначение - создают ценность/полезность.

Общесистемные особенности ОТС как предмета управления проанализированы в разделе 1.2. Особенности сформулированы в виде логической цепочки тезисов 1-4 (таблица 1.2), из которой следует тезис 5: *(Организация и) Управление ОТС должно реализовываться в форме согласованного управления совокупностью взаимосвязанных жизненных циклов соответствующих структурных элементов комплексной деятельности.*

Раздел 1.3 продолжает цепочку тезисов и завершается определением средств или инструментов согласованного управления ОТС, которыми являются компоненты управления: *синтез (управление технологией; управление составом ресурсов) и конкретизация (календарно-сетевое планирование и назначение ресурсов; согласование интересов субъектов).* Также фиксируется, что *управление всей комплексной деятельностью осуществляет субъект вышестоящего структурного элемента деятельности.*

Проблема согласованного управления жизненными циклами ОТС окончательно формализуется в разделе 1.4 как резюме сформулированной в разделах 1.2-1.3 цепочки тезисов 1-8 (рисунок 1.10). Предлагается система формальных структурных моделей КД, включая причинно-следственную модель формирования результата КД (рисунок 1.11), перечень функций компонентов управления и действия (таблица 1.4) и их структуру (рисунок 1.12), а также агрегированное представление компонентов управления в сопоставлении с фазами ЖЦ КД (рисунок 1.13).

В силу выявленной в разделе 1.4 особой роли управления технологией КД ей посвящён отдельный раздел 1.5, в котором, прежде всего, проанализированы три ключевые особенности современных ОТС, а именно технологическая адаптивность, цикличность и регулярность их

комплексной деятельности. Приводится процессная модель комплексной деятельности, ориентированная на анализ управления технологией, разработана модель управления технологией, включающая логическую структуру деятельности по управлению технологией (рисунок 1.15) и процессные модели управления элементарными и комплексными (рисунки 1.16 и 1.17) компонентами технологии, а также интегрированная модель управления технологией КД и реализации жизненных циклов КД (рисунок 1.18).

В разделе 1.6 на основании формализованной проблемы согласованного управления жизненными циклами ОТС и системы формальных структурных моделей КД (раздел 1.4), а также моделей управления технологией КД (раздел 1.5) формулируются задачи согласованного управления жизненными циклами ОТС. Также рассматривается связь проблем и задач оптимизации согласованного управления жизненными циклами ОТС со смежными областями знаний, прежде всего с теорией активных систем и теорией управления организационными системами, а также системотехникой, исследованием операций и другими отраслями науки. Базовая модель структурного элемента КД описывается в формализме теории управления организационными системами.

1.1. ОТС и комплексная деятельность

Практически вся человеческая *деятельность* (целенаправленная активность) реализуется в комплексной форме, а её комплексными субъектами являются ОТС. Целенаправленность субъектов деятельности, (очевидно, что существование любого субъекта без цели не имеет смысла) делает актуальной проблему организации и управления как отдельными субъектами, так и их совокупностями.

Проанализируем комплексные субъекты человеческой деятельности, обобщим и выделим их общесистемные особенности, на основании чего сформулируем перечень моделей и методов, необходимых для обоснованного управления ими.

Категорию *управления* будем понимать как [15, 24] комплексную деятельность, обеспечивающую воздействие субъекта управления на управляемую систему - объект управления, призванную обеспечить её (его) поведение[7], приводящее к достижению *целей*[8] субъекта управления.

[7] *Поведение (системы)- последовательное (во времени), хотя бы частично наблюдаемое, поддающееся измерению, объективной фиксации изменение состояний (системы).*

Данное определение, во-первых, явно «отделяет» субъект от управляемого объекта, во-вторых, допускает несоответствие целей управляющего субъекта и целей управляемого объекта (ОТС в целом или её элементов - подсистем и/или входящих в ОТС индивидов), в-третьих, декларирует обязательность изменения состояний управляемого объекта во времени (сохранение состояния является частным случаем динамики). Также определение неявно фиксирует два возможных способа достижения цели субъектом:

- Непосредственно - выполнением самим субъектом действий, направленных на достижение цели;
- Опосредованно – управлением – воздействием на некоторый управляемый объект или систему таким образом, чтобы в результате поведения объекта или системы была достигнута исходная цель.

Рассмотрение источника целеполагания позволяет разделить все ОТС на два класса (или группы):

Класс I. ОТС с заданными извне целями;

Класс II. ОТС, формирующие цели самостоятельно.

К первому классу (группе) относятся такие ОТС, как фирмы, организации, предприятия, государственные и муниципальные агентства и органы, проектные группы и аналогичные комплексные субъекты деятельности, создаваемые и функционирующие в интересах внешних по отношению к ним заинтересованных лиц (собственников/акционеров, правительств, муниципалитетов и т.д.).

Второй класс (группа) включает, прежде всего, людей, как индивидов, жизнь которых является для них самоценной и потому является их конечной и внутренне порождённой целью. Также «внутренними» целями руководствуются такие субъекты как семья, племя, этнос, государство, для которых самоценным является существование и развитие. Отличительной чертой ОТС класса II является возможность самостоятельного активного выбора (в том чисел группового) целей; подчёркивая это свойство, будем условно называть ОТС класса II «*активными ОТС*».

Отметим, что среди элементов любой ОТС класса I всегда найдутся такие, роль которых играют ОТС класса II. По крайней мере, согласно данному выше определению ОТС в её состав обязаны входить люди, которые являются «основным» частным случаем ОТС класса II. Таким образом, для всех систем класса I характерна проблема согласования

---

[8] *Цель [53] — идеальный или реальный предмет сознательного или бессознательного стремления субъекта; конечный результат, на который преднамеренно направлен процесс; предвосхищаемый/желательный результат деятельности.*

«внутренних» целей, присущих ОТС класса II, с «внешними» целями, которые ей следует достичь в роли элемента ОТС класса I. Проблема согласования «внешних» и «внутренних» целей субъекта должна решаться на основе анализа источников или причин целеполагания, каковыми являются интересы или предпочтения субъекта.

Опираясь на определения, данные в [94, 99][9], будем понимать «*интересы*» субъекта КД как причину будущих действий, потребность в некотором результате (для достижения которого необходимы действия), соответственно которым субъект ставит цель. Тогда анализируемая проблема согласования целей сводится к задаче *согласования интересов* субъектов[10].

Эта задача в той или иной степени изучается такими разделами науки как теория принятия решений, теория игр, теория активных систем, теория управления организационными системами, теория контрактов (см. обзор соответствующих разделов знаний в [90]), и рассматривается в качестве одной из задач управления ОТС ниже.

Организационно-технические системы именно класса I представляют практический интерес как объекты управления. Поэтому в настоящей работе, если не оговорено особо, ограничимся рассмотрением ОТС класса I, однако будем учитывать, что роли части элементов ОТС всегда играют активные ОТС класса II[11]. То есть в дальнейшем рассматриваем ОТС, формируемые или существующие для достижения целей или создания выгод в интересах внешних по отношению к ним заинтересованных лиц. Определение ОТС класса I соответствует достаточно распространённому в англоязычной литературе термину Enterprise System [239] – предприятие как система, поэтому в дальнейшем термин «предприятие» будет использоваться для обозначения ОТС класса I, в тех случаях,

---

[9] *Интерес [99] (от лат. interest - имеет значение, важно), в социологии - реальная причина социальных действий, лежащая в основе непосредственных побуждений - мотивов, идей и т. п. - участвующих в них индивидов, социальных групп. Содержание и характер интереса связаны как со строением и динамикой мотивов и потребностей человека, так и с характером форм и средств освоения действительности, которыми он владеет. Интерес [94] - нужды, потребности.*

[10] *Проиллюстрируем проблему согласования целей и интересов на примере двух субъектов, условно назовём их «А» и «Б», которые выполняют роли некоторых элементов ОТС «В» класса I. Пусть в рамках своей роли в ОТС «В» субъект «Б» формирует цель для роли, выполняемой субъектом «А». Эта цель является «внешней» для субъекта «А», который, будучи частным случаем ОТС класса II, всегда имеет «свои внутренние» цели. Тогда для согласования «внешних» и «внутренних» целей субъекта «А» необходимо согласование интересов субъекта «А» с интересами субъекта «Б».*

[11] *Кроме того, применение вышеприведённого определения управления к ОТС класса II наталкивается на методическую сложность отделения субъекта управления от объекта.*

когда это более уместно с точки зрения контекста, в частности, применительно к ОТС, имеющим бизнес-направленность.

Говоря об управлении ОТС, необходимо «находиться вне» ОТС, отделяя субъект управления от объекта - ОТС. Для осуществления управления ОТС - воздействия на её поведение для достижения цели необходимо исследовать, как происходит смена состояний ОТС, как за счёт этого достигаются конечные (итоговые) цели.

Анализ общественно-исторической практики свидетельствует, что именно функционирование ОТС, реализуемая ими *деятельность* (в общем случае комплексная), формирует результат, который представляет ценность / полезность для заинтересованных лиц. ОТС класса I, как комплексные субъекты деятельности, не обеспечивают достижение целей и получение выгод только одним своим существованием. Непосредственно существование ОТС и любых иных субъектов требует лишь затрат ресурсов, в то время как цели достигаются, а выгоды создаются в результате деятельности, которую субъекты реализуют в течение своих жизненных циклов. То есть ОТС, являются лишь вынужденным, требующим затрат, обеспечивающим средством реализации ими деятельности, достигающей конечные цели и формирующей целевые выгоды (см. рисунок 1.1), в то время как цель ОТС класса I реализуется через цель деятельности, выполняемой этой ОТС.

Определённый дуализм пары «деятельность-ОТС» позволяет также занять иную позицию, адекватную ОТС класса II. А именно, подобная ОТС является самодостаточным целеполагающим субъектом деятельности и реализует некоторым образом деятельность, достигая конечный результат. Однако, не исследуя, как реализуется деятельность, и как достигается результат, мы не можем обосновано воздействовать на поведение ОТС, то есть не можем управлять последней. Следовательно, решая задачу организации и управления ОТС - субъектами человеческой деятельности (элементы субъектов и совокупности субъектов в общем случае также являются такими субъектами), необходимо рассматривать вместе с ОТС и прежде всего осуществляемую ими комплексную деятельность.

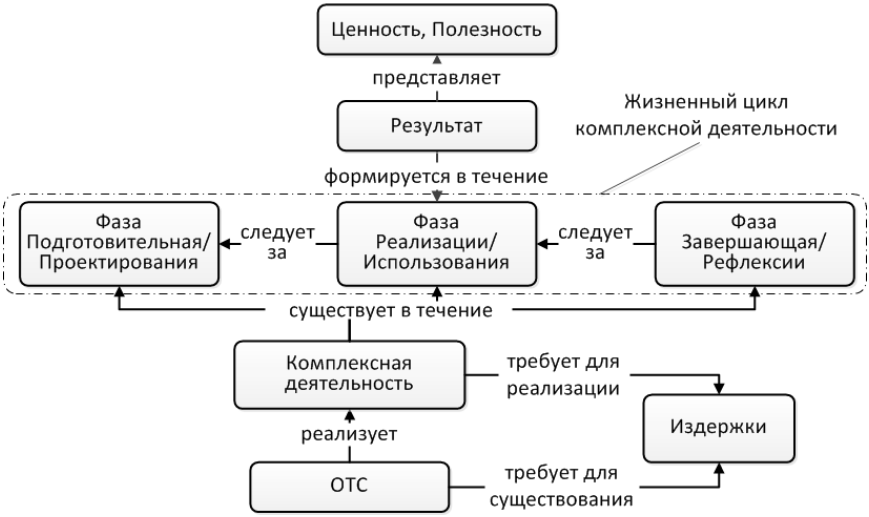

Рис. 1.1. ОТС класса I и комплексная деятельность в цепочке создания ценности

Тезис о приоритетности рассмотрения комплексной деятельности согласуется с рекомендациями общепринятых международных стандартов серии ISO9000 систем качества: для достижения устойчивого успеха организаций использовать «*процессный подход*», фокусируясь на деятельности, осуществляемой организацией [49, 75, 102].

«*Процесс*», будучи основным понятием целой серии стандартов, определяется в [48] как «совокупность взаимосвязанных и (или) взаимодействующих видов деятельности, использующих входы для получения намеченного результата». То есть «процессный подход» фактически означает рассмотрение деятельности, её регламентацию и оптимизацию. Однако «процессный подход» не решает проблем организации и управления деятельностью, а также не учитывает ряд существенных аспектов деятельности, которые поставлены в центр внимания *методологии комплексной деятельности, МКД* (таблица 1.1).

Таблица 1.1. Сравнение методологии комплексной деятельности и процессного подхода ISO9000

Основание сравнения	**Методология комплексной деятельности**	**Процессный подход систем менеджмента качества, ISO9000**
Системный подход	Является основным, КД рассматривается как система, предмет МКД – пара <КД vs ОТС>	Продекларирован в качестве одного из восьми основных принципов
Основной элемент моделирования	Структурный элемент деятельности	Процесс - совокупность взаимосвязанных или взаимодействующих видов деятельности, преобразующих входы в выходы.
Неопределённость[12]	Является одним из основных рассматриваемых аспектов КД	Не рассматривается вовсе. Даже не упоминается в стандартах.
Жизненный цикл	Является одним из основных рассмат-	Жизненный цикл процессов не рас-

[12] Неопределённость в [22] вводится как возможность наступления в ходе КД таких событий, влияющих на реализацию КД и на её результат, которые могут наступить, а могут и не наступить. Следствием неопределённости КД является невозможность априори предсказать характеристики результата деятельности, момент его получения и усилия (ресурсы), которые будут для этого затрачены.

Следуя идеям F. Knight [211], в [22] разделяются измеримая и истинная неопределённость. Измеримая неопределенность КД - возможность наступления описываемых некоторыми закономерностями событий. Для анализа таких событий могут быть использованы количественные методы (например, вероятностные/статистические), основанные на предыдущих измерениях или фундаментальных законах (вместе с предположением о неизменности условий и закономерностей). Истинная неопределенность КД - возможность наступления уникальных (или редко повторяющихся) событий, которые не объясняются известными закономерностями. В управлении проектами истинную неопределенность иногда называют непредвиденными рисками.

Основание сравнения	**Методология комплексной деятельности**	**Процессный подход систем менеджмента качества, ISO9000**
	риваемых аспектов КД	сматривается. Много говорится о «непрерывных улучшениях», но процессы создания процессов не анализируются.
Технология	Исследована роль технологии, разработаны модели создания технологий КД, показано, что технологии определяют эффективность и результативность КД.	Роль технологии выполнения процессов не исследуется.
Управление и организация как деятельность	Исследование управления и организации является ключевым в МКД: представлены компоненты организации и управления, а также «универсальный алгоритм управления»; показано, что КД состоит из специфических элементарных операций и организационных и управляющих структурных элементов.	Управление и организация (как процессы) не являются предметом рассмотрения, даже не определяются.
Модели	Логическая, причинно-следственная, процессная	Различные формализмы, описывающие, в том числе целевую структуру, причинно-следственную, оргструктуры и т.д. Модели ЖЦ процесса в явном виде отсутствуют.

В МКД [15] введено понятие комплексной деятельности и исследована её природа как сложной системы. *Комплексная деятельность* (КД) определена как деятельность, обладающая нетривиальной внутренней структурой, с множественными и/или изменяющимися субъектом, технологией, ролью предмета деятельности в его целевом контексте. Выявлены и исследованы общесистемные (характерные для любых отраслей человеческой деятельности) закономерности строения и развития КД во времени: её структура, неопределённость, жизненный цикл. Закономерности сформулированы в виде совокупности утверждений и описаны системой формальных моделей [20, 33].

Предметом методологии КД является диалектически взаимодействующая пара «комплексная деятельность vs ОТС», при этом ОТС по отношению к КД может играть роли и субъекта, и средства, и объекта [15]; методология КД разработана для случая, когда организационно-техническая система и КД, образующие пару, имеют самый общий вид.

Базовым конструктом МКД является *структурный элемент деятельности* (СЭД) – формальный объект, описывающий элемент КД: процессуальные компоненты (потребности, цель, задачи, технологию, действие, результат); предмет и субъект (в общем случае - ОТС); их взаимосвязи; в целом характеризующий деятельность, направленную на достижение определённой цели / получение результата в соответствии с определённой технологией. Элементарная операция -частный случай элемента деятельности, имеющей единственную цель, не допускающей или не требующей дальнейшей детализации, и у которой все стадии жизненного цикла и/или все процессуальные компоненты, кроме действия, вырождены. В практическом смысле СЭДы обобщают предприятия, учреждения, фирмы, подразделения, проектные команды, центры ответственности и их КД.

Структурные связи между СЭДами задаются логическими моделями (отражающими иерархии целей элементов деятельности) и причинно-следственными моделями (описывающими технологические связи между СЭДами), процессные модели (подробно рассматриваемые в соответствующем разделе главы 2) обобщают представление жизненных циклов СЭДов.

Будем использовать в данной работе результаты, модели и подходы МКД [15] для концептуализации проблемы управления ОТС.

1.2. Особенности ОТС как предмета управления

Подходы и модели МКД [15] позволяют обобщить и сформулировать особенности ОТС как объекта организации и управления и в итоге сформулировать в виде последовательности тезисов уточнённое описание предмета управления. Здесь и далее в настоящей работе, если не оговорено особо, термин *управление* будем использовать в широком смысле, считая *организацию* одним из компонентов управления согласно [15, 20, 33].

В предыдущем разделе была показана первичность рассмотрения КД, которую осуществляет ОТС, откуда следует **тезис 1:** так как цель ОТС реализуется через цель выполняемой ею деятельности, то для решения задачи управления организационно-техническими системами - субъектами деятельности, необходимо управлять осуществляемой ими деятельностью.

Комплексная деятельность состоит из фрактальной иерархии элементов [15], каждый из которых характеризуется (рисунок 1.2) *субъектом*, который реализует элемент КД и роль которого играет ОТС, *потребностями* (задающими требования к результату), *целями* и *задачами* (определяющими желательный, предвосхищаемый образ результата деятельности), *технологией* (системой условий, критериев, форм, методов и средств последовательного достижения поставленной цели, формируемой из вещественных объектов, знаний и информации), *предметом* (над которым выполняется деятельность и в роли которого могут выступать ОТС, люди, информация и знания, вещественные объекты), *действием*, *результатом*.

Таким образом, для осуществления КД необходимы:

а) ОТС (или индивид как частный случай), выполняющие роль субъекта элемента КД;

б) вещественные объекты и знания, обеспечивающие технологию;

в) ОТС, или люди, или вещественные объекты, или знания, которые составляют предмет элемента КД.

В этом смысле ОТС, люди, вещественные объекты, знания составляют *ресурсы* КД.

Эти соображения позволяют сформулировать **тезис 2:** КД является фрактальной иерархией элементов, каждый из которых непосредственно связан с:

1. вышестоящим по целевой иерархии элементом КД, подцель которого реализует данный элемент КД;

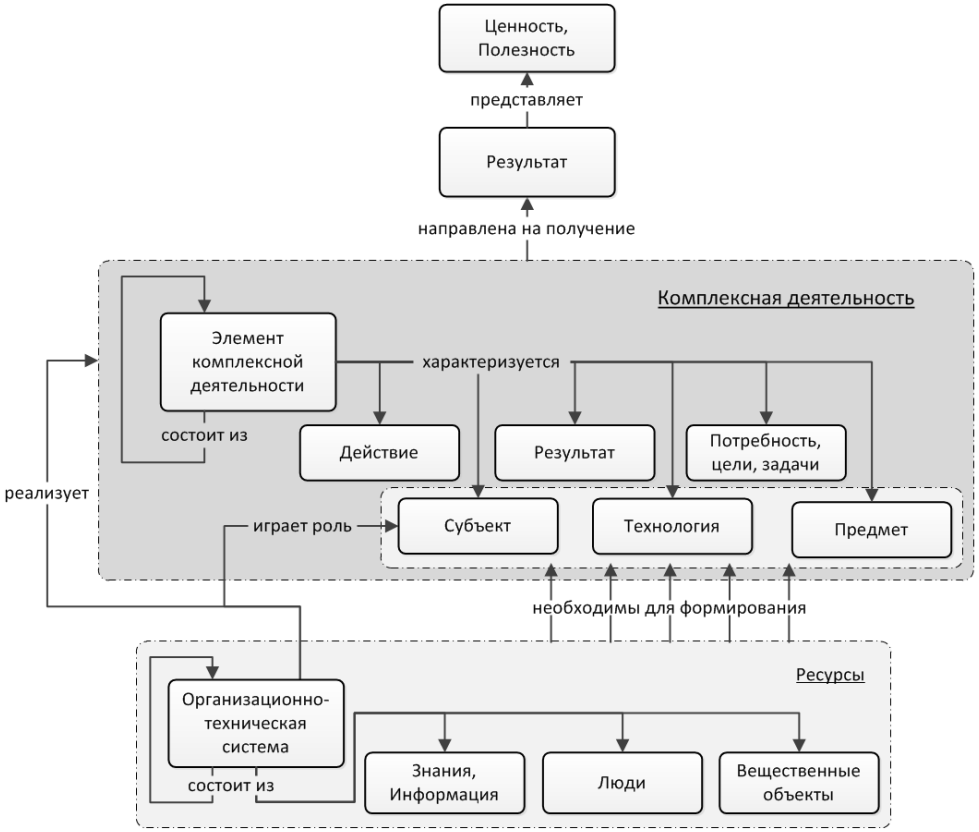

Рис. 1.2. Структура понятий, связанных с ОТС и КД

2. нижестоящими по целевой иерархии элементами КД, которые реализуют подцели данного элемента КД;

3. ресурсами, обеспечивающими выполнение данного элемента КД.

Из наличия этих связей следует, что на множестве элементов КД могут быть определены бинарные отношения двух видов: «цель-подцель» (они же - подчинённость, ответственность), отражающие первые две связи, и «потребитель – поставщик» ресурсов, отражающие третью связь.

Комплексную деятельность и её компоненты необходимо рассматривать в течение их жизненных циклов, что обусловлено простым соображением: периоду непосредственной реализации КД, фактически создания полезности, ценности (или непосредственного использования ресурсов по назначению) всегда предшествует период проектирования или подготовки КД (создания ресурсов), в течение которого приходится нести издержки. Вместе с этим, за периодом реализации КД (использования ресурсов) следует период завершения/рефлексии (в т.ч. - утилизации ресурсов), который также требует издержек.

Это позволяет выделить три фазы жизненных циклов и сформулировать **тезис 3:** Комплексная деятельность (её элементы) и обеспечивающие её ресурсы существуют во времени в течение трёх фаз (рисунок 1.3):

- Фаза 1. Условно назовём её подготовительной/проектирования, предшествующей {использованию ресурса по назначению / реализации КД}, в течение которых {ресурс создаётся / КД проектируется}, так как до начала ЖЦ {ресурс / КД} не существует;
- Фаза 2. Фаза {использования ресурса / реализации КД}, в течение которой извлекается польза или создаётся ценность;
- Фаза 3. Завершающая/рефлексии фаза, следующая за {использованием ресурса по назначению / реализацией КД}, в течение которых ресурс утилизируется / происходит рефлексия КД, так как по завершении ЖЦ ресурс / КД прекращает своё существование.

Фазы жизненного цикла могут циклически повторяться, сменяя друг друга, также фазы допускают детализацию на стадии и этапы [15, 24].

Все объекты, включаемые в область исследования КД, так или иначе, описываются моделью структурного элемента деятельности (СЭД), являющегося базовым в методологии комплексной деятельности [15, 147].

С одной стороны, КД имеет сложную иерархическую фрактальную структуру, а её элементы, требующие рассмотрения - разнородны. С другой – элементы и КД, и её контекста существуют во времени в виде жизненных циклов. Поэтому при решении задачи управления КД ОТС необходимо рассматривать значительное количество разнородных ЖЦ –

элементов деятельности, их процессуальных компонентов и связанных с ними элементов (рисунок 1.3).

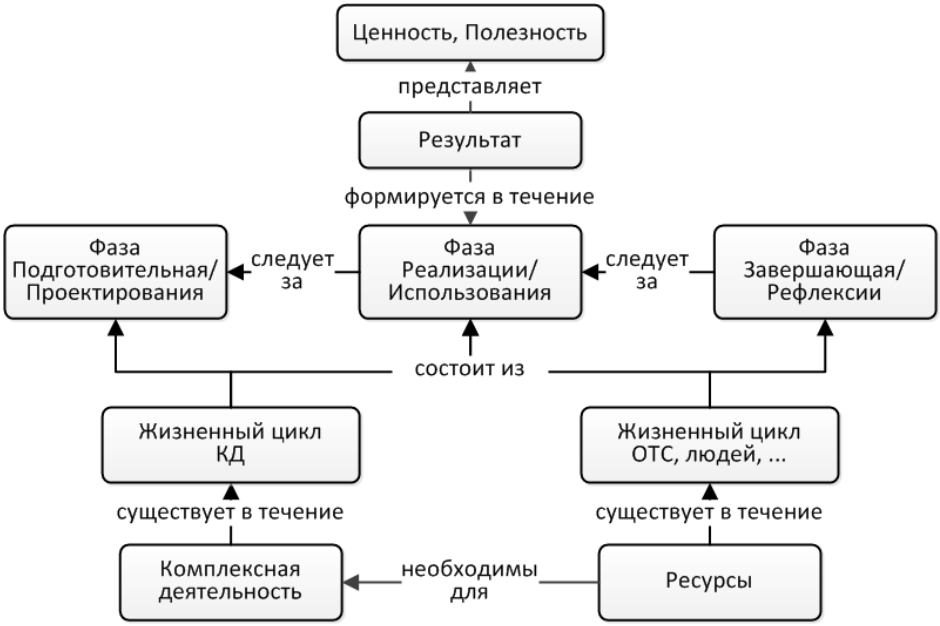

Рис. 1.3. Комплексная деятельность и фазы жизненного цикла

Выявим набор классов ЖЦ, минимально необходимый для адекватного представления (моделирования) КД и ОТС, для этого перечислим жизненные циклы всех объектов и субъектов, в той или иной степени связанных с КД, выявим те, которые входят в другие или совпадают с ними (см. табл. 1.2).

Таблица 1.2. Анализ жизненных циклов

ЖЦ	Комментарий
ЖЦ ресурса. (ОТС, или персонала, или вещественного объекта, или знаний, информации).	ЖЦ Ресурса в общем случае включает три фазы (см. тезис 4). Таким образом, ЖЦ ресурса сводится к последовательной реализации нескольких элементов КД – создание, использование, утилизация, поэтому ЖЦ ресурса может быть представлен как композиция нескольких элементов КД, а композиция элементов КД = элемент КД. Вывод: *ЖЦ ресурса может быть представлен (промоделирован) как ЖЦ элемента КД (см. рисунок 1.4 ниже).*
ЖЦ КД	КД в целом является частным случаем элемента КД, поэтому ЖЦ КД представляется как ЖЦ элемента КД.
ЖЦ элемента КД	Используется как основной элемент моделирования КД – ЖЦ структурного элемента деятельности – ЖЦ СЭДа.
ЖЦ субъекта	ОТС или индивид, как частный случай «ресурса (из списка п.1 данной таблицы)» становится субъектом КД, фиксировав спрос и приняв решение реализовывать КД. Поэтому ЖЦ субъекта совпадает с фазой использования ЖЦ «ресурса», и самостоятельно рассматривать ЖЦ субъекта нет необходимости.
ЖЦ потребности, целей и задач	Потребность является внешней по отношению к КД, которую она вызывает, и предшествует ей: после того как будущий субъект фиксирует потребность, он реализует ЖЦ КД, чтобы удовлетворить потребность. Если формирование потребности само по себе представляет интерес для исследования, его необходимо моделировать. Но процесс формирования потребности – это деятельность, поэтому модель процесса формирования по-

ЖЦ	Комментарий
	требности – это модель ЖЦ КД. Если процесс формирования потребности неинтересен для исследования, он представляется как начальное событие ЖЦ КД, которая этой потребности отвечает. Таким образом, ЖЦ потребности всегда может быть представлен в виде ЖЦ КД. Цели и задачи формируются и достигаются в рамках ЖЦ соответствующего элемента КД, поэтому самостоятельно рассматривать ЖЦ целей и задач нет необходимости.
ЖЦ технологии	Организованная совокупность знаний/информации и вещественных объектов представляет собой технологию. Поэтому из соображений, аналогичных п.4, следует, что ЖЦ технологии совпадает с фазой использования ЖЦ «ресурса», и самостоятельно рассматривать ЖЦ технологии нет необходимости.
ЖЦ предмета	Любой из «ресурсов (из списка п. 1 данной таблицы)» может играть роль предмета КД, поэтому из соображений аналогичных п. 4 следует, что ЖЦ предмета совпадает с фазой использования ЖЦ «ресурса», и самостоятельно рассматривать ЖЦ предмета нет необходимости.
ЖЦ результата	Результат является конечным состоянием предмета, поэтому самостоятельно рассматривать ЖЦ результата нет необходимости.

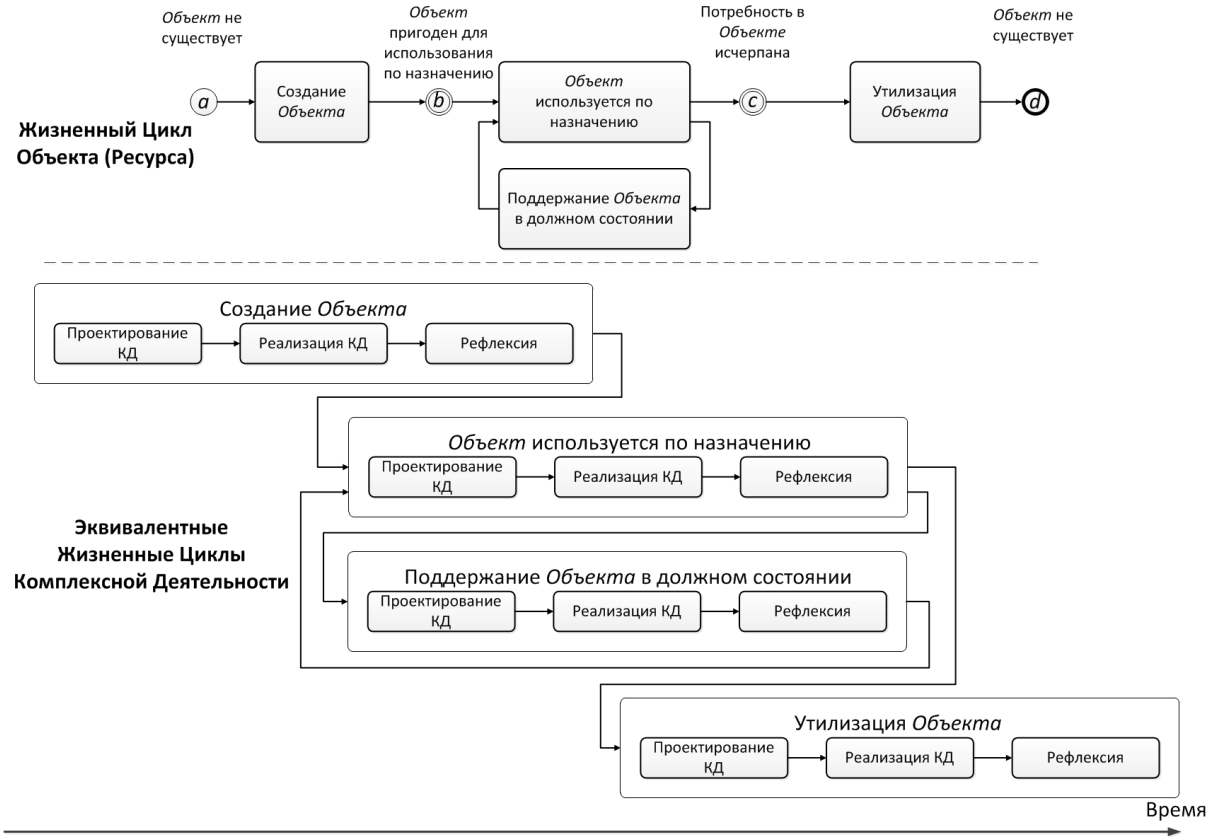

Рис. 1.4. Представление ЖЦ ресурса жизненными циклами КД

Из таблицы 1.2 следует, что для представления ЖЦ комплексной деятельности и её системного контекста достаточно формализма ЖЦ СЭДа, расширенного фазой формирования потребности в результатах комплексной деятельности (рисунок 1.5).

ЖЦ всех объектов, так или иначе связанных с КД, представимы в виде ЖЦ СЭДов или являются их частью:

- существование во времени технологии, субъекта и предмета (и результата) моделируется как ЖЦ ресурсов, который в свою очередь представляется в виде ЖЦ СЭДов;
- существование во времени потребности, целей, задач, действия моделируется как ЖЦ СЭДов.

Отметим, что исторически концепция жизненных циклов, первоначально разработанная применительно к системам, сложным изделиям и программным продуктам [201, 202, 204], в последние десятилетия расширена на организации [127], а также на технологии и знания. Практическая значимость тезиса 4 заключается в том, что он обобщает на системном уровне концепцию жизненных циклов всех перечисленных объектов и сводит их к ЖЦ элемента КД.

Отметим, что на множестве жизненных циклов (таблица 1.2) можно определить некоторые классы, основанием для чего является следующее соображение. Все объекты, перечисленные в пп. 2-8, являются в определённом смысле индивидуальными, единичными, уникальными: они относятся к конкретным экземплярам элементов КД или их процессуальных компонентов.

В отличие от этих объектов, ресурсы (п. 1) могут также быть уникальными, но могут и представлять собой группы экземпляров, обладающих эквивалентными свойствами – так называемые *пулы ресурсов*. Деятельность, осуществляемая над ними, также однородна, поэтому для компактности представления некоторые элементы деятельности над эквивалентными ресурсами можно объединить. С практической точки зрения такие элементы КД соответствуют *управлению составом, пулами, ресурсов* (включая их создание) – людских, запасов, материалов, оборудования, энергоносителей и других.

Таким образом, сформулируем **тезис 4:** Жизненные циклы элементов КД и их компонентов вместе с ЖЦ ОТС и ЖЦ ресурсов могут быть представлены совокупностью взаимосвязанных ЖЦ СЭДов, часть которых решает задачи управления составом ресурсов (их особенность – «групповой» предмет СЭДа).

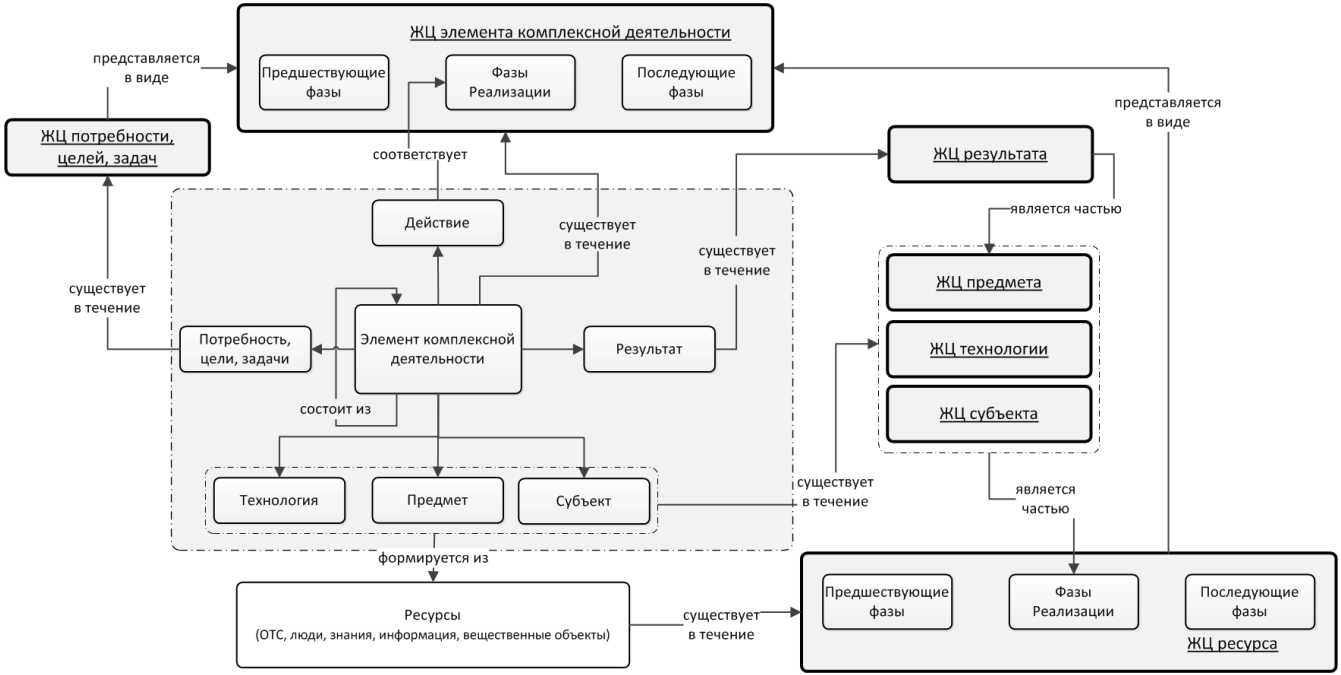

Рис. 1.5. Связи между ЖЦ компонентов КД

Для наглядности объединим тезисы 1-4 в формате таблицы (см. таблицу 1.3).

Таблица 1.3. Логика постановки задачи управления ОТС

Тезис 1	Так как цель ОТС реализуется через цель выполняемой ею деятельности, то для решения задачи управления ОТС - субъектами деятельности - необходимо управлять осуществляемой ими деятельностью.
Тезис 2	КД является фрактальной иерархией элементов, каждый её элемент непосредственно связан с: 1. вышестоящим по целевой иерархии элементом КД, подцель которого реализует данный элемент КД; 2. нижестоящими по целевой иерархии элементами КД, которые реализуют подцели данного элемента КД; 3. ресурсами, обеспечивающими выполнение данного элемента КД.
Тезис 3	Комплексная деятельность и обеспечивающие её ресурсы существуют во времени в течение трёх фаз, т.е. их ЖЦ состоят из трёх фаз.
Тезис 4	Жизненные циклы элементов КД и их компонентов вместе с ЖЦ ОТС и ЖЦ ресурсов могут быть представлены совокупностью взаимосвязанных ЖЦ СЭДов, часть которых решает задачи управления составом ресурсов.

Тезисы 1-4 вместе с определением понятия управление, данным выше, позволяют сформулировать **тезис 5**: *(Организация и) Управление ОТС должно реализовываться в форме управления совокупностью взаимосвязанных жизненных циклов соответствующих СЭДов*.

1.3. Средства и субъект управления жизненными циклами ОТС

Структурируем сформулированные в виде тезиса 5 *проблемы управления ОТС* и зафиксируем средства её решения.

Управление ОТС – это воздействие на поведение всей многоуровневой иерархии СЭДов для достижения требуемого результата. Проанализируем основные факторы, влияющие на результат КД, «детерминанты результата».

Результат деятельности [15, 146] формируется в процессе осуществления субъектом комплексной деятельности согласно техноло-

гии. Следовательно, **технология является одним из детерминантов результата деятельности.**

Многоуровневой иерархии СЭДов соответствует иерархия субъектов, которой свойственно следующее потенциальное системное противоречие. Оно заключается в возможном несовпадении интересов и «внутренних» целей субъекта как активной ОТС (класса II) и «внешних» для него целей[13] роли субъекта КД, которую он играет в составе ОТС с заданными извне целями (класса I). С точки зрения проблемы управления ОТС несовпадение интересов субъектов вызывает нарушения реализации субъектом жизненных циклов элементов КД (прежде всего, в форме отказа от выполнения роли субъекта ещё до начала жизненного цикла КД). Что, в свою очередь, порождает тренд естественного рассогласования жизненных циклов различных элементов КД, соответствующих несовпадающим целям субъектов. Рассогласование или, напротив, **согласованность ЖЦ СЭДов является вторым детерминантом результата деятельности.**

В течение жизненного цикла КД могут происходить события неопределённости, также влияющие на результат. Истинная неопределённость КД нарушает исполнение технологии, поэтому при разработке технологии необходимо предусматривать варианты реакции на истинную неопределённость и критерии идентификации событий истинной неопределённости, требующих модернизации технологии (так как устранению подлежит только измеримая неопределённость, что осуществляется за счёт включения в технологию сценариев реакции на измеримую неопределённость). Наступление событий истинной неопределённости делает технологию КД неадекватной складывающимся условиям, поэтому реакцией на такие события является изменение технологии. Из-за возможности наступления (в любой момент ЖЦ любого СЭДа) событий истинной неопределённости разработка/модернизация технологии может выполняться многократно – первоначально в ходе синтеза, далее - в ходе конкретизации, и реализации КД. **События неопределённости являются третьим детерминантом результата деятельности.**

То есть, результат КД детерминируется:

1. технологией, которая должна включать сценарии реакции на измеримую неопределённость и правила идентификации событий истинной неопределённости;

---

[13] *Целеполагание и классы ОТС, а также источник данного несовпадения обсуждались в разделе 1.1.*

2. согласованностью реализации жизненных циклов КД;

3. характеристиками событий неопределённости.

Рассмотрим потенциальные средства управления - возможности влияния на результат деятельности посредством влияния на его детерминанты.

1. Начнём с воздействия на технологию КД. *Технология* определяется в [15] как система условий, критериев, форм, методов и средств последовательного достижения поставленной цели, формируемая из ресурсов - вещественных объектов, знаний и информации. Средствами воздействия на технологию являются такие компоненты управления как *синтез* и *конкретизация* (см. подробное рассмотрение компонентов управления в разделе 7.2 монографии [15]). Синтез включает, например, создание алгоритмов, регламентов, правил выполнения действий, инструментов, оборудования, зданий, найм и обучение сотрудников. Конкретизация касается как информационных/знаниевых компонентов, так и назначения конкретных экземпляров ресурсов на роли субъектов и вещественных компонентов технологии (в частности – конкретизацию причинно-следственной модели в виде календарно-сетевых планов/графиков, назначение сотрудников на конкретные роли субъектов, определение и назначение конкретных единиц оборудования и т.п.).

Синтез и конкретизация различаются следующим признаком:

- синтез, будучи выполнен однократно, позволяет реализовывать несколько жизненных циклов деятельности,
- конкретизация обязательно должна выполняться в каждом жизненном цикле.

Структурируем синтез по основанию, вещественным или информационным является создаваемый компонент технологии:

a. создание информационных/знаниевых компонентов технологии в виде информационных моделей;

b. создание пулов вещественных ресурсов для обеспечения ролей субъектов и вещественных компонентов технологии (понимая, что их созданию всегда предшествует формирование соответствующей информационной модели).

Такое разделение отвечает общепринятой практике, когда сначала создаются и оптимизируются информационные модели технологии (методы, алгоритмы, правила, регламенты, спецификации, в том числе и вещественных ресурсов), после чего уже создаются вещественные компоненты (пулы вещественных ресурсов).

Структурировать аналогично конкретизацию не целесообразно, потому что на практике планирование и назначение ресурсов производится в рамках единого итеративного процесса, так как календарно-сетевые планы и графики должны быть обеспечены ресурсами. При этом сам процесс носит характер строгого исполнения соответствующих регламентов, нарушаемых событиями неопределённости, а регламенты должны быть описаны ранее в ходе создания информационных моделей (в ходе синтеза) с учётом характеристик неопределённости.

Таким образом, средствами влияния на результат КД через воздействие на технологию являются синтез, структурированный на составные части (a) и (b), и конкретизация.

2. Согласованность жизненных циклов КД может нарушаться из-за несовпадения целей/интересов субъектов, поэтому средством устранения данного нарушения является согласование интересов и, как следствие, целей субъектов. Согласование интересов представляет собой установление определённых связей между субъектами, упорядочивание субъектов, то есть согласование интересов является организацией и, следовательно, управлением. Согласование интересов производится при назначении конкретных экземпляров ресурсов на роли субъектов, то есть в ходе конкретизации[14]. При этом выполняется также календарно-сетевое планирование, назначение ресурсов и другие аналогичные активности. Согласование интересов как компонент управления является, с одной стороны, частным случаем конкретизации, а с другой – непосредственно и в наибольшей степени влияющим на согласованность ЖЦ КД. Следовательно, ещё одним средством влияния на результат КД является согласование интересов субъектов и другие активности, входящие в состав конкретизации.

3. Средств воздействия на события неопределённости не существует. Негативное влияние неопределённости может быть лишь смягчено, учётом измеримой неопределённости в рамках синтеза и конкретизации, а также оперативным детектированием наступления

---

[14] Непосредственно при конкретизации происходит реализация согласования интересов, в то время как механизм согласования разрабатывается в ходе синтеза – создания компонентов технологии. Эта же схема справедлива и для всех остальных компонентов управления. Подробнее вопрос создания механизмов на одних этапах жизненного цикла, а их реализации на других, обсуждается ниже – при формулировании тезиса 7.

событий неопределённости и реагированием на них должным образом в течение всего жизненного цикла КД.

Таким образом, сформулируем **тезис 6:** Проблема согласованного управления ОТС в форме организации и управления совокупностью взаимосвязанных ЖЦ СЭДов может решаться путём реализации следующих инструментов (компонентов управления):

- синтеза в составе:
  - создания и модернизации компонентов технологии в виде информационных моделей (в том числе ресурсов и механизмов согласования интересов);
  - создания и модернизации пулов вещественных ресурсов для обеспечения ролей субъектов и компонентов технологии;
- конкретизации в составе механизмов согласования интересов субъектов элементов КД и других активностей, таких как календарно-сетевое планирования и назначение ресурсов.

Все компоненты управления должны разрабатываться и реализовываться с учётом необходимости устранения измеримой неопределённости - включения в рассмотрение сценариев реакции на измеримую неопределённость, а также допускать возможность многократного выполнения синтеза из-за наступления событий истинной неопределённости. Также компоненты управления должны обеспечивать возможности «контроля неопределённости» - оперативного детектирования событий неопределённости и реагирования на них должным образом в течение всего жизненного цикла КД.

Заметим, что ОТС второй группы сами определяют цели КД соответственно своим интересам, поэтому сами специфицируют требования к результату КД, сами создают технологию своей КД и в этом смысле осуществляют самоуправление.

Заметим также, что компоненты управления и неопределённость влияют на согласованность жизненных циклов элементов КД и их компонентов (подробно рассмотренных при формулировании тезиса 4 выше). Причём синтез и конкретизация обеспечивают согласованность по различным основаниям, а неопределённость – нарушает согласованность.

Рассмотрим теперь порядок решения проблемы управления ОТС и соотнесём компоненты управления с жизненным циклом самой комплексной деятельности (см. рисунок 1.6).

На этапе анализа потенциальный субъект КД анализирует внешний для него спрос (на результаты деятельности) и ситуацию в целом,

опыт своей предшествующей деятельности и свои общие возможности по удовлетворению спроса. Фактически при этом потенциальный субъект сопоставляет свои «внутренние» интересы с «внешними», выраженными в спросе. Если интересы оказываются согласованными, он принимает решение выполнять деятельность и начинает реализовывать ЖЦ: структурирует цель и задачи. При несогласованности интересов происходит отказ от выполнения роли субъекта КД.

На этапе синтеза создаётся технология КД - логическая и причинно-следственная модели КД, формируются ресурсы, то есть синтезируется будущая деятельность – её технология, её элементы, связи между ними и т.д., всё это описывается в виде информационных моделей. Ни субъекты, ни ресурсы этих элементов пока ещё не назначены.

На этапе конкретизации производится сначала уточнение причинно-следственной модели в виде календарно-сетевых планов/графиков, а потом - запрос и получение ресурсов для назначения субъектов нижестоящих СЭДов и обеспечения технологий нижестоящих операций – наполнение ролей субъектов и ресурсов конкретными экземплярами. Таким образом производится установление конкретных связей между субъектами вышестоящих и нижестоящих СЭДов друг с другом и с ресурсами, прежде всего - осуществляется согласование интересов субъектов.

В ходе регулирования субъект КД контролирует наступление условий (в том числе наступление событий неопределённости) согласно технологии КД, инициирует выполнение действий нижестоящих элементов КД.

Также в случае необходимости субъект обеспечивает реагирование (в виде модернизации технологии) на события истинной неопределённости.

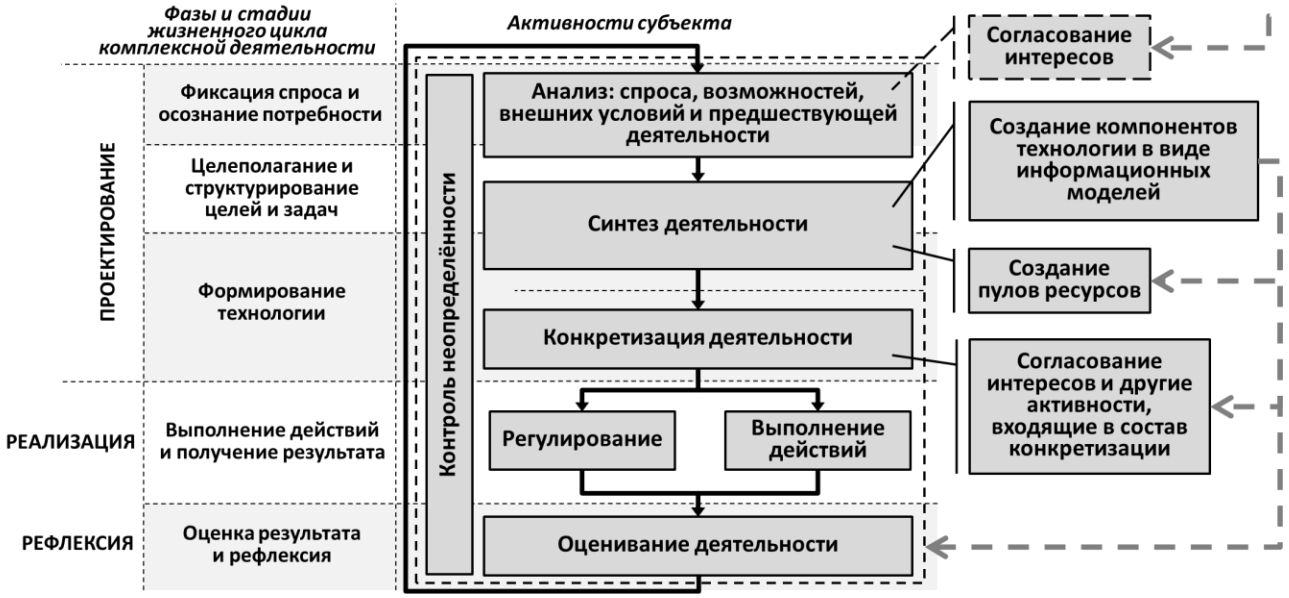

Рис. 1.6. Активности субъекта в жизненном цикле КД [15]

В завершение субъект КД осуществляет рефлексию и оценивает полученные результаты.

Необходимо отметить, что согласование интересов субъектов выполняется как на этапе анализа, так и на этапе конкретизации. В первом случае потенциальный субъект согласует свои «внутренние» интересы с выраженными в виде спроса «внешними» для него интересами потенциальной роли субъекта элемента КД. Во втором случае субъект задаёт спрос и через него «внешние» интересы для потенциальных субъектов нижестоящих по целевой структуре и по логической модели элементов КД. В первом случае субъект играет роль *агента* и осуществляет активный выбор (являясь при этом, вообще говоря, «управляемым объектом»), а во втором – роль *центра* (в терминах теории активных систем и теории управления организационными системами), осуществляющего управление и определяющего технологию согласования интересов. Данная двойственность отражает фрактальные и иерархические свойства структуры КД.

Все компоненты управления являются, безусловно, важными, однако создание компонентов технологии в виде информационных моделей (и поддержание их в актуальном состоянии) имеет исключительное значение, так как в ходе него формируются технологии всех остальных компонентов (серые штриховые стрелки на рисунок 1.6). При выполнении компонентов лишь реализуются технологии и происходят события неопределённости, что фиксирует результат.

Таким образом, результат выполнения всех остальных компонентов и КД в целом фактически определяется с точностью до событий неопределённости именно при создании компонентов технологии на этапе синтеза.

Сформулированные соображения позволяют зафиксировать **тезис 7**: Проблема управления решается, вообще говоря, на всех фазах и этапах жизненного цикла КД. Решающее влияние на результативность и эффективность КД оказывает создание и поддержание в актуальном состоянии компонентов технологии (в том числе компонентов управления – синтеза и конкретизации) в виде информационных моделей на этапе синтеза. Компоненты управления, будучи созданными в ходе синтеза, «автоматно» реализуются на других этапах жизненного цикла.

Отметим, что во многих практически интересных случаях деятельность ОТС носит циклический характер. Совершенно естественными являются циклы, связанные, например, с многократным повто-

рением: одной типовой операции; изготовления детали или изделия, или оказанием определённой услуги; рабочей смены или рабочего дня; отчётного/календарного периода. Часто после того, как субъект фиксирует спрос, согласует свои интересы с «внешними интересами», осознаёт потребность в новой деятельности и формирует технологию, потом он многократно реализует её в ходе выполнения повторяющихся циклов КД.

В частности, при организации нового бизнеса определяется предмет бизнеса, организуется фирма, которая в течение как можно большего количества периодов реализует деятельность соответственно технологии. Сотрудник при приёме на работу однократно принимает принципиальное решение выполнять возлагаемые на него обязанности, после чего многократно выполняет их. Технология остаётся неизменной до тех пор, пока не возникает необходимость её модернизации, после которой снова продолжается циклическая реализация КД с постоянной технологией.

При многократном повторении циклов субъект осуществляет, тем не менее, и анализ, и синтез (по крайней мере, в виде планирования деятельности на текущий или следующий период), а также рефлексию (по крайней мере, оценивание результатов КД за период), реализуя все этапы ЖЦ КД (см. рисунок 1.7).

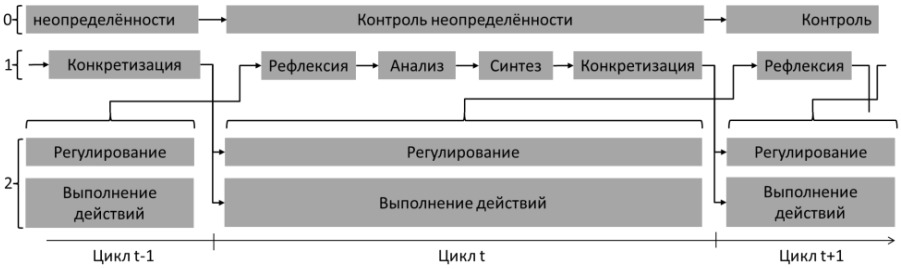

Рис. 1.7. Цикличность активностей субъекта комплексной деятельности

Синтез и конкретизация выполняются в этом случае параллельно реализации, а аналитические активности рефлексии и анализа фактически объединяются, замыкая управленческий цикл. Предположение повторяемости циклов также соответствует общепринятому принципу “going concern”, обычно применяемому при рассмотрении любого

бизнеса: считается, что фирма осуществляла свою деятельность и в предыдущие периоды, и будет это делать в последующие.

Многократное повторение жизненных циклов приводит к тому, что однажды созданные в виде информационных моделей компоненты технологии и пулы ресурсов используются многократно – для этого модернизируются и тем самым поддерживаются в актуальном состоянии. Поэтому в целях сохранения общности будем называть компоненты управления, на которые декомпозируется синтез, не «созданием», а «управлением», а именно:

- *управление технологией* – понимая под этим КД по созданию и поддержанию в актуальном состоянии путём модернизаций информационных моделей компонентов технологии, в том числе ресурсов;
- *управление составом ресурсов* - понимая под этим КД по созданию и поддержанию в актуальном состоянии пулов вещественных ресурсов для обеспечения ролей субъектов и компонентов технологии.

Рисунок 1.8 иллюстрирует уточнённую (по отношению к сформулированной в [15]) декомпозицию компонентов управления с выделением наиболее значимых на нижнем уровне иерархии.

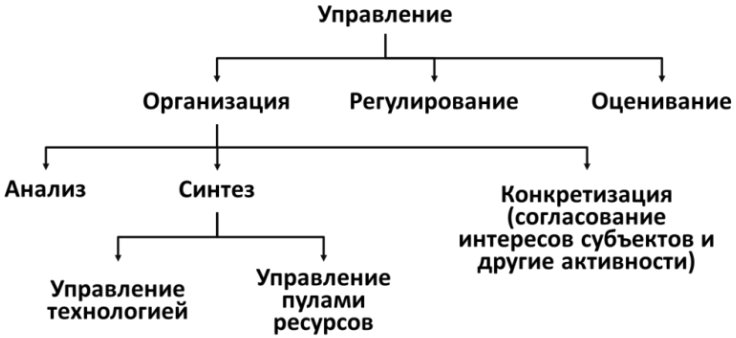

Рис. 1.8. Детализированная структура компонентов управления

Управление совокупностью жизненных циклов взаимосвязанных элементов комплексной деятельности требует уточнения понятий субъекта и объекта управления, субъекта элемента КД, а также связей между этими понятиями. В [15] показано, что любая комплексная деятельность, кроме исполнения специфических элементарных опера-

ций, является управлением, то есть деятельность субъекта каждого СЭДа (СЭД$_N$ на рисунке 1.9) заключается в:

- управлении подчинёнными и нижестоящими по логической - целевой структуре СЭДами (СЭД$_{N,1}$ … СЭД$_{N,M}$), при этом он выступает в роли субъекта соответствующего управления;
- исполнения специфических элементарных операций (если в состав данного СЭДа входят элементарные операции).

Субъект любого СЭДа (например, СЭД$_N$) непосредственно управляет нижестоящими СЭДами и их субъектами (СЭД$_{N,1}$, …, СЭД$_{N,M}$), входящими в данный СЭД (СЭД$_N$), и опосредованно, через субъекты других СЭДов (например, через субъекта СЭД$_m$) – всеми нижестоящими по целевой иерархии СЭДами (СЭД$_{m,1}$, …, СЭД$_{m,K}$ и нижестоящими по отношению к ним). В этом смысле управление комплексной деятельностью в виде совокупности СЭДов является и иерархическим, и распределённым.

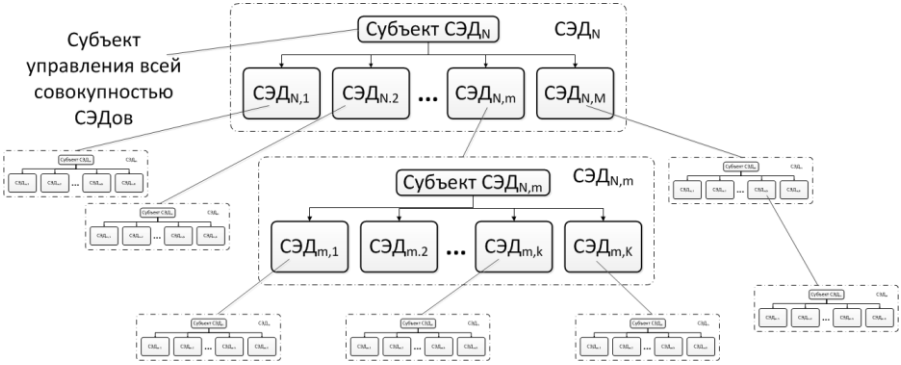

Рис. 1.9. Структура иерархии СЭДов

Следует заметить, что субъект любого СЭДа всегда в определённом смысле осуществляет «*самоуправление*»: на этапе синтеза субъект СЭДа формирует логическую и причинно-следственную модели данного СЭДа и технологии элементарных операций (входящих в состав данного СЭДа), а на этапе конкретизации назначает ресурсы элементарных операций и таким образом существенно влияет на своё будущее поведение. То есть выполняет по отношению к самому себе действия, подпадающие под определение управления. В этом также проявляется некоторая двойственность самоуправления: создание технологии, с одной стороны, является деятельностью, а с другой –

влияет на будущее поведение субъекта в период осуществления им действий согласно технологии, в период реализации своего предназначения.

Таким образом, управление всей совокупностью СЭДов осуществляет или (а) субъект вышестоящего в совокупности СЭДа (субъект СЭД$_N$ на рисунке 1.9), или (б) субъект некоторого «внешнего» СЭДа, вышестоящего по отношению ко всей совокупности СЭДов. Фактически этот «внешний» СЭД объединит всю управляемую совокупность и, таким образом, вторая альтернатива (б) сводится к первой (а), проиллюстрированной рисунком 1.9. Эти соображения позволяют сформулировать **тезис 8**: управление всей совокупностью СЭДов является и иерархическим, и распределённым, и в целом его осуществляет субъект вышестоящего в совокупности СЭДа (как отмечалось выше, он также выполняет и самоуправление, реализуя по отношению к себе действия, подпадающие под определение управления).

Применительно к проблеме управления ОТС это означает, что субъектом управления КД в целом является или некоторая управляющая подсистема исходной ОТС, или ОТС, внешняя по отношению к исходной ОТС, субъект которой сформулировал цели исходной ОТС, в то время как каждой частной ОТС (которые в совокупности составляют исходную ОТС) управляет соответствующий субъект.

Из тезиса 8 следует, что для активных ОТС (ОТС класса II, см. раздел 1.1), отсутствуют субъекты управления, т.е. активные ОТС «неуправляемы извне»; можно говорить, что они осуществляют самоуправление.

1.4. Формализация проблем согласованного управления жизненными циклами ОТС

Резюмируем тезисы 1-8 и зафиксируем проблемы согласованного управления жизненными циклами ОТС, рисунок 1.10 иллюстрирует структуру тезисов.

Тезисы 1-4 позволили сформулировать постановку проблем управления ОТС в виде **тезиса 5**: управление ОТС должно реализовываться в форме управления совокупностью взаимосвязанных жизненных циклов элементов комплексной деятельности. Из **тезиса 5** был получен **тезис 6**, зафиксировавший компоненты управления как средства решения проблем управления ОТС и особенности их реализации. На основании **тезиса 6** зафиксированы **тезисы 7** и **8**, определившие порядок управления и субъектов, его осуществляющих.

Объединим тезисы и зафиксируем ***проблемы согласованного управления жизненными циклами ОТС в целом***:

i. Управление ОТС осуществляется в форме управления совокупностью взаимосвязанных ЖЦ структурных элементов комплексной деятельности, реализуемой этой ОТС (ЖЦ СЭДов обобщают также ЖЦ всех процессуальных компонентов деятельности и ресурсов).

ii. Средствами решения проблем управления ОТС являются компоненты управления: синтез (управление технологией; управление составом ресурсов) и конкретизация (согласование интересов субъектов и другие активности, входящие в состав конкретизации).

iii. Проблемы управления ОТС должны решаться с учётом необходимости устранения измеримой неопределённости - включением в рассмотрение сценариев реакции на измеримую неопределённость, а также допускать возможность многократного последовательного решения из-за наступления событий истинной неопределённости в течение жизненных циклов элементов КД.

iv. Управление ОТС осуществляется, вообще говоря, на всех фазах и этапах жизненных циклов их деятельности. Однако решающее влияние на результативность и эффективность КД оказывает управление технологией (в том числе и технологией управления) на этапе синтеза. Ещё раз подчеркнём, что компоненты управления, будучи созданными в ходе синтеза, реализуются «автоматно» на других этапах жизненного цикла.

v. Управление всей совокупностью СЭДов является и иерархическим, и распределённым, и в целом его осуществляет субъект выше-

стоящего в совокупности СЭДа (он также выполняет и самоуправление).

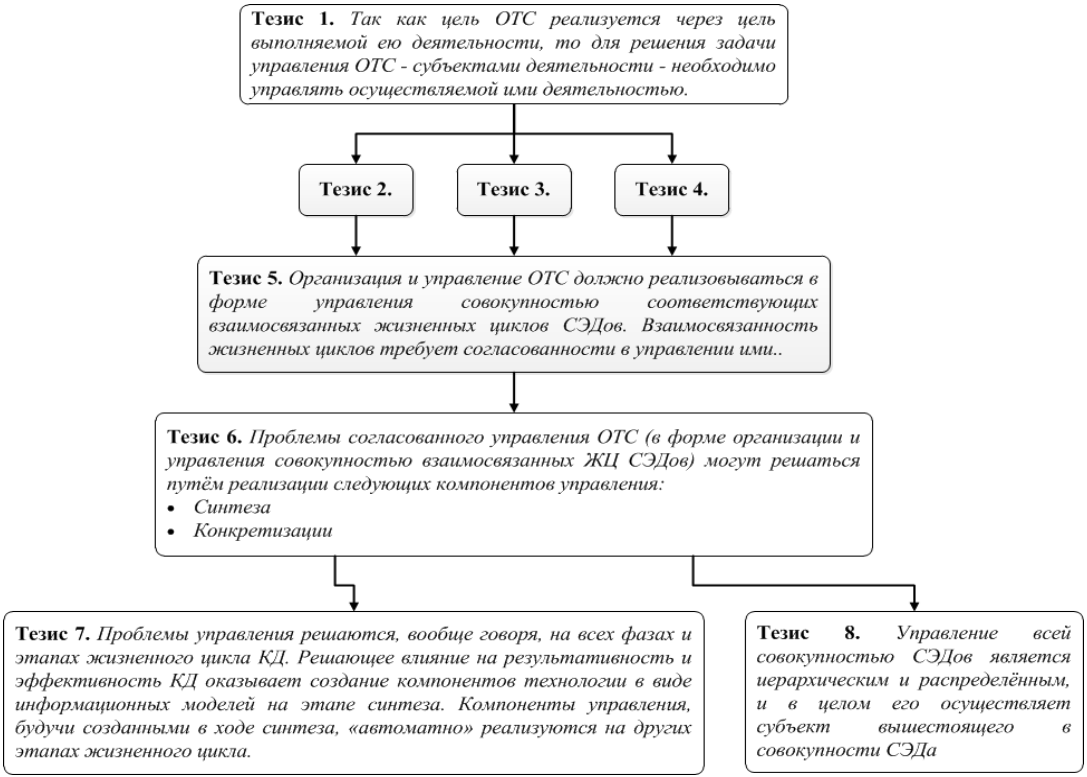

Рис. 1.10. Структура тезисов проблематики управления ОТС

Рассмотрим ряд моделей, которые формально описывают поведение управляемой системы и формирование результата КД с учётом управляющих воздействий - процесс реализации жизненного цикла СЭДа и компонентов управления.

Проанализируем причинно-следственную цепочку формирования результата КД, используя в качестве иллюстрации рисунок 1.11. Прямоугольники с закруглёнными углами представляют компоненты управления (*a, b, e*) и действия (*h*), выполняемые субъектом.

Кругами отражены состояния компонентов технологии в виде информационной модели (*c, g*, верхний ряд) и состояния вещественных ресурсов, из которых формируются субъекты, предметы и вещественные компоненты технологии (*d, f*, нижний ряд). Сплошные стрелки показывают связи типа «вход-выход», а серые штриховые стрелки отражают управление компонентами технологий. Внизу перечислены фазы жизненного цикла и соответствующие им компоненты управления субъекта СЭДа.

Получение результата КД обусловлено завершением действия (*h*) на фазе реализации (правая часть рисунка 1.11). Действие не может быть выполнено, если не назначены ресурсы, не сформирован предмет (*f*), не подготовлены планы, регламенты, технологические карты и т.д. (*g*), не согласованы интересы субъектов нижестоящих СЭДов (*e*). То есть, не завершена конкретизация. Для выполнения конкретизации требуется предварительно созданная технология - информационные модели компонентов технологий в абстрактной форме (*c*) и ресурсы в составе пулов (*d*). Информационные модели и пулы ресурсов в свою очередь являются продуктами соответствующих управленческих активностей (*a*) и (*b*).

При многократной реализации жизненных циклов информационные модели компонентов технологии и ресурсы используются повторно, что отражают соответствующие стрелки на рисунке 1.11 от (*g*) к (*a*) и от (*f*) к (*b*).

Рассмотренная причинно-следственная цепочка получения результата позволяет говорить, что поведение СЭДа связано с изменением его состояний, описываемых:

- *Параметрами субъекта* (выбранным им действием).
- *Параметрами ресурсов*, обеспечивающих технологию и составляющими предмет КД.
- *Параметрами нижестоящих субъектов*.

- *Параметрами*[15] *компонентов технологии*.

Изменения состояний СЭДа вызваны выполнением компонентов управления (a, b, e) и действия (h), сопровождаемых воздействием событий неопределённости.

[15] *Термин «параметры» в отношении компонентов технологий, представленных в виде информационных моделей, используется весьма условно, так как спецификации компонентов технологии настолько обширны, что к «параметрам» в общем случае следует относить информационные модели полностью.*

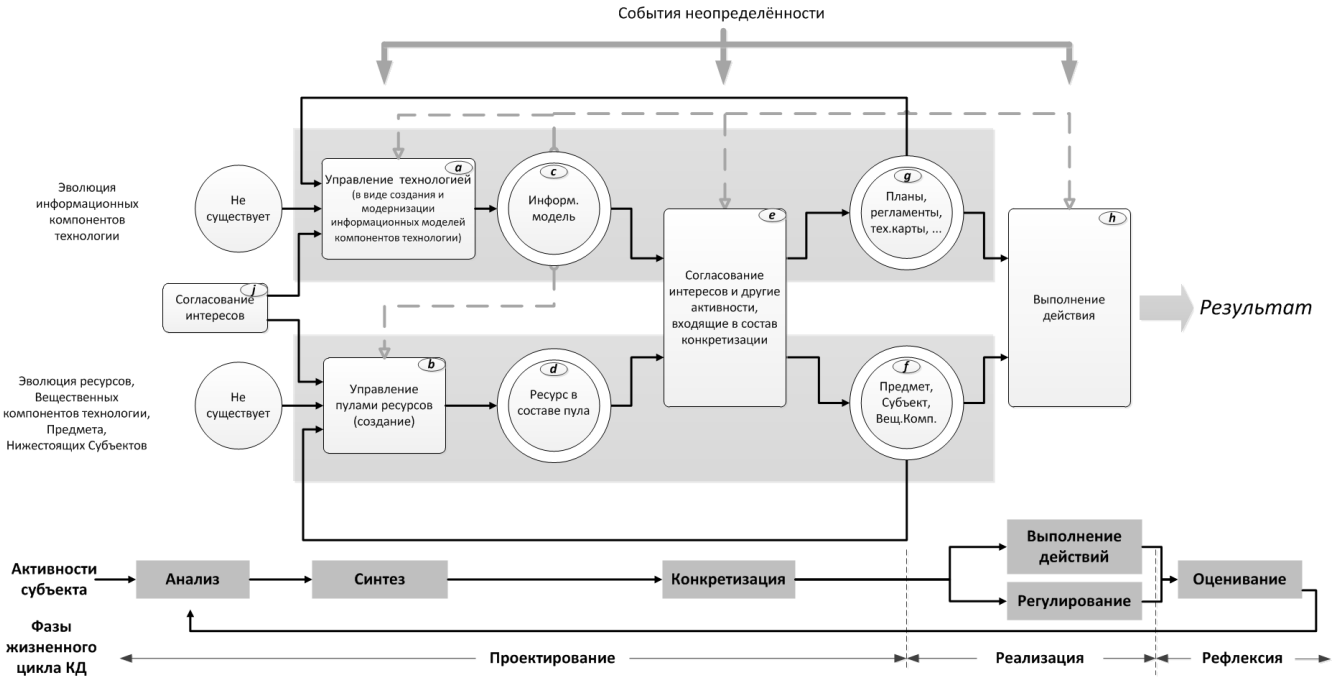

Рис. 1.11. Причинно-следственная модель формирования результата КД

Будем моделировать процессы выполнения компонентов управления (*a, b, e*) и действия (*h*) реализацией функций[16], которые представлены в таблице 1.4.

Определим *технологическую функцию* (ТФ) - аналог производственной функции, - которая характеризует *выполнение действия* на данном жизненном цикле; управление составом ресурсов будем представлять в виде *функции эволюции пулов ресурсов* (ФП). Остальные функции представим *функцией согласования интересов субъектов и других управленческих активностей, входящих в состав конкретизации* (ФС) и *функцией управления технологией* (ФУ).

Введённые функции формализуют реализацию жизненного цикла СЭДа. В данной нотации технологическую функцию имеет смысл рассматривать как спецификацию технологии в узком смысле, определяющую непосредственно действие – целевой этап ЖЦ КД, на котором формируется результат КД, а значит ценность/полезность. Композиция всех функций ТФ, ФП, ФС и ФУ специфицирует технологию в широком смысле, описывающую весь жизненный цикл КД.

Соответственно будем рассматривать функции ТФ, ФП, ФС, ФУ как информационные модели компонентов технологии, и, следовательно, как выходы функции управления технологией.

Функция управления технологией поддаётся формализации достаточно ограниченно, что создаёт существенную методическую сложность оперирования ею. Причиной являются свойственные этому компоненту управления эвристики, составляющие его основное содержание. Поэтому в таблице аргументы функции не параметризованы.

Таблица 1.4. Функции компонентов управления (*a, b, e*) *и действия (h)*

	Аргументы	**Функция**

[16] *Функция (системы) согласно [150]:*
а) «Выход», результат (деятельности) системы, обеспечивающий достижение целей системы. Для того, чтобы иметь функции система должна обладать возможностями формировать «выход», результат при не менее чем двух различных поведениях её элементов.
б) Активность, задача, действие, выполняемое для достижения требуемго «выхода», результата.
в) Широкая область деятельности, включающая различные связанные дисциплины (в частности, инженерную деятельность, финансы, управление человеческими ресурсами и тд.)
г) Функция определяется как трансформация входного потока системы в выходной с заданной производительностью.

ТФ	1. Параметры субъекта 2. Параметры назначенных ресурсов, обеспечивающих технологию 3. Параметры нижестоящих субъектов 4. Параметры неопределённости действий 5. Параметры внешней среды	Параметры результата (ценности/полезности)
ФС	1. Параметры состояния пулов ресурсов на данном жизненном цикле 2. Параметры управляющего воздействия со стороны субъекта 3. Параметры неопределённости согласования 4. Параметры внешней среды	Параметры назначенных нижестоящих субъектов и ресурсов, обеспечивающих технологию
ФП	1. Параметры состояния пулов ресурсов на предыдущем жизненном цикле 2. Параметры управляющего воздействия со стороны субъекта 3. Параметры неопределённости ресурсов 4. Параметры внешней среды	Параметры состояния пулов ресурсов на данном жизненном цикле
ФУ		Параметры компонентов технологии, представленных в виде информационных моделей – ТФ, ФП, ФС, ФИ.

Кроме того в качестве одного из её выходов символически указана сама функция ФУ, что собственно и имеет место при создании новых априори неизвестных технологий. Условная формализация этой функции и связанные задачи рассмотрены в разделе 1.5 ниже.

В противоположность функции управления технологией все остальные функции (ТФ, ФС, ФП) хорошо формализуемы. Они составляют естественную композицию в том смысле, что выходные значения одной из них являются входными для другой. Будем использовать эту композицию для обозначения совокупности функций (ТФ,

ФС, ФП), когда это необходимо, и называть её «расширенной технологической функцией», РТФ.

Введённые функции образуют структуру, представленную рисунком 1.12, рассмотрим её в «хронологическом» порядке выполнения ЖЦ КД (с пометками буквами согласно рисунку 1.11):

(*j*). Согласование интересов на этапе анализа означает принятие потенциальным субъектом решения и выбор им действия, в результате чего определяются значения параметров субъекта.

(*a*). Создание компонентов технологии в виде информационных моделей означает синтез функций ТФ, ФС, ФК, ФП – фиксацию параметров компонентов технологии, представленных в виде информационных моделей.

(*b*). Создание и управление составом ресурсов означает выбор субъектом значения управляющего воздействия на пулы ресурсов. Этот выбор совместно с (неуправляемой субъектом) реализацией событий неопределённости ресурсов, детерминирует согласно функции ФП значения параметров состояний пулов ресурсов.

(*e*) Согласование интересов (и другие активности, такие как календарно-сетевое планирование, назначение ресурсов) означает конкретизацию технологической функции субъектами, ресурсами и текущим моментом времени, а также реализацией связанной с этим неопределённости согласования и конкретизации. Становятся известны значения параметров нижестоящих субъектов и назначенных ресурсов. Субъект при этом реализует регламент, предписываемый технологией, и выбирает значения параметров соответствующих управляющих воздействий. Неопределённость результата после шага (*e*) будет ограничена только неизвестностью значений параметров неопределённости действия.

(*h*). По завершению действий характеристики неопределённости действия примут конкретное значение, и результат окажется сформированным полностью.

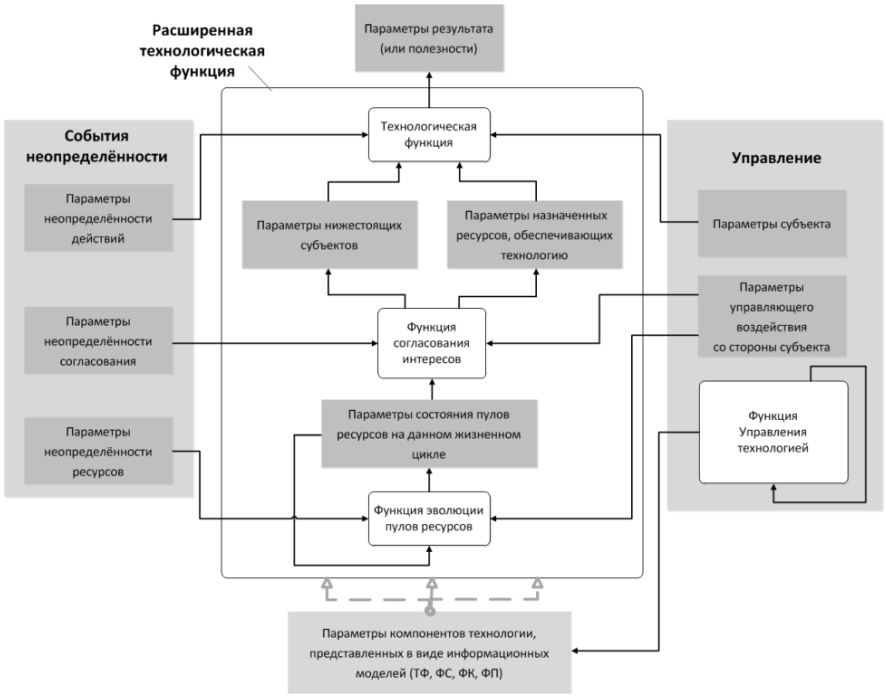

Рис. 1.12. Структура функций реализации ЖЦ комплексной деятельности и формирования результата

Рисунок 1.12 иллюстрирует, во-первых, структурные связи функций, во-вторых, влияние неопределённости (левая часть) и управления (правая часть) на поведение объекта управления, во-третьих, тезис о том, что детерминантами результата является технология (функции ФТ, ФС, ФП), согласованность жизненных циклов и значения характеристик неопределённости, в-четвёртых, что наибольшее влияние на результативность и эффективность КД оказывает управление технологией (прежде всего, создание информационных моделей компонентов технологии на этапе синтеза).

Неопределённость является важным свойством КД, поэтому параметры неопределённости входят в качестве аргументов функций ТФ, ФС, ФП. Будем рассматривать следующие виды неопределённости (следуя [15]):

• *неопределённость действия*, вызванная событиями, происходящими в ходе выполнения действия данного цикла (состояний апри-

ори непредсказуемой, но апостериори наблюдаемой, «внешней среды»);

• *неопределённость согласования*, вызванная событиями, происходящими при согласовании интересов субъектов и других активностях конкретизации;

• *неопределённость ресурсов*, вызванная событиями неопределённости, влияющими на состояния пулов ресурсов не текущем жизненном цикле.

События измеримой неопределённости всех видов можно считать независимыми (это следует из предположения об эффективности субъекта: если субъект наблюдает некоторую закономерность, он её учтёт, после чего «остаточная» неопределённость снова станет независимой), то есть параметры всех видов неопределённости независимы. Независимость параметров неопределённости различных видов означает допустимость их независимого устранения. Причём из предположения об эффективности субъекта последует также независимость их значений на различных промежутках времени и различных ЖЦ, то есть марковское свойство. В дальнейшем будем называть процессы, отражающие изменения параметров измеримой неопределённости, «*неопределёнными процессами*», моделируя их соответствующими случайными процессами.

Рассмотрим теперь выполнение компонентов управления в сопоставлении с фазами ЖЦ КД (рисунок 1.13 иллюстрирует общую схему реализации ЖЦ КД в компактной агрегированной форме).

В ответ на внешнюю потребность (которая фиксируется и осознаётся субъектом) создаётся технология, которая специфицируется в виде информационных моделей компонентов технологии - расширенной технологической функции.

Однажды созданная расширенная технологическая функция может многократно использоваться для реализации КД и получения результата и полезности. Это может происходить до тех пор, пока не сложатся условия внешней среды, при которых она станет неадекватна им, то есть условия, выходящие за рамки её парадигмы. Возникновение таких условий в [15] определяется как наступление событий истинной неопределённости. Неадекватность технологии требует её замены, то есть, событие истинной неопределённости вызывает смену парадигмы технологии.

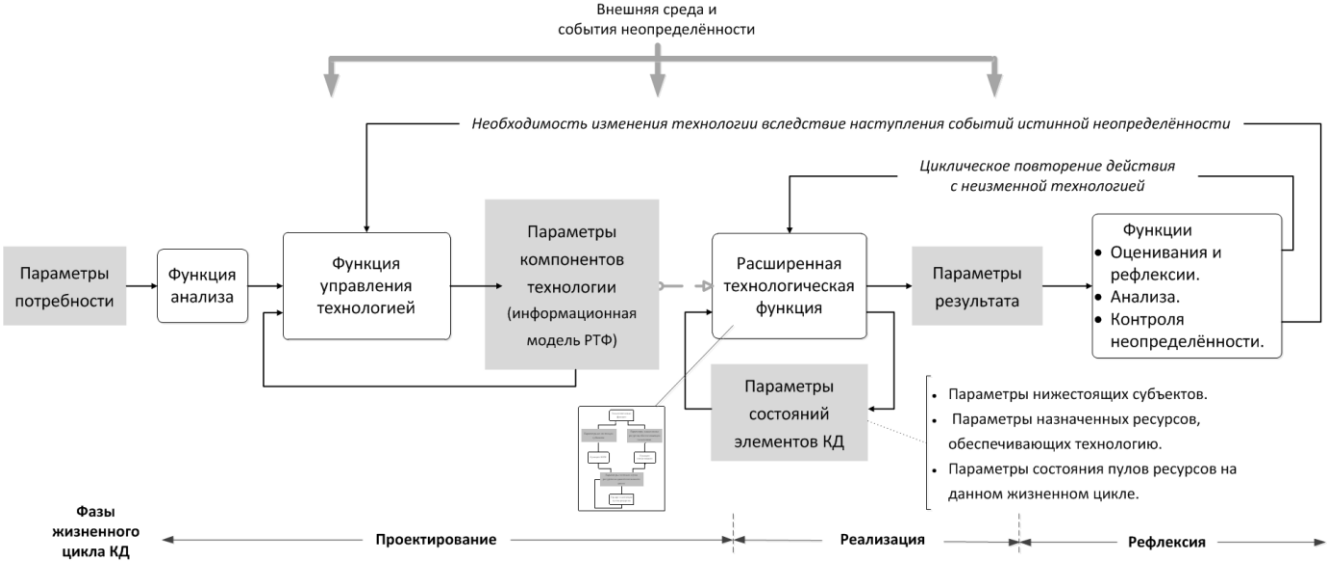

Рис. 1.13. Агрегированное представление компонентов управления в сопоставлении с фазами ЖЦ КД

Смена парадигмы выражается в виде расширенной технологической функции, прекращение деятельности является частным случаем этого.

Таким образом, можно говорить о двух «контурах» реализации КД, «замыкаемых» функциями оценивания и рефлексии, контроля неопределённости, анализа (правая часть рисунка 1.13).Повторение жизненного цикла КД при неизменной расширенной технологической функции в рамках фиксированной технологии можно условно рассматривать как «внутренний контур». В рамках внутреннего контура реализуется КД и компоненты управления, происходят события измеримой неопределённости, но они учтены при разработке технологии.

Наступление события истинной неопределённости приводит к неадекватности расширенной технологической функции и необходимости её модернизации путём реализации функции управления технологией.

После обновления информационной модели компонентов технологии, «замыкания внешнего контура», продолжается реализация КД при новой технологической парадигме во «внутреннем контуре».

Выполненная формализация проблем согласованного управления ЖЦ ОТС, сформированная структура моделей (рисунок 1.12) и зафиксированная последовательность реализации (рисунок 1.11 и 1.13) компонентов управления позволяют говорить об особой роли управления технологией, поэтому рассмотрим управление технологией более детально в следующем разделе как отдельную проблему.

1.5. Проблемы управления технологией комплексной деятельности

1.5.1. Особенности ОТС с точки зрения управления технологией КД

Современный этап развития мировой экономики отличается несколькими трендами, налагающими требования и формирующими определённые особенности деятельности фирм, правительственных агентств и других субъектов национальных и международной хозяйственной системы.

Рассмотрим эти тренды и следующие из них особенности современных предприятий и их комплексной деятельности

Развитие новых подходов организации и управления экономикой (сетевые, расширенные и виртуальные предприятия, глобальное производство и производство как сервис, Internet of Things; обзоры современных технологий управления представлены, например, в [10, 15]) привели к глубокой интеграции, как различных предприятий, так и их деятельности – недостаточно связать датчики, исполнительные механизмы и контроллеры обрабатывающих центров или автоматических складских комплексов, интегрировать системы автоматического управления с системами управления цехового уровня и уровня предприятия. Интеграция стала глобальной, особенное развитие получила такая форма организации, как *расширенные предприятия* – совокупности предприятий и фирм, объединённые едиными технологическими процессами и связями без юридического и акционерного объединения. В расширенных предприятиях основными являются технологические[17]. связи, а не форма собственности, организационная структура или акционерный капитал.

В сфере управления всё более популярными становятся идеи смены организационных парадигм, замены жёстких управленческих оргструктур платформами и «функциональными домами» [169] (пулами однородных ресурсов), роста значения гибкости и скорости реагирования на изменяющиеся условия [120]. Всё это означает перенос управленческих связей из жёстких организационных структур в оперативные *технологические связи*.

Примером расширенного предприятия является компания Boeing, выпускающая, в частности, гражданское воздушное судно Boeing-787 [41], 60 % компонентов которого производится примерно 20 тысячами субподрядчиков по всему миру (Япония, Италия и др.), работающими в единой технологической цепочке, задаваемой головной компанией.

В различных сферах практической деятельности – производстве, управлении организационно-техническими системами (фирмами, организациями, проектами) к настоящему моменту стала популярной

---

[17] Напомним, что технология определена согласно [22] как система условий, критериев, форм, методов и средств последовательного достижения поставленной цели. Управление технологией КД определено в разделе 1.3 как комплексная деятельность по созданию и поддержанию в актуальном состоянии путём модернизаций информационных моделей компонентов технологии, в том числе ресурсов.
Понятие ОТС соответсвует термину» предприятие», в контексте раздела 1.5 термин предприятие звучит более естественно, поэтому понятия ОТС и предприятие будут использоваться как эквивалентные.

концепция жизненных циклов. Концепция ЖЦ широко применяется также и к организациям, бизнесам, проектным программам, сотрудникам, производственным активам, технологиям, знаниям. Эта концепция является одной из основных в данной работе, подробно обсуждается в предыдущих разделах главы и в [10, 11, 12, 15, 24].

Важным является тренд ([120]) объявления ряда национальных программ (например, Industry 4.0 в Германии или Smart Manufacturing в США), направленных на создание у производственных предприятий способности совмещать:

- высокую эффективность, характерную для массового производства, с индивидуализацией продукции, свойственной позаказному или даже ремесленному производству;
- возможность быстро и эффективно создавать/модернизировать технологию с регулярным, регламентированным, автоматизированным, цифровизированным, роботизированным производством.

Имеет смысл также отметить динамичность меняющейся политической, экономической, социальной, технологической среды, в которой функционируют предприятия, а также динамику спроса на соответствующие продукты и услуги.

Итак, современная мировая хозяйственная система представляет собой совокупность разномасштабных предприятий - ОТС, которые создаются, реализуют жизненный цикл своей комплексной деятельности и заканчивают существование, сложным образом взаимодействуют друг с другом, формируют новые комплексные образования, становясь их элементами. Таким расширенным предприятиям свойственно функционирование в условиях динамичной неопределённости, высокий уровень адаптивности деятельности на уровне создания и изменений технологий (сочетание возможности быстро и эффективно создавать или модернизировать технологию с регулярной, регламентированной, автоматизированной, цифровизированной, роботизированной операционной деятельностью). Будем условно называть «технологической адаптивностью» это специфическое свойство таких ОТС.

Отдельного рассмотрения заслуживает тема повышения эффективности современных предприятий и их деятельности.

Эффективность КД ОТС детерминируется в существенной степени технологией и зависит также от реализующейся неопределённости ([15]). Поэтому основными направлениями повышения эффективности современных предприятий являются совершенствование

технологий и снижение влияния неопределённости, осуществляющиеся в виде максимально возможного упорядочения и регламентации деятельности (регуляризации КД, см. главу 4 монографии [15]). Широкое распространение получили подходы реинжиниринга бизнес-процессов, управления качеством на основе системы стандартов ISO9000, методы Lean и другие аналогичные им (см., например, обзоры в [10, 16]). Совершенствованию и регламентации подвергаются не только технологические карты основных производственных процессов, но также и логистики, содержания инфраструктуры, финансов, кадров и другие [10, 139]. Общепринятым является детальное планирование на основе информационных систем класса ERP, сейчас ни в России, ни в мире практически нет предприятий, не использующих ERP-системы. В терминах [15] эти тренды означают, что большинство элементов штатной деятельности современных предприятий являются «регулярными», то есть происходит практически тотальная регуляризация хозяйственной деятельности.

Ещё одной общераспространённой особенностью деятельности современных предприятий являются постоянные улучшения операционных процессов: широкое распространение получили такие подходы как TQM, «метод Тойота», «6 сигм», 7S Framework McKinsey (см., например, обзор в [11]). Основные идеи этих подходов заключаются, во-первых, в вовлечении всего персонала в совершенствование процессов деятельности, во-вторых, в непрерывных улучшениях в ходе штатного функционирования предприятий. То есть в ходе рефлексивной фазы жизненного цикла КД осуществляется глубокий анализ эффективности, а на фазе проектирования деятельности в технологию вносятся улучшающие изменения, используемые уже на следующем цикле, и всё это выполняется на фоне штатного функционирования предприятия-ОТС. Важно заметить, что при этом технология остаётся неизменной непосредственно в ходе каждой фазы реализации, то есть реализуется «регулярная» деятельность.

Таким образом, необходимо отметить важную особенность деятельности современных предприятий: сочетание частых изменений/улучшений технологии, выполняемой на фазе проектирования деятельности, с регулярностью и неизменностью технологии непосредственно в ходе фазы реализации. Рисунок 1.7, выше, иллюстрирует эту особенность и подчёркивает одновременность управленческих активностей субъекта КД: изменения/улучшения технологии (уровень «1» на рисунке 1.7), происходят параллельно реализации КД (уровень

«2»), и вместе со всем эти осуществляется контроль наступления событий неопределённости и формирование реакции на них (уровень «0»). Напомним, что источником этой особенности является сочетание трендов постоянного совершенствования эффективности и «технологической адаптивности».

1.5.2. Модель жизненного цикла комплексной деятельности, ориентированная на анализ проблем управления технологией

Формализуем представление жизненного цикла деятельности современного предприятия в виде модели, подчёркивающей отмеченные выше тренды и ориентированной на моделирование управления технологией. Используем в качестве основы базовую процессную модель[18] СЭДа - модель жизненного цикла КД в виде трёх фаз: проектирования КД, реализации КД и рефлексии. Учитывая выполненную выше в разделах 1.3-1.4 детализацию управленческих активностей субъекта в течение всего ЖЦ КД (рисунок 1.8), сформируем требуемое представление модели жизненного цикла КД - процессной модели - в BPMN-нотации [160] (рисунок 1.14).

В течение *фазы проектирования* создаётся/модернизируется технология КД и собственно ОТС, активностями субъекта на данной фазе являются компоненты организации:

[18] *Базовая процессная модель предложена и подробно рассмотрена в главе 5 монографии [22], а также кратко описана в разделе 2.1 настоящей работы.*

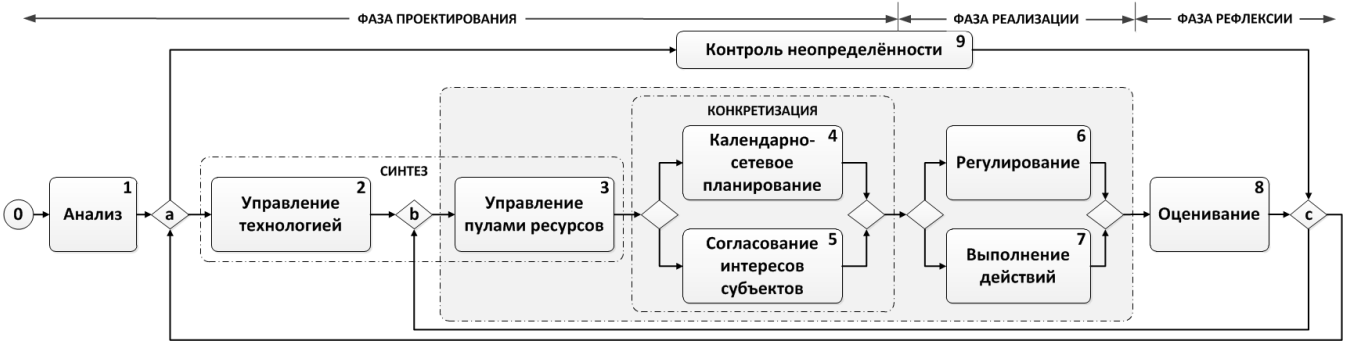

Рис. 1.14. Модель жизненного цикла КД ОТС

• *анализ* (1 - фиксация спроса, анализ возможностей, внешних условий и предшествующей деятельности);

• *синтез* (2 - управление технологией: создание и дальнейшее поддержание в актуальном состоянии логической, причинно-следственной и процессной моделей, а также технологий нижестоящих элементов. 3 - управление составом ресурсов: формирование/модернизация ресурсов.);

• *конкретизация* (4 - календарно-сетевое планирование и назначение ресурсов, 5 - согласование интересов субъектов).

После того, как технология создана, она используется для выполнения КД в ходе *фазы реализации*, субъект при этом осуществляет регулирование (6) и выполняет действия (7). Завершает жизненный цикл *фаза рефлексии* – оценивание результатов КД (8).

Из свойства цикличности деятельности следует, что однократно зафиксировав спрос в ходе анализа (1) и создав компоненты технологии (2), субъект в общем случае многократно реализует расширенную технологическую функцию – выполняет продуктивные действия (на рисунке 1.14 группа элементов 3-7, выделенная затемнением). Именно эти действия формируют результат КД и поэтому являются целевыми.

Из свойства технологической адаптивности следует, что технология КД ОТС периодически изменяется, модернизируется (2), очевидно, что модернизации (2) предшествует оценивание предыдущей реализации деятельности (8).

Из свойства непрерывного функционирования ОТС (циклического и непрерывного выполнения КД) следует, что контроль неопределённости, рефлексия и модернизация технологии производится параллельно реализации КД, как показано на рисунке 1.7: в течение определённого цикла осуществляется рефлексия КД, выполненной на предыдущем цикле, и модернизируется технология, которая будет применена на следующем цикле.

Из свойства регулярности деятельности следует, что технология элементов КД не меняется в ходе того цикла, в котором они реализуются, изменение/модернизация их технологии может производиться только в одном из предшествующих циклов: расширенная технологическая функция неизменна в ходе её выполнения.

Из свойства неопределённости КД следует, что в ходе реализации жизненных циклов могут происходить события измеримой и истин-

ной неопределённости. Выше в разделах 1.3 - 1.4 было определено, что возможность наступления событий измеримой неопределённости должна быть учтена при разработке компонентов технологии, следовательно, такие события не нарушают реализацию ЖЦ КД, что соответствует многократному выполнению расширенной технологической функции (3…8 от точки b до точки c на рисунке 1.14). Напротив, события истинной неопределённости отражают наступление условий, при которых технология становится неадекватной, что вызывает необходимость её модернизации – переход к точке «a» и выполнение активности (2) - управления технологией.

1.5.3. Модель управления технологией

Управление технологией (согласно раздел 1.3) подразумевает создание, модернизацию и освоение информационных моделей [18, 22] компонентов технологии.

Классификация компонентов технологии КД может быть построена, исходя из состава системы моделей, предложенных в [22] для описания комплексной деятельности, и фактически фиксируется «утверждением о составе технологии комплексной деятельности» [15] - компонентами технологии каждого СЭДа являются:

- логическая, причинно-следственная и процессная модели;
- технологии нижестоящих элементов[19]:
  - технологии СЭДов
  - технологии элементарных операций.

Технологической структурой СЭДа назовём логическую, причинно-следственную и процессную модели, а также зависимости и последовательности создания технологий нижестоящих элементов. Управление технологической структурой будет означать создание и поддержание её в адекватном внешним условиям состоянии.

Так как компонентами технологии СЭДа являются технологии (нижестоящих по логической структуре) СЭДов, технология фрактальна, как и комплексная деятельность. Соответственно деятельность по управлению технологией также фрактальна - реализуется через рекуррентное обращение «к самой себе» (рисунок 1.15).

[19] *Также частными случаями нижестоящих элементов СЭДа являются компоненты управления – управление пулами ресурсов, календарно-сетевое планирование и назначение ресурсов, согласование интересов субъектов, регулирование, рефлексия/оценивание.*

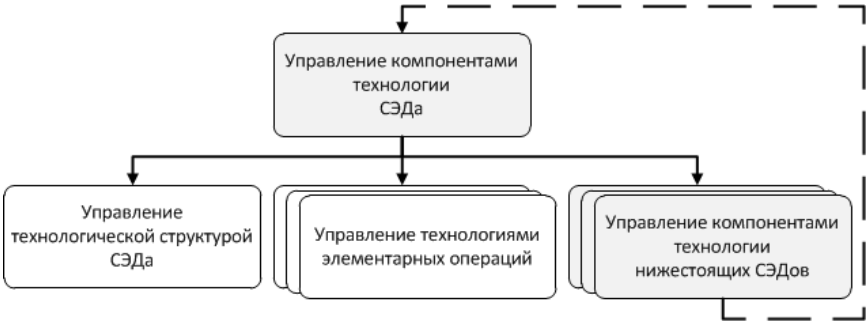

Рис. 1.15 Логическая структура деятельности по управлению технологией

Элементы «Управление технологией» декомпозируются в элементы нижестоящего уровня и образуют фрактальную иерархию. Элементы «Управление технологической структурой» и «Управление технологией элементарных операций» зависят от специфики предметной области и конкретных особенностей рассматриваемой деятельности. На системном уровне они не требуют дальнейшей детализации. Технологии элементарных операций и технологическую структуру можно объединить по этому основанию и назвать *элементарными компонентами технологии* (ЭКТ), остальные компоненты технологии будем называть *комплексными компонентами технологии* (ККТ).

Рассмотрим модель деятельности по управлению ЭКТ, начиная с создания ЭКТ. Создание ЭКТ **эвристично**, и в общем случае не поддаётся детализации или формализации (если это действительно создание новой технологии, а не использование в качестве шаблона частично или полностью известной технологии). Поэтому может быть представлено только одним элементом – элементарной операцией (структурирование эвристики не имеет рационального основания, следовательно, бессмысленно). Однако жизненный цикл любой деятельности включает фазу рефлексии, существует она и при создании ЭКТ и заключается в оценивании адекватности синтезированного ЭКТ различным условиям его применения - состояниям внешней среды. Также эвристике предшествует принятие субъектом решения о выполнении деятельности.

Тогда ЖЦ деятельности по созданию ЭКТ можно представить процессной моделью, приведённой на рисунке 1.16, в составе основных фаз:

1. Фаза анализа. Субъект принимает решение реализовывать деятельность.

2. Фаза эвристики. Субъект генерирует эвристику – вариант ЭКТ.

3. Фаза рефлексии. Субъект проверяет вариант ЭКТ на соответствие цели-требованиям-спросу при различных условиях – состояниях внешней среды. В случае отрицательного результата возвращается к фазе 2 и повторяет до тех пор, пока не будет получен адекватный вариант.

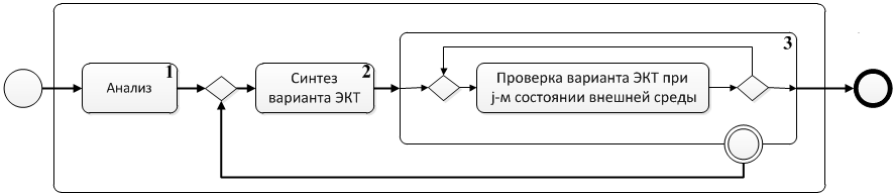

Рис. 1.16. Процессная модель управления ЭКТ

Проверки могут выполняться в виде мысленных экспериментов; модельных экспериментов с математическими, компьютерными или физическими моделями; натурных экспериментов. В общем случае можно считать, что проверки выполняются многократно, и в ходе выполнения одного акта проверки оценивается адекватность ЭКТ одному состоянию внешней среды (сложившемуся в данном цикле). Фаза рефлексии завершается, когда метрика завершённости проверок (например, доля или количество возможных состояний внешней среды, для которых проверка выполнена) достигла априори заданного значения.

Обобщим полученную процессную модель на случай управления комплексными компонентами технологии – в общем случае это технология СЭДа (рисунок 1.17).

Фазы анализа (1) и рефлексии (3) будут иметь ту же форму, что и в случае управления ЭКТ, так как нет оснований для обратного.

Фаза синтеза (как следует из выполненного в начале данного раздела анализа состава компонентов технологии) будет представлять

собой некоторую последовательно-параллельной комбинацию[20] (2), узлами которой будут элементы деятельности по управлению ЭКТ (а) или технологией СЭДа (б). Состав и структура комбинации зависят от специфики предметной области и на общесистемном уровне не позволяют выделить и использовать какие-либо ещё закономерности.

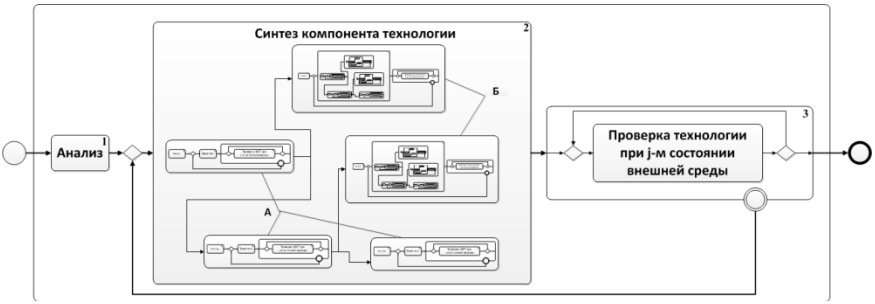

Рис. 1.17. Процессная модель управления комплексным компонентом технологии

Таким образом, деятельность по управлению технологией в общем случае представляется *процессной моделью* (рисунок 1.17), а в частном случае ЭКТ – моделью рисунок 1.16.

Управление технологией включает не только создание этих компонентов, но и поддержание их в адекватном состоянии в ходе использования, поэтому для формализации данной проблемы необходима модель, представляющая как создание, так и использование технологии. Для формирования такой модели (рисунок 1.18), условно назовём её интегрированной, объединим модели жизненного цикла КД ОТС (рисунок 1.14) и процессную модель управления технологией (рисунки 1.16-1.17).

Интегрированная модель иллюстрирует основную закономерность процесса управления технологией вместе с реализацией собственно КД - множественную цикличность. Во-первых, в ходе создания или модернизации технологии после непосредственного синтеза (2) производится многократная проверка технологии (3). В случае неудачной проверки происходит возврат к синтезу (от d к b). При успешной завершении проверок технология многократно использует-

[20] *Состав и связи между узлами в структуре (2) показаны на рисунке условно.*

ся в цикле c → 4 → e → c → 4 …. При изменении внешних условий (например, спроса) технология может стать неадекватной им, что вызывает необходимость её модернизации – возврат от «e» к «a». И все эти циклы вместе образуют жизненный цикл соответствующего элемента комплексной деятельности.

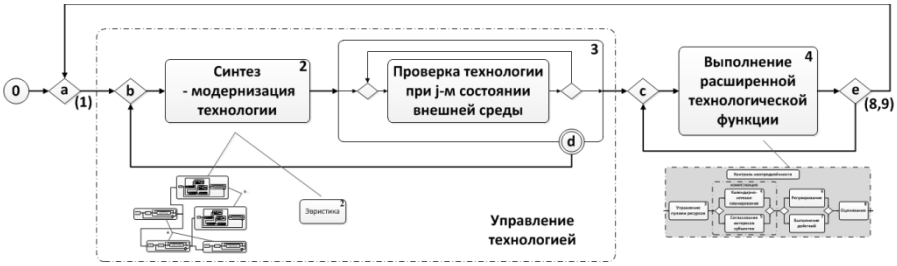

Рис. 1.18. Интегрированная[21] модель управления технологией КД и реализации жизненного цикла КД

Таким образом, проблема управления технологией комплексной деятельности заключается в управлении множественными взаимосвязанными циклами (представленными интегрированной моделью рисунок 1.18), что составляет ядро согласованного управления ЖЦ ОТС. Интегрированная модель позволяет поставить задачи оптимизации управления технологией, разрабатывать математические модели и методы, включая создание и поддержание информационных моделей компонентов технологии в актуальном состоянии в течение всего жизненного цикла КД (глава 3 данной работы).

1.6. Задачи согласованного управления жизненными циклами ОТС

1.6.1 Перечень задач согласованного управления жизненными циклами ОТС

[21] *Так как для целей текущего моделирования фаза анализа имеет второстепенное значение, она показана совмещённой с контрольной точкой «a» в виде «(1)», аналогично фаза рефлексии и контроль неопределённости – совмещены с точкой «e» и отражены в виде «(8,9)». Номера 1-9 на данном рисунке соответствуют номерам блоков рисунка 1.15.*

Приведенная в предыдущих разделах формализация рассматриваемой в работе проблемы как *управление совокупностью взаимосвязанных жизненных циклов элементов КД ОТС* позволяет зафиксировать следующие существенные особенности объекта управления:

1. Объект управления является множественным, имеющим иерархическую внутреннюю структуру и состоит из СЭДов (структура СЭДов задаётся структурой КД ОТС).
2. Каждый составляющий элемент объекта управления, СЭД, включает людей, проявляющих свои активные свойства (способность к целенаправленному поведению в соответствии с собственными предпочтениями и способность самостоятельно предпринимать некоторые действия [90]).
3. Каждый составляющий элемент объекта управления, СЭД, в существенной степени определяется его технологией и должен рассматриваться в течение его жизненного цикла.

Наличие совокупности взаимосвязанных жизненных циклов СЭДов в качестве объекта управления накладывает на управление дополнительное условие: необходимо не только учитывать связи между элементами (объекта управления), но и устанавливать их. Подчёркивая эту особенность, будем говорить о согласованном управлении жизненными циклами в смысле обеспечения *согласованности* ЖЦ в широком смысле[22]. Согласование, как приведение в надлежащее состояние и/или установление связей является частным случаем *организации*. В тоже время принцип согласованного управления (система стимулирования и планы таковы, что реализация планов выгодна всем субъектам) является одним из основных в теории активных систем и теории управления организационными системами [31, 90].

Согласованность (в том числе управления) требует выбора оснований, по которым она достигается. Применительно к совокупности ЖЦ СЭДов в качестве таких оснований естественно выбрать во-первых, все составные части СЭДа, а именно а) субъект; б) процессуальные компоненты деятельности (потребности, цели и задачи; технология; действие; результат) и в) предмет; во-вторых,

[22] *СОГЛАСОВА́ТЬ [115] - 1. что и что с чем. Привести в связь, в согласие, в надлежащее соотношение, установить соответствие между чем-нибудь, устранив разногласия, противоречия. Согласовать интересы разных сторон. Согласовать расписание движения поездов с прибытием пароходов. 2. что с кем-чем. …*
СОГЛАСОВА́ТЬ [94] - что и что с чем. Привести в надлежащее соотношение, соответствие с чем-н.

время достижения цели КД. Основания могут быть сгруппированы соответственно формализации проблемы (предыдущие разделы данной главы), что в свою очередь определит перечень задач управления – результаты приедены в таблице 1.5.

Таблица 1.5. Основания согласованности и группы задач управления

Основания согласования	***Группы задач управления***
Субъекты КД, их интересы	Согласование интересов субъектов КД с учётом ЖЦ и технологии их деятельности
Потребность, цель, задачи, действие, результат КД, время достижения цели	Согласованное управление реализацией ЖЦ КД ОТС
Методы /способы достижения цели КД	Управления созданием и освоением технологий КД
Средства достижения цели КД - ресурсы	Управление составом активных ресурсов, обеспечивающих реализацию ЖЦ КД ОТС
Предмет КД	

Рисунок 1.19 иллюстрирует жизненные циклы процессуальных компонентов КД, на согласованность по которым влияют задачи управления.

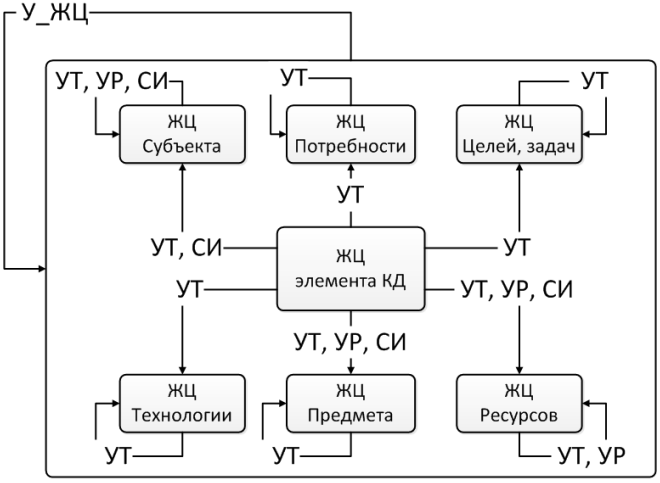

Рис. 1.19. Влияние компонентов управления на согласованность жизненных циклов КД

Прямоугольниками с закруглёнными углам обозначены жизненные циклы, подлежащие согласованию, а стрелками – компоненты управления, обеспечивающие согласование.

На рисунке 1.19 использованы следующие сокращения задач управления:

- У_ЖЦ - Согласованное управление реализацией ЖЦ КД ОТС;
- УТ - Управления созданием и освоением технологий КД;
- СИ - Согласование интересов субъектов КД с учётом ЖЦ и технологии их деятельности;
- УР - Управление составом активных ресурсов, обеспечивающих реализацию ЖЦ КД ОТС.

Схема согласованности жизненных циклов (рисунок 1.19) подчёркивает два аспекта:

Во-первых, центральную роль ЖЦ структурного элемента в том смысле, что остальные жизненные циклы не только согласовываются с ним, но также и согласование их друг с другом реализуется через ЖЦ СЭДа.

Во-вторых, центральную роль технологии и процесса создание и модернизация компонентов технологии в согласовании ЖЦ, заключающуюся в том, что процесс СКТ применяется во всех согласованиях всех ЖЦ.

Соотнесём сформулированную постановку проблемы управления и перечень частных задач с областями знаний, рассматривающими сходные проблемы (раздел 1.6.2) и опишем базовую модель (раздел 1.6.3).

1.6.2. Связь проблем согласованного управления жизненными циклами ОТС со смежными областями знаний

Рассмотрим сходства и отличия рассматриваемой постановки проблемы управления ОТС от подходов, используемых в смежных областях науки; выявим известные модели, пригодные для решения тех или иных задач, наметим направления разработки новых недостающих методов (результаты анализа в краткой форме сведены в таблицы 1.6 и 1.7).

Управление сложными системами, частным случаем которых являются ОТС, относится к предмету исследования *кибернетики* и *теории систем* (например, [47, 73, 109, 113, 126, 133, 153, 163, 196, 251, 252, 266, 273]), а управление жизненными циклами и технологией - *системотехники* (в частности, [55, 103, 183, 239, 248, 260, 261, 271]). Однако полученные результаты носят, в основном, качественный характер, а модели математической теории систем обладают высоким уровнем общности для практического применения и не учитывают активного поведения участников ОТС, что не позволяет использовать их для решения рассматриваемой проблемы.

Данная постановка проблемы управления ОТС в целом также близка *теории активных систем* и *теории управления организационными системами* (ТУОС, см. [32, 34, 90] и другие работы в этой области), прежде всего, по определениям предметов: организационно-технической системы в рассматриваемой постановке и организационной системы в ТУОС. Постановка «общей задачи управления» в ТУОС [90] описывает структуру управления в составе центра, агента и управляемого агентом объекта, рассматривая и одноразовый и многократно повторяющийся режим функционирования ОТС.

Таблица 1.6. Связь проблемы согласованного управления жизненными циклами ОТС с ТУОС

	Управление составом	Управление структурой	Институциональное управление	Мотивационное управление	Информационное управление
Реализация жизненного цикла КД ОТС		+		+	+
Управления компонентами технологий			+		
Согласование интересов субъектов				+	
Управление составом ресурсов	+				

Таблица 1.7. Связь проблемы согласованного управления жизненными циклами ОТС со смежными областями науки

	Смежные области	Специфические факторы
Проблема согласованного управления ЖЦ ОТС в целом	ТУОС, теория систем, системотехника	Создание и изменение технологии деятельности. Жизненный цикл элементов деятельности.
Реализация жизненного цикла элемента КД	Исследование операций, ТУОС, теория систем, системотехника	Зависит от специфики ОТС.
Управления компонентами технологий	Исследование операций, системотехника	Задача новая.
Согласование интересов субъектов	ТУОС, теория иерархических игр, теория контрактов.	Технологические связи между агентами. Изменения технологии.
Управление составом ресурсов	Исследование операций, управление запасами и человеческими ресурсами, ТУОС.	Жизненный цикл ресурсов, в частности, сотрудников.

Постановка ТУОС связывает с центром «два типа действий. Во-первых, задание механизма функционирования системы. Во-вторых, действия при заданном механизме, которые сводятся к выполнению заданных процедур по обработке информации и выработке управляющих параметров. Действия элементов нижнего уровня связаны с передачей в центр информации и выбором своих состояний» ([32], стр. 99).

Составными частями механизма функционирования определяются «целевые функции системы (центра) и её элементов, ограничения механизма функционирования, закон планирования, принятая в системе последовательность действий центра и элементов в процессе функционирования, а также процедуры формирования данных, при-

меняемые центром для получения информации об элементах» ([32], стр. 52).

Во всём этом постановка ТУОС в целом близка модели СЭДа. Однако в ТУОС постулируется неизменность и известность всем участникам технологии деятельности агента и управляемого им объекта (например, раздел 1.2 [90]), чем рассматриваемая постановка принципиально отличается от ТУОС.

Следствием этого является ещё одно существенное отличие данной постановки от ТУОС: если технология известна и задана, то нет необходимости рассматривать жизненный цикл деятельности, так как анализ издержек подготовительной/проектирования фазы ЖЦ не имеет смысла. Поэтому в ТУОС почти не анализируется жизненный цикл деятельности. Можно говорить, что проблема управления в ТУОС фактически решается только в пределах этапа конкретизации и не включает задач создания информационных моделей компонентов технологии и управления составом ресурсов (за исключением их выбора на этапе конкретизации). Следовательно, модели и методы ТУОС могут и должны быть использованы, но не обеспечивают в полной мере решение проблемы управления в постановке проблемы согласованного управления жизненными циклами ОТС.

Рассмотрим теперь, в каких областях науки исследуются отдельные задачи рассматриваемой постановки, и какие из известных результатов могут быть использованы для их решения.

Задачи управления технологией на описательном уровне решается методами и средствами системотехники (systems engineering, например, [11, 150, 201, 202, 204, 205, 261]). Однако в данной формулировке задачи являются новыми и потребуют, прежде всего, адекватной формализации, а после - разработки специальных моделей и методов. На основании исследованных в МКД особенностей КД и процессов создания технологий можно говорить, что для решения задач должны быть использованы методы и модели *теории вероятностей*, *случайных процессов*, *последовательного статистического анализа* и различных разделов *исследования операций* [40, 269]. Задачи детально рассмотрены в главе 3, а в разделе 3.2 выполнен анализ известных результатов из близких областей науки.

Задачи согласования интересов субъектов исследуется в ТУОС [90], а также, в той или иной степени, - в *теории контрактов* [96, 154, 214] и в *теории иерархических игр* [44, 46]. Однако данные задачи в рамках постановки проблемы согласованного управления жизненны-

ми циклами ОТС отличаются несколькими специфическими особенностями, такими как необходимость рассмотрения технологических (причинно-следственных) связей между агентами, рассмотрения задачи в динамической и последовательной постановке в условиях изменяющихся технологий и внешней среды [16]. Эти особенности ограничивают возможность применения известных методов из упомянутых областей для решения задачи в рассматриваемой постановке и заставляют разрабатывать специфические [19]. Задачи детально рассмотрены в главе 4, в соответствующих разделах главы 4 приведены известные результаты.

Задача управления составом ресурсов относятся к области управления запасами и человеческими ресурсами. В силу значительного прикладного влияния таких задач на финансовые результаты фирм для их решения в различных постановках разработано большое количество моделей и методов. Результаты широко представлены в литературе, начиная с основополагающих статей первой половины двадцатого века [189, 272] и включая современные университетские учебники, руководства и фундаментальные монографии, в частности [107, 152, 178]. В большом количестве статей изложены разнообразные варианты постановок. Например, в [250] рассматривается задача назначения сотрудников с помощью методов динамического программирования на множество информационно-технологических проектов с учётом сложности каждого проекта и наличия ресурсов соответствующей квалификации, а в [132] - выбор стратегий определения уровней неснижаемых и возобновляемых запасов и вопросы управления заказами новых партий запасов в условиях случайной потребности. Вместе с тем, специфика данной постановки, заключающаяся, прежде всего в необходимости анализа и оптимизации жизненного цикла ресурсов (в частности, сотрудников), требует разработки дополнительных решений. Задача детально рассмотрена в главе 5, в соответствующих разделах главы 5 приведены известные результаты.

Таким образом, можно заключить, что, с одной стороны, постановка проблемы согласованного управления жизненными циклами ОТС тесно связана с теорией управления организационными системами и исследованием операций, а с другой требует моделирования и исследования сочетания следующих аспектов:

1. рассмотрении ключевых объектов предметной области (ОТС, элементов комплексной деятельности и их процессуальных компонентов) в течение всего их **жизненного цикла;**

2. включении в предмет исследования вопросов создания и изменение **технологии деятельности**, учитывающей измеримую и истинную неопределённость последней, а также вопросов согласования интересов субъектов ОТС с учётом технологий их деятельности;

3. исследовании **активных свойств** субъектов элементов КД;

4. анализе иерархической структуры КД – фрактальной иерархии СЭДов.

При этом задача управления компонентами технологий (создания и поддержания в актуальном состоянии компонентов технологии в виде информационных моделей) является оригинальной и потому требует особенного внимания.

1.6.3. Базовая модель СЭДа в формализме теории управления организационными системами

Существенная связь проблемы управления ОТС с теорией управления организационными системами определяет целесообразность использования подходов и формализмов этой теории для решения исследуемой проблемы, поэтому сформулируем модель *базовой ОТС*, базовой организационной системы (в терминах ТУОС), с помощью которой будем представлять ЖЦ СЭДа.

Тогда в терминах ТУОС организационно-техническая система в целом будет описываться фрактальной иерархией базовых ОТС (соответствующих СЭДам).

В данном разделе базовая ОТС специфицирована в общем виде, в соответствующих разделах глав 2 – 4 базовая модель конкретизируется деталями, важными для решения конкретных задач. Базовая ОТС является:

- многоэлементной - каждый агент представляет субъекта нижестоящего элемента нижестоящего СЭДа или нижестоящей элементарной операции;

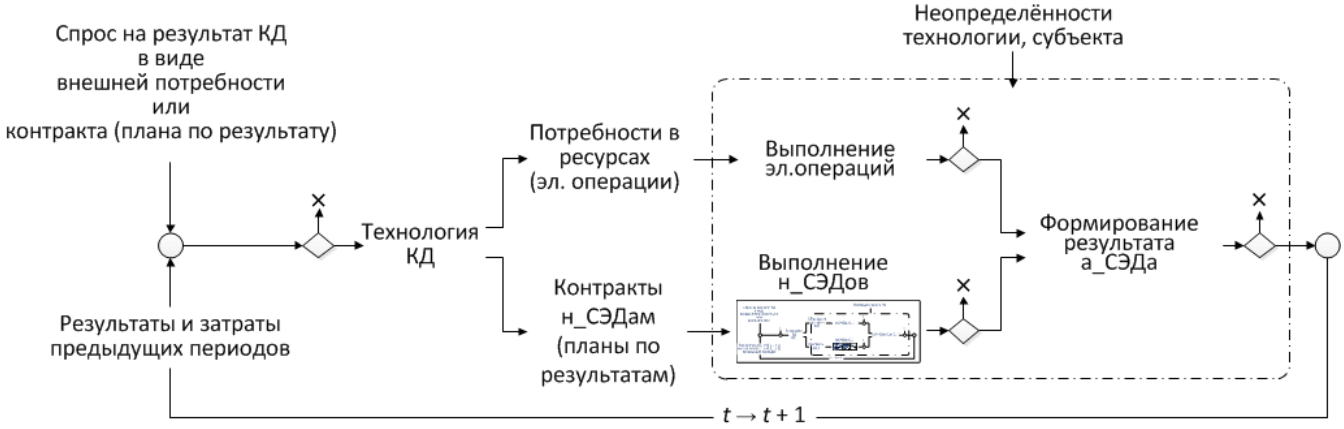

Рис. 1.20. Базовая модель СЭДа в формализме ТУОС

- динамической - используется дискретное представление времени, что традиционно в ТУОС для динамических ОТС;
- с ограничением на совместную КД в виде технологии, задаваемой технологическим графом – причинно-следственной моделью СЭДа и технологическими функциями каждого из элементов СЭДа;
- с вероятностной неопределённостью;
- с полной информированностью участников, т.к. в условиях развитой экономики: а) необходимо рассчитывать на полную информированность по крайней мере одного агента, а следовательно и всех («секреты невозможно долго хранить»); б) технология и издержки конкретного агента не важны, центр и другие агенты могу ориентироваться на типовые «рыночные» технологию и издержки; в) прозрачность ERP-систем делает доступность информации о КД всех нижестоящих субъектов.

Для отражения многоуровневости иерархии СЭДов будем допускать рассмотрение комплексного субъекта КД одновременно и как агента одной в ОТС, и как центр в другой ОТС нижестоящего уровня.

Порядок функционирования базовой ОТС.

А. В начальный момент первого и каждого последующего периода дискретного времени *t* :

i. Центр получает потребность в результате – или вследствие реализации неопределённости внешней среды, сформировавшей спрос, или как план по результату в контракте от вышестоящего СЭДа. В общем случае потребность, во-первых, инициирует жизненный цикл КД, когда субъект, центр, актуализирует её впервые. Во-вторых, если потребность изменяется в ходе выполнения ЖЦ, центр реагирует на это внесением корректив в выполнение КД.

ii. Центр в зависимости от потребности и полученных на предыдущих периодах ЖЦ результатов и понесённых затратах принимает решение о продолжении или прекращении КД. При продолжении – выбирает и «считывает» или уточняет технологию а_СЭДа - технологический граф и технологии элементов/агентов.

iii. Для агентов, представляющих нижестоящие СЭДы, центр формирует контракты, включающие планы по результатам.

iv. Агентов, реализующих элементарные операции, центр формирует контракты и обеспечивает технологическими средствами и предметами (получая необходимые ресурсы от соответствующих пулов ресурсов).

Б. В течение периода *t*:

v. Реализуется неопределённость (внешней среды и/или технологии и/или субъектов - агентов).

vi. Агенты реализуют действия, приводящие к получению результата.

- Для агентов, представляющих нижестоящие СЭДы, реализация неопределённости может приводить к неполучению результата с некоторыми вероятностями.
- Для агентов, реализующих элементарные операции, реализация неопределённости может приводить или к дополнит. затратам центра или к прекращению КД.

vii. Центр получает доход от результата и несёт издержки на компенсацию затрат агентам согласно контрактам.

viii. В случае невозможности реализации тех или иных активностей i – vii или реализации, завершающейся неуспехом, центр вынужденно переходит к следующему периоду времени $t + 1$ для повтора неуспешных активностей или совсем прекращает КД. На рисунке 1.20 эти возможности отражены шлюзами (ромбами) с выходами, помеченными символом ×.

B. Период времени t завершается. Центр анализирует результаты и затраты и принимает решение о продолжении КД (о переходе к следующему периоду $t + 1$, к п. А) или о прекращении КД.

Отметим специфические особенности базовой ОТС, которые учитываются в конкретных постановках задач управления в главах 2-4):

- Функционирование базовой ОТС осуществляется в течение последовательности этапов ЖЦ. Этап ЖЦ - непрерывная последовательность периодов времени, для каждого этапа технология задаётся центром в начальный момент первого периода этапа и не изменяется в течение всего этапа. Центр принимает решения о переходе от одного этапа к другому. Длительность этапа в общем случае может быть априори не фиксирована.
- Целевая функция центра задаётся на множестве всех этапов и периодов ЖЦ.
- Варианты влияния неопределённости:
  - Неопределённость становится известной центру. Центр несёт риски неопределённости: может выбрать вариант технологии и получить дополнительные выгоды или понести издержки.
  - Неопределённость реализуется в ходе выполнения КД

агентами. Риски несут агенты: обеспечивают результат, требуемый от них в рамках технологии (возможно, с точностью до попадания характеристик в допустимые интервалы). Неопределённость фактически учтена в усреднённых затратах агентов.

В таблице 1.8 сопоставляются формализмы МКД и ТУОС при определении модели базовой ОТС.

Таблица 1.8. Соответствие подходов МКД и ТУОС при описании ЖЦ СЭДа

Формализм МКД	**Формализм ТУОС**
Жизненный Цикл СЭДа (назовём а_СЭД)	Базовая ОС
Субъект а_СЭДа	Центр
Субъекты нижестоящих элементов КД.	Агенты двух типов а) субъекты нижестоящих СЭДов (играющие также роли центров в нижестоящих н_СЭДах / ОС); б) реализующие элементарные операции в составе а_СЭДа.
ЖЦ – промежуток времени, в течение которого реализуется КД, описываемая СЭДом, структурируется на фазы, этапы и стадии.	ЖЦ - упорядоченная, априори конечная или априори бесконечная последовательность периодов дискретного времени, в течение которых функционирует ОС.
Цель субъекта а_СЭДа – цель КД.	Целевая функция центра задаётся на множестве результатов выхода технологической сети в течение всего ЖЦ.
Логическая модель задаёт целевую структуру СЭДа.	Логическая модель задаёт состав базовой ОС.
Действия и результаты элементов КД определяются причинно-следственной моделью и технологиями элементов КД.	Технология деятельности агентов задаётся технологическим графом технологическими функциями агентов.

Основными результатами первой главы являются:

I. Формализация ***проблем управления организационно-техническими системами***:

- Управление ОТС осуществляется в форме согласованного управления совокупностью взаимосвязанных жизненных циклов структурных элементов комплексной деятельности, реализуемой этой ОТС (ЖЦ СЭДов обобщают также ЖЦ всех процессуальных компонентов деятельности и ресурсов).
- Средствами решения проблемы управления ОТС являются компоненты управления: синтез (управление технологией; управление составом ресурсов) и конкретизация (согласование интересов субъектов).
- Проблемы управления ОТС должны решаться с учётом устранения измеримой неопределённости - включением в рассмотрение сценариев реакции на измеримую неопределённость, а также допускать возможность многократного последовательного решения из-за наступления событий истинной неопределённости в течение жизненных циклов элементов КД.
- Управления ОТС осуществляется, вообще говоря, на всех фазах и этапах жизненных циклов их деятельности. Однако решающее влияние на результативность и эффективность КД оказывает управление технологией (в том числе и самими компонентами управления) на этапе синтеза. Ещё раз подчеркнём, что компоненты управления, будучи созданными в ходе синтеза, реализуются «автоматно» на других этапах жизненного цикла.
- Управление всей совокупностью элементов деятельности является иерархическим и распределённым, и в целом его осуществляет субъект вышестоящего в совокупности структурного элемента деятельности (он также выполняет и самоуправление).

II. Определение перечня ***задач согласованного управления жизненными циклами ОТС***, требующих разработки оригинальных моделей и методов решения, чему посвящены следующие главы работы:

A. Модели согласованного управления реализацией жизненных циклов организационно-технических систем представлены в главе 2.

B. Моделям и методам управления созданием и освоением технологий комплексной деятельности организационно-технических систем посвящена глава 3.

C. В главе 4 рассмотрены модели и методы согласования интересов субъектов КД с учётом жизненных циклов и технологии их деятельности.

D. Модели и методы управления составом активных ресурсов, обеспечивающих реализацию жизненных циклов организационно-технических систем, излагаются в главе 5.

ГЛАВА 2. УПРАВЛЕНИЕ РЕАЛИЗАЦИЕЙ ЖИЗНЕННЫХ ЦИКЛОВ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Рассматриваемые в главе 2 модели обеспечивают решение задачи согласованного управления реализацией жизненных циклов ОТС (системой ЖЦ СЭДов) – иерархией взаимосвязанных базовых ОТС в общем случае. Данные модели являются средствами алгоритмического и численного описания и исследования компонентов управления жизненными циклами ОТС и, следовательно, задач, сформулированных в главе 1.

Процессная модель составляет алгоритмическую основу компонентов управления и интегрирует их, фактически представляя собой «универсальный алгоритм управления» комплексной деятельностью и выполняющей её ОТС. В разделе 2.1 представлена процессная модель КД, отражающая реализацию соответствующего жизненного цикла в общем случае. На основе анализа процесса создания технологии комплексной деятельности зафиксировано место компонентов управления и проблем согласованного управления в жизненном цикле КД.

Алгоритмическая модель согласованного планирования в иерархии базовых ОТС, представляющих ЖЦ СЭДов, фактически решающая задачу согласованного управления иерархией взаимосвязанных базовых ОТС в общем случае рассмотрена в разделе 2.2.

В разделе 2.3 описан пример использования представленных моделей.

2.1. Процессная модель комплексной деятельности ОТС

Выполнение комплексной деятельности происходит в общем случае в виде создания, реализации и эволюции совокупности взаимодействующих элементов комплексной деятельности, образующих иерархическую и фрактальную структуру. Будучи созданными, элементы КД реализуются и эволюционируют во времени, поэтому рассмотрим процессные модели СЭДов - модели реализации их жизненных циклов, модели, представляющие эволюцию элементов КД, их поведение во времени.

Разработка любой модели предполагает вычленение особенностей, характеристик, свойств изучаемого явления или предмета и отражение их с помощью какого-либо инструмента описания. В данном случае акцент делается на общесистемные особенности именно *про-*

цессуальных компонентов комплексной деятельности, *процессов реализации жизненных циклов*. Поэтому в качестве основы моделирования используются фазы и стадии ЖЦ КД, а для построения моделей они анализируются и детализируются.

Жизненный цикл КД (определение было дано во «Введении») фактически представляет собой «развёртывание во времени» *процессуальных компонентов деятельности* (потребность – цель – задачи – технология – действие – результат [79, 89]).

Наличие общесистемных свойств жизненных циклов СЭДов[23] (свойственных ЖЦ любых элементов КД) позволяет обобщить их в виде таблицы фаз, стадий и этапов жизненного цикла КД. Выполнение ЖЦ любого СЭДа само по себе является комплексной деятельностью: фазы, стадии и этапы являются элементами деятельности. С этой точки зрения выполнение ЖЦ является СЭДом[24], состоящим из нижестоящих операций и СЭДов, а процессная модель – причинно-следственной моделью СЭДа «Выполнение жизненного цикла СЭДа». Поэтому для представления модели процесса выполнения жизненного цикла КД используется BPMN-нотация (рисунки 2.1 – 2.5, таблица 2.1), а сама модель называется *процессной* [15].

---

[23] В рамках данной главы анализируемый и моделируемый элемент деятельности будем именовать «А-СЭД», а также – агент; вышестоящий по логической структуре СЭД будем называть В-СЭД, а нижестоящие элементы (СЭДы и операции) будем называть Н-СЭДы и Н-Оп.

[24] На практике реализация жизненных циклов изделий, систем часто осуществляется в рамках проектных программ [11, 16], состоящих в свою очередь из взаимосвязанных проектов, подпрограмм и программных активностей, управляемых скоординировано и направленных на получение выгод/пользы, которую невозможно получить иным способом [186, 255]. Структура жизненных циклов в виде фаз, этапов и контрольных рубежей может задаваться международными стандартами, например ISO/IEC/IEEE 15288 [204] или отраслевыми рекомендациями, как, например, это сделано компанией ПАО «ОАК» применительно к авиационным программам [64, 67].

Таблица 2.1 Фазы, стадии и этапы жизненного цикла комплексной деятельности

Фаза	Стадия	Номер и название этапа	Содержание этапа	Активности субъекта
ПРОЕКТИРОВАНИЕ	I. Фиксация спроса и осознание потребности	1. Фиксация спроса и осознание потребности	Вышестоящий СЭД или внешняя среда формирует спрос на результаты элемента КД. Субъект фиксирует спрос, осознаёт потребности и принимает решение осуществлять деятельность	Анализ спроса, возможностей, внешних условий и предшествующей деятельности
	II. Целеполагание и структурирование целей и задач	2. Формирование логической модели	Потребность структурируется, проверяется, является ли она известной, и соответственно, деятельность - регулярной. Если КД регулярна, этап сводится к извлечению информации о логической модели из информационного хранилища. Иначе формируется структура целей. Цели формулируются в терминах ожидаемых характеристик результатов элементов КД. Проверяется непротиворечивость / модифицируется структура целей. Каждой цели СЭДа ставится в соответствие роль субъекта и технология (результат уже поставлен в соответствие ранее) – спе-	Синтез деятельности

Фаза	Стадия	Номер и название этапа	Содержание этапа	Активности субъекта
			цифицируются характеристики субъектов и технологий. Результат этапа: логическая модель - структура СЭДа в виде перечня нижестоящих СЭДов и элементарных операций	
	III. Формирование технологии	3. Проверка готовности технологии и достаточности ресурсов	Проверяется наличие уже известных компонентов технологии СЭДа: его причинно-следственной модели, технологий всех нижестоящих СЭДов и элементарных операций. Проверяется логическая согласованность СЭДа и пулов ресурсов – наличие и достаточность ресурсов для назначения субъектов нижестоящих СЭДов и обеспечения технологий нижестоящих элементарных операций с учётом использования данных ресурсов параллельно при реализации других СЭДов. Результат этапа: подтверждение готовности технологии, подтверждение наличия необходимых ресурсов и переход к этапу 7 или вы-	

Фаза	Стадия	Номер и название этапа	Содержание этапа	Активности субъекта
			полнение этапов 4, 5 и 6 соответственно	
		4. Создание причинно-следственной модели	Определяются и описываются причинно-следственные связи между целями/результатами нижестоящих элементов (СЭДов и элементарных операций). Описываются возможные события неопределённости и правила реагирования на них (выполняемые СЭДы или эскалация на вышестоящий уровень). Результат этапа: причинно-следственная модель СЭДа	
		5. Создание технологии нижестоящих элементов	Для элементарной операции, в силу её специфичности и отсутствия внутренней структуры, процесс проектирования и описания элементов технологии специфичен и поэтому не допускает общего описания. Для всех нижестоящих СЭДов, для которых отсутствуют готовые технологии, рекурсивно выполняются этапы с 1-го по 6-й их жизненных циклов. Результат этапа: тех-	

Фаза	Стадия	Номер и название этапа	Содержание этапа	Активности субъекта
			нологии нижестоящих СЭДов и элементарных операций	
		6. Формирование / модернизация ресурсов	При отсутствии необходимых ресурсов порождаются цели, отвечающие за их генерацию, выполняются СЭДы, обеспечивающие создание или модернизацию пулов ресурсов. Результат этапа: необходимые пулы ресурсов	
		7. Календарное и ресурсное планирование	Формируется календарно-сетевой график. Проверяется согласованность ключевых сроков потребности. Проверяется временная согласованность календарно-сетевого графика и пула ресурсов с учётом использования ресурсов другими элементами деятельности. При несогласованности выполняется возврат к этапам 2–4 или осуществляется эскалирование невозможности удовлетворить сроки субъекту вышестоящего СЭДа. Результат этапа: календарно-сетевой план и график использования ресурсов	Конкретизация деятельности

Фаза	Стадия	Номер и название этапа	Содержание этапа	Активности субъекта
		8. Оптимизация использования ресурсов	Осуществляется оптимизация динамики использования ресурсов. Результат этапа: оптимальный календарно-сетевой план и график использования ресурсов	
		9. Назначение субъектов и определение ответственности	Фиксируется матрица ответственности (соответствие между субъектами СЭДов и персоналом). Фактически назначение субъектов означает формирование спроса на результаты нижестоящих СЭДов и таким образом – рекуррентное обращение к описываемому здесь процессу выполнения ЖЦ нижестоящих СЭДов: выполняются все стадии фазы «Проектирование». Результат этапа: матрица ответственности, которая совместно со структурой СЭДа детерминирует его оргструктуру	
		10. Назначение ресурсов	Соответственно технологиям элементарных операций производится запрос и назначение требуемых для выполнения технологий ресурсов. Результат	

Фаза	Стадия	Номер и название этапа	Содержание этапа	Активности субъекта
			этапа: матрица назначений ресурсов элементарным операциям	
РЕАЛИЗАЦИЯ	IV. Выполнение действий и получение результата	11. Выполнение действий и получение результата	Соответственно причинно-следственной модели многократно и постоянно выполняется проверка предусловий начала действий нижестоящих СЭДов и элементарных операций и их запуск. Выполнение нижестоящих элементарных операций. Запуск выполнения нижестоящих СЭДов. Результат этапа: выполнение действий СЭДа и получение результата	Выполнение действий Регулирование деятельности
РЕФЛЕКСИЯ	V. Оценивание результата и рефлексия	12. Оценивание результата и рефлексия	Сопоставление характеристик результата с требуемыми. Сопоставление объёмов ресурсов с заданными. Проектирование требований к корректировкам целей, технологии и т. д.	Оценивание деятельности

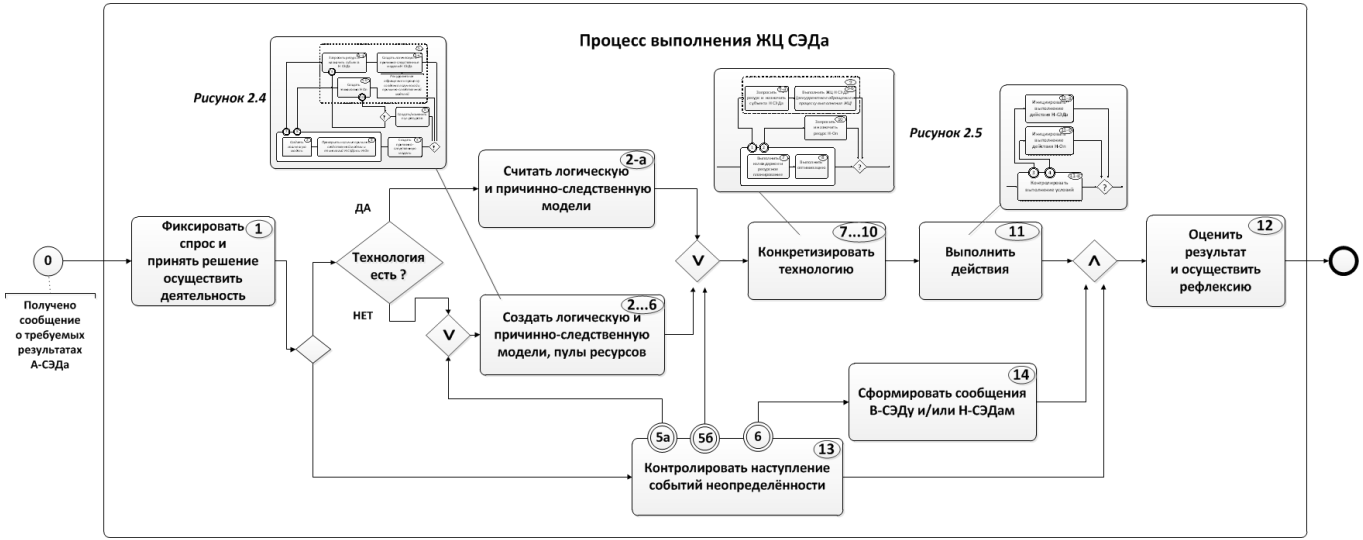

Рис. 2.1. BPMN-представление процесса выполнения жизненного цикла СЭДа в целом

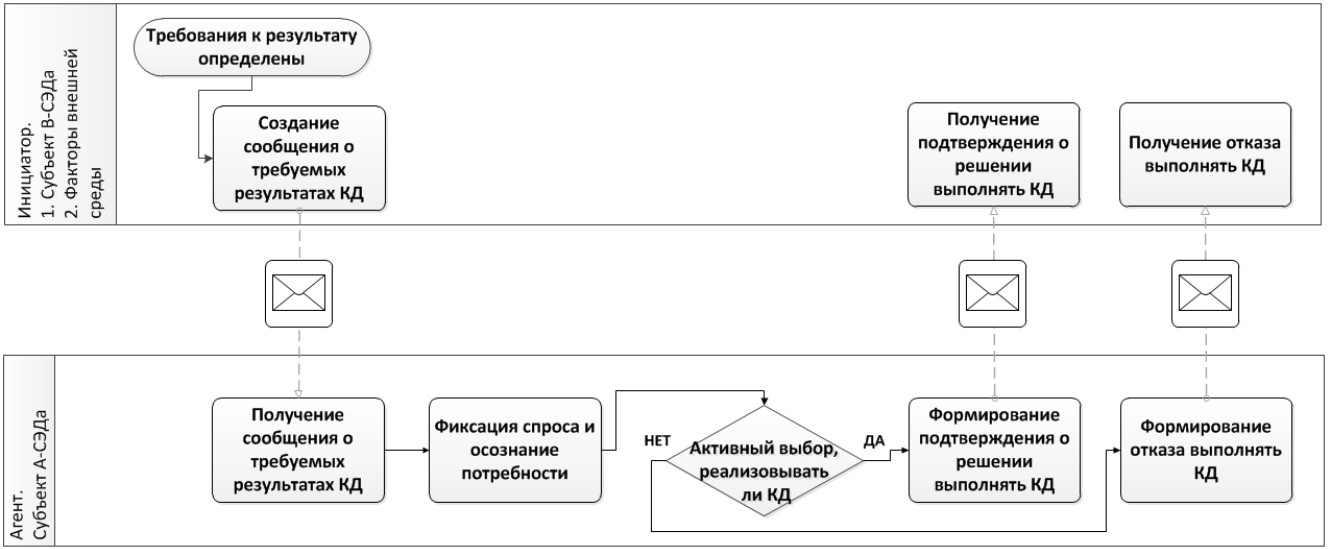

Рис. 2.2. BPMN-представление процедуры формирования спроса и актуализации его в виде потребности

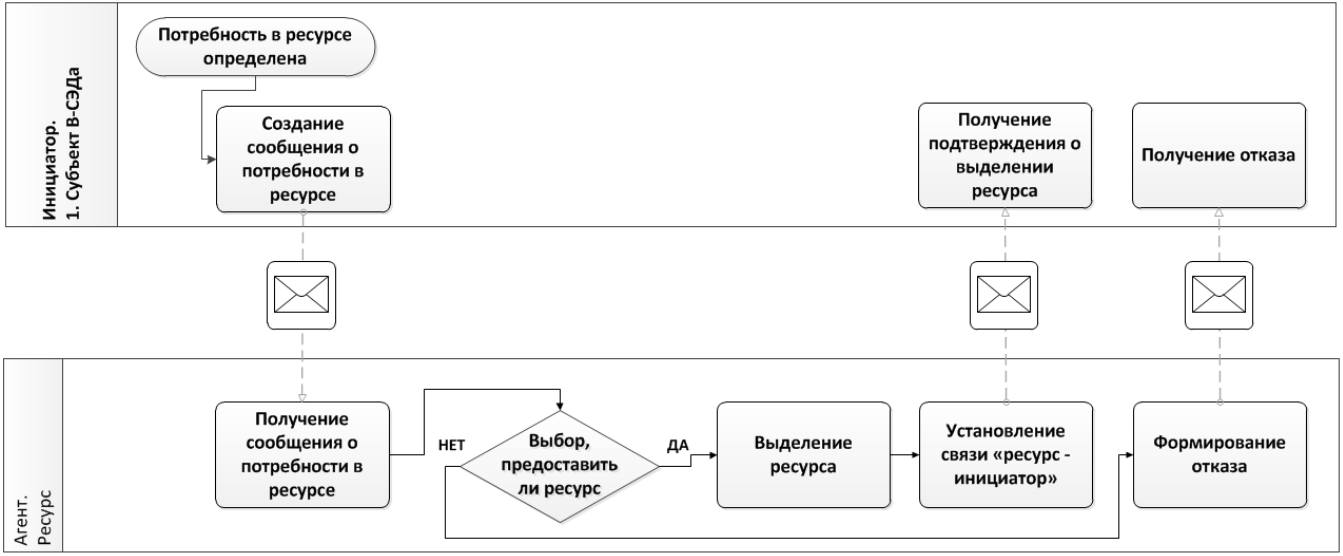

Рис. 2.3. Структурная схема процедуры запроса, получения и организации ресурсов

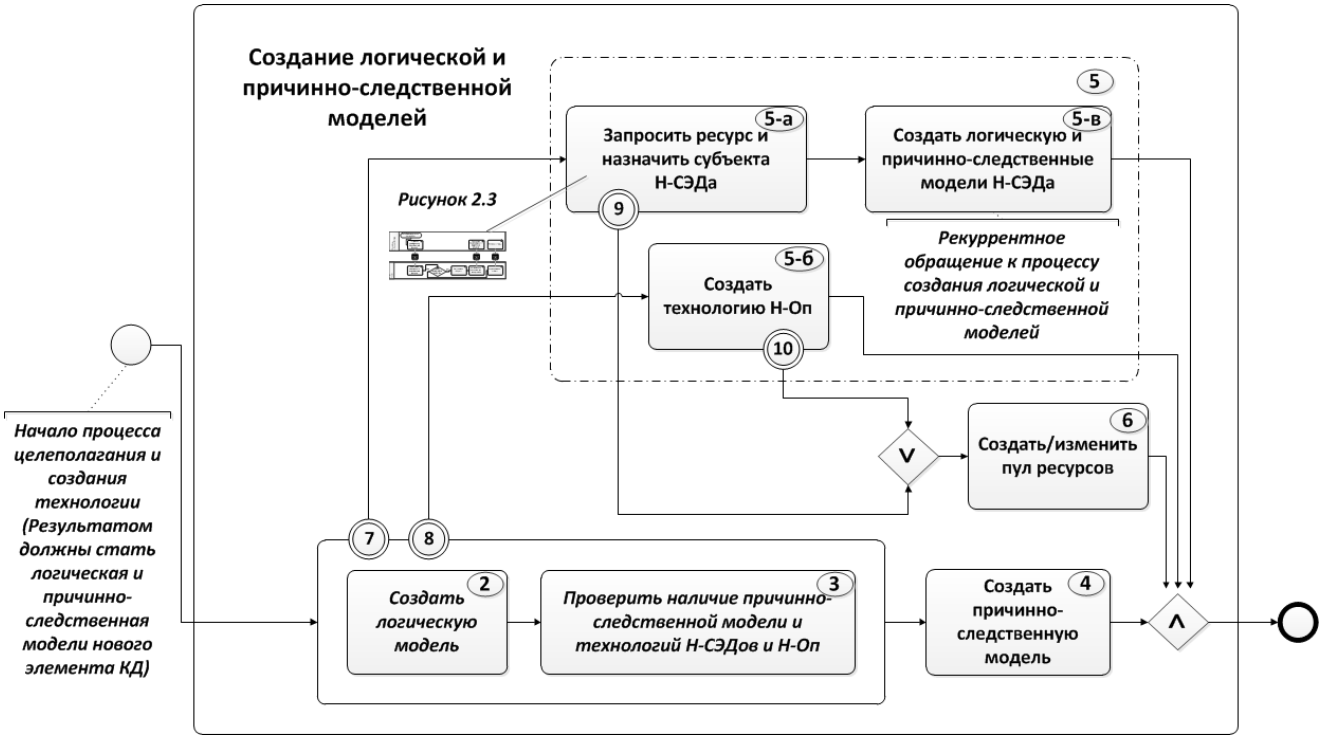

Рис. 2.4. Причинно-следственная структура «Целеполагания и создания новой технологии СЭДа»

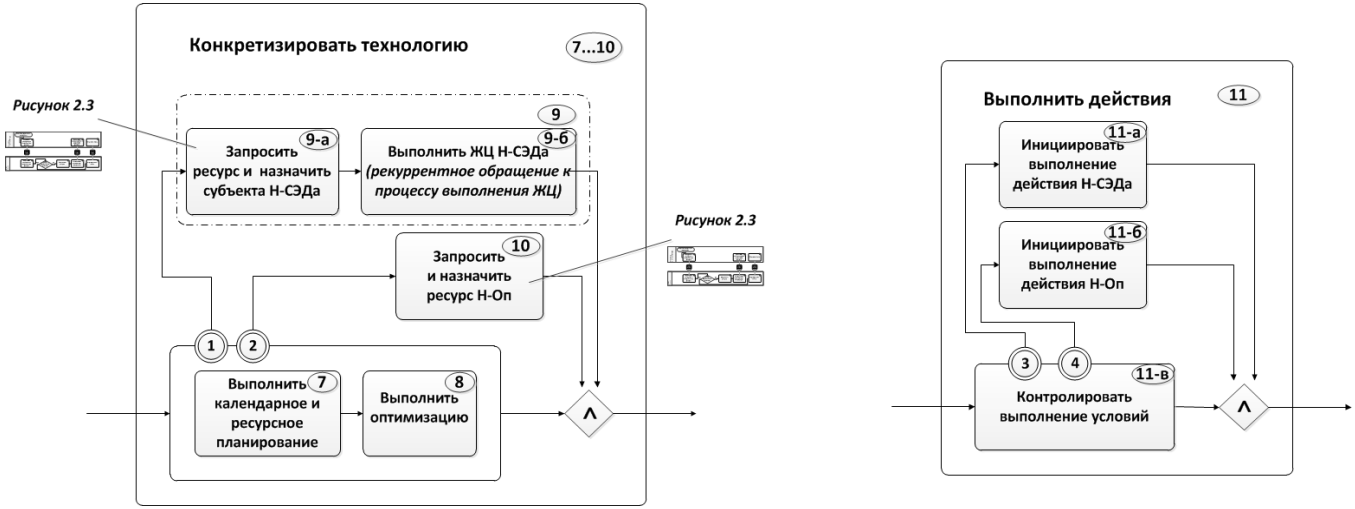

Рис. 2.5. BPMN-представление фрагментов процесса выполнения жизненного цикла СЭДа

Фактически процессная модель (рисунки 2.1 – 2.5) является BPMN-формализацией общесистемных свойств жизненного цикла КД, кратко сформулированных в таблице 2.1, подробно процессная модель элемента деятельности описана в [142, 143, 145] и в главе 5 [15].

Реализация элемента КД включает все фазы и стадии его жизненного цикла[25] (рисунок 1.7), в ходе которых реализуются также элементы организационной и управленческой деятельности. Эти фазы и стадии отражены в процессной модели в виде последовательности элементов, которую условно назовём «основной цепочкой» (элементы с номерами 1-12 на рисунок 2.1), так как именно они представляют собственно продуктивную деятельность.

Неопределённость свойственна любой КД, поэтому процессная модель также должна содержать элементы, отражающие фиксацию событий неопределённости и реагирование на них, назовём их «*цепочкой реакции на неопределённость*» (элементы с номерами 13-14 на рисунке 2.1).

Фрактальные свойства СЭДов в формализме процессной модели проявляются в рекурсивном обращении процесса выполнения ЖЦ СЭДа к самому себе, отражённом элементом 9-б (рисунки 2.1 и 2.4), в другой форме это может быть проиллюстрировано рисунком 2.6.

Имеет смысл отметить, что в процессной модели общесистемной является и сама интегрирующая структура, и все интерфейсы между элементами (входы-выходы) и внутренние механизмы реализации большей части элементов, то есть, они идентичны для ЖЦ любых СЭДов.

Специфическими, то есть различающимися для разных СЭДов, являются только механизмы выполнения операции 1, 2-а, 7, 8, 12 и правила реакции на неопределённость. Описания особенностей этих операций могут выполняться как в естественно-языковой форме, так и с применением формальных инструментов. Остальные блоки и операции носят общесистемный характер и описаны в таблице 2.1.

---

[25] *Простейшим случаем ЖЦ служит ЖЦ элементарной операции, однако этот жизненный цикл вырожден: он не детализируется и представлен в виде единственной стадии. Его общесистемная процессная модель тривиальна – она состоит из единственного специфического объекта и не требует дальнейшего описания, а формальное выражение процессной модели элементарной операции совпадает с её причинно-следственной структурой (см. [22], раздел 3.4).*

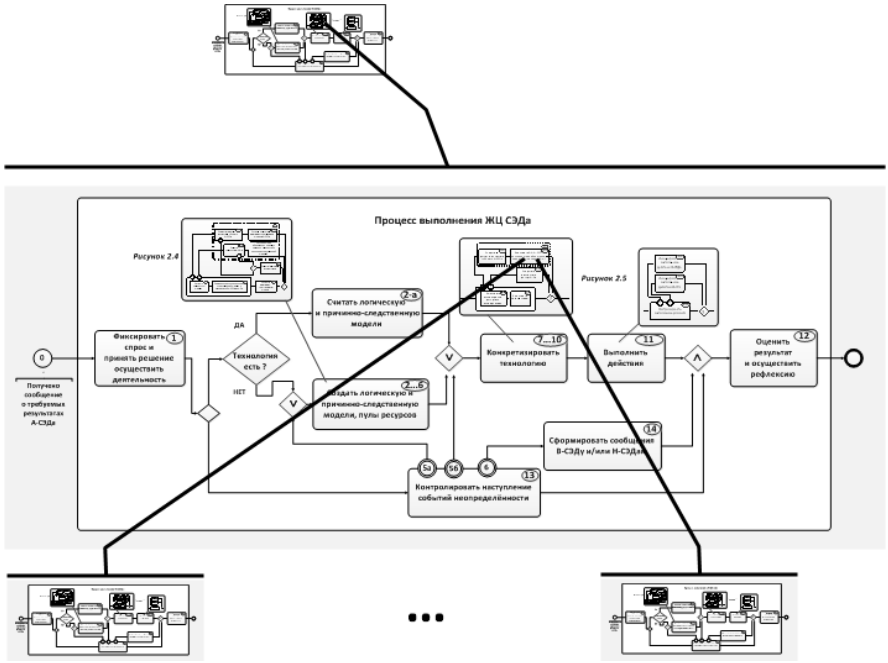

Рис.2.6. Фрактальность СЭДов в формализме процессной модели

В главе 1 было зафиксировано, что задачи согласованного управления должны решаться именно на фазе синтеза (рисунок 1.6) – при создании компонентов технологии. Так как создание технологии КД реализуется выполнением этапов 2…6 жизненного цикла элемента КД (таблица 2.1 и на рисунках 2.4 и 2.1), следовательно, задачи должны решаться в ходе реализации этапов 2-6 жизненного цикла КД.

Задача управления компонентами технологий КД решается в ходе создания логической и причинно-следственной моделей (элементы 2 и 4 на рисунке 2.4) и создания технологии элементарных операций (элемент 5-б на рисунке 2.4). Задачи согласования интересов субъектов с учётом технологий их деятельности и другие, входящие в состав конкретизации, решаются[26] в ходе создания причинно-следственной модели (элемент 4 на рисунке 2.4) и/или при создании/изменении пулов ресурсов (элемент 6 на рисунке 2.4). Задача управления составом

[26] *Хотя данные задачи решаются при создания причинно-следственной модели и/или создании пулов ресурсов, сами компоненты управления реализуются иным образом: календарно-сетевое планирование реализуется как этап 7, а согласование интересов осуществляется в ходе этапов 5(5-а), 9(9-а) и 10.*

активных ресурсов решается при создании/изменении пулов ресурсов (элемент 6 на рисунке 2.4).

Таким образом, процессная модель задаёт алгоритмический шаблон или основу алгоритмического описания жизненного цикла СЭДа и интегрирует компоненты управления и соответствующие им задачи, определяя таким образом универсальный алгоритм управления элементом деятельности и, как следствие, реализующей его ОТС.

2.2. Модель согласованного планирования в иерархии жизненных циклов комплексной деятельности ОТС

2.2.1. Качественная модель реализации жизненных циклов комплексной деятельности ОТС

Предметом данного раздела является описание процесса реализации КД как системы – целостной и взаимосвязанной совокупности её элементов. Согласно определению системы, используемому в работе (см. сноску 1 во введении), построение такой модели требует анализа трёх компонентов: 1) элементов системы, 2) их связей и 3) целеполагания.

Анализ элементов КД. Предложенная в МКД [15] и рассмотренная выше система моделей элементов КД, позволяет отметить, что в них:

- определён типовой элемент модели комплексной деятельности – СЭД;
- рассмотрены структурные модели как средства комплексирования типовых элементов с целью описания синтетических объектов – сложных элементов КД;
- фрактальные и рекурсивные свойства моделей КД подтверждают отсутствие ограничений по охвату моделируемых явлений;
- неопределённость поведения элементов КД является следствием наступления событий внешней по отношению к элементам неопределённости;
- процессные модели позволяют описать существование КД во времени, формализмы порождения СЭДов и создания новых технологий обеспечивают возможности моделирования развития КД как системы.

Несмотря на иерархические отношения в логической и причинно-следственной структурах, все СЭДы являются **однотипными,** так как допускают единообразное описание (с точностью до входящих в их

состав специфических элементарных операций). В результате может быть сделан вывод, что все элементы КД обладают единым набором общесистемных структурных и поведенческих свойств.

Это означает, что комплексная деятельность может быть описана совокупностью однотипных модельных элементов – СЭДов. СЭДы в т.ч. описывают комплексирование деятельности, образование комплексной деятельности из её элементов, то есть фактически организационный и управляющий аспекты КД. Непосредственно продуктивная деятельность, приводящая к целевым результатам, реализуется специфическими элементарными операциями, которые рассматриваются как составные части соответствующих СЭДов (рисунок 2.7).

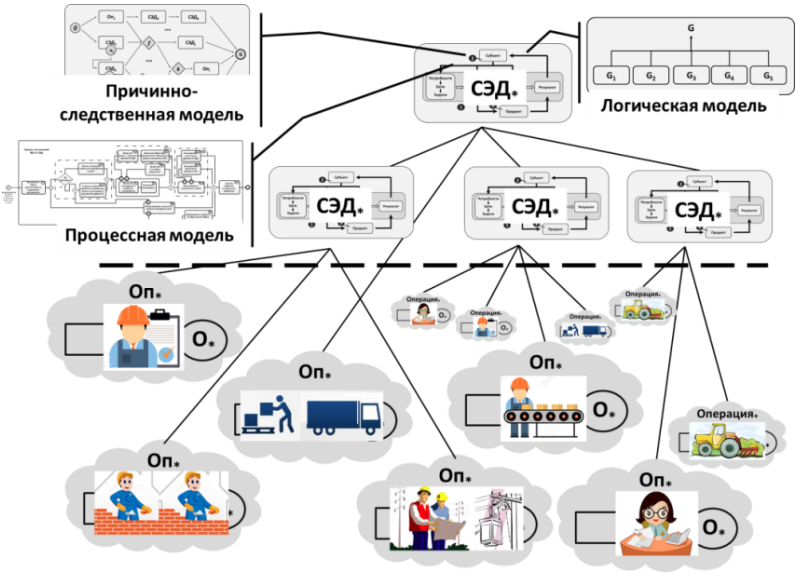

Рис.2.7. Общесистемные структурные и поведенческие свойства СЭДа

<u>Анализ связей между элементами КД</u> (а также с внешней средой) целесообразно выполнить, пользуясь широко распространённым в системотехнике [202, 260, 261] понятием *интерфейс*, который определён в [260] как «точка соприкосновения» взаимодействующих элементов системы. В разделе 3.3 было определено, что декомпозиция целей КД является основанием образования структуры КД - логической структуры СЭДов. Эта структура позволяет перечислить и проанализировать все возможные варианты отношений, связей и взаимо-

действия между элементами КД. Варианты иллюстрируются рисунком 2.8, на котором вершины логической структуры - СЭДы, сплошные прямые стрелки – отношения «цель-подцель» и «вышестоящий СЭД – нижестоящий СЭД», штриховые и пунктирные стрелки – направления информационного обмена между СЭДами.

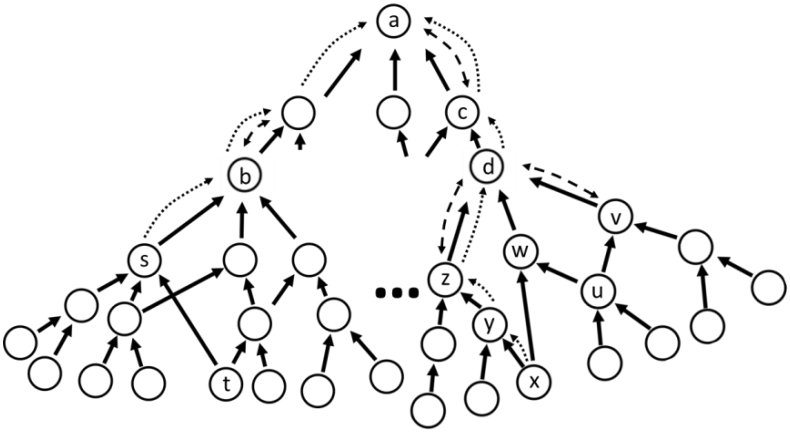

Рис.2.8. Варианты отношений, связей и взаимодействия между элементами КД

Вариант 1- связи между элементами КД, находящимися в непосредственных отношениях «нижестоящий-вышестоящий», например, на рисунке 2.8 - между *s* и *b*, или *z* и *d*, или *v* и *d*. На разных фазах жизненного цикла КД взаимодействие между такими элементами происходит по-разному:

- В течение фазы проектирования субъект вышестоящего СЭДа формирует спрос, инициирует формирование субъекта нижестоящего СЭДа и реализацию собственно деятельности нижестоящего СЭДа (процедуры в виде элементарных операций 9-а и 10 на рисунке 2.5).
- В течение фазы реализации субъект вышестоящего СЭДа инициирует выполнение действий нижестоящего СЭДа (элементарные операции 11-а и 11-б на рисунке 2.5).
- В течение фазы рефлексии субъект вышестоящего СЭДа может запрашивать и получать информацию от нижестоящего СЭДа.
- Параллельно в течение всех фаз субъект нижестоящего СЭДа может эскалировать возникающие в связи с событиями неопределённости проблемы вышестоящему СЭДу (элементарная операция 14 на рисунке 2.1).

Общесистемным фактором является то, что во всех случаях «прямая связь» реализуется в виде информационного обмена (двунаправленные штриховые стрелки на рисунке 2.8).

Вариант 2 - «опосредованные» связи между элементами, являющимися непосредственными нижестоящими элементами одного вышестоящего СЭДа, например, на рисунке 2.8- между элементами *z, w, v* и *d*. Взаимодействие между элементами, находящимися в такой связи, в течение фаз проектирования и рефлексии отсутствует. На фазе реализации они косвенно взаимодействуют: субъект вышестоящего СЭДа синхронизирует выполнение таких элементов для соблюдения причинно-следственной структуры вышестоящего СЭДа. В общем случае такие элементы КД обмениваются информацией через некоторый ресурс обмена.

Вариант 3 - связи между элементами, не находящимися в перечисленных выше отношениях, например, *s* и *a* или *x* и *d*. Элементы КД, находящиеся в «дальней связи», на общесистемном уровне связаны достаточно слабо. Во-первых, их взаимодействие включает возможный обмен данными через некоторый ресурс обмена. Во-вторых, в случае, когда один из элементов является вышестоящим по отношению к другому, но через несколько уровней иерархии (пример - *x* и *d*, показан на рисунке 2.8 пунктирными однонаправленными стрелками), появляется вариант последовательной передачи эскалирующих сообщений.

По результатам рассмотрения возможных связей между СЭДами можно сделать вывод, что на общесистемном уровне связи между элементами КД носят характер обмена информационными сообщениями непосредственно и/или через некоторый общий ресурс обмена. Иерархия и фрактальность логической структуры проявляется при порождении новых элементов КД, но далее, в процессе выполнения КД, иерархия реализуется через информационный обмен. Информационный характер связей позволяет говорить об определённой автономности СЭДов и о «мягких» связях между ними, об «исчезновении иерархии СЭДов», преобразовании её в «подразумеваемую», «виртуальную» форму. В процессе выполнения КД иерархия проявляется лишь в том, что направленный информационный обмен (сообщениями) между элементами происходит только в парах, определённых логической структурой КД.

Анализ целеполагания. Система целеполагания элементов КД описывается логической моделью, поэтому не требует дополнительного анализа.

Выполненный анализ позволяет говорить, что совокупности элементов деятельности в ходе реализации проявляют свойства *мультиагентных систем* [196, 232, 243], рисунок 2.9.

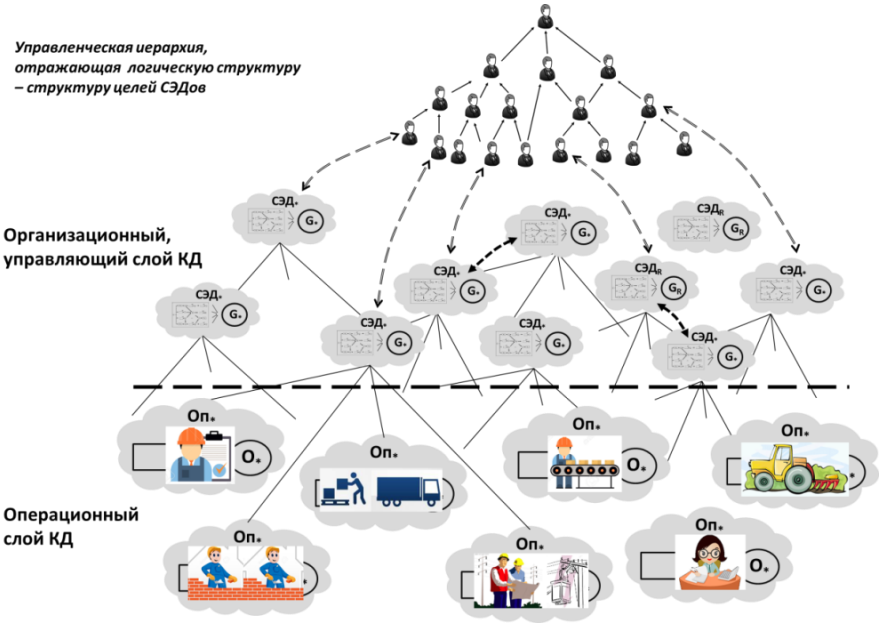

Рис. 2.9. Схема реализации совокупности элементов комплексной деятельности

Организационный, управляющий слой КД (рисунок 2.9) может быть условно назван слоем бизнес-процессов, а операционный слой КД – технологическим слоем.

СЭДы в этом формализме играют роль автономных однотипных агентов (в терминах мультиагентных систем). Изменение состояния *агентов* - СЭДов - происходит по единой схеме реализации жизненного цикла КД согласно процессной модели СЭДа. Специфика агентов - особенности элементов конкретной деятельности - задаются логической и причинно-следственной структурами каждого СЭДа (модели подробно рассмотрены в разделах 3.3 и 3.4 монографии [15]).

Логическая модель также определяет целеполагание совокупности агентов-СЭДов в целом. Логическая структура принимает форму «виртуальной иерархии» в ходе реализации агентов-СЭДов, которые связаны и взаимодействуют через механизмы обмена сообщениями и

нормативной, априорной, оперативной информацией о КД через общий информационный ресурс.

Совокупность агентов-СЭДов может развиваться с течением времени – одни агенты могут порождать новых агентов, другие - прекращать своё существование, могут генерироваться новые технологии функционирования агентов. Порождение и прекращение существования агентов происходит согласно жизненным циклам элементов деятельности, описываемым процессными моделями СЭДов. Агенты-СЭДы находятся под влиянием событий неопределённости, часть которых генерируется агентами-СЭДами, другие события – внешней средой.

Совокупность агентов-СЭДов отражает общесистемную часть комплексной деятельности, которая «связывает» (организует) элементы деятельности в единое целое, формирует собственно комплексную деятельность. Специфическая реализация непосредственно целевой деятельности описывается элементарными операциями, входящими в состав СЭДов.

Адекватной метафорой агента-СЭДа является некий «автомат», который считывает «программу» (технологию в виде логической, причинно-следственной и процессной модели) из некоторого «*хранилища*» (информационной модели КД) и исполняет «программу» с учётом внешних условий, в том числе - событий неопределённости. Согласно технологии «СЭД-автомат» может порождать другие «СЭДы-автоматы», по завершении «программы» существование «СЭДа-автомата» прекращается. Отдельные «СЭД-автоматы» формируют «программы» для других «СЭД-автоматов» (создают технологии КД), другие выполняют организацию ресурсов. Взаимодействие «СЭД-автоматов» происходит путём обмена сообщениями, а также считывания / записи нормативной, априорной, оперативной информации из/в «хранилище».

Таким образом на формальном уровне динамически меняющаяся совокупность элементов КД («СЭД-автоматов») одинаково устроенных (соответственно логической, причинно-следственной и процессной моделям), но реализующих разные технологии («программы») описывает комплексную деятельность в целом, прежде всего её организационный и управляющий «слой». Непосредственно целевая деятельность, формирующая требуемый результат, отражается специфическими элементарными операциями, каждая из которых ассоциирована с соответствующим сложным элементом КД («СЭДом-автоматом»). На основании данного формального представления ниже

в настоящей главе будет рассмотрена модель реализации ЖЦ комплексной деятельности при фиксированной технологической функции.

Рассматриваемая ниже модель предназначена для численного описания процессов реализации жизненных циклов элементов КД, поэтому она должна количественно отражать различные модели КД, изложенные в предыдущих разделах и в монографии [15] для описания различных особенностей КД (логическую, причинно-следственную и процессные модели СЭДов; агрегированное представление компонентов управления, раздел 1.4; интегрированную модели управления технологией КД и реализации жизненного цикла КД, раздел 1.5.3; качественную модель реализации ЖЦ ОТС, раздел 2.2).

2.2.2 «Прикладные» требования к модели реализации жизненных циклов комплексной деятельности ОТС

Согласование планов реализации КД ОТС на основании прогнозирования её результативности и эффективности помимо того, что служит аналитическими основаниями решения задач управления, имеет значительное самостоятельное прикладное значение. Любые практические управленческие решения принимаются на основании явного или подразумеваемого предсказания будущего поведения управляемого объекта и ожидаемого результата и сравнения с требуемым. Следовательно, прогнозирование является практической основой управления предприятиями – фирмами, проектами, проектными программами, государственными, региональными и муниципальными агентствами и органами, транснациональными корпорациями, их подразделениями, а также их различными объединениями - то есть всем тем, что принято кратко называть бизнесом. Поэтому рассмотрим особенности предприятий, как основного элемента бизнеса, и будем учитывать в дальнейшем дополнительные требования к задаче прогнозирования результативности и эффективности КД ОТС [21] с этой точки зрения.

В предыдущем разделе 2.2.1 реализация комплексной деятельности была формализована в виде динамически меняющейся совокупности однородных СЭДов, каждый из которых отражает выполнение ЖЦ соответствующего элемента КД. Этот формализм естественным образом отражает комплексную деятельность - бизнес - современных крупных предприятий, который связан с организацией кооперации и управлением десятками тысяч относительно автономных бизнес-

элементов, в свою очередь являющихся предприятиями [11]. Сосредоточить управление такой системой, состоящей из комплексных систем, в одном центре и организовать его в директивной парадигме невозможно. Системы управления должны охватывать всю иерархическую совокупность взаимосвязанных агентов и обеспечивать распределённое управление, направленное на достижение единых бизнес-целей. Необходимо моделировать предприятия и их элементы локально в области ответственности каждого руководителя и в то же время увязывать их друг с другом в иерархию так, чтобы выходные данные одних моделей использовались как входные для других. Это позволит в рамках каждой локальной модели оперировать обозримыми объёмами данных и формировать единый результат. Вместе с тем необходимо согласовывать локальные решения – планы реализации и, следовательно – локальные модели.

Предприятия, их функционирование и реализация комплексной деятельности отличаются дуализмом и определённым внутренним противоречием. С одной стороны, они представляют собой сложные системы, которые могут рассматриваться также как системы, состоящие из систем [150], поэтому для их поведения характерны неопределённость, слабая предсказуемость и трудность управления. С другой стороны, предприятия являются объектами хозяйственной деятельности, так называемых «бизнеса и экономики», что делает актуальной задачу оценивания и прогнозирования их экономических характеристик (в том числе в рамках налогового и управленческого учёта) для обеспечения эффективного управления.

Рассматриваемая задача относится к сфере прогнозирования хозяйственной деятельности предприятий, в основе чего лежит деятельность людей, их активный выбор на базе субъективных предпочтений. Поэтому «точных» априорных характеристик поведения прогнозируемых объектов, основанных на однозначно интерпретируемых законах (таких, как законы физики или математические методы) или объективных измерениях, просто не существует. Вместо этого прогнозирование приходится основывать на априорной информации из нормативных и регламентирующих документов или из статистических оценок, а также из «субъективных» и «экспертных» оценок, часто имеющих характер планов. Причём последние во многих случаях бывают единственной пригодной для использования информацией о будущем поведении предприятия. Как социальные системы, предприятия обладают существенной рефлексией поведения, что делает субъективные экспертные оценки руководителей особенно значимыми,

так как эти оценки влияют на поведение оцениваемой системы (прежде всего, если эти оценки являются планами). То есть, необходимо не только моделировать объект управления, но и агрегировать информацию о бизнесе - КД ОТС - в виде мнений и суждений большого числа менеджеров различных уровней.

Согласование планов на основе прогнозирования результата и эффекта в интересах практического управления предприятиями требует решения рассматриваемой задачи в оперативном режиме – по мере реализации деятельности – то есть, во-первых, регулярно, во-вторых, в условиях, когда на момент формирования прогноза часть элементов КД уже завершена, другая часть реализуется, третья будет реализовываться в будущем. Поэтому в ходе формирования прогноза необходимо корректно сочетать детерминированные и неопределённые данные, учитывая каждый раз вновь полученную информацию. Важно при этом обеспечивать «монотонность» моделирования в том смысле, что при следующем формировании прогноза часть данных, бывших неопределёнными при предыдущем прогнозировании, становятся фактическими - детерминированными, то есть каждый последующий прогноз должен «уточнять» предыдущий.

Ещё одной особенностью комплексной деятельности является изменчивость состава и структуры элементов КД в ходе реализации жизненного цикла КД, что также требует специальных моделирующих механизмов для учёта этого фактора в ходе прогнозирования.

Комплексная деятельность ОТС характеризуется сочетанием

- Неопределённости внешней среды, технологии КД и/или субъектов. Реализация неопределённости может приводить к одному из следующих исходов: а) отсутствие влияния на выполнение элемента КД; б) невозможность продолжения выполнения и необходимость прекращения элемента КД; в) задержка в сроках выполнения элемента КД; г) увеличение издержек на выполнение элемента КД. При этом риски неопределённости несёт субъект соответствующего СЭДа.
- Регуляризации (раздел 1.5.1), стандартизации и регламентации КД. Это приводит к тому, что в подавляющем большинстве случаев множества возможных действий и результатов СЭДов конечны или представляют собой объединения конечного числа попарно непересекающихся подмножеств, в пределах каждого из которых значения неразличимы с точки зрения технологии. Например, сотрудники выполняют операции из априори разработанного и регламентированного набора, подрядчики поставляют именно тот набор комплектующих

изделий, который требуется заказчику, причём выбранных из априори определённой номенклатуры.

• Широкого использования информационных систем, позволяющих практически с любым требуемым уровнем детальности сначала планировать, а после - отражать и анализировать фактические аспекты КД, причём все это в рамках всей ОТС, например, всей кооперации предприятий производящих конкретный образец аэрокосмической техники или создающей крупный капитальный инфраструктурный комплекс.

Вышеприведённые соображения позволяют сформулировать требования к модели реализации ЖЦ КД, обеспечивающие возможность использования её для практического управления предприятиям – прогнозирования результативности и эффективности реализации КД ОТС:

• Модель должна опираться на описание КД ОТС в виде комплексной системы, системы, состоящей из систем - динамически меняющейся совокупности однородных СЭДов (до нескольких десятков тысяч), каждый из которых отражает выполнение ЖЦ соответствующего элемента КД соответствующим предприятием.

• Модель должна учитывать связи и фрактальность жизненных циклов КД предприятий -СЭДов: управленческие иерархии, задаваемые логической моделью, сетевые технологические связи, представляемые причинно-следственной моделью, структуры жизненных циклов, задаваемые процессной моделью.

• В качестве исходных данных модель должна допускать использование априорной информации из нормативных и регламентирующих документов, из статистических оценок, а также из «субъективных» и «экспертных» планов и оценок руководителей; учитывать рефлексивный характер поведения моделируемых систем.

• Модель должна позволять выполнять последовательное (многократное периодическое) прогнозирование, сочетать неопределённые и детерминированные данные, обеспечивать «монотонность и преемственность» прогноза в том смысле, что при следующем формировании прогноза часть данных, бывших неопределёнными при предыдущем прогнозировании, становятся детерминированными.

• Модель должна учитывать сочетание неопределённости КД, конечности множества возможных действий СЭДов и полной информированности субъектов вышестоящих СЭДов о деятельности нижестоящих.

Фактически модель должна являться инструментом обоснованного согласования планов реализации взаимосвязанных жизненных циклов элементов КД, формируемых их субъектами (планов функционирования взаимосвязанных предприятий, формируемых менеджерами).

Известные результаты и смежные работы. Традиционно исследования жизненных циклов принадлежат теории систем и системно-инженерной области. Начиная с рассмотренных в обзоре [187] работ, делались попытки ещё на ранних стадиях разработки оценить Lifecycle Cost – затраты в течение всего жизненного цикла создаваемой системы или изделия. Позднее появились работы, например [218, 220, 270], основанные на применении нейронных сетей, машинного обучения и других современных подходов. Методики оценки стоимости промышленных программ являются предметом нормативных документов таких организаций, как Национальное аэрокосмическое агентство США (NASA) [229] и Офис контроля государственных расходов США (GAO) [181], а также исследований ведущих фирм, как например [162].

Рассматриваемая проблема относится к области моделирования поведения (изменения состояний во времени) объектов / систем, состоящих из множества взаимосвязанных элементов, проблема не является новой, и значительное количество исследований посвящено разработке математических моделей в данной и смежных областях:

– описанию собственно систем [92, 163], моделированию их поведения и свойств (многочисленным видам системного моделирования [77, 175]), в том числе с помощью формализма мультиагентных систем [196, 232, 243], взаимодействующих процессов и систем [148, 194, 195, 213, 227];

– моделированию сетевых структур, например, [235], в частности, аппарат теории графов, давно и успешно применяется для описания транспортных, производственных, социальных, экономических и других сетей (см. обзоры в работах [207, 235]), управления проектами и программами [29, 45, 71] в том числе распределению ресурсов, планированию сроков, управлению рисками проектов;

– исследованию стохастических сетей и их приложений в областях транспорта, электросетей, логистики и производства, а также многих других [210];

– моделированию и исследованию фирмы (см., в частности, обзорную работу [60] и библиографию к ней), организаций и организационных структур ([52, 74, 111, 127]),

– теории управления организационными системами (прежде всего, [90, 159]), описывающей и изучающей широкий круг проблем, связанных с планированием, контролем, управлением структурой таких систем. В терминах данной теории совокупность предприятий, реализующих элементы КД, отвечает расширению базовой модели динамикой, множеством агентов, иерархией [57, 76, 84] и другими факторами.

Важной особенностью данной постановки, отличающей её от известных, является вложенный, фрактальный характер элементов моделируемой системы: большинство элементов должны, с одной стороны, рассматриваться как имеющие сложную структуру СЭДы и декомпозируемые на элементы нижестоящего уровня. В то же время при взгляде с вышестоящего уровня иерархии моделирование структуры этих же элементов не целесообразно. Основываясь на известных результатах и отмеченной особенности, рассмотрим модель реализации жизненных циклов организационно-технических систем, обеспечивающую согласование планов на основании прогнозирования результата и эффекта взаимосвязанных жизненных циклов элементов КД.

2.2.3. Формализация задачи согласованного управления реализацией жизненных циклов ОТС (системой ЖЦ СЭДов)

Сформулируем теперь постановку задачи согласованного управления реализацией ЖЦ ОТС в терминах ТУОС. Объектом управления является иерархия взаимосвязанных структурных элементов КД, которым соответствуют организационно-технические системы (ОТС). Каждая из ОТС - многоэлементная, с одним центром, с ограничениями на совместную КД в форме технологии КД, динамическая.

Иерархическая структура такой многоуровневой ОТС [84] задаётся иерархией целей комплексной деятельности, осуществляемой ОТС (рисунок 2.10). Некоторые из целей КД не допускают (или не требуют) дальнейшей декомпозиции, обозначим их множество как $A = \{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\}$, $n \geq 2$. Такие цели α_i достигаются элементарными операциями, активные элементы (АЭ), реализующие элементарные операции, будем называть агентами (ссылаясь на конкретный экземпляр как на α_i-агент). Для достижения всех остальных целей (их множество будем обозначать $\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_u\}$, $u \geq 2$) формируются СЭДы, представляемые также в форме ОТС. Субъектов СЭДов, выступающих в роли центров таких ОТС (ω_i-подсистем), будем называть, следуя [84],

промежуточными центрами, п-центрами или ω_i-центрами. Согласно МКД (также схема рисунка 2.9) агенты выполняют собственно целевую комплексную деятельность, в то время как п-центры осуществляют управление (включая организацию) КД – формируют СЭДы и реализуют их жизненные циклы, следуя «универсальному алгоритму управления» - процессной модели (раздел 2.1).

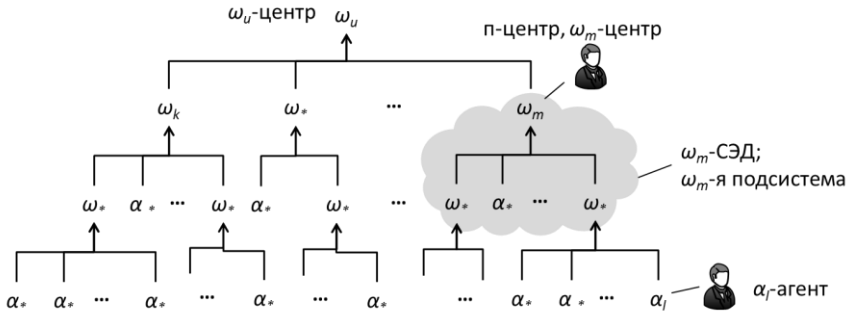

Рис. 2.10 Иерархия целей и активных элементов: агентов и промежуточных центров

Таким образом, иерархия целей КД определяет иерархии субъектов и СЭДов, иерархии активных элементов и подсистем (соответствует логической модели ОТС в целом в терминах МКД).

Рассмотрим одну из подсистем, ДСОТС, отвечающую некоторому СЭДу. Пусть $N = \{1, 2, \ldots, n\}$ - конечное множество агентов, $n \geq 2$. Причинно-следственная модель СЭДа описывается *сетью* $G = (N, E)$ с правильной нумерацией [29], вершины которой соответствуют агентам, а множество дуг $E \subseteq N \times N$ отражает «технологические» связи между действиями агентов. Через $N(i) = \{j \in N \mid (j; i) \in E\}$ обозначим множество *предшественников* i-го агента в сети G, $i \in N$.Считаем, что сеть имеет $M_0 \subseteq N$ - множество *входов* и единственный *выход* – n-ю вершину, отличающуюся тем, что конечной (например, рыночной) ценностью обладает только результат деятельности выхода сети – результат ДСОТС в целом, который приносит центру доход.

Через M_k обозначим множество вершин, в которые входят дуги только из вершин, принадлежащих множествам $\{M_j\}$, $j \in \{0; 1; \ldots; k - 1\}$; число k называем *рангом* вершины, принадлежащей множеству M_k.

Рассмотрим функционирование данной ОТС в течение $t \in \{1; 2; \ldots; T\}$ периодов дискретного времени, где T – *горизонт времени*. В периоде t i-й агент выбирает своё *действие* $y_i(t) \in Y_i$, где Y_i – множество его возможных действий, включающее в качестве одного из допустимых действий отказ от участия в ОТС. Действие i-го агента приводит к его *результату* деятельности $z_i(t) \in Z_i$, где Z_i - множество возможных результатов (будем считать, что Y_i и Z_i – подмножества конечномерного евклидова пространства или множества натуральных чисел). Обозначим через $y_D(t)$ вектор действий агентов из множества $D \subseteq N$; через $z_D(t)$ – вектор результатов деятельности агентов из этого множества; через $y_{-i} = (y_1, \ldots, y_{i-1}, y_{i+1}, \ldots, y_n)$ – вектор действий всех агентов, кроме i-го.

Связь результата деятельности агента с его действием и используемыми им в процессе этой деятельности результатами других агентов определяется «*технологической функцией*» Q_i^t: $Y_i^{\,t} \times \prod_{k \in N(i)} Z_k^{\,t} \to Z_i$, т. е. $z_i(t) = Q_i^t(y_i[1*t]; z_{N(i)}[1*t])$ (здесь и далее с помощью нотации $\xi[1*t]$ обозначаем наборы всех значений величины $\xi(\tau)$ для $\tau = \overline{1,t}$). Для всех $i \in M_0$ имеет место $N(i) = \varnothing$, поэтому положим $z_i(t) = Q_i^t(y_i[1*t]; z_0[1*t])$, z_0 – известный L-мерный вектор *«входов»* сети (отражающий связи данного СЭДа с другими СЭДами в общей иерархии).

Задачу управления рассмотрим и решим в двух постановках, когда верны предположение П1 или предположение П2.

Предположение П1. Центр наблюдает только значение выхода сети $z_n(t)$, но функции $Q_i^t(\cdot)$ взаимно однозначны относительно действий самого агента и результатов его предшественников в текущем периоде. Т. е. при заданных результатах деятельности предшественников агента в текущем периоде $z_{N(i)}(t)$ (и известных $y_i[1*(t-1)]$ и $z_{N(i)}[1*(t-1)]$ в предыдущих периодах) текущее действие агента $y_i(t)$ однозначно определяет результат его деятельности $z_i(t)$, и наоборот – зная действия $y_i[1*(t-1)]$, результат деятельности агента $z_i(t)$ и результаты его предшественников $z_{N(i)}(t)$, можно однозначно восстановить его действие в текущем периоде.

Предположение П2: Центр наблюдает фактические действия агентов в текущем периоде.

В любой постановке выбор действия $y_i(t)$ требует от i-го агента затрат, зависящих в общем случае от действий всех агентов в ОТС, $c_i^t(y_N[1*t])$ – неотрицательные *функции затрат*, $c_i^t(\cdot)$: $\prod_{k\in N} Y_k{}^t \to \Re_+^1$.

Итак, *технология деятельности* i-го агента описывается кортежем $(N(i), c_i^t(\cdot), Q_i^t(\cdot), t \in \{1; 2; \ldots; T\})$.

Сеть G и технологические функции $Q_i^t(\cdot)$ для каждой траектории действий $y_N[1*t]$ задают единственную траекторию выхода сети, будем обозначать такую траекторию как $z_n{}^t(y_N[1*t])$.

Предположим, что верно предположение П1, тогда i-й агент в периоде t будет получать вознаграждение (*стимулирование*) в зависимости от реализовавшегося значения выхода сети $\sigma_i^t(z_n[1*t])$: $(Z_n)^t \to \Re_+^1$.

В случае справедливости предположения П2 центр построит функции стимулирования на основе наблюдаемых действий агентов $\sigma_i^t(y_N[1*t])$: $\prod_{k\in N} Y_k{}^t \to \Re_+^1$.

Будем считать, что центр, зная сеть, технологические функции и функции затрат агентов сначала сообщает им функции стимулирования $\{\sigma_N{}^\tau\}$ $\tau = \overline{1,T}$ на все последующие периоды времени (центр тем самым осуществляет «*программное управление*»), не имея возможности менять стимулирование в дальнейшем. Сеть, технологические функции и функции затрат всех агентов в каждом периоде являются для них общим знанием. Зная текущую историю игры (совокупность выбранных в предыдущих периодах действий всех агентов и результатов их деятельности) и функции стимулирования всех агентов, последние выбирают однократно, одновременно и независимо свои действия в этом периоде. Пусть агенты дальновидны, и, выбирая действие $y_i(t)$ и прогнозируя свои действия $y_i(\tau)$, $\tau \in \{t + 1; \ldots; T\}$, i-й агент стремится максимизировать свою целевую функцию:

$$F_i(\{\sigma_i^\tau\}\tau = \overline{t,T}\,; y_N[1*T]) = \sum_{\tau=t}^{T} \delta_i\ t;\tau\ \ f_i^\tau\ \ \sigma_i^\tau; y_N\ 1*\tau \qquad (2.1)$$

где $\delta_i(\cdot) \geq 0$ - распределение дальновидностей агента, $f_i^t(\cdot)$ - целевая функция агента в периоде t, равная разности между вознаграждением и затратами $i \in N$, $t = \overline{1,T}$:

$$f_i^t(\sigma_i^t; y_N[1*t]) = - c_i^t(y_N[1*t]) + \begin{cases} \sigma_i^t\ \ z_n(y_N[1*t]) & \text{, если верно П1;} \\ \sigma_i^t\ \ y_N[1*t] & \text{, если верно П2.} \end{cases}$$

Описанная модель - совокупность множества агентов N (с их интересами и предпочтениями), сети G и набора $\{Q_i^t(\cdot)\}$ технологиче-

ских функций – назовём *динамической сетевой ОТС* (ДСОТС). ДСОТС является динамическим обобщением модели «производственных цепочек» на случай сетевой структуры [19], а также частным случаем многоэлементной динамической активной системы [85].

Последовательности действий и структуры традиционно описываются формализмами *теории графов*. Действительно, сетевые модели удачно выражают «причинно-следственные» отношения между элементами КД, реализуют описательную и прогностическую функции (от причин к следствиям), объяснительную функцию (от следствий к причинам) и нормативную функцию (от причин к оптимальным следствиям или оптимальные причины, приводящие к требуемым следствиям). Технологическая структура КД (определение см. раздел 1.5.3) может быть описана различными классами моделей, отражающими содержательные свойства КД, среди них:

- информационно-логические модели науки и технологий [6];
- семантические, логические и байесовы сети: вероятностные логические сети (PLN – Probabilistic Logic Network) [8, 182], марковские логические сети (Markov Logic Networks) [242], бинарные нейронные сети [68, 69, 212];
- модели схем и сетей [97];
- модели знаний: продукционные, сетевые (семантические сети, онтологии), фреймовые и др. – см. обзоры в [157, 188];
- модели развития науки в терминах библиометрии и сетей цитирования [221];
- модели диффузии, инноваций, эпидемий для описания развития научных идей [268];
- модели управления проектами [72] и/или производственными системами [12, 223];
- модели оценки деятельности (комплексного оценивания [223, 233], агрегирования информации [86] и т.п.) для комплексирования набора значений частных показателей в один или несколько более общих показателей.

Кроме того, в рамках концепции анализа уровней готовности технологий (TRL – Technologies Readiness Level) и уровней их готовности к интеграции (IRL – Integration Readiness Level) в последнее время все чаще рассматриваются задачи максимизации уровня системной готовности (SRL – Systems Readiness Level) при ограничениях на TRL и IRL [246, 247].

Обозначим через $\sigma_D{}^t$ вектор-функцию стимулирования агентов из множества $D \subseteq N$ в периоде времени $t = \overline{1,T}$. Рассмотрим повторяю-

щуюся игру агентов в течение периодов от 1 до T. Обозначим через $E(\{\sigma_D{}^\tau\};\tau=\overline{1,T})$ множество траекторий действий $y_N[1*T]$ – множество решений игры агентов (равновесий), реализуемых системой стимулирования $\{\sigma_D{}^\tau\}$.

Предположим, что центр полностью *дальновиден* (степень его дальновидности равна T).

Тогда *целевая функция ДСОТС* - критерий эффективности управления (стимулирования) ДСОТС - представляет собой разность между доходом центра и его суммарными затратами на стимулирование всех агентов:

$$\Phi(\{\sigma_N{}^t\};t=\overline{1,T}) = \max_{y_N\ 1*T\ \in E(\{\sigma_N^t\};t=\overline{1,T})}\left\{\sum_{t=1}^{T}\delta\ 1;t\ \ \phi(z_n^t(y_N[1*t]))\right\}$$

где $h^t(z_n{}^t)\geq 0$ - доход центра в периоде t, $\delta(\cdot)\geq 0$ – распределение дальновидностей центра, а функция $\phi(\cdot)$ имеет вид:

$$\phi(z_i{}^t(y_N[1*t])) = h^t(z_n{}^t(y_N[1*t])) - \begin{cases}\sum_{i=1}^{n}\sigma_i^t(z_n^t(y_N[1*t])), & \text{если верно П1;}\\ \sum_{i=1}^{n}\sigma_i^t(y_N[1*t]), & \text{если верно П2.}\end{cases}.$$

Вычисление в выражении для $\Phi(\cdot)$ максимума по множеству равновесий $E(\cdot)$ соответствует гипотезе благожелательности: из множества равновесий $E(\cdot)$ агенты выберут наиболее выгодное для центра. Если гипотеза благожелательности не соблюдается, следует пользоваться принципом гарантированного результата и брать минимум среди траекторий, принадлежащих множеству равновесий $E(\cdot)$.

В главе 4 для случаев справедливости каждого из предположений П1 и П2 сформированы компенсаторные системы стимулирования, декомпозирующие задачи оптимального управления ДСОТС по агентам и периодам. Эти системы стимулирования также разделяют математические модели и методы управления ЖЦ ОТС на теоретико-игровые задачи, учитывающие активность участников КД, и оптимизационные задачи планирования, выделяя в самостоятельную группу задачи управления технологией деятельности. Такая структуризация отвечает перечню задач согласованного управления жизненными циклами ОТС, сформированному в разделе 1.6.

В итоге задача управления ДСОТС сводится к задаче оптимального планирования в двух постановках: А. Если верно П1, найти план по результату сети $x[1*t]$. Б. Если верно П2, найти план по действиям агентов $y_N[1*t]$:

$$\text{А.}\ \sum_{t=1}^{T}\delta\ 1;t\ \ h^t(x[1*t]) - \sum_{t=1}^{T}\delta\ 1;t\ \ \sum_{i=1}^{n}\sigma_i^t(x[1*t]) \to \max_{x\ 1*T};$$

$$\text{Б.}\ \sum_{t=1}^{T}\delta\ 1;t\ \ h^t(z_n(y_N[1*t])) - \sum_{t=1}^{T}\delta\ 1;t\ \ \sum_{i=1}^{n}\sigma_i^t(y_N[1*t]) \to \max_{y_N[1*t]}.$$

Таким образом, задача управления совокупностью ЖЦ элементов КД ОТС сводится к задаче оптимального планирования результатов и/или действий в иерархической совокупности многоэлементных динамических ОТС. Для задачи оптимального планирования в общем случае не существует аналитического решения, поэтому выделим общесистемные особенности реализации жизненных циклов элементов КД ОТС, отразим их в формальных условиях и ограничениях ДСОТС, синтезируем модель и укажем алгоритм планирования, учитывающий эти общесистемные факторы, присущие ЖЦ КД ОТС.

2.2.4. Алгоритм согласованного планирования в иерархии ЖЦ СЭДов

Совокупность ЖЦ СЭДов является объектом со сложной внутренней структурой: сложными технологическим связями между элементами и иерархией управления (СЭДами / подсистемами). Эта особенность объекта управления диктует общую структуру алгоритма планирования (рисунок 2.11).

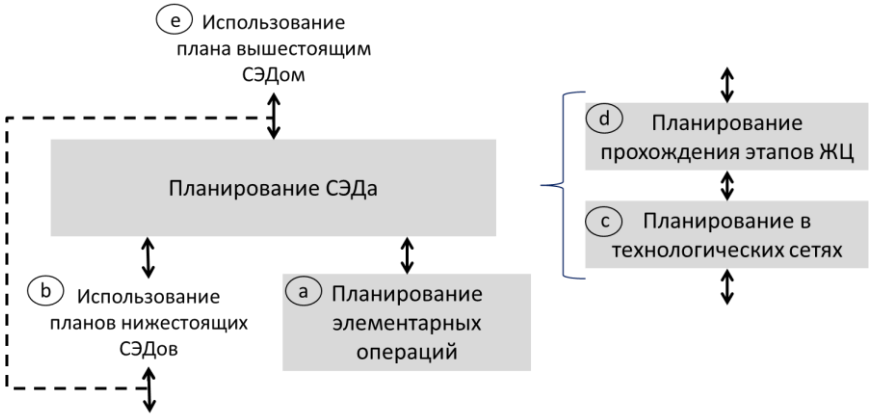

Рис. 2.11. Общая структура алгоритма планирования

Субъект каждого СЭДа (п-центр каждой подсистемы) осуществляет планирование в пределах СЭДа (подсистемы):

- собирает необходимую информацию о нижестоящих элементах - СЭДах и элементарных операциях;
- обрабатывает её соответственно технологии СЭДа;
- согласовывает планы с субъектами нижестоящих СЭДов;
- транслирует результаты субъекту вышестоящего СЭДа, следуя логической модели и иерархии Г.

При этом информационный обмен происходит, следуя иерархии подчинённости СЭДов – логической модели / иерархии Г, а объединение и обработка информации выполняется соответственно причинно-следственной модели / сети *G*.

Модель согласованного управления и реализации ЖЦ КД ОТС и алгоритм планирования должны адекватно учитывать следующие общесистемные факторы.

Модель должна описывать практику управления жизненными циклами ОТС [10, 11, 12, 64, 67]. Управление жизненными циклами на практике, как правило, осуществляется в форме проектных или производственных программ, которые структурируются в виде фаз и этапов, а также разделяющих их контрольных рубежей (КР). Каждый из этапов состоит из проектов и действий/работ, выполняемых последовательно и/или параллельно (например, структура авиационной программы, используемая ПАО «ОАК» [64, 67]). Контрольные рубежи отражают условия, налагаемые на результаты соответствующих элементов КД для перехода от одного этапа к другому, например, завершение этапа эскизного проектирования, контроль характеристик, достижение определённого уровня зрелости, завершение интеграции и др.

При успешном прохождении КР планы программы (включая, этапы, проекты, действия/работы) не изменяются, в противном случае производится возврат к предыдущим этапам в рамках данного ЖЦ и/или эскалация проблем на вышестоящий уровень (СЭД вышестоящего уровня), и/или изменение планов программы. Значимая доля повторов этапов производственных программ отмечается, например, в работе [158], что приводит к значительным превышениям бюджетов программ создания сложных изделий и систем [241].

Такая структура, состоящая из цепочки имеющих сложную структуру этапов, допускающих возвраты и повторы, обобщает процессную модель СЭДа (рисунок 2.1) и модели, описанные выше для отражения различных особенностей реализации КД: агрегированное

представление компонентов управления (раздел 1.4); интегрированную модель управления технологией КД и реализации жизненного цикла КД (раздел 1.5.3) и качественную модель реализации ЖЦ ОТС (раздел 2.2). Рисунок 2.12 иллюстрирует обобщённую модель реализации ЖЦ СЭДа, описывающего проектную/производственную программу.

В правой части рисунка в свободном формате представлена структура СЭДа, описывающего проектную / производственную программу в целом с учётом её особенностей рассмотренных выше. Данный СЭД декомпозируется (в рамках обобщённой процессной модели) на этапы 1, 2, …, *n*, которые в свою очередь (в рамках причинно-следственной модели) декомпозируются на СЭДы и элементарные операции следующего, нижестоящего уровня, образующие параллельно-последовательные структуры. СЭДы нижестоящего уровня в свою очередь также могут быть декомпозированы, образуя иерархическую фрактальную структуру.

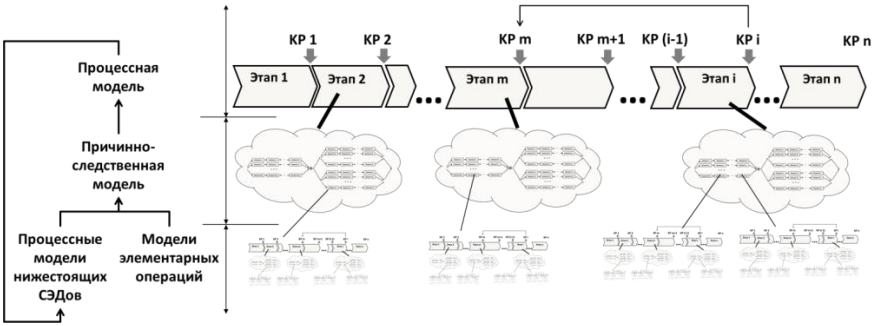

Рис. 2.12. Обобщённая структура моделей реализации ЖЦ СЭДа

В левой части рисунка 2.12 показаны модели КД, стрелки отражают информационные потоки между моделями: выходные данные одних моделей являются входными для других. Направления потоков иллюстрируют также рекурсивность взаимосвязей моделей и фрактальность структуры СЭДов.

Практические соображения позволяют сформулировать допущение о независимости реализации элементов комплексной деятельности (этапов ЖЦ, проектов, действий/работ):

Допущение Д1: Внеплановые, априори неопределённые, отклонения от регламентированных сроков, необходимых действий и полученного результата можно считать независимыми друг от друга.

Обоснованием допущения служит следующее соображение. В случае выявления закономерных таких отклонений субъекты КД (менеджмент) скорректируют соответствующие нормативы и планы, после чего отклонения от новых нормативов станут снова независимыми. Необходимость таких корректирующих действий вытекает из заинтересованности субъектов (менеджеров) как можно больше сузить неопределённость КД (своего бизнеса). Возможности (вероятности) успешного прохождения различных КР и итоговые характеристики действий и результатов по той же причине являются независимыми.

В большинстве практически важных случаев относительно совокупности элементов КД адекватными является также **Допущение Д2** о «малости» неопределённых отклонений характеристик состояний элементов КД относительно известных средних значений, в рамках которого поведение элемента КД может быть описано суммой известного вектора средних значений и «малого»[27] случайного вектора, отражающего неопределённость КД. Конструктивные результаты при этом могут быть получены на основании оперирования средними значениями векторов состояний элементов КД, что аналогично хорошо известному «методу динамики средних» (например, [40]). Расширим данный метод сценарным подходом (например, [170]), который широко применяется для принятия решений, в частности прогнозирования и планирования, в областях, где истинная неопределённость наиболее значительна – в экономике, в социальной, политической сфере. В основе подхода лежит экспертное формирование сценариев поведения анализируемой системы и использования их для расчётов и прогнозов. Использование сценарного подхода является по сути субъективным, эвристическим способом формирования знаний со всеми присущими ему недостатками. Однако в условиях, когда инструментальное объективное исследование невозможно, на практике применяется именно данный подход.

В силу специфики комплексной деятельности практически каждый элемент КД в одном случае может быть адекватно представлен как элементарный и неструктурируемый, а в другом – может и должен быть рассмотрен как комплексный (СЭД) и обладающий сложной

---

[27] *Понятие «малости» легко может быть формализовано заданием критерия относительно граничных значений элементов векторов известных средних значений и случайных векторов, и это будет сделано при необходимости получения строгих утверждений. В данном контексте представляется достаточным интуитивно понятное определений.*

внутренней иерархической структурой. Поэтому будем использовать *принцип обобщения и абстрагирования*[28], являющийся одним из основных при исследовании комплексной деятельности [15]. Соответственно этому принципу в одних случаях план или прогноз состояния конкретного элемента КД и/или его результатов будет задаваться как экспертное мнение субъекта КД, в других – формироваться на основании планов/прогнозов нижестоящих элементов КД, следуя структуре алгоритма (рисунок 2.11) как согласованный план реализации иерархической совокупности элементов КД.

Проблема планирования реализации ЖЦ ОТС заключается в создании инструмента последовательного обоснованного объединения разнородных – фактических детерминированных, неопределённых и субъективных – данных о значительном количестве (до нескольких десятков тысяч) иерархически взаимосвязанных элементов КД с изменяющейся структурой и составом с целью прогнозирования результата и эффекта КД (функционирование современных крупных предприятий связано с кооперацией из десятков тысяч относительно автономных бизнес-элементов, в свою очередь являющихся предприятиями [11, 140] – корпораций, фирм, подразделений, рабочих групп).

В целях решения задачи планирования состояние каждого α-го элемента КД (СЭДа и/или элементарной операции) будем описывать вектором $x_\alpha(t) = (j_\alpha(t); r_\alpha(t); z_\alpha(t); l_\alpha(t))^T$, где, $j_\alpha(t)$ – трудоёмкость, реализованная к моменту t; $r_\alpha(t)$ – ресурсоёмкость (всех иных ресурсов, кроме трудовых), затраченная к моменту t. Созданный результат $z_\alpha(t)$ или объем ценности будем считать скалярным и аддитивным (что соответствует на практике часто используемому *освоенному объёму* в одноимённом методе управления проектам, рассмотренному в разделе 4.3, а также измерению произведённой продукции или оказываемых услуг в нормочасах или денежных показателях), $l_\alpha(t)$ - количество периодов времени с момента начала выполнения элемента КД. Предполагаем, что каждый этап ЖЦ выполняется в течение нескольких периодов времени t, после чего происходит или переход к следующему этапу, или повторение данного или возврат к предыдущему этапу (согласно процессной модели, раздел 2.1). Завершение реализации α–го элемента КД означает достижение цели элемента, поэтому момент

[28] *Принцип обобщения и абстрагирования заключается в использовании подробного или, наоборот, агрегированного описания и рассмотрения изучаемых явлений и процессов. Абстрагирование от каких-то деталей или, напротив, помещение их в фокус анализа зависит в любом научном исследовании, от конкретных целей исследователя (от предмета исследования).*

(конец периода) времени t_α завершения элемента КД формализуем как момент, когда характеристики результата впервые стали принадлежать некоторому априори заданному множеству целевых значений $z(t_\alpha) \in Z_{ц\alpha}$, соответственно в этот момент состояние элемента будет равно $x_\alpha(t_\alpha)$. Невозможность завершения элемента КД достижением цели ($z(t_\alpha) \in Z_{ц\alpha}$) связываем с необходимостью изменения технологии или отказом от выполнения КД [15].

Данный набор размерностей не являются единственно возможным и в зависимости от специфики рассматриваемой КД может быть изменён, основные принципы оперирования с вектором состояния, рассматриваемые ниже, при этом сохранятся. В частности, в разделе 2.3 будет изложен пример практического приложения моделей реализации, потребовавший расширения набора размерностей вектора состояний элементов КД.

Поведение элементов КД (изменение состояния с течением времени) носит неопределённый характер, что выражается в неопределённых моментах t_α завершения элементов КД и этапов их ЖЦ и, как следствие, в неопределённых значениях затрат ресурсов и трудоёмкости, необходимых для получения требуемых результатов $z_\alpha(t_\alpha) \in Z_{ц\alpha}$.

Данные об элементах КД, на основе которых реализуется алгоритмическая модель, отличаются разнородностью и различной степенью объективности и определённости. На практике априорные данные могут задаваться в виде нормативных, статистических данных или экспертных оценок в виде точечных значений, допустимых интервалов или распределений (параметризированных или табличных), в частном случае – детерминированными значениями. Источниками данных служат плановые, нормативные или директивные документы предприятий, а также статистические оценки на основе исторических данных и субъективные экспертные оценки менеджеров. То есть, бо̀льшая часть исходных данных алгоритмической модели формируется (или как минимум проверяется) людьми, поэтому при разработке модели необходимо рассчитывать, что размерность формируемых исходных данных должны иметь «разумные» значения. Вместе с тем, во-первых, большое количество элементов КД, во-вторых, разнообразие характеристик действий и результатов делают размерность задачи весьма значительной.

Вместе с этим, в силу неопределённости КД, существенного влияния индивидов и их активного выбора на результаты КД, необходимо использовать методы и подходы, слабо чувствительные к функци-

ям распределения вероятностей и другим деталям вероятностных моделей.

Сценарий реализации α-го элемента КД определим как объект вида $\Sigma_\alpha=\{<\mu_{\alpha f}; m_{\alpha f}>; f=1,2,..., F\}$, набор двоек $<\mu_{\alpha f}; m_{\alpha f}>$, где $m_{\alpha f}$ – варианты реализации элемента КД – его состояние на момента завершения $x_\alpha(t_\alpha)$, а $\mu_{\alpha f}$ – их веса такие, что $\sum_{f=1}^{F}\mu_{\alpha f}=1$. Векторы $m_{\alpha f}$ имеют ту же размерность и семантику, что и $x_\alpha(t)$ и интерпретируются как некоторые «устойчивые» группы возможностей выполнения КД. В рамках теоретико-вероятностного подхода значения вектора состояний α–го элемента КД представляются как реализация случайной величины $x_\alpha(t_\alpha)$, а вектор $m_{\alpha f}$ соответствует условному среднему значению случайного вектора $x_\alpha(t_\alpha)$, когда случайный номер варианта принял значение f, то есть $m_{\alpha f} = E[x_\alpha(t_\alpha)|f]$.

Сценарии в предложенном формате, с одной стороны, могут быть интерпретированы как аппроксимации распределения вероятностей случайных целых величин $f \in F$, каждая из которых порождает единственную реализацию $x_\alpha(t_\alpha) = m_{\alpha f}$. При увеличении числа вариантов F «точность» аппроксимации увеличивается и может быть сделана сколь угодно высокой. С другой стороны, ограничение количества рассматриваемых вариантов F позволяет регулировать размерность задачи и, тем самым достигать компромисса «точность-размерность». На практике как правило используются сценарии из единственного варианта F=1, так как задача прогнозирования реализации ЖЦ элементов КД носит характер согласования планов, а реализуемый план не может быть множественным (резервные варианты могут быть разработаны, но в каждый момент времени осуществляется выбранный по каким-либо критериям план). Поэтому основные результаты будут получены именно для этого случая на основании работ [13, 20]

2.2.5. Количественная модель планирования выполнения ЖЦ КД ОТС

Планирование элементарных операций (шаг а, рисунок 2.11). Адекватным планом результата элементарных операций во многих практических случаях является экспертно сформированный сценарий Σ_β, в котором непосредственно заданы средние значения итоговых значений характеристик операции $m_{\beta f}$ и их веса μ_f (чаще всего состоящий из одного варианта F=1). Формирование такого плана является эвристической операцией, не требует и не допускает формализации. В

других случаях план необходимо сформировать на основе анализа затрат трудовых и других ресурсов. Это важно также для получения требований к пулам ресурсов – исходных данных задач согласованного управления составом активных ресурсов, обеспечивающих реализацию жизненных циклов организационно-технических систем (рассматриваемых в главе 5).

Рассмотрим с этих позиций процесс выполнения элементарной операции (индекс β, идентификатор операции, будем опускать, когда это не приводит к неоднозначному пониманию).

Динамика выполнения элементарной операции в общем случае описывается системой уравнений:

$$\begin{aligned}
&j\ t\ = j\ t-1\ + Q_j\ r\ t\ ;\ x\ t-1\ ;\ D\ t\ ;\ t-t_{\text{н}}\ ;\\
&r\ t\ = r\ t-1\ + Q_r\ \ j\ t\ ;\ x\ t-1\ ;\ D\ t\ ;\ t-t_{\text{н}}\ ;\\
&z\ t\ = z\ t-1\ + Q_z\ \ j\ t\ ;\ r\ t\ ;\ x\ t-1\ ;\ D\ t\ ;\ t-t_{\text{н}}\ ; \qquad (2.2)\\
&l\ t\ = l\ t-1\ +1 = t-t_{\text{н}};\\
&j\ t_{\text{н}}\ = 0;\quad r\ t_{\text{н}}\ = r_0;\quad z\ t_{\text{н}}\ = 0;\quad l\ t_{\text{н}}\ = 0;
\end{aligned}$$

Система (2.2) отражает технологическую функцию операции $Q(\cdot)$ и вектор-функцию $D(t) = (d_j(t); d_r(t))^{\text{T}}$ текущей доступности (и/или назначения) необходимых для выполнения операции ресурсов (специалистов требуемой квалификации, оборудования, материалов, комплектующих и др.). Элементарная операция выполняется с момента начала $t_{\text{н}}$ до априори неизвестного момента t_β достижения требуемого результата $z(t_\beta) > Z_{\text{ц}\beta}$ (скалярный эквивалент общего условия $z(t_\beta) \in Z_{\text{ц}\beta}$). В общем случае для старта операции необходимы начальные затраты ресурсов r_0. Компоненты технологической функции $Q_j(\cdot)$, $Q_r(\cdot)$ и $Q_z(\cdot)$ зависят от текущего состояния операции $x(t)$ и от $D(t)$, функции $Q_j(\cdot)$, $Q_r(\cdot)$ и $Q_z(\cdot)$ известны или из регламентирующих документов (например, технологических карт) для типовых работ, или задаются экспертно для редко выполняемых работ.

Доступность ресурсов $D(t)$ для различных работ моделируется функциями различных видов, например:

a. функция $D(t)$ бинарна и принимает значения {1; 0}, отражающие случаи «ресурсы доступны в требуемом объёме, работа может выполняться» или «ресурсы недоступны, работа не выполняется»;

b. функция $D(t)$ принимает значения процента доступности ресурсов и работа выполняется с пропорциональной производительностью.

Вопросам управления ресурсами посвящена глава 5, в данном разделе расписание доступности ресурсов $D(t)$ будем считать известной функцией от t.

В большинстве случаев компоненты технологической функции могут быть (кусочно) линеаризованы, например, в следующей форме:

- $Q_j(r(t); x(t\text{-}1); D(t); t\text{-}t_н) = a_j d_j(t)$, где a_j имеет смысл нормативной численности требуемого персонала, $d_j(t)$ может допускать любую из представленных выше интерпретаций, “a” или “b”, а $a_j d_j(t)$ в целом – понесённые на периоде t трудозатраты;
- $Q_r(j(t); x(t\text{-}1); D(t); t\text{-}t_н) = a_r d_r(t)$, где a_r – нормативы использования ресурсов, $d_r(t)$ может допускать любую из представленных выше интерпретаций, “a” или “b”, а $a_r d_r(t)$ - понесённые на периоде t затраты ресурсов;
- $Q_z(j(t); r(t); x(t\text{-}1); D(t); t\text{-}t_н) = a_{jz} a_j d_j(t) + a_{rz} r(t) + \xi_t$, где a_{0z}, a_{jz} и a_{rz} – нормативы производительности труда и других ресурсов, ξ_t – случайный процесс, отражающий неопределённость технологии на каждом периоде t с нулевым средним значением и дисперсией такой, что $\sigma_\xi << a_{0z}; a_{jz}; a_{rz}$ (согласно допущению Д2).

Тогда выражения (2.2) примут вид:

$$j\ t = a_j h \tilde{d}_j\ t\ ;$$

$$r\ t = r_0 + a_r \tilde{d}_r\ t\ ;$$

$$z\ t = a_r r_0 + a_{zj} a_j \tilde{d}_j\ t\ + a_{zr} a_r \tilde{d}_r\ t\ + \tilde{\xi}_t;$$

$$l\ t = t - t_н;$$

где $\tilde{d}_j\ t = \sum_{i=t_н}^{t} d_j\ i$; $\tilde{d}_r\ t = \sum_{i=t_н}^{t} d_r\ i$; $\tilde{\xi}_t = \sum_{i=t_н}^{t} \xi_i$, $\tilde{d}_j\ \cdot$ и $\tilde{d}_r\ \cdot$ - известные функции времени, а $\tilde{\xi}_t$ - случайная величина с нулевым средним и дисперсией $\sigma_\xi^2 t$.

В условиях допущения Д2 продолжительность t_β выполнения элементарной операции может быть найдена как целочисленное решение относительно t неравенства $Z_{цβ} \le a_r r_0 + a_{zj} a_j \tilde{d}_j\ t\ + a_{zr} a_r \tilde{d}_r\ t$ (несложно показать, что данное неравенство имеет единственное решение: все коэффициенты a_*, $Z_{цβ}$, r_0 положительны, а обе функции $\tilde{d}_j$ $(\cdot)$ и $\tilde{d}_r$ $(\cdot)$ монотонно возрастают). Тогда вариант сценария (характеристики операции на момент её завершения) примет значение:

$$m_{\beta f} = (a_j \tilde{d}_j(t_\beta);\ r_0 + a_r \tilde{d}_r(t_\beta);\ Z_{ц\beta};\ t_\beta)^T \quad (2.3)$$

Выражения (2.3) могут использоваться, во-первых, для вычисления значений вариантов сценариев реализации элементарных операций, а во-вторых - для получения значений необходимых объёмов пулов ресурсов для решения задач управления ими.

Получение от субъектов нижестоящих СЭДов и согласование плановых оценок результативности и эффективности СЭДов (шаг b / e, рисунок 2.11) является организационно-управленческим действием, поэтому не требует рассмотрения.

Планирование в технологических сетях (шаг c, рисунок 2.11). Рассмотрим процедуру формирования плана в технологических сетях - параллельно-последовательных структурах на основании планов составляющих элементов.

Объединённая оценка m_α композиции нескольких ($i = 1,2, \ldots, I_\alpha$) элементов КД получится в виде:

- Для последовательной реализации элементов - суммы оценок элементов:

$$m_\alpha = \sum_{i=1}^{I_\alpha} m_i \quad (2.4)$$

- Для параллельных альтернативных элементов (из I_α элементов КД реализуется один с вероятностью π_i) - взвешенной суммы оценок элементов:

$$m_\alpha = \sum_{i=1}^{I_\alpha} \pi_i m_i \quad (2.5)$$

- Для параллельных безальтернативных элементов (реализуются все I_α элементов КД):

$$j\ t_\alpha = \sum_{i=1}^{I_\alpha} j\ t_i\ ,\ r\ t_\alpha = \sum_{i=1}^{I_\alpha} r\ t_i\ ,\ z\ t_\alpha = \sum_{i=1}^{I_\alpha} z\ t_i\ ,$$

$$t_\alpha = \max_{i=1,\ldots,I_\alpha} t_i \quad (2.6)$$

Планирование прохождения этапов жизненных циклов (шаг d, рисунок 2.11).

Рассмотрим планирование прохождения этапов ЖЦ как задачу вычисления веса пути в графе (см. рисунок 2.13) из нулевой вершины в терминальную.

Перенумеруем все КР и этапы, обозначим множество этапов и КР как $N = \{0, 1, 2, \ldots, n\}$ (рисунок 2.13).

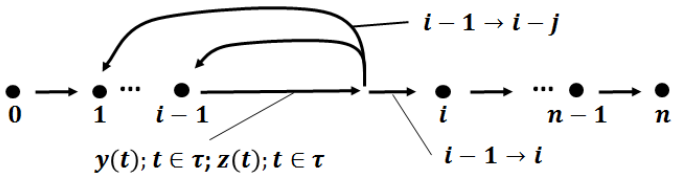

Рис. 2.13. Обобщённое представление прохождения этапов ЖЦ - поведения процесса $s(t)$

Неопределённость реализации СЭДа выражается в неопределённых моментах t_i завершения этапов и прохождения КР и сроках завершения каждого из проектов, работ/действий, входящих в этапы (нижестоящих элементов КД); в неопределённом исходе прохождении КР – неопределённой функции перехода $s(t) \rightarrow s(t+1)$; как следствие – в неопределённых значениях действий $y(t)$, необходимых для получения требуемых результатов этапов $z(t_i) \in Z_{\text{цi}}$.

Процесс стартует из состояния 0. Перейдя в состояние $i-1$, процесс находится в нем в течение нескольких периодов времени τ, при этом выполняются действия до тех пор, пока или не будет достигнут требуемый результат, или не станет понятна невозможность его достижения. После этого процесс переходит в состояние i (успешное прохождение i-го КР) или происходит возврат в состояние i–1 и повторное выполнение текущего этапа i или возврат на j этапов назад и их повторное выполнение. В финальном состоянии n процесс остаётся навсегда. Момент завершения выполнения терминального этапа n и ЖЦ СЭДа будем обозначать t_α.

Соответственно семантике жизненного цикла ребра графа из i - 1-х вершин в i-е имеют веса, которые будем интерпретировать как планы этапов. Веса остальных рёбер соответствуют возвратам к предыдущим стадиям ЖЦ (из i-й вершины в i - j-ю, где $0 \le j < i$), и равны нулю.

Пусть Π_i – вес пути из i-й вершины в терминальную n-ю, имеющий ту же размерность, что и m_i. Содержательно Π_i означает план реализации всех этапов, начиная с i+1-го до конечного n-го включительно. Тогда для Π_i справедлива система уравнений:

$$\begin{cases} \Pi_i = m_i + \sum_{j=-i}^{0} k(i,\ j)\Pi_{i+j};\ \text{ для } 0 \le i < n \\ \Pi_n = 0. \end{cases} \qquad (2.7)$$

Отсюда следует, что веса Π_i являются линейными комбинациями планов этапов ЖЦ m_i.

Получим выражения для Π_i. Существование решения и возможность его получения достаточно просто доказывается методом математической индукции через возможность исключения из системы уравнений (2.7) всех неизвестных Π_i кроме Π_0, последовательно выражая Π_i через Π_0 и m_i. Несложно также показать, что решение для Π_0 имеет вид $\Pi_0 = \sum_{i=1}^{n} \nu_{0,i} m_i$, где $\nu_{i,j}$ – элемент i-й строки j-го столбца матрицы $(E\text{-}K)^{-1}$, E – единичная матрица, а матрица K имеет вид:

$$K = \begin{pmatrix} k(0,0) & k(0,1) & 0 & & 0 \\ k(1,-1) & k(1,0) & k(1,1) & 0 & \\ k(g,-g) & k(g,i) & k(g,0) & k(g,1) & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & & k(G-2,1) \\ k(G-1,1-G) & & & & k(G-1,0) \end{pmatrix}.$$

Выражение для Π_0 обеспечивает получение плановой оценки m_α результативности и эффективности ЖЦ СЭДа в целом через оценки этапов m_i:

$$m_\alpha = \Pi_0 = \sum_{i=1}^{n} \nu_{0,i} m_i \qquad (2.8)$$

Таким образом, выражение (2.3) для формирования плана элементарной операции, выражения для параллельных и последовательной композиций планов нескольких элементов КД (2.4 - 2.6), выражения (2.7 - 2.8) для планирования характеристик ЖЦ СЭДа составляют вычислительную основу модели реализации жизненных циклов комплексной деятельности ОТС и вместе со структурой алгоритма (рисунок 2.11) обеспечивают возможность согласованного планирования выполнения взаимосвязанной совокупности элементов КД.

2.3. Приложения моделей реализации жизненных циклов

Рассмотрим пример практического применения процессных моделей согласованного управления и реализации жизненных циклов ОТС на примере группы компаний [141], бизнес которых связан с

консалтингом и системной интеграцией в сфере информационных технологий (условно будем называть её Интегратор).

В составе Интегратора работает несколько специализированных дочерних компаний, штат всех компаний группы насчитывает свыше 3 000 человек – системных архитекторов, аналитиков, консультантов, инженеров и программистов. Основной офис расположен в Москве, офисы разработки и обслуживания клиентов – в пяти городах – региональных центрах.

Современный бизнес Интегратора структурирован в виде проектов по типам сервисов, объединяемых в линии бизнеса, а в другом разрезе – по индустриям клиентов и клиентам. Вся деятельность Интегратора представляется в виде проектов как удобной для управления формой функционирования. Определены следующие виды проектов:

- коммерческий – деятельность, осуществляемая в исполнение обязательств по договору с заказчиком с целью получения финансового результата;
- пресейл-проект – организованная сбытовая деятельность, направленная на заключение коммерческого договора с заказчиком;
- маркетинговый – организованная деятельность с целью развития коммерческих отношений с заказчиком или продвижения сервисов или продуктов Интегратори;
- инвестиционный – деятельность с целью разработки новых сервисов, продуктов или иных технологических заделов, используемых в будущих коммерческих проектах.

Для управления бизнесом внутри Интегратора выделяются центры ответственности (ЦО) разных видов и длительности существования, которые рассматриваются как комплексные системы, предприятия, ОТС. Основные виды ЦО, рассматриваемые как объекты управления Интегратором, перечислены в таблице 2.2.

Таблица 2.2. Основные виды центров ответственности

Обозначение	**Содержание**
Пр	Проект – проекты всех перечисленных выше видов
ПКП	Последовательность связанных пресейл-проектов и соответствующих коммерческих проектов (ПКП)
ЦО-С	Сервис определённого вида. Представляет собой совокупность инвестиционных проектов и множество

	$ПКП_1$,…, $ПКП_N$ = <Инвестиционные проекты + $ПКП_1$,…, $ПКП_N$>
ЛБ	Линия бизнеса (группы технологически близких сервисов): <Инвестиционные проекты + $ПКП_1$,…, $ПКП_N$>
КК	Группы проектов, относящихся к отдельным крупным клиентам (КК): <Маркетинговые проекты + $ПКП_1$,…, $ПКП_N$>

Жизненные циклы центров ответственности структурированы согласно таблице 2.3.

Таблица 2.3. Структура жизненных циклов центров ответственности.

Название стадии в бизнес-терминах	**Название стадии в терминах МКД**	**Цель стадии**
Предварительная	Фиксация спроса и осознание потребности	Определить бизнес-перспективы ЦО
Подготовка и формирование бизнеса	Целеполагание и структурирование целей и задач. Формирование технологии	Создать инфраструктуру бизнеса ЦО – штат обученных сотрудников, технологии работы, технические средства и т.д.
Коммерческая	Выполнение действий и получение результата	Реализовать бизнес-возможности в виде коммерческих проектов и получить финансовый результат
Закрытие	Оценивание результата и рефлексия	Накопить и сохранить опыт и знания.

ЦО не только отвечают определению ОТС, но и соответствуют СЭДам, структурируемым в виде СЭДов нижестоящих уровней (например, отраслевые подсистемы в составе создаваемой системы и соответствующие подпроекты отраслевых рабочих групп внутри рабочей группы проекта в целом), иллюстративный пример приведён на рисунке 2.14.

Рис. 2.14. Пример СЭДов, соответствующих линии бизнеса

Интегратор одновременно реализует несколько сотен коммерческих проектов (например, в апреле 2014 г. их было около 750, а в сентябре 2018 г. – более 800), соответственно постоянного управления требуют несколько тысяч ЦО, каждый из них управляется руководителем, который несёт ответственность за результаты бизнеса соответствующего ЦО. В то же время ЦО находятся в сложной иерархической зависимости друг от друга, что делает проблему согласованного управления ими крайне важной для успеха Интегратора. При этом необходимо обеспечивать не только согласованность деятельность ЦО друг с другом, но также гармонизировать операционную деятельность со сбытовой. А из-за наличия большого числа рефлексивных взаимосвязей это следует выполнять в виде единого процесса оптимизации производственных ресурсов одновременно с приведением их в соответствие с объёмами продаж и ценам на множестве ЦО.

Процессная модель (раздел 2.2), определяющая универсальный алгоритм управления элементами КД деятельности, используется в качестве оснований регламентов управления центрами ответственности. Процессная модель является:

- инструментом максимально возможной регламентации КД, то есть фиксации технологии КД;
- шаблоном, отражающим все наиболее важные общесистемные аспекты ЖЦ КД (этапы, стадии, фазы, их содержание и взаимосвязи) и гарантирующим тем самым учёт этих аспектов в разрабатываемых регламентах управления;

• критерием, позволяющим отделить стандартизируемую, типовую, «регулярную»[29] деятельность от других видов КД.

Интегратор как бизнес-система обладает естественной инерционностью, поэтому основным принципом управления центрами ответственности и Интегратором в целом является «прогноз против плана», заключающийся в том, что решения принимаются на основе сопоставления прогноза бизнес-результатов с планом, что позволяет осуществлять действительно проактивное управление. Прогнозирование и оценивание экономических и временных характеристик реализации ЖЦ центров ответственности (затраты и доходы, время завершения стадий), а также согласование планов между субъектами ЦО осуществляется на базе численной модели реализации ЖЦ КД – соотношений (2.3 - 2.8).

Фактически система управления Интегратором построена на основании моделей, представленных в предыдущих разделов данной главы.

Результативность управления в случае многократно повторяемых циклов принятия управленческих решений целесообразно измерять характеристиками, сформированными на основе доли случаев достижения поставленных целей или некоторой суммарной/средней точности достижения целей. Такой характеристикой может быть «погрешность прогноза», которая в силу рефлективности управления элементами КД характеризует не столько метод прогнозирования как таковой, сколько согласованность управления элементами КД в целом.

Наличие значительной истории позволяет апостериори оценить систему управления Интегратором. На основе накопленных исторических данных был выполнен апостериорный анализ точности прогнозов / согласованности планов: сопоставлены прогнозы экономических характеристик ЦО с фактическими данными в зависимости от горизонта прогнозирования – финансового результата за год для двух линий бизнеса на коммерческой стадии ЖЦ. Примеры зависимостей расхождения прогнозных значений и фактических приведены на рисунках 2.15 и 2.16 в форме графиков.

Графики представляют изменение расхождения прогноза и факта в зависимости от номера месяца, в котором сделан прогноз (по горизонтали). В начале первого месяца года интервал прогнозирования

[29] *Разделение комплексной деятельности на виды «регулярной», «репликативной» и «креативной» КД и обсуждение особенностей этих видов выполнено в главе 4 монографии [22], тема регуляризации КД обсуждена также в разделе 1.5.1.*

составляет 12 месяцев и уменьшается до одного месяца к началу 12-го месяца года, соответственно убывает погрешность прогноза. На каждом из графиков изображено изменение расхождений для трёх годовых периодов (штриховые и пунктирные линии), усреднённый график (сплошная линия) и линейный тренд (тонкая сплошная линия).

Финансовый результат рассчитывался как разность между полученной реализацией и затратами для всех ЦО (проектов), относящихся к данной линии бизнеса. Реализация и затраты прогнозировались и согласовывались между руководителями ЦО согласно соотношениям (2.3 - 2.8). Для приведения к единому масштабу расхождения нормированы как $|\varphi_t - \varphi_{факт}|/(\max_t \{|\varphi_t - \varphi_{факт}|\})$, где $\varphi_{факт}$ – фактическое значение финансового результата по итогам года, φ_t – прогнозное значение, сформированное на t-м месяце года.

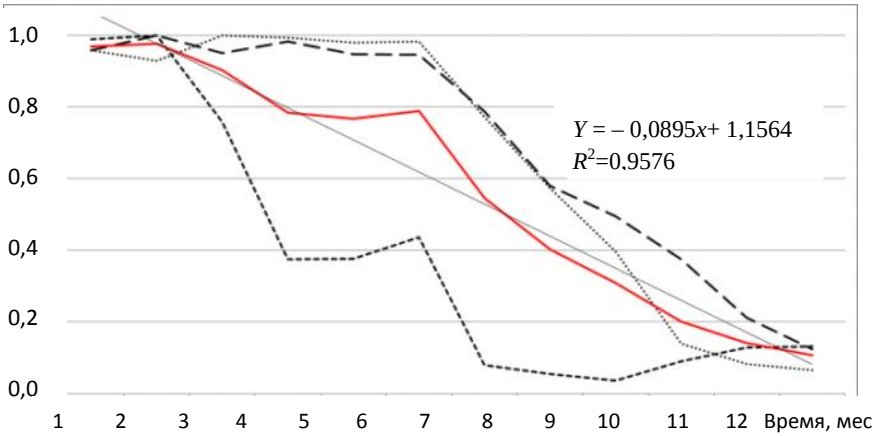

Рис. 2.15. Пример графиков изменения расхождения прогноза и факта, «линия бизнеса 1»

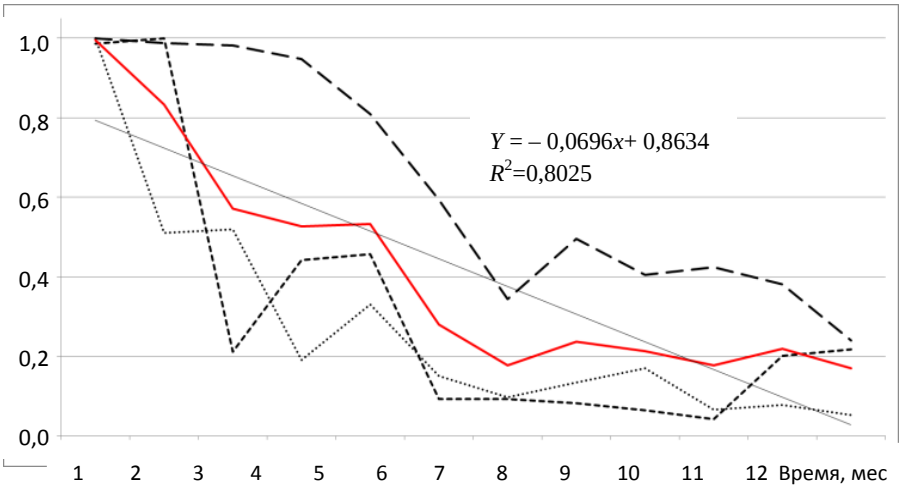

Рис. 2.16. Пример графиков изменения расхождения прогноза и факта, «линия бизнеса 2»

Для всех ЦО расхождение уменьшается с уменьшением горизонта прогнозирования и прогнозы /согласованные планы не имеют систематических ошибок. Из уравнений линий тренда на графиках видно, что линейная модель уменьшения расхождений является адекватной (высокие значения достоверности аппроксимации R^2). Далее, линия тренда пересекает ось времени в точках от 12,4 до 13 месяцев, т. е. среднее значение расхождения становится нулевым около точки 13, что соответствует концу 12-го месяца и интервалу прогноза, равному нулю.

С одной стороны, это ожидаемый вывод: с уменьшением горизонта прогнозирования неопределённость естественным образом уменьшается. С другой стороны, данный результат сам по себе подтверждает отсутствие систематических ошибок в алгоритмических моделях. Включение руководителей ЦО в информационный контур делает прогноз и управление ЦО в целом рефлексивным. Уменьшение погрешностей при уменьшении интервала прогнозирования и отсутствие систематических ошибок показывает устойчивость моделей к рефлексии в контуре <руководитель – управляемый ЦО>. Относительные погрешности прогноза не превышают 10…12% на трёхмесячном горизонте и 40…50% на полугодовом, что можно считать хорошим результатом. Вместе с тем, анализируемой системе свойственна достаточно существенная неопределённость, являющаяся

естественной особенностью бизнеса и вызванная наличием отдельных сделок с высокой неопределённостью.

На рисунке 2.17 приведены примеры прогнозов финансовых результатов нескольких проектов в зависимости от времени (по месяцам), прогнозы нормированы аналогично графикам, представленным на рисунках 2.15 и 2.16.

Наличие волатильных проектов (рисунок 2.17) хорошо согласуется с линейным уменьшением расхождений прогноза и факта: в течение каждого месяца завершается примерно одинаковое число проектов, по завершающимся проектам прогнозные значения близки к фактическим - неопределённость уменьшается пропорционально остающемуся до завершения времени (рисунки 2.15 и 2.16).

Система управления, основанная на рассматриваемых алгоритмических и численных моделях, включает руководителей ЦО и других сотрудников Интегратора в контур обработки информации и требует от них определённых трудозатрат, совокупные издержки Интегратора на поддержание и эксплуатацию системы управления составляют не более 5 % от затрат на персонал, что представляется весьма адекватной величиной.

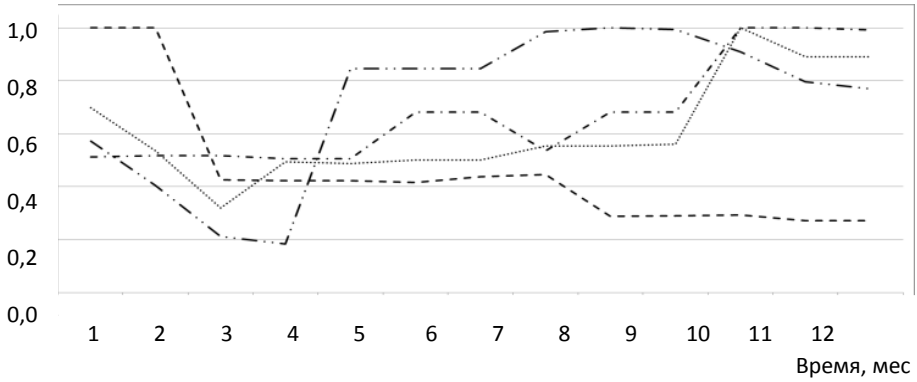

Рис. 2.17. Пример изменения прогнозов финансовых результатов нескольких проектов

Основными результатами второй главы являются:

I. Процессная модель комплексной деятельности, которая задаёт алгоритмический шаблон или основу алгоритмического описания жизненного цикла СЭДа и интегрирует компоненты управления и соответствующие им задачи, определяя тем самым универсальный

алгоритм управления элементом деятельности и, как следствие, реализующей его ОТС.

II. Формализация задачи согласованного управления реализацией жизненных циклов ОТС (системой ЖЦ СЭДов) в виде совокупности взаимосвязанных многоэлементных динамических организационных систем.

III. Модель реализации жизненных циклов ОТС в составе выражений (2.3 - 2.8), которые составляют вычислительную основу модели и вместе со структурой алгоритма (рисунок 2.12) обеспечивают возможность согласования планов выполнения взаимосвязанных совокупностей элементов КД.

ГЛАВА 3. УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЕЙ КОМПЛЕКСНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Анализ проблематики согласованного управления жизненными циклами организационно-технических систем, выполненный в главе 1, позволил сформулировать соответствующие задачи, первоочередной из которых является управление созданием и освоением технологий КД ОТС. Модели и методы решения этой задачи изложены в данной главе.

Раздел 3.1 посвящён формализации задачи управления технологией КД.

Обзор моделей и методов смежных областей знаний выполнен в разделе 3.2.

Базовая модель управления компонентами технологии представлена в разделе 3.3, где проанализированы свойства этой модели, получены аппроксимации кривой освоения и выражения для средних времён освоения.

Раздел 3.4 посвящён моделям комплексирования компонентов технологии, рассмотрены параллельные и последовательные варианты комплексирования, а также модели создания технологии одновременно с разработкой технологии создания – «научения научению» - «сложного освоения».

Модели оптимизации управления технологией КД описаны в разделе 3.5, как и модель типовых решений, энтропийная модель, модель технологических сетей и модели перехода от разработки технологии к её продуктивному использованию.

В разделе 3.6 приведены примеры прикладного использования описанных в главе моделей.

3.1. Формализация задачи управления технологией

Задачу управления технологией КД ОТС будем рассматривать на основании интегрированной модели [18], приведенной в разделе 1.5 (рисунок 1.19).

Уточним определение управления технологией[30] КД, для чего расширим и проанализируем семантику интегрированной модели (рисунок 1.19), которая представляет различные виды КД:

- *разработку* новой технологии КД или её *модернизацию* (блок 2 на рисунке 1.19);
- тестирование или *освоение* технологии КД: объективное (когда технология новая) или субъективное (когда технология существует, а субъект её осваивает/обучается) – цикл, включающий блок 3 на рисунке 1.19;
- последующее многократное *применение* технологии КД – цикл $c \rightarrow 4 \rightarrow e \rightarrow c \rightarrow 4 \ldots$;
- выявление необходимости модернизации технологии - переход от *e* к *a*.

Несмотря на разнообразие перечисленных видов деятельности, их объединяет единое основание - их предметом является технология КД, все они направлены на изменение технологии КД, на изменение состояний технологии или её отношений с субъектом КД. Поэтому деятельность всех этих видов является *управлением технологией КД*.

Содержательно, технология представляет собой сценарии деятельности субъекта в зависимости от внешних условий (состояний внешней среды).

Каждая из операций-«эвристик» создания и проверки технологий (блоки 2 и 3 рисунок 1.19) является специфической – зависит от предметной области - и на общесистемном уровне не может являться объектом управления и оптимизации. Поэтому в интересах задачи управления технологией будем считать, что эти операции характеризуются известными временами выполнения и расходуемыми ресурсами (в частном случае, случайными величинами с известными законами распределения). Также считаем, что эти операции выполняются независимо, а связи между ними реализуются через заданные причинно-следственные зависимости между процессами создания отдельных элементов технологии; фиксированными считаем перечни элементов КД, логические и причинно-следственные модели.

---

[30] *Напомним, что технология определена во введении согласно [15] как система условий, критериев, форм, методов и средств последовательного достижения поставленной цели.*

Управление технологией КД определено в разделе 1.3 как комплексная деятельность по созданию и поддержанию в актуальном состоянии путём модернизаций информационных моделей компонентов технологии, в том числе ресурсов.

Выполнение различных видов КД, описываемых интегрированной моделью рисунок 1.19, будем представлять, следуя [18, 22 - 23], как процесс с дискретным временем, когда на каждом периоде времени выполняется один элемент КД (один из блоков «1-2-3-4» интегрированной модели), при этом состояние внешней среды принимает одно и только одно значение из конечного *множества возможных состояний внешней среды*.

Будем считать, что, если состояние внешней среды на каком-то периоде впервые принимает некоторое значение, то возникает событие неопределённости, требующее затрат на создание или адаптацию технологии применительно к этим условиям. Когда состояние внешней среды повторно принимает это значение на одном из более поздних периодов, затрат на освоение технологии не требуется. Неопределённость внешней среды предполагает, что субъект не может влиять на выбор её очередного состояния. Для описания неопределённости используем вероятностные инструменты.

Предположим, что множество возможных состояний внешней среды состоит из K различных состояний, одно и только одно из которых внешняя среда принимает на каждом периоде дискретного времени, независимо от принятых на предыдущих периодах значений. Обозначим через p_k вероятность того, что состояние внешней среды примет k-е значение (очевидно, $\sum_{k=1}^{K} p_k = 1$).

Состояния процесса управления технологией в момент времени $t \in \{0, 1, \ldots\}$ будем описывать K-мерным вектором-строкой $x_{kt} = (x_{1t}, x_{2t}, \ldots, x_{kt}, \ldots, x_{Kt})$, каждый x_{kt} из элементов которого принимает значения 0 или 1, соответственно, если внешняя среда ещё не принимала или хотя бы один раз принимало k-е значение. Соответственно k-й элемент вектора x_t может переходить из состояния 0 в 1, но не наоборот. В рамках рассматриваемой модели процесс реализации различных фаз жизненного цикла технологии описывается тем, сколько и какие значения из множества возможных состояний принимало состояние внешней среды, а какие ещё нет.

Уровень зрелости, готовности технологии к использованию в момент времени t будем характеризовать величиной $L_t = \sum_{k=1}^{K} x_{kt} p_k$, $0 \le L_t \le 1$ (или, наоборот, $1 - L_t$). Величина L_t соответствует доле состояний внешней среды (взятых с вероятностями их наступления), для которых технология проверена или адаптирована в течение предше-

ствующих t периодов, также L_t равна вероятности того, что на следующем периоде (t + 1) состояние внешней среды примет одно из значений, которые уже принимало ранее. Для обозначения L_t будем использовать термин *уровень освоения* технологии или, следуя традициям моделирования процессов научения [83], *уровень научения*, а последовательность значений уровня освоения называть *кривой освоения*. Следует отметить, что термин «кривая научения» в схожих смыслах чрезвычайно распространён в современной науке и практике, начиная с «кривых забывания» Г. Эббингауза [172], психологии всего XX века (см., например, классические статьи [198, 263, 264, 267] и монографии [4]), моделей Т. Райта [275] и его последователей [167, 171, 192] (описывающих снижение временны*х* затрат на производство единицы продукции с ростом осуществлённых объёмов производства), до моделей обучения искусственных нейронных сетей.

Процесс управления технологией в данной постановке может быть рассмотрен с другой точки зрения: он представляет собой последовательное наблюдение серий уже известных состояний внешней среды, прерывающихся наступлениями новых (впервые наблюдаемых) состояний. Длительность таких серий (от одного впервые наблюдаемого состояния до следующего такого же) отвечает схеме Бернулли и описывается геометрическим распределением с параметром, равным уровню освоения. В течение каждой такой серии этот параметр геометрического распределения постоянен и скачкообразно меняется в конечной точке серии – в момент наблюдения нового состояния. Тогда в каждый момент времени t матожидание длины текущей серии (до ближайшего момента наблюдения нового состояния внешней среды, не включая его) равно $L_t (1 - L_t)^{-1}$. Длина серии соответствует количеству повторов, необходимых для увеличения уровня разработанности/научения, что, в свою очередь, отвечает величине «издержек» (например, временны*х*), требуемых для получения очередного приращения уровня освоения, фактически, для получения порции новых знаний. Поэтому в некоторых случаях будем использовать матожидание *длины серии* наряду с уровнем освоения для описания процесса освоения и обозначать его $N_t = L_t (1 - L_t)^{-1}$ для $L_t < 1$.

Естественной является постановка задачи управления с целью как можно более быстрого или наименее ресурсоёмкого достижения требуемого уровня разработанности технологии или освоения. В этом случае оптимизируемыми и/или ограничивающими параметрами могут быть ресурсы или время.

Знания субъекта о внешней среде и его возможности влияния на неё могут характеризоваться в зависимости от специфики КД различными сочетаниями факторов, приведённых в таблице 3.1.

Табл. 3.1. Варианты постановки задачи управления технологией

<table>
<tr><td rowspan="2">Известны ли субъекту перечень возможных состояний внешней среды и вероятности их наступления</td><td rowspan="2">Может ли субъект управлять выбором состояния внешней среды</td><td colspan="2">Перечень возможных состояний внешней среды и вероятности их наступления</td></tr>
<tr><td>Не изменяются</td><td>Могут изменяться</td></tr>
<tr><td>Известны</td><td rowspan="2">Может управлять</td><td colspan="2">Постановка тривиальна</td></tr>
<tr><td>Неизвестны</td><td colspan="2">Сочетание несовместно</td></tr>
<tr><td>Известны</td><td rowspan="2">Не может управлять</td><td>Постановка 1</td><td>Постановка 3</td></tr>
<tr><td>Неизвестны</td><td>Постановка 2</td><td>Постановка 4</td></tr>
</table>

Когда субъект знает перечень возможных состояний внешней среды и может выбирать очередное состояние (строка 1 в таблице), постановка задачи является тривиальной: субъект упорядочивает состояния, начиная с наиболее вероятного, по убыванию вероятностей и последовательно перебирает их до достижения требуемого уровня. Такой алгоритм минимизирует и время, и затраты на достижение требуемого уровня.

Сочетание, когда состояния внешней среды неизвестны субъекту, но он может управлять их выбором (строка 2 в таблице), является несовместным.

Остальные сочетания дают четыре варианта постановки: «задача 1» - «задача 4». Во всех них реализация очередного состояния неопределённа и не зависит от субъекта.

Если неопределённость внешней среды истинная (у субъекта нет оснований для описания внешней среды какими-либо закономерностями и/или ограничениям), то задача вырождается.

В случае измеримой неопределённости субъект может использовать стохастические, нечёткие, интервальные или какие-либо иные

известные модели внешней среды и с их помощью устранять неопределённость [95].

«Постановка задачи 1» характеризуется условиями, когда перечень и вероятности наступления состояний внешней среды (K и $\{p_k\}$) постоянны и известны субъекту. Эта задача возникает всегда, и поэтому условно назовём её *базовой*. Первоначальный синтез технологии КД субъект всегда выполняет, ориентируясь на определённый перечень состояний внешней среды, задаваемый спросом на результаты КД, и процесс проверок (блок 3 на рисунке 1.19) соответствуют «постановке 1». Базовая постановка может формулироваться как расчёт кривой уровня разработанности технологии (т.н. кривая освоения) и оптимизация этого уровня в зависимости от времени и ресурсов.

Аналогично «постановка задачи 4» с необходимостью возникает при сколько-нибудь продолжительном использовании технологии, что отражает естественную изменчивость внешней среды, этому случаю отвечает продуктивная реализация расширенной технологической функции (блок 4 рисунок 1.19). Эта постановка характеризуется *неизвестными свойствами внешней среды*, т.е. тем, что перечень и вероятности реализации состояний внешней среды K, и/или хотя бы некоторые из вероятностей $\{p_k\}$ неизвестны субъекту или могут изменяться. «Постановки 2 и 3» - промежуточные, они могут возникать или не возникать в зависимости от специфики предметной области, а с формальной точки зрения - являются вариациями «постановки 4».

Таким образом, в зависимости от знаний субъекта КД о внешней среде будем рассматривать две постановки задачи управления технологией – базовую постановку и постановку («4») с неизвестными свойствами внешней среды.

Технология КД является сложным фрактальным объектом, для его структуризации в разделе 1.5 были определены элементарные и комплексные компоненты. Комплексные компоненты технологии формируются путём интеграции элементарных и комплексных компонентов, поэтому рассмотрим механизм комплексирования ЭКТ (и ККТ) в ККТ. Интеграция и формирование таким образом ККТ осуществляется согласно логической и причинно-следственным структурам КД [15, 18].

Логическая структура КД определяется [15] в виде конечного ациклического графа, описывающего структуру целей элементов КД и тот факт, что каждый СЭД (и КД в целом, как частный случай) декомпозирован на конечное число нижестоящих СЭДов и элементарных операций. Кроме структуры целей логическая структура пред-

ставляет также «управленческую» иерархию подчинённости и ответственности субъектов СЭДов за результаты – за достижение целей. Логическая структура каждого отдельного СЭДа отражает перечень подцелей нижестоящих элементов КД. Поэтому на общесистемном уровне логические модели любых СЭДов эквиваленты: логическая модель элемента КД, не обладает какими-либо общесистемными отличиями – как и логической модели любого СЭДа ей соответствует веерная структура.

Причинно-следственная модель СЭДа описывает технологические связи между нижестоящими элементами КД, то есть задаёт порядок достижения целей каждого из элементов КД. Она является причинно-следственной структурой, заданной на множестве целей. Структура может быть описана ориентированным графом[31], вершины которого отражают цели элементов КД (или сами элементы), а множество дуг - непосредственные причинно-следственные отношения между целями. Граф будет обладать рядом свойств, следующих из того, что вершинами его являются цели организованных вышестоящим СЭДом элементов КД:

- Граф содержит единственную конечную вершину, соответствующую конечной цели группы элементов КД.
- Граф является связным, так как задание подцелей, не являющихся необходимыми для достижения конченой цели, лишено смысла.
- Граф не может содержать циклы, так как декомпозиция целей на подцели предполагает однократное достижение любой из подцелей. Если какая-либо подцель должна быть достигнута конечное (декомпозиция цели на бесконечное количество подцелей не имеет смысла) число раз, это следует отражать как несколько подцелей.
- Нумерация вершин графа является правильной [29]. «Правильность» нумерации вершин графа отражает априорные представления о причинно-следственных связях результатов нижестоящих элементов деятельности.

Такой граф будет условно называть «бинарной» сетью, т.е. любой её элемент характеризуется своими бинарными результатом - фактом достижения или не достижения цели, условная трактовка которого: цель элемента КД достигнута и результат может быть использован другими элементами КД, или результат не пригоден для этого.

---

[31] *Более подробно и формально представление причинно-следственной структуры графом и особенности этого графа будут рассмотрены в разделах 3.5.3 и 4.5 ниже.*

Бинарная сеть также задаёт фактически предусловия выполнения элементов КД, в виде логических функций-предусловий, аргументами которых являются результаты вершин – непосредственных предшественников. Наиболее простыми примерами функций-предусловий являются конъюнкция (когда для начала выполнения элемента необходимо достижение результатов всеми его непосредственными предшественниками), и дизъюнкция (когда для начала выполнения элемента необходимо достижение результата хотя бы одним из его непосредственных предшественников).

Набор свойств бинарной сети позволяет говорить о необходимости и достаточности перечня задач комплексирования компонентов технологии в составе а) последовательного, б) параллельного конъюнктивного и в) параллельного дизъюнктивного комплексирования компонентов технологии. В качестве сложного варианта комплексирования следует также рассмотреть случай г) создания компонента технологии одновременно с созданием собственно технологии его создания, возникающий при «пионерных» инновационных разработках, а также случай д) создания компонента технологии одновременного несколькими субъектами с полным обменом информацией. В каждом из вариантов комплексирования следует оптимизировать уровень освоения комплексного компонента технологии в зависимости от времени и ресурсов.

Таким образом, проблематика управления технологией КД исчерпывается двумя постановками задачи (базовой и с неизвестными свойствами внешней среды) управления компонентами технологии КД и несколькими постановками задачи комплексирования компонентов технологии, причём все они вписываются в интегрированную модель (рисунок 1.19), рассмотрению этих постановок задач посвящены следующие разделы главы.

3.2. Обзор моделей и методов из смежных областей знаний

В предыдущем разделе показано, что процесс управления технологией формально представляет собой последовательное повторение циклов интегрированной модели рисунок 1.19. Такие задачи встречаются во многих отраслях знаний: испытание сложных систем, анализ и тестирование программного обеспечения и др., где получено большое количество соответствующих решений. Рассмотрим примеры известных моделей и методы описания и решения задач, аналогичных сформулированной:

- испытания сложных систем и проверка их характеристик [2, 61, 65, 193];
- массовое производство и повышение его эффективности в ходе освоения [167, 184, 185, 190 - 192, 203, 206, 275];
- тестирование программного обеспечения [9, 110, 128 - 130, 156, 216, 278];
- управление знаниями и извлечение/приобретение знаний, а также машинное обучение (machine learning) [27, 38, 165, 217, 234, 237, 257, 259, 274];
- итеративное научение в педагогике, психологии, физиологии человека и животных: многочисленные классические (см. [4, 36, 198, 263 - 265] и обзор в [83]) и современные модели научения – см. обзоры в [56, 70, 112, 125, 131, 171, 206, 256, 267];
- тестирование знаний обучаемых в педагогике [54, 56, 106, 119, 267].

Все перечисленные задачи, как и процесс создания технологии, отличаются неопределённостью, поэтому для их описания практически во всех случаях используются вероятностные модели и/или аппарат случайных процессов.

Испытания сложных систем (в частности, авиационных комплексов) в [2] представляются в виде иерархической структуры, узлы которой описывают испытания элементов, блоков и систем. Постулируется экспоненциальная (или логистическая) зависимость эффективности компонентов изделия от продолжительности испытаний, при этом, как правило, скорость роста эффективности пропорциональна обнаруженной ненадёжности в данный момент времени. Вычисляются средние значения времени испытаний на каждом уровне иерархии, необходимого для достижения заданного уровня эффективности, а также соответствующие затраты. Среднее время испытаний системы (изделия) в целом принимается равным сумме времён испытаний на каждом уровне иерархии.

На основании известной аппроксимации распределения случайных величин через математические ожидания и дисперсии записывается задача оптимизации процесса испытаний. Постулирование зависимостей эффективности компонентов системы от длительности испытаний выглядит не очень обоснованным, а комплексирование испытаний компонентов системы путём простого суммирования средних времён – сильно упрощённым, хотя общая схема постановки задачи заслуживает того, чтобы быть взятой за основу для дальнейшего развития и корректного уточнения.

Тема повышения эффективности производства в результате его освоения обсуждается экономистами с развитием машинного производства в девятнадцатом веке, но только в 1936 году Т. Райт описал [275] эффект снижения издержек (прежде всего, трудозатрат) на единицу продукции при росте объёма выпуска и постулировал экспоненциальную модель кривой обучения. В русскоязычной литературе по менеджменту и экономике эта модель называется «кривой Райта». В 1968 году Б. Хендерсон из консалтинговой компании Boston Consulting Group [155] обобщил модель Райта в работе [191]. В исследованиях [190] Boston Consulting Group, выполненных в 1970-х годах, были выявлены эффекты снижения удельных издержек/трудозатрат для различных отраслей промышленности, которые варьировались от 10 до 25 процентов при удвоении объёма выпущенной продукции.

Эта тема сохраняет актуальность и в настоящее время. Например, ведущая аэрокосмическая компания Boeing в управленческой практике существенным образом учитывает и даже планирует эффект снижения удельных издержек (прежде всего, трудовых и временных) в ходе освоения новых моделей воздушных судов [185, 203], чем иногда даже вызывает дискуссии о правомерности отражения таких планируемых эффектов в официальной финансовой отчётности.

Задачи испытания изделий и тестирования математических моделей также часто ставятся как задачи проверки гипотез и планирования эксперимента, например [61, 65].

Весьма распространённым является метод Model Checking и его вариант Statistical Model Checking [216], которые применяются для тестирования и комплексных систем, и сложного программного обеспечения. Данный метод используется для комплексных систем с конечным множеством состояний, чьи количественные свойства специфицируются логическими выражениями, что позволяет оценивать меру соответствия свойств системы требуемым значениям. Задача тестирования стохастической системы формулируется как проверка гипотезы, удовлетворяют ли свойства заданным требованиям. Наличие описаний системы в логических выражениях позволяет использовать эти выражения для комплексирования элементарных тестов в сложные.

Другим популярным методом тестирования программных систем являются различные вариации регрессионного тестирования (Regression Testing) [129]. Регрессионное тестирование выполняется для верификации эксплуатируемого программного обеспечения и подтверждения его качества после внесения изменений и модерниза-

ций. Наборы тестов всегда растут в объёмах, соответствуя развитию программного обеспечения, делает чрезмерно дорогостоящим выполнение всего набора тестов после каждого изменения. В рамках регрессионного тестирования используются такие приёмы как минимизация, отбор и установление приоритетов тестов, реализуемые в виде формальных процедур. Минимизация набора тестов направлена на устранение избыточных тестовых примеров. Отбор тестового примера направлен на выделение тестов, непосредственно связанных с последними изменениями. Приоритезация направлена на упорядочивание последовательности тестов таким образом, чтобы максимально быстро обнаруживать ошибки.

Также среди популярных методов необходимо отметить тестирование на основе моделей (Model-Based Testing) [110], различные последовательные процедуры тестирования [267], широкое использование последовательного анализа, имитационных моделей [226], специальные методы тестирования кибер-физических систем [130] и другие.

Общие подходы к тестированию изложены в достаточно большом количестве ставших классическими работ – см., например, [11], а также основном профессиональном он-лайн-источнике программной индустрии SWEBOK V3 [156].

В настоящее время разработано достаточно большое количество моделей, описывающих процесс извлечения/приобретения знаний, все они в той или иной степени реализуют последовательные процессы анализа предметной области, приведём несколько примеров.

Так в [274] предложен общий алгоритм поддержки принятия решений на основании анализа большого количества смешанных данных (непрерывных и порядковых). В качестве основного элемента данных рассматриваются некоторые события и ассоциированные с ними области в пространстве признаков. Алгоритм выявляет статистически значимые паттерны, которые в дальнейшем используются для решения конкретных задач. Паттерны поддаются классификации, для них можно оценить вероятностные функции плотности и создать правила/модели поддержки принятия решений.

В работе [226] рассматривается проблема формирования согласованных планов задач для группы автономных агентов – подвижных роботов, которые находятся на качающейся плоскости, и задача которых стабилизировать плоскость. Для решения задачи предлагаются методика группового обучения автоматов, заключающаяся в цикличе-

ском генерировании обучающих сигналов и статистическом закреплении «навыков».

Работа [165] посвящена методам обобщения знаний, полученных из эмпирических наблюдений. Знание синтезируется алгоритмом кластеризации, основываясь на обнаружении статистически значимых событий. Алгоритм, использующий вероятностную информационную меру, группирует упорядоченные и неупорядоченные дискретные данные в ходе двух фаз: Во время инициирования кластера выполняется анализ распределения расстояний между ближайшими соседями для выбора критерия объединения образцов в кластеры. Во время уточнения кластера образцы перегруппируются с использованием метода покрытия событий, который выбирает подмножества статистически релевантных событий.

В статье [257] утверждается, что стохастические и детерминированные знания дополняют друг друга и улучшают друг друга, вводится стохастическая модель приобретённых знаний на основе диффузионной аппроксимации.

Работа [234] посвящена оптимальному байесовскому агенту-алгоритму моделирующему процесс извлечения знаний в ходе последовательных наблюдений за стохастической средой со счётным множеством состояний, в основу алгоритма положена теория индуктивного вывода Соломонова (Solomonoff's Theory of Inductive Inference).

В работе [38] предложена и реализована, в виде математической модели и программного комплекса, концепция использования коэффициентов ценности, для ранжирования ответов в универсальных гибридных вопросно-ответных системах, которая позволяет повысить эффективность формирования базы знаний системы.

Объектом исследования [27] являются базы данных систем автоматизированного проектирования, а предметом - процесс извлечения знаний из таких баз данных. Распределённость источников данных, гетерогенность представленных в них данных и вычислительная сложность анализа данных большого объёма обусловливают применение агентно-ориентированного подхода к достижению поставленной цели. Разработана организационная модель многоагентной системы извлечения знаний из распределённых гетерогенных баз данных. Описаны основные роли агентов и их взаимодействие между собой.

Модели итеративного научения [83] в педагогике, психологии, физиологии человека и животных описывают процесс итеративного научения – многократное повторение обучаемой системой (живой или неживой – технической или кибернетической) действий, проб, попы-

ток и т.д. для достижения фиксированной цели при постоянных внешних условиях («научение» в общем случае – процесс и результат приобретения индивидуального опыта», см. [66]). В обзорной работе [83] проанализированы десятки известных и распространённых моделей итеративного научения, и сформулирована общая модель, обобщающая свойства отдельных моделей. Обобщающая модель описывает систему, осуществляющую научение в стационарных условиях, состоящую из конечного набора элементов, каждый из которых характеризуется экспоненциальным законом научения. Научение системы в целом характеризуется некоторой функцией от частных экспонент. Ограничением и отдельных моделей научения и обобщающей модели является, во-первых, постулирование законов научения, во-вторых, отсутствие обоснованных механизмов комплексирования моделей элементов в модель сложной системы, осуществляющей научение.

В педагогических измерениях получили широкое развитие методы современной теории тестов Item Response Theory (IRT) [119, 267], предназначенной для оценивания латентных (ненаблюдаемых) параметров испытуемых и заданий тестов на основе статистических моделей измерения. Модель взаимосвязи между значениями латентных переменных и наблюдаемых результатов выполнения теста в IRT определяется как условная вероятность правильного выполнения обучаемыми заданий теста. При этом условная вероятность задаётся логистической кривой или функцией нормального распределения. Наиболее распространёнными являются модели Раша [54] и Бирнбаума [106, 119] в которых выбираются конкретные значения коэффициентов логистической функции.

Подводя итоги краткого обзора известных результатов, можно сказать, что рассмотренные модели представляют те или иные элементы «цикла проверок» в относительно простой форме: во-первых, без учёта рекурсивности и фрактальности таких циклов; во-вторых, постулируя базовые закономерности (например, экспоненциальная или логистическая зависимость эффективности компонентов изделия от продолжительности испытаний в [2] или экспоненциальная или логистическая зависимость уровня научения от времени в [83]), которые вообще говоря, являются следствием более сложных процессов, требующих моделирования и анализа. Результаты, изложенные в [24], позволили обобщить особенности этого цикла и отразить их в единой общесистемной интегрированной модели (раздел 1.5, рисунок 1.19),

которая благодаря этому обобщает, детализирует и уточняет известные модели.

3.3. Модель управления созданием и освоением технологии

3.3.1. Анализ свойств модели управления созданием и освоением технологии КД в базовой постановке

Исследуем свойства процесса *управления компонентом технологии* и уровня освоения L_t в базовой постановке [18, 22], когда K и все $\{p_k\}$ известны субъекту КД.

Данный процесс (вектор x_t) является марковской цепью с конечным множеством состояний, номера которых y_t образуем из элементов вектора-строки x_t по следующему правилу: $y_t = \sum_{k=1}^{K} x_{kt} 2^{k-1}$; тогда y_t также является марковской цепью и принимает любые целочисленные значения от 0 до $I = \sum_{k=1}^{K} 2^{k-1} = 2^K - 1$ включительно.

Сформируем матрицу $\Pi = \{\pi_{ij};\ i = 0, 1, \ldots, I;\ j = 0, 1, \ldots, I\}$ переходных вероятностей процесса y_t. В начальный момент времени $t = 0$ процесс y_t находится 0-м состоянии $y_0 = 0$ ($x_{k0} = 0$ для всех k), с вероятностью 1. Из состояния «0» процесс может перейти только в состояния с номерами 2^{k-1} с вероятностями p_k, в частности, в состояние «1» - с вероятностью p_1, в состояние «2» - с вероятностью p_2, в состояние «4» - с вероятностью p_3 и т.д.; оставаться в состоянии «0» процесс не может. Из состояния «1» процесс не может вернуться в состояние «0», с вероятностью p_1 он может остаться в состоянии «1», а с вероятностями p_k перейти в состояния $2^{k-1} + 1$ для каждого $1 < k \le K$.

Вычислим элементы i-й строки матрицы Π при $0 < i \le I$. Будем обозначать функцию, выделяющую значение k-го разряда в двоичном представлении числа i как $b(i,k)$, причём самый младший разряд считаем первым, то есть $i = \sum_{k=1}^{K} b(i,k)\ 2^{k-1}$. Для i-го состояния вероятность сохранения состояния на следующем периоде равна $\pi_{ii} = \sum_{k=1}^{K} b(i,k)\ p_k$; переход в любое состояние с номером $j < i$ невозможен ($\pi_{ij} = 0$); и для каждого k, для которого $x_k = 0$ вероятность перехода в состояние

$i + 2^{k-1}$ равна p_k, для остальных состояний с номерами, большими, чем i вероятности также равны 0.

Запишем выражение для элементов матрицы переходных вероятностей:

$$\pi_{ij} = \begin{cases} 0,\ j \neq i + 2^n,\ n = 1,2,...,K, \\ \sum_{k=1}^{K} b\ i,k\ \ p_k\ ,\ j = i, \\ p_n,\ j = i + 2^n, n = 1,2,...,K \text{ и } j \leq I \end{cases} \qquad i = 0,1,...,I,\ j = 0,1,...,I\ .$$

Тогда матрица Π переходных вероятностей марковской цепи y_t (верхне)треугольная, а состояние с максимальным номером $I = 2^K - 1$ - поглощающее: $\pi_{II} = 1$ и $\pi_{Ij} = 0\ j \neq I$.

Обозначим распределение вероятностей состояний процесса y_t через $q_{it} = \Pr(y_t = i)$, в векторной нотации: $q_t = (q_{0t}, q_{1t}, \ldots, q_{it}, \ldots, q_{It})$; в начальный момент времени $t = 0$ распределение $q_0 = (1, 0, \ldots, 0)$, тогда $q_t = q_{t-1}\Pi$ для любого $t > 0$ и $q_t = e_0\Pi^t = (1,0,0,\ldots,0)\Pi^t$. Здесь и далее будем обозначать через e_i вектор-строку соответствующей размерности, у которого все элементы, кроме i-го равны 0, а i-ый элемент равен 1.

Разделим все состояния процесса y_t на группы по количеству единиц в двоичном представлении номера состояния, то есть по $\sum_{k=1}^{K} b\ i,k\ $. Эти группы обладают двумя свойствами, следующими одно из другого: 1) любое состояние из l-й группы может быть достигнуто из 0-го состояния за l шагов; 2) любое состояние из l-й группы может быть достигнуто только из состояний $(l - 1)$ - ой группы. Таких групп будет $K + 1$, т.к. l меняется от 0 до K.

Утверждение 3.1. Вероятность q_{it} любого состояния $0 < i < I$ из l–ой группы при любых $t > 1$ удовлетворяет условию $q_{it} < l!t^{l-1}v^{t-l+1}$, где $0 < v < 1$ – некоторая положительная константа.

Доказательство утверждения 3.1.

Рассмотрим состояния из 1-й группы, для каждого из них $q_{it} = p_k^{\,t}$, где k - номер соответствующего состояния природы, тогда справедливо $q_{it} < 1!t^0 v_1^{\,t}$, где $v_1 = \max\{p_k\} < 1$.

Пусть $q_{it} < l!t^{l-1}v^{t-l+1}$ для всех состояний l-ой группы. Эволюция распределения вероятностей состояний описывается соотношением $q_{it} = \sum_{j=0}^{i-1} \pi_{ji} q_{jt-1} + \pi_{ii} q_{it-1}$. Тогда для любого состояния из l+1-й группы

при $t < l$; $q_{it} \equiv 0$, а при $t \geq l$ $q_{it} = \sum_{\theta=0}^{t-l} \pi_{ii}^{\theta} \sum_{j=0}^{i-1} \pi_{ji} q_{jt-1-\theta} = \sum_{j=0}^{i-1} \pi_{ji} \sum_{\theta=0}^{t-l} \pi_{ii}^{\theta} q_{jt-1-\theta}$.

Получим ограничение на q_{it}.

$$q_{it} = \sum_{j=0}^{i-1} \pi_{ji} \sum_{\theta=0}^{t-l} \pi_{ii}^{\theta} q_{jt-1-\theta} < \sum_{j=0}^{i-1} \pi_{ji} \sum_{\theta=0}^{t-l} \pi_{ii}^{\theta} l! \ t-1-\theta \ ^{l-1} \nu_l^{t-l-\theta} <$$

$$< l! \ t-1 \ ^{l-1} \sum_{j=0}^{i-1} \pi_{ji} \sum_{\theta=0}^{t-l} \pi_{ii}^{\theta} \nu_l^{t-l-\theta} <$$

$$< t^{l-1} \ \ l+1 \ ! \ t-l \quad \max \ \pi_{ii}; \nu_l \ ^{t-l} < \ l+1 \ ! t^l \nu_{l+1}^{t-l},$$

где $\nu_{l+1} = \max\{\nu_l; \max_i \{\pi_{ii}\}\}$, максимум берётся по всем состояниям i, принадлежащим $(l + 1)$-ой группе.

Следовательно, для всех состояний $(l + 1)$-ой группы выполнено $q_{it} < (l+1)! t^l \nu_{l+1}^{t-l}$.

Обозначим $\nu = \max_i \{\pi_{ii}\}$, тогда $\nu_l =\leq \nu$ для всех l, следовательно $q_{it} < (l+1)! t^l \nu^{t-l}$.

Тогда из принципа математической индукции последует справедливость утверждения для всех i-х состояний кроме I-го. Утверждение 3.1 доказано.

Утверждение 3.1 означает, что вероятности всех состояний, кроме I-го, уменьшаются по времени не медленнее, чем $t^{l-1}\nu^{t-l+1}$, откуда непосредственно следует, что стационарное распределение вероятностей состояний процесса y_t существует и единственно $s = (0,0,\ldots,0,1) = e_I$, оно является единственным решением матричного уравнения $s = s\Pi$ (или системы уравнений $s_i = \sum_{i=0}^{I} \pi_{ji} s_j$).

Следовательно, рассматриваемая модель освоения технологий имеет единственное устойчивое состояние – когда все возможные состояния внешней среды проверены, то есть на длительном периоде можно достичь любого наперёд заданного уровня (сколь угодно близкого к единице) освоения.

Исследуем *кривую освоения* - поведение математического ожидания процесса $L_t = \sum_{k=1}^{K} x_{kt} p_k$. Используем символическую запись $E[\cdot]$ для обозначения математических ожиданий.

Во-первых, из утверждения 3.1: $\forall \ \varepsilon > 0$, $\lim_{t\to\infty} \{\Pr(|L_t - 1| > \varepsilon)\} = 0$.

Также в силу определения процесса L_t его приращения всегда неотрицательны: $\Delta L_t = L_t - L_{t-1} \geq 0$, причём и значения L_t, и приращения ΔL_t неотрицательны и не больше единицы. Процесс L_t также является марковской цепью, то есть для любого t L_t и ΔL_t - независимые случайные величины. Тогда[32]:

$$E\ L_t\ = \sum_{k=1}^{K} p_k E\ x_{kt}\ = \sum_{k=1}^{K} p_k\ 1-\ 1-p_k\ ^{t}\ = 1-\sum_{k=1}^{K} p_k\ 1-p_k\ ^{t} \qquad (3.1).$$

С другой стороны, выражение (3.1) для $E[L_t]$ также можно получить на основании распределения вероятностей состояний q_t: $E\ L_t\ = \sum_{i=1}^{I}\left(\sum_{k=1}^{K} b\ i,k\ \ p_k\ \right) q_{it} = e_0 \Pi^t \beta$, где β – вектор-столбец, элементами которого являются величины $\sum_{k=1}^{K} b\ i,k\ \ p_k$, которые, в свою очередь, являются диагональными элементами матрицы П.

Так как $\Delta L_t = L_t - L_{t-1} \geq 0$, первые разности последовательности $E[L_t]$ строго положительны для всех t. Получим выражение для m-х разностей, для этого сначала вычислим первые и вторые:

$$\Delta E\ L_t\ = 1-\sum_{k=1}^{K} p_k\ 1-p_k\ ^{t} - \left(1-\sum_{k=1}^{K} p_k\ 1-p_k\ ^{t-1}\right) = \sum_{k=1}^{K} {p_k}^2\ 1-p_k\ ^{t-1} > 0,$$

$$\Delta^2 E\ L_t\ = \sum_{k=1}^{K} {p_k}^2\ 1-p_k\ ^{t-1} - \sum_{k=1}^{K} {p_k}^2\ 1-p_k\ ^{t-2} = -\sum_{k=1}^{K} {p_k}^3\ 1-p_k\ ^{t-2} < 0$$

Продолжая, легко получить: $\Delta^m E\ L_t\ = -1\ ^{m+1} \sum_{k=1}^{K} {p_k}^{m+1}\ 1-p_k\ ^{t-m}$.

Следует заметить, что разности значений кривой освоения для любого момента времени t образуют знакопеременную последовательность, значения которой убывают по модулю $|\Delta^m E[L_t]| > |\Delta^{m+1} E[L_t]|$.

Также, для первых разностей справедливо $1 - E[L_t] > \Delta E[L_t]$.

Кроме того, из (3.1) следует выражение для длины серии:

$$N_t = E\ L_t\ \ 1-E\ L_t\ \ ^{-1} = \left(\sum_{k=1}^{K} p_k\ 1-p_k\ ^{t}\right)^{-1} - 1.$$

Таким образом, справедливо следующее утверждение.

---

[32] *Уровень освоения L_t соответствует вероятности того, что внешняя среда на $(t+1)$-ом шаге примет уже встречавшееся значение; эта вероятность оценивается по наблюдениям в течение t шагов включительно.*

Утверждение 3.2. Кривая освоения $E[L_t]$ обладает следующими свойствами:

- в начальный момент $t = 0$ её значение равно нулю: $E[L_0] = 0$;
- она монотонно возрастает: $\Delta E[L_t] > 0$;
- первые разности ограничены неравенством $1 - E[L_t] > \Delta E[L_t]$;
- скорость её роста монотонно убывает: $\Delta^2 E[L_t] < 0$ и $\Delta^3 E[L_t] > 0$;
- она асимптотически стремится к единице.

3.3.2. Аппроксимации кривой освоения технологии КД

Рассмотрим аппроксимации кривой освоения $E[L_t]$ (см. выражение (3.1) в зависимости от вида распределения вероятностей возможных состояний внешней среды $P = \{p_k;\ k = \overline{1, K};\ \sum_{k=1}^{K} p_k = 1\}$.

Равномерное распределение вероятностей возможных состояний внешней среды P. Обозначим для упрощения выкладок $p_k = \delta = 1 / K$, тогда

$$E\ L_t = 1 - \sum_{k=1}^{K} \delta\ 1 - \delta^{\ t} = 1 - \ 1 - \delta^{\ t} = 1 - \exp\ -\gamma t \qquad (3.2)$$

где $\gamma = \ln(1 + 1/(K - 1))$ - скорость изменения уровня освоения - *скорость освоения* [83].

Экспоненциальная кривая (3.2) является хрестоматийной для теории научения (см. обзоры в [83, 131] и пионерскую работу [198]), её разностный аналог имеет вид

$$E[L_t] = E[L_{t-1}] + \gamma\ (1 - E[L_{t-1}]) = \gamma + (1 - \gamma)\ E[L_{t-1}]).$$

В то же время, для рассматриваемой базовой модели она является частным случаем, соответствующим равномерному распределению вероятностей состояний внешней среды.

Средняя длина серии в случае равномерного распределения экспоненциально растёт $N_t = \exp(\gamma t) - 1$, что интуитивно очевидно: с ростом уровня освоения при всё большей доле «освоенных» состояний внешней среды, получение новых знаний требует всё больших усилий для «поиска» новых состояний.

Разностное уравнение для N_t имеет простой вид $N_{t+1} = \exp(\gamma) N_t + \exp(\gamma) - 1$ - средняя длина серии экспоненциально растёт.

При $K \gg 1$ скорость освоения $\gamma = \ln(1 + 1/ (K - 1)) \approx 1 / (K - 1) \approx 1 / K$, и

$$E[L_t] \approx 1 - \exp(-t/K) \qquad (3.3)$$

Следует отметить, что экспоненциальные кривые научения типа (3.2) или (3.3) являются классическими для теории научения (см. обзор в [83]). Кроме того, как будет показано ниже в разделе 3.5 (а также в [23]), именно равномерное распределение вероятностей состояний внешней среды максимизирует ожидаемое значение уровня освоения.

Распределение (n, δ) - с несколькими (n) одинаково высоковероятными состояниями и остальными (K - n) одинаково маловероятными ($\delta \ll 1 / K$) состояниями:

$$P = \; p_k = \; 1-\delta(K-n) \;/\; n, k = \overline{1,n};\; p_k = \delta, k = \overline{n+1,K} \qquad (3.4).$$

Имеет смысл рассматривать случай, когда вероятности первой группы состояний существенно больше вероятностей второй группы: случай, когда вероятности отличаются незначительно, аппроксимируется равномерным распределением (см. выше) или зашумлённым равномерным распределением, которое рассматривается ниже. То есть$(1 - \delta(K - n))/n >> \delta$, а это означает, что $\delta K << 1$. Найдём кривую освоения для рассматриваемого случая:

$$E\;L_t\; = 1 - \sum_{k=1}^{n} \frac{1-\delta(K-n)}{n} \left(1 - \frac{1-\delta(K-n)}{n}\right)^t - \sum_{k=n+1}^{K} \delta\;1-\delta\;^t,$$

то есть $E\;L_t\; = 1 - \;1-\delta(K-n)\left(1 - \frac{1}{n} + \frac{(K-n)}{n}\delta\right)^t - \;K-n\;\delta\;1-\delta\;^t.$

При больших t (так как $\delta \ll 1/K$ и $n < N$, то $(1 - 1/n) < (1 - \delta)$) случай (3.4) стремится к предыдущему (равномерному распределению): $E[L_t] \approx 1 - (K - n)\delta(1 - \delta)^t$.

При малых t получается следующая аппроксимация:

$$E\;L_t\; \approx 1 - \;1-\delta(K-n)\left(1 - \frac{1}{n} + \frac{(K-n)}{n}\delta\right)^t$$

«**Зашумлённое равномерное» распределение** вероятностей на «большом» множестве областей возможных состояний внешней среды:

$$P = \left\{ p_k; k = 1, 2, ..., K; \sum_{k=1}^{K} p_k = 1;\; p_k \ll 1;\; K \gg 1 \right\} \qquad (3.5)$$

При малых t кривая освоения аппроксимируется следующим образом:

$$E\;L_t\; = 1 - \sum_{k=1}^{K} p_k\;\;1 - p_k\;^t \approx 1 - \sum_{k=1}^{K} p_k\;\;1 - tp_k\; = t\sum_{k=1}^{K} p_k{}^2 \qquad (3.6)$$

то есть линейно растёт по времени t со скоростью $\sum_{k=1}^{K} p_k{}^2$.

При больших t возможны два варианта поведения кривой освоения. Если все области возможных состояний внешней среды примерно эквивалентны и вероятности различаются незначительно, то есть $p_k \approx 1/K$; $k = \overline{1, K}$, тогда справедлива оценка (3.2), полученная для равномерного распределения. Если имеется некоторое количество (n), существенно отличающихся областей, то адекватной является аппроксимация: $E[L_t] \approx 1 - (1 - n/K)(1 - 1/K)^t$.

Отметим, что аналитические выражения (3.2), (3.3) и (3.6) , а также свойства кривой освоения $E[L_t]$ в рассмотренной модели, в некотором смысле соответствует многим известным моделям научения (в частности рассмотренным в разделах 4.2 и 6.7 работы [83]). Однако известные модели постулируют сам закон изменения кривой научения или уравнения, его описывающие, в то время как предлагаемая модель описывает процесс научения - разработки, а уравнения и свойства кривой научения следуют из анализа модели.

3.3.3. Среднее время освоения технологии

Получим выражение для среднего времени достижения *требуемого уровня* $L_{\text{треб}} \in (0; 1)$ освоения (готовности, зрелости технологии), то есть среднее значение момента времени t, когда $L_t = \sum_{k=1}^{K} x_{kt} p_k \geq L_{треб}$.

Для этого исследуем поведение процесса y_t и распределения вероятностей его состояний $q_{it} = \Pr(y_t = i)$. Выше было получено начальное (при $t = 0$) распределение $q_0 = (1, 0, \ldots, 0)$ и $q_t = q_{t-1}\Pi$ для любого $t > 0$, $q_t = e_0 \Pi^t = (1, 0, 0, \ldots, 0)\, \Pi^t$.

Матрица Π является (верхне)треугольной, откуда следуют свойства матрицы Π^t:

- определитель матрицы Π (обозначим его через $\Delta\Pi$) является произведением диагональных элементов $\Delta\Pi = \prod_{i=1}^{I} \pi_{ii}$;
- Π^t - также (верхне)треугольная (непосредственно следует из формулы умножения матриц);
- диагональные элементы матрицы Π^t являются степенями диагональных элементов матрицы Π, то есть $\pi^t_{ii} = (\pi_{ii})^t$;

- определитель матрицы Π^t является степенью определителя Π,

то есть $\Delta\Pi^t = (\Delta\Pi)^t = (\prod_{i=1}^{I} \pi_{ii})^t$.

Сформируем «маску» - вектор-столбец r той же размерности, что и вектор-строка q_t, по следующему правилу:

$$r_i = \begin{cases} 1, & \text{если } \sum_{k=1}^{K} b\ i,k\ \ p_k < L_{\text{треб}} \\ 0, & \text{если } \sum_{k=1}^{K} b\ i,k\ \ p_k \geq L_{\text{треб}} \end{cases} \qquad i = \sum_{k=1}^{K} 2^k b\ i,k\ = 0,1,...,I \quad .$$

Такой вектор-маска «выделяет» состояния процесса y_t, соответствующие уровням освоения ниже требуемого. Тогда в каждый момент времени вероятность того, что уровень освоения достиг или превысил заданный уровень будет равна $\Pr(L_t \geq L_{\text{треб}}) = 1 - q_t r$ или $\Pr(L_t < L_{\text{треб}}) = q_t r$. Вероятность того, что момент времени $t_{\text{дост}}$ достижения требуемого уровня освоения превышает текущий $\Pr(t_{\text{дост}} > t) = q_t r$ или вероятность, что уровень уже достигнут $\Pr(t_{\text{дост}} \leq t) = 1 - q_t r$. Очевидно, $r_I = 0$, тогда из утверждения 3.1 следует, что вероятности $\Pr(L_t < L_{\text{треб}}) = \Pr(t_{\text{дост}} > t)$ мажорируются функцией $l!t^l \nu^{t-l}$, получаем:

$$\Pr\ t_{\text{дост}} > t\ = \sum_{i=0}^{I} r_i q_t < \sum_{i=0}^{I} r_i l!t^l \nu^{t-l} \ .$$

Используем выражение $q_t = e_0 \Pi^t$, тогда $\Pr(t_{\text{дост}} > t) = q_t r = e_0 \Pi^t r$. Так как $\Pr(t_{\text{дост}} > t - 1) = \Pr(t_{\text{дост}} = t) + \Pr(t_{\text{дост}} > t)$, то $\Pr(t_{\text{дост}} = t) = \Pr(t_{\text{дост}} > t - 1) - \Pr(t_{\text{дост}} > t)$.

Для среднего времени справедливо выражение:

$$\bar{t}_{\text{дост}} = \sum_{t=0}^{\infty} t \Pr\ t_{\text{дост}} = t\ = \sum_{t=0}^{\infty} t\ \ \Pr\ t_{\text{дост}} > t-1\ - \Pr\ t_{\text{дост}} > t\ \quad .$$

Так как $\Pr(t_{\text{дост}} > t)$ мажорируются $\sum_{i=0}^{I} r_i l!t^l \nu^{t-l}$, то при $t \to \infty$ ряд $t\Pr(t_{\text{дост}} > t)$ сходится, и его сумма $\sum_{t=0}^{\infty} t \Pr\ t_{\text{дост}} > t$ конечна, тогда

$$\bar{t}_{\text{дост}} = \sum_{t=0}^{\infty} t \Pr\ t_{\text{дост}} = t\ = \sum_{t=0}^{\infty} t\ \ \Pr\ t_{\text{дост}} > t-1\ - \Pr\ t_{\text{дост}} > t\ \ =$$

$$= \sum_{t=0}^{\infty}\ t+1\ \Pr\ t_{\text{дост}} > t\ - \sum_{t=0}^{\infty} t \Pr\ t_{\text{дост}} > t\ = \sum_{t=0}^{\infty} \Pr\ t_{\text{дост}} > t\ \ .$$

Откуда получаем:

$$\bar{t}_{\text{дост}} = \sum_{t=0}^{\infty} \Pr\ t_{\text{дост}} > t\ = \sum_{t=0}^{\infty} e_0 \Pi^t r = e_0 \left(\sum_{t=0}^{\infty} \Pi^t \right) r = e_0\ \ E - \Pi\ ^{-1} r \qquad (3.7)$$

где E - единичная матрица той же размерности, что и матрица П.

Существование обратной матрицы $(E - \Pi)^{-1}$ следует из того, что матрица $(E - \Pi)$ (верхне)треугольная, все её диагональные элементы могут быть найдены из выражения для π_{ij} выше, и их произведение больше нуля.

Вышеприведённые соображения иллюстрируют утверждение 3.3, что для любой марковской цепи среднее время первого достижения состояния из заданного множества равно $\bar{t}_{\text{дост}} = \sum_{t=0}^{\infty} \Pr\ t_{\text{дост}} > t$. Если данный ряд сходится, то $\bar{t}_{\text{дост}} = e_0\ \ E - \Pi\ ^{-1} r$.

Выражение (3.7) аналитически определяет значения $\bar{t}_{\text{дост}}$ в общем случае в зависимости от распределения вероятностей возможных состояний внешней среды $\{p_k;\ k = 1,2,\ldots,K\}$ (p_k входят в выражение (3.7) через матрицу П) и от требуемого уровня освоения ($L_{\text{треб}}$ учитывается через вектор *m)*. Однако выражение (3.7) не является наглядным – ни вероятности p_k, ни уровень $L_{\text{треб}}$ в явном виде в него не входят. Кроме того, значительная размерность матрицы П ($2^K \times 2^K$) затрудняет его практическое использование.

В ряде случаев можно получить более простые и наглядные выражения, рассмотрим один из них - равномерное распределение $\{p_k = 1/K = \delta;\ k = 1,2,\ldots,K\}$ вероятностей возможных состояний внешней среды. В этом случае вместо марковской цепи y_t, принимающей значения $i = 0,1,\ldots I$, рассмотрим цепь $\tilde{y}_t$, значения которой отвечают количеству состояний внешней среды, для которых технология уже проверена, то есть $\tilde{y}_t$ принимает значения от 0 до K. Тогда $L_t = \delta\, \tilde{y}_t$, а переходные вероятности примут вид:

$$\pi_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{при } j < i \text{ или } j > i+1 \\ 1 - \delta i & \text{при } j = i+1 \\ \delta i & \text{при } j = i \end{cases} \qquad \text{для } i = 0,\ 1,\ \ldots,\ K.$$

Тогда матрица (E - П) является (верхне)треугольной, ленточной, с элементами:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{при } j < i \text{ или } j > i+1 \\ 1-\delta i & \text{при } j = i \\ \delta i - 1 & \text{при } j = i+1 \end{cases} \quad \text{для } i = 0, 1, ..., K.$$

Обратная матрица $(E - \Pi)^{-1}$ - также (верхне)треугольная с элементами:

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{при } j < i \\ 1-\delta i^{\ -1} & \text{при } i \le j < K \\ 1 & \text{при } j = K \end{cases} \quad \text{для } i = 0, 1, ..., K.$$

Операция $(1,0,0,\ldots,0)(E - \Pi)^{-1} r$ «вырезает» из матрицы $(E - \Pi)^{-1}$ первую строку и суммирует те элементы этой строки, для которых $\sum_{k=1}^{K} x_k p_k < L_{\text{треб}}$. В рассматриваемом случае суммируются первые $L_{\text{треб}}/\delta = KL_{\text{треб}}$ элементов, тогда среднее время достижения требуемого уровня $L_{\text{треб}}$ равно: $\bar{t}_{\text{дост}} = \sum_{i=0}^{KL_{\text{треб}}} 1-\delta i^{\ -1} = \sum_{i=0}^{KL_{\text{треб}}} K\ \ K-i^{\ -1} = K \sum_{j=K\ 1-L_{\text{треб}}}^{K} j^{-1}$.

Получим компактную аппроксимацию $\bar{t}_{\text{дост}}$ при $K >> 1$:

$$\bar{t}_{\text{дост}} = \sum_{i=0}^{KL_{\text{треб}}} \frac{K}{K-i} = K \sum_{i=0}^{KL_{\text{треб}}} \frac{1}{1-K^{-1}i} K^{-1} \approx K \int_0^{KL_{\text{треб}}} \frac{1}{1-K^{-1}x} K^{-1} dx =$$

$$= -K \ln\ 1-K^{-1}x \Big|_0^{KL_{\text{треб}}} = -K \ln\ 1-L_{\text{треб}}$$

т.е.

$$\bar{t}_{\text{дост}} \approx -K \ln\ 1-L_{\text{треб}} \qquad (3.8)$$

Отметим, что выражение (3.8) совпадает с приближённым решением $\hat{t}$ уравнения (см. выражение (3.2)) $E\ L_t = 1-\ 1-\delta^{\ \hat{t}} = L_{\text{треб}}$, для которого $\hat{t} = \frac{\ln\ 1-L_{\text{треб}}}{\ln\ 1-\delta} \approx -\frac{\ln\ 1-L_{\text{треб}}}{\delta} = -K \ln\ 1-L_{\text{треб}}$

В приложении П.1 рассмотрен частный случай достижения «абсолютного» уровня освоения $L_t = 1$ и получено выражение для среднего времени его достижения:

$$T_{L=1} = \sum_{k=1}^{I} -1^{\ k+1} \sum_{i_1;i_2;\ldots;i_k} \left(\sum_{j=1}^{k} p_{i_j} \right)^{-1} \qquad (3.9)$$

Итак, в данном разделе рассмотрены свойства процесса управления компонентом технологии, уровня освоения, а также времени освоения в базовой постановке.

3.3.4. Расширение базовой модели управления созданием и освоением технологии КД

Расширим базовую модель эффектами изменчивости внешней среды и более сложного освоения.

Как и в базовой модели будем считать, что внешняя среда в каждом периоде может принимать одно их K возможных состояний независимо от предыдущих значений, и все вероятности наступления состояний $\{p_k\}$ известны, причём $\sum_{k=1}^{K} p_k \equiv 1$.

Освоение технологии при различных состояниях внешней среды происходит независимо друг от друга.

При 1-м наступлении k-го состояния освоение технологии применительно к состоянию k происходит ($x_{kt} = 1$) с известной вероятностью $0 \le p'_k \le 1$, а с вероятностью $1 - p'_k$ освоение не происходит ($x_{kt} = 0$), то есть $\Pr(x_{kt+1} = 1 | x_{kt} = 0) = p_k p'_k$.

После того, как освоение технологии при k-м состоянии произошло, на каждом следующем периоде времени освоение изменяется следующим образом:

Если внешняя среда приняла состояние, отличное от k, освоение не меняется $x_{kt+1} = x_{kt}$.

Если внешняя среда приняла состояние k, то с вероятностью $0 \le p''_k \le 1$ освоение «забывается» (очевидно, эффект «забывания» в данной модели эквивалентен эффекту эволюции внешней среды) $x_{kt+1} = 0$, а с вероятностью $1 - p''_k$ не меняется $x_{kt+1} = x_{kt}$, то есть $\Pr(x_{kt+1} = 0 | x_{kt} = 1) = p_k p''_k$.

Математическое ожидание уровня освоения технологии при k-м состоянии $E[x_{kt}]$ равно вероятности того, что $x_{kt} = 1$, $\Pr(x_{kt} = 1)$, тогда

$$E[x_{kt+1}] = \Pr(x_{kt+1} = 1) = \Pr(x_{kt+1} = 1 | x_{kt} = 1)\Pr(x_{kt} = 1) +$$
$$+ \Pr(x_{kt+1} = 1 | x_{kt} = 0)\Pr(x_{kt} = 0) =$$
$$= (1 - p_k p''_k)E[x_{kt}] + p_k p'_k(1 - E[x_{kt}]) = p_k p'_k + (1 - p_k p'_k - p_k p''_k)E[x_{kt}]$$

Учитывая $E[x_{k0}] \equiv 0$, получим

$$E\left[x_{kt}\right] = \frac{p'_k}{p'_k + p''_k}\left(1 - \left(1 - p_k\left(p'_k + p''_k\right)\right)^t\right).$$

Тогда кривая освоения получится в виде

$$E\ L_t\ = \sum_{k=1}^{K} p_k \frac{p'_k}{p'_k + p''_k}\ 1 - \ 1 - p_k\ \ p'_k + p''_k\ \ ^{t}\ . \qquad (3.10)$$

Легко видеть, что когда освоение происходит с вероятностью 1 при первом же наступлении нового состояния ($p'_k = 1$), а забывания не происходит ($p''_k = 0$) выражение для кривой освоения в расширенной модели сводится к базовому.

Проанализируем конечные разности кривой освоения $E[L_t]$. Аналогично тому, как это было сделано для кривой освоения базовой модели, несложно получить выражение для m-х разностей:

$$\Delta^m E\ L_t\ = \ -1\ ^{m+1} \sum_{k=1}^{K} p_k\ ^{m+1} p'_k\ \ p'_k + p''_k\ ^{m-1}\ 1 - p_k\ \ p'_k + p''_k\ \ ^{t-m}.$$

В случае, когда $\forall\ k\ p_k(p'_k + p''_k) < 1$ для кривой освоения в расширенной модели справедливы свойства кривой базовой модели (Утверждение 3.2):

- в начальный момент $t = 0$ её значение равно нулю: $E[L_0] = 0$;
- она монотонно возрастает: $\Delta E[L_t] > 0$;
- скорость её роста монотонно убывает: $\Delta^2 E[L_t] < 0$ и $\Delta^3 E[L_t] > 0$;
- её конечные разности для любого момента времени t образуют знакопеременную последовательность, значения которой убывают по модулю $|\Delta^m E[L_t]| > |\Delta^{m+1} E[L_t]|$;
- $\lim\limits_{t\to\infty} E\ L_t\ = \sum\limits_{k=1}^{K} p_k \dfrac{p'_k}{p'_k + p''_k}$.

В случае равномерного распределения и одинаковых вероятностей научения и забывания для всех состояний ($\forall\ k\ p'_k = p'$ и $p''_k = p''$) кривая освоения также является экспонентой:

$$E\ L_t\ = \frac{p'}{p' + p''} \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{K} \left(1 - \left(1 - \frac{1}{K}\ \ p' + p''\ \right)^{t}\right) = \frac{p'}{p' + p''} \left(1 - \left(1 - \frac{p' + p''}{K}\right)^{t}\right).$$

Рассмотрим теперь случай нарушения условия $p_k(p'_k + p''_k) < 1$.

Пусть существует некоторое состояние внешней среды (будем считать, что его номер $k = 1$), для которого $p_1(p'_1 + p''_1) > 1$. Так как $p'_1 \le 1$ и $p''_2 \le 1$, то должно быть $p_1 > 1/2$, отсюда следует, что условие $p_k(p'_k + p''_k) < 1$ может нарушаться не более чем для одного состояния внешней среды. Отсюда также следует, что вероятность наступления этого состояния больше вероятности наступления всех остальных состояний вместе взятых. В этом случае все конечные раз-

ности образуют знакопеременные по времени последовательности, а кривая освоения представляет некоторый «затухающий колебательный процесс» (так как $|\Delta^m E[L_t]| > |\Delta^{m+1} E[L_t]|$ остаётся справедливым).

Перейдём к описанию моделей комплексирования компонентов технологии.

3.4. Модели комплексирования компонентов технологии

Проанализируем свойства процессов *комплексирования* частных *компонентов технологии* [18], описываемых каждый в рамках базовой модели (раздел 3.3). Рассмотрим следующие варианты комплексирования: А) параллельного конъюнктивного, Б) параллельного дизъюнктивного, В) последовательного, Г) параллельного с полным обменом информацией, Д) создания компонента технологии одновременно с созданием собственно технологии его создания - «сложного освоения».

Для этого рассмотрим процесс управления несколькими компонентами технологии с соответствующим объединением результатов. Состояния частных процессов образуют марковские цепи (и обладают свойствами, рассмотренными в разделе 3.3). Тогда поведение комплексного процесса также является марковской цепью на множестве состояний, равном произведению множеств состояний частных процессов. Аналогично тому, как это было сделано в разделе 3.3, введём $\tilde{K}$-мерный процесс $(\tilde{K} = \sum_{m=1}^{M} K^m)$ $\tilde{x}_t = (x_{1t}, x_{2t}, ..., x_{kt}, ..., x_{\tilde{K}t})$, каждый элемент которого x_{kt} принимает значения 0 или 1 и отражает факт выполнения проверки соответствующего состояния внешней среды, а также процесс $\tilde{y}_t$, отражающий номер состояния процесса $\tilde{x}_t$. Оба процесса $\tilde{x}_t$ и $\tilde{y}_t$ являются марковскими цепями, матрица переходных вероятностей $\tilde{y}_t$ является (верхне)треугольной, и для $\tilde{y}_t$ справедливы утверждение 3.1 (об асимптотическом поведении распределения вероятностей состояний $\tilde{y}_t$) и 3.3 (о среднем времени достижения заданного уровня освоения).

3.4.1. Модели параллельного и последовательного комплексирования компонентов технологии.

А. Если целью комплексного процесса является создание всех частных компонентов технологии (конъюнкция всех M частных ком-

понентов), то уровень $L_t^{1\ldots M}$ освоения, разработанности комплексной технологии, равен вероятности того, что при очередном испытании ни в одном из частных процессов не будет получено ещё не проверенное состояние внешней среды, то есть равен произведению уровней разработанности частных технологий. А эта вероятность, в свою очередь, равна произведению вероятностей L_t^m всех частных компонентов технологии, то есть: $L_t^{1\ldots M} = \prod_{m=1}^{M} L_t^m$ и

$$E\left[L_t^{1\ldots M}\right] = \prod_{m=1}^{M} E\left[L_t^m\right] = \prod_{m=1}^{M}\left[1 - \sum_{k=1}^{K} p_k^m \ \left(1 - p_k^m\right)^t\right] \tag{3.11}$$

Формулу (3.7) для среднего времени достижения требуемого уровня освоения одного компонента несложно расширить на случай M элементов:

$$\begin{aligned} \bar{t}_{A\,\text{дост}} &= \sum_{t=0}^{\infty} \Pr\left(t_{A\,\text{дост}} > t\right) = \sum_{t=0}^{\infty} \Pr\left(\max_m t_{m\,\text{дост}} > t\right) = \\ &= \sum_{t=0}^{\infty}\left(1 - \prod_{m=1}^{M}\left(1 - e_0 \Pi_m{}^t r_m\right)\right) \end{aligned} \tag{3.12}$$

Если характеристики процессов разработки компонентов технологии одинаковы, то

$$\bar{t}_{A\,\text{дост}} = \sum_{t=0}^{\infty}\left(1 - \left(1 - e_0 \Pi^t r\right)^M\right) = \sum_{t=0}^{\infty}\left(\sum_{m=1}^{M} C_M^m \left(-1\right)^{m-1} \left(e_0 \Pi^t r\right)^m\right) =$$

$$= M\sum_{t=0}^{\infty} e_0 \Pi^t r + \sum_{t=0}^{\infty}\left(\sum_{m=2}^{M-1} C_M^m \left(-1\right)^{m-1} \left(e_0 \Pi^t r\right)^m\right) + \left(-1\right)^{M-1} \sum_{t=0}^{\infty} \left(e_0 \Pi^t r\right)^M .$$

Рассматривая последовательность величин $\bar{t}_{A\,\text{дост}}$ для различных возрастающих M, легко получить выражение для первых разностей $\Delta\bar{t}_M = \sum_{t=0}^{\infty} e_0 \Pi^t r \ \left(1 - e_0 \Pi^t r\right)^{M-1}$ и вторых разностей $\Delta^2 \bar{t}_M = -\sum_{t=0}^{\infty} \left(e_0 \Pi^t r\right)^2 \left(1 - e_0 \Pi^t r\right)^{M-2}$. Откуда видно, что $\bar{t}_{A\,\text{дост}}$ растёт с увеличением M, однако скорость роста по M убывает. Также первые разности ограничены сверху и снизу:

$$\bar{t}_{\text{дост}} - \sum_{t=0}^{\infty} \left(e_0 \Pi^t r\right)^2 = \sum_{t=0}^{\infty} e_0 \Pi^t r \ \left(1 - e_0 \Pi^t r\right) \le \Delta\bar{t}_M < \sum_{t=0}^{\infty} e_0 \Pi^t r = \bar{t}_{\text{дост}} .$$

Б. Если все частные процессы реализуются независимо и параллельно, а целью комплексного процесса является создание не менее

чем одного из частных компонентов (дизъюнкция M частных компонентов), тогда доля «неразработанности» комплексной технологии равна доле непроверенных состояний «комплексной» внешней среды, соответственно $1-L_t^{1-M}=\prod_{m=1}^{M}1-L_t^m$ и

$$E\left[L_t^{1-M}\right]=1-\prod_{m=1}^{M}\left[\sum_{k=1}^{K}p_k^m\ 1-p_k^m\ ^t\right] \tag{3.13}$$

Среднее время достижения требуемого уровня освоения M элементов в этом случае получится:

$$\begin{aligned}\bar{t}_{Б\ \text{дост}}&=\sum_{t=0}^{\infty}\Pr\ t_{Б\ \text{дост}}>t\ =\sum_{t=0}^{\infty}\Pr\ \min_m\ t_{m\ дост}\ >t\ =\\&=\sum_{t=0}^{\infty}\left(\prod_{m=1}^{M}e_0\Pi_m{}^t r_m\right)\end{aligned} \tag{3.14}$$

Если характеристики частных процессов одинаковы, то

$$\bar{t}_{Б\ \text{дост}}=\sum_{t=0}^{\infty}\left(\prod_{m=1}^{M}e_0\Pi_m{}^t r_m\right)=\sum_{t=0}^{\infty}\ e_0\Pi^t r\ ^M\ .$$

Для случаев А и Б параллельной реализации нескольких одинаковых частных процессов получим соотношение

$$\bar{t}_{A\ \text{дост}}=M\bar{t}_{\text{дост}}+\sum_{t=0}^{\infty}\left(\sum_{m=2}^{M-1}C_M^m\ -1\ ^{m-1}\ e_0\Pi^t r\ ^m\right)+\ -1\ ^{M-1}\bar{t}_{Б\ \text{дост}},$$

где $\bar{t}_{\text{дост}}$ - среднее время завершения каждого частного процесса, $\bar{t}_{A\ \text{дост}}$ - среднее время завершения разработки всех M частных процессов, $\bar{t}_{Б\ \text{дост}}$ - среднее время завершения хотя бы одного из M частных процессов.

Также справедлива оценка: $M\bar{t}_{\text{дост}}-\ M-1\ \bar{t}_{Б\ \text{дост}}\le\bar{t}_{A\ \text{дост}}<M\bar{t}_{\text{дост}}$

Отметим, что для случаев А и Б параллельной реализации двух одинаковых частных процессов $\bar{t}_{A\ \text{дост}}=2\bar{t}_{\text{дост}}-\bar{t}_{Б\ \text{дост}}$, то есть, средние времена соотносятся как $\bar{t}_{\text{дост}}=(\bar{t}_{A\ \text{дост}}+\bar{t}_{Б\ \text{дост}})/2$.

В. Пусть последовательно создаются два компонента технологии, причём второй начинается непосредственно после завершения первого. Данный случай описывается двумя независимыми марковскими цепями, вторая цепь стартует из известного состояния в тот момент, когда состояние первой достигло заданной области. Распределение вероятностей времени завершения создания такой комплексной технологии (состоящей из двух элементов, когда создание второго может

быть начато только после завершения создания первого) - времени достижения заданной области второй цепью - равно свёртке распределений вероятностей времени обеих цепей. Используя эту закономерность, можно вычислить «интегральную» кривую освоения и получить среднее время разработки как сумму средних времён разработки частных технологий.

Г. Пусть создание одного компонента технологии выполняется параллельно и независимо в рамках нескольких (*M*) процессов с полным обменом информацией. Тогда за один период времени производится *M* независимых проверок, поэтому в этом случае

$$E\left[L_t^{1||M}\right] = 1 - \sum_{k=1}^{K} p_k \left(1 - p_k\right)^{Mt} \tag{3.15}$$

Среднее время достижения уровня освоения *M* элементов равно:

$$\bar{t}_{дост} = \sum_{t=0}^{\infty} \Pr\left(t_{дост} > t\right) = \sum_{t=0}^{\infty} e_0 \Pi^{Mt} r = e_0 \left(E - \Pi^M\right)^{-1} r \tag{3.16}$$

Нетрудно показать, что для всех случаев кривых освоения – (3.11), (3.13) и (3.15) - справедливы все позиции утверждения 3.2.

3.4.2. Модели процесса создания компонента технологии одновременно с созданием технологии его создания

Рассмотрим процесс освоения технологии одновременно с самим её созданием [18, 23]. То есть когда интенсивность процесса проверок состояний внешней среды меняется соответственно некоторой другой кривой освоения. Пусть процесс $L_t = \sum_{k=1}^{K} x_{kt} p_k$ характеризует разработку/освоение новой технологии, а процесс $\tilde{L}_t = \sum_{j=1}^{J} \tilde{x}_{jt} q_j$ описывает управление технологией создания этой новой технологии («*сложного освоения*»). Будем считать процессы L_t и $\tilde{L}_t$ статистически независимыми друг от друга. То есть в каждый момент времени *t* проверка состояний внешней среды производится с вероятностью $\tilde{L}_t$, а с вероятностью 1 - $\tilde{L}_t$ момент времени *t* оказывается «пропущен» для создания технологии: состояние не тестируется и процессы x_{kt} не изменяют состояния[33], тогда:

[33] *Можно эту же модель интерпретировать как то, что проверки выполняются в каждый момент времени, а технологию для нового состояния вырабатывается с*

$$E\left(x_{kt+1}\middle|x_{kt}\right)=\begin{cases} x_{kt} & \text{с вероятностью } 1-\sum_{j=1}^{J}\tilde{x}_{jt}q_j, \\ x_{kt}+\left(1-x_{kt}\right)p_k & \text{с вероятностью } \sum_{j=1}^{J}\tilde{x}_{jt}q_j, \end{cases}$$

Откуда $E[x_{kt+1}|x_{kt}] = x_{kt} + \Gamma_t p_k(1 - x_{kt})$,

где $\Gamma_t = E\left[\sum_{j=1}^{J} q_j \tilde{x}_{jt}\right] = 1-\sum_{j=1}^{J} q_j\left(1-q_j\right)^t$.

Переходя от условных математических ожиданий к безусловным, получим разностное уравнение, позволяющее последовательно вычислять $E[x_{kt}]$ для всех $t \geq 0$:

$$E[x_{kt+1}] = E[x_{kt}] + \Gamma_t p_k(1 - E[x_{kt}]) \qquad (3.17)$$

Обозначим через $\Psi_t = 1 - E[x_{kt}]$ (или $E[x_{kt}] = 1 - \Psi_t$), тогда с учётом введённых обозначений $E[x_{kt+1}] = 1 - \Psi_{t+1} = \Psi_t\Gamma_t p_k + 1 - \Psi_t$, откуда $\Psi_{t+1} = \Psi_t(1 - \Gamma_t p_k)$.

Так как $\Psi_0 = 1$, то получаем $\Psi_t = \prod_{\tau=0}^{t-1}\left(1-\Gamma_\tau p_k\right)$, и в результате:

$$E\left(x_{kt}\right)=1-\prod_{\tau=0}^{t-1}\left(1-\Gamma_\tau p_k\right)=1-\prod_{\tau=0}^{t-1}\left(1-p_k+p_k\sum_{j=1}^{J}q_j\left(1-q_j\right)^\tau\right).$$

$$E\left(L_t\right)=\sum_{k=1}^{K}p_k E\left(x_{kt}\right)=\sum_{k=1}^{K}p_k\left(1-\prod_{\tau=0}^{t-1}\left(1-\Gamma_\tau p_k\right)\right)= \qquad (3.18)$$

$$=1-\sum_{k=1}^{K}p_k\prod_{\tau=0}^{t-1}\left(1-p_k+p_k\sum_{j=1}^{J}q_j\left(1-q_j\right)^\tau\right)$$

Изучим выражение (3.17). Вычислив первые разности: $\Delta E[x_{kt}] = \Psi_t\Gamma_t p_k$, заметим, что $\Delta E[x_{kt}]|_{t=0} = 0$ для любых значений p_k, так как $\Gamma_0 = 0$, а также $\Delta E[x_{kt}] > 0$ для любых $t > 0$. То есть $E[x_{kt}]$ растёт при $t > 1$, что интуитивно очевидно.

Вычислим и исследуем вторые разности:

$$\Delta^2 E\left(x_{kt}\right)=\Gamma_{t+1}p_k\left(\Psi_t-\Psi_t\Gamma_t p_k\right)-\Gamma_t p_k\Psi_t= \qquad (3.19)$$

$$=\Gamma_{t+1}p_k\left(1-\Gamma_t p_k\right)\Psi_t-\Gamma_t p_k\Psi_t=p_k\Psi_t\left(\Gamma_{t+1}\left(1-\Gamma_t p_k\right)-\Gamma_t\right)$$

некоторой вероятностью, определяемой некоторым "метапроцессом". В логистической модели эта вероятность равна уровню научения в самом процессе, в гиперболической - вероятности «ошибки» в некоторой степени с коэффициентом пропорциональности μ.

Прежде всего, справедливо $\Delta^2 E\ x_{kt}\ \big|_{t=0} = p_k \Gamma_1 > 0$. Однако, Γ_t монотонно растёт от 0, асимптотически приближаясь к 1 при $t \to \infty$. Тогда $\Delta^2 E\ x_{kt}\ \big|_{t\to\infty} = -p_k{}^2 \Psi_t < 0$ и $\Delta^2 E\ x_{kt}\ \big|_{t\to\infty} \to 0-$.

Так как кривая научения $E\ L_t = \sum_{k=1}^{K} p_k E\ x_{kt}$ является линейной комбинацией процессов $E[x_{kt}]$ со строго положительными коэффициентами, то для первых и вторых разностей кривой освоения справедливы утверждения, сформулированные для $E[x_{kt}]$. А именно:

- $E[L_t]|_{t=0} = 0$;
- $\Delta E[L_t]|_{t=0} = 0$ и $\Delta E[L_t] > 0$ для всех $t > 0$, то есть кривая освоения растёт по t от нуля, асимптотически приближаясь к единице;
- $\Delta^2 E[L_t]|_{t=0} > 0$, $\Delta^2 E[L_t]|_{t\to\infty} < 0$ и $\Delta^2 E[L_t]|_{t\to\infty} \to 0-$, то есть для t, меньших некоторого значения (*точки перегиба*), кривая освоения строго выпукла, а при бóльших t – строго вогнута.

Рассмотрим пример «*сложного освоения*». Пусть имеются равномерные распределения вероятностей возможных состояний внешней среды $P = \ p_k = 1/K; k = \overline{1, K}$, и $Q = \ q_j = 1/J;\ j = \overline{1, J}$. Тогда, обозначив $\eta = 1/J$, получим

$$G_t = E\left[\sum_{j=1}^{J} q_j \tilde{x}_{jt}\right] = 1 - \sum_{j=1}^{J} J^{-1}\ 1 - J^{-1}\ ^t = 1 - \ 1 - J^{-1}\ ^t = 1 - (1-\eta)^t$$

Соответствующая кривая освоения имеет вид:

$$E\ L_t\ = 1 - \prod_{\tau=0}^{t-1} 1 - \delta\ 1 - (1-\eta)^{\tau} \qquad (3.20)$$

Используя выражение (3.19) для вторых разностей, можно получить оценку точки перегиба $\hat{t}$ кривой освоения (3.20) для «сложных» технологий (для которых $K \gg 1$, $J \gg 1$ и $K < J$): $\hat{t} \approx \sqrt{KJ + 0{,}25K^2} - 0{,}5K$.

Запишем (3.20) в виде $E\ L_t\ = 1 - \exp[\sum_{\tau=0}^{k-1} \ln\ 1 - \delta \exp(-\varphi\tau)\ ]$, где $\varphi = \ln(1 + 1/(J-1))$, тогда

$$E\ L_t\ = E\ L_{t-1}\ + \delta\ 1 - (1-\eta)^{t-1} \prod_{\tau=0}^{k-2} 1 - \delta\ 1 - (1-\eta)^{\tau} \ =$$

$$= E[L_{t-1}] + (1 - E[L_{t-1}])\delta(1 - (1 - \eta)^{t-1}) = \beta_t + (1 - \beta_t)\, E[L_{t-1}],$$

где $\beta_t = \delta(1 - (1 - \eta)^{t-1}) = \delta(1 - \exp(-\varphi(t - 1)))$.

Т.е. кривая освоения (3.20) является «обобщением» кривой освоения (3.2), в которой коэффициенты $\{\beta_t\}$ соответствующего разностного уравнения зависят от номера периода (времени).

Рассмотрим несколько частных случаев «сложного освоения», а именно процессы, в которых вероятность успешной разработки технологии для каждого из впервые встретившихся состояний внешней среды не равна тождественно единице и зависит не от состояния аналогичного «внешнего» процесса (см. выражение (3.18)), а от уже достигнутого уровня освоения в самом процессе. Причём зависимость эта может быть как возрастающей (см. ниже модель логистической кривой научения), так и убывающей (см. ниже модель гиперболической кривой научения). Соответствующий класс процессов научения назовём условно *автонаучением*.

Логистическая кривая научения. Рассмотрим важный частный случай «сложного освоения»: в достаточно большом числе практических ситуаций интенсивность процесса проверок состояний внешней среды пропорциональна уровню освоения $\Gamma_t = \mu\, E[L_t]$. Действительно, практически всегда при испытаниях новой, например, авиакосмической или транспортной техники, или вводе в эксплуатацию новых производственных комплексов, на первых этапах изделие или комплекс испытывается при ограниченном наборе режимов эксплуатации (стендовые и наземные испытания, работа на холостом ходу и т.д.). По мере накопления опыта диапазон режимов расширяется до полного множества всех возможных режимов и условий внешней среды при переходе к штатному использованию, что соответствует формальному предположению о пропорциональности «скорости освоения» достигнутому уровню.

Такая ситуация соответствует частному случаю модели автонаучения - когда процесс разработки технологии $\tilde{L}_t$ «совпадает» с процессом её освоения L_t.

Перепишем разностное уравнение (3.17), в несколько изменённой форме и проанализируем его:

$$\Delta E[x_{kt+1}] = \Gamma_t p_k (1 - E[x_{kt}]) \qquad (3.21)$$

Если все состояния внешней среды равновероятны ($p_k = \delta = 1 / K$), то из (3.21) следует разностное уравнение для уровня освоения $\delta\ \Delta E\ x_{kt+1} = \Gamma_t \delta^2\ 1 - E\ x_{kt} = \Gamma_t \delta^2 - \Gamma_t \delta\ \delta E\ x_{kt}$.

Суммируя данные выражения по k, получим

$$\Delta E\ L_{t+1} = \Gamma_t K\, \delta^2 - \Gamma_t\, \delta\, E\ L_t = \Gamma_t\, \delta\ 1 - E\ L_t \qquad (3.22)$$

В случае $\Gamma_t = \mu\, E[L_t]$ разностное уравнение для уровня освоения примет форму (аналогичный результат для модели с непрерывным временем был получен в [217]):

$$\Delta E\ L_{t+1} = \mu\,\delta\, E\ L_t\ \ 1 - E\ L_t \qquad (3.23)$$

Уравнение (3.23) является разностным аналогом дифференциального уравнения $dx/dt = \beta\, x\,(1 - x)$, где $\beta = \mu\delta$, решением которого является классическая для теории научения (см. обзор в [83]) *логистическая кривая* в дискретной форме, которая имеет вид:

$$E\ L_t = \frac{1}{1 + (\frac{1}{\lambda} - 1)\exp(-\beta t)} \qquad (3.24)$$

Она монотонно возрастает от $\lambda > 0$ (при $t = 0$) до 1 (при $t \to +\infty$).

Так как решениями аналогичных разностных и дифференциальных уравнений, как правило, являются разные по виду функции, *логистическая кривая* в дискретной форме (3.24) не является решением (3.23) в общем случае. Поэтому исследуем функцию (3.24) и найдём условия, при которых, функция (3.24) корректно аппроксимирует решение уравнения (3.23).

Для упрощения локальных выкладок введём компактное обозначение функции (3.24) в виде $x_t = (1 + ba^t)^{-1}$.

Во-первых, покажем, что при неограниченном уменьшении дискрета времени (обозначим его Δt) разностное уравнение, описывающее (3.24) переходит в дифференциальное вида $dx/dt = \beta\, x\,(1 - x)$.

С учётом обозначений $x_{t+\Delta t} = (1 + ba^{t+\Delta t})^{-1}$, преобразуем это выражение. При $\Delta t \to 0$ (на самом деле при $ln(a)\Delta t << 1$) корректными будут следующие преобразования:

$$x_{t+\Delta t} = \frac{1}{1+ba^{t+\Delta t}} \approx \frac{1}{1+ba^t\ 1+ln\ a\ \Delta t} = \frac{1}{1+ba^t+ba^t\,ln\ a\ \Delta t} =$$

$$= \frac{1}{1+ba^t}\,\frac{1}{1+ba^t\ 1+ba^t\ ^{-1}\,ln\ a\ \Delta t} \approx \frac{1}{1+ba^t}\ 1-ba^t\ 1+ba^t\ ^{-1}\,ln\ a\ \Delta t\ =$$

$$= \frac{1}{1+ba^t} - \frac{ba^t}{1+ba^t\ ^2}\,ln\ a\ \Delta t = x_t + x_t\ 1-x_t\ \ ln\ a\ \Delta t.$$

То есть $x_{t+\Delta t} = x_t + x_t(1 - x_t)ln(a)\Delta t$ при условии $ln(a)\Delta t << 1$.

Откуда непосредственно следует $\frac{x_{t+\Delta t} - x_t}{\Delta t} = ln\ a\ x_t\ 1 - x_t$, что доказывает требуемое утверждение.

Очевидно, при $ln(a)<<1$ и $\Delta t = 1$ все преобразования остаются корректными, поэтому разностное уравнение, описывающее логистическую кривую в дискретной форме (3.24), аппроксимируется выражением вида (3.23).

В силу введённых промежуточных обозначений $ln(a) = \beta = \mu\,\delta = \mu / K$, тогда условию $ln(a)<<1$ соответствует $\mu / K<<1$. Таким образом, при «большой» размерности K множества состояний внешней среды логистическая кривая (3.24) аппроксимируется разностным уравнением (3.23).

Логистическая кривая научения (3.24) является хрестоматийной для теории научения [83]. В то же время, для рассматриваемой модели сложного освоения она является частным случаем, соответствующим равномерному распределению вероятностей состояний внешней среды и пропорциональной достигнутому уровню освоения интенсивности процесса проверок состояний среды при «большой» размерности множества состояний внешней среды.

В случае, когда кривая научения является логистической – см. (3.24), средняя длина серии имеет вид $N_{t+1} = \lambda(1 - \lambda)^{-1}\exp(\beta t)$. и порождается весьма компактным разностным уравнением $N_{t+1} = \exp(\beta)N_t$.

Гиперболическая кривая научения. В другом частном случае автонаучения интенсивность процесса проверок состояний внешней среды может уменьшаться по мере роста уровня освоения: $\Gamma_t = \mu\,(1 - E[L_t])^a$, где $a > 0$. На практике это может иметь место, например, при ограниченных когнитивных (в т.ч. ограниченность кратковременной памяти) и/или «вычислительных» возможностях обучающегося субъекта.

Аналогично рассмотренному выше случаю логистической кривой научения для равновероятных состояний внешней среды получим разностное уравнение для уровня освоения. Выражение (3.22) справедливо и в данном случае; подставив в него $\Gamma_t = \mu\,(1 - E[L_t])^a$, получим:

$$\Delta E\ L_{t+1} = \Gamma_t\,\delta\ 1 - E\ L_t = \mu\,\delta\ 1 - E\ L_t^{\ 1+a} \qquad (3.25)$$

Уравнение (3.25) является разностным аналогом дифференциального уравнения $dx/dt = \beta\,(1 - x)^{1+a}$, где $\beta = \mu\delta$, решением которого является классическая для теории научения (см. обзор в [83] и пионерские работы [263, 264]) *гиперболическая кривая научения* как функция непрерывного времени. Гиперболическая кривая в дискретной форме имеет вид

$$E\ L_t = 1 - \frac{1}{1 + a\beta\, t^{\ 1/a}} \qquad (3.26)$$

Она монотонно возрастает от нуля (при $t = 0$) до 1 (при $t \to +\infty$).

Как и в примере с логистической кривой, введя компактные обозначения $x_t = 1 - \frac{1}{1 + a\beta\, t^{\ 1/a}}$, легко выполнить аналогичные выкладки при $\beta << 1$ и $a\beta << 1$ и получить $x_{t+1} = x_t + (1 - x_t)^{a+1}$.

Условие $\beta << 1$ равносильно $\mu\ \delta = \mu / K << 1$, поэтому гиперболическая кривая является решением разностного уравнения (3.25) при «большой» размерности K множества состояний внешней среды.

Средняя длина серии в этом случае равна $N_t = (1 + a\beta t)^{1/a} - 1$.

Разностное уравнение для средней длины серии: $N_{t+1} = [(N_t + 1)^a + a\beta]^{1/a}$.

В частности, при $a = 1$ уравнение имеет вид $N_{t+1} = N_t + \beta$.

Таким образом, гиперболическая кривая научения (3.26) (её разностный аналог: $E[L_t] = E[L_{t-1}] + \beta\ (1 - E[L_{t-1}]^{1+a})$ для рассматриваемой модели является частным случаем «сложного освоения», соответствующим равномерному распределению вероятностей состояний природы и убыванию интенсивности процесса проверок состояний внешней среды с ростом достигнутого уровня освоения.

Автонаучение в непрерывном времени. Рассмотрим модель автонаучения в непрерывном времени - дифференциальное уравнение для уровня научения $z(t) \in [0; 1]$, $t \geq 0$:

$$\dot{z}(t) = \gamma(1 - z)\,\tilde{p}(z) \qquad (3.27)$$

с начальным условием $z(0) = \lambda \in [0; 1)$, где $\gamma > 0$, $\tilde{p}(\cdot)$: $[0; 1] \to (0; A]$ – непрерывная функция, где $0 < A < +\infty$ (если $\tilde{p}$ интерпретируется как вероятность, то $A = 1$).

Из введённых предположений следует, что:

а) решение уравнения (3.27) существует и единственно;

б) зависимость $z(t)$ является строго монотонно возрастающей, $\forall t \geq 0\ \ \dot{z}(t) \leq \gamma$;

в) если $z(0) = 0$, то $\forall\ t \geq 0\ z(t) \leq 1 - \exp(-\gamma A t)$;

г) зависимость $z(t)$ является замедленно-асимптотической, т.е. $\lim\limits_{t \to +\infty} z(t) = 1,\ \lim\limits_{t \to +\infty} \dot{z}(t) = 0$.

Варьируя $\tilde{p}(z)$, можно получать различные кривые автонаучения. Частными случаями являются многие рассмотренные выше классы кривых научения, а именно:

1) *Экспоненциальная кривая* («вырожденный случай» - автонаучение отсутствует):

$\tilde{p}(z) \equiv 1$, (имеет место обычное научение): $\lambda = 0;\ \dot{z}(t) = \gamma(1-z)$; $z(t) = 1 - \exp(-\gamma t)$.

2) *Логистическая кривая*:

$\tilde{p}(z) = z,\ \lambda > 0;\ \dot{z}(t) = \gamma z(1-z)$; $z(t) = (1 + (\lambda^{-1} - 1)\exp(-\gamma t))^{-1}$.

2) *Гиперболическая кривая*:

$\tilde{p}(z) \equiv (1-z)^a,\ a > 0,\ \lambda = 0;\ \dot{z}(t) = \gamma(1-z)^{1+a}$; $z(t) = 1 - (1 + a\gamma t)^{-1/a}$.

Модель автонаучения (3.27) допускает ряд расширений – переход к моделям научения в процессе работы и к моделям группового научения.

Рассмотрим модель *научения в процессе работы* (Learning-by-Doing), в рамках которой обучаемый субъект может выбирать интенсивность $w(t) \geq 0$ своей деятельности (объем работы, выполняемый в единицу времени, число состояний природы, анализируемых в единицу времени, и т.д.). Объем выполненных работ $W(t) = \int_0^t w(\tau)d\tau$ можно условно считать тем «опытом», который накопил субъект, его «эффективным внутренним временем» [87].

Подставляя в (3.27) вместо $\tilde{p}(z)$ интенсивность $w(t)$, получим дифференциальное уравнение

$$\dot{z}(t) = \gamma(1-z)w(t) \qquad (3.28)$$

решением которого является «экспоненциальная» кривая научения

$$z_w(t) = 1 - \exp(-W(t)) \qquad (3.29)$$

Если считать, следуя [87], что (3.29) – вероятность достижения результата в момент времени t (доля успешных действий субъекта), то кумулятивный ожидаемый результат будет определяться следующим выражением

$$W_+(t) = \int_0^t z_w(\omega)w(\omega)d\omega = \int_0^t 1 - \exp(-\int_0^\omega w(\tau)d\tau)w(\omega)d\omega \qquad (3.30)$$

Если задан интервал времени $T \geq 0$ и максимальный объем работ W_0, которые может выполнить субъект, то из (3.28 - 3.30) получаем, что задача максимизации ожидаемого результата примет вид задачи динамического программирования

$$W_+(T) \to \max_{w(\cdot),\, W(T)\le W_0}.$$

Аналогичные задачи (в т.ч. с учетом затрат субъекта и т.п.), трактуемые как задачи об оптимальной стратегии научения субъекта, рассматриваются в [23, 87].

В заключение настоящего раздела опишем в терминах автонаучения процесс *группового научения* [87].

До сих пор при рассмотрении научения субъекта считалось, что субъект учится только «на собственном опыте». Тем не менее, в коллективах имеет место обмен опытом, и субъекты, наблюдая за деятельностью других (их успехами и трудностями), могут также приобретать опыт (см. модели в [87]). Для того чтобы отразить этот эффект, можно считать, что накопленный субъектом «опыт» $\tilde{p}$ зависит от уровней научения других субъектов.

Пусть имеется n субъектов. Обозначая через i номер субъекта, через z_i – уровень его научения, через $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ – вектор уровней научения, запишем для каждого из субъектов аналог уравнения (3.27):

$$\dot{z}_i(t) = \gamma_i(1 - z_i)\,\tilde{p}_i(\mathbf{z}),\ i = \overline{1,n} \qquad (3.31)$$

Влияние субъектов друг на друга в модели (3.31) может быть различным:

- если $\dfrac{\partial \tilde{p}_i(\mathbf{z})}{\partial z_j} > 0$, то i-ый субъект перенимает опыт j-го субъекта;
- если $\dfrac{\partial \tilde{p}_i(\mathbf{z})}{\partial z_j} < 0$, то опыт j-го субъекта «мешает» i-му субъекту;
- если $\dfrac{\partial \tilde{p}_i(\mathbf{z})}{\partial z_j} \equiv 0$, то приобретение опыта j-ым субъектом не влияет на i-го субъекта.

Для модели (3.31) задача о оптимальном совместном научении группы субъектов может ставиться и решаться аналогично тому, как это делается для дискретной модели в [87].

3.5. Модели оптимизации управления технологией

3.5.1. Модель типовых решений

Рассмотрим субъекта (*агента*), который принимает в процессе своей деятельности те или иные *решения* [18, 23]. Пусть *эффектив-*

ность решений $x \in [0; 1]$ агента описывается функцией $f(x, \theta)$, зависящей от реализовавшегося значения *состояния внешней среды* $\theta \in [0; 1]$, причём $\arg \max_{x \in [0;1]} f(x, \theta) = \theta$. Примером такой функции является $f(x, \theta) = 1 - (x - \theta)^2$.

Предположим, что агент различает K значений состояния внешней среды, реализующихся с вероятностями $\{p_k\}$, $k = \overline{1,K}$. Разобьём единичный отрезок[34] на K последовательных отрезков Δ_k с длинами $\{p_k\}$ и границами $[\sum_{i=0}^{k-1} p_i ; \sum_{i=0}^{k} p_i]$, считая $p_0 = 0$.

Будем рассматривать *процесс освоения* следующего вида: в каждый дискретный момент времени t реализуется некоторое состояние внешней среды $\theta \in \Delta_k$; если состояние внешней среды реализуется повторно, то агент принимает оптимальное при этом состоянии внешней среды решение $x^*(\theta)$ ($x^*(\theta) = \arg \max_{x \in \Delta_j} f(x, \theta)$); если некоторое (например, j-е) состояние внешней среды реализуется в первый раз, то агент принимает произвольное решение из соответствующего отрезка (Δ_j). Данный принцип принятия решений, с одной стороны, условно соответствует модели Р. Ауманна, который в [134] разделял принятие решений, оптимальных в текущей ситуации (act-rationality), и принятие решений в соответствии с заранее определёнными правилами (rule-rationality). С другой стороны, рассматриваемая модель отражает идеологию *типовых решений* [39], распространённую в т.ч. в ситуационном и адаптивном управлении [98, 101].

Предположим, что функция $f(\cdot, \theta)$ равномерно l-липшицева ($l > 0$, иначе эффективность не зависит от решений) по первой переменной при любых состояниях внешней среды, тогда оценка максимальной ожидаемой ошибки (вычисляемой как разность между эффективностью принятого решения и эффективностью оптимального решения [39, 93]) принимаемых им решений в момент времени t будет иметь вид (см. также выражение для кривой освоения выше): $\sum_{k=1}^{K} p_k (1 - p_k)^t l$

.

[34] *Все полученные ниже в разделах 3.5.1 и 3.5.2 результаты могут быть перенесены с точностью до терминов на модель разбиений пространства элементарных событий в произвольном вероятностном пространстве. Такая модель является значительно более «богатой» по сравнению с единичным отрезком.*

Зафиксировав произвольное целое $K \geq 1$ и минимальный *порог* ρ: $0 < \rho \leq 1 / K$ различения состояний внешней среды, сформулируем задачу поиска оптимального разбиения множества возможных состояний внешней среды (единичного отрезка) на K подмножеств:

$$Q(\{p_k\}, t) = \sum_{k=1}^{K} (p_k)^2 (1 - p_k)^t l \rightarrow \min_{\{p_k \geq \rho\}: \sum_{k=1}^{K} p_k = 1} \quad (3.32)$$

Отметим, что введение ненулевого порога ρ обусловлено необходимостью уйти от тривиального решения $p_1 = 1$, $p_j = 0$, $j = \overline{2,K}$.

В случае *равномерного распределения* ($p_k = 1 / K$) критерий задачи (3.32) примет вид

$$Q_0(K, t) = l/K(1 - 1/K)^t \quad (3.33)$$

Задача (3.32) может интерпретироваться как задача поиска оптимального набора типовых решений, минимизирующих ожидаемую ошибку принимаемых в заданный момент времени решений.

Утверждение 3.4. $\forall \rho \in (0;1/K]\ \exists\ t(\rho)$ такое, что $\forall\ \tau > t(\rho)$ равномерное разбиение является единственным решением задачи

$$Q(\{p_k\}, \tau) \rightarrow \min_{\{p_k \geq \rho\}: \sum_{k=1}^{K} p_k = 1} \quad (3.34)$$

Доказательство утверждения 3.4 приведено в приложении П.2.

Отметим, что решение задачи (3.34) не зависит от константы Липшица l.

Пример 3.1. График зависимости $Q(p, t)$ при $K = 2$ приведён на рисунке 3.1.

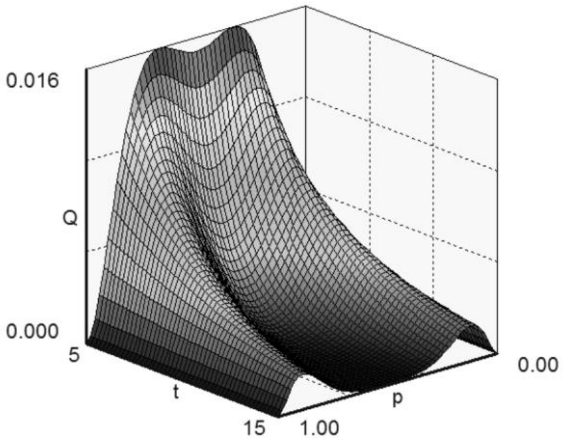

Рис. 3.1. График зависимости Q(p, t) в примере 3.1

Можно обобщить результат утверждения 3.4 на следующий случай. Пусть $C_k(x)$ – «потери» агента при первой реализации k-го состояния внешней среды (*затраты* на нахождение оптимального решения на отрезке длиной x). Задача поиска оптимального (в смысле минимума ожидаемых потерь в момент времени t) разбиения множества возможных состояний внешней среды (единичного отрезка) на K подмножеств имеет вид

$$Q_C(\{p_k\}, t) = \sum_{k=1}^{K} C_k(p_k) p_k (1 - p_k)^t \rightarrow \min_{\{p_k \geq \rho\}: \sum_{k=1}^{K} p_k = 1} \qquad (3.35)$$

Следствие 3.1. Если функции $C_k(\cdot)$ принимают строго положительные значения и имеют ограниченные первую и вторую производные при $k = \overline{1,K}$, то $\forall \rho \in (0;1/K]\ \exists\ t(\rho)$ такое, что $\forall\ \tau > t(\rho)$ единственным решением задачи (3.35) является равномерное разбиение.

Доказательство следствия 3.1 приведено в приложении П.2.

Пусть теперь в случае повторной и последующих реализаций k-го состояния внешней среды агент получает «*выигрыш*» $H_k(p_k)$. Задача поиска оптимального (в смысле максимизации ожидаемой полезности («разности» между «выигрышем» и «затратами») в момент времени t) разбиения множества возможных состояний внешней среды (единичного отрезка) на K подмножеств имеет вид

$$Q_H(\{p_k\}, t) \rightarrow \max_{\{p_k \geq \rho\}: \sum_{k=1}^{K} p_k = 1} \qquad (3.36)$$

где $Q_H(\{p_k\}, t) = \sum_{k=1}^{K} p_k \{[1 - (1 - p_k)^t] H_k(p_k) - C_k(p_k)(1 - p_k)^t\}$.

Теорема 3.1 (*об оптимальных типовых решениях*). Если функция $H_k(\cdot)$ такова, что функция $x\, H_k(x)$ строго вогнута при $x \in [0; 1]$, а функция $C_k(\cdot)$ удовлетворяет условиям следствия 3.1, $k = \overline{1,K}$, то $\forall\ \rho \in (0; 1/K]\ \exists\ t(\rho)$ такое, что $\forall\ \tau > t(\rho)$ единственным решением задачи (3.36) является равномерное разбиение.

Доказательство теоремы 3.1. В силу условий теоремы и следствия 3.1, каждое из слагаемых в критерии эффективности (3.36) является строго вогнутой функцией (как разность строго вогнутой и строго выпуклой функций). Следовательно, $Q_H(\{p_k\}, t)$ является вогнутой функцией $\{p_k\}$. Аналогично доказательству утверждения 3.4, можно

показать, что оптимальными являются одинаковые значения $\{p_k\}$. Теорема 3.1 доказана.

Утверждение 3.4 гласит, что для любого порога найдётся момент времени, начиная с которого равномерное распределение будет минимизировать ожидаемую ошибку принимаемых агентом решений. Возникает закономерный вопрос, верно ли «обратное» утверждение, что для некоторых достаточно больших моментов времени существует порог, при котором именно равномерное распределение оптимально. Следующее утверждение даёт положительный ответ на этот вопрос.

Утверждение 3.5. $\forall\, t \geq [2K - 3/2 + \sqrt{2(K^2 - K - 1)}\,]\ \exists\, \rho(t) \leq 1/K$ такое, что одним из решений задачи $Q(\{p_k\}, t) \to \min\limits_{\{p_k \geq \rho(t)\}: \sum\limits_{k=1}^{K} p_k = 1}$ является равномерное разбиение.

Доказательство утверждения 3.5 тривиально, т.к. легко убедиться, что в рамках его условий при $\rho(t) = 1/K$ выполнено «условие выпуклости»:

$$2\,(1 - K)^2 - 4\,t\,(1 - 1/K) / K + t\,(t - 1) / K^2 \geq 0.$$

До сих пор число K попарно различных состояний внешней среды было фиксировано. Исследуем, как от этого числа зависит ожидаемая ошибка, т.е. рассмотрим задачу поиска оптимального значения K. В силу утверждения 3.4 и теоремы 3.1 достаточно ограничиться классом равномерных распределений.

Пример 3.2. На рисунке 3.2 приведён график зависимости (3.33) при $t = 50$; $K_* = 51$.

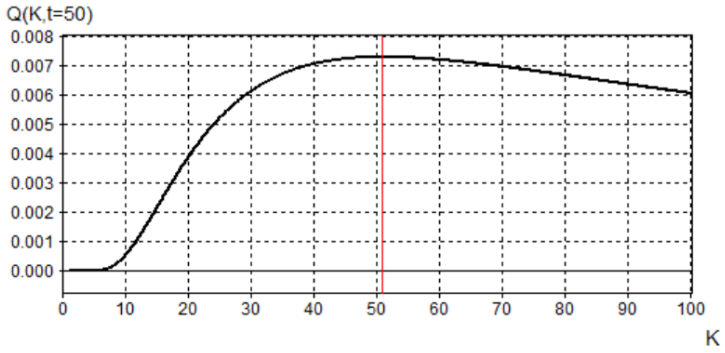

Рис. 3.2. График зависимости Q(K, t = 50) примера 3.2

Из анализа выражения (3.33) следует справедливость следующего утверждения.

Утверждение 3.6. Для любого $t \geq 0$ существует единственное наихудшее (максимизирующее ошибку) значение $K_*(t) = t + 1$.

Минимум ошибки (3.33) будет достигаться либо при малых, либо при достаточно больших значениях K, следовательно, помимо величины ошибки, необходимо учитывать дополнительные критерии, например, ограниченность когнитивных возможностей агента, зависимость уровня освоения от числа состояний внешней среды и др.

Действительно, до сих пор мы в качестве критерия эффективности использовали ожидаемую ошибку (см. критерий оптимизации в задаче (3.32)).

Рассмотрим теперь в качестве критерия уровень освоения – вероятность того, что реализуется уже известное агенту состояние внешней среды.

Для задачи максимизации ожидаемого уровня освоения

$$L(\{p_k\},\ \tau) = 1 - \sum_{k=1}^{K} p_k (1 - p_k)^{\tau} \ \rightarrow \max_{\{p_k \geq \rho\}:\sum_{k=1}^{K} p_k = 1} \qquad (3.37)$$

можно доказать (записав условия выпуклости слагаемых) следующий аналог утверждения 3.4.

Утверждение 3.7. $\forall \rho \in (0;1/K]\ \ \exists\, t(\rho) = 2/\rho - 1$ такое, что $\forall\, \tau > t(\rho)$ единственным решением задачи (3.37) является равномерное разбиение.

В случае равномерного распределения зависимость ожидаемого уровня освоения от K имеет вид[35]:

$$L(K, t) = 1 - (1 - 1/K)^t \qquad (3.38)$$

Из выражения (3.38) следует, что для любого фиксированного момента времени значение уровня освоения убывает с ростом числа K (см. также рисунок 3.3), а зависимость ошибки от этого параметра имеет, в силу утверждения 3.6, точку максимума. Возникает вопрос, а почему нельзя выбрать $K = 1$, то есть считать, что возможно всего одно состояние внешней среды. Такое предположение, однако, приведёт вообще к отсутствию зависимости поведения изучаемой системы от состояний внешней среды. Поэтому разумным представляется введение предположения, что априори известно число K_0 принципиально различных состояний внешней среды (требующих качественно от-

[35] *Здесь и далее в разделе 3.5 для обозначения кривой освоения и уровня освоения вместо обозначения $E[L(\cdot)]$, использованного в разделах 3.3 и 3.4 ранее, опускаем символ математического ожидания и используем $L(\cdot)$ для упрощения записи.*

личных реакций от агента). Это число, с одной стороны может определяться исходя из объективных закономерностей или ретроспективных данных (в случае наличия измеримой неопределённости относительно состояний внешней среды), или определяться эвристич-эвристично/экспертно (в случае наличия истинной неопределённости относительно состояний внешней среды). С другой стороны, это число в явном виде накладывает ограничение снизу на возможное значение числа различных состояний внешней среды: $K \geq K_0$, и должно быть согласовано с величиной «порога» $\rho \leq 1/K_0$.

Пример 3.3. График зависимости (3.38) приведён на рисунке 3.3.

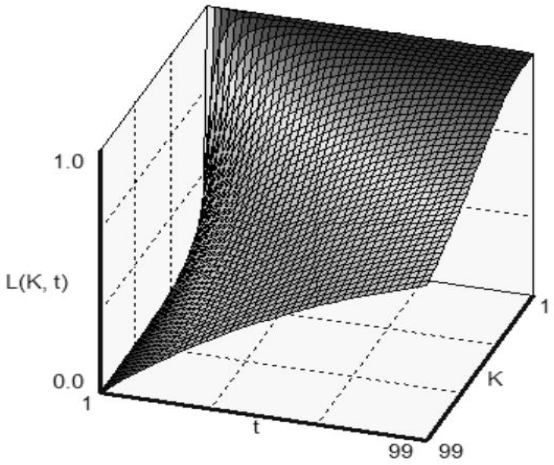

Рис. 3.3. График зависимости $L(K, t)$ в примере 3.3

Проанализируем теперь, какие факторы могут сдерживать неограниченное увеличение параметра K. «Естественные» ограничения на K:

- из $p_k \geq \rho$ следует, что $K \leq 1 / \rho$;
- из утверждения 3.7 следует, что $t(\rho) \geq 2K - 1$;
- если δ - «порог» различения агентом значений целевой функции, то $K \leq l / \delta$.

Таким образом, рациональным является разбиение множества возможных состояний внешней среды на такое число равновероятных «ситуаций» (для которых в рамках разработки технологий агентом ищутся оптимальные или типовые решения), которое превышало бы ограничение K_0 снизу, обладало бы разумным компромиссом между

ожидаемой ошибкой и уровнем освоения (в заданный момент времени) и удовлетворяло бы вышеперечисленным ограничениям сверху.

Рассмотрим пример постановки оптимизационной («управленческой») задачи. Пусть требуется при заданных K_0, l и ρ достичь к моменту времени τ требуемого значения уровня освоения $L_{\text{треб}}$, обеспечив при этом значение ожидаемой ошибки не более ε. Данная система требований в рамках утверждения 3.4 совместна, если существует целое положительное K, удовлетворяющее следующей системе неравенств (см. также выражения (3.33) и (3.38)):

$$\begin{cases} K_0 \le K \le 1/\rho, \\ 1-(1-1/K)^{\tau} \ge L_{\text{треб}}, \\ l/K\,(1-1/K)^{\tau} \le \varepsilon. \end{cases} \qquad (3.39)$$

Из результата утверждения 3.6 следует, что при $K_0 \le K_*(\tau)$ достаточно проверить, удовлетворяет ли системе (3.39) значение $K = K_0$ (выбирать бóльшие значения K, не имеет смысла, т.к. это одновременно и снизит уровень освоения, и увеличит величину ожидаемой ошибки); а при $K_0 > K_*(\tau)$ необходимо искать допустимые значения параметра K.

3.5.2. Энтропия процесса освоения технологии

Будем описывать процесс освоения «агрегировано» - считать, что в каждый момент времени могут иметь место два события – реализуется известное или неизвестное агенту состояние внешней среды (первое – с вероятностью $L(\{p_k\}, t)$, определяемой выражением (3.37)). При рассмотрении двух возможных событий *энтропия* будет равна

$$S(t, \{p_k\}) = - L(\{p_k\}, t) \ln (L(\{p_k\}, t)) - \\ - (1 - L(\{p_k\}, t)) \ln (1 - L(\{p_k\}, t)) \qquad (3.40)$$

Исследуем зависимость энтропии (3.40) от $\{p_k\}$, K и t, т.е. рассмотрим задачу минимизации энтропии в момент времени t.

Теорема 3.2 (об энтропии). $\forall \rho \in (0;1/K]$ $\exists\, t(\rho) = 2/\rho - 1$ такое, что $\forall\, \tau > t(\rho)$ единственным решением задачи минимизации энтропии $S(t, \{p_k\})$ является равномерное разбиение.

$$S(t, \{p_k\}) \to \min_{\{p_k \ge \rho\}:\sum_{k=1}^{K} p_k = 1} \qquad (3.41)$$

Справедливость теоремы 3.2 следует из того, что энтропия (3.40) минимальна, когда максимальна одна из вероятностей $L(\{p_k\}, t)$ или

(1 - $L(\{p_k\}, t)$). А, в силу утверждения 3.7, именно равномерное распределение максимизирует величину (3.37).

Результат теоремы 3.2 содержательно нетривиален – именно максимальное разнообразие начальных состояний (равномерное распределение вероятностей возможных состояний внешней среды) не только минимизирует ошибку и максимизирует уровень научения (утверждения 3.4 и 3.7 соответственно), но и минимизирует энтропию состояний «обученности» агента.

Утверждение 3.8. Максимальное значение энтропии (3.40) не зависит от распределения вероятностей $\{p_k\}$ и равно ln(2).

Справедливость утверждения 3.8 следует из того, что максимум по времени выражения (3.40) достигается при $L(\{p_k\}, t) = 1 - L(\{p_k\}, t)$, то есть когда равновероятны события реализации известного и нового для агента состояний внешней среды.

Для равномерного распределения зависимость энтропии $S(t, K)$ от времени и K такова:

$$S(t, K) = -\frac{K^t - (K-1)^t}{K^t} ln\left(\frac{K^t - (K-1)^t}{K^t}\right) - \frac{(K-1)^t}{K^t} ln\left(\frac{(K-1)^t}{K^t}\right)$$

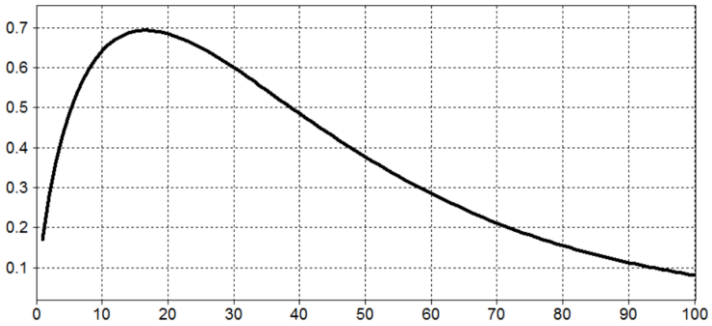

Рис. 3.4. График зависимости $S(t, K)$ для равномерного распределения при $K = 25$ ($t_S(K) \approx 17$)

Максимум энтропии $S(t, K)$ достигается в момент времени $t_S(K) = -\ln(2)/\ln(1-1/K)$. Отметим, что из выражения для $t_S(K)$ следует $t_S(K) \le t(\rho)$, т.е. равномерное распределение оптимально при временах значительно превышающих характерное время, при котором достигается максимум энтропии.

В рассматриваемой модели выполняется общий *принцип необходимости разрушения детерминизма* [3, 116] – имеется точка максимума энтропии (в начальный момент времени энтропия равна нулю – система полностью детерминирована, и любое состояние внешней среды, реализующееся в первый момент времени, будет новым для агента; асимптотически энтропия также стремится к нулю).

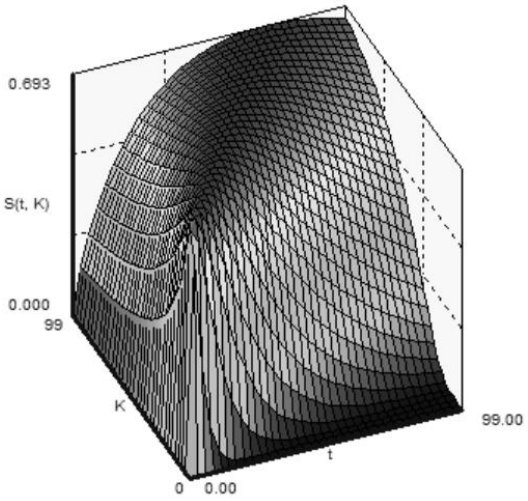

Рис. 3.5. График зависимости S(t, K)

Рассмотрим теперь энтропию $s(t, \{p_k\})$ процесса научения в «детальном представлении» - как системы, которая может находиться в одном из 2^K состояний (состояние этой системы в момент времени t описывается K-мерным бинарным вектором x_t, см. в раздел 3.1).

Утверждение 3.9. $\forall \rho \in (0;1/K]$ $\exists\, t(\rho)$ такое, что $\forall\, \tau > t(\rho)$ единственным решением задачи (3.42) является равномерное разбиение.

$$s(t, \{p_k\}) = -\sum_{k=1}^{K} (1-(1-p_k)^t)\, ln\ 1-(1-p_k)^t \ \rightarrow \min_{\{p_k \geq \rho\}: \sum_{k=1}^{K} p_k = 1} \qquad (3.42)$$

Доказательство утверждения 3.9 следует технике доказательств утверждения 3.4 и теоремы 3.1 (в данном случае необходимо показать строгую выпуклость по p функции $(1-(1-p)^t)\ln(1/(1-(1-p)^t))$ при «достаточно больших» t) и опускается.

3.5.3. Модель технологии в сетевых ОТС

Рассмотрим модель сетевой ОТС, введённую в разделе 2.2.3.

Наиболее простыми примерами логических технологических функций являются *конъюнкция* (когда для получения агентом результата необходимо достижение результатов всеми его непосредственными предшественниками): $Q_i^{\min}(z_{N\,i}) = \min\limits_{j \in N\,i} \{z_j\}$, и *дизъюнкция* (когда для получения агентом результата необходимо достижение результата хотя бы одним из его непосредственных предшественников): $Q_i^{\max}(z_{N\,i}) = \max\limits_{j \in N\,i} \{z_j\}$.

Как отмечалось в [19], если субъекту, осуществляющему управление ДСОТС (будем называть его *центром*), известны граф G, технологические функции $\{Q_i(\cdot)\}$ и затраты $\{c_i\}$ всех агентов, то он может реализовать следующий алгоритм - для каждой вершины i графа G:

1. найти функцию $Q_i(y_{W(i)})$, определяющую зависимость результата z_i деятельности i-го агента от вектора $y_{W(i)}$ действий всех предшественников i-го агента (данную функцию можно условно считать агрегированной технологией i-го агента; для n-го агента это будет агрегированная технология ДСОТС в целом);
2. найти множество

$$A_i = \{(y_{W(i)}) \in \{0; 1\}^{|W(i)|} \mid Q^i(y_{W(i)}) = 1\} \qquad (3.43)$$

векторов действий агентов, обеспечивающих достижение результата i-го агента;

3. найти множество

$$A_i^* = \mathrm{Arg} \min_{(y_{W\,i}) \in A_i} \sum_{j \in W\,i} c_j \qquad (3.44)$$

векторов действий агентов, обеспечивающих достижение результата i-го агента с минимальными суммарными затратами агентов

$$C_i = c_i + \min_{(y_{W\,i}) \in A_i} \sum_{j \in W\,i} c_j \qquad (3.45)$$

В случае конъюнктивных технологических функций множества (3.43) и (3.44) имеют вид $A_n^* = A_n = N$. В случае дизъюнктивных технологических функций A_n^* представляет собой множество вершин графа G, лежащих на кратчайшем (по сумме затрат) пути от любого из входов сети до её выхода, а величина C_n равна «длине» этого пути. В общем случае можно использовать результаты теории графов и календарно-сетевого планирования и управления [7, 29, 35, 45, 63].

В [19] показано, что учёт центром интересов агентов и побуждение последних к выбору требуемых действий производится достаточно просто (в рамках результатов анализа сетевых организационных структур [86] и теорем о декомпозиции игры агентов [19, 233]), поэтому имеет смысл рассматривать только задачу «планирования», решаемую центром и заключающуюся в нахождении множеств (3.44).

Кроме того, в [19] приведены достаточные условия *агрегируемости* ДСОТС, т.е. возможности эквивалентного представления сетевой структуры единственным элементом с конструктивно определяемыми свойствами (зависящими от свойств элементов исходной сети).

Модель ДСОТС предполагает полное знание центром сети G, а также всех технологических функций. Однако, результат разработки технологии, как правило, заключается в построении последовательности действий в условиях априорной неопределённости относительно как внешних условий осуществления деятельности, так и знаний относительно возможных способов достижения *цели* (значения результата деятельности соответствующего агента), т. е. неопределённости относительно причинно-следственных и/или логических связей между различными потенциальными элементами технологий.

Процесс разработки технологии заключается в устранении этой неопределённости (с учётом соответствующих затрат) за счёт целенаправленных действий центра, изменяющих его представления о структуре ДСОТС и синтезе в результате *оптимальной технологии* – ДСОТС, позволяющей достичь цели с минимальными затратами на разработку технологии и её реализацию (управление стоимостью на протяжении ЖЦ).

Рассмотрим *задачу оптимального научения в рамках технологической сети*. Управление (при заданном «технологическом графе») может заключаться в том, что от количества ресурсов, выделенных центром агенту, зависит число состояний внешней среды, анализируемых им в единицу физического времени. Предположим, что время анализа любого состояния внешней среды одинаково.

В общем виде задача выглядит следующим образом:

1) Построить технологический граф;

2) Решить для каждой его вершины задачу разбиения множества возможных состояний внешней среды на конечное число непересекающихся подмножеств, оценить вероятности реализации каждого подмножества (см. раздел 3.5.1, в силу результатов которого следует использовать равномерное разбиение).

3) Фиксировать зависимость характеристик научения агентов-вершин от ресурсов.

4) Найти зависимость характеристик всего технологического графа от ресурсов (см. в т.ч. выражения (3.43 - 3.45)).

5) Решить задачу управления (распределения ресурсов между вершинами).

Рассмотрим ряд моделей, реализующих последний пункт. Обозначим через $u \le 1$ «ресурс» - долю состояний внешней среды, «проверяемых» в единицу времени.

Согласно (3.2) зависимость уровня научения от времени для случая равномерного распределения вероятностей состояний внешней среды имеет вид $L(t) = 1 - \exp(- u\, t)$, а для матожидания времени τ достижения заданного уровня научения $L_{\text{треб}} \in [0; 1)$ при $K >> 1$ справедлива аппроксимация (3.8), полученная в разделе 3.3.3: $\tau(u) = - \ln(1 - L_{\text{треб}})/u$.

По аналогии с теоремой 5.1 в [7], с учётом выпуклости (3.8) по u, можно показать, что справедливо следующее утверждение, что для любой зависимости ресурсов от времени существует постоянное их значение, приводящее к не меньшему времени достижения требуемого уровня освоения.

Пусть разработка/освоение технологий требует от агента затрат $c(u\, K)$, которые будем считать строго монотонно возрастающей выпуклой функцией числа состояний внешней среды, «проверяемых» в единицу времени (последняя величина может содержательно интерпретироваться как производительность затрачиваемых вычислительных ресурсов).

Рассмотрим два частных случая – последовательной и параллельной разработки технологий (см. также раздел 3.4.1).

Последовательная разработка технологий. Пусть n технологий, индексируемых символом $i \in \overline{1,n}$, разрабатываются последовательно (в порядке их нумерации), а требуемый уровень освоения $L_{\text{треб}}$ одинаков для всех них. Тогда время, необходимое для разработки всего комплекса технологий, равно сумме времён разработки отдельных технологий:

$$T_{\max}(u_1, \ldots, u_n) = - \ln(1 - L_{\text{треб}}) \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{u_i} \qquad (3.46)$$

Минимально необходимые «затраты» при этом равны

$$c_{\min}(u_1, \ldots, u_n) = c(\max_{i \in 1,n} \{u_i\, K_i\}) \qquad (3.47)$$

Решение задачи минимизации времени (3.46) при заданном ограничении C сверху на затраты (3.47) имеет вид:

$$u_i = \frac{c^{-1}(C)}{\max\limits_{i\in 1,n}\{K_i\}} \tag{3.48}$$

То есть на разработку каждой из технологий выделяется одно и то же количество ресурса.

Из выражений (3.46) и (3.48) получаем, что комплекс последовательных технологий представим в агрегированном виде одной технологией со следующей зависимостью времени разработки от количества ресурса:

$$T(C) = -\ln(1 - L_{\text{треб}})\, n\, \frac{\max\limits_{i\in 1,n}\{K_i\}}{c^{-1}(C)} \tag{3.49}$$

Обратная задача – поиска минимальных ограничении $C_{\min}$ сверху на затраты, обеспечивающих разработку комплекса последовательных технологий за заданное время T, – имеет решение (3.50):

$$C_{\min} = c\left(-\frac{1}{T}\ln(1-L_{\text{треб}})\, n \max_{i\in 1,n}\{K_i\}\right) \tag{3.50}$$

Параллельная разработка технологий. Пусть n технологий разрабатываются параллельно. Тогда время, необходимое для разработки всего комплекса технологий, равно максимуму времён разработки отдельных технологий:

$$T_{\min}(u_1, \ldots, u_n) = \frac{-\ln(1-L_{\text{треб}})}{\min\limits_{i\in 1,n}\{u_i\}} \tag{3.51}$$

Минимально необходимые «затраты» при этом равны

$$c_{\max}(u_1, \ldots, u_n) = \sum_{i=1}^{n} c\ u_i K_i \tag{3.52}$$

Решение задачи минимизации времени (3.51) при заданном ограничении C сверху на затраты (3.52) имеет вид:

$$u_i = -\ T^*_{\min}\ln(1 - L_{\text{треб}}), \tag{3.53}$$

где $T^*_{\min}$ - решение уравнения

$$\sum_{i=1}^{n} c\ -\ln(1-L_{\text{треб}})\, T^*_{\min}\, K_i \ = C \tag{3.54}$$

Отметим, что в оптимальном решении (3.53) на разработку каждой технологии выделяется одно и то же количество ресурса, и разра-

ботка всех технологий заканчивается одновременно через время $T^*_{\min}$.Решение обратной задачи (поиска минимальных ограничений $C_{\min}$ сверху на затраты, обеспечивающих разработку комплекса параллельных технологий за заданное время T) даётся выражением (3.54), в которое следует подставить $T^*_{\min} = T$.

Из выражений (3.51) и (3.53) получаем, что комплекс параллельных технологий представим в агрегированном виде одной технологией. Аналитическое выражение для зависимости времени разработки от количества ресурса может быть легко получено в случае линейной функции затрат $c(\ )$:

$$T(C) = -\ln(1 - L_{\text{треб}})\ \frac{\sum_{i=1}^{n} K_i}{C} \qquad (3.55)$$

Таким образом, в случае последовательно-параллельного сетевого графика разработки технологий, последний может быть сначала декомпозирован на последовательные и параллельные элементы, допускающие аналитическое описание оптимального распределения ресурсов и имеющие эквивалентное агрегированное представление (см. выражения (3.49) и (3.55)). В результате, весь сетевой график может быть представлен в простом аналитическом агрегированном виде.

3.5.4 Задача оптимального перехода от разработки технологии к её продуктивному использованию при известных характеристиках внешней среды

Используя полученные в разделе 3.3 свойства процессов управления технологией, рассмотрим задачу [23] принятия решения о завершении проектирования (блок 3 на рисунке 1.19) и переходе к реализации продуктивной стадии ЖЦ КД (цикл е-с на рисунке 1.19).

Рассмотрим динамическую систему с вероятностной неопределённостью, в которой в каждом периоде внешняя среда принимает одно из K значений, независимо от других периодов с вероятностями $\{p_k\}$. Субъект в каждом периоде может реализовывать одну из двух стратегий: выполнять проектирование технологии КД ($u(t) = 0$) или реализовывать КД, используя технологию ($u(t) = 1$). Целевая функция субъекта $\varphi(t; u(t); \cdot)$ зависит от выбранной им стратегии и от состояния, которое приняла внешняя среда в данном периоде:

а). Если субъект принял решение выполнять проектирование технологии, он инвестирует в создание технологии своей КД, чтобы по-

лучить выгоды в будущем, от её использования в ходе реализации. В каждом периоде эффект от КД для субъекта детерминирован и отрицателен - он несёт затраты - c_d независимо от состояния, которое приняла внешняя среда.

б). Если субъект принял решение реализовывать КД и получать выгоды от использования технологии, то значение целевой функции зависит от состояния внешней среды.

Если внешняя среда приняла одно из известных состояний, для которого технология уже освоена, будем условно обозначать такой исход $\xi_t = 1$, субъект получает выгоду v.

Если внешняя среда приняла неизвестное состояние ($\xi_t = 0$), что потребовало модернизации технологии, то субъект несёт затраты c_p, не получая выгоды (очевидно, имеет смысл рассматривать только случай $c_p > c_d$, если это не так, фаза проектирования не имеет экономического смысла).

Объединим все три случая:

$\varphi(t; 1;\xi_t) = [v\xi_t - c_p(1 - \xi_t)]u(t) + c_d(1 - u(t))$.

Переходя к математическим ожиданиям (учитывая $E[\xi_t] = L_{t-1}$) запишем целевую функцию $\Phi(t_1; t_2)$ субъекта на промежутке времени от t_1 до t_2 : $\Phi(t_1, t_2) = \sum_{t=t_1}^{t_2} \left[(v\, L_{t-1} - c_p\, (1 - L_{t-1}))u\ \ t\ \ - c_d\, (1 - u\ \ t\ \ ) \right]$

Тогда задача принятия оптимального решения о завершении фазы проектирования и переходе к фазе реализации ЖЦ КД ставится в виде поиска $\{u(t)\}$, оптимизирующих $\Phi(t_1, t_2)$:

$$\Phi(t_1, t_2) = \sum_{t=t_1}^{t_2} \left[(v\, L_{t-1} - c_p\, (1 - L_{t-1}))u\ \ t\ \ - c_d\, (1 - u\ \ t\ \ ) \right] \to \max_{u\ t}$$

Пусть субъект может последовательно принимать решения на каждом периоде $t = \overline{1, T}$ независимо от решений на предыдущих периодах, то есть все $\{u(t)\}$ независимы друг от друга. Тогда в каждый момент времени t решение принимается так, чтобы оптимизировать $\Phi(t, T)$:

$$\max_{u\ \tau} \Phi\ \ t, T\ \ = \max_{u\ \tau} \left\{ \sum_{\tau=t}^{T} (v\, L_{\tau-1} - c_p\, (1 - L_{\tau-1}))\, u\ \ \tau\ \ - c_d\, (1 - u\ \ \tau\ \ ) \right\} \quad (3.56)$$

В силу независимости $\{u(t)\}$ в различные моменты времени максимум суммы эффектов равен сумме максимумов эффектов, тогда из выражения (3.56) следует, что:

$$\max_{u\ \tau} \Phi\ t,T\ = \max_{u\ \tau} \left\{ \sum_{\tau=t}^{T} (v\, L_{\tau-1} - c_p\,(1-L_{\tau-1}))\, u\ \tau\ - c_d\,(1-u\ \tau\ ) \right\} =$$

$$= \max_{u\ t} (v\, L_{t-1} - c_p\,(1-L_{t-1}))\, u\ t\ - c_d\,(1-u\ t\ ) + \max_{u\ \tau} \Phi\ t+1,T$$

Выполнив преобразования и обозначив

$$L_{\text{пор}} = \frac{c_p - c_d}{c_p + v} \tag{3.57}$$

Получим

$$\max_{u\ \tau} \Phi(t,T) = (v + c_p)\ \max_{u\ t}\ (L_{t-1} - L_{\text{пор}})\, u\ t\ \ - c_d + \max_{u\ \tau}\ \Phi(t+1,T)\,,$$

откуда следует следующее утверждение.

Утверждение 3.10. В задаче (3.56) оптимальной является стратегия вида:

$$u(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } L_{t-1} < L_{\text{пор}}\,, \\ 1, & \text{если } L_{t-1} \geq L_{\text{пор}}\,. \end{cases} \tag{3.58}$$

То есть оптимальной является стратегия (3.58) с однократным переключением $u(t)$ от 0 к 1 – от фазы проектирования к фазе реализации, причём условие перехода задаётся достигнутым уровнем разработанности технологии: пока этот уровень ниже порогового значения ($L_{t-1} < L_{\text{пор}}$), субъекту выгодно разрабатывать технологию (инвестировать в создание технологии), а, начиная с момента $t_{\text{дос}}$ достижения уровня разработанности $L_{\text{пор}}$, целесообразно использовать технологию для получения выгод от реализации деятельности, параллельно, повышая уровень разработанности. Сначала субъект только разрабатывает технологию, потом продолжает разработку - улучшение в процессе осуществления деятельности.

Основываясь на тождестве Вальда и используя полученные выше выражения (3.56) и (3.58), получим в явном виде выражение для априорной оценки максимального эффекта:

$$\Phi^*(1,T) = (v + c_p) \sum_{\tau=t_{\text{дос}}+1}^{T} L_{\tau-1} - c_d\ t_{\text{дос}} - c_p\ (T - t_{\text{дос}}) \tag{3.59}$$

где $t_{\text{дос}}$ - среднее время достижения уровня $L_{\text{пор}}$ (выражения для $t_{\text{дос}}$ приведены в разделе 3.3.3).

Подставив выражение для $L_{\tau\text{-}1}$ - матожидания уровня разработанности - в выражение (3.59), получим:

$$\Phi^*(1,T) = (v + c_p) \sum_{\tau=t_{\text{дос}}}^{T-1} \left(1 - \sum_{k=1}^{K} p_k (1-p_k)^{\tau} \right) - c_d\ t_{\text{дос}} - c_p\ (T - t_{\text{дос}})\,.$$

Откуда окончательно:

$$\Phi^*(1,T) = v\,T - (v+c_d)\,t_{\text{дос}} - (v+c_p) - (v+c_p)\sum_{k=1}^{K}\left[(1-p_k)^{t_{\text{дос}}} - (1-p_k)^{T}\right].$$

Отметим, что оптимальная стратегия не зависит от длительности интервала T, от неё зависит лишь значение эффекта $\Phi^*(\cdot)$.

Из (3.57) и свойств монотонности возрастания процесса L_t (см. утверждение 3.2 и его расширения на различные варианты комплексирования в разделе 3.4.1) следует, что при любых сколь угодно больших затратах c_d и c_p, таких, что $c_d < c_p$, и сколь угодно малой, но отличной от нуля, выгоде v, найдётся такой момент времени $T_{\text{окуп}}$, начиная с которого деятельность будет приносить положительный эффект, т.е. $T_{\text{окуп}}$ определит точку безубыточности ЖЦ КД. Этот момент времени может быть найден из уравнения

$$a_1\,t + \sum_{k=1}^{K}(1-p_k)^t = a_2\,t_{\text{дос}} + 1 + \sum_{k=1}^{K}(1-p_k)^{t_{\text{дос}}}$$

относительно t, где $0 < a_1 = v/(v + c_p) < a_2 = (v + c_d)/(v + c_p) < 1$. Свойство монотонности возрастания уровня разработанности технологии (утверждение 3.2 и его расширения на различные варианты комплексирования в разделе 3.4.1) позволяет показать, что последовательная стратегия с однократным переключением является оптимальной среди всех последовательных стратегий принятия решений d_t (не только стратегий с независимыми на каждом периоде решениями). Так как оптимальная последовательная стратегия принятия решений не хуже любой априорной стратегии, можно сформулировать следующее утверждение:

Утверждение 3.11. Последовательная стратегия (3.58) с однократным переключением является оптимальной среди всех возможных. Получаемый при этом эффект (3.59) является предельно достижимым, а срок окупаемости $T_{\text{окуп}}$ – минимально возможным.

Полученные результаты имеет смысл расширить на случай, когда решения о переходе от разработки технологии к её продуктивному использованию могут приниматься не после любого периода t, а только после группы из нескольких n периодов. Такие условия характерны, например, для управления технологией серийного производства, организованного по принципу выпуска партий изделий (так называемое «партионное производство»), когда решения принимаются только после /перед выпуском партии продукции известного объёма.

Предположим, что в течение фазы проектирования на каждом периоде времени субъект несёт затраты c_d и не получает выгод незави-

симо от состояний внешней среды. На фазе реализации если внешняя среда приняла одно из известных состояний (для которого технология уже разработана), субъект получает выгоду v, если не встречавшееся до этого (что потребовало модернизации технологии) – то несёт затраты c_p, не получая выгоды. После каждой группы периодов (группы периодов будем именовать *партии*, учитывая прикладной характер данной постановки) субъект а) анализирует встретившиеся впервые состояния внешней среды и повышает уровень разработанности технологии L_*; б) принимает решение о выборе фазы ЖЦ для следующей партии - проектирования или реализации. Получим выражение для эффекта на N периодах времени, разделённых на M партий, каждая размером n периодов ($0 < n$). К m-й партии ($1 \le m \le M$) будем относить периоды с номерами t такими, что $n(m\text{-}1)+1 \le t \le nm$.

Эффект, полученный в течение периодов с 1 по N, как разность выгод и затрат, будет равен: $\sum_{m=1}^{M}(d_m \sum_{\theta=n(m-1)+1}^{nm}(v\xi_\theta - c_p(1-\xi_\theta)) - (1-d_m)nc_d)$, где ξ_θ – случайные величины, характеризующие наступление не встречавшихся ранее состояний внешней среды: $\xi_\theta = 1$, если состояние известное и $\xi_\theta = 0$, если новое, d_m – решающее правило, принимающее значения 1, если для m-й партии выбрана фаза реализации, и 0 - если проектирование.

Проведём преобразования аналогично тому, как это сделано в данном разделе выше, переходя к матожиданиям, получим задачу оптимизации (см. (3.56)):

$$\Phi\ t,T\ = \sum_{m=1}^{M} n\ vL_{n\ m-1} - c_p\ 1 - L_{n\ m-1}\quad d_m - \ 1 - d_m\ nc_d\ \to \max_{d_m}$$

Обозначив (см. 3.57)) $L^*_{\text{пор}} = \dfrac{c_p - c_d}{c_p + v}$, получим

$$\max_{d_\mu} \Phi(t,T) = (v + c_p)\, n \max_{d_m}\ (L_{n\ m-1} - L^*_{\text{пор}})\, d_m\ - c_d n + \max_{d_\mu}\ \Phi(t+1,T)$$

Откуда последует оптимальная стратегия:

$$d_m(L_{n\ m-1}) = \begin{cases} 0, & \text{если } L_{n\ m-1} < L^*_{\text{пор}}, \\ 1, & \text{если } L_{n\ m-1} \ge L^*_{\text{пор}}. \end{cases}$$

То есть, и для «партионной» простановки оптимальной является последовательная стратегия с однократным переключением при достижении уровня освоения $L^*_{\text{пор}}$, который совпадает с уровнем базовой задачи (3.57).

3.5.5 Задача оптимального перехода от разработки технологии к её продуктивному использованию при неизвестных характеристиках внешней среды

Рассмотрим теперь задачу принятия решения о переходе от фазы проектирования к фазе реализации при неизвестных, но не изменяющихся характеристиках внешней среды (размерность K и вероятности $\{p_k\}$). В этом случае значение уровня разработанности технологии не может быть вычислено, поэтому непосредственно использовать стратегию (3.58), сформулированную в утверждениях 3.10 – 3.11 нельзя.

Выражение для матожидания эффекта может быть записано в иной форме:

$$\max_{u\ \tau} \Phi(t,T) = -c_d + (v + c_p) \max_{u\ t} \{(\Pr(\xi_t = 1) - L_{\text{пор}})u\ \ t\ \} +$$

$$+ \max_{u\ \tau} \Phi(t+1,T).$$

Отсюда следует, что последовательная стратегия, оптимизирующая матожидание эффекта $\Phi(t, T)$, непосредственно заключается в максимизации: $(\Pr(\xi_t = 1) - L_{\text{пор}})u(t) \to \max\limits_{u\ t}$, что, в свою очередь, обеспечивается стратегией $u(t) = 1$ при $\Pr(\xi_\tau = 1) > L_{\text{пор}}$ и $u(t) = 0$ в остальных случаях. То есть $u(t)$ должно формироваться как результат последовательной проверки превышения значением ненаблюдаемого процесса L_t порога $L_{\text{пор}}$ – фактически проверки сложной основной гипотезы $L_t < L_{\text{пор}}$ против сложной альтернативной гипотезы $L_t \geq L_{\text{пор}}$.

При неизвестных характеристиках внешней среды вся информация, на основании которой может приниматься решение, заключается в том, наблюдается ли новое или уже встречавшееся состояние внешней среды. Обозначим через θ_k моменты времени, в которые состояния внешней среды принимают не наблюдавшиеся до этого значения. Эти моменты образуют возрастающую последовательность $0 = \theta_1 < \theta_2 < \ldots < \theta_k < \ldots < \theta_K$, наблюдаемую субъектом. В каждый из моментов θ_k величина L_t увеличивается на неизвестное субъекту значение p_k и принимает значение $L_{\theta_k} = \sum\limits_{i=1}^{k} p_i$, после чего до следующего момента θ_{k+1} не изменяет значения. Рассмотрим длины серий $\psi_k = (\theta_{k+1} - \theta_k - 1)$ при $k = \overline{1, K-1}$. Значения ψ_k являются независимыми случайными величинами, распределение вероятностей каждой из которых подчиняется геометрическому закону с неизвестным субъек-

ту параметром, равным достигнутому значению $L_{\theta_k} = \sum_{i=1}^{k} p_i$ суммы вероятностей уже реализованных состояний внешней среды. То есть $\Pr(\psi_k = n) = (1 - L_{\theta_k}) L_{\theta_k}^{n-1}$, их математические ожидания и дисперсии определяются как $L_{\theta_k}/(1 - L_{\theta_k})$ и $L_{\theta_k}/(1 - L_{\theta_k})^2$ соответственно. Так как субъект априори не знает ни размерности K, ни распределения вероятностей $\{p_k\}$, то длина последовательности $\{\psi_k\}$ не может быть задана, поэтому последовательность $\{\psi_k\}$ априори должна считаться бесконечной.

Будем обозначать номер последнего наблюдавшегося к текущему моменту времени t нового состояния как s, то есть $0 = \theta_1 < \theta_2 < \ldots < \theta_s \le t$, также обозначим $\psi_s = t - \theta_s$.

Итак, в каждый момент времени t субъект располагает следующей информацией (на основании этой и только этой информации ему необходимо принимать решение):

- значениями длин серий $\psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_{s-1}, \psi_s$, будем символически обозначать этот набор значений через $\{\psi\}$;
- знанием о том, что каждое из ψ_k порождается геометрическим распределением с неизвестным, но возрастающим параметром $L_{\theta_k} < L_{\theta_{k+1}}$.

Таким образом, в случае неизвестных свойств внешней среды будем синтезировать критерий $d_t(\{\psi\})$ последовательной проверки сложной основной гипотезы H_0 (значение L_t до момента t не превысило порога $L_{\text{пор}}$): $L_{\theta_k} < L_{\text{пор}}$ против набора сложных альтернативных гипотез $\{H_i\}$ (значение L_t превысило порог $L_{\text{пор}}$ в момент θ_i): $L_{\theta_k} \ge L_{\text{пор}}$ так, чтобы оптимизировать матожидание эффекта $\Phi(\cdot)$. При синтезе критерия вид решающей функции $d_t(\{\psi\})$ выберем на основании отношения правдоподобия, а параметры критерия – исходя из оптимизации эффекта $\Phi(\cdot)$.

Относительное логарифмическое правдоподобие длин серий $\{\psi\}$, порождаемых геометрическим распределением, имеет вид:

$$l\ i,t\ = \ln \frac{\Pr\ \ \psi\ \ |H_i}{\Pr\ \ \psi\ \ |H_0} = \sum_{k=i}^{s} \ln \frac{L_k^i}{L_k^0} \psi_k + \sum_{k=i}^{s-1} \ln \frac{1 - L_k^i}{1 - L_k^0},$$

где L_k^0 и L_k^i - значения процесса L_t в моменты времени θ_k когда верна основная $L_k^0 < L_{\text{пор}}$ и альтернативная $L_k^i \ge L_{\text{пор}}$ гипотезы соответствен-

но, а номер i (i=1,2, …s) – номер альтернативной гипотезы, он же номер порядковый номер нового i-го состояния внешней среды.

Отсутствие априорной информации о свойствах внешней среды не даёт оснований сформулировать конструктивные соображения относительно значений L_k^0 и L_k^i кроме неравенств $L_k^0 < L_{\text{пор}}$ и $L_k^i \geq L_{\text{пор}}$, поэтому полагаем $L_k^0 = L_{\text{пор}} - \Delta L$ и $L_k^i = L_{\text{пор}} + \Delta L$.

Решение отвергнуть основную гипотезу в пользу альтернативы, очевидно, принимается в момент времени t, когда хотя бы одна из функций $l(i, t)$ превысит некоторое пороговое значение $l_{\text{пор}}$, то есть $\max_i l\ i,t\ \geq l_{\text{пор}}$.

Обозначим $l\ t\ = \max_i l\ i,t$ и рассмотрим изменение функции $l(t)$ с течением времени. Если в момент времени t наблюдалось известное состояние внешней среды, то каждое из правдоподобий $l(i, t)$ при $1 \leq i \leq s$ увеличивается на $a_1 = \ln \dfrac{L_{\text{пор}} + \Delta L}{L_{\text{пор}} - \Delta L} > 0$, следовательно, и $l(t)$ увеличивается на это же значение, то есть $l(t + 1) = l(t) + a_1$. Если наблюдалось новое состояние, то каждое из $l(i, t)$ для $1 \leq i \leq s$ уменьшается на $a_2 = \ln \dfrac{1 - L_{\text{пор}} - \Delta L}{1 - L_{\text{пор}} + \Delta L} < 0$. Формируется новая, ($s$ + 1)-я функция $l(s + 1, t + 1) = 0$ и в этом случае $l(t + 1) = \max\{0; l(t) + a_2\}$.

Получающееся значение функции правдоподобия $l(t)$ сравнивается с пороговым значением $l_{\text{пор}}$. Так как все три используемые константы a_1, a_2 и $l_{\text{пор}}$ подлежат определению, без ограничения общности положим $a_1 = 1$ и $a_2 = -a$.

Таким образом, вид последовательного критерия, основанного на отношении правдоподобия, для случая неизвестных свойств внешней среды определён. Критерий включает рекуррентное вычисление функции правдоподобия $l(t)$ и на её основе принятие решения:

$$l\ t+1\ = \begin{cases} l\ 0\ = 0 \\ l\ t\ + 1; \text{ при наблюдении известного состояния;} \\ \max\ 0; l\ t\ - a\ ; \text{ при наблюдении нового состояния;} \end{cases}$$

$$d_t\ \ \psi\ \ = \begin{cases} 0 \text{ при } d_{t-1}\ \ \psi\ \ = 0 \text{ и } l\ t\ < l_{\text{пор}}; \\ 1 \text{ при } d_{t-1}\ \ \psi\ \ = 1 \text{ или } l\ t\ \geq l_{\text{пор}}. \end{cases} \qquad (3.60)$$

Для завершения синтеза критерия необходимо определить значения констант a и $l_{\text{пор}}$ исходя из оптимизации эффекта $\Phi(\cdot)$. Оптимизационный алгоритм, обеспечивающий выбор a и $l_{\text{пор}}$, приведен в приложении П.3.

Таким образом справедливо утверждение 3.12. Наилучшей в классе последовательных процедур на основе отношения правдоподобия является:

$$l\ t+1\ = \begin{cases} l\ 0\ = 0 \\ l\ t\ +1; \text{ при наблюдении известного состояния;} \\ \max\ 0; l\ t\ - a\ ; \text{ при наблюдении нового состояния;} \end{cases}$$

$$d_t\quad \psi\quad = \begin{cases} 0 \text{ при } d_{t-1}\quad \psi\quad = 0 \text{ и } l\ t\ < l_{\text{пор}}; \\ 1 \text{ при } d_{t-1}\quad \psi\quad = 1 \text{ или } l\ t\ \geq l_{\text{пор}}. \end{cases}$$

При этом выбор параметров a и $l_{\text{пор}}$ выполняется согласно критерию $\min\limits_{p_k} \Phi\quad p_k\ ; T; a; l_{\text{пор}}\ \rightarrow \max\limits_{a>0;\, l_{\text{пор}}>0}$ согласно алгоритму, приведенному в приложении П.3.

Для исследования свойств синтезированного критерия (3.60) может быть испольована имитационная модель, численно реализующая изложенный в приложении П.3 алгоритм оптимального выбора a и $l_{\text{пор}}$. Результаты моделирования и их обсуждение приведены в приложении П.4.

Распространим полученные результаты на случай «партионной» постановки.

Оптимальная стратегия, полученная в завершении раздела 3.5.4, определяет правило перехода от фазы проектирования к фазе реализации, когда уровень освоения превысит определённую границу $L^*_{\text{пор}}$. В случае неизвестных характеристик внешней среды уровень освоения не может быть вычислен, поэтому должен быть синтезирован критерий на основании наблюдений за последовательностью ς_m - количествами случаев в m-й партии, когда внешняя среда приняла уже встречавшиеся состояния. Значения ς_m образуют последовательность случайных биномиально распределённых величин с параметрами n (размер партии) и L_m, причём L_m неизвестны субъекту. Размер партии n на практике имеет порядок сотен или тысяч, поэтому биномиальное распределение величин ς_m адекватно аппроксимируется нормальным с математическими ожиданиями nL_m и дисперсиями $nL_m(1\text{-}L_m) < n/2$. Таким образом, необходим критерий оптимального обнаружения но-

мера элемента последовательности ς_m/n, начиная с которого математическое ожидание нормально распределённой величины ς_m/n превышает заданную границу $L^*_{\text{пор}}$. Согласно известным результатам [78, 123, 124] и вышеприведённым соображениям критерий будет иметь вид аналогичный (3.60):

$$l\ m+1\ =\begin{cases} l\ 0\ =0 \\ \max\ 0;\ l\ m\ +\varsigma_m\ /\ n-a \end{cases}$$

$$d_m\quad \varsigma\quad =\begin{cases} 0 \text{ при } d_{m-1}\quad \varsigma\quad =0 \text{ и } l\ m\ <l_{\text{пор}}; \\ 1 \text{ при } d_{m-1}\quad \varsigma\quad =1 \text{ или } l\ m\ \geq l_{\text{пор}}. \end{cases} \qquad (3.61)$$

где a и $l_{\text{пор}}$ - параметры критерия, значений которых выбираются так, чтобы оптимизировать эффект $\Phi(\cdot)$ при определённых свойствах внешней среды (имитационный алгоритм выбора a и $l_{\text{пор}}$ рассмотрен в приложении П.5).

Практический пример использования рассмотренных моделей приведён в разделе 3.6.

3.6. Приложения моделей управления технологией

Управление технологией КД (создание и подержание её в виде информационной модели в актуальном состоянии) имеет чрезвычайно широкое практическое применение во всех областях человеческой деятельности, прежде всего, хозяйственной. К этому классу задач относится, например, создание способов и средств производства/изготовления любого нового продукта или сервиса, способов и средств доведения его до конечного пользователя (продажи и сопровождение), открытие и освоение новых рынков для существующих или новых продуктов («развитие бизнеса» и продажи), освоение технологий КД отдельными индивидами и организованными группами индивидов любого масштаба (обучение сотрудников, внедрение новых технологий, инноваций в самом широком смысле). Однако, возможно именно вследствие широты распространения и огромного разнообразия данной проблематики, формализации таких задач и использование математически обоснованных методов их решения затруднены.

Рассмотрим пример использования оптимизационных моделей перехода от разработки технологии к её продуктивному использованию (раздел 3.5.4-3.5.5) при освоении производства нового изделия

производственной компанией, выпускающей массовые серии крупногабаритных пластиковых изделий.

Жизненный цикл продукта Компании включает: (см. раздел 2.3.1) (i) разработку концепции продукта и (ii) проектирование изделия, (iii) изготовление пресс-формы фирмой производителем, (iv) наладку технологического процесса и освоение производства с выводом его на проектную мощность, и далее собственно серийное производство. Затраты Компании на концепцию и проектирование (i-ii) незначительны, стоимость изготовления пресс-формы (iii) являются внешним неуправляемым для руководства Компании фактором. В то же время, затраты на освоение производства, во-первых, могут достигать значительных величин, во-вторых, управляемы, следовательно, допускают оптимизацию.

Освоение и вывод на проектную мощность производства нового изделия выполняется следующим образом.

После монтажа новой пресс-формы на прессовой машине и проведения начальных наладочных операции (затраты на все эти операции фиксированы - регламентированы фирмой производителем оборудования, поэтому в дальнейшем не рассматриваются), производится освоение производства - выпуск изделия в виде нескольких установочных партий и корректирование параметров производственного процесса для повышения процента выхода годных изделий. По завершению освоения производства изделия выпускаются серийно также в виде партий. Размер установочной партии n равен размеру серийной и не допускает изменений. Бизнес-план предполагает выпуск не менее M партий изделий.

Возникновение бракованных изделий описывается моделью освоения: производство каждого экземпляра изделия определяется некоторым, априори неизвестным, количеством сочетаний неопределённых условий (состояний внешней среды) и вероятностями их наступления. Когда сочетание условий складывается впервые, экземпляр изделия оказывается бракованным, что требует корректировки технологического процесса. Если эти же условия возникают после корректировки, получается годное изделие. Для различных экземпляров изделия сочетания неопределённых условий складываются независимо.

Производство организовано партиями («партионное» производство), поэтому настойка технологического процесса (изменение рецептуры сырья, параметров машины) может производиться только после завершения одной партии перед выпуском другой. При настой-

ке перед первой установочной партией достигается некоторый начальный уровень процента выхода годных изделий – освоения, который, как правило, равен $L_0 \approx 0.75$.

После каждой партии принимается решение о продолжении освоения - выпуске следующей установочной партии - или переходе к серийному производству.

Каждое годное изделие из серийной партии приносит выгоду v, прямые производственные затраты на изделие составляют c. Изделия из установочных партий не пригодны для продажи, затраты на выпуск одной установочной партии равны C_o. При серийном производстве брак требует анализа и донастройки технологического процесса, затраты на эти операции составляют $c_ш$ на каждое бракованное изделие.

Задача была поставлена как проверка целесообразности следования принятой практике освоения производства и, если выяснится, что практика не оптимальна, - формирование предложений по улучшению процедуры освоения производства. Принятая в Компании практика заключалась в переходе от освоения производства к серийному выпуску после снижения количества бракованных изделий в установочной партии до уровня не более чем одной штуки.

Процесс освоения производства - научения - характеризуется начальным уровнем L_0, размерностью K и вероятностями $\{p_k\}$, эти параметры условно названы «неявными», так как они не доступны для инструментального измерения, а могут быть только оценены экспертно.

Задача решалась на примере конкретного изделия, для которого: размер партии $n = 50$ изделий; минимальный объем выпуска $M \geq 300$ партий (всего не менее 15 тыс. изделий); отношения затрат к выгоде $C_o \approx 1.5nv$, $c \approx 0.2v$ и $c_ш \geq 10v$. Параметры n, M, C_o, v, c, и $c_ш$ условно названы «учётными», потому что их значения известны точно – они берутся из учётных систем или задаются регламентами Компании.

Значения учётных параметров позволили вычислить пороговое значение $L^*_{\text{пор}} = 0.746$, после достижения которого согласно результатам раздела (3.5.4) целесообразен переход к продуктивному использованию технологии – серийному производству. Это означает, что начальная настройка параметров технологии, обеспечивающая уровень $L_0 \approx 0.75$, достаточна для перехода к серийному производству, что нет необходимости нести затраты и тратить время на выпуск установочных партий. Рекомендация начинать серийное производство при уровне брака в партии около 25% (12.5 штук в среднем) является

достаточно нетрадиционной, поэтому потребовала дополнительного обоснования.

Для этого было проведено имитационное моделирование эффекта (П5.2). Из-за отсутствия априорной информации, которая позволила бы однозначно задать модель внешней среды, следовательно, и кривую освоения производства, моделирование проводилось для различных сочетаний неявных параметров (K, $\{p_k\}$ и L_0).

Распределение $\{p_k\}$ задавалось в трёх вариантах: равномерное $p_k = 1/K$, биномиальное $p_k = C_K^k 2^{-k}$ (с вероятностью успеха равной 1/2) и «линейно-растущее» $p_k = 2K^{-1}(K+1)^{-1}k$. На рисунке 3.6 приведены кривые освоения, отвечающие данным распределениям при $K = 20$, сплошная линия соответствует равномерному распределению, штриховая – «линейно-растущему», а пунктирная – биномиальному (горизонтальная ось – номер периода освоения, вертикальная – уровень освоения).

Отдельные результаты моделирования эффекта $\Phi_m(1, M)$ представлены в качестве иллюстрации в таблицах П6.1 и П6.2 и на рисунках П6.1 и П6.2 в приложении П.6.

Анализ результатов моделирования иллюстрирует вывод о том, что значения учётных параметров независимо от значений неявных параметров определяют существенный тренд: эффект $\Phi_m(1, M)$ (П5.2) монотонно убывает а) с ростом номера партии m, после которой произведён переход к серийному производству б) с ростом размерности множества возможных состояний внешней среды K. Выявленный тренд подтвердил рекомендацию о переходе к серийному производству сразу после начальной настройки параметров технологии.

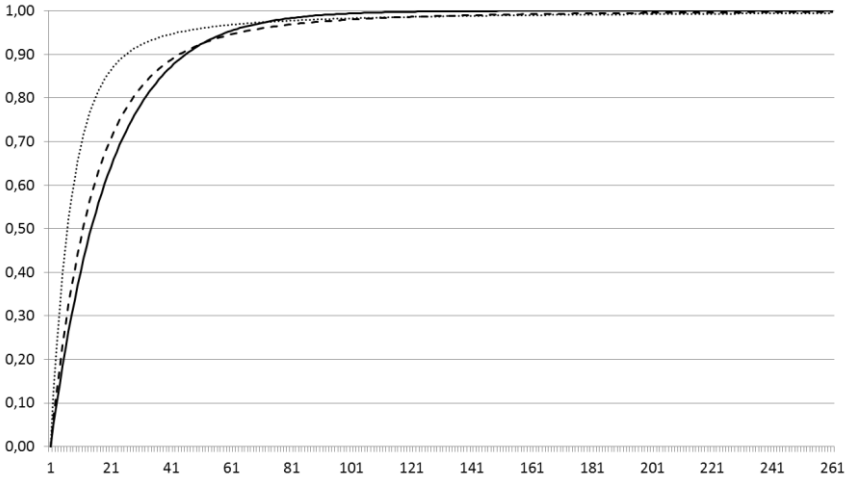

Рис.3.6. Кривые освоения для трёх видов распределения состояний внешней среды

Сравнение рекомендуемого подхода с принятой практикой было произведено в ходе другой серии имитационных экспериментов, их результаты приведены в таблицах П6.3 – П6.4 в приложении П.6.

Анализ результатов позволяет сделать вывод, что рекомендуемый подход не ухудшает эффективность производства по сравнению с принятой практикой, а в зависимости от сочетания значений неявных параметров может обеспечить значительное увеличение эффективности.

Важными факторами являются во-первых, уменьшение (на величину затрат на установочные партии) объёма инвестиций, отвлекаемых на освоение производства, и во-вторых, выигрыш во времени до первой поставки, которое не приходится тратить на выпуск установочных партий, что в совокупности приводит к значительному сокращению срока окупаемости инвестиций на каждый проект запуска нового изделия.

Эффективность производства существенно зависит также от такого неявного параметра как уровень начальной настойки технологического процесса L_0. Поэтому была выполнена ещё одна серия модельных экспериментов, в ходе которой исследовалась чувствительность результатов выполнения рекомендации к L_0, результаты этих экспериментов представлены в таблицах П6.5 – П6.6, выполненных в формате предыдущих таблиц. Содержимое таблиц

П6.5 – П6.6 позволяет заключить, даже в случае низких начальных уровней освоения производства (40% брака в первой партии) целесообразность выполнения рекомендации сохраняется, так как традиционная практика только в отдельных случаях даёт больший экономический эффект, причём выигрыш составляет не более одного процента, а проигрыш во времени (необходимости установочных партий) сохраняется.

Таким образом, сделанные на основании моделирования выводы непосредственно подтвердили рекомендацию о целесообразности исключить выпуск установочных партий и начинать серийное производство сразу после первичной настройки технологического процесса. Эмпирические результаты применения рекомендации при освоении производства пилотного изделия и выпуска первых 100 партий приведены в таблице П6.7 и на рисунке П6.4.

Результаты показывают, что в случае принятой практики серийное производство началось бы после выпуска 26-й партии (см. таблицу П6.7 и рисунок П6.4), к этому моменту затраты на освоение составили бы -728 единиц (см. рисунок 3.7).

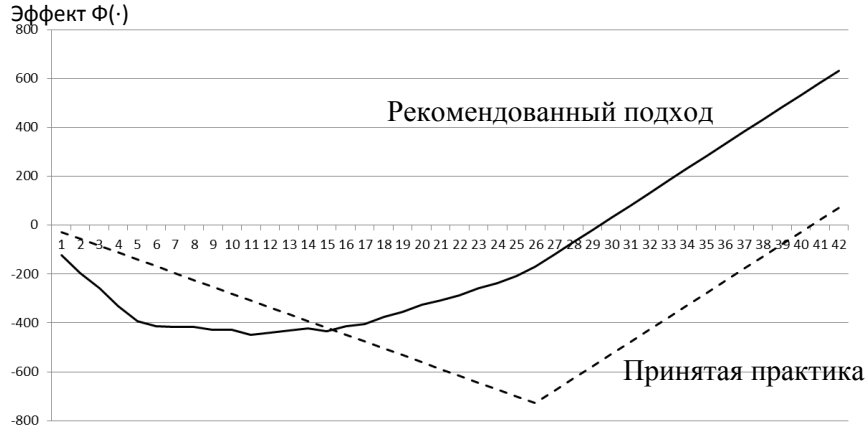

Рис. 3.7. Затраты на освоение производства пилотного изделия

Реализация рекомендации по отказу от установочных партий позволила во-первых, уменьшить максимальный уровень накопленных затрат до -450 единиц, во-вторых, уменьшить период до «точки безубыточности» (30-я партия вместо 41-й, см. рисунок 3.7), в-третьих, обеспечить примерно 14% процентное увеличение финансо-

вого результата на первых 100 партиях изделий (3387 вместо 2972 единиц).

Рассмотрим использование моделей управления технологией КД на примере одного из подразделений некоторой Компании, условно назовём его Центр обслуживания клиентов (ЦОК). ЦОК оказывает массовые услуги сторонним организациям – клиентам и реализует таким образом бизнес в форме outsourcing[36] одной из корпоративных функций, связанной с обработкой документов в электронной и бумажной форме.

Рабочую нагрузку для ЦОК создаёт поток запросов, каждый из которых должен быть обработан, для этого в ЦОК создан пул рабочих мест, занятых рядовыми сотрудниками.

Сервисные договоры с клиентами регламентируют интенсивность и качественный состав потока запросов, характеристики качества выполняемых работ и допустимые сроки завершения обработки каждого запроса с момента его поступления.

Поток постоянен по интенсивности (около $N = 500$ запросов в день) и по видам запросов. Несмотря на разнообразие видов запросов, трудоёмкость обработки любого запроса известна и считается постоянной (примерно один рабочий день одного рядового сотрудника на один запрос). Численность рядовых сотрудников поддерживается руководством (с учётом адаптации при приёме на работу, отпусков и других перерывов в работе численность превышает N) соответственно интенсивности потока и нормативной трудоёмкости. Это предполагает с одной стороны приемлемый трудовой ритм, а с другой – требуемое договорами качество выполнения работы.

Каждый из рядовых сотрудников, как правило, выполняет запрос самостоятельно, однако если особенности запроса являются для него новыми, он привлекает «супервизора» - наставника, который проводит обучение в ходе работы. В результате помощи супервизора сотрудник осваивает технологию и при следующем таком же сочетании параметров запроса выполняет работу самостоятельно. В течение дня

---

[36] *Outsourcing – передача организацией, на основании договора, определённых видов или функций производственной предпринимательской деятельности другой компании, действующей в нужной области. В частности, к данной форме прибегают, передавая другой компании стандартные распространённые функции – производство типовых изделий, ремонты, финансовая или кадровая функция и так далее. В данном случае ЦОК является той самой «другой» компанией, выполняющей переданные функции.*

супервизор может поддержать таким образом выполнение до пяти проблемных запросов.

ЦОК отличается заметной текучестью - увольнения по собственному желанию происходят довольно часто. На рисунке 3.8 представлено эмпирическое распределение доли рядовых сотрудников в зависимости от времени до увольнения (столбчатая диаграмма) вместе с экспоненциальной линией тренда.

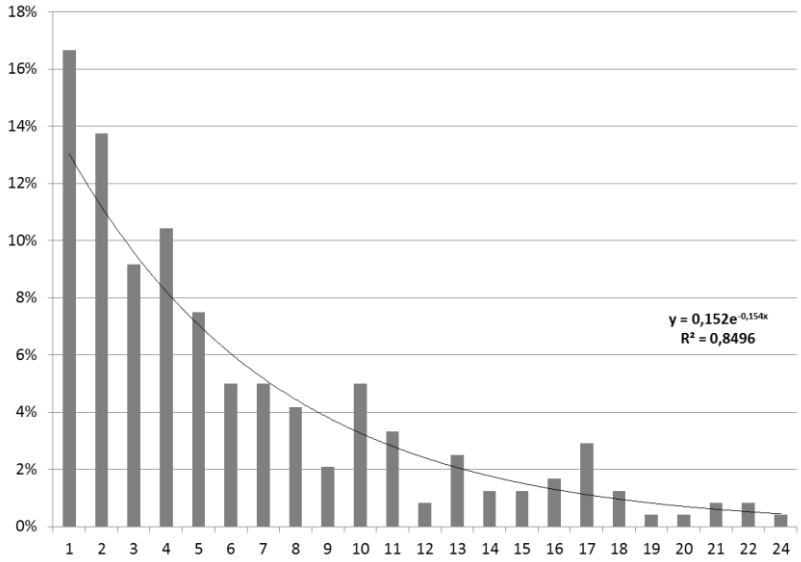

Рис. 3.8. Эмпирическое распределение доли сотрудников в зависимости от времени (в условных периодах) до увольнения с экспоненциальной линией тренда.

Однако относительно невысокие требования к компетенциям рядовых сотрудников позволяют быстро восполнять с рынка труда увольняющихся и адаптировать вновь прибывающих на рабочем месте. Процесс освоения сотрудником технологии работы в целом включает начальный курс обучения при приёме, занимающий несколько дней, и продолжение обучения в ходе работы при поддержке супервизоров.

Практическая задача была поставлена «открыто» - проанализировать работу ЦОК и сформировать рекомендации по оптимизации процесса освоения рядовыми сотрудниками технологии работы с точки зрения минимизации затрат на содержание и рядовых сотрудников и

супервизоров. На момент постановки задачи количество запросов в день, требующих участия супервизоров, изменялось от 75 до 260, составляя в среднем примерно 150-160 запросов в день, численность рядовых сотрудников поддерживалась на уровне 546…550 человек, супервизоров – около 50 человек.

Задача формализована на основе изложенных в данной главе моделей управления технологией КД и моделей жизненных циклов активных ресурсов ОТС, которым посвящена пятая глава. Период дискретного времени был принят равным одному рабочему дню.

Условия внешней среды, при которых решалась задача, приняты стационарными в силу постоянства потока запросов. Поэтому затраты на содержание всех сотрудников рассматривались в усреднённой по времени (и нормированной на удельные затраты на содержание рядового сотрудника) форме, то есть целевая функция оптимизационной задачи была принята следующей:

$$C(N_n;M) = N_n + Mc. \qquad (3.62)$$

где N_n – средняя по времени численность пула сотрудников, M – средняя по времени численность супервизоров, c – отношение затрат на содержание супервизора к затратам на содержание рядового сотрудника в течение определённого интервала времени ($c \approx 2.5$).

Была построена (приложение П.7) имитационная модель зависимости нормированных усреднённых затрат (3.62) от существенных параметров: продолжительности периода адаптации - начального обучения ($t_{ад}$), количества различных типовых запросов ($K_{вс}$) и k_m – количества типовых запросов, осваиваемых сотрудником в течение одного рабочего дня в период адаптации.

Результаты моделирования выявили следующие свойства функции затрат $C(t_{ад}; k_m; K_{вс})$:

A. при освоении в ходе начального обучения не менее трёх типовых запросов в день ($k_m \geq 3$) условные затраты $C(t_{ад}; k_m; K_{вс})$ монотонно убывают по продолжительности начального обучения $t_{ад}$ при всех значениях $40 \leq K_{вс} \leq 100$;

B. при $k_m = 2$ условные затраты $C(t_{ад}; k_m; K_{вс})$ монотонно убывают по $t_{ад}$ при всех значениях $40 \leq K_{вс} \leq 80$ и возрастают при $100 \leq K_{вс}$;

C. при $k_m = 1$ условные затраты $C(t_{ад}; k_m; K_{вс})$ монотонно возрастают по $t_{ад}$ при всех значениях $40 \leq K_{вс}$;

D. условные затраты $C(t_{ад}; k_m; K_{вс})$ монотонно возрастают по $K_{вс}$ при любых $t_{ад}$ и k_m;

E. условные затраты $C(t_{ад}; k_m; K_{вс})$ монотонно убывают по k_m при любых $t_{ад}$ и $K_{вс}$.

Из этих свойств следует вывод, что наименьший уровень затрат достигается при как можно более высоких скоростях начального обучения ($k_m \geq 3$) и его продолжительностях.

Следуя полученному выводу, были сформулированы рекомендации по совершенствованию стратегии освоения технологии: разработать и внедрить двухнедельную программу начального обучения, сфокусированную на освоение наиболее распространённых типовых запросов (было определено 50 таких запросов).

Внедрение рекомендаций позволило повысить усреднённый уровень освоения технологии и снизить общее число запросов, требующих вмешательства супервизоров, в среднем до 85 запросов (максимум 105 запросов) в день, что позволило высвободить в 29 супервизоров (при увеличении численности рядовых сотрудников примерно на 27 человек). Эффект экономии фонда оплаты труда составил примерно 7%.

Основными результатами третьей главы являются:

I. Формализация проблематики управления технологией КД в виде двух постановок задачи (базовой и с неизвестными свойствами внешней среды) управления компонентами технологии КД и нескольких постановок задачи комплексирования компонентов технологии, причём все они описываются интегрированной моделью (рисунок 1.19), приведенной в главе 1.

II. Базовая модель управления компонентами технологии КД (с известными свойствами внешней среды):

- основное аналитическое выражение (3.1) для кривой освоения в базовой постановке, а также его аппроксимации (3.2 - 3.6) для представляющих практический интерес случаев, прежде всего, классической экспоненциальной кривой (3.2);
- утверждение 3.1 о граничных значениях вероятностей состояний процесса освоения и следствие из него о сходимости уровня освоения к единице при стремлении времени освоения к бесконечности;
- утверждение 3.2 о свойствах кривой освоения технологии в базовой постановке (о её разностях);
- выражение для среднего времени достижения требуемого уровня освоения технологии в общем виде (3.7) и его аппроксимация (3.8) для равномерного распределения вероятностей состояний внешней среды;

- выражение для среднего времени достижения «абсолютного» уровня освоения технологии (3.9).

III. Модели комплексирования компонентов технологии КД для случаев параллельного и последовательного комплексирования, получение аналитических выражений для кривых освоения, средних времён достижения требуемого уровня освоения и их характеристик (3.11 - 3.16).

IV. Модели создания компонента технологии одновременно с созданием технологии его создания - «сложного освоения» или «автонаучения» - и получение аналитических выражений и утверждений:

- разностное уравнение (3.17) кривой автонаучения в общем случае, его решение (3.18), а также исследование свойств решения - конечных разностей, областей монотонности и точки перегиба;
- разностные уравнения кривой автонаучения и длины серий, их решения, исследование свойств решений для частных случаев, когда кривые автонаучения принимают формы логистической (3.21 - 3.24) и гиперболической кривых (3.25 - 3.26);
- дифференциальные уравнения кривой автонаучения и их решения в непрерывном времени для различных случаев (3.27 - 3.30);

Отдельно следует отметить, что классические для теории научения (см. обзор в [83]) экспоненциальная, а также логистическая и гиперболическая кривые являются частными случаями кривой освоения в рассмотренной модели управления технологией КД.

V. Модели оптимизации управления технологией КД:

- Для модели типовых решений доказаны ряд свойств. Во-первых, что (для любого порога мелкости разбиений начиная с некоторого момента времени) равномерное распределение вероятностей состояний внешней среды является наилучшим с точки зрения минимизации максимальной ожидаемой ошибки решения (утверждение 3.4 и выражение 3.32), минимальных потерь (следствие 3.1 и выражение 3.35), максимизации ожидаемой полезности (теорема 3.1 и выражение 3.36), максимизации уровня освоения (утверждение 3.7 и выражение 3.37). Во-вторых, что для некоторых достаточно больших моментов времени существует порог, при котором равномерное распределение является оптимальным (утверждение 3.5). В-третьих, что для любого момента времени (большего нуля) максимизирует ожидаемую ошибку равномерное распределение размерности на единицу больше номера момента времени (утверждение 3.6).

• Для энтропийной модели доказано, во-первых, что (для любого порога мелкости разбиений начиная с некоторого момента времени) равномерное распределение вероятностей состояний внешней среды является наилучшим с точки зрения минимизации энтропии процесса освоения и в «агрегированном» представлении (теорема 3.2 и выражение 3.41), и в «детальном» представлении (утверждение 3.9 и выражение 3.42). Во-вторых, что максимально возможное значение энтропии процесса освоения (3.40) не зависит от формы распределения вероятностей состояний внешней среды и равно ln(2) (утверждение 3.8).

• Для моделей перехода от разработки технологии к её продуктивному использованию, во-первых, доказаны утверждения (3.10 и 3.11) о существовании оптимальной последовательной стратегии перехода среди всех возможных и получены в аналитическом виде характеристики этой стратегии для случая базовой постановки (известных свойств внешней среды). Во-вторых, для случая неизвестных свойств внешней среды синтезирован последовательный критерий принятия решения (3.60), для него разработан численный алгоритм выбора параметров критерия, обеспечивающих наилучшие при определённых характеристиках внешней среды решения (приложение П.3). В-третьих, выполнено имитационное и аналитическое исследование свойств данного алгоритма. Результаты получены для базового и «партионного» вариантов постановки.

ГЛАВА 4. УПРАВЛЕНИЕ СУБЪЕКТАМИ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Задачи согласования интересов субъектов, т.е. побуждения их к выбору определённых действий в интересах вышестоящего субъекта, осуществляющего управление, являются предметом исследований в теории управления организационными системами [82, 90] и в теории контрактов [154, 244], причём в рамках последней основное внимание уделяется ситуациям, когда результаты деятельности управляемых субъектов зависят не только от их собственных действий, но и от внешних случайных факторов. Модели согласования интересов субъектов, базирующиеся на подходах теории организационных систем, излагаются в разделах 4.1 и 4.2 (для одного и многих управляемых субъектов) настоящей главы.

Если взаимодействие участников организационной системы повторяется во времени неоднократно, то возникает необходимость рассмотрения динамических контрактов, описываемых в рамках теории повторяющихся игр (в дискретном [81, 219, 240] или в непрерывном [168, 245] времени) – см. обзоры в [85, 197]. Раздел 4.3 посвящён «модели освоенного объёма», основанной на динамических контрактах.

Однако, возможны ситуации, когда характеристики внешней неопределённости изменяются во времени, следовательно, необходимы разработка и исследование моделей, учитывающих эффекты обнаружения участниками оргсистемы подобных изменений и эффективной реакции на них. В разделе 4.4 выполнена классификация динамических задач согласования интересов субъектов с точки зрения их информированности и описано алгоритмическое решение задачи о «разладке» согласованности интересов субъектов КД.

Технологическая структура (введённая в разделе 1.5.3) является важнейшим аспектом комплексной деятельности, реализуемой субъектами, поэтому возникает необходимость разработки и исследования класса моделей, «интегрирующих» технологическую структуру КД ОТС и активность её элементов. Для описания технологической структуры КД была введена модель динамической сетевой ОТС, в разделе 4.5. на её основе рассмотрен целый спектр моделей, описывающих различные аспекты согласования интересов субъектов КД с учётом их жизненных циклов и технологий.

Практические приложения моделей согласования интересов субъектов КД с учётом их жизненных циклов и технологий представлены в разделе 4.6.

4.1. Статические модели согласования интересов

Рассмотрим систему [90], состоящую из одного управляющего органа – *центра* – и одного управляемого им субъекта – *агента*. Агент выбирает неотрицательное *действие* $y \geq 0$, которое совместно с реализацией неопределённого параметра - *состояния природы* $\theta \in [0; \Delta]$ - однозначно определяет *результат* $z = y - \theta$ его деятельности (например, так называемая *аддитивная модель* учёта неопределённости, в которой неопределённость «аддитивно ухудшает» действие агента). Предположим, что размер *затрат* агента $c(y, r)$ зависит от его действия y и *типа* $r > 0$ (параметр агента, отражающий эффективность его деятельности), причём будем считать, что $c(\cdot, r)$ – строго монотонно возрастающая гладкая выпуклая функция первого аргумента, равная нулю в случае выбора агентом нулевого действия, и монотонно убывающая функция второго аргумента. Описание затрат агента функцией двух переменных является традиционным для теории управления организационными системами (см. например, [31, 90]). Однако в большинстве рассматриваемых в работе случаев тип агента r фиксирован и/или несущественен с содержательной точки зрения. Поэтому будем его опускать в записи функции затрат, используя для последней обозначение $c(y)$ там, где это не приводит к неоднозначности.

Центр предлагает агенту заключить *контракт* $\sigma(z)$, определяющий размер неотрицательного вознаграждения (и условия его получения) в зависимости от достигнутого результата. Целевая функция агента имеет вид разности между стимулированием и затратами: $f(\sigma(\cdot),y,z) = \sigma(z) - c(y,r)$.

Центр получает *доход* $H(z)$ от деятельности агента (где $H(\cdot)$ – непрерывная неубывающая функция) и несёт затраты на стимулирование, т.е. его целевая функция равна разности между доходом и стимулированием:

$$\Phi(\sigma(z), z) = H(z) - \sigma(z) \qquad (4.1)$$

Примем традиционный для задач стимулирования в рамках теории управления организационными системами [34, 82, 90] и теории контрактов [154, 225, 244, 258] *порядок функционирования*: сначала центр и агент согласовывают контракт (центр предлагает агенту контракт, от которого агент может «отказаться», выбирая нулевое действие, т.е. не получая вознаграждения, но и не неся затрат), затем

агент выбирает и реализует действие, в следствии чего получается результат, после чего производятся выплаты.

Будем считать, что при принятии решений участники системы стремятся максимизировать свои целевые функции. Так как результат деятельности агента зависит и от его действия, и от состояния природы, то для устранения *неопределённости* относительно значения состояния природы и центр, и агент должны использовать всю имеющуюся у них информацию. В зависимости от информированности участников, выделяют:

- *детерминированный случай* (неопределённость отсутствует ($\Delta \equiv 0$), и это является общим знанием для центра и агента);
- случай *полной информированности* (когда субъект, принимающий решение, знает истинное значение состояния природы);
- *интервальную неопределённость* (когда субъект, принимающий решение, знает лишь множество возможных значений $[0; \Delta]$ неопределённого параметра – состояния природы);
- *вероятностную неопределённость* (когда субъект, принимающий решение, знает распределение вероятностей на множестве возможных значений неопределённого параметра – состояния природы или результата деятельности агента);
- *нечёткую неопределённость* (когда субъект, принимающий решение, знает функцию принадлежности неопределённого параметра, определённую на множестве его возможных значений).

Обозначим через $<f(\sigma(\cdot), y)>$ и $<\Phi(\sigma(\cdot), y)>$ «детерминированные» целевые функции агента и центра, т.е. получающиеся после устранения ими неопределённости относительно состояния природы. Для устранения интервальной неопределённости обычно – см. обзор методов устранения неопределённости в задачах стимулирования в [82] - используют принцип максимального гарантированного результата, в случае вероятностной неопределённости – принцип ожидаемой полезности.

Обозначим через $P(\sigma(\cdot)) = Arg \max\limits_{y \geq 0} \{f(\sigma(\cdot), y)\}$ – *множество оптимальных для агента* (*реализуемых центром*) *действий* агента в рамках контракта $\sigma(\cdot)$, через M – *множество допустимых контрактов*.

Примем *гипотезу благожелательности* [82, 90], в соответствии с которой агент выбирает из множества реализуемых действий то действие, которое наиболее предпочтительно для центра. Тогда *задача стимулирования* будет заключаться в нахождении *оптимального*

контракта $\sigma^*(\cdot)$, т.е. допустимого контракта, максимизирующего выигрыш центра:

$$\sigma^*(\cdot) \in Arg \max_{\sigma \in M} \{ \max_{y \in P\ \sigma} \{\Phi(\sigma(\cdot), y)\}\} \tag{4.2}$$

Если гипотеза благожелательности не выполнена, то ищется система стимулирования (контракт), имеющая максимальную гарантированную эффективность

$$\sigma_g^*(\cdot) \in Arg \max_{\sigma \in M} \{ \min_{y \in P\ \sigma} \{\Phi(\sigma(\cdot), y)\}\}.$$

Отметим, что даже при наличии одного неопределённого параметра число возможных комбинаций информированности центра и агента достаточно велико (точнее, равно $17 = 1 + 4^2$; случаи нетривиальной взаимной информированности [91] лежат вне рассмотрения настоящей работы). Проанализируем некоторые из них.

Детерминированный случай

В его рамках $z \equiv y$, и оптимальной является *скачкообразная система стимулирования* (решением задачи (4.2)), использующая *принцип компенсации затрат* агента [90]:

$$\sigma_C(x_0, y) = \begin{cases} c(x_0), y \geq x_0, \\ 0, \quad y < x_0, \end{cases} \tag{4.3}$$

где оптимальный *план по действию* (желательное для центра действие агента) равен

$$x_0 = Arg \max_{z \geq 0} \{H(z) - c(z)\} \tag{4.4}$$

Подставляя (4.3) и (4.4) в (4.1), легко найдём оптимальный выигрыш центра $K_0 = \max_{z \geq 0} \{H(z) - c(z)\}$.Значение целевой функции агента при этом равно нулю.

Если гипотеза благожелательности не выполнена, то ε-оптимальной является система стимулирования

$$\sigma_{Cg}(x_0, y) = \begin{cases} c(x_0) + \varepsilon, y \geq x_0 \\ 0, \quad y < x_0 \end{cases}$$

где $\varepsilon > 0$ – сколь угодно малая константа.

Случай полной информированности центра и агента

Пусть на момент принятия решений о выбираемом действии и размере выплат соответственно агент и центр знают реализовавшееся значение состояния природы. Тогда центр может использовать т.н. *механизм гибкого планирования* [80], в котором и оптимальный план $x^*(\theta) = \arg \max_{y \geq 0} \{H(y - \theta) - c(y)\}$ и система стимулирования

$$\sigma_C(x^*(\theta), z) = \begin{cases} c(x^*(\theta)), z \geq x^*(\theta) - \theta, \\ 0, \qquad z < x^*(\theta) - \theta \end{cases}$$

зависят в явном виде от состояния природы θ. Итоговое значение целевой функции агента при этом равно нулю, а оптимальный выигрыш центра (4.5) равен

$$K(\theta) = \max_{y \geq 0} [H(y - \theta) - c(y)] \qquad (4.5)$$

Всилу неубывания функции затрат агента, $\forall\ \theta \geq 0\ K(\theta) \leq K_0$, т.е. влияние неопределённости на выигрыш центра негативно.

Интервальная неопределённость

В ситуациях неполной информированности целесообразно разделять случаи *симметричной* (одинаковой) и *асимметричной информированности* центра и агента (обычно считается, что агент информирован о неопределённых параметрах не хуже центра [90], поэтому в рамках асимметричной информированности ниже предполагается, что агент на момент принятия решений знает реализовавшееся значение состояния природы, а центр принимает решения в условиях неопределённости). Отметим, что возможность сообщения агентом центру информации [34, 90] мы не рассматриваем.

Асимметричная информированность. В этом случае центр, зная только диапазон $[0; \Delta]$ возможных значений состояния природы, вынужден гарантировать агенту компенсацию затрат

$$x_{\text{МГР}} = \arg \max_{y \geq 0} \min_{\theta \in [0;\Delta]} \{H(y - \theta) - c(y)\} = \arg \max_{y \geq 0} \{H(y - \Delta) - c(y)\}$$

т.е. использовать систему стимулирования

$$\sigma_C(x_{\text{МГР}}, z) = \begin{cases} c(x_{\text{МГР}}), z \geq x_{\text{МГР}} - \Delta, \\ 0, \qquad z < x_{\text{МГР}} - \Delta. \end{cases} \qquad (4.6)$$

Агент при этом, зная реализовавшееся значение состояния природы θ, выбирает действие

$$y^*(\theta) = x_{\text{МГР}} - \Delta + \theta$$

приводящее к «ожидаемому» центром результату $x_{\text{МГР}} - \Delta$ его деятельности (то, что агенту выгодно выполнять план, легко проверяется сравнением размеров его выигрышей при выполнении и невыполнении плана).

Оптимальный выигрыш центра

$$K_\Delta = \max_{y \geq 0} \{H(y - \Delta) - c(y)\} \qquad (4.7)$$

в случае асимметричной информированности при любом значении состояния природы не выше, чем в случае полной информированности (сравним 4.5 и 4.7).

Значение целевой функции агента при этом равно

$$f(\sigma_C(x_{МГР}, x_{МГР}), y^*(\theta), x_{МГР}) = c(x_{МГР}) - c(x_{МГР} - \Delta + \theta) \geq 0 \qquad (4.8)$$

Величина (4.8) называется *информационной рентой*, т.е. выигрышем, который получает субъект (в данном случае - агент) за счёт лучшей своей информированности по сравнению с другими субъектами (центром).

Симметричная информированность. В этом случае ни центр, ни агент на момент принятия решений не знают реализации состояния природы, а им известен только диапазон $[0; \Delta]$ его возможных значений. Поэтому центр использует систему стимулирования (4.6) и получает выигрыш (4.7), а агент вынужден выбирать действие, гарантирующее ему получение ненулевого вознаграждения: $y_{МГР} = x_{МГР}$ что приносит ему нулевой выигрыш. При этом в организационной системе реализуется «перепроизводство», равное $\Delta - \theta \geq 0$.

Вероятностная неопределённость: аддитивная модель

Пусть состояние природы θ, относительно которого в ОТС имеет место симметричная информированность, является случайной величиной с *функцией распределения* $\hat{F}_\theta(\cdot)$: $[0; \Delta] \to [0; 1]$, для которой существует п.р.в. $p_\theta(\cdot)$. В дальнейшем нам будет удобно пользоваться функцией распределения $F_\theta(\cdot)$: $(-\infty; +\infty) \to [0; 1]$:

$$F_\theta(\zeta) = \begin{cases} 0, & \zeta \leq 0, \\ \hat{F}_\theta(\zeta), & \zeta \in [0;\Delta], \\ 1, & \zeta \geq \Delta. \end{cases}$$

При заданном действии агента y, в силу определения результата деятельности $z = y - \theta$, последний является случайной величиной с функцией распределения $F_z(\cdot, y)$: $[y - \Delta; y] \to [0; 1]$:

$$F_z(q, y) = 1 - F_\theta(y - q) \qquad .$$

Предположим, что центр ограничен параметрическим классом (параметры: $\pi \geq 0$, $\lambda \geq 0$ – см. выражение (4.9)) скачкообразных систем стимулирования (как показано в [50, 82], в рассматриваемом случае скачкообразные системы стимулирования могут быть не оптимальны – см. также ниже, но, тем не менее, они просты и широко распространены на практике):

$$\sigma_C(\pi, z) = \begin{cases} \lambda, z \geq \pi, \\ 0, z < \pi, \end{cases} \quad (4.9)$$

где π – *план по результату* (желательный для центра результат деятельности агента).

При выборе агентом действия $y \geq \pi$ математическое ожидание размера его вознаграждения (4.9) равно

$$E_z\, \sigma_C(\pi, z) = \lambda F_\theta(y - \pi) \quad (4.10)$$

Будем считать, что агент выбирает действие, максимизирующее его ожидаемую полезность [82, 90, 154], поэтому из условий первого порядка можно записать, что действие агента $y^*(\pi, \lambda) \geq \pi$ должно удовлетворять уравнению

$$\lambda\, p_\theta(y^*(\pi, \lambda) - \pi) = c'(y^*(\pi, \lambda)) \quad (4.11)$$

Задача центра заключается в выборе параметров $\pi \geq 0, \lambda \geq 0$ системы стимулирования (контракта), максимизирующих его ожидаемую полезность:

$$\int_0^\Delta H(y^*(\pi,\lambda) - \zeta) p_\theta(\zeta) d\zeta - \lambda F_\theta\ y^*\ \pi, \lambda\ - \pi\ \rightarrow \max_{\pi \geq 0,\, \lambda \geq 0} \quad (4.12)$$

Пример 4.1. Пусть центр имеет линейную функцию дохода $H(z) = \gamma z$, где $\gamma > 0$ – известная константа; агент имеет квадратичную функцию затрат $c(y, r) = y^2/2r$, где $r > 0$ – тип агента [90], отражающий эффективность его деятельности; а распределение вероятностей θ равномерное: $F_\theta(v) = v/\Delta$, $v \in [0; \Delta]$.

Из выражения (4.10) следует, что математическое ожидание размера вознаграждения агента равно $\lambda(y - \pi)/\Delta$. Следовательно, при выборе агентом действия $y \geq \pi$ математическое ожидание значения его целевой функции равно

$$E_z\, f(\sigma_C(\pi, z), y, z) = \lambda\, (y - \pi)/\Delta - y^2/2r \quad (4.13)$$

Максимизируя свой ожидаемый выигрыш (4.13), агент выберет действие (см. также выражение (4.11))

$$y^*(\pi, \lambda) = \begin{cases} \dfrac{\lambda r}{\Delta}, \text{ при } \pi \leq \dfrac{\lambda r}{2\Delta}, \\ 0, \quad \text{при } \pi > \dfrac{\lambda r}{2\Delta}. \end{cases} \quad (4.14)$$

Математическое ожидание значения целевой функции центра равно:

$$E_z\, \Phi(\sigma_C(\pi, z), z) = \gamma(y - \Delta/2) - \lambda(y - \pi)/\Delta \quad (4.15)$$

Подставляя (4.14) в (4.15), получим задачу (см. (4.12)) выбора центром параметров системы стимулирования (4.9)

$$\gamma\,(\lambda r/\Delta - \Delta/2) - \lambda(\lambda r/\Delta - \pi)/\Delta \rightarrow \max_{\lambda\geq 0,\ \pi\leq \lambda r/(2\Delta)} \qquad (4.16)$$

Решение задачи (4.16) имеет вид $\lambda^* = \gamma\Delta$, $\pi^* = \gamma r/2$. Ожидаемый выигрыш центра при этом равен $\gamma(\gamma r - \Delta)/2$, а ожидаемый выигрыш агента равен нулю. •[37]

Решим задачу синтеза оптимальной системы стимулирования для рассматриваемой вероятностной аддитивной модели. Общая схема решения вероятностных задач стимулирования такова [82]: сначала для каждого действия агента x ищется минимальная (с точки зрения ожидаемых затрат центра на стимулирование) *реализующая* его система стимулирования $\sigma_{\min}(x, \cdot)$, т.е. побуждающая агента выбирать именно это действие: $x \in P(\sigma_{\min}(x, \cdot))$. Затем ищется действие, реализация которого наиболее выгодна для центра (максимизирует его ожидаемый выигрыш – см. также выражение (4.2)):

$$x^* = \arg\max_{x\geq 0} E[\Phi(\sigma_{\min}(x, \cdot), x)]$$

где E – оператор вычисления математического ожидания.

Обозначим через $x^{**} = \arg\max_{x\geq\Delta} \{\int_0^{\Delta} H(x-\zeta)p_\theta(\zeta)d\zeta - c(x)\}$. Несложно показать, что справедлива

Лемма 4.1, иллюстрирующая известный *принцип компенсации затрат* [90] применительно к рассматриваемой задаче: в вероятностной задаче стимулирования для любого действия агента $x \geq 0$ не существует системы стимулирования, реализующей это действие с ожидаемыми затратами центра на стимулирование, строго меньшими затрат агента, т.е. $\sigma_{\min}(x, \cdot) \geq c(x)$.

Доказательство леммы. Пусть существует действие агента $\hat{x} \geq 0$ и система стимулирования $\hat{\sigma}(z)$, такие, что выполнено

$$E_z[\,\hat{\sigma}(z) \mid \hat{x}\,] = \int_0^{+\infty} \hat{\sigma}(z)p_z(v, \hat{x})dv < c(\hat{x}), \qquad (4.17)$$

и система стимулирования $\hat{\sigma}(z)$ реализует действие $\hat{x} \geq 0$, т.е. $\forall\, y \geq 0$ выполнено

$$E_z[\,\hat{\sigma}(z) \mid \hat{x}\,] - c(\hat{x}) \geq E_z[\,\hat{\sigma}(z)\,|y] - c(y) \qquad (4.18)$$

Для $y = 0$ выражение (4.18) с учётом условия $c(0) = 0$ примет вид

$$E_z[\,\hat{\sigma}(z) \mid \hat{x}\,] \geq c(\hat{x}) + E_z[\,\hat{\sigma}(z)\,|0]$$

[37] *Символ «•» здесь и далее обозначает окончание примера или доказательства.*

что в силу неотрицательности стимулирования (и, следовательно, его математического ожидания) противоречит (4.17), таким образом лемма доказано.

Найдём достаточные условия оптимальности системы стимулирования типа (4.9), а именно контракта

$$\sigma_C(x, z) = \begin{cases} c(x), & z \geq x - \Delta, \\ 0, & z < x - \Delta. \end{cases} \tag{4.19}$$

Утверждение 4.1. (достаточное условие оптимальности скачкообразной системы стимулирования в аддитивной модели учёта вероятностной неопределённости). Если $\forall x \in [x^{**} - \Delta; x^{**}]$ плотность распределения $p_\theta(\cdot)$ состояний внешней среды удовлетворяет условию

$$p_\theta(x^{**} - x) \geq c'(x) / c(x^{**}) \tag{4.20}$$

то в аддитивной модели учёта вероятностной неопределённости скачкообразная система стимулирования (4.19) реализует действие x^{**} агента с минимальными ожидаемыми затратами центра на стимулирование, равными $c(x^{**})$ и является оптимальной.

Доказательство. Вычислим математическое ожидание вознаграждения агента при выборе им действия y при плане x: $E_z[\sigma_C(x, z)|y] = \int_0^\Delta \sigma_C(x - \Delta, y - \zeta) p_\theta(\zeta) d\zeta$. Из выражения (4.10) следует, что $E_z[\sigma_C(x, z)|y] = c(x)\, F_\theta(y - x + \Delta)$. Ожидаемая полезность агента равна

$$E_z[\sigma_C(x, z)|y] - c(y) = \begin{cases} -c(y), & y \leq x - \Delta, \\ c(x)\, F_\theta(y - x + \Delta) - c(y), & y \in [x - \Delta, x], \\ c(x) - c(y), & y \geq x. \end{cases}$$

При плане $x = x^{**}$ в силу условия (4.20) максимум данной ожидаемой полезности достигается при выборе агентом либо нулевого действия, либо действия, совпадающего с планом x^{**} (условие (4.20) гарантирует неубывание ожидаемой полезности агента по его действию на отрезке $[x^{**} - \Delta; x^{**}]$). В силу гипотезы благожелательности агент выберет действие x^{**}, что приведёт к ожидаемым затратам центра на стимулирование в точности равным затратам агента. Следовательно, в силу леммы 4.1 система стимулирования (4.19) оптимальна. •

Очевидно, что, если гипотеза благожелательности не выполнена, то ε-оптимальной системой стимулирования в рамках условия (4.20) будет система стимулирования

$$\sigma_{C\varepsilon}(x, z) = \begin{cases} c(x) + \varepsilon, & z \geq x - \Delta, \\ 0, & z < x - \Delta. \end{cases}$$

Пример 4.2. В условиях примера 4.1 условие (4.20) примет вид: $\gamma r \geq 2\Delta$. •

Теперь исследуем достаточные условия оптимальности компенсаторной системы стимулирования. Для этого найдём систему стимулирования $\hat{\sigma}(z)$, которая обращает в ноль ожидаемую полезность агента для любых его действий, т.е. для которой выполнено

$$\int_{y-\Delta}^{y} \hat{\sigma}(z) p_\theta(y - z) dz = c(y) \tag{4.21}$$

Утверждение 4.2. Если существует контракт $\hat{\sigma}(z) \geq 0$, удовлетворяющий выражению (4.21), то он является оптимальным в аддитивной модели учёта вероятностной неопределённости.

Справедливость утверждения следует из свойства (4.21) системы стимулирования $\hat{\sigma}(z)$ и леммы 4.1. Итак, компенсаторная система стимулирования $\hat{\sigma}(z)$ является оптимальной, если существует положительнозначное решение интегрального уравнения (4.21). Сформулируем

Утверждение 4.3. Если функции $p'_\theta(v)$ и $c'_y(y)$ непрерывны в областях определения, то интегральное уравнение (4.21) имеет единственное решение, которое может быть найдено методом последовательных приближений:

$$\begin{cases} \hat{\sigma}_0(z) = \dfrac{c'(z)}{p_\theta(0)} \\ \hat{\sigma}_{i+1}(z) = \dfrac{c'(z)}{p_\theta(0)} - \displaystyle\int_0^z \hat{\sigma}_i(u) \dfrac{p'_\theta(z-u)}{p_\theta(0)} du, \quad i = 1, 2, \ldots. \end{cases} \tag{4.22}$$

Для положительнозначимости решения интегрального уравнения (4.21) необходимо

$$c'(y) \geq \int_0^y \hat{\sigma}_i(u) p'_\theta(z-u) du, \quad i = 1, 2, \ldots. \tag{4.23}$$

Доказательство. Продифференцируем выражение (4.21):

$$\hat{\sigma}(z) p_\theta(0) - \hat{\sigma}(z - \Delta) p_\theta(\Delta) + \int_{z-\Delta}^{z} \hat{\sigma}_i(u) p'_\theta(z-u) du = c'(z) \tag{4.24}$$

Решим (4.24) при $z \le \Delta$: $\hat{\sigma}\ z\ p_\theta\ 0 + \int_0^z \hat{\sigma}_i\ u\ p'_\theta\ z-u\ du = c'\ z$.

Перепишем данное выражение в виде:

$$\hat{\sigma}\ z = \frac{c'\ z}{p_\theta\ 0} - \int_0^z \hat{\sigma}\ u\ \frac{p'_\theta\ z-u}{p_\theta\ 0} du \qquad (4.25)$$

Уравнение (4.25) является интегральным уравнением Вольтерра второго рода. Известно (см., например, [114]), что в рамках условий доказываемого утверждения оно имеет единственное решение (4.22), которое может быть найдено методом последовательных приближений. Для положительнозначимости решения необходимо выполнение (4.23). Таким образом, решение для $z \le \Delta$ получено.

Используя (4.25), аналогичное решение можно получить для $z \in [j\Delta; (j+1)\Delta]$; $j = 1,2, \ldots$:

$$\hat{\sigma}\ z = \frac{c'\ z + p_\theta\ \Delta\ \hat{\sigma}\ z-\Delta}{p_\theta\ 0} - \int_0^z \hat{\sigma}\ u\ \frac{p'_\theta\ z-u}{p_\theta\ 0} du$$

причём доказательство положительности решения $\hat{\sigma}(z)$ достаточно выполнить только для решения на первом интервале, далее и $c'(z) + p_\theta(\Delta)\sigma(z - \Delta) \ge c'(z)$.

Пример 4.3. Пусть п.р.в. $p_\theta \cdot$ является равномерной, т.е.

$$p_\theta\ \Delta = \begin{cases} \dfrac{1}{\Delta} & \text{при } v \in a_0; a_1 \\ 0 & \text{при } v \notin a_0; a_1 \end{cases}$$

где $0 < a_0$; $a_1 = a_0 + \Delta$.

Тогда (4.21) примет вид $\int_{z-a_1}^{z-a_0} \hat{\sigma}\ u\ dz = \Delta c\ z$. Дифференцируя обе части, получим функциональное уравнение $\sigma(z - a_0) - \sigma(z - a_1) \ge \Delta c'(z)$.

Учитывая, что $c(y) = 0$ $c'(y) = 0$ и при $y \le 0$, решение итогового уравнения получится в виде функционального ряда:

$$\sigma(z - a_0) = \Delta \sum_{i=0}^{\infty} c'\ z - \Delta i \ .$$

Так как $c \cdot$ непрерывно дифференцируема и выпукла, сумма функционального ряда положительна и возрастает, что соответствует основному требованию к функции стимулирования $\sigma(\cdot)$.

В частности, в условиях примера 4.1 $c(y, r) = y^2/2r$, а $c'(y, r) = y/r$ при $y > 0$, тогда

$$\sigma\ \ z - a_0\ \ = \frac{\Delta}{r}\sum_{i=0}^{\infty}\ z - \Delta i\ \ \theta\ \ z - \Delta i\ \ ,$$

где $\theta(\cdot)$ - функция Хевисайда ($\theta(u) = 1$ при $u \geq 0$ и $\theta(u) = 0$ при $u < 0$).

Вероятностная неопределённость: модель с простым агентом

Альтернативой рассмотренной выше аддитивной модели учёта неопределённости является так называемая модель *простого агента* [30, 31, 50, 82], в которой функция распределения вероятностей (фрв) результатов деятельности агента имеет вид

$$F_z(q, y) = \begin{cases} G(q), q \leq y, \\ 1, \quad q > y, \end{cases} \tag{4.26}$$

где $G(\cdot)$: $[0; +\infty) \to [0; 1]$ – известная фрв ($g(\cdot)$ - соответствующая ей п.р.в.), $G(0) = 0$, т.е., как и в аддитивной модели, действие агента определяет максимально возможный результат, а распределение $G(\cdot)$ не зависит явным образом от действия. П.р.в., соответствующую функции распределения (4.26), обозначим через $p_z(q, y)$.

При использовании центром скачкообразной системы стимулирования (4.9) и выборе агентом действия $y \geq \pi$ математическое ожидание размера его вознаграждения равно $\lambda(G(y) - G(\pi))$. Аналогом условия первого порядка (4.11) для модели простого агента является

$$\lambda\, g(y^*(\pi, \lambda)) = c'(y^*(\pi, \lambda)).$$

В [82] доказано, что в модели нейтрального к риску простого агента оптимальны компенсаторные системы стимулирования, а в [50] доказано, что в этом классе моделей оптимальны:

- для несклонного к риску агента - *компенсаторные системы стимулирования* вида

$$\sigma_K(z) = \int_0^z \frac{c'(v)}{1 - G(v)}\, dv\,; \tag{4.27}$$

- для склонного к риску агента системы стимулирования следующего вида:

$$\sigma_C(x, z) = \begin{cases} \dfrac{c(x)}{1 - G(x)}, & z = x, \\ 0, & z \neq x. \end{cases} \tag{4.28}$$

Легко убедиться, что функция стимулирования (4.27) является неотрицательной, возрастающей и выпуклой. По аналогии с леммой 1 из [50] можно доказать следующие свойства систем стимулирования (4.27) и (4.28).

Утверждение 4.4. В модели простого агента $\forall y \geq 0$ выполнено:

$$1)\ \int_0^{+\infty} \sigma_K(q)\, p_z(q,y)dq = c(y); \quad 2)\ \int_0^{+\infty} \sigma_C(y,q)\, p_z(q,y)dq = c(y).$$

Содержательно результат первого пункта утверждения 4.4 означает, что для любого действия агента математическое ожидание его вознаграждения (4.27) в точности равно затратам агента по выбору этого действия. Следовательно, при выборе центром функции стимулирования (4.27) для любых действий агента его ожидаемая полезность обращается в ноль, что делает его индифферентным к выбору действий, следовательно, в рамках гипотезы благожелательности агент выберет действие, которое наиболее предпочтительно с точки зрения центра.

При использовании центром системы стимулирования (4.28) агент индифферентен между нулевым действием (отказ от контракта) и выполнением плана. Для того чтобы ожидаемая полезность агента достигала единственного максимума при выборе действия, совпадающего с планом, необходимо увеличить размер выплат за выполнение плана на сколь угодно малую положительную величину ε. Но такая система стимулирования будет уже не оптимальной, а ε-оптимальной. Легко убедиться, что справедливо следующее утверждение.

Утверждение 4.5. В модели простого агента $\forall x \geq 0$ система стимулирования

$$\sigma_C^{\varepsilon}(x,z) = \begin{cases} \dfrac{c(x,r)+\varepsilon}{1-G(x)}, & z \geq x, \\ 0, & z < x, \end{cases}$$

ε-оптимальна (т.е. реализует действие агента x с минимальными ожидаемыми затратами центра на стимулирование).

Независимо от того какую – компенсаторную или скачкообразную – систему стимулирования использует центр, оптимальным с его точки зрения будет план (по действию)

$$x^* = \arg \max_{y \geq 0} \{ \int_0^y H(z)g(z)dz + (1 - G(y))\, H(y) - c(y, \text{r})\} \qquad (4.29)$$

Условием первого порядка для выражения (4.29) является

$$(1 - G(x^*))\, H'(x^*) = c'(x^*, r) \qquad (4.30)$$

Пример 4.4. Пусть в условиях примера 4.1 $G(z) = z/(1 + z)$. Из выражения (4.27) следует, что $\sigma_К(z) = z^2/2r + z^3/3r$, а из выражения (4.30) находим $x^* = (\sqrt{1+4\gamma r} - 1)/2$. •

Так как в рассматриваемой модели простого агента последний нейтрален к риску, то, выбирая из систем стимулирования (4.27) и (4.28), наверное, следует отдать предпочтение скачкообразной системе стимулирования, так как она, во-первых, проще, а, во-вторых, её ε-оптимальный аналог побуждает агента выбирать действие, совпадающее с планом (см. утверждение 4.4).

Основными результатами данного раздела, в котором рассматривалась статические задачи теории контрактов, являются «аналитические» зависимости типа (4.21), (4.27), которые позволяют ставить и решать более сложные задачи – в частности динамические, в которых изменяются характеристики агентов и/или состояния природы (например, изменяются параметры его функции распределения). Однако, сначала рассмотрим непосредственное обобщение модели с одним агентом и аддитивной неопределённостью на многоагентный случай (раздел 4.2), а затем обобщение статической модели с простым агентом на случай нескольких последовательных периодов его деятельности (раздел 4.3).

4.2. Многоагентная модель согласования интересов

Пусть центру подчинены n агентов, принимающих решения одновременно и независимо (через $N = \{1, \ldots, n\}$ обозначим множество этих агентов), а функция затрат i-го агента $c_i(y_i, r_i) = c(y_i, r_i)$, где $y_i \geq 0$ – его действие, $r_i > 0$ – его тип (нижним индексом здесь и далее будем обозначать номер агента). Результат каждого из агентов равен $y_i - \theta_i$, где θ_i отражают влияние вероятностной неопределённости, а все θ_i независимы и одинаково распределены согласно $F_\theta(\cdot)$.

Обозначим через $Y = \sum_{i \in N} y_i$ сумму действий всех агентов, тогда суммарный результат равен $\sum_{i \in N} y_i - \sum_{i \in N} \theta_i$. Предположим, что задачей центра является обеспечение суммарного результата $X \geq 0$ деятельности всех агентов с вероятностью не меньшей заданного значения $\alpha \in [0; 1]$. Величина α называется *надёжностью контракта* [33].

Для аддитивной модели учёта неопределённости это условие примет вид следующего ограничения на действия агентов:

$$Y \geq X + {}_nF_\theta^{-1}(\alpha) \qquad (4.31)$$

где ${}_nF_\theta^{-1}(\cdot)$ означает обратную функцию распределения суммы $\sum_{i\in N}\theta_i$, то есть свёртки n функций распределения $F_\theta(\cdot)$.

Величина ${}_nF_\theta^{-1}(\alpha)$ может рассматриваться как «*плата за неопределённость*» в терминах действий агентов.

Рассмотрим следующую задачу: каковы должны быть оптимальные планы (по действиям)? Воспользовавшись утверждением 4.1, получаем, что ожидаемые затраты центра на стимулирование каждого агента в точности равны затратам последнего от выбора соответствующего действия (так как при использовании центром системы стимулирования (4.21) ожидаемый выигрыш агента постоянен при любом его действии, то, в силу гипотезы благожелательности, он выберет действие, совпадающее с планом). Так как затраты агентов – неубывающие, то в оптимальном решении условие (4.31) выполняется как равенство. Следовательно, поиск оптимальных планов сводится к следующей задаче условной оптимизации:

$$\begin{cases} \sum_{i\in N} c(x_i, r_i) \to \min\limits_{\{x_i \geq 0\}}, \\ \sum_{i\in N} x_i = X + {}_nF_\theta^{-1}(\alpha). \end{cases} \qquad (4.32)$$

Применяя метод множителей Лагранжа, получаем, что справедливо следующее

Утверждение 4.6. В аддитивной модели учёта вероятностной неопределённости оптимальные планы $\{x_i^*\}$ в контракте по обеспечению суммарного результата $X \geq 0$ с надёжностью α имеют вид

$$x^*_i = c'^{-1}(\mu, r_i),\ i \in N, \qquad (4.33)$$

где $\mu > 0$ – решение следующего уравнения:

$$\sum_{i\in N} c'^{-1}(\mu, r_i) = X + {}_nF_\theta^{-1}(\alpha). \qquad (4.34)$$

В силу монотонности ф.р.в. получаем из анализа (4.32), что справедливо следующее

Утверждение 4.7. В аддитивной модели учёта вероятностной неопределённости с ростом надёжности контракта минимальные затраты центра на обеспечение заданного суммарного результата деятельности агентов не убывают.

Пример 4.5. Пусть агенты имеют функции затрат типа Кобба–Дугласа, т.е. $c(y, r) = \delta^{-1} y^{\mu} r^{1-\mu}$, $\mu > 1$. Из выражений (4.33) и (4.34) получаем

$$x^*_i = r_i(\sum_{j\in N} r_j)^{-1}(X + {}_nF_\theta^{-1}(\alpha)),\ i \in N \qquad (4.35)$$

Зная оптимальные планы (4.35), вычисляем оптимальное значение критерия эффективности:

$$\sum_{i\in N} c(x_i^*, r_i) = \mu^{-1}(\sum_{j\in N} r_j)^{\mu-1}(X + {}_nF_\theta^{-1}(\alpha))^\mu \qquad (4.36)$$

Правая часть выражения (4.36) не убывает по α (см. утверждение 4.6). Размер «платы за неопределённость» (разность между (4.36) и значением критерия эффективности в соответствующей детерминированной задаче) в терминах критерия эффективности составляет $\mu^{-1}(\sum_{j\in N} r_j)^{\mu-1}[(X + {}_nF_\theta^{-1}(\alpha))^\mu - X^\mu]$ и не убывает с ростом надёжности контракта. •

4.3. Модель освоенного объёма и согласование интересов

Модель освоенного объёма очень распространена в теории и практике управления проектами, поэтому имеет смысл показать, как предлагаемые динамические модели контрактов связаны с моделью освоенного объёма.

Рассмотрим взаимодействие центра и одного агента в течение выполнения некоторого *проекта* - нескольких последовательных периодов дискретного времени. К концу периода T_0 (планового, называемого *планируемым сроком завершения проекта*) центру требуется обеспечить заданный суммарный результат $X_0 \geq 0$ деятельности. Пусть значения состояния природы $\{\theta^t\}_{t=1,2,\ldots}$ в различные периоды – независимые одинаково распределённые случайные величины с функцией распределения $F_\theta(\cdot)$, а центр заключает с агентом оптимальный (см. утверждение 4.2) контракт $\hat{\sigma}(z^t)$, удовлетворяющий выражению (4.21) и определяющий размер вознаграждения агента в зависимости от результата его деятельности в периоде t, $t = 1, 2, \ldots$.

Так как тип агента и его функция затрат не зависят от номера периода, то при заданной надёжности α каждого одноперiодного контракта центру следует назначать агенту в каждом периоде один и тот же план (по действию), равный (ср. с выражением (4.31))

$$x_0 = X_0/T_0 + F_\theta^{-1}(\alpha) \qquad (4.37)$$

причём, в силу (4.21), агенту выполнять этот план выгодно.

Плановый результат (суммарный) деятельности агента в момент времени t равен

$$X_0^t = t\,x_0 - tF_\theta^{-1}(\alpha) = tX_0/T_0 \qquad (4.38)$$

Последовательность (4.38) в терминах *методики освоенного объёма*, принятой в современном управлении проектами [62, 105], называется *планируемой динамикой объёмов работ* (BQWS – Budgeted Quantity of Work Scheduled).

Так как результат $z^\tau = x_0 - \theta^\tau$ деятельности агента в периоде τ – случайная величина, то суммарный результат X^t, достигнутый к периоду t, также является случайной величиной:

$$X^t = tx_0 - \sum_{\tau=1}^{t}\theta^\tau = t(X_0/T_0 + F_\theta^{-1}(\alpha)) - \sum_{\tau=1}^{t}\theta^\tau =$$

$$= X_0{}^t + t\,F_\theta^{-1}(\alpha) - \sum_{\tau=1}^{t}\theta^\tau \qquad (4.39)$$

Последовательность (4.39) в терминах методики освоенного объёма является *фактической траекторией* (AQWP – Actual Quantity of Work Performed).

Определим другие показатели освоенного объёма в терминах рассматриваемой аддитивной модели учёта неопределённости ($t = 1, 2, \ldots, T$) [62]:

- *плановые ожидаемые* (в смысле математического ожидания) *затраты* центра (Budgeted Cost of Work Scheduled – BCWS), директивный график:

$$c_0{}^t = tc(X_0/T_0 + F_\theta^{-1}(\alpha), r) \qquad (4.40)$$

- *фактические затраты* центра (Actual Cost of Work Performed – ACWP):

$$c^t = \sum_{\tau=1}^{t}\hat{\sigma}(x_0 - \theta^\tau) \qquad (4.41)$$

- отставание от плана (временно*е*, может быть и положительным, и отрицательным):

$$\delta(t) = \min\{\delta \mid X^{t-\delta} = X_0{}^t\} \qquad (4.42)$$

- *освоенный объем* (EV – Earned Value, Budgeted Cost of Work Performed – BCWP) как плановая стоимость фактически выполненных работ:

$$c_e{}^t = c_0{}^{t-\delta(t)} \qquad (4.43)$$

- текущий *прогноз* $T(t)$ *времени завершения проекта*:

$$T(t) = T_0 + \delta(t) \qquad (4.44)$$

- общие плановые затраты C_0 (*BAC* – Budget at Completion или BC – Budget Cost):

$$C_0 = T_0\,c(X_0/T_0 + F_\theta^{-1}(\alpha), r) \qquad (4.45)$$

- текущая линейная *оценка общих затрат*:

$$C(t) = T(t)\,c^t/t \qquad (4.46)$$

- *фактический срок завершения проекта*:

$$T' = \min \{t \geq 0 \mid X^t \geq X_0\} \quad (4.47)$$

– разность между фактическими и освоенными затратами (Cost Overrun):

$$\Delta c_e(t) = c^t - c^t_e \quad (4.48)$$

- *показатель освоенного объёма* (SPI – Schedule Performance Index):

$$a^t = c^t_e / c^t_0 \quad (4.49)$$

- показатель динамики (освоения) затрат (CPI – Cost Performance Index):

$$b^t = c^t_e / c^t \quad (4.50)$$

Показатели освоенного объёма (4.37– 4.50), которые подразделяются на *первичные* – (4.37 – 4.41) и *производные* – (4.42 – 4.50), являются эффективным инструментом планирования проектов и оперативного управления их реализацией.

Пример 4.6. Пусть в условиях примера 4.1 $r = 1$, $T_0 = 100$, $X_0 = 100$, $\Delta = 1$, $\alpha = 0{,}2$. Плановая (4.38), фактическая (4.39) и ожидаемая ($X^t = X_0{}^t + t(F_\theta^{-1}(\alpha) - E\,\theta)$) траектории приведены на рисунке 4.1 (моделирование выполнено в программном комплексе РДС [104]), динамика плановых и фактических затрат, а также освоенного объёма приведены на рисунке 4.2.

Получаем значения показателей освоенного объёма: $T' = 145$, $BAC = 72$, $\Delta c_e(T') \approx 60\%$. •

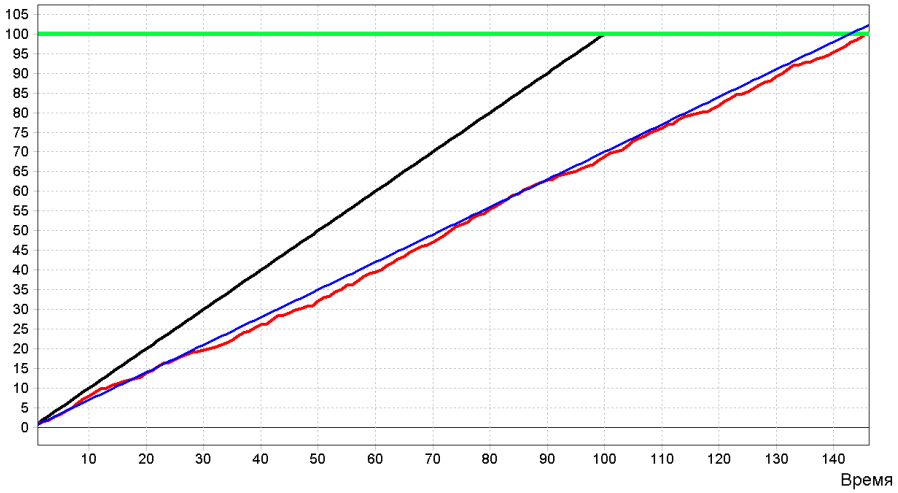

Рис. 4.1. Динамика результатов в примере 4.6 (плановая, ожидаемая и фактическая траектории)

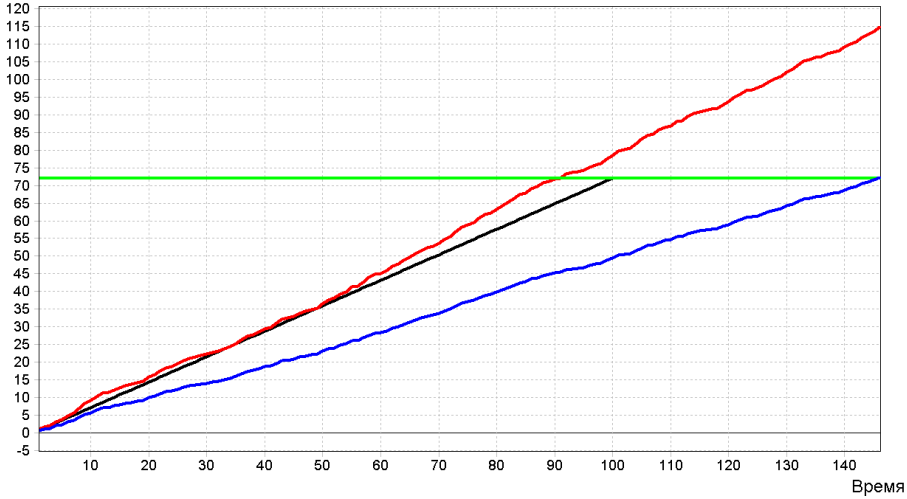

Рис. 4.2. Динамика затрат и освоенного объёма в примере 4.6 (плановые затраты, фактические затраты и освоенный объем)

4.4. Согласование интересов в динамической ОТС с изменением характеристик

Классификацию задач стимулирования в динамических организационных системах можно осуществлять по различным основаниям: взаимосвязь периодов, дальновидность участников, режим принятия решений и др. (см. [85]). В настоящем разделе сначала вводится классификация динамических задач стимулирования в условиях, когда на протяжении рассматриваемого промежутка времени может однократно (в момент времени t_p) измениться один из параметров модели – целевая функция центра, функция затрат агента или фрв результатов деятельности агента (подобное событие будем условно называть «*разладкой*»). Участники организационной системы при этом предполагаются *недальновидными*, т.е. принимающими в каждом периоде решения только на данный период, не принимая во внимание возможные будущие последствия этих решений. Затем изучается одна из моделей [16, 144], в которой предметом разладки являются распределение вероятностей, а момент разладки не известен ни центру, ни агенту. Изменение поведения участников организационной системы при обнаружении факта разладки можно условно трактовать как их адаптацию к новым условиям функционирования [88, 118].

4.4.1. Классификация динамических задач согласования интересов субъектов

В таблице 4.1 перечислены все возможные варианты информированности центра и агента о «новых» функциях (дохода, затрат и распределения вероятностей) после наступления момента разладки (эти функции будем обозначать, используя верхнюю тильду). При этом будем считать, что перед принятием решения на период t относительно «истории игры» центр знает $Z_{t-1} = (z_1, \ldots, z_{t-1})$, а агент – и Z_{t-1}, и $Y_{t-1} = (y_1, \ldots, y_{t-1})$. Информированность агента и центра отражены в третьем и четвёртом столбцах таблицы 4.1, проанализируем её содержание.

1-2. Изменение функции дохода центра ($H(z) \to \tilde{H}(z)$) рассмотрено в строках 1 и 2 таблицы 4.1. Если новая функция дохода и момент времени t_p (*момент разладки*) известны центру (первая строка таблицы 4.1), то постановка сводится к набору *типовых* – рассмотренных выше – статических задач стимулирования, решаемых отдельно для каждого периода. Если новая функция дохода центра $\tilde{H}(z)$ или момент времени t_p неизвестны центру, то такая постановка не имеет смысла, так как центр не имеет достаточной информации для принятия решений (не знает своей функции дохода).

3-9. Изменение функции затрат агента ($c(y) \to \tilde{c}(y)$) рассмотрено в строках 3-9 таблицы 4.1.

Если момент изменения и новая функция затрат известны и агенту, и центру (строка 3 таблицы 4.1), то постановка сводится к набору типовых задач, последовательно и независимо решаемых в различные моменты времени.

Таблица 4.1. Классификация динамических задач стимулирования

№	Предмет разладки	Агент знает	Центр знает	Задача
1	$H(z) \to \tilde{H}(z)$	Не важно	t_p; $\tilde{H}(z)$	Типовая задача
2			Ничего или t_p	Не имеет смысла
3	$c(y) \to \tilde{c}(y)$	t_p; $\tilde{c}(y)$	t_p; $\tilde{c}(y)$	Типовая задача
4			$\tilde{c}(y)$	Screening
5			Ничего	Не имеет решения
6		$\tilde{c}(y)$	t_p; $\tilde{c}(y)$	Типовая задача
7			$\tilde{c}(y)$	Типовая задача

8			Ничего	Не имеет решения
9		Ничего	Не важно	Не имеет решения
10	$F_\theta(z,y) \to \tilde{F}_\theta(z,y)$	$t_p;\ \tilde{F}_\theta(z,y)$	$t_p;\ \tilde{F}_\theta(z,y)$	Типовая задача
11			$\tilde{F}_\theta(z,y)$	Screening
12			Ничего	Не имеет решения
13		$\tilde{F}_\theta(z,y)$	$t_p;\ \tilde{F}_\theta(z,y)$	Типовая задача
14			$\tilde{F}_\theta(z,y)$	P1
15			Ничего	Не имеет решения
16		Ничего	Не важно	Не имеет решения

Если центр знает новую функцию затрат агента, но не знает момента её изменения (строка 4), то рациональным поведением для него является предлагать всякий раз агенту меню контрактов, являющихся оптимальными для набора вариантов функции затрат – известный принцип screening'а, используемый в условиях асимметричной информированности (см. [90, 154]).

Если агент знает и новую функцию затрат, и момент изменения, а центр – ничего из этого (строка 5), то задача не имеет решения по следующим причинам. Для того чтобы получить самому выигрыш больший нуля, центр должен побудить агента действовать хотя бы каким-то образом, а для этого он должен сформировать контракт, который даст агенту выигрыш не меньший нуля. Но в условиях, когда центр не знает функции затрат агента, он не сможет сформировать такой контракт. По аналогичным причинам не имеют решения задачи в строках 8, 12 и 15 таблицы 4.1, когда центр не знает новых функций затрат $\tilde{c}(y)$ или фрв $\tilde{F}_\theta(z,y)$.

Если центр знает и новую функцию затрат агента, и момент её изменения, а агент – только функцию затрат (строка 6), то данный случай сводится к типовой задаче: центр обладая полной информацией будет предлагать до момента разладки контракт, соответствующий $c(y)$, а после неё $-\tilde{c}(y)$; агент может идентифицировать момент разладки через момент смены предложения центра и реагировать оптимально. То есть в этом случае получаем набор типовых задач.

Рассмотрим случай, когда центр и агент знают новую функцию затрат, но не знают момент её изменения (строка 7). Выше мы предполагали, что функция затрат агента непрерывно дифференцируема и строго монотонна, а это означает, что, наблюдая свои фактические затраты, агент может идентифицировать факт разладки (если послед-

няя имела место), причём изменения функции затрат достоверно обнаруживаются агентом непосредственно по окончанию периода, наступившего после разладки, и в котором агент выберет некоторое действие y, для которого $c(y) \neq \tilde{c}(y)$. Однако, в этом одном периоде (выбирая свое действие) он гарантированно не знает своей функции затрат. Поэтому в условиях недальновидности агента центр должен будет всегда предлагать контракт, рассчитанный на наихудший для агента вариант функции затрат, т.е. на функцию $\hat{c}(y) = \max\{c(y); \tilde{c}(y)\}$, причём и до, и после наступления разладки и обнаружения её агентом. Таким образом, в этом случае возникает типовая задача с дополнительными затратами центра, величина которых может быть оценена обоими игроками (и центром, и агентом).

Если агент не знает новой функции затрат, задача также не имеет решения в данной постановке независимо от информированности центра (строка 9): в этом случае он не может оценить своих возможных потерь в течение периодов, пока он не идентифицирует новую функцию затрат, и поэтому предпочтёт отказ от действий.

10-16. Изменение функции распределения вероятностей результата деятельности агента в зависимости от его действия и/или фрв состояния внешней среды ($F_\theta(z,y) \to \tilde{F}_\theta(z,y)$) рассмотрено в строках 10–16.

Если центр знает и новую фрв $\tilde{F}_\theta(z,y)$, и момент разладки, а агент знает хотя бы новую функцию $\tilde{F}_\theta(z,y)$, то возникает набор типовых задач (строки 10 и 13).

Если агент знает и новую фрв $\tilde{F}_\theta(z,y)$, и момент разладки, а центр – только новую функцию $\tilde{F}_\theta(z,y)$, то возникает последовательная задача screening'а (строка 11).

Если агент не знает новой фрв $\tilde{F}_\theta(z,y)$, задача также не имеет решения в данной постановке независимо от информированности центра (строка 16): в этом случае он не может оценить своих возможных ожидаемых выигрышей и потерь в течение периодов, пока он не идентифицирует новую функцию $\tilde{F}_\theta(z,y)$, и поэтому предпочтет отказ от действий.

Модель **P1** (строка 14) является многопериодной моделью контрактов с изменением функции распределения вероятностей $F_\theta(z,y)$ в некоторый момент времени. В этой модели и центр, и агент знают новую функцию $\tilde{F}_\theta(z,y)$ и знают, что она может измениться не более

одного раза, но априори не знают момента разладки ($p_\theta(\cdot)$ и $\tilde{p}_\theta(\cdot)$ – соответствующие п.р.в.), также общим знанием являются функции $c(\cdot)$, $H(\cdot)$. Эта модель подробно рассмотрена в следующем разделе.

4.4.2. Задача согласования интересов в динамической ОТС с изменением характеристик

Выделим общесистемные условия задачи [16, 144], рассматривая её применительно к реализации комплексной деятельности в практически значимых случаях.

1. Справедливым является допущение Д1 (раздел 2.2.3) о том, что рациональное поведение субъектов КД (менеджмента) включает в качестве одного из направлений регуляризацию деятельности, что в свою очередь приводит к статистической независимости проявления неопределённости КД в различные периоды.

2. Экономический характер затрат $c(\cdot)$ и дохода $H(\cdot)$ позволяет говорить об их аддитивности и рассматривать целевые функции агента $f(\cdot)$ и центра $\Phi(\cdot)$ на нескольких периодах как суммы целевых функций на каждом из периодов.

Из тезисов 1 и 2 следует независимость периодов задачи в вероятностном смысле и корректность решения задачи в постановке с несвязанными периодами [81].

3. Целесообразно предполагать «полную информированность» центра и агента об условиях игры – то есть знание ими не только функций $c(\cdot)$, $H(\cdot)$, $F_\theta(\cdot)$ и $\tilde{F}_\theta(\cdot)$, но также и полное знание о знаниях друг друга. «Полная информированность» на практике возникает, в частности, как следствие «выравнивающего действия рынка»: Например, заказчик (центр) знает «рыночные условия» производства типового, стандартного, общераспространённого продукта/услуги, когда исполнителем (агентом) является и индивид, и фирма. Заказчику (центру) в этом случае не важно, какова технология и затраты конкретного исполнителя. Это позволяет центру (вообще говоря, независимо от информированности и даже манипулирования агента !) сформировать систему стимулирования, рассчитывая на «общерыночные» характеристики деятельности.

4. Целесообразно предполагать недальновидность агента – возможность для него в любой момент прекратить участие во взаимодействии. Это означает, что центр всегда должен предлагать контракт, учитывая наихудший для агента вариант. Потому что если центр этого не сделает, агент откажется от контракта, а следовательно ни агент,

ни центр не получат новой информации о состоянии внешней среды, и дальнейшее их взаимодействие потеряет смысл.

Из тезисов 3 и 4 следует, что если центр сформировал такой контракт, а агент рационален, то центр может прогнозировать действие агента y. Результат z наблюдаем центром, поэтому центр апостериори будет обладать той же информацией, что и агент. Этот факт можно обобщить в виде принципа «прозрачности стимулирующего контракта», сформулировав его в следующей форме: если условия задачи позволяют центру сформировать стимулирующий контракт, агент рационален и не осуществляет манипулирования, то центр может достоверно прогнозировать действия агента и обладать, таким образом, той же полнотой информации, что и агент.

5. В общем случае можно различать несколько вариантов стратегий участников в зависимости от вида функций $c(\cdot)$, $H(\cdot)$, $F_\theta(\cdot)$ и $\tilde{F}_\theta(\cdot)$. Для центра такими вариантами являются: а) до некоторого момента формировать систему стимулирования на основе $F_\theta(\cdot)$, детектировать разладку и после принятия решения о её обнаружении формировать систему стимулирования на основе $\tilde{F}_\theta(\cdot)$; б) всегда формировать систему стимулирования на основе $\tilde{F}_\theta(\cdot)$ (или $F_\theta(\cdot)$). Для агента возможен случай в) когда агент знает, что ожидаемые потери после возникновения разладки до её обнаружения центром настолько велики, что выполнение деятельности вообще не имеет для него смысла или случай г) когда выполнение деятельности целесообразно с точки зрения агента. Конкретные условия возникновения вариантов а) - г) являются специфичными (зависящими от вида функций $c(\cdot)$, $H(\cdot)$, $F_\theta(\cdot)$ и $\tilde{F}_\theta(\cdot)$), поэтому их анализ выходит за рамки данной работы. Общесистемный интерес представляет только сочетание а) и г), оно и рассматривается в дальнейшем.

6. На практике центр, как правило, не имеет внешних ограничений на изменения системы стимулирования.

7. Как правило, отсутствуют соображения, позволяющие обоснованно предположить возможность наступления разладки в те или иные моменты времени (задать априорное распределение вероятностей момента разладки).

Итак, рассмотрим многоэлементную организационную систему, с одним центром, динамическую, с вероятностной моделью неопределённости (неопределённым результатом действий агентов), *с разладкой - изменением характеристик ОТС*, заключающемся в изменении

плотности распределений вероятностей результата z действий y i-го агента ($p_{i,0}(z, y)$ и $p_{i,1}(z, y)$ - прв до и после момента изменений).

Предполагаем следующий *порядок функционирования*:

В начале каждого периода t центр на основании наблюдений Z_{t-1} и Y_{t-1} и априорных знаний принимает решение, произошла ли разладка. В зависимости от решения центр назначает функции стимулирования $\sigma_i(z; t)$, основываясь на использовании $p_{i,0}(z, y)$ или $p_{i,1}(z, y)$ соответственно, а также всех описанных выше априорных знаний. Агенты принимают решения и действуют, реализуется неопределённость, определяющая результаты. После чего осуществляется расчёт и переход к следующему периоду времени.

Предполагаем следующую *информированность* участников:

Центр и агенты знают: $c_i(y_i)$ – функции затрат агентов в течение одного периода, $H(Z)$ – функцию дохода центра в течение одного периода, плотности распределений $p_{i,0}(\cdot,\cdot)$ и $p_{i,1}(\cdot,\cdot)$, информированность друг друга. Центр и агенты не знают ни момента разладки, ни априорного распределения момента разладки.

Пусть характеристики ОТС таковы, что центр может построить оптимальную для себя согласованную систему стимулирования, декомпозирующую игру по агентам и по периодам до, и после изменения свойств ОТС (например, в случае несвязанных периодов и независимых агентов, или когда центру доступна информация о действиях и он может строить функции стимулирования на действиях). Обозначим $\sigma_i(z; \chi_0; 0)$ – функция стимулирования i-го агента до изменения свойств, при плотности $p_{i,0}(\cdot,\cdot)$, а $\sigma_i(z; \chi_1; 1)$ – после изменения, при плотности $p_{i,1}(\cdot,\cdot)$; χ_0 и χ_1 – планы по действиям. Такие функции $\sigma_i(\cdot)$ удовлетворяют условиям:

$$\begin{cases} \min\limits_{y\in P_q\ \sigma(\cdot)} \{E_{\theta|q}[H(\zeta) - \sum\limits_i \sigma_i(\zeta; \chi_q; q)]\} \rightarrow \max\limits_{\{\sigma_i(\cdot;\chi_q;q)\}\in M}; \\ \text{где } P_q[\sigma(\cdot; q)] = \prod\limits_i \operatorname{Arg}\max\limits_{y\ \in A_i} \{E_{\theta|q}[\sigma_i(\zeta; y; q)] - c_i \quad y\ \}; \\ \min\limits_{r=0,1}\{E_{\theta|r}[\sigma_i(\zeta;\ \chi_q; q)]\} \geq c_i(\chi_q). \end{cases}$$

Поставим задачу как построение системы стимулирования в классе:

$$\sigma_i(z; t) = \sigma_i(z; \chi_0; 0)(1 - u(t)) + \sigma_i(z; \chi_1; 1)u(t), \qquad (4.51)$$

где $u(t)$ – решающая функция центра об обнаружении изменения свойств ОТС.

Зададим критерий эффективности управления центра:

$$\Phi(u(\cdot);\tau;T)=\sum_{t=1}^{\tau-1}E_{\theta|0}[H(z)-\sum_i\sigma_i(z;t)]+\sum_{t=\tau}^{T}E_{\theta|1}[H(z)-\sum_i\sigma_i(z;t)],$$

где $E_{\theta|0}[\cdot]$ и $E_{\theta|1}[\cdot]$ – означает усреднение по распределениям $p_{i,0}(\cdot,\cdot)$ и $p_{i,1}(\cdot,\cdot)$ соответственно.

Критерий $\Phi(\cdot)$ имеет смысл среднего значения разности между доходами и затратами центра при определённом сценарии – изменения характеристик ОТС в момент $\tau \in (1;\ T)$ в течение промежутка времени $[1;T]$. Тогда задача сводится к нахождению решающей функции $u(t)$ на основе наблюдений за результатами (и действиями) агентов такой, чтобы

$$\Phi(u(\cdot);\tau;T)\to\max_{u(\cdot)}.$$

Задача в такой постановке относится к классу задач о разладке (например, [78, 124]) в последовательной параметрической постановке с независимыми наблюдениями, известными значениями параметров до и после разладки и неизвестным априорным распределением момента разладки. Традиционно [37, 78, 124] для решения таких задач используются решающие правила $u(t)$ на основе отношения правдоподобия, когда в каждый момент времени $t > 0$ вычисляется значение решающей функции S_t, которая в данном случае примет вид ($S_0 = 0$):

$$\begin{aligned} S_t &= \max\left\{0;\ S_{t-1}+\sum_i \ln\frac{p_{i,1}(z_i(t);\chi_0)}{p_{i,0}(z_i(t);\chi_0)}\right\} \\ u\ \ t\ \ &= \begin{cases} 0 & \text{если } S_t \le \delta \\ 1 & \text{если } S_t > \delta \end{cases} \end{aligned} \qquad (4.52)$$

Последовательная статистика S_t в данных условиях является отношением правдоподобия наличия разладки против его отсутствия, записанным в удобной для вычислений форме.

Порог решения δ задаёт значения характеристик ошибочных решений: принятия ложного решения об обнаружении разладки (интенсивность ложных решений, среднее время между двумя ложными решениями, вероятность формирования ложного решения в течение заданного интервала времени) и пропуска разладки (среднего времени запаздывания с обнаружением, вероятности обнаружения в течение заданного интервала времени). Известно (например, [78, 121, 123, 230]), что статистика максимального правдоподобия позволяет сформировать решающее правило, наиболее эффективное сравнительно с другими статистиками по критерию, когда одна из ошибок фиксируется на уровне не ниже заданного, а вторая – оптими-

зируется. В данной задаче порог решения δ выберем, оптимизируя $\Phi(u(\cdot);\tau;T)$, для этого перепишем критерий $\Phi(u(\cdot);\tau;T)$ в эквивалентном виде:

$$\Phi(u(\cdot);\tau;T) \to \max;$$

$$\Phi(u(\cdot);\tau;T) = \Phi^{*}(\tau;T) + (a_{0|0}-a_{1|0})\sum_{t=1}^{\tau-1}\Pr\ \ S_t \le \delta\ \ - (a_{1|1}-a_{0|1})\sum_{t=\tau+1}^{T}\Pr\ \ S_t \le \delta\ \ ,$$

где $\Phi^{*}(\tau;T)$ – слагаемое, не зависящее от решающей функции; $a_{q|r} = E_{\theta|r}[H(Z) - \sum_i \sigma_i(z_i;\chi_q;q)]$ - коэффициенты, не зависящие от решающей функции; $\Pr(S_t > \delta)$ – вероятности того, что значение решающей функции S_t не превысило δ, когда изменение ещё не произошло (при $t < \tau$) и произошло (при $t > \tau$).

Вероятности $\Pr(S_t > \delta)$ являются значениями функций распределения вероятностей случайной последовательности S_t, обозначим $\pi(x; d; t) = \Pr(S_t > x)$, когда порог принятия решения был задан равным d.

Функции распределения $\pi(x; d; t)$ заданы при $x \in \Re^1$; $d \in \Re^1_+$; $t \in \{0; 1; 2; \ldots; T\}$ и описываются следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \pi\ \ x;d;0\ \ = \begin{cases} 0 \text{ при } x < 0; \\ 1 \text{ при } x \ge 0; \end{cases} \\ \pi\ \ x;d;t+1\ \ = \int_0^d \pi\ \ y;d;t\ \ \phi_0\ \ x-y;t\ \ dy + \int_d^{+\infty} \pi\ \ y;d;t\ \ \phi_1\ \ x-y;t\ \ dy. \end{cases}$$

где $\phi_q(\cdot;t)$ – прв приращений решающей функции S_t до $t < \tau$ и после $t > \tau$ изменения $p_{i,0}(\cdot,\cdot) \to p_{i,1}(\cdot,\cdot)$ $\sum_i (\ln(p_{i,1}(z_i(t);\chi_q)) - \ln(p_{i,0}(z_i(t);\chi_q)))$.

Тогда оптимальное значение порога δ^* получится как решение оптимизационной задачи:

$$\delta^* = \arg\ \max_{d>0}\left\{(a_{0|0}-a_{1|0})\sum_{t=1}^{\tau-1}\pi\ \ d;d;t\ \ -(a_{1|1}-a_{0|1})\sum_{t=\tau+1}^{T}\pi\ \ d;d;t\ \ \right\}$$

Система уравнений относительно $\pi(x; d; t)$ в общем случае аналитически не решается, хотя её численное решение и последующий выбор оптимального значения порога δ^* не представляет сложностей.

Таким образом, последовательное решающее правило (4.52) на основе отношения правдоподобия с порогом δ^*, выбранным численными методами, исходя из $\Phi(u(\cdot);\tau;T) \to \max$, обеспечивает алгоритмическое решение задачи согласования интересов в динамической

ОТС с изменением характеристик путём выбора наилучшей в классе (4.51) системы стимулирования.

На практике для обнаружения разладки часто также используются различные варианты алгоритма кумулятивных сумм [78, 123, 230], в котором приращение решающей функции S_t формируется как линейные (или квадратичные) функции от многомерных разностей между наблюдаемыми значениями и их средними значениями до разладки. Достоинством таких алгоритмов является их простота, устойчивость к виду распределений наблюдаемых величин, кроме того данные алгоритмы являются алгоритмами максимального правдоподобия, когда наблюдаемые величины распределены нормально, а разладка заключается в изменении средних (или дисперсий).

Пример 4.7. Пусть в условиях примеров 4.1 и 4.4 $G(z) = z/(\beta_0 + z)$, $\tilde{G}(z) = z/(\beta_1 + z)$.

Тогда п.р.в. результата z в зависимости от действия агента y до (i=0) и после (i=1) разладки имеет вид:

$$p_z(z; y \mid i) = \begin{cases} \dfrac{\beta_i}{\beta_i + y}\delta(z - y) + \dfrac{\beta_i}{(\beta_i + z)^2} & \text{при } z \le y \\ 0 & \text{при } z > y \end{cases},$$

а среднее значение результата: $E[z(y)|i] = \beta_i \ln(1 + y/\beta_i)$.

До (i=0) и после (i=1) принятия решения об обнаружении разладки центр определяет желательный для него план по действию агента как $x_i^* = \left(\sqrt{\beta_i^2 + 4\gamma r \beta_i} - \beta_i\right)/2$.

Однако с учётом необходимости компенсировать затраты агента в наихудшем для него случае (когда разладка произошла, а центр её не обнаружил и предлагает контракт в расчёте на отсутствие разладки, или наоборот) система стимулирования должна иметь вид:

$$\sigma_C(x_i^*, z \mid i) = \begin{cases} \dfrac{(x_i^*)^2(x_i^* + \beta_i)}{2r\beta_i} + a_i, & z \ge x_i^*, \\ 0, & z < x_i^*. \end{cases}$$

где величина компенсирующей добавки a_i определится из условия:

$$\min_{i=0;1}\left\{\int_0^{+\infty}\sigma_C(x_i^*, q \mid i)\,p_z(q, x^* \mid i)\,dq;\ \int_0^{+\infty}\sigma_C(x_i^*, q \mid i)\,p_z(q, x^* \mid 1-i)\,dq\right\} \ge$$

$$\ge c(x_i^*).$$

В данном примере простого агента

$$a_i = \min_{i=0;1}\left\{0;\ \frac{(x_i^*)^2}{2r}\,\frac{x_i^*}{\beta_i}\,\frac{\beta_{1-i}-\beta_i}{\beta_{1-i}+x_i^*}\right\}.$$

Отношение правдоподобия l_t, формирующее решающую функцию S_t, будет иметь вид:

$$l_t = \ln(\beta_1/\beta_0) + \begin{cases} 2\ln\ \beta_0 + z_t\ /\ \beta_1 + z_t & \text{если } z_t \in \left[0, x_0^*\right. \\ \ln\ \beta_0 + z_t\ /\ \beta_1 + z_t & \text{если } z_t = x_0^*. \end{cases},$$

В рамках метода кумулятивных сумм детекторами разладки также могут служить статистки вида $S_1^t = \sum_{\tau=1}^{t}(z_\tau - E[z(x^*)])$,

$S_2^t = \sum_{\tau=1}^{t}(\sigma_C(x^*, z^\tau) - c(x^*, r))$, $S_1^t = \max_{1\le\theta<t}\{\sum_{\tau=t-\theta+1}^{t} z^\tau - \theta\, E[z(x^*)]\}$ или

$S_2^t = \max_{1\le\theta<t}\{\sum_{\tau=t-\theta+1}^{t} \sigma_C(x^*, z^\tau) - \theta c(x^*, r)\}$.

Рассмотрим численный пример. Пусть $T = 500$, $T_p = 200$, $r = 1$, $\gamma = 10$, $\beta_0 = 100$, $\beta_1 = 60$. Ожидаемая (в смысле математического ожидания) и фактическая траектории (кумулятивная сумма результатов деятельности агента) приведены на рисунке 4.3 (пунктиром изображены кривые, соответствующие необнаружению разладки). Графики динамики кумулятивных затрат агента и затрат центра на стимулирование приведены на рисунке 4.4 (пунктиром изображены кривые, соответствующие необнаружению разладки).

Динамика значений решающей функции (4.52) приведена на рисунке 4.6.

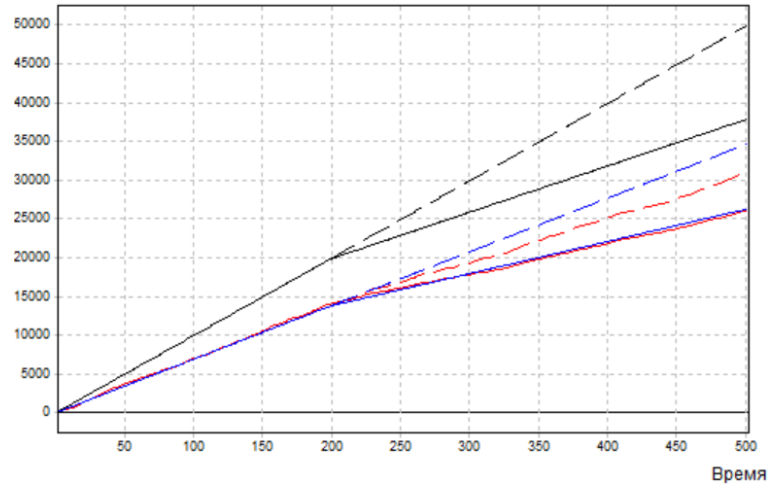

Рис. 4.3. Динамика кумулятивных результатов деятельности агента в примере 4.7 (плановая, ожидаемая и фактическая траектории)

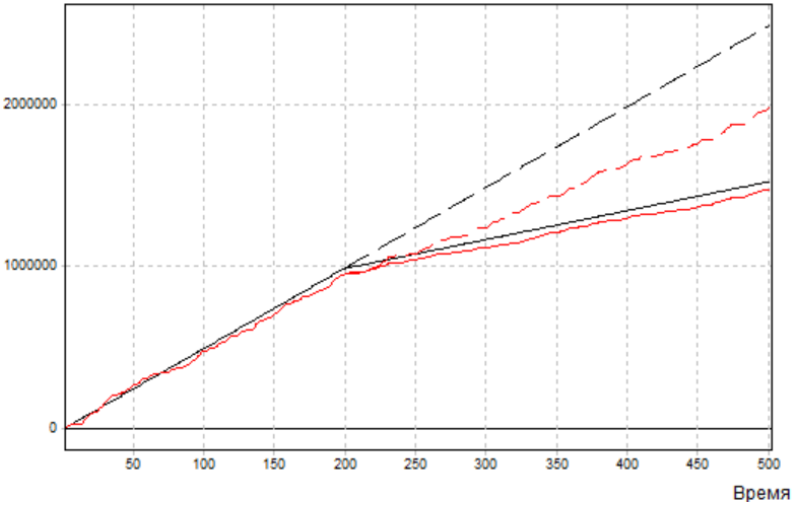

Рис. 4.4. Динамика кумулятивных затрат агента и центра в примере 4.7 (фактические затраты агента и затраты центра на стимулирование)

Средние значения статистики l_t до и после разладки равны –0,04 и +0,04 соответственно, а среднеквадратичные отклонения – 0,29 и 0,27. Причём до разладки статистика l_t будет принимать значение

$\ln\frac{\beta_1}{\beta_0}+\ln\frac{\beta_0+x^*}{\beta_1+x^*}$=-0,29 с вероятностью $\frac{\beta_0}{\beta_0+x^*}$ = 0,5, а после разладки – с вероятностью $\frac{\beta_1}{\beta_1+x^*}$ = 0,38.

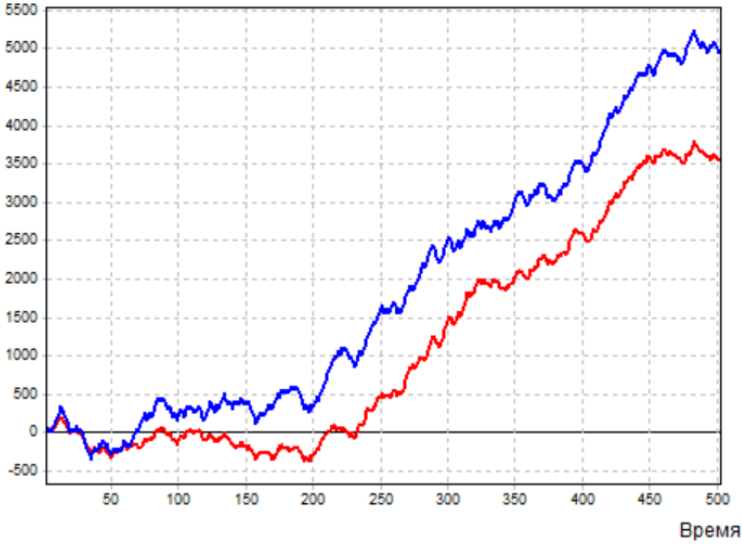

Рис.4.5. Динамика показателей разладки S_1 и S_2 в примере 4.7

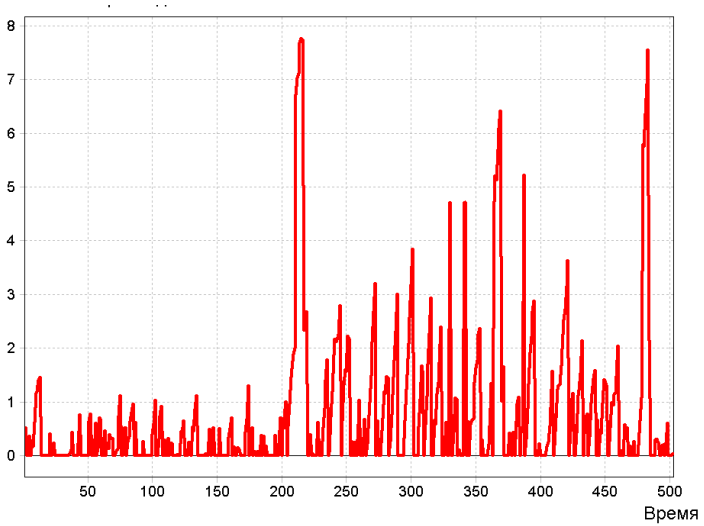

Рис.4.6. Динамика показателей разладки в примере 4.7

В рассматриваемом выборочном примере при $\delta = 2$ разладка обнаруживается спустя 10 периодов после того как она происходит.

Выбор порога решения δ может выполняться не только по критерию, когда одна из ошибок фиксируется на уровне не ниже заданного, а вторая – оптимизируется, но и по критерию оптимизации целевой функции центра $\Phi(\cdot)$. В этом случае необходимо использовать значения целевой функции центра до и после разладки, а также в случае ошибочных решений, для наглядности эти величины приведены в виде таблицы 4.2 ниже.

Таблица 4.2. Значения целевой функции центра $\Phi(\cdot)$ *в зависимости от наличия разладки и её обнаружения центром*

Разладка (j)	Решение (i)	$\Phi(\sigma(\cdot\|i), z\|i)$
0	0	$\gamma\beta_0 \ln\left(1+x_0^*/\beta_0\right) - c\,x_0^* - a_0$
1	0	$\gamma\beta_1 \ln\left(1+x_0^*/\beta_1\right) - c\,x_0^* - a_0$
0	1	$\gamma\beta_0 \ln\left(1+x_1^*/\beta_0\right) - c\,x_1^* - a_1$
1	1	$\gamma\beta_1 \ln\left(1+x_1^*/\beta_1\right) - c\,x_1^* - a_1$

4.5. Согласование интересов в динамических сетевых ОТС

Важнейшим аспектом комплексной деятельности, реализуемой субъектами, является технологическая структура, поэтому возникает необходимость разработки моделей для одновременного исследования и технологической структуры КД ОТС, и активности её элементов - субъектов. Аппарат теории графов, давно и успешно применяемый для описания транспортных, производственных, социальных, экономических и других сетей (см. обзоры в работах [207, 235]), управления проектами [29, 35, 59] и др., не всегда позволяет учитывать целенаправленность субъектов деятельности – элементов ОТС, агентов (как её учитывают, например, теоретико-игровые модели, используемые в теории активных систем и в смежных с ней науках [7]). В главе 2 в качестве основной модели ЖЦ ОТС была рассмотрена модель многоэлементной динамической системы, а в разделе 3.5.3 - сетевой ОТС, для них приведем модели согласования интересов субъектов КД с учётом их жизненных циклов и технологий.

4.5.1. Модель динамической сетевой организационной системы

Рассмотрим, следуя [19], динамическую сетевую ОТС (определение дано в разделе 2.2.3), включающую $N = \{1, 2, \ldots, n\}$ агентов, $n \geq 2$, и *сеть* $G = (N, E)$.

Предположения П1 и П2 являются ключевыми для всех приведённых ниже результатов о возможности декомпозиции, так как в их рамках центр может для каждого агента однозначно определить, выбрал ли этот агент требующиеся от него действия или нет.

Сформулируем *задачу стимулирования в ДСОТС* при $t = \overline{1,T}$, предполагая, что центр полностью дальновиден (степень его дальновидности равна T) и осуществляет программное управление. Предположим, что агенты также дальновидны и в каждом периоде выбирают действия однократно, одновременно и независимо, причём сеть $G = <N, E>$, технологии деятельности всех агентов, их целевые функции (включая функции стимулирования) и результаты деятельности в предыдущие периоды $z_N[1*t-1]$ являются на момент выбора действий *общим знанием* для центра и агентов.

Обозначим через $\{\sigma_D^t\}$ вектор-функцию стимулирования агентов из множества $D \subseteq N$ в различные периоды времени $t \in [1;T]$, где T – *горизонт времени*.

В данной игре агентов *доминантной стратегией* (ДС) i–го агента (при системе стимулирования $\{\sigma_N^\tau\}\tau = \overline{1,T}$) называется траектория действий $y_i^д[1*T]$ такая, что $\forall\, y_{-i}[1*T] \in \prod_{k \in N;\, k \neq i} Y_k^{\,T}$; $\forall\, t_1 = \overline{1,T}$; $\forall\, t_2 = \overline{t_1;T}$; $\forall\, s[t_1*t_2] \in Y_i^{\,t_2-t_1+1}$; $s[t_1*t_2] \neq y_i^д[t_1*t_2]$:

$$F_i(\{\sigma_N^\tau\};\{y_i^д[1*T], y_{-i}[1*T]\}) \geq$$

$$\geq F_i(\{\sigma_N^\tau\};\{y_i^д[1*(t_1-1)], s[t_1*t_2], y_i^д[(t_2+1)*T], y_{-i}[1*T]\}) \qquad (4.53)$$

То есть, ДС $y_i^д[1*T]$ обеспечивает максимум целевой функции i-го агента независимо от выбора других агентов $y_{-i}[1*T]$.

Равновесием в доминантных стратегиях (РДС) в данной задаче называется совокупность доминантных стратегий всех агентов: $y_N^д[1*T] = \{y_1^д[1*T]; \ldots; y_i^д[1*T]; \ldots; y_n^д[1*T]\}$.

Эффективность управления ДСОТС характеризуется (см. раздел 2.2.3) целевой функцией центра $\Phi(\cdot)$:

$$\Phi(\{\sigma_N^t\}; t=\overline{1,T}) = \max_{y_N\ 1*T\ \in E(\{\sigma_N^t\};\, t=\overline{1,T})} \left\{ \sum_{t=1}^{T} \delta\ 1; t\ \ \phi(z_n^t(y_N[1*t])) \right\} \quad (4.54)$$

где $\phi(z_i^t(y_N[1*t])) = h^t(z_n^t(y_N[1*t])) - \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^t(z_n^t(y_N[1*t])), & \text{если верно П1;} \\ \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^t(y_N[1*t]), & \text{если верно П2.} \end{cases}$

.

Вычисление в (4.54) максимума по множеству равновесий соответствует гипотезе благожелательности [90] – агенты выберут наиболее выгодное для центра равновесие. Если гипотеза доброжелательности не соблюдается, вычисление максимума необходимо заменить вычислением минимума, следуя методу гарантированного результата.

Задача управления заключается в построении системы стимулирования $\{\sigma_N^t\}$, имеющей максимальную эффективность – обеспечивающей максимум целевой функцией центра $\Phi(\cdot)$

$$\Phi(\sigma_N) \to \max_{\sigma_N} \quad (4.55)$$

Значение функционала $\Phi(\cdot)$, достижимое в результате решения задачи (4.55), назовём *эффективностью ДСОТС*.

Задача (4.53 – 4.55) не тривиальна - «прямой» поиск её решения не представляется возможным. Поэтому воспользуемся свойствами ДСОТС, позволяющими применить общие теоремы о декомпозиции игры агентов [19, 90].

4.5.2. Декомпозиция игры агентов в динамической сетевой ОТС

Решим задачу (4.55), построив компенсаторную систему стимулирования, в двух постановках, когда верны предположение П1 или предположение П2.

Пусть верно предположение П1 (Центр наблюдает только значение выхода сети $z_n(t)$, но функции $Q_i^t(\cdot)$ взаимно однозначны относительно действий самого агента и результатов его предшественников в текущем периоде).

Зафиксируем некоторую желательную для центра траекторию выхода сети $x[1*t]$, траекторию *планов по результату*, и траекторию *планов по действию* $y_N(x[1*t])$ – набор векторов действий агентов, приводящих к траектории-выходу $x[1*t]$.

При справедливости предположения П1, несложно показать, что для любой осуществимой траектории выходов $x[1*t]$, последовательно по $t = 1,2, \ldots T$ может быть построена *единственная* траектория планов по действиям всех агентов $y_N(x[1*t])$, обеспечивающая выход сети $z_n[1*t] = x[1*t]$).

Будем обозначать:

$y_N^{\text{п}}[1*t]$ – траектория планов по действиям всех агентов (запись $x[1*t]$ будем опускать там, где это не приводит к неоднозначности);

$y_i^{\text{п}}[1*t]$ – траектория планов по действию i–го агента;

$y_i^{\text{п}}(t)$ – t-й элемент траектории планов по действию $y_i^{\text{п}}[1*t]$ i–го агента;

$Z_i^t(y) \subseteq Z_n$ - подмножество множества Z_n возможных выходов сети, каждый элемент которого соответствует выходу $z_n(t)$ при условии, что i-й агент в t-м периоде выбрал действие y, а остальные агенты – любые допустимые для них действия при любых траекториях действий $y_N[1*(t-1)]$ всех агентов в течение предыдущих периодов, то есть $Z_i^t(y) = \{z_n(\{y, y_{-i}(t), y_N[1*(t-1)]\}): \forall\, y_{-i}(t) \in \prod_{k \in N; k \neq i} Y_k$; $\forall\, y_N[1*(t-1)] \in \prod_{k \in N} Y_k^{\,t-1}\}$; $u_i > 0$ - *резервная полезность* i-го агента (выигрыш агента при отказе от участия в системе) в течение одного периода.

Сформируем функцию стимулирования для каждого агента $i \in N$ и $t \in \overline{1;T}$, предполагая соблюдение гипотезы доброжелательности:

$$\hat{\sigma}_i^t\ z_n\ 1*t\ = \begin{cases} c_i^t\ y_N\ z_n\ 1*t\ + u_i, & z_n\ t\ \in Z_i^t\ y_i^{\text{п}}\ t\ ; \\ 0, & z_n\ t\ \notin Z_i^t\ y_i^{\text{п}}\ t\ . \end{cases} \qquad (4.56)$$

С содержательной точки зрения система стимулирования (4.56) такова, что в каждом периоде каждому агенту гарантируется компенсация его фактических затрат и обеспечение резервной полезности в том случае, если он выбрал требуемое от него, плановое, действие $y_i^{\text{п}}(t)$ при любой обстановке $y_{-i}(t) = (y_1(t), \ldots, y_{i-1}(t), y_{i+1}(t), \ldots, y_n(t))$ игры для него в текущем периоде (любых фактических действиях других агентов) и при любой истории игры $y_N[1*(t-1)]$ (любой траектории действий всех агентов в течение предыдущих периодов). В противном случае стимулирование равно нулю.

Утверждение 4.8. Если выполнено предположение П1, то система стимулирования (4.56) реализует траекторию планов по действию $y_N(x[1*t])$ как РДС игры агентов с минимальными затратами центра на стимулирование. Выигрыши всех агентов в каждом периоде в этом

равновесии тождественно равны их резервным полезностям. Затраты центра при этом равны

$$C(x[1*T]) = \sum_{t=1}^{T} \delta\ 1;t\ \sum_{i=1}^{n}\ c_i^t\ \ y_N^*\ \ x\ 1*t\ \ \ +u_i\ \ . \qquad (4.57)$$

Доказательство. Рассмотрим произвольный период времени $t \in \overline{1;T}$, зафиксируем произвольный номер агента $i \in N$, пусть $y_N[1*(t-1)]$ – некоторая история игры, а $y_{-i}(t)$ - некоторая обстановка игры для этого агента: $y_{-i}(t) = (y_1(t), \ldots, y_{i-1}(t), y_{i+1}(t), \ldots, y_n(t))$.

а) Пусть в периоде t агент выбрал плановое действие $y_i^{\text{п}}(t)$. Тогда история игры: $y_N[1*t] = \{y_i^{\text{п}}(t); y_{-i}(t); y_N[1*(t-1)]\}$ и $z_n(y_N[1*t]) \in Z_i^t(y_i^{\text{п}}(t))$. Согласно (4.56) значение его целевой функции составит: $f_i(\hat{\sigma}_N^t\ ; y_N[1*t];\ t) = \hat{\sigma}_i^t\ (z_n(y_N[1*t])) - \ c_i^t\ (y_N[1*t]) =$

$= \ c_i^t\ (y_N[1*t]) + u_i - \ c_i^t\ (y_N[1*t]) = u_i > 0.$

б) Пусть в периоде t агент отказался от участия в системе, тогда значение его целевой функции составит: $f_i(\hat{\sigma}_N^t\ ; y_N[1*t]) = u_i > 0$.

в) Пусть в периоде t агент выбрал действие $s \in Y_i$, отличающееся от планового $s \neq y_i^{\text{п}}(t)$. Тогда история игры: $y_N[1*t] = \{s; y_{-i}(t); y_N[1*(t-1)]\}$ и $z_n(y_N[1*t]\}) \notin Z_i^t(y_i^{\text{п}}(t))$ (в силу предположения П1). Согласно (4.56) значение его целевой функции составит

$$f_i^t(\hat{\sigma}_N^t\ ; y_N[1*t]) = \hat{\sigma}_i^t\ (z_n(y_N[1*t])) - \ c_i^t\ (y_N[1*t]) = 0 - \ c_i^t\ (y_N[1*t]) \leq 0.$$

Отметим, что опции а) - в) для каждого агента и для каждого периода t получены независимо от предыдущих и последующих действий каждого из агентов.

В итоге, целевая функция агента (2.1) примет вид

$$F_i(\{\ \hat{\sigma}_N^t\ \}; y_N[1*T]) = u_i\Delta_i - \sum_{\tau \in \Theta} \delta_i\ \ 1;\tau\ \left[\ u_i + c_i^{\tau}\ \ y_N\ \ 1*\tau\ \ \right]. \qquad (4.58)$$

где Θ - множество периодов, в которых агент участвовал в системе, но отклонялся от плановой траектории $y_i^{\text{п}}[1*T]$, а $\Delta_i = \sum_{\tau=1}^{T} \delta_i\ \ 1;\tau\ \ .$

В (4.58) уменьшаемое $u_i\Delta_i$ не зависит от выбора агента, а так как $c_i(\cdot) \geq 0$, $u_i > 0$, $\delta_i(\cdot) > 0$, то выражение (4.58) достигает максимума когда множество $\Theta = \emptyset$. Откуда следует, что стратегия любого i–го агента, состоящая из произвольного сочетания плановых действий и отказа от участия в системе в каждом периоде является доминантной. В частности, траектория планов по действию является ДС: для неё $\Theta = \emptyset$ и тогда $F_i(\{\ \hat{\sigma}_N^t\ \};\ \{y_i^{\text{п}}[1*T];\ y_{-i}[1*T]\}) = u_i\Delta_i$.

Проверим это. Рассмотрим траекторию действий i–го агента, когда на промежутке периодов от первого до t_1–го (не включая его) он реализовывал плановые действия $y_i^{\text{п}}[1*(t_1 - 1)]$ на промежутке от t_1–го до t_2–го периодов принимал участие в системе, но реализовывал некоторые действия $s[t_1*t_2]$, отличающиеся от плана $s[t_1*t_2] \neq y_i^{\text{п}}[t_1*t_2]$, далее снова следовал плану по действиям $y_i^{\text{п}}[(t_2 + 1)*T]$.

Значение целевой функции агента при такой траектории действий соотносится с максимальным значением при плановой траектории как

$$F_i(\{\hat{\sigma}_N^t\}; \{y_i^{\text{п}}[1*(t_1 - 1)], s[t_1*t_2], y_i^{\text{п}}[(t_2 + 1)*T], y_{-i}[1*T]\}) =$$

$$= u_i\Delta_i - \sum_{\tau=t_1}^{t_2}\delta_i(1;\tau)\left[u_i + c_i^{\tau}(y_i^{\text{п}}[1*(t_1 - 1)], s(t_1*\tau), y_{-i}(1*\tau))\right] <$$

$$< u_i\Delta_i = F_i(\{\hat{\sigma}_N^t\}; \{y_i^{\text{п}}[1*T], y_{-i}[1*T]\}).$$

Аналогично, отказ i–го агента от участия в системе на любом промежутке от t_1–го до t_2–го периодов, не увеличивает значение целевой функции.

Согласно (4.58) максимальные значения целевой функции i–го агента ($u_i\Delta_i$) не зависят от действий других агентов, поэтому траектория $y_N(x[1*T])$, когда все агенты следуют планам по действиям в каждом периоде, является (одним из) РДС.

Тогда в предположении выполнения гипотезы доброжелательности все агенты выберут $y_N(x[1*T])$. Следовательно, система стимулирования (4.56) реализует плановую траекторию - вектор действий всех агентов $y_N(x[1*T])$ - как РДС, при этом суммарные затраты центра определяются (4.57).

Докажем что система стимулирования (4.56) обеспечивает затраты центра на минимально возможном уровне (4.57) среди всех систем стимулирования, реализующих выход сети $x[1*T]$.

Пусть существует другая система стимулирования $\{\tilde{\sigma}_N^t\}$, реализующая выход сети $x[1*T]$ и, следовательно, тот же вектор действий агентов $y_N(x[1*T])$ и характеризующаяся строго меньшими суммарными затратами центра на стимулирование. Тогда найдётся по крайней мере один агент $j \in N$, для которого хотя бы в одном периоде $t \in \overline{1;T}$ выполнено $\tilde{\sigma}_j^t(y_N(x[1*t])) < c_j^t(y_N(x[1*t])) + u_j$. То есть, значение его целевой функции строго меньше резервной полезности. Но тогда для этого агента в таком периоде целесообразным является отказ от участия в данной системе и получение выигрыша, равного резервной полезности. Получили противоречие, утверждение 4.8 доказано. •

Пусть теперь выполнено предположение П2 (центр наблюдает фактические действия агентов в текущем периоде). В этом случае центр может сформировать систему стимулирования, используя свою информированность о действиях агентов, на основе траектории плана по действиям.

Зафиксируем некоторую желательную для центра траекторию *планов по действию* $y_N^{\text{п}}[1{*}t]$. Сформируем функцию стимулирования для каждого $i \in N$ и $t \in \overline{1;T}$, предполагая соблюдение гипотезы доброжелательности:

$$\hat{\sigma}_i^t\ y_N^{\text{п}}\ 1{*}t\ = \begin{cases} c_i^t\ y_N\ 1{*}t\ + u_i,\ y_i\ t\ = y_i^{\text{п}}\ t\ ; \\ 0, \qquad\qquad\qquad\quad y_i\ t\ \neq y_i^{\text{п}}\ t\ . \end{cases} \tag{4.59}$$

Доказательство утверждения 4.8 может быть распространено на данный случай с точностью до обозначений, поэтому справедливо

Утверждение 4.9. Если выполнено предположение П2 то система стимулирования (4.59) реализует траекторию планов по действию $y_N^{\text{п}}[1{*}t]$ как равновесие в доминантных стратегиях игры агентов с минимальными затратами центра на стимулирование. Выигрыши всех агентов в каждом периоде в этом равновесии тождественно равны их резервным полезностям. Затраты центра при этом равны

$$C(y_N^{\text{п}}[1{*}t]) = \sum_{t=1}^{T} \delta\ 1;t\ \sum_{i=1}^{n}\ c_i^t\ \ y_N^{\text{п}}\ 1{*}t\ \ + u_i\ \ . \bullet \tag{4.60}$$

Таким образом, в ДСОТС для любой осуществимой траектории результатов сети (если верно П1) или действий агентов (если верно П2) может быть построена согласованная с ней компенсаторная система стимулирования, определяемая утверждением 4.8 или 4.9, которая:

- реализует траекторию действий агентов (как РДС их игры), приводящих к требуемой траектории результатов (П1) или требуемую траекторию действий агентов (П2) как РДС их игры;
- декомпозирует задачу по агентам и по периодам;
- обеспечивает гарантировано минимальные (по всем возможным дальновидностям агентов) затраты центра на реализацию траектории, определяемые (4.57), когда верна П1, или (4.60), когда верна П2;
- оптимальные системы стимулирования (4.56) и (4.59) не зависят от технологии ДСОТС: структуры сети *G* и совокупности технологических функций. •

При несоблюдении гипотезы доброжелательности функции стимулирования (4.56) и (4.59) следует дополнить стимулирующими

надбавками $\varepsilon_i > 0$, которые соответствующим образом увеличат затраты центра: (4.61), если справедливо П1 и (4.62) – когда справедливо П2:

$$\hat{\sigma}_i^t\ z_n\ 1{*}t\ = \begin{cases} c_i^t\ y_N\ z_n\ 1{*}t\ + u_i + \varepsilon_i,\ z_n\ t \in Z_i^t\ y_i^{\text{п}}\ t\ ; \\ 0, \qquad\qquad z_n\ t \notin Z_i^t\ y_i^{\text{п}}\ t\ ; \end{cases} \tag{4.61}$$

$$C\ x[1{*}T]\ = \sum_{t=1}^{T} \delta\ 1;t\ \sum_{i=1}^{n} c_i^t\ y_N^*\ x\ 1{*}t\ + u_i + \varepsilon_i\ .$$

$$\hat{\sigma}_i^t\ y_N^{\text{п}}\ 1{*}t\ = \begin{cases} c_i^t\ y_N\ 1{*}t\ + u_i + \varepsilon_i,\ y_i\ t\ = y_i^{\text{п}}\ t\ ; \\ 0, \qquad\qquad y_i\ t\ \neq y_i^{\text{п}}\ t\ ; \end{cases} \tag{4.62}$$

$$C\ y_N^{\text{п}}[1{*}T]\ = \sum_{t=1}^{T} \delta\ 1;t\ \sum_{i=1}^{n} c_i^t\ y_N^{\text{п}}\ 1{*}t\ + u_i + \varepsilon_i\ .$$

В этом случае РДС будет единственным – когда все агенты выбирают требуемые от них плановые действия.

4.5.3. Планирование в динамических сетевых ОТС

Общая схема решения задач управления ОТС, подобных рассматриваемым, такова [90]: сначала для каждого допустимого вектора действий агентов (или вектора результатов их деятельности) с использованием принципов декомпозиции и компенсации затрат агентов решается задача *согласования* – поиска компенсаторной системы стимулирования, реализующей эти действия/результат с минимальными затратами центра. Затем на втором шаге решается задача *оптимального планирования* – поиска вектора действий/результатов, реализация которого наиболее выгодна для центра. Отметим, что такая двух-шаговая схема значительно упрощает решение задачи (4.55) (в которой необходимо искать функции, экстремизирующие функционал, вычисляемый на множестве, зависящем от искомой функции) сводя его к нахождению относительно простой системы стимулирования и решению затем задачи «скалярной» оптимизации.

Доказанные выше утверждения 4.8 – 4.9 обеспечивают применимость принципа декомпозиции игры агентов в динамических многоэлементных ОТС. Для решения задач согласованного управления в таких организационных системах остаётся найти оптимальные планы. Поэтому рассмотрим теперь решение задач оптимального планирования для ДСОТС.

Алгоритм решения задачи (4.55) сводится к тому, что:

I. На первом шаге субъект, осуществляющий управление в ДСОТС – центр, – решает задачу планирования – находит оптимальный план $x^*[1*T]$ (траекторию выхода сети), максимизирующий разность между выручкой и суммарными затратами всех агентов с учётом распределения дальновидностей.

$$\begin{aligned} &\Pi 1:\ \sum_{t=1}^{T}\delta\ 1;t\ \ h^t(x[1*t]) - \sum_{t=1}^{T}\delta\ 1;t\ \ \sum_{i=1}^{n}\sigma_i^t(x[1*t]) \to \max_{x\ 1*T};\\ &\Pi 2:\ \sum_{t=1}^{T}\delta\ 1;t\ \ h^t(z_n(y_N[1*t])) - \sum_{t=1}^{T}\delta\ 1;t\ \ \sum_{i=1}^{n}\sigma_i^t(y_N[1*t]) \to \max_{y_N[1*t]}. \end{aligned} \tag{4.63}$$

Задачи типа (4.63) не тривиальны (могут быть решены численно или в частных случаях – методом динамического программирования), но в них необходимо искать вектор планов, а не вектор-функции, как в задаче (4.55).

II. На втором шаге, после получения решения $x^*[1*T]$ использует его в системах стимулирования (4.56) и (4.59) соответственно и реализует управление.

Если агенты полностью дальновидны и центр знает распределения их дальновидностей $\delta_i(1; t)$[38], он может воспользоваться этим и повысить эффективность своего управления $\Phi(\sigma_N)$, используя *аккордную систему стимулирования*.

Для ДСОТС аккордная система определяется как

$$\sigma_i^*(x; y\left[1*T\right];t) = \begin{cases} \tilde{C}_i, \ \text{при } y_i(\tau)=y_i^*(x;\ \tau) \\ \quad \text{для всех } \tau \in \left[1;T\right] \text{ и } t=T; \\ 0, \quad \text{при } y_i(\tau) \neq y_i^*(x;\tau) \text{ хотя бы} \\ \quad \text{для одного } \tau \in \left[1;t\right] \text{ или } t<T. \end{cases} \tag{4.64}$$

где $\tilde{C}_i = \sum_{t=1}^{T}\delta_i^{-1}\ 1;T-t\ \ c_i(y_N^*(x\left[1*t\right]) + u_i$, а траектория оптимального плана получена из $\sum_{t=1}^{T}\delta\ 1;t\ \{h(x\left[1*t\right]) - \sum_{i=1}^{n}\tilde{C}_i\} \to \max_{x\left[1*T\right]}$ и может отличаться от траектории, получаемой из (4.63) в силу возможных различий распределений дальновидностей центра и агентов.

Дополнительный выигрыш от использования аккордной системы (4.64) возникает у центра не всегда и зависит от соотношения распре-

[38] *И вся эта информация является общим знанием для всех участников.*

делений дальновидностей центра и агентов. В частности, в случае совпадающих распределений дальновидностей, например, $\delta_i(1; t) = \delta(1; t) = \exp(-\alpha(t - 1))$ (где $\alpha \geq 0$), эффективность управления $\Phi(\sigma_N)$ для обоих случаев совпадает.

Таким образом, решение задач оптимального планирования (4.63), дополненное компенсаторными системами стимулирования (4.56) и (4.59), обеспечивает согласованное управления многоэлементными динамическими организационными системами (4.55).

Обсудим полученные результаты.

Отметим, что компенсаторные системы стимулирования (4.56) и (4.59), декомпозирующие задачи по агентам и периодам, удалось построить для случая достаточно сложных организационных систем – одновременно многоэлементных и динамических.

Основная особенность постановок задачи, позволившая это сделать, заключается в предположениях П1 или П2 о взаимной однозначности технологических функций или возможности наблюдать действия агентов в текущем периоде. Это позволяет не только последовательно по периодам строить желательные траектории действий агентов в зависимости от траектории плана по «выходу всей ОТС», но также контролировать действия агентов. Поэтому в условиях таких жёстких технологических зависимостей, условно говоря, стимулирование за результат эквивалентно стимулированию за действие.

Второй интересной особенностью полученных решений является то, что жёсткие технологические зависимости позволили декомпозировать задачу не только по агентам, но и по периодам. Возможность такой декомпозиции обычно характерна для прямо противоположного случая – полного отсутствия связей: независимых агентов и несвязанных периодов. Здесь же возможность декомпозиции обеспечена именно за счёт взаимной однозначности обобщённой технологии деятельности агентов.

Третьей особенностью является существенная практическая значимость полученных результатов. Данная постановка согласованного управления иерархической совокупностью организационных систем, технологически связанных между собой, естественным образом отражает проблему управления бизнесом современных крупных предприятий, который требует организации кооперации и управления десятками тысяч относительно автономных бизнес-элементов, в свою очередь являющихся предприятиями.

Четвёртой особенностью является то, что доказанные утверждения разделяют математические модели и методы управления слож-

ными (многоэлементными динамическими) организационными системами на теоретико-игровые задачи, учитывающие активность участников системы, и оптимизационные задачи планирования (в том числе распределения ресурсов). Независимость систем стимулирования (4.56) и (4.59) от технологических графов и технологических функций позволяет рассматривать отдельно задачи управления технологией деятельности. Всё это позволяет корректно структурировать единую проблему управления на три группы математических моделей и задач и решать их по отдельности, учитывая взаимосвязи.

Необходимо отметить, что декомпозиция задачи по агентами и по периодам не означает переход к задаче с независимыми агентами и ненсвязанными периодами. Связи (между агентами в различные периоды) отражают технологию комплексной деятельности и наличие ресурсов и выступают как ограничения на совместные действия агентов.

Полученные для ДСОТС результаты могут быть расширены на случай [26] многоуровневых многоэлементных динамических организационно-технических систем, образующих иерархию подсистем, каждая из которых является ДСОТС. В [26] доказано, что при выполнении аналогичных П1 и П2 предположений, могут быть построены компенсаторные системы стимулирования, которые:

- реализуют как РДС траекторию действий агентов и промежуточных центров;
- декомпозируют задачу по агентам, промежуточным центрам и по периодам;
- обеспечивают гарантированно (по всем возможным дальновидностям агентов и промежуточных центров) минимальные затраты центра на реализацию этой траектории.

4.5.4. Расширенные предприятия как сетевые ОТС

В работах [10, 12, 15] отмечается, что в последние десятилетия имеет место тренд существенной трансформации принципов образования связей в организационно-технических системах, прежде всего – снижение роли организационных связей. Интеграция в современном мире стала глобальной, особенное развитие получила такая форма организации, как *расширенные предприятия* – совокупности предприятий и фирм, объединённые едиными технологическими процессами и связями без юридического и финансового объединения. В

расширенных предприятиях основными являются технологические связи, а не организационная структура или акционерный капитал.

Приведённая выше модель сетевой ОТС может рассматриваться как модель расширенного предприятия, где на основе технологии предприятие-интегратор (центр) централизованно производит все расчёты с агентами с учётом всей «производственной кооперации» (технологической сети).

Линейная система стимулирования может рассматриваться как модель, где закупка производственных факторов производится на рынке (или имеет место «централизованный хозрасчёт» в рамках фиксированного состава ОТС) и осуществляется сборка в соответствии с технологией.

Внешний рынок. Рассмотрим модель, в которой агент может, помимо обеспечения требуемого своего результата для ОТС, работать, используя те же производственные мощности, и на внешний рынок, реализуя на нем свои действия (обладающие определённой «аддитивностью») в объёме $v_i \geq 0$ по известной ему и центру цене $\rho_i \geq 0$. Предполагаем, что функции затрат $c_i(y)$ монотонно неубывающие, выпуклые дифференцируемые для всех $y \geq 0$. Будем считать, что динамика ОТС отвечает модели с независимыми периодами, поэтому динамическая задача редуцирована в одношаговую. Целевая функция агента имеет вид:

$$g_i(x, v_i) = c_i(y_i(x)) + u_i + \rho_i v_i - c_i(y_i(x) + v_i),\ i = \overline{1, n} \qquad (4.65)$$

Так как при фиксированных x и компенсаторной системе стимулирования первые два слагаемые в выражении (4.65) – константы, то в силу выпуклости и дифференцируемости $c_i(\cdot)$ оптимальный уровень реализуемых на рынке действий определяется как

$$v_i(x) = c'^{-1}_i(\rho_i) - y_i(x),\ i = \overline{1, n} \qquad (4.66)$$

Первое слагаемое в выражении (4.66) монотонно по рыночной цене, поэтому минимальная рыночная цена, при которой i-му агенту ещё выгодно предлагать на рынок свои «дополнительные» (помимо $y_i(x)$) действия, равна $c'_i(y_i(x))$.

Рассмотрим две альтернативы для агента. Первая – участвовать в системе и, быть может, работать на внешний рынок; вторая – отказаться от участия в системе и работать только на внешний рынок в оптимальном для себя объёме $c'^{-1}_i(\rho_i)$. Сравнение выигрышей агента в этих двух случаях обосновывает (с учётом принципа компенсации затрат)

Утверждение 4.10. Участие в системе выгодно для агента, если

$\sigma_i(y_i(x)) \geq \max\{\ \rho_i y_i(x);\ c_i(y_i(x)) + u_i\ \},\ i = \overline{1,n}$. • (4.67)

С учётом утверждения 4.11 множество реализуемых ДСОТС значений выходов сети примет вид $Z_0 = \{x \geq 0 \mid A(x) \neq \varnothing,\ (4.67)\}$. Выше было показано, что $\rho_i \geq c'_i(y_i(x)),\ i = \overline{1,n}$.

Утверждение 4.11. При линейных системах стимулирования агент, имеющий возможность работать на внешний рынок, согласится участвовать в системе если

$\sigma_i'(y_i(x)) \geq \rho_i,\ i = \overline{1,n}$. • (4.68)

Справедливость утверждения 4.11 следует из того, что объединение двух систем неравенств – (4.66) и (4.67) – совместно тогда и только тогда, когда выполнено условие (4.68).

Содержательно утверждение 4.11 тривиально – если центр применяет линейную систему стимулирования и предлагает агенту ставку оплаты, меньшую рыночной, то последний не согласится участвовать в системе. Отметим, что при этом мы не учитываем организационные и информационные издержки центра и агентов, эти издержки заслуживают отдельного исследования, и их введение в модель может изменить результаты, соответствующие утверждениям 4.10 и 4.11.

Пример 4.8**.** Пусть цена λ постоянна, затраты агентов квадратичны: $c_i(y_i) = (y_i)^2 / (2\ r_i)$, где константы $r_i > 0$, а технологическая функция линейна: $Q_i(y_i, z_{i-1}) = B_i\ y_i + z_{i-1}$, где $B_i > 0$. В этих условиях выражение (4.66) примет вид: $v_i = (\rho_i - \lambda\ B_i)\ r_i,\ \ i = \overline{1,n}$, а система неравенств (4.67) – вид $\lambda\ B_i\ r_i\ (\rho_i - \lambda\ B_i / 2) \leq u_i,\ i = \overline{1,n}$. •

Рассмотренная выше модель «внешнего рынка» соответствует случаю:

– ограниченных ресурсов агента, когда он вынужден оптимизировать их распределение для получения максимального выигрыша;

– «конфликтных» отношений центра и агента, когда они «делят выигрыш» от совместной деятельности.

Следствием этих априорных предположений становится фундаментальный вывод, что оптимальна компенсаторная схема стимулирования, основной принцип которой «дать агенту ровно столько, сколько ему необходимо для осуществления желаемого центру действия». Отчасти это обусловлено тем, что центр делает ход первым, предлагая «правила игры» агенту (см. обсуждение множества компромисса в работе [233]). Другими словами, именно дефицит ресурсов приводит к тому, что центр и агент «жёстко делят» ограниченный совокупный выигрыш.

Однако современный уровень развития технологий и экономики в целом характеризуется существенным смягчением ограничений на финансовые ресурсы, а, следовательно (на «длинном периоде времени»), и материально-технические, и трудовые ресурсы. Это создаёт предпосылки возникновения иных, кооперативных отношений между центром и агентом, когда они не столько делят выигрыш, сколько совместно увеличивают его. Поэтому имеет смысл расширить рассмотренную выше постановку задачи.

Дополним две рассмотренные выше альтернативы для агента (участвовать в системе и, быть может, работать на внешний рынок; или – отказаться от участия в системе и работать только на внешний рынок в оптимальном для себя объёме) третьим вариантом – расширения деятельности агента.

Предположим, что i-й агент (самостоятельно или совместно с центром) может привлечь дополнительные ресурсы и трансформировать свою технологию деятельности: заменить в сети G единый элемент с технологической функцией $z_i = Q_i(y_i, z_{i-1})$, $i = \overline{1,n}$, и функцией затрат $c_i(y_i(x))$ на совокупность из M_i одинаковых «*производственных элементов*» с теми же самыми технологической функцией и функцией затрат. «Аддитивность» действий агента предполагает возможность для агента распределять «план» $y_i(x) + \nu_i$ для реализации между производственными элементами. Если $c_i(0) = 0$, то монотонность и выпуклость функции затрат с очевидностью подсказывает целесообразность назначать каждому из производственных элементов план как можно меньшего размера, а число элементов M_i – выбрать соответственно требуемому плану $y_i(x) + \nu_i$.

Вместе с тем, очевидно, существует ограничение снизу на размер реализуемого плана – технологическая функция $Q_i(y_i, z_{i-1})$ не может быть реализована для действий y_i, меньших некоторого априори известного, задаваемого технологией деятельности агента и центра, уровня α_i. Тогда для каждого плана $y_i(x) + \nu_i$ найдётся оптимальная организация агента, состоящая из $M_i = [(y_i(x) + \nu_i) / \alpha_i]$ производственных элементов (где $[\cdot]$ обозначает целую часть числа). «Оптимально организованный агент» будет иметь исходную технологическую функцию $z_i = Q_i(y_i, z_{i-1})$, при этом функция затрат трансформируется к виду

$$c^*_i(y_i) = [y_i/\alpha_i]c_i(\alpha_i) + c_i(y_i - [y_i/\alpha_i]\alpha_i) + b_i, \qquad (4.69)$$

где b_i – известная константа, отражающая затраты на организацию агента. В качестве отступления отметим, что для того, чтобы избавиться от требования $c_i(0) = 0$, можно считать, что b_i – затраты на ор-

ганизацию одного производственного элемента, а второе слагаемое в выражении для функции затрат считать равным $[y_i/\alpha_i]b_i$. Заметим, что для «трансформированной» функции затрат (4.69) справедливо соотношение:

$$c^*_i(y_i) \le \frac{c_i(\alpha_i)}{\alpha_i} y_i + b_i \qquad (4.70)$$

причём равенство достигается в точках $y_i = \alpha_i P$, где P принимает натуральные значения.

Такая трансформация будет выгодна, прежде всего, центру. Трансформация снижает размер компенсируемых центром затрат агента при любых размерах плана $y_i(x) \ge y_i^{\text{гр}}$, где граничное значение $y_i^{\text{гр}}$ является решением уравнения $c_i(y) = [y/\alpha_i]c_i(\alpha_i) + c_i(y - [y/\alpha_i]\alpha_i) + b_i$.

Проанализируем выгоду агента от трансформации, используя выражение для его целевой функции (4.65) с учётом трансформированной функции затрат (4.69) и (4.70):

$$\begin{aligned} g^*_i(x,v_i) &= c^*_i(y_i(x)) + u_i + \rho_i v_i - [(y_i(x)+v_i)/\alpha_i]c_i(\alpha_i) - \\ &- c_i(y_i(x)+v_i - \alpha_i[(y_i(x)+v_i)/\alpha_i]) - b_i, \qquad i = \overline{1, n}. \end{aligned} \qquad (4.71)$$

Рассмотрим поведение целевой функции при возрастании v_i от нуля. Прежде всего, определим минимальный уровень цен ρ_i, при которых агент будет заинтересован работать на внешний рынок; для этого продифференцируем целевую функцию (4.71) по v_i ($i = \overline{1, n}$):

$$\frac{dg^*_i(x,\ v_i)}{dv_i} = \rho_i - c_i'\ (y_i(x) + v_i - [y_i(x + v_i)/\alpha_i]\alpha_i). \qquad (4.72)$$

Из выражения (4.72) видно, что агент будет заинтересован работать на внешний рынок только при ценах $\rho_i \ge c_i'\ (y_i(x) - [y_i(x)/\alpha_i]\alpha_i)$. Заметим, что данное пороговое значение цен строго меньше порогового значения $c_i'\ (y_i(x))$ в случае функции затрат без трансформации (см. выражение (4.68)).

В выражении (4.71) первые два слагаемых ($c^*_i(y_i(x)) + u_i$) и последнее (b_i) не зависят от v_i. Поэтому для дальнейшего анализа перепишем целевую функцию, опустив эти слагаемые:

$$\begin{aligned} g^{**}_i(x,v_i) &= \rho_i v_i - [(y_i(x)+v_i)/\alpha_i]c_i(\alpha_i) - \\ &- c_i(y_i(x)+v_i - [(y_i(x)+v_i)/\alpha_i]\alpha_i),\ i = \overline{1, n}. \end{aligned}$$

Нетрудно показать, учитывая соотношение (4.70), что при $\rho_i > c_i(\alpha_i)/\alpha_i$, начиная с некоторого значения аргумента v_i, функция $g^{**}_i(x, v_i)$ будет строго положительной и неограниченно возрастающей

с ростом v_i. В этом случае оптимальным для агента уровнем реализуемых действий будет весь доступный объем рынка.

Таким образом, выгода трансформации для агента заключается, прежде всего, в снижении порога цен, при которых ему выгодно работать на рынке, а также в возникновении условий, при которых оптимальный уровень реализуемых на рынке действий $v_i(x)$ совпадает с объёмом рынка, т. е. агенту выгодно «захватить весь рынок».

Разделение выигрыша от трансформации между центром и агентом зависит от их взаимной информированности:

– если центр знает функцию затрат агента, он получит свою долю выигрыша, применяя трансформированную функцию затрат (4.69) вместо исходной; агент получит свою долю выигрыша, реализуя действия на внешнем рынке и затрачивая на это меньше усилий;

– если центр не знает о возможности и/или факте трансформации, то весь выигрыш достанется агенту.

Приведённое рассуждение имеет смысл дополнить следующим содержательным соображением, выходящим за рамки данной формальной модели. Для любой трансформации агента необходимо определённое изменение технологии всей ОТС, элементом которой является агент. А это может сделать только центр. Поэтому с содержательной точки зрения агент, как правило, не может не проинформировать центр об изменении технологии. В свою очередь центру могут потребоваться дополнительные затраты для трансформации всей технологии ОТС, которые, могут компенсироваться из выигрыша агента (в частности, от реализации действий на внешнем рынке) или центра, в зависимости от их договорённостей. Таким образом проявляется необходимость кооперативных стратегий для описанной трансформации.

Приведённая модель хорошо иллюстрирует выгоды кооперативного поведения агента и центра, но не учитывает такие факторы, как: необходимость ресурсов для трансформации, неопределённость спроса – доступный объем рынка, информированность центра и агента о рынке, наличие конкурентов, динамика спроса и поведения агента и центра во времени. Все перечисленные факторы усложняют модель и служат предметом дальнейших исследований.

4.6. Приложения моделей согласования интересов

Согласование интересов субъектов КД осуществляется на практике в различных случаях, в частности, при приёме на работу и регу-

лярном (ежегодном) согласовании компенсационных пакетов сотрудников - между сотрудниками (в том числе линейными менеджерами) и руководством компании[39].

Рассмотрим применение моделей согласования интересов субъектов на примерах.

Рассмотрим применение моделей согласования интересов субъектов на примере компании – Интегратора (пример, описанный в разделе 2.3), ведущей проектный бизнес.

Согласование компенсационных пакетов сотрудников (в том числе руководителей) формализуем соответственно структуре деятельности Интегратора, в виде множества СЭДов - центров ответственности (раздел 2.3.2). Каждый сотрудник вовлечён (в качестве элемента комплексного субъекта) в несколько СЭДов - ЦО, поэтому необходимо множественное согласование его интересов. Как следствие компенсационный пакет (КП) каждого сотрудника состоит из нескольких элементов, каждый из которых связан с различными центрами ответственности. КП сотрудника и процедуры его согласования регулируются положением о мотивации, являющимся одним из важнейших компонентов в системы управления Компанией (раздел 2.3.2).

КП каждого сотрудника $\sigma_i^*(\{x_l,y_{il}\}, t)$ в каждый период времени t можно представить как сумму условно-постоянной части $\sigma_{i0}^*(x_0,y_{i0}, t)$ (ежемесячной зарплаты, медицинской страховки и подобных выгод) и премиальной части, включающей элементы премирования $\sigma_{il}^*(x_l,y_{il}, t)$: за индивидуальные результаты в проектах, за групповые результаты проектных команд, за групповые результаты подразделения.

$$\sigma_i^*\ \ x_l, y_{il}\ , t\ = \sigma_{i0}^*\ \ x_0, y_{io}, t\ + \sum_{l\in L_{i,t}} \sigma_{il}^*\ \ x_l, y_{il}, t\ \ ,$$

где i - номер сотрудника, l – номера центров ответственности, в деятельности который сотрудник принимает участие, $L_{i,t}$ – множество таких ЦО, оптимальные планы по действиям x_l определяются путём решения соответствующих задач вида (4.55).

---

[39] Согласование компенсационных пакетов рядовых сотрудников (а) и руководителей всех уровней (б) регулируется, практически во всех организациях без исключений, специальными регламентами (называющимися положениями о премировании, о мотивации, или аналогично), относящимися к сфере управления персоналом (HR); согласование договоров – регламентами, регулирующими коммерческую деятельность. Все эти регламенты относятся к «расширенной технологической функции КД» (раздел 1.4), они разрабатываются, совершенствуются и регулярно утверждаются на этапе «Формирования технологии» жизненного цикла КД (раздел 2.1).

Поэтому согласование интересов сотрудников как субъектов КД в форме согласования размеров элементов КП осуществляется регулярно и многократно. Условно-постоянная часть $\sigma_{i0}^{*}(x_0,y_{i0}, t)$ и некоторое «среднее значение» суммарного премирования за результаты $\sum_{l\in L_i}\sigma_{il}^{*}\ x_l, y_{il}, t$ согласовывается при приёме на работу и ежегодно при уточнении параметров годового премирования; конкретные элементы премирования за индивидуальные и групповые результаты в проектах $\sigma_{il}^{*}(x_l,y_{il}, t)$ определяются при назначении i–го сотрудника рабочую группу l –го центра ответственности (проекта).

Вовлечение каждого сотрудника сразу в несколько взаимосвязанных ОТС (рядовых сотрудников в роли агентов, а менеджеров – в ролях и агентов, и центров) потенциально может создавать серьёзные методические сложности динамического согласования интересов множества взаимосвязанных субъектов.

Однако, ситуация разрешается из-за необходимости следовать одному из базовых принципов практического менеджмента: система стимулирования должна быть понятна всем участникам деятельности и однозначно трактуема ими. Положение о мотивации в компании определяет условия и последовательность согласования элементов КП (устраняя факторы иерархии, распределённого контроля и динамики) таким образом, что на формальном уровне декомпозирует задачу согласования КП всех сотрудников на множество независимых сетевых активных систем - многоэлементных ОТС.

Без принятия дополнительных ограничений к этим ОТС могут быть применены утверждения 4.5 и 4.8 – 4.9. Что в итоге позволяет определить в каждой ОТС для каждого из агентов оптимальную компенсаторную систему стимулирования $\sigma_{il}^{*}(x_l,y_{il}, t)$ вида (4.56), реализующую вектор действий агентов как равновесие в доминантных стратегиях их игры с минимальными суммарными затратами центра на стимулирование, выигрыши всех агентов в этом равновесии тождественно равны их резервным полезностям.

Система стимулирования вида (4.56) не только оптимальна, но и а) децентрализует игру агентов; б) делает поведение агентов независящим от технологии КД - структуры сети и совокупности технологических функций агентов, в) расширяет решение на случай ограниченных множеств возможных действий каждого из агентов.

Оптимальная система стимулирования вида (4.56) достаточно проста с формальной точки зрения, вся «сложность» при этом кон-

центрируется в задаче поиска плана по действию и решения задачи (4.63).

Вышеизложенные соображения позволяют сделать важный практический вывод о том, что на содержательном уровне система стимулирования должна быть, во-первых, адресной – стимулировать агента на достижение каждой из поставленных целей, во-вторых, индивидуальной – стимулировать достижение именно тех целей, за которые несёт ответственность агент.

На формальном уровне это означает, что оптимальная система стимулирования может быть построена с помощью следующего простого алгоритма из двух шагов независимо для каждого из субъектов - сотрудников Интегратора (i – идентификатор/номер субъекта):

1. Определяются оптимальные планы по действиям x_l путём независимого решения соответствующих задач вида (4.63).

2. Формируется аддитивно-компенсаторная система стимулирования:

$$\sigma_i^* \quad x_l, y_{il} \quad , t \; = \sigma_{i0}^* \; x_0, y_{io}, t \; + \sum_{l \in L_i} \sigma_{il}^* \; x_l, y_{il}, t$$

$$\sigma_{il}^* \; x_l, y_{il}, t \; = \begin{cases} c_{il}^t \; y_{Nl} \; z_{nl}\left[1^* t\right] \; + u_{il} + \varepsilon_{il}, \; z_{nl} \; t \; \in Z_{il}^t \; y_{il}^{\text{п}} \; t \; ; \\ 0, \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad z_{nl} \; t \; \notin Z_{il}^t \; y_{il}^{\text{п}} \; t \; ; \end{cases} l \in L_i,$$

Применение аддитивно-компенсаторной системы стимулирования на практике затрудняется тем, что и функции затрат $c_{il}(\cdot)$, и резервные полезности u_i не базируются на объективных закономерностях, известных центру (менеджменту Интегратора), а являются фактически субъективными оценками агентов – сотрудников, реализующих активный выбор.

Однако массовость и повторяемость многократного выбора многими субъектами и зафиксированные в учётных системах Компании фактические данные позволяют использовать эмпирические данные в качестве оценок неизвестных функций. При необходимости исторические данные могут быть объединены с экспертными оценками для формирования прогнозов функции затрат $c_{il}(\cdot)$ и резервных полезностей u_i в будущем (подобная процедура представлена в примере раздела 5.4.1).

Представленный пример модели согласования интересов субъектов, сформированной на основании леммы 4.1 и утверждений 4.5, 4.8,

4.9, используется в Интеграторе и является основой решения практических задач управления человеческими ресурсами.

Рассмотрим пример внедрения моделей согласования интересов субъектов КД в компании - продуктовой розничной сети.

Применение рассмотренных моделей проиллюстрирем на примере процедуры контроля согласованности интересов сотрудников магазинов с планами Компании. Магазин является базовым элементом торговой сети – центром ответственности с точки зрения бизнеса и СЭДом с формальной точки зрения. Таким образом, речь идёт о приведении в соответствие интересов субъектов КД внутри СЭДа – магазина, что реализуется путём согласования системы стимулирования (в виде компенсационного пакета, КП) каждого сотрудника на каждый отчётный период $\sigma_i^*(\cdot, t)$. КП сотрудника согласовывается между ним и директором, представляющим интересы руководства Компании (следовательно акционеров компании, т.к. интересы руководства также согласуются с интересами владельцев Компании). Таким образом, фактически реализуется согласование интересов рядовых сотрудников с интересами владельцев бизнеса. Согласование реализуется явно при приёме на работу, когда кандидат принимает предложение и подписывает трудовой контракт и позже в неявной форме периодически, когда сотрудник принимает решение продолжать работать в Компании.

Тогда согласование интересов субъекта КД – сотрудника - формализуется моделью многоэлементной динамической (с несвязанными периодами) ОТС с вероятностной неопределённостью. Как и в предыдущем примере 4.6.1 в данном случае применимы лемма 4.1 и утверждения 4.5, 4.8, 4.9.

Размер согласованного компенсационного пакета сотрудника соответствует вполне определённой квалификации сотрудника и рабочей нагрузке на него. Рабочая нагрузка на каждого сотрудника определяется, во-первых, технологией КД (магазина и всех работающих в нём сотрудников), во-вторых, потоком покупателей и характеристиками покупок. Если первый детерминант известен центру, то второй определяется неопределёнными условиями внешней среды: социально - экономической ситуацией в стране и регионе, особенностями обстановки непосредственно в окрестностях магазина и, возможно, другими факторами. Возможные изменения характеристик внешней среды могут вызывать изменения рабочей нагрузки на сотрудников и приводить к нарушению согласованности их интересов, что есте-

ственно требует от вышестоящего субъекта реакции для восстановления соответствия интересов. При кратковременных изменениях нагрузки проблема решается введением различных надбавок к заработной плате, однако, при системном изменении внешних условий необходима соответствующая долгосрочная реакция руководства Компании.

Восстановление согласованности производится как за счёт корректирования системы стимулирования существующего состава сотрудников, так и изменения их численности (рассмотрению таких решений посвящена глава 5).

Проблема контроля согласованности рассмотрена в разделе 4.4 и классифицирована как задача выявления разладки (изменения) функции распределения вероятностей результата деятельности агента в зависимости от его действия и/или функции распределения вероятностей состояния внешней среды ($F_\theta(z,y) \to \tilde{F}_\theta(z,y)$).

Рабочую нагрузку на сотрудника – результат его действия z_t - будем измерять количеством обслуженных покупателей в течение смены (в качестве z_t также может использоваться суммарное количество единиц товаров в их покупках). Соответственно законодательству оба показателя с привязкой к календарной дате и идентификатору сотрудника регистрируются контрольно-кассовыми машинами в электронной форме, поэтому являются удобными и доступными для накопления, систематизации и анализа. В силу а) независимости действий отдельных покупателей б) значительного количества обслуженных за смену покупателей (несколько десятков-сотен) каждый из показателей может считаться последовательностью независимых случайных величин, функция распределения которых хорошо аппроксимируется нормальной. Показатели имеют сезонный и недельный тренды, что целесообразно отразить в виде известных и зависящих от времени средних значений m_t, которые в момент изменения свойств внешней среды ($F_\theta(z,y) \to \tilde{F}_\theta(z,y)$) становятся другими, но новые значения априори неизвестны.

В таких условиях для выявления разладки рабочей нагрузки на всех сотрудников магазина используется следующее решающее правило.

1. После каждой смены суммарно по всем сотрудникам магазина вычисляется суммарное значение рабочей нагрузки z_t и на его осно-

ве - кумулятивные суммы вида $S^+(t) = \max\limits_{1\le\theta<t}\{\sum\limits_{\tau=t-\theta+1}^{t}(z_\tau - m_\tau - \delta^+)\}$ и

$S^-(t) = \max\limits_{1\le\theta<t}\{\sum\limits_{\tau=t-\theta+1}^{t}(m_\tau - z_\tau - \delta^-)\}$.

2. Сигнал о выявлении изменения характеристик внешней среды формируется, если $S^+(t) > \Delta^+$ (увеличение нагрузки) или $S^-(t) > \Delta^-$ (снижение). Если $S^+(t) \le \Delta^+$ и $S^-(t) \le \Delta^-$ считается, что внешняя среда неизменна.

На рисунке 4.7 приведён иллюстративный пример изменения кумулятивных сумм $S^+(t)$. По вертикальной оси отложены значения $S^+(t)$, по горизонтальной – время. Значения $S^+(t)$ при отсутствии изменений свойств внешней среды показаны пунктирной линией, а при наступлении изменений в момент времени t=10 - сплошной линией, по двум выборкам.

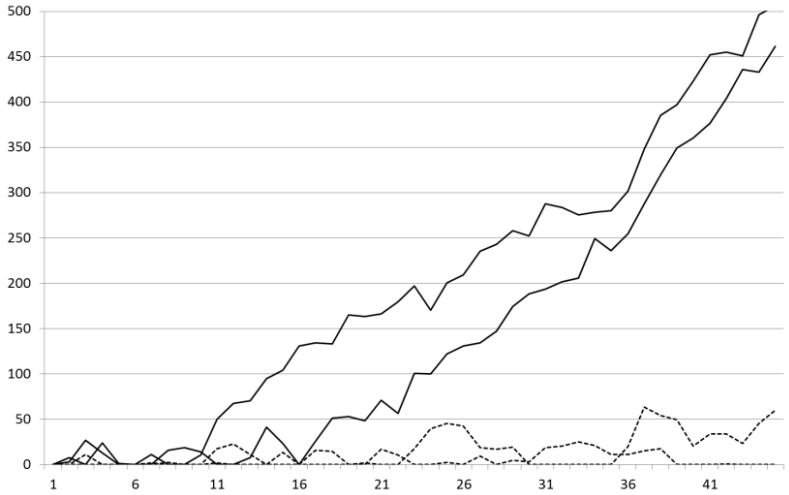

Рис. 4.7 Примеры динамики кумулятивных сумм при отсутствии и наличии разладки.

В приведённом примере эмпирические значения z_t изменяются от 750 до 850, выборочное среднее $\hat{m}_t = 790$, а дисперсия $\hat{\sigma}_z^2 = 280$. Предполагаем, что после разладки среднее увеличивается на фиксированную величину $\Delta m = 20$, а дисперсия не меняется. Константы δ^+, δ^-, Δ^+ и Δ задают характеристики критерия выявления разладки и вы-

бираются исходя из оптимального выявления изменений, соответствующих экспертно задаваемому сценарию (см. раздел 4.4.2 и обсуждение аналогичной задачи в разделе 5.3.3).

Представленная процедура реализует критерий максимального правдоподобия [78, 121, 123, 124, 230] проверки гипотезы об увеличении математических ожиданий на фиксированную величину $m_t \rightarrow m_t + \Delta m$ против гипотезы об отсутствии такого изменения в предположении нормального распределения наблюдаемых величин. В представленном на рисунке 4.7 примере константа δ^+ выбрана равной $\Delta m/2$. Сформированный таким образом сигнал привлекает внимание руководства компании и заставляет при необходимости провести более детальный анализ ситуации и принять необходимые меры.

Итак, модели контроля согласованности интересов субъектов, удовлетворяющие лемме 4.1 и утверждениям 4.5, 4.8 - 4.9, используются в Компании для решения практических задач управления человеческими ресурсами.

Основными результатами четвёртой главы являются:

I. Статические моделей согласования интересов субъектов КД в формализме организационных систем [90] и получение следующих конструктивных результатов:

- Лемма 4.1 о том, что в вероятностной задаче стимулирования для любого действия агента не существует системы стимулирования, реализующей его действие с ожидаемыми затратами центра на стимулирование, строго меньшими затрат агента.
- Выражения для оптимальной системы стимулирования (4.19) в аддитивной модели учёта вероятностной неопределённости и утверждения (4.1) о достаточном условии оптимальности этой системы.
- Утверждения (4.2 и 4.3) о достаточных условиях оптимальности компенсаторной системы стимулирования и выражения для такой системы (4.22).
- Утверждение (4.4) о компенсаторной и скачкообразной системах стимулирования в модели простого агента. Утверждение (4.5) об ε-оптимальной скачкообразной системе стимулирования в модели простого агента.

II. Многоагентная модель (при аддитивной модели учёта вероятностной неопределённости) согласования интересов субъектов КД и получение

- Утверждение (4.6) об оптимальных планах в контракте по обеспечению суммарного результата.
- Утверждение (4.7) о неубывании минимальных затрат центра на обеспечение заданного суммарного результата деятельности агентов с ростом надёжности контракта.

III. Модель освоенного объёма и её характеристики (первичные и вторичные показатели освоенного объёма) применительно к взаимодействию центра и агента в многопериодной организационной системе.

IV. Модели и методы согласования интересов субъектов КД в динамической системе с изменением характеристик, включая классификацию динамических задач согласования интересов субъектов и построение оптимальной в выбранном классе системы стимулирования на основе последовательного решающего правила отношения правдоподобия и алгоритма выбора параметра решающего правила.

V. Общая модель динамической сетевой организационной системы (ДСОТС) для решения задачи согласования интересов субъектов, в т.ч. утверждения 4.8 и 4.9 об оптимальной компенсаторной системе стимулирования ДСОТС, реализующей вектор действий агентов как равновесие в доминантных стратегиях их игры с минимальными суммарными затратами центра на стимулирование, выигрыши всех агентов в этом равновесии тождественно равны их резервным полезностям. Данная оптимальная система стимулирования не зависит от технологии КД - структуры сети и совокупности технологических функций.

VI. Приложения общей модели сетевой активной системы для исследования свойств расширенных предприятий:

- Условия (см. утверждения 4.10 и 4.11), при которых участие в ДСОТС выгодно для агента, и частного случая для линейной системы стимулирования. Фундаментальный содержательный вывод при этом состоит в том, что оптимальна компенсаторная схема стимулирования, основной принцип которой «дать агенту ровно столько, сколько ему необходимо для осуществления желаемого центру действия», что, однако, справедливо лишь в условиях ограниченных стратегий поведения агента и дефицита ресурсов.
- Модель, учитывающая возможность расширенной деятельности агента – увеличения его технологических возможностей. Такая модель хорошо иллюстрирует выгоды кооперативного поведения агента и центра, что характерно для современных отношений между заказчиками и поставщиками в рамках расширенных предприятий.

ГЛАВА 5. УПРАВЛЕНИЕ РЕСУРСАМИ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Ключевым элементом любой организационно-технической системы (предприятия, бизнеса, фирмы) являются люди - активные ресурсы, поэтому вопросы управления человеческими ресурсами всегда находились и находятся в центре внимания и практиков-управленцев, и исследователей. Поэтому основной акцент в настоящей главе делается именно на управлении активными ресурсами, точнее – их составом. Задачи управления составом активных ресурсов (человеческих ресурсов, рассматриваемых на всём их жизненном цикле), обеспечивающих реализацию жизненных циклов организационно-технических систем, выделены в главе 1 среди ключевых для решения проблем согласованного управления жизненными циклами ОТС.

Раздел 5.1 посвящён описанию общей модели жизненных циклов активных ресурсов ОТС, «человеческого капитала».

Задачи и модели оптимизации согласованного управления численностью пулов активных ресурсов рассматриваются в разделе 5.2.

Раздел 5.3 посвящён управлению составом активных ресурсов путём регулирования параметров их ЖЦ и инструментам их практического применения.

Примеры прикладного использования данных моделей представлены в разделе 5.4.

5.1. Модель жизненных циклов активных ресурсов

На современном этапе развития общества, который многие исследователи и практики называют «экономикой знаний», ключевое значение приобретают вопросы развития сотрудников, управления знаниями и информацией, организационными структурами, объединяемые понятием «управление человеческим капиталом» [151, 166, 176, 199, 236, 253].

Тема управления человеческим капиталом не новая, к этой категории обращались экономисты ещё в XIX – XX вв., но первым употреблением термина в современной неоклассической экономической литературе считается работа Минцера [228].

Как объект исследований обосабливаются фирмы, интенсивно использующие знания (knowledge intensive firms), в которых основная доля добавленной стоимости формируется в виде знаний и благодаря использованию знаний сотрудников [276]. Формирование добавлен-

ной стоимости таких предприятий основано на создании и преобразовании информации, знаний. Это, например, фирмы, оказывающие профессиональные (финансовые, юридические, инженерные и другие) услуги, банки, интернет-компании и другие хозяйствующие агенты, отличительные особенности бизнеса которых заключаются в ключевой роли знаний, навыков, эффективности сотрудников, высокой значимости технологических знаний и низкой капиталоёмкости.

К настоящему моменту практически во всей сфере управления человеческими ресурсами, кадрами, талантами, человеческим капиталом применяются качественные подходы, характерные для социологии, социальной психологии и смежных дисциплин. Рассматриваются и развиваются различные концепции удовлетворённости, лояльности, преданности, приверженности сотрудников, например, в работе [59]. Понятие «вовлеченности сотрудников» впервые введено в работе [208] и широко применяется сейчас, разработано множество методик оценки вовлеченности, в частности, [58]. Теория вовлеченности рассматривает вопрос о том, как компания может достичь своих стратегических целей, создавая такие условия для развития персонала, где каждый сотрудник, менеджер и руководитель делают все возможное для блага компании [59].

Достаточно полный обзор современных подходов и методов в области управления знаниями, талантами, человеческим капиталом выполнен в работе [108].

В работе [262], посвящённой управлению персоналом в вооружённых силах США, вводится формальная классификация систем развития персонала в организациях на основании двух основных признаков.

- Все организации относятся к «закрытому» или «открытому» типам. В первом случае вхождение нового сотрудника в организацию возможно только на нижние позиции, так как требуемая квалификация может быть приобретена только в данной организации, во втором случае – на любые уровни.
- Наличие в организации формальной процедуры увольнения сотрудников в случаях, кроме невыполнения обязанностей, стимулирующей определённую сменяемость персонала соответственно общей стратегии организации.

На основании этих признаков выделяются четыре типа организаций [262]:

– «up-or-out»: вхождение в организацию только на начальные позиции и принудительное увольнение, следуя определённым проце-

дурам и критериям отбора, отвечающим стратегическим целям организации;

– «up-and-stay»: вхождение в организацию только на начальные позиции и работа в течение всей карьеры, даже в отсутствии роста;

– «in-and-out»: вхождение в организацию на любые позиции в сочетании с принудительным или естественным увольнением;

– «mixed»: сочетание предыдущих трёх типов.

Разрабатываемая тема моделирования сотрудников - активных ресурсов находится на пересечении как качественных, перечисленных выше, так и количественных подходов и методов – управленческого учёта, исследования операций, стохастического моделирования, теории фирмы и других смежных областей.

Концепции и практика управленческого учёта применительно к человеческим ресурсам фирмы хорошо разработаны и изложены в большом числе работ, начиная с базовой монографии E. Flamholtz [178] и других его работ [179], где излагаются подробные модели учёта фактически понесённых затрат на персонал, включая не только заработную плату, но также затраты на найм, адаптацию, обучение сотрудников и др.

Работы в области организационной экономики анализируют численность и организационную структуру фирм, связи стратегии с организационными структурами и человеческим капиталом [42, 43, 51, 222].

Данные модели хорошо описывают фактически произошедшие бизнес-явления, однако мало помогают при стратегическом планировании и оперативном управлении.

Нельзя не упомянуть признанные фундаментальными работы [137, 138] Г. Беккера, получившего Нобелевскую премию за развитие теории человеческого капитала. Человеческий капитал определяется как имеющийся у каждого запас знаний, навыков, мотиваций. Инвестициями в него могут быть образование, накопление производственного опыта, охрана здоровья, географическая мобильность, поиск информации. При вкладывании средств в профессиональную подготовку и образование обучаемые и их родители ведут себя рационально, взвешивая соответствующие выгоды и издержки, они сопоставляют ожидаемую предельную норму отдачи от таких вложений с доходностью альтернативных инвестиций (процентами по банковским вкладам, дивидендами по ценным бумагам и др). В зависимости от того, что экономически целесообразнее, принимается решение либо о продолжении учёбы, либо о её прекращении. Нормы отдачи выступают,

следовательно, как регулятор распределения инвестиций между различными типами и уровнями образования, а также между системой просвещения в целом и остальной экономикой. Высокие нормы отдачи свидетельствуют о недоинвестировании, низкие – о переинвестировании. Помимо теоретического обоснования Беккер первым осуществил и практический, статистически корректный подсчёт экономической эффективности образования.

Несмотря на большое число фундаментальных и прикладных работ в рассматриваемой области, имеет место дефицит методов и подходов, обеспечивающих, количественно, обоснованное принятие решений в области управления человеческим капиталом фирмы в практической деятельности.

5.1.1. Постановка задачи моделирования активных ресурсов

Перейдём к модели управления активными ресурсами ОТС – сотрудниками или человеческим капиталом, предназначенной для формирования обоснованных оптимальных решений [14].

Сформулируем основные требования к разрабатываемой модели.

Модель должна учитывать не только численные (экономические) аспекты жизненного цикла активных ресурсов – сотрудников (используем в дальнейшем аббревиатуру ЖЦ_АР) в ходе пребывания в составе ОТС (работы на предприятии), но, прежде всего, рассматривать человеческий капитал как составную часть социально-технической системы предприятия. Модель должна отражать вторичность человеческого капитала как ресурса по отношению к потребности в нём со стороны деятельности ОТС, а, следовательно, учитывать неопределённость потребности в деятельности ОТС, выражающуюся в неравномерности потребности в ресурсах во времени. Общепринятым подходом к представлению неопределённых и неравномерных процессов служит стохастическое моделирование, которым воспользуемся в данном случае.

Человеческий капитал будем рассматривать как организованную в рамках ОТС совокупность специалистов, обладающих определёнными знаниями, навыками, квалификацией и мотивированных на решение ставящихся перед ними задач. Для формализации управления активными ресурсами ОТС – сотрудниками - используем понятие «функциональных домов», введённое фирмой «McKinsey» в статье [169], где было предложено рассматривать группы специалистов, обладающие эквивалентными функциональными возможностями для

решения бизнес-задач, как функциональные дома, а перспективную структуру предприятия – как организованный набор функциональных домов. Учитывая широкое распространение различных форм временного привлечения человеческих ресурсов (например, аутстаффинг[40] и привлечение фрилансеров[41]), под сотрудниками функциональных домов ресурсов будем понимать не только штатных сотрудников фирмы, но также привлекаемых фрилансеров и сотрудников аутстаффинговых фирм.

Отметим, что концепция функциональных домов представляет собой дальнейшее развитие матричной и проектной организационных структур, с одной стороны, и стандартизации рабочих процессов, результатов труда (например, параметров изделия и норм выработки), а также навыков и знаний сотрудников, с другой [74]. Функциональные дома играют роль *пулов идентичных активных ресурсов*, из которых формируются субъекты КД (временные или постоянные рабочие группы) для осуществления деятельности в виде выполнения регулярных заданий, проектов, программ и др. В данной главе термины «функциональные дома» и «пулы активных ресурсов» будем использовать как идентичные, также термин «сотрудник» будем понимать как обозначение единицы активного ресурса. Важно отметить, что своё целевое назначение – создание результата – сотрудники осуществляют в рамках не пулов ресурсов, а субъектов КД – рабочих групп или в одиночку.

Фактически управление активными ресурсами представляет собой управление возможностями пулов ресурсов – функциональных домов – функциональными возможностями сотрудников и их численностью. Поэтому аналогично популярным концепциям управления производственными активами, управления жизненным циклом производственных активов, целесообразно говорить об управлении жизненным циклом функциональных домов и жизненным циклом их сотрудников.

Управление человеческим капиталом будем понимать как определение необходимого набора пулов ресурсов (включая требования к функциональным возможностям сотрудников) и численности каждого из них соответственно потребностями реализации КД ОТС в различ-

---

[40] *Аутстаффинг (англ. out – «вне» + staff – «штат») – способ управления персоналом, предполагающий оказание услуг в форме предоставления в распоряжение заказчика определенного числа работников, не вступающих с ним в какие-либо правовые отношения (гражданско-правовые, трудовые) напрямую, но оказывающих от имени исполнителя определенные услуги (работы) по месту нахождения заказчика.*

[41] *Фрила́нсер (англ. Freelancer) – свободный работник, частный специалист.*

ные моменты времени. Фактически оптимальным является управление, которое обеспечивает наилучшее соответствие численности и функциональных возможностей сотрудников различных пулов потребностям реализуемой КД (бизнеса).

Определение набора пулов задаётся специфическими особенностями технологии КД, следовательно, не является общесистемной задачей и поэтому вынесено из рассмотрения. В то же время, численный состав пулов ресурсов (и ОТС - предприятия в целом) является основным фактором, определяющим издержки реализации КД (операционные затраты) и поэтому непосредственно и существенно влияющим на эффективность ОТС (финансовые результаты фирмы). Задача управления составом активных ресурсов со стороны субъекта ОТС (менеджмента предприятия) распадается на два направления:

1. управление численностью пулов ресурсов путём найма и содержания штатных сотрудников, а также пользование услугами аутстаффинговых фирм или фрилансеров;
2. управление характеристиками жизненных циклов сотрудников в рамках ОТС - предприятия: приём и адаптация, обучение, перемещения и т. д.

Оптимизационная задача в рамках 1-го направления решена в следующем разделе 5.2, модель и методика управления в рамках 1-го направления рассмотрена в разделе 5.3.

Для обеспечения практической применимости в бизнесе модель должна основываться на концепциях и соответствующих соотношениях управленческого учёта, что предполагает достаточно высокую точность и детальность описаний. Однако, бизнес сложен, и моделирование его элементов всегда сопровождается существенными предположениями и упрощениями. Явления и параметры, которыми мы вынуждены оперировать, относятся к социальной, психологической сфере, физически неизмеримы и точно неизвестны, а параметризация зависимостей часто условна. Возможности применения «статистических усреднений» тоже ограничены, так как практический интерес представляет не массово повторяющиеся явления, а конкретные реализации бизнеса именно в этом периоде времени и при этих внешних условиях.

Поэтому очень важно обеспечение устойчивости выводов к неточно определённым параметрам и закономерностям, используемым в модели, для применимости их на практике. Для этого будем пользоваться интервальными оценками вместо точечных там, где это необходимо, анализировать чувствительность решений к значениям пара-

метров, преднамеренно «не повышать» подробность и точность моделей.

5.1.2. Базовая модель пулов активных ресурсов ОТС (человеческого капитала)

Рассмотрим базовую модель [14] управления человеческим капиталом как основным ресурсом ОТС – численностью сотрудников, их квалификацией и мотивацией, затратами на их содержание и развитие с учётом неравномерности комплексной деятельности (бизнеса) и потребности КД в человеческом капитале.

Предлагаемая модель связывает перечисленные факторы с эффектом и результатом деятельности ОТС (фирмы), и в последующих разделах покажем использование модели для определения стратегий и оперативного управления человеческим капиталом через управление численностью сотрудников, привлечение субподрядных фирм и фрилансеров.

Модель рассматривается в дискретном представлении времени с фиксированной длительностью периода, как и в предыдущих разделах, и t означает номер периода времени.

Модель динамики активных ресурсов. Будем описывать ОТС в виде совокупности пулов сотрудников различных компетенций и уровней квалификации, из которых формируются субъекты КД (рабочие группы для выполнения работ в рамках заключаемых контрактов или предоставляемых сервисов). Сотрудников каждого пула считаем статистически одинаковыми, обозначим $n_i(\theta, t)$ – численность сотрудников i-го пула, имеющих стаж $\theta \geq 0$ работы в ОТС на момент окончания t-го периода времени:

$$\begin{cases} n_i\ 0,t\ = n_i^{+}\ t\ + n_i^{+вн}\ \theta,t\ ; \\ n_i\ \theta+1,t+1\ = n_i\ \theta,t\ - n_i^{-вн}\ \theta,t\ - n_i^{ув.п}\ \theta,t\ - n_i^{ув.с}\ \theta,t\ . \end{cases} \qquad (5.1)$$

где $n_i^{+}(t)$ – число вновь нанятых в течение t-го периода сотрудников -го пула, $n_i^{+вн}(\theta,t)$ – число переводимых сотрудников в i-й пул из других пулов в рамках внутренних перемещений, $n_i^{-вн}(\theta,t)$ – число переводимых сотрудников из i-го пула в другие пулы в рамках внутренних перемещений, $n_i^{ув.п}(\theta,t)$ – число увольняемых по инициативе предприятия сотрудников, $n_i^{ув.с}(\theta,t)$ – число увольняющихся по своей инициативе сотрудников.

Движение персонала (5.1) отличается неопределённостью: $n_i^{ув.с}(\theta,t)$ – число увольняющихся по собственному желанию сотруд-

ников (иногда и $n_i^{+вн}(\theta,t)$, $n_i^{-вн}(\theta,t)$ - переводимых) не может полностью определяться руководством ОТС.

Модель потребности в активных ресурсах с точки зрения КД. Потребность в активных ресурсах будем представлять в виде потока действий различных типов, которые необходимо осуществить для выполнения КД (обязательств бизнеса возникающих как следствие продаж и/или постоянно предлагаемых потребителям сервисов различных типов). Примерами таких действий могут служить операции по подготовке документов, написанию фрагментов программного кода, созданию информационных моделей, изготовлению деталей, сборке агрегатов, обслуживанию клиентов и др. Действия одного типа считаем статистически одинаковыми, обозначим $d_j(\tau, t)$ – число действий j-го типа, исполняемых в ОТС в течение $\tau \geq 0$ периодов времени после их начала на момент окончания t-го периода времени:

$$\begin{cases} d_j\ \ 0, t\ = d_j^{+}\ \ t\ ; \\ d_j\ \ \tau+1, t+1\ = d_j\ \ \tau, t\ - d_j^{зав}\ \ \tau,\ \ t\ . \end{cases} \tag{5.2}$$

где $d_j^{+}(t)$ – число начатых в течение t-го периода действий j-го типа, $d_j^{зав}(\tau,t)$ – число завершённых в течение t-го периода действий j-го типа.

Выполнение k-го действия j-го типа требует назначения сотрудников i-го пула в объёме $m_i(k, j, \theta, t)$. Сумма по всем действиям всех типов $\sum_j \sum_{k=1}^{d_j\ \tau,\ t} m_i\ \ k, j, \theta, t$ задаёт потребность в активных ресурсах ОТС в целом. Поток $d_j^{+}(t)$ начала действий и их завершений $d_j^{зав}(\tau,t)$ является неопределённым из-за неопределённости (потребности и технологии) КД и порождает будущую неопределённость и неравномерность потребности в активных ресурсах (в сотрудниках со стороны бизнеса).

Представление реализации комплексной деятельности и создания результата. Рассмотрим реализацию деятельности. Очевидны ограничения численности активных ресурсов, выделяемых для выполнения действий:

$$\sum_j \sum_{k=1}^{d_j\ \tau,\ t} m_i\ \ k, j, \theta, t\ \leq n_i\ \ \theta, t\ ;\ \ \forall i,\ \tau, t; \tag{5.3}$$

Для оценивания эффекта КД ОТС будем, следуя подходам [178], учитывать затраты, связанные с формированием и использованием активных ресурсов (по каждому l-му сотруднику), обозначим их: $c_{i,l}^{зп}\ \ \theta, t$ – компенсационный пакет (заработная плата, премии и другие

материальные льготы) и налоги на него, $c_{i,l}^{об}\ \theta,t$ – обучение и профессиональную подготовку, $c_{i,l}^{ад}\ t$ – приём на работу и адаптацию, $c_{i,l}^{пред}\ t$ – поиск сотрудников и подготовку предложений о работе (в том числе не принятых), $c_{i,l}^{пер}\ \theta,t$ – перевод внутри компании и адаптацию на новой позиции, $c_{i,l}^{ув.п}\ \theta,t$ – увольнение по инициативе компании, $c_{i,l}^{ув.с}\ \theta,t$ – увольнение по инициативе сотрудника.

Важный фактор формирования пулов ресурсов и управления им заключается в создании и поддержании имиджа ОТС как работодателя, поэтому выделим соответствующие затраты $C^{им}(t)$, также обозначим $C^{прч}(t)$ – прочие затраты ОТС, не связанные с персоналом и потому учитываемые единой суммой, $u_i(t)$ – число подготовленных и выданных потенциальным сотрудникам предложений о приёме на работу.

Следуя сложившимся современным подходам [5, 28], эффект КД ОТС (5.4) будем понимать как разность между скалярным результатом деятельности (экономическим результатом) и затратами, произведёнными для его получения[42].

$$\Phi\ \ n[1;T];\ d[1;T];\ u[1;T];\ v[1;T];\ c^{*}[1;T]\ =$$

$$=\sum_{t=1}^{T}\sum_{\tau,\theta}\sum_{j,i}\sum_{k=1}^{d_j}{}^{\tau,t}\ v\ \ i,\theta,j,\tau,t\ \ m_i\ \ k,j,\tau,t\ -\sum_{t=1}^{T}\ C^{им}\ \ t\ +C^{прч}\ \ t\ \ -$$

$$-\sum_{t=1}^{T}\sum_{\theta=0}^{\infty}\sum_{i}\sum_{l=1}^{n_i}{}^{\tau,t}\ \ c_{i,l}^{зп}\ \ \theta,t\ +c_{i,l}^{об}\ \ \theta,t\ \ - \qquad (5.4)$$

$$-\sum_{t=1}^{T}\sum_{\theta=0}^{\infty}\sum_{i}\{\sum_{l=1}^{n_i^{ув.п}}{}^{\theta,t}\ \ c_{i,l}^{ув.п}\ \ \theta,t\ +\sum_{l=1}^{n_i^{ув.с}}{}^{\theta,t}\ \ c_{i,l}^{ув.с}\ \ \theta,t\ \}-$$

$$-\sum_{t=1}^{T}\sum_{i}\{\sum_{l=1}^{n_i^{+}}c_{i,l}^{ад}\ \bigcirc\ \sum_{l=1}^{n_i^{+вн}}c_{i,l}^{пер}\ \bigcirc\ \sum_{l=1}^{u_i}c_{i,l}^{пред}\ \bigcirc\}$$

где с помощью $c^{*}(t)$ – условно обозначаем вектор затрат всех видов.

В интересах решения поставленной задачи результат деятельности каждого из сотрудников будем оценивать произведением его продуктивного времени (в течение которого сотрудник был назначен на

[42] *Без ограничения общности и результат, и затраты могут трактоваться и как признанные по завершению работ, и как начисленные параметры незавершенных работ, и как накопленные суммы платежей, или иные финансово-экономические показатели.*

выполнение требуемых действий) на его производительность $v(i, \theta, j, \tau, t) > 0$ (результат, создаваемый каждым сотрудником i-го пула за единицу времени в рамках выполнения действия j-го типа), а результат деятельности всех ресурсов ОТС – как сумму результатов сотрудников всех пулов активных ресурсов. Операция суммирования адекватна данной задаче, так как синергетические эффекты совместной работы многих сотрудников (отражающие сложный, системный характер продукта или сервиса любой ОТС) учитываются через функции потребностей $m_i(k, j, \theta, t)$ и соответствующие назначения. Предложенный показатель не отражает рыночную ценность деятельности ОТС с точки зрения потребителей. Однако, решаемая задача направлена на управление ресурсами, что не требует рассмотрения рыночной ценности, а предложенный показатель как раз и представляет вклад ресурсов в создание результата. Тогда эффект всех активных ресурсов - человеческого капитала в целом за промежуток времени T - определится как (5.4).

Соотношения (5.1) – (5.4) представляют собой основные соотношения управленческого учёта, они точны с финансовой и экономической точки зрения, составлены без упрощающих предположений и пригодны для учёта фактических результатов деятельности ОТС. Для анализа и выбора стратегий управления и оперативного управления необходимо прогнозировать будущие поведение ОТС и в зависимости от влияющих факторов оптимизировать эффект $\Phi(\cdot)$.

Часть переменных модели (5.1 – 5.4) известны (управляемые или неуправляемые), другая часть – стохастические. Оптимизационная задача относительно эффекта $\Phi(\cdot)$ с учётом условий (5.1) – (5.3) может быть сформулирована как поиск значений управляемых переменных $u_i(t)$, $n_i^{+вн}(\theta,t)$, $n_i^{-вн}(\theta,t)$, $n_i^{ув.п}(\theta,t)$, … $c^*(t)$, удовлетворяющие ограничениям (5.1 – 5.3) и обеспечивающие максимум эффекта (5.4)

$$\Phi(n[1; T]; d[1; T]; u[1; T]; v[1; T]; c^*[1; T]) \rightarrow \max_{u[1;T], \ldots, c^*[1;T],} \quad (5.5)$$

Однако, данная задача «в строгой формулировке» не столько затрудняется размерностью (большое число параметров, меняющих значения во времени), сколько имеет мало содержательного смысла из-за неопределённости КД, которая приводит к тому, что обоснованные предположения о будущей реализации КД не могут быть строгими и подробно учитывающими «все детали» КД (например, детальную зависимость от времени рынка труда, влияющего на условия найма персонала, уровни заработной платы и интенсивность увольнений по инициативе сотрудников).

Поэтому для решения поставленных задач анализа и выбора стратегий и оперативного управления составом активных ресурсов примем допущения, обеспечивающие возможность практического использования основных соотношений базовой модели, и преобразуем базовую модель к виду, удобному для анализа эффективности жизненного цикла сотрудников.

5.2. Управление численностью активных ресурсов

Перейдём к решению задачи оптимального управления численностью пулов активных ресурсов, для этого сформулируем требования к моделям управления численностью пулов, проанализируем их основные особенности и влияющие факторы.

Модели должны учитывать:

(а) численность сотрудников в разрезе их квалификации и мотивации, трафик сотрудников (численности увольняющихся и принимаемых на работу сотрудников) и его неопределённость;

(б) затраты на содержание каждого сотрудника (в том числе на его развитие и перемещения, в том числе и временно привлекаемого сотрудника);

(в) потребность выполняемой КД в определённой численности пулов ресурсов в разрезе их квалификации, неравномерность и неопределённость комплексной деятельности и, следовательно, потребности;

(г) предположения о свойствах процессов, описывающих трафик сотрудников и неопределённость потребности (например, о стационарности или наличии трендов развития процессов).

Модели должны позволять оценивать эффект от пулов активных ресурсов в целом в зависимости от факторов (а) – (г) и формировать управление, оптимальное в смысле максимизации эффекта.

На практике апостериорные значения всех факторов (а) – (в) бывают известны точно, затраты (б) также известны точно и для прошедших периодов времени, и для будущих (на разумный горизонт упреждения). Однако априорная информация (а) и (в) о будущих состояниях и свойствах процессов, а также предположения (г) всегда носит неопределённый характер, поэтому формируемые моделями рекомендации по управлению должны быть мало чувствительными к этим факторам.

5.2.1. Источники неопределённости и варианты постановки задачи

Управление человеческим капиталом затрудняется неопределённостью, которая создаётся двумя источниками: неравномерностью бизнеса и, следовательно, неравномерностью потребности в активных ресурсах со стороны бизнеса (процесс (а), см. Введение) и трафиком сотрудников – приёмом и увольнениями по собственному желанию (процесс (в)). Традиционно неопределённость представляют с помощью случайных процессов, аналогично поступим и в данном случае моделирования источников неопределённости (процессов (а) и (в)).

Для формирования оптимальных управляющих воздействий необходимо учитывать всю имеющуюся информацию. Решение рассматриваемой задачи затрудняется отсутствием объективной априорной информации о процессах (а) и (в), вместо неё имеются и могут быть использованы:

i. предположения, допущения экспертов (менеджеров) о свойствах процессов (параметрах бизнеса);

ii. экспертные оценки и прогнозы конкретных значений, сформированные экспертами;

iii. статистические оценки параметров на основе наблюдений за процессами в течение предыдущих периодов времени.

При разработке методов решения необходимо учитывать, что информация видов i и ii не может считаться точной и полной, так как предположения, допущения, экспертные оценки и прогнозы всегда субъективны. Статистические оценки (информация вида iii) в свою очередь, даже будучи сильно состоятельными, формируются на выборках ограниченной длины, поэтому тоже не могут считаться «точными» (эта особенность будет подробно рассмотрена ниже в разделе 5.3.2). Однако даже в условиях использования субъективной и неточной априорной информации имеет смысл разрабатывать строгие математические модели в целях построения прогнозных моделей и принятия управленческих решений на их основе. Это обосновывается следующими рассуждениями.

Субъект комплексной деятельности (менеджмент) практически всегда может сформировать обоснованные предположения о будущем реализации КД (развитии бизнеса), за которую несёт ответственность (если это не так, то субъект-менеджмент не понимает своей деятельности-бизнеса и должен быть заменён).

Такие предположения могут быть сформулированы в форме экспертных оценок параметров или свойств процессов, описывающих комплексную деятельность (бизнес компании) и её контекст в виде сценариев развития (см. также раздел 2.2) или иной форме. Если сформировать предположения так, чтобы они охватывали все наиболее вероятные варианты реализации КД (развития бизнеса), кроме наступления событий истинной неопределённости (форс-мажорных условий), то управление КД (бизнесом) будет оптимальным во всех случаях, кроме форс-мажорных обстоятельств. Исключение из рассмотрения форс-мажорных условий и снятие ответственности за действия в таких условиях – обычная деловая практика, поэтому логично применить такой подход и в данном случае.

Практически значимыми можно считать следующие три варианта предположений о характере реализации КД (развития бизнеса) и её контекста.

I. Субъект (руководители) считают, что внешние условия стабильны (характеристики источников неопределённости постоянны) и возможность их значимых изменений пренебрежимо мала в рамках рассматриваемого горизонта прогнозирования. Имеются основания полагать, что характеристики процессов-источников неопределённости могут быть статистически оценены, и эти оценки будут адекватно описывать процессы в рамках горизонта прогнозирования. Решение задача для этого случая – стационарного процесса потребности в активных ресурсах со стороны комплексной деятельности (бизнеса) и трафика ресурсов (сотрудников) – будет получено в разделе 5.2.4 в виде утверждения 5.1.

II. Субъект (руководители) имеют прогноз изменения условий реализации КД (бизнеса и/или рынка труда) – свойств процессов изменения потребности и трафика сотрудников – и на основании прогноза готовы принимать ответственные решения. Соответствующая задача в общем случае не имеет аналитического решения, зато легко решается численно. Отдельные случаи варианта II допускают аналитические решения, одно из которых указано в разделе 5.2.4 в форме утверждения 5.2.

III. Субъект (руководители) видят определённую стационарность условий КД, но вероятностная модель не считается адекватной. Предполагается, что границы интервалов допустимых значений процессов могут быть корректно заданы. Этот случай минимальной априорной информации о возможных свойствах процессов изменения потребно-

сти и трафика сотрудников рассмотрен в разделе 5.2.4, аналитическое решение для него получено в форме утверждения 5.3.

Фактически варианты I и II отвечают случаям наличия у субъекта (менеджмента) сведений, позволяющих при наличии обоснованного сценария будущего сформировать определённое видение будущей реализации КД – стационарный (вариант I) и нестационарный (вариант II) случаи. Вариант III отражает случай наличия у субъекта минимальной априорной информации об условиях реализации КД.

5.2.2. Известные результаты

Рассматриваемая задача относится к области динамических или многошаговых задач управления ресурсами. Начиная с работ Р. Беллмана (см., например, обзор [254]) метод динамического программирования (ДП) применяется для управления ресурсами предприятий. В последние годы он стал применяться и для решения задач управления человеческими ресурсами. В ряде работ (в частности, в статье [238]) показано, что модели управления человеческим капиталом аналогичны модели управления запасами «Wagner-Whitin».

В работе [164] метод ДП применяется для составления расписания и распределения персонала по множеству проектов по критерию минимизации времени завершения проектов при ограничении на доступные ресурсы. В работе [250] рассматривается задача назначения сотрудников с помощью ДП на множество информационно-технологических проектов с учётом сложности каждого проекта и наличия ресурсов соответствующей квалификации. В работе [173] методом ДП решается задача формирования рабочего графика для сотрудников в специфическом случае, когда в течение каждой недели рабочие дни необходимо чередовать с днями отдыха, причём на последовательность чередования накладываются дополнительные ограничения. Критерием оптимальности служит минимизация затрат на оплату сотрудников (учитывая в том числе назначения на выходные дни). В работе [277] представлено оптимальное управление перемещениями исследователей в рамках учреждений академии наук Китая на основе методов ДП. Авторы работы [249] предлагают вычислительно эффективный алгоритм ДП для распределения разнородных человеческих и физических ресурсов предприятия в задачах транспортировки и логистики. В работе [231] ставится задача оптимального найма и продвижения сотрудников между позициями двух уровней, формулируются теоремы существования решений, задача решается

численно, и решение иллюстрируется примерами. В работе [238] выделяются различные виды затрат на человеческий капитал, разрабатывается модель планирования людских ресурсов с целью минимизации затрат, применённый подход проиллюстрирован численными примерами. В работе [224] предлагается модель марковского поведения каждого их статистически эквивалентных сотрудников различных грейдов. Методом ДП получены шаблоны оптимального найма и продвижения сотрудников. Оптимальность понимается как минимальное расхождение между целевым и текущим состоянием. Работа [149] посвящена управлению решению задачи управления запасами методами ДП в детерминированной постановке с импульсным управлением, терминальными ограничениями и разрывной целевой функцией.

Марковские модели достаточно широко используются для моделирования и анализа неопределённости в деятельности фирм. Например, поведения сервисных систем (call-center) – времени ожидания, вероятности отказа от обслуживания [174, 180, 200, 215] операторов.

В работе [160] предлагается расширение известной BPMN-нотации описания функционирования предприятий элементами, названными «марковскими процессами принятия решений» (Markov Decision Processes) и предназначенными для представления действий сотрудников в ходе выполнения цепочек заданий – принятия решений. Введение таких элементов позволяет осуществлять с помощью BPMN-нотации полноценное имитационное моделирование в целях получения численных оценок операционной эффективности бизнеса в целом. В качестве формальной основы функционирования таких элементов предложено использовать различные известные формализмы, в частности, решения на основе метода ДП.

Автор статьи [135] рассматривает вопросы распределения ресурсов предприятия, оказывающего услуги. Для описания неопределённости, свойственной сервисным процессам, используются стохастические модели технологической функции (функция преобразования входов в выходы). Сервисное предприятие в целом представляется как стохастическая (вообще говоря, марковская) сеть.

Выбор стратегий определения уровней неснижаемых/возобновляемых запасов и вопросы управления заказами новых партий запасов в условиях случайной потребности изучаются в работе [132]. Потребности представляются пуассоновским потоками, рассматриваются стратегии управления с обратными связями и с несколькими поставщиками.

В работе [177] марковская цепь используется для представления поведения сотрудников брокерских фирм. Цель такого моделирования состоит в оценивании будущих доходов, которые могут сформировать сотрудники. Такая оценка применяется для определения размера (в финансовом выражении) человеческого капитала брокерской фирмы при её поглощении.

В работе [161] представлен набор инструментов, разработанный на основе методов исследования операций в фирме IBM для управления персоналом сервисного дивизиона (годовой оборот которого на момент написания работы [161] составлял $4 млрд.). Цель разработки и внедрения инструментов – определение уровня инвестиций в развитие персонала для увеличения его бизнес-производительности. Разработчики выделили ряд направлений инвестиций как наиболее эффективных средств управления: найм, обучение, повышение по карьерной лестнице и удержание в фирме (через поощрения). Набор инструментов позволяет реализовать функции: прогнозирования спроса на человеческие ресурсы; планирования численности на основе риск-анализа; оценки развития и оптимизации квалификации сотрудников; анализа дефицитов и избытков ресурсов по различным специализациям и квалификациям; управления дефицитами и избытками. Для всех инструментов представлены методики, основанные на марковских процессах.

Важно отметить, что в статье [177], написанной одним из основателей учёта человеческих ресурсов (HR accounting) E.G. Flamholtz, и в статье [161], описывающей набор инструментов управления крупнейшей сервисной компанией мира, адекватной моделью сотрудников является представление их как независимо действующих агентов с марковским поведением.

Однако, несмотря на большое число работ, в подавляющем большинстве из них или используются упрощающие реальный бизнес предположения, или доказываются теоремы существования решений без получения аналитического решения уравнений Беллмана, или решения получаются в виде численных алгоритмов решения задачи.

Цель разрабатываемой модели заключается в получении аналитического решения задачи ДП в постановках, отражающих практически интересные условия управления комплексной деятельностью ОТС.

Опираясь на известные результаты, перейдём к постановке задачи.

5.2.3. Формальная постановка задачи управления численностью пулов активных ресурсов

Каждый из пулов представим динамической многоэлементной организационно-технической системой (ОТС) с неопределённостью, с одним дальновидным центром, без ограничений на совместную деятельность недальновидных и независимо действующих агентов (рисунок 5.1).

Рис. 5.1. Базовая модель пула активных ресурсов как ОТС

Движение персонала отличается неопределённостью: численность не может полностью определяться вышестоящим субъектом (руководством фирмы) – увольнения по собственному желанию и приём предложений о работе при найме являются следствиями активного выбора элементов ресурсов (сотрудников), на которые субъект (менеджмент) может влиять только опосредованно. Как правило, издержки, связанные с увольнением сотрудников по инициативе предприятия, весьма значительны, этот способ на практике не используется для регулярного управления численностью и рассматриваться далее не будет. Предполагаем, что в начальный момент каждого периода дискретного времени t центр формирует $u(t) \geq 0$ предложений претендентам ($U(t)$ – множество претендентов) – активным элементам (АЭ), не находящимся в пуле. Претенденты реализуют бинарные действия $y_\eta(t) = 1$ – принимают предложения и присоединяются к пулу или $y_\eta(t) = 0$ – отклоняют и остаются вне пула. Сотрудники пула - АЭ, участвующие в пуле ($N(t)$ – их множество) также реализуют действие остаться в пуле ($y_\eta(t) = 1$) или покинуть его ($y_\eta(t) = 0$). Обозначим численность пула на начало t-го периода времени как $n(t)$. Тогда:

$$n(t) = n(t - 1) + u(t) - \mu(t), \qquad (5.6)$$

где $\mu(t) = \sum_{\eta \in N_{t-1} \cup U_t} (1 - y_\eta(t))$, в общем случае не накладываем никаких ограничений на свойства последовательности $\mu(t)$.

Последовательность $u(t)$ является собственно управлением, относительно него будет решаться оптимизационная задача.

Модель потребности в активных ресурсах со стороны выполняемой КД. Потребность в активных ресурсах определяется потоком действий различных типов, которые необходимо осуществить для выполнения КД (см. раздел 5.1.2). Обозначим $d(t)$ – потребность в сотрудниках данного пула на t-м периоде времени, представляя её как некоторую случайную величину, отражающая неопределённость КД, возможно, зависящую от всей своей предыстории процесса, в общем случае также не будем делать предположений о свойствах случайной последовательности $d(t)$.

Модель реализации деятельности ОТС. Пулы ресурсов создаются для удовлетворения потребности в них со стороны КД, поэтому эффективность управления пулом (5.5) в течение промежутка времени $[t; T]$ запишем в форме

$$\Phi(t;T) = \sum_{\tau=t}^{T} \delta(\tau;t)\phi(n(\tau);d(\tau);u(\tau);v(\tau);c^*(\tau);\tau) \qquad (5.7)$$

где $\delta(\cdot)$ – распределение дальновидностей центра, $\phi(\cdot)$ – функция выигрыша центра в течение периода τ, в зависимости от численности пула $n(\tau)$, потребности $d(\tau)$, предложений $u(\tau)$, затрат на содержание сотрудников в пуле $c^*(\tau)$ и результативности сотрудников $v(\tau)$.

Как отмечалось выше превышение численности над потребностью вызывает непродуктивные издержки, а дефицит численности – недовыполнение КД или необходимость замещения штатных ресурсов некоторыми более дорогими. Введём штрафную функцию – превышение фактических затрат на человеческий капитал над минимально возможными (при «идеальном» управлении) в течение одного периода:

$$R(x) = \begin{cases} \hat{c}_{шт} x & \text{при } x \geq 0, \\ (c_{out} - \hat{c}_{шт})|x| & \text{при } x < 0. \end{cases} \qquad (5.8)$$

где $x = n(t) - d(t)$, а $c_{ШТ}$, c_{out} – затраты на содержание одного сотрудника штатного и некоторого «внешнего» в течение одного периода времени; причём $0 < c_{ШТ} < c_{out}$ [43], считаем обе эти величины из-

[43] *Если это не так, то очевидная стратегия заключается в отказе от штатных сотрудников и использовании только временно привлекаемых ресурсов в точном соответствии изменяющейся потребности.*

вестными и постоянными. Предполагаем, что более дорогие «внешние» ресурсы гарантированно доступны (могут быть привлечены «мгновенно», в любом объёме и на любой необходимый срок[44]). Считаем разовые затраты на найм сотрудников в штат или привлечение внешних сотрудников малыми по сравнению с текущим содержанием, что часто соответствует практике. Целевая функция (5.7) на промежутке $1 \le t \le T$ с учётом (5.8) примет вид:

$$\Phi\ 1;T\ = \Phi^*\ 1;T\ - \sum_{t=1}^{T} \delta\ t;t_0\ \ R\ \ n(t) + u(t) - \mu(t) - d(t) \qquad (5.9)$$

где – $\Phi^*(\cdot)$ – не зависящая от управления $u(t)$ часть целевой функции, имеющая смысл максимально возможного значения $\Phi(\cdot)$, когда $n(t) \equiv d(t)$ на всём промежутке $1 \le t \le T$.

В дальнейшем положим $t_0 = 0$ и $\delta(t;\ t_0) = \gamma^t$ (где γ – некоторая константа $0 < \gamma < 1$).

Будем искать [17] оптимальное управление $u(t)$, которое обеспечит оптимум целевой функции $\Phi(\cdot) \to \max$, что означает

$$\sum_{t=1}^{T} \gamma^t R\ \ n(t) + u(t) - \mu(t) - d(t)\ \ \to \min_{u\ t\ ;\ t=1,2,\ldots,T} \qquad (5.10)$$

Поставленная задача – классическая оптимизационная задача многошагового принятия решений, поэтому вполне естественно применить метод динамического программирования.

Для варианта I (стабильность условий и возможность использования оценок характеристик последовательностей по априорным наблюдениям для их описания в будущем) воспользуемся моделями последовательностей $\mu(t)$ и $d(t)$ с вероятностной неопределённостью. Условия **допущения Д1** (раздел 2.2.3) справедливы[45] и для последовательностей $\mu(t)$ и $d(t)$, поэтому считаем их стационарными, независимыми друг от друга и марковскими, а распределения вероятностей их состояний обозначим $\Pr(d(t) = f) = Q_\delta$ и $\Pr(\mu(t) = m) = P_\mu$. Тогда задача (5.10) примет вид:

---

[44] *В «любом объеме» понимается в смысле возможности обеспечить любую практически возможную потребность бизнеса; «на любой необходимый срок» – привлечение может быть мгновенно завершено при исчезновении потребности.*

[45] *Допущение Д1 является справедливым во многих практически интересных случаях развитого рынка труда и часто принимаются для описания поведения сотрудников [149, 180, 215]. При устоявшихся и общепринятых требованиях к компетенциям, свободном законодательстве, признаваемым другими компаниями опыте, быстром вхождении новых сотрудников в деятельность предприятия модель поведения сотрудников хорошо описывается марковскими процессами, пример такого рынка рассмотрен в работе [14].*

$$\sum_{t=1}^{T} \gamma^t E_{\mu;\delta}[R(n(t)+u(t)-\mu(t)-d(t))] \to \min_{u\ t\ ;\ t=1,2,\ldots,T}$$

С учётом (5.6, 5.8) функциональные уравнения Беллмана для данной задачи примут форму:

$$\begin{aligned} F_T\ \ n\ &= \min_u E_{\mu;\delta}[R\ \ n+u-\mu-\delta\ ] \\ F_t\ \ n\ &= \min_u E_{\mu}[E_{\delta}[R\ \ n+u-\mu-\delta\ ]+\gamma F_{t+1}\ \ n+u-\mu\ ] \end{aligned} \qquad (5.11)$$

Решение уравнений (5.11) рассмотрено в разделе 5.2.4.

В случае варианта II (наличие значимого прогноза изменения условий деятельности – свойств последовательностей изменения потребности и трафика сотрудников) воспользуемся нестационарными моделями последовательностей с вероятностной неопределённостью $\mu(t)$ и $d(t)$ – распеределения $Q_\delta(t)$ и $P_\mu(t)$ зависят от времени. В этом случае функциональные уравнения Беллмана не имеют аналитического решения, но легко решаются численно. Ниже (раздел 5.2.4, утверждение 5.2) будет указан частный случай аналитического решения уравнений для варианта II.

В случае варианта III (минимальных априорных знаний об источниках неопределённости) воспользуемся интервальной моделью неопределённости, тогда функциональные уравнения примут вид:

$$\begin{aligned} F_T\ \ n\ &= \min_u \max_{\mu\in[\tilde{\mu}_-;\tilde{\mu}_+];\delta\in[\tilde{\delta}_-;\tilde{\delta}_+]} [R\ \ n+u-\mu-\delta\ ] \\ F_t\ \ n\ &= \min_u \max_{\mu\in[\tilde{\mu}_-;\tilde{\mu}_+];\delta\in[\tilde{\delta}_-;\tilde{\delta}_+]} [R\ \ n+u-\mu-\delta\ +\gamma F_{t+1}\ \ n+u-\mu\ ] \end{aligned} \qquad (5.12)$$

где $[\tilde{\mu}_-;\ \tilde{\mu}_+]$ и $[\tilde{\delta}_-;\ \tilde{\delta}_+]$ – множества допустимых значений последовательностей $\mu(t)$ и $d(t)$, заданные своими границами. В этом случае нет необходимости в каких-либо предположениях о свойствах последовательностей $\mu(t)$ и $d(t)$. Решение уравнений (5.12) представлено в следующем разделе.

5.2.4. Решение задачи управления численностью активных ресурсов

Рассмотрим вариант I задачи управления составом, когда последовательности $n(t)$, $d(t)$ и $\mu(t)$) стационарны [17].

Задача (5.6 – 5.11) представляет собой частный случай управляемой марковской цепи, которая достаточно подробно изучена в литературе по стохастическому оцениванию и управлению – см., например, работы [1, 213]. В [213] подробно рассмотрена задача оценивания параметров марковской цепи, доказано существование и единствен-

ность оптимального управления ею, показано, что управляющие воздействия также образуют марковскую цепь. Эмпирические распределения, построенные по выборкам $\mu(t)$ и $d(t)$ будут наилучшими из оценок распределений P_μ и Q_f - они являются оценками максимального правдоподобия. Доказано, что оценки максимального правдоподобия параметров управляемой марковской цепи являются сильно состоятельными. Кроме этого, управление, построенное на основании таких оценок, - «самооптимизирующееся» (self-optimizing), т. е. сходящееся в смысле Чезаро к оптимальному управлению по критерию минимальной стоимости (см. теорему 6.5, с. 272 [213]). Поэтому будем использовать соответствующие эмпирические распределения в качестве распределений P_μ и Q_f.

Оптимальное управление $u(t)$ получено в приложении П.8 из решения функциональных уравнений (5.11) при условиях (5.6) – (5.10) в виде $u(n) = \max\{0; x_{g_opt} - n\}$, где значение x_{g_opt} получено в ходе решения задачи динамического программирования (5.11)

Фактически управление сводится к $u(t + 1) = max\{0; x_{g_opt} - n(t)\}$, причём значение самого уровня x_{g_opt} зависит от свёртки распределений вероятностей P_μ и Q_f, а не от каждого из распределений в отдельности и получается из правила (П8.3), определённого в приложении П.8. Кроме того, полученная оптимальная стратегия управления не зависит от коэффициента дисконтирования γ, поэтому, повторяя выкладки с точностью до обозначений несложно показать, что решение не зависит от дальновидности центра. Полученный результат позволяет сформулировать

Утверждение 5.1**.** Оптимальным управлением численностью пула активных ресурсов по критерию (5.10) является (инвариантная к распределению дальновидностей центра) стратегия $u(t + 1) = max\{0; x_{g_opt} - n(t)\}$, где значение параметра x_{g_opt} получено в ходе решения задачи динамического программирования (из правила (П8.3)) в случае, когда:

- источники неопределённости комплексной деятельности $d(\cdot)$ и поведения активных ресурсов $\mu(\cdot)$ допускают вероятностное описание,
- их характеристики известны и постоянны по времени.

При этом $\Phi(1; T) = \Phi^*(1; T) - (1 - \gamma^{T+1})(1 - \gamma)^{-1}\mathrm{E}_{\mu;d}[R(x_{g_opt} - \mu - d)]$.•

При получении решения $u(t + 1) = max\{0; x_{g_opt} - n(t)\}$ относительно свойств последовательностей $\mu(\cdot)$ и $d(\cdot)$ не было принято никаких предположений, кроме стационарности, - неизменности распределений вероятностей P_μ и Q_f. по времени. Эта особенность решения имеет существенное практическое значение – обеспечивает устойчивость

решения по отношению к форме распределений P_μ и Q_f, что особенно важно в условиях неточного знания свойств этих распределений вероятностей.

Решение, сформулированное в утверждении 5.1, с соответствующей корректировкой пригодно для применения и в отдельных нестационарных случаях. В частности, при наличии прогноза потребности в виде:

$$d(t) = d_0(t) + \beta(t), \qquad (5.13)$$

где $d_0(t)$ – известная неубывающая функция t, а $\beta(t)$ – случайная последовательность, независимых одинаково распределённых величин, как и варианте I, справедливым будет

Утверждение 5.2. Оптимальным управлением численностью пула активных ресурсов, обеспечивающих КД, по критерию (5.10) является (инвариантная к распределению дальновидностей центра) стратегия

$$u(t + 1) = max\{0; x_{g_opt} + d_0(t) - u(t)\},$$

где значение параметра x_{g_opt} получено в ходе решения задачи динамического программирования (из правила (П8.3)) в случае, когда:

- справедливо представление $d(t) = d_0(t) + \beta(t)$, где $d_0(t)$ – известная неубывающая функция от t, $\beta(t)$ – случайная последовательность,
- источники неопределённости комплексной деятельности $\beta(\cdot)$ и поведения активных ресурсов $\mu(\cdot)$ допускают вероятностное описание,
- их характеристики известны и постоянны по времени.

При этом $\Phi(1; T) = \Phi^*(1; T) - (1 - \gamma^{T+1})(1 - \gamma)^{-1}E_{\mu;\beta}[R(x_{g_opt} - \mu - \beta)]$.•

Доказательство справедливости утверждения 5.2 совпадает с доказательством утверждения 5.1 с соответствующей корректировкой, связанной необходимостью учитывать известную аддитивную составляющую процесса потребности $d_0(t)$.

Рассмотрим теперь вариант III постановки, когда в задаче (5.6) – (5.10) известны только граничные значения интервалов допустимых значений процессов, отражающих неопределённость деятельности $d(t)$ и трафика сотрудников $\mu(t)$ [17]. Относительно других характеристик процессов предположений не делается.

Функциональные уравнения (5.12), соответствующие этому случаю решены в приложении П.9, и наилучшая гарантированная стратегия имеет вид: $u_{opt}(n)=\max\{0, (x_{int} - n)\}$.

Данная стратегия аналогична оптимальной стратегии динамической вероятностной модели неопределённости (вариант I), что позволяет сформулировать

Утверждение 5.3. Наилучшей гарантированной (инвариантной к распределению дальновидностей центра) стратегией управления чис-

ленностью пула активных ресурсов, обеспечивающих КД, по критерию (5.10) является:

$$u(t+1) = max\{0;\ x_{int} - n(t)\}$$

где x_{int} получено в ходе решения интервальной задачи динамического программирования (правило (П9.1 – П9.2)) при наличии минимальной априорной информации об условиях реализации КД в виде интервалов допустимых значений $d(\cdot)$ и $\mu(\cdot)$. •

Заметим, что повторив все выкладки доказательств утверждений 5.1 – 5.3 с точностью до обозначений несложно показать, что полученные решения справедливы также для любых распределений дальновидностей центра $\delta(\cdot)$.

5.3. Модели регулирования параметров жзненных циклов активных ресурсов

5.3.1. Модель и методика управления пулом активных ресурсов за счёт регулирования параметров их жизненного цикла

Конкретизируем теперь задачу (5.1 - 5.5), чтобы рассмотреть возможность управления составом ресурсов посредством изменения параметров их жизненных циклов.

Рассматриваем модель пула активных ресурсов как ОТС (раздел 5.2.3) в стационарном режиме, когда поток агентов, покидающих пул (сотрудников, увольняющихся по собственному желанию) компенсируется потоком претендентов, присоединяющихся к пулу (вновь нанимаемых сотрудников). Предполагаем, что сотрудники ведут себя статистически одинаково и независимо друг от друга, также используем усреднённые по всему времени работы сотрудника его производительность и затраты на его содержание в единицу времени. Тогда эффект (5.5) от всех сотрудников пула на промежутке $[1;T]$ примет вид:

$$\Phi(1;T) = Tn^{*}\{h - c_{шт} - (c_{ад}+c_{ув})\lambda(c_{шт}) - c_{пред}\lambda(c_{шт})/\pi(c_{шт})\},$$

где $c_{шт}$ – усреднённые затраты на содержание сотрудника в течение одного периода времени, $c_{пред}$ – средние затраты на подготовку одного предложения кандидату, $c_{ад}$ – средние затраты на приём и адаптацию в пуле, $c_{ув}$ – средние затраты на покидание пула, h – усреднённый доход центра от деятельности одного агента в пуле в течение одного периода времени, $\lambda(c_{шт})$ – средняя доля агентов в пуле, выбирающих действие $y_{\eta}(t) = 0$; $\pi(c_{шт})$ – средняя доля претендентов, выбирающих действие $y_{\eta}(t) = 1$; n^{*} – постоянная средняя численность, равная сред-

ней потребности ($n^* = d^*$). Запись $\lambda(c_{шт})$ и $\pi(c_{шт})$ отражает зависимость предпочтений сотрудников от затрат различных видов, прежде всего – затрат на заработную плату, на социальный пакет, обучение и тд, предпочтения в свою очередь определяют средние доли сотрудников покидающих пул и присоединяющихся к нему.

Усреднённый доход h центра зависит от технологии, управление технологией рассматривалось в главе 3, поэтому данный параметр здесь примем константой. Средние затраты $c_{пред}$ на подготовку предложений, $c_{ад}$ на приём и адаптацию в пуле, $c_{ув}$ на покидание пула являются транзакционными и также примем постоянными. Средняя численность определяется средней потребностью, не подвержена управлению и также считается постоянной. Тогда задача

$$\Phi(1;T) = Tn^*\{h - c_{шт} - (c_{ад}+c_{ув})\lambda(c_{шт}) - c_{пред}\lambda(c_{шт})/\pi(c_{шт})\} \rightarrow \max$$

сведётся к оптимизационной задаче:

$$C(c_{шт}) = \{c_{шт} + (c_{ад} + c_{ув})\lambda(c_{шт}) + c_{пред}\lambda(c_{шт})/\pi(c_{шт})\} \rightarrow \min_{c_{шт}>0}, \quad (5.14)$$

где $C(c_{шт})$ имеет смысл усреднённых затрат центра в течение одного периода, приведённых к одному агенту в пуле.

Для решения задачи оптимального управления (5.14) необходимо ввести зависимости средних долей $\lambda(c_{шт})$ и $\pi(c_{шт})$ сотрудников покидающих пул и присоединяющихся к нему от предпочтений сотрудников, а предпочтений - от величины затрат на сотрудников $c_{шт}$. Эти зависимости не являются измеримыми или обусловленными какими-либо закономерностями, поэтому могут быть заданы лишь как экспертные оценки менеджмента. Однако, конструктивные экспертные соображения позволяют сформулировать ряд свойств функций $\lambda(\cdot)$ и $\pi(\cdot)$:

a. при $c >> c_{шт0}$; $\lambda(c) \approx 0$ и $\pi(c) \approx 1$, где $c_{шт0}$ – некоторый текущий уровень затрат, для которого известны значения $\lambda(c_{шт0}) = \lambda_0$ и $\pi(c_{шт0}) = \pi_0$;

b. при $c << c_{шт0}$; $\lambda(c) \approx 1$ и $\pi(c) \approx 0$;

c. $\lambda(\cdot)$ и $\pi(\cdot)$ не имеют точек разрыва, монотонны, $\lambda(\cdot)$ убывает, а $\pi(\cdot)$ возрастает по $c_{шт}$.

d. также менеджмент, основываясь на опыте, может оценить интервал значений $c_{шт0} - \Delta c_1 \le c_{шт} \le c_{шт0} + \Delta c_2$ выход, за пределы которого не имеет смысла по бизнес-соображениям.

Условиям a – d удовлетворяет семейство логистических функций $(1 + \exp(-z))^{-1}$, используем их для аппроксимации $\lambda(\cdot)$ и $\pi(\cdot)$:

$$\lambda\ c;x_1;x_2\ = \frac{\lambda_0}{\lambda_0 +\ 1-\lambda_0\ \ exp\ \ x_1\ \ c-c_{шт0}}$$

и

$$\pi\ \ c;x_1;x_2\ \ = \frac{\pi_0}{\pi_0 + \ 1-\pi_0\ \ exp\ \ x_2\ \ c_{шт0} - c},$$

где x_1 и x_2 – положительные параметры, подлежащие подбору.

Для подбора значений параметров x_1 и x_2 зададим экспертно значения $\lambda(c_{шт0}- \Delta c_1) = \lambda_1$ и $\pi(c_{шт0}- \Delta c_1) = \pi_1$, тогда параметры получим как решения уравнений $\lambda(c_{шт0} - \Delta c_1; x_1; x\ \ _2) = \lambda_1$ и $\pi(c_{шт0} - \Delta c_1; x_1; x_2) = \pi_1$ относительно x_1 и x_2.

Теперь оптимизационная задача (5.14) может быть записана в виде:

$$c + \ c_{ад} + c_{ув}\ \frac{1}{1+\ \lambda_0^{-1} - 1\ exp\ \ x_1\ \ c - c_{шт0}} +$$

$$+ c_{пред} \frac{1+\ \pi_0^{-1} - 1\ exp\ \ x_2\ \ c_{шт0} - c}{1+\ \lambda_0^{-1} - 1\ exp\ \ x_1\ \ c - c_{шт0}} \to \min_{c>0}$$

Полученная задача легко решается относительно c. Её важным для практики достоинством, является возможность исследования решения относительно параметров x_1 и x_2, а следовательно, от экспертно задаваемых значений $\lambda(\cdot)$ и $\pi(\cdot)$ при различных $c_{шт}$, в том числе графическим способом. Пример практического использования данной методики приведён в разделе 5.4.

5.3.2. Прикладной анализ влияния характеристик жизненного цикла активных ресурсов на эффективность их КД

Используем модель (5.1 - 5.4) пула активных ресурсов для анализа влияния характеристик жизненного цикла активных ресурсов на эффективность выполняемой ими комплексной деятельности [25] в практическом случае – проанализируем влияние параметров ЖЦ_АР на эффективность фирмы. Для простоты будем рассматривать один пул ресурсов (одна категория сотрудников равной квалификации), как и в разделе 5.3.1 в стационарном случае. В отличие от модели (5.14) введём несколько иную параметризацию: будем анализировать экономический эффект V, приведённый к одному периоду времени $V = \Phi(1; T)/T$, считая среднюю потребность в персонале, интенсивность увольнений сотрудников и соответственно приёма – постоянными $V = n_{пред}\pi\{\sum_{\theta=0}^{\infty}\varphi_\theta S\ \ \theta\ \ - c_{зам}\} - n_{пред}c_{пред} - V^*$,

где $n_{пред}$ – среднее количество предложений претендентам формируемое в течение одного периода времени,

π - вероятность того, что претендент примет предложение (используем упрощённую запись вместо использованной в разделе 5.3.1),

φ_θ - доля сотрудников, отработавших фирме ровно θ интервалов времени с момента приёма на работу до увольнения;

$S(\theta)$ - средний экономический эффект за всё время работы сотрудника, отработавшего в фирме θ интервалов времени, равный его экономическому результату за минусом издержек на его содержание – компенсационного пакета, налогов и социальных выплат, затрат на обучение и других;

$c_{пред}$ - средние затраты на подготовку одного предложения о работе, включая поиск кандидатов;

$c_{зам} = c_{ад} + c_{ув}$ - средние затраты на замещение уволившегося сотрудника, включая транзакционные издержки на оформление, начальную адаптацию и другие[46],

V^* - составляющая часть эффекта, не связанная с анализируемым пулом ресурсов.

Считаем время работы сотрудника в пуле (от момента приёма до увольнения) случайной величиной, принимающей целочисленные неотрицательные значения, где $\{\varphi_0; \varphi_1; \varphi_2; \ldots\}$ - распределение[47] вероятностей времени работы сотрудника в фирме.

Очевидно, $n_{пред}\pi$ будет равно среднему числу принимаемых на работу в течение каждого периода новых сотрудников. А оно, в свою очередь, равно среднему числу увольняющихся в предположении стационарности процессов. $t_{ср} = \sum_{\theta=0}^{\infty} \theta\varphi_\theta$ - среднее время работы сотрудника в фирме, $n_{пред}\pi t_{ср} = n_{пред}\pi \sum_{\theta=0}^{\infty} \theta\varphi_\theta$ – среднее число работающих сотрудников, а $\sum_{\theta=0}^{\infty} S\ \theta\ \varphi_\theta$ - средний эффект от сотрудника за весь

46 *В состав этих затрат также имеет смысл включать стоимость временного привлечения человеческих ресурсов на период поиска постоянных. Например, за счёт организации сверхурочных работ штатных сотрудников.*

47 В силу естественной ограниченности срока человеческой жизни, случайная величина «время работы сотрудника в фирме» будет иметь конечные моменты любого порядка.

период работы в фирме (усреднённый по длительности срока работы в фирме).

Среднее число работающих сотрудников определяется потребностью со стороны выполняемой КД (например, рассчитывается согласно моделям оптимального управления численностью пулов ресурсов из раздела 5.2) $n_{пред}\pi t_{ср} = D$, где D – среднее значение потребности выраженное в количестве сотрудников, необходимых для его реализации КД, или средняя численность пула.

Эффект $S(\cdot)$ от сотрудника за время работы в фирме (весь жизненный цикл) складывается из эффектов на каждом из периодов $S\ \theta\ = \sum_{\tau=1}^{\theta} s\ \tau\ $, представим его агрегировано. Жизненный цикл сотрудника разделим на три фазы – а) адаптации, б) продуктивной работы и в) предшествующей увольнению. Предполагаем, что эффект сотрудника на фазах а) и в) ниже, чем на фазе продуктивной работы:

$$s\ \tau\ = \begin{cases} s_{прд} - \Delta s_{ад} & \text{при } 0 \le \tau \le t_{ад} \\ s_{прд} & \text{при } t_{ад} < \tau \le \theta - t_{пр.ув} \\ s_{прд} - \Delta s_{ув} & \text{при } max\ \ t_{ад}; \theta - t_{пр.ув}\ \ < \tau \le \theta \end{cases}$$

где $s_{прд}$ - средний эффект на продуктивной фазе;

$\Delta s_{ад}$ - среднее снижение эффекта на фазе адаптации;

$t_{ад}$ - средняя длительность фазы адаптации;

$\Delta s_{ув}$ - среднее снижение эффекта на фазе, предшествующей увольнению;

$t_{пр,ув}$ - средняя длительность фазы, предшествующей увольнению.

Получим выражение для $S(\cdot)$:

$$S\ \theta\ = \sum_{\tau=0}^{\theta} s\ \tau\ = s_{прд}\theta - \begin{cases} \Delta s_{ад}\theta & \text{при } 0 \le \theta \le t_{ад} \\ \Delta s_{ад} t_{ад} - \Delta s_{ув}\ \ \theta - t_{ад} & \text{при } t_{ад} < \theta \le t_{ад} + t_{пр.ув} \\ \Delta s_{ад} t_{ад} - \Delta s_{ув}\ t_{пр.ув} & \text{при } t_{ад} + t_{пр.ув} < \theta \end{cases}$$

Тогда $\sum_{\theta=0}^{\infty} S\ \theta\ \varphi\ \theta\ \ = s_{прд} \sum_{\theta=0}^{\infty} \theta\varphi\ \theta\ \ -$

$$-\Delta s_{ад}[\sum_{\theta=0}^{t_{ад}} \theta\varphi\ \theta\ + t_{ад} \sum_{\theta=t_{ад}+1}^{\infty} \varphi\ \theta\ ] - \Delta s_{ув}[\sum_{\theta=t_{ад}+1}^{t_{ад}+t_{пр.ув}} \theta\varphi\ \theta\ + t_{пр.ув} \sum_{\substack{\theta=t_{ад}+ \\ +t_{пр.ув}+1}}^{\infty} \varphi\ \theta\ ].$$

Обозначим $t^*_{ад} = \sum_{\theta=0}^{t_{ад}} \theta\varphi\ \theta\ + t_{ад} \sum_{\theta=t_{ад}+1}^{\infty} \varphi\ \theta\ $ и

$$t^*_{пр.ув} = \sum_{\theta=t_{ад}+1}^{t_{ад}+t_{пр.ув}} \theta\varphi\ \theta\ + t_{пр.ув} \sum_{\theta=t_{ад}+t_{пр.ув}+1}^{\infty} \varphi\ \theta\ .$$

Заметим, что $t^*_{ад} < t_{ад}$; $t^*_{ад} < t_{ср}$; $t^*_{пр.ув} < t_{пр.ув}$; $t^*_{пр.ув} < t_{ср}$, и в результате получим выражение для V - эффекта от пула в целом:

$$V = Ds_{прд} - D\left(\Delta s_{ад}\frac{t^*_{ад}}{t_{ср}} + \Delta s_{ув}\frac{t^*_{пр.ув}}{t_{ср}} + c_{зам}\frac{1}{t_{ср}} + \frac{c_{пред}}{\pi}\frac{1}{t_{ср}}\right) + V^* \quad (5.15)$$

В приложении П.10 выполнен анализ выражения (5.15) и определено, как характеристики ЖЦ активных ресурсов влияют на эффект фирмы V. Анализ эффекта $V(\cdot)$ легко расширяется на случай нескольких пулов активных ресурсов - сотрудников, а также на случай известного нестационарного процесса $D(t)$ изменения потребности в персонале, необходимом для реализации комплексной деятельности.

На основании выводов приложения П.10 можно сформулировать практическое

Утверждение 5.4. «О зависимости эффективности реализации КД ОТС (фирмы) от характеристик жизненного цикла активных ресурсов (сотрудников)».

Эффект фирмы независимо от вида распределения вероятностей времени работы сотрудников фирмы до увольнения по собственному желанию монотонно возрастает при: а) увеличении вероятности того, что кандидат принимает предложение о приёме на работу; б) уменьшении длительность фазы адаптации и длительности фазы, предшествующей увольнению; в) увеличении среднего времени работы в фирме (за счёт изменения вероятностей увольнения позднее суммарной длительности фазы адаптации и фазы, предшествующей увольнению). •

Сформулированное утверждение 5.4 иллюстрирует важность оперативного контроля характеристик ЖЦ_АР для обеспечения эффективного функционирования фирмы, то есть актуальность задачи моделирования и контроля характеристик ЖЦ_АР.

В следующем разделе проанализируем один из важнейших аспектов жизненного цикла активных ресурсов – проявление активности ресурсов в их трафике – принятии решений об увольнении сотрудников по собственному желанию.

5.3.3. Модель трафика активных ресурсов и непараметрические методы его анализа

В предыдущем разделе было сформулировано практическое утверждение 5.4 о влиянии характеристик жизненного цикла активных ресурсов на эффективность реализации комплексной деятельности, которую они обеспечивают. Значимым прикладным выводом из этого последовало заключение о необходимости оперативного контроля факторов ЖЦ_АР, важнейшим из которых является трафик, вызываемый активным выбором ресурсов (принятием сотрудниками решений об увольнении). Рассмотрим формально и более детально этот процесс.

Пул активных ресурсов представляет собой организованную совокупность функционально одинаковых и статистически независимых сотрудников, численность которых необходимо поддерживать на требуемом (в общем случае меняющимся со временем) уровне. То есть, в случае увольнения сотрудника по собственному желанию его место должно восполняться в течение того же периода времени, в котором он уволился[48], что в целом должно мало сказываться на эффективном значении численности. Адекватной метафорой в данном случае является следующая: пул состоит из одинаковых функциональных ролей, каждая из которых постоянно заполнена сотрудниками, поведение которых статистически одинаково и независимо друг от друга. Тогда события увольнений сотрудников на каждой из ролей образуют независимые процессы, заключающиеся в том, что если предыдущее увольнение (и восполнение) произошло на t_d-м периоде времени, то следующее увольнение произойдёт на t–м периоде с вероятностью φ_{t-t_d}. Так как субъект, управляющий пулом, знает, в какой момент t_d произошло предыдущее увольнение на каждой из функциональных ролей, можно, используя распределение $\{\varphi_\theta\}$, определять вероятность следующего увольнения на t-м периоде как $\varphi_{t-t_d} \,/\, \sum_{\theta=t-t_d}^{\infty} \varphi_\theta$ [49] (если между t_d и t увольнений на данной роли не было).

---

[48] *Такая модель замещения увольняющихся корректна, например, при: а).неограниченно большом пуле кандидатов, б) возможности фирмы формировать также неограниченно большое количество предложений о приёме на работе, в) после чего отбирать требуемое количество новых сотрудников.*

[49] *Вычисленные таким образом вероятности отвечают случаю невозможности более одного увольнения на каждой роли в течение одного интервала времени, то есть* $\varphi_0=0$. *Если это не так, значения вероятностей одного и более увольнений будут*

Использование вычисленных таким образом вероятностей для всех ролей ФД удобно для получения и аналитического исследования различных зависимостей. Однако их использование затрудняется тем, что, распределение вероятностей $\{\varphi_\theta\}$ времени работы сотрудника априори не известно и основывается не на объективных фундаментальных закономерностях, а на активном выборе субъектов - сотрудников. То есть, распределение $\{\varphi_\theta\}$ (или его характеристики) необходимо оценивать на основании наблюдений. Кроме того, есть основа-основания считать, что внешние условия отличаются определённой изменчивостью: можно говорить о существовании сменяющих друг друга периодов однородности условий (стационарности) с характерной продолжительностью в нескольких лет, что принципиально ограничивает доступные интервалы наблюдений и объёмы получаемых данных.

Поэтому рассмотрим методики оценивания характеристик процесса увольнения и использования оценок для анализа эффекта фирмы. Распределение вероятностей $\{\varphi_\theta\}$ наиболее полно характеризует процесс увольнений, поэтому рассмотрим возможность непосредственно оценивания его значений.

Известно, что в общем случае выборочная функция распределения случайной величины сходится почти наверное к теоретической функции распределения (если её четвёртый момент конечен), а также является её асимптотически нормальной оценкой со скоростью убывания величины доверительного интервала обратно пропорционально квадратному корню объёма выборки (теоремы Гливенко – Кантелли и Колмогорова, см. например, § 13 главы III в [122]).

Однако, для оценивания распределения вероятностей таких величин, как время работы в фирме, традиционно используется процедура, предложенная в классической работе [209] для анализа «выживаемости» на основе цензурированных данных, широко применяемая и известная как «процедура Каплана-Мейера» [100]. Процедура [100, 209] позволяет получить состоятельную и несмещённую оценку «функции выживания» ($\Phi(t) = \sum_{\theta=t+1}^{\infty} \varphi_\theta$). На основании общеизвестных теорем (например, [122, 209]), несложно показать (см. [25]), что относительные доверительные интервалы оценки и «функции выживания», и

другими, что, однако, никак не сказывается на всех остальных результатах работы и выводах.

интенсивности увольнений ($\lambda\ t = \varphi_t / \sum_{\theta=t}^{\infty} \varphi_\theta = \varphi_t \Phi\ t-1^{-1}$) имеют характер зависимости от t и N вида $(N\varphi_t)^{-1/2}$, то есть заметно растут по t - длительности срока работы сотрудников даже при значительных объёмах выборки N (на практике φ_t существенно убывает с ростом t). Например, для геометрического распределения вероятностей времени работы $\varphi_t = \varphi(1 - \varphi)^{t-1}$ зависимость относительных доверительных интервалов от t и N будут иметь характер $O(N^{-1/2}(1 - \varphi)^{-t/2})$ для оценок и «функции выживания», и интенсивности.

Из этого следует, что оценить распределение вероятностей $\{\varphi_t\}$ с приемлемой точностью для больших t времён пребывания сотрудников в пуле ресурсов в принципе невозможно: отмеченная выше изменчивость внешних условий не позволит «накопить» настолько большие N (количества сотрудников, находившихся и находящихся в пуле ресурсов), которые обеспечили бы приемлемо малые значения $(N\varphi_t)^{-1/2}$. Данный тезис иллюстрируется графиками оценок интенсивностей увольнения сотрудников двух российских компаний из различных индустрий (компания из розничной торговли - рисунок 5.2 и компания из сферы информационных технологий - рисунок 5.3). На обоих графиках вертикальная ось соответствует интенсивности увольнений в течение одного периода времени, периоды времени отложены по горизонтальной оси. Штриховой линией показаны оценки интенсивности, более тонкими сплошными линиями – верхняя и нижняя границы доверительных интервалов, принятых в иллюстративных целях равными плюс-минус три среднеквадратичных отклонения.

В примере, представленном на рисунке 5.2, численность сотрудников рассматриваемого пула активных ресурсов имеет порядок нескольких десятков тысяч человек.

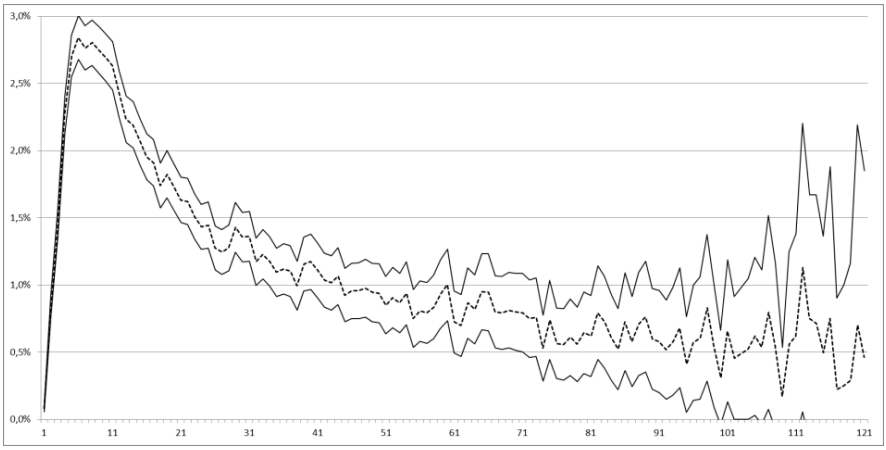

Рис. 5.2. Оценка интенсивности увольнений и её доверительный интервал для первого примера

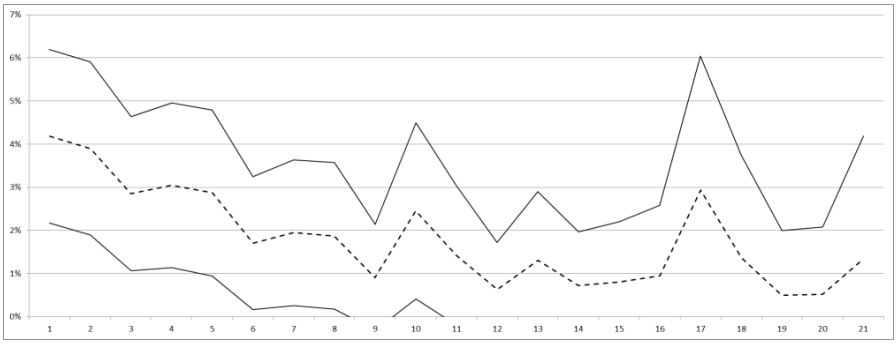

Рис. 5.3. Оценка интенсивности увольнений и её доверительный интервал для второго примера

Количество увольняющихся на начальных периодах имеет порядок несколько тысяч человек в течение одного периода, спадает до сотен и далее до десятков человек. Это позволяет получить относительно точную оценку для первых 20-30 периодов. Начиная со значений стажа 90-100 периодов, количество увольнений в выборке уменьшается до десяти-двадцати, что приводит к тому, что доверительный интервал становится вдвое больше самого значения оценки. Такую оценку вряд ли можно считать достоверной.

Во втором примере (рисунок 5.3) в результате существенно меньшей численности пула (нескольких тысяч человек) точность оценки даже для малых значений стажа весьма мала.

Это означает, что даже для фирм с численностью однородных сотрудников в несколько десятков тысяч человек возможности точного оценивания распределение вероятностей времени работы сотрудников являются ограниченными: относительно достоверно могут быть оценены интенсивности увольнений только для малых значений стажа сотрудников, когда доля таких сотрудников относительно велика, а для больших значений стажа оценки становятся малодостоверными.

Следствие этого сформулируем в виде

Утверждения 5.5: Распределение вероятностей времени (или функция интенсивности) покидания пула активными ресурсами (увольнений сотрудников) может использоваться для анализа и принятия управленческих решений только для относительно малых длительностей пребывания в пуле (стажа работы сотрудников). Для всех остальных целей использовать распределения вероятностей времени (или функции интенсивности) покидания пула активными ресурсами не корректно в силу невозможности получения достоверных оценок. •

В разделе 5.3.2 выше было показано, что количество сотрудников, увольняющихся при малых значениях стажа должно быть как можно меньше, в идеальном случае – их вообще не должно быть. Поэтому достоверное оценивание и детальный анализ распределение вероятностей для малых значений стажа может использоваться для анализа именно этой группы сотрудников и принятия управленческих решений с целью уменьшения их доли. В частности уместно использование для этого регрессионных методик для анализа факторов, влияющих на «ранние» увольнения. В иных случаях целесообразно использовать другие статистические инструменты, рассмотрим один из них в следующем разделе.

5.3.4. Последовательная процедура выявления изменения характеристик жизненных циклов активных ресурсов

В разделе 5.3.2 было показано, что для эффективного решения задач согласованного управления составом активных ресурсов необходимо контролировать характеристики жизненных циклов ресурсов и оперативно выявлять их изменения. Выше также было отмечено, что внешние условия реализации КД на длительном периоде не могут считаться стационарными: для внешней среды свойственны периоди-

ческие смены ключевых факторов - переходы от одного периода стационарности к другому. Внешние условия существенным образом влияют на активные ресурсы и параметры ЖЦ_АР, поэтому, безусловно, важной с практической точки зрения является задача как можно более оперативного и в то же время достоверного выявления таких переходов. Рассмотрим задачу оптимального обнаружения момента изменения («разладки») характеристик ЖЦ активных ресурсов (вероятности π и распределения вероятностей $\{\varphi_t\}$) в рамках моделей разделов 5.3.1 - 5.3.2).

Считаем, что до момента разладки характеристики ЖЦ_АР имели одни постоянные значения, а после – другие, также постоянные. Характеристики ЖЦ_АР ни до, ни после разладки априори неизвестны, а их значения должны быть оценены на основании наблюдений за процессами μ_t^1 - приёма новых сотрудников и μ_t^2 - увольнения сотрудников по собственному желанию. Сохраним предположение о статистической равнозначности (в рамках одного пула) и независимости поведения единиц активных ресурсов друг от друга и на различных периодах времени. Пусть априори имеются наблюдения в течение предварительного промежутка времени, про который известно, что весь он относится к единому периоду стационарности внешних условий. На основании накопленных в течение предварительного промежутка наблюдений характеристики ЖЦ_АР должны быть оценены, а начиная с текущего момента необходимо на основании оперативных наблюдений последовательно принимать решение о наличии или отсутствии разладки – изменения характеристик ЖЦ_АР.

Учитывая практическое утверждение 5.4, о невозможности достоверной идентификации распределение вероятностей $\{\varphi_t\}$, процесс увольнений μ_t^2 будем рассматривать не детально, по каждой единице активных ресурсов (сотруднику), а агрегировано – по всему пулу в целом. В качестве характеристик ЖЦ_АР будем использовать - интенсивность потока увольнений в целом $\lambda(t)$, идентифицировать стационарные значения интенсивности и выявлять их изменения. Очевидно, при таком подходе – преднамеренном «загрублении модели» – теряется некоторая информация, которая теоретически могла бы быть учтена, если бы распределение вероятностей $\{\varphi_t\}$, было достоверно известна, однако на практике эта потеря неизбежна.

Наблюдаемые процессы определяют изменения фактической численности N_t (также наблюдаемой) пула во времени:

$$N_{t+1} = N_t + \mu_t^1 - \mu_t^2 \qquad (5.16)$$

где μ_t^1 - последовательность независимых случайных величин, распределённых биномиально с параметрами $n_{пред}(t)$ и $\pi(t)$ и отражающих процесс найма, μ_t^2 - последовательность независимых случайных величин, распределённых биномиально с параметрами $n(t)$ и $\lambda(t)$, отражающих процесс увольнений.

Среднее значение численности изменяется как $E[N_{t+1}] = (1 - \lambda(t))E[N_t] + \pi(t)n_{\text{пред}}(t)$ или

$$E\ N_{t+T} = E\ N_t \prod_{\omega=1}^{T} 1-\lambda\ t+\omega \quad +$$

$$+\sum_{\tau=1}^{T} \pi\ t+\tau\ n_{пред}\ t+\tau \prod_{\omega=\tau}^{T} 1-\lambda\ t+\omega \quad .$$

В стационарном случае ($\lambda(t) = \lambda = \text{const}$, $n_{\text{пред}}(t) = n_{\text{пред}} = \text{const}$ и $\pi(t) = \pi = \text{const}$) получим $E[N_{t+T}] = N_{\text{ст}} +(1 - \lambda)^T(E[N_t] - N_{\text{ст}})$, где $N_{\text{ст}} = \lim\limits_{T\to\infty} E[N_{t+T}] = \pi n_{\text{пред}}\lambda^{-1}$.

Тогда формально задача выявления разладки может быть поставлена следующим образом: ненаблюдаемый двумерный процесс $x(t) = (\pi(t); \lambda(t))^T$ принимает постоянное значение до априори неизвестного момента разладки, в который изменяет значение на другое постоянное. Необходимо обнаруживать момент разладки на основании последовательных наблюдений $y(t) = (\mu_t^1; \mu_t^2; N_t; n_{пред}(t))^T$, связанных с $x(t)$ как (5.16),. Начальное значение процесса $x(t)$ оценивается на основании наблюдений $y(t)$ в течение предварительного периода длительностью $T_{апр}$ (условно в моменты времени - $T_{апр}$; - $T_{апр}$ +1; - $T_{апр}$ +2; …; 0), про который известно, что в течение него разладка не происходила. Будем использовать оценки максимального правдоподобия. Обозначим:

$$\mu_{u,v}^1 = \sum_{\tau=u}^{v} \mu_\tau^1;\ \mu_{u,v}^2 = \sum_{\tau=u}^{v} \mu_\tau^2;\ n_{пред\ u,v} = \sum_{\tau=u}^{v} n_{пред}\ \tau\ ;\ N_{u,v} = \sum_{\tau=u}^{v} N_\tau\ .$$

Оценка $(\hat{\pi}_0;\hat{\lambda}_0)^T$ начального значения процесса $x(t)$ с учётом (5.16) имеет следующий вид и характеристики:

$$\hat{\pi}_0 = (n_{пред\left[-T_{апр};0\right]})^{-1}\mu_{\left[-T_{апр};0\right]}^1;\ E\ \hat{\pi}_0 = \pi_0;\ var\ \hat{\pi}_0 = \pi_0(1-\pi_0)(n_{пред\left[-T_{апр};0\right]})^{-1};$$

$$\hat{\lambda}_0 = (N_{\left[-T_{апр};0\right]})^{-1}\mu_{\left[-T_{апр};0\right]}^2;\ E[\hat{\lambda}_0] = \lambda_0;$$

$$var[\hat{\lambda}_0] = \lambda_0(1-\lambda_0)(N_{\left[-T_{апр};0\right]})^{-1};\ cov[\hat{\pi}_0;\hat{\lambda}_0] = 0.$$

В практически интересных случаях величины $n_{пред[-T_{апр};0]}$; $\mu^{1}_{-T_{апр};0}$; $N_{[-T_{апр};0]}$ и $\mu^{2}_{-T_{апр};0}$ имеют порядок нескольких сотен, поэтому распределения вероятностей элементов вектора $y(t)$ хорошо аппроксимируются нормальными, поэтому оценка $(\hat{\pi}_0;\hat{\lambda}_0)^T$ является несмещённой и состоятельной, и её отклонением от истинного значения $x(t)$ можно пренебречь.

Решение о выявлении разладки в каждый момент времени t фактически заключается в проверке семейства гипотез $\mathbf{H_\tau}$ о том, что разладка произошла в момент времени $t_p = t - \tau$ $(\tau \geq 1)$ против гипотезы $\mathbf{H_0}$, что разладки не было.

Используем логарифмическую функцию относительного правдоподобия (л.ф.о.п.) вычисленную в момент времени t на основании наблюдений на интервале $[-T_{апр};t]$ для пары событий: а) что разладка произошла в момент времени $t_p = t - \theta$; и б) разладка до текущего момента не произошла: $\Omega\ t;\theta\ = ln(\Pr(y\ |_{T_{апр}}^{t}\ ;\ t;\theta)) = \sum_{\tau=t-\theta+1}^{t} \Delta l\ \ \tau$, где $\Delta l(t)$ частные л.ф.о.п. на каждом периоде времени $\Delta l(t) = ln(\Pr(y(t)|t_p < t)) - ln(\Pr(y(t)|t_p \geq t))$. Критерий относительного правдоподобия имеет вид:

$$\begin{cases} \mathrm{H}_0\colon \max\limits_{\theta}\ \Omega\ t;\theta\ \leq \mathrm{C}; \\ \mathrm{H}_\tau\colon \max\limits_{\theta}\ \Omega\ t;\theta\ > \mathrm{C}; \end{cases} \text{ и } \tau = \arg\max\limits_{\theta}\ \Omega\ t;\theta \qquad (5.17)$$

В задачах о разладке в подобной постановке традиционно используется (см. например, [78, 121, 124]) критерий, эквивалентный (5.17), основанный на статистике $L(t) = \max\{0;\ L(t-1) + \Delta l(t)\}$, вида:

$$\begin{cases} \mathrm{H}_0\colon L\ t\ \leq \mathrm{C}; \\ \mathrm{H}_\tau\colon L\ t\ > \mathrm{C}; \end{cases} \quad \tau = \arg\min\limits_{\theta}\ L\ t-\theta\ = 0 \qquad (5.18)$$

Исследование характеристик последовательных критериев (ошибок первого и второго рода в последовательной интерпретации) всегда является трудной задачей, что отмечается всеми исследователями, начиная с основополагающей работы Вальда [51]. К текущему моменту накоплено значительное количество результатов в области последовательного анализа и предложены различные методики, имеющие практическое значение, например, в работах [78, 123, 124, 136, 230]. В частности, в [78] разбирается проблематика получения аналитических выражений характеристик критериев, аналогичных (5.18), и отмечается невозможность получения для них точных аналитических выраже-

ний. Вместе с тем, в [78] (глава 4) предлагаются исчерпывающее количество различных аппроксимаций и граничных оценок для среднего времени между ложными выявлениями разладки и среднего времени от момента наступления разладки до момента её выявления. Упомянутые граничные оценки основываются на значениях первых и вторых моментов приращений решающих функций $\Delta l(t)$ до и после разладки, когда $\Delta l(t)$ являются независимыми нормально распределёнными случайными величинами.

Как правило, при отсутствии разладки средние значений процесса $\Delta l(t)$ отрицательны, а после наступления разладки – положительны. В этих условиях для границ каждой из характеристик критерия – $T_{лт}$ среднего времени между ложными выявлениями разладки и $T_{в.р.}$ среднего времени от момента наступления разладки до момента её выявления могут быть получены аналитические выражения.

Введём (используя выражения (4.2.14-16) из [78], стр.67) функцию $a(m, h)$, зависящую от нормированного среднего значения m приращений решающих функций $\Delta l(t)$ и порога критерия h, имеющую вид $a\ m,h\ =\frac{1}{2m^2}\ e^{-2mh}-1+2mh\ +\frac{\varphi\ m}{m\Phi\ m}+1$, где $\varphi\ x\ =\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$ и $\Phi\ x\ =\int_{-\infty}^{x}\varphi\ \chi\ d\chi$.

Функция $a(m, h)$ позволяет [78] получить следующие граничные значения характеристик каждого из критериев, подставляя моменты процесса $\Delta l(t)$: $T_{лт} > a\left(\frac{E\left[\Delta l\ t\ \middle|H_0\right]}{\sqrt{var\left[\Delta l\ t\ \middle|H_0\right]}};\frac{C}{\sqrt{var\left[\Delta l\ t\ \middle|H_0\right]}}\right)$ и

$$T_{в.р.} < a\left(\frac{E\left[\Delta l\ t\ \middle|H_\tau\right]}{\sqrt{var\left[\Delta l\ t\ \middle|H_\tau\right]}};\frac{C}{\sqrt{var\left[\Delta l\ t\ \middle|H_\tau\right]}}\right).$$

Данные выражения позволяют получить оценки свойств критериев и выбрать параметры критерия - порог принятия решения C и уровень γ ожидаемого изменения $x(t)$.

Следует заметить, что решение задачи происходит в условиях, когда значения изменений процесса $x(t)$ априори неизвестны. Практически значимым является выявление увеличения интенсивности увольнений $\hat{\lambda}_0 \to \hat{\lambda}_0 + \Delta\lambda$ и снижение вероятности принятия предложений $\hat{\pi}_0 \to \hat{\pi}_0 - \Delta\pi$. При этом не всегда имеются априорные основания,

рассматривать одновременные изменений обеих компонентов - $\Delta\pi$ и $\Delta\lambda$, в общем случае следует считать, что они могут меняться независимо. Поэтому рассмотрим несколько сценариев изменения характеристик $x(t)$ – в одном или нескольких пулах, независимое или одновременное изменение $\hat{\lambda}_0 \to \hat{\lambda}_0 + \Delta\lambda$ и $\hat{\pi}_0 \to \hat{\pi}_0 - \Delta\pi$, соответственно, несколько вариантов построений приращений решающей функции $\Delta l(t)$.

Сценарий 1. Выявление независимых изменений характеристик ЖЦ_АР $\hat{\lambda}_0 \to \hat{\lambda}_0 + \Delta\lambda$ и $\hat{\pi}_0 \to \hat{\pi}_0 - \Delta\pi$ одного пула активных ресурсов (относительно существенные изменения, не менее чем, скажем, на $\gamma = 10\%$). В этом случае задача естественным образом распадается на две параллельные задачи – на основании $y_{[-T_{апр};t]}$. выявления изменения $\{\hat{\pi}_0 \to (1-\gamma)\hat{\pi}_0;\ \gamma \geq 0{,}1\}$ и $\{\hat{\lambda}_0 \to (1+\gamma)\hat{\lambda}_0;\ \gamma \geq 0{,}1\}$. Тогда вместо критерия (5.18) используются два параллельных и независимых, имеющих вид (5.18), но отличающихся значениями порогов C_1 и C_2, а также видом функций частных л.ф.о.п.:

$$\Delta l^1\ t\ = \mu_t^1 \ln\ 1-\gamma\ +\ n_{пред,t} - \mu_t^1\ \ln(1+\gamma\frac{\hat{\pi}_0}{1-\hat{\pi}_0}) =$$

$$= n_{пред,t}\ \ln(1+\gamma\frac{\hat{\pi}_0}{1-\hat{\pi}_0}) + \mu_t^1 \ln(1-\gamma\frac{1}{1-\hat{\pi}_0+\gamma\hat{\pi}_0})$$

$$\Delta l^2\ t\ = \mu_t^2 \ln\ 1+\gamma\ +\ N_t - \mu_t^2\ \ln(1-\gamma\frac{\hat{\lambda}_0}{1-\hat{\lambda}_0}) =$$

$$= N_t\ \ln(1-\gamma\frac{\hat{\lambda}_0}{1-\hat{\lambda}_0}) + \mu_t^2 \ln(1+\gamma\frac{1}{1-\hat{\lambda}_0+\gamma\hat{\lambda}_0})$$

Легко видеть, что $\Delta l^i(t) = a^i y(t)$, где a^i – константы (векторы-строки). Поэтому каждый из процессов $\Delta l^1(t)$, $\Delta l^2(t)$ образует последовательность независимых случайных величин, распределение вероятностей которых адекватно аппроксимируется нормальным с параметрами:

$$E\left[\Delta l^1\ t\ \right] = n_{пред,t}\ ln\left(1+\gamma\frac{1}{1-\hat{\pi}_0}\right) + E\left[\mu_t^1\right] ln\left(1-\gamma\frac{1}{1-\hat{\pi}_0+\gamma\hat{\pi}_0}\right);$$

$$var\left[\Delta l^1\ t\ \right] = \left(ln\left(1-\gamma\frac{1}{1-\hat{\pi}_0+\gamma\hat{\pi}_0}\right)\right)^2 var\left[\mu_t^1\right];$$

$$E\left[\Delta l^2 \;\; t \;\right] = N_t \, ln\left(1-\gamma\frac{1}{1-\hat{\lambda}_0}\right) + E\left[\mu_t^2\right] ln\left(1+\gamma\frac{1}{1-\hat{\lambda}_0+\gamma\hat{\lambda}_0}\right);$$

$$var\left[\Delta l^2 \;\; t \;\right] = \left(ln\left(1+\gamma\frac{1}{1-\hat{\lambda}_0+\gamma\hat{\lambda}_0}\right)\right)^2 var\left[\mu_t^2\right];$$

Сценарий 2. Выявление одновременных изменений характеристик ЖЦ_АР $\hat{\lambda}_0 \to \hat{\lambda}_0 + \Delta\lambda$ и $\hat{\pi}_0 \to \hat{\pi}_0 - \Delta\pi$ одного пула активных ресурсов, также на γ=10%. Если предполагается, что изменения $\Delta\pi$ и $\Delta\lambda$ произойдут одновременно, то решение принимается на основании единственного критерия выявления изменения $\{\hat{\pi}_0 \to (1-\gamma)\hat{\pi}_0$; $\hat{\lambda}_0 \to (1+\gamma)\hat{\lambda}_0$; $\gamma \geq 0{,}1\}$, в котором функция частных л.ф.о.п. имеет вид:

$$\Delta l \;\; t \;\; = \Delta l^1 \;\; t \;\; + \Delta^2 l \;\; t \;\; = \mu_t^1 \, ln \;\; 1-\gamma \;\; + \;\; n_{пред,t} - \mu_t^1 \;\; ln\left(1+\frac{\gamma\hat{\pi}_0}{1-\hat{\pi}_0}\right) +$$

$$+\mu_t^2 \, ln \;\; 1+\gamma \;\; + \;\; N_t - \mu_t^2 \;\; ln\left(1-\frac{\gamma\hat{\lambda}_0}{1-\hat{\lambda}_0}\right)$$

где первые два слагаемые детектируют $\hat{\pi}_0 \to \hat{\pi}_0 - \Delta\pi$ - уменьшение вероятности, а вторые два $\hat{\lambda}_0 \to \hat{\lambda}_0 + \Delta\lambda$ – увеличение интенсивности.

Процесс $\Delta l(t)$, образует последовательность независимых случайных величин, распределение которых адекватно аппроксимируется нормальным с параметрами:

$$E\left[\Delta l \;\; t \;\right] = E\left[\Delta l^1 \;\; t \;\right] + E\left[\Delta l^2 \;\; t \;\right];$$

$$var\left[\Delta l \;\; t \;\right] = var\left[\Delta l^1 \;\; t \;\right] + var\left[\Delta l^2 \;\; t \;\right];$$

Сценарий 3. Практически интересными является случай, когда ОТС (фирма) состоит из существенного числа независимых пулов активных ресурсов, причём есть основания считать, что в нормальном состоянии характеристики ЖЦ_АР всех пулов идентичны. А разладкой считается появление аномалий в поведении единиц активных ресурсов (сотрудников) отдельных пулов независимо по $\hat{\lambda}_0 \to \hat{\lambda}_0 + \Delta\lambda$ и $\hat{\pi}_0 \to \hat{\pi}_0 - \Delta\pi$, в то время, как в нормальном состоянии такое поведение стационарно по времени и идентично для всех пулов. То есть, для каждого *i*-го (*i* =1,2, …,*I*) пула активных ресурсов необходимо проверять семейство гипотез $\mathbf{H_\tau}$ о том, что начиная с момента времени $t-\tau$ ($\tau \geq 1$) характеристики ЖЦ_АР данного пула стали отличаться от характеристик ЖЦ_АР всех остальных пулов против гипотезы $\mathbf{H_0}$, что

характеристики ЖЦ_АР данного пула равны характеристикам ЖЦ_АР всех остальных пулов. В этом случае для всех пулов целесообразно сформировать частные л.ф.о.п. $\Delta l_i^{1,2}(t)$ на каждом периоде времени и применять критерий вида (5.18). Рассмотрим вид частных л.ф.о.п. $\Delta l_i^1(t)$ и $\Delta l_i^2(t)$ в этом случае, аналогично сценарию 1.

$$\Delta l_i^1\ t\ = \mu_{i,t}^1\ ln\ 1-\gamma\ +\ n_{предi,t} - \mu_{i,t}^1\ ln(1+\gamma\frac{\hat{\pi}_{0,i}}{1-\hat{\pi}_{0,i}})$$

$$\Delta l_i^2\ t\ = \mu_{i,t}^2\ ln\ 1+\gamma\ +\ N_{i,t} - \mu_{i,t}^2\ ln(1-\gamma\frac{\hat{\lambda}_{0,i}}{1-\hat{\lambda}_{0,i}})$$

где $\hat{\pi}_{0,i} = \sum_{j\neq i}\mu_{j,\left[-T_{апр};0\right]}^1 / \sum_{j\neq i} n_{пред,j,\left[-T_{апр};0\right]}$; $E\ \hat{\pi}_{0,i}\ = \pi_0$;

$var\ \hat{\pi}_{0,i}\ = \pi_0\ \ 1-\pi_0\ \ / n_{пред,i,\left[-T_{апр};0\right]}$; $\hat{\lambda}_{0,i} = \sum_{j\neq i}\mu_{j,\left[-T_{апр};0\right]}^2 / \sum_{j\neq i} N_{j,\left[-T_{апр};0\right]}$;

$E\left[\hat{\lambda}_{0,i}\right] = \lambda_0;\ var\left[\hat{\lambda}_{0,i}\right] = \lambda_0 / N_{i,\left[-T_{апр};0\right]};\ cov\left[\hat{\pi}_0;\hat{\lambda}_0\right] = 0.$

Выражения для моментов $\Delta l_i^1(t)$ и $\Delta l_i^2(t)$ аналогичны выражениям для сценария 1.

Сценарий 4. Множество независимых пулов и одновременное изменение $\hat{\lambda}_0 \to \hat{\lambda}_0 + \Delta\lambda$ и $\hat{\pi}_0 \to \hat{\pi}_0 - \Delta\pi$. Для этого случая частные л.ф.о.п. равны $\Delta l_i(t) = \Delta l_i^1(t) + \Delta l_i^2(t)$, а их моменты аналогичны сценарию 2.

В приложении П.11 приведена проверка того, что для каждого из сценариев средние значения решающих функций $\Delta l^i(t)$ до разладки отрицательны, а после неё – положительны, то есть что рассмотренные решающие функции обладают свойством детектировать разладку.

Пример практического использования данной процедуры приведён в разделе 5.4.2.

5.4. Приложения моделей управления ресурсами

Проиллюстрируем применение методики, описанной в разделе 5.3.1, на примере управления одним из подразделений компании – Интегратора (см. также разделы 2.3 и 4.6).

Анализ учётных данных по подразделению (пулу) показал, что численность стационарна и колеблется в пределах 40 – 60 чел. Сотрудники имеют стабильную среднюю загрузку и в течение всего времени работы в компании создают результат, много больший затрат на их содержание. Основная доля затрат на персонал приходится на

компенсационный пакет, размер КП незначительно изменяется в зависимости от календарного времени или стажа работы (на фиксированной позиции) в фирме - изменения в пределах 1 … 3% не могут считаться значимыми. Это соответствует следующим значениями характеристик ЖЦ_АР: $c_{шт}(\theta) \approx \text{const} = c_{шт0}$; $c_{пред} = \alpha_{пред}\, c_{шт0}$; $c_{ад} = \alpha_{ад}\, c_{шт0}$; $\alpha_{ад} = 0{,}3$; $\alpha_{пред} = 0{,}5$, $c_{об} = c_{ув} \approx 0$ где $c_{шт0}$ – текущий размер компенсационного пакета (с учетом всех налогов, пенсионных и других отчислений).

Увольнения по инициативе фирмы пренебрежимо малы, а динамика трафика сотрудников описывается эмпирическим распределением (рисунок 5.4) доли сотрудников (по вертикали) в зависимости от времени, проработанного ими в фирме (по горизонтали, в условных единицах).

Рис. 5.4. Эмпирическое распределение доли сотрудников по стажу работы

С одной стороны, форма эмпирического распределения свидетельствует, что время работы сотрудника с хорошей точностью может быть представлено случайной экспоненциально распределённой величиной, с другой стороны, утверждение 5.5 ограничивает возможности практического использования распределений вероятностей времени работы для практических выводов.

Поэтому трафик сотрудников будем характеризовать усреднённым по стажу показателем – интенсивностью увольнения в течение одного периода времени $\lambda(\cdot)$, считая, что она не зависит от стажа θ. Оценённая по историческим данным она составляет $\lambda(\cdot) = \lambda_0 \approx 1/13 \ldots 1/10$. Вероятность принятия предложения о работе, оценённая по историческим данным, составляет $\pi(\cdot) = \pi_0 \approx 0{,}95$.

Будем считать, что оценка каждым сотрудником полезности работы в фирме по сравнению с другими альтернативами рынка труда основывается на размере их компенсационного пакета $c_{шт}$, а также на некотором параметре X, отражающем активный выбор сотрудника.

Предполагаем, что менеджмент стремится поддерживать постоянную численность пула (следуя утверждениям 5.1 или 5.3), тогда баланс трафика сотрудников описывается соотношением $\lambda(c_{шт0}; X)M_{ср} = \pi(c_{шт0}; X)n_{пред}$, где $M_{ср}$ – средняя (по времени) численность пула, фактически менеджмент поддерживает баланс трафика сотрудников между пулом - компанией и рынком труда, установив адекватный уровень затрат $c_{шт0}$. С учётом сделанных замечаний и обозначений эффект –приведённые затраты пула - получится (используя выражение из 5.3.1):

$$Z(c_{шт}; x_1; x_2) \to \min_{c_{шт} > 0},$$

где

$$Z(c_{шт}; x_1; x_2) = c_{шт} + \frac{c_{шт}\alpha_{ад}}{1 + \lambda_0^{-1} - 1 \; exp\; x_1 \; c_{шт} - c_{шт0}} +$$

$$+ c_{шт}\alpha_{пред} \frac{1 + \pi_0^{-1} - 1 \; exp\; x_2 \; c_{шт0} - c_{шт}}{1 + \lambda_0^{-1} - 1 \; exp\; x_1 \; c_{шт} - c_{шт0}} \text{ при } x_1 > 0;\ x_2 > 0 \text{ и}$$

$$c_{шт} \in [c_{шт0} - \Delta c_1;\ c_{шт0} + \Delta c_2].$$

Проанализируем решение оптимизационной задачи $Z(c_{шт}; x_1; x_2) \to \min$ с помощью графической интерпретации (рисунок 5.5), перейдём к условным единицам $c = c_{шт}/c_{шт0} - 1$. На всех графиках горизонтальная ось соответствует затратам на компенсационный пакет в, нулевая точка оси соответствует $c_{шт0}$. Семейства кривых представляют графики зависимостей затрат $Z(\cdot)$ и средних долей $\lambda(\cdot)$ и $\pi(\cdot)$ от c для нескольких значений параметров $x_1,\ x_2$.

Кривые *1* на графиках отражают слабо консолидированный рынок труда – т. е. когда диапазон приемлемых для сотрудников размеров компенсационного пакета (зона, в которой вероятность существенно больше 0 и меньше 1, достаточно велика), напротив, кривые *4* отвечают высоко консолидированному рынку труда – узкому разбро-

су размеров компенсаций. Получив семейства кривых, менеджер на основе своего экспертного мнения определяет, к какому виду рынка относится текущая ситуация.

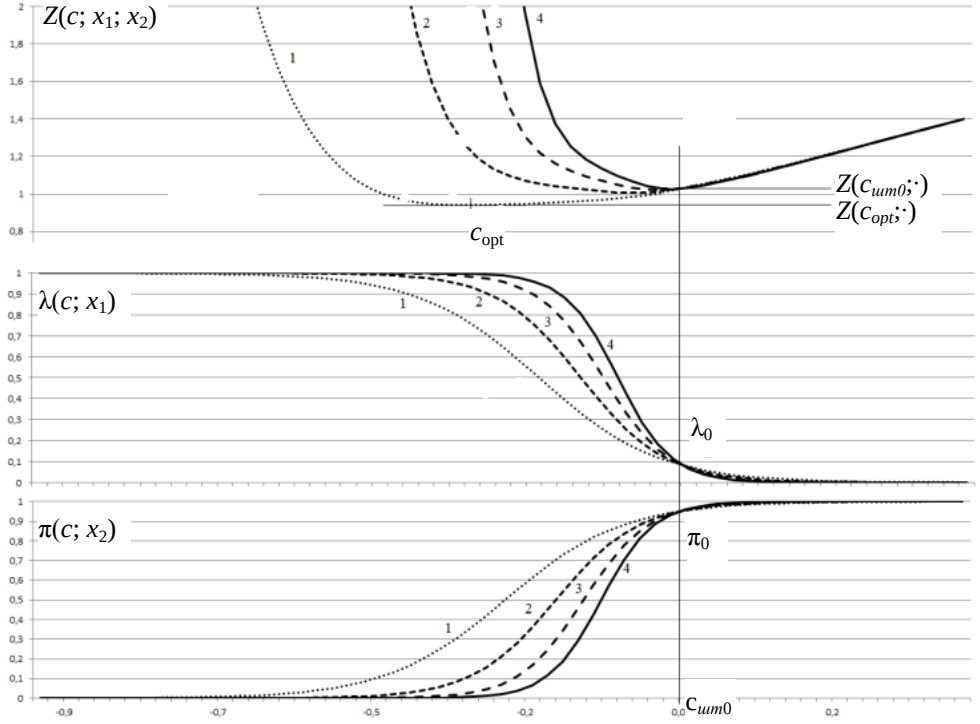

Рис. 5.5. Графики зависимостей;Z(·), λ(·) и π(·)

Если рынок труда консолидирован (кривые *4*), то потенциальное уменьшение затрат $Z(\cdot)$ очень незначительно: минимум кривой *4* $Z(\cdot)$ практически находится в точке $c_{шт0}$. Очевидно, в этом случае пул находится в оптимальном равновесии с рынком и изменения в системе нецелесообразны.

Для противоположного случая (кривые *1*) минимум $Z(\cdot)$ может отличаться от $Z(0)$ на существенную величину, а соответствующее значение c_{opt} – от $c_{шт0}$ (в нашем примере на 20%). В этом случае, вероятно, менеджмент примет решение проверить возможность перехода к точке оптимума, изменив размер компенсационного пакета.

Наиболее значимым параметром для контроля в данном случае является размер компенсационного пакета «на рынке», изменение которого может существенно нарушить баланс трафика. Поэтому этот параметр требует не только отслеживания, но и прогнозирования.

Изложенный пример анализа может был полезен как для проверки достижения оптимальной области равновесия, так и для прогнозирования таких областей в случае изменения внешних или внутренних условий. После того, как возможности оптимизации путём управления параметрами затрат исчерпаны, рассмотрим способ комбинирования штатных сотрудников с привлечением фрилансеров и аутстафферов для обеспечения неравномерной потребности в ресурсах – используем одну из моделей раздела 5.2.

Рассмотрим теперь применение модели управления численностью на примере одного из подразделений компании Интегратора. На рисунке 5.6 представлена фактическая траектория потребности в сотрудниках (вертикальная ось) в различные периоды времени (горизонтальная ось).

В данном примере, есть основание предполагать стабильность внешних и внутренних условий, то есть применить оптимальную согласованную стратегию управления численностью пула активных ресурсов, обеспечивающих КД, когда характеристики источников неопределённости комплексной деятельности и поведения активных ресурсов известны и постоянны по времени (утверждение 5.1 раздела 5.2.4).

Наличие исторических данных позволяет построить эмпирическое распределение вероятностей суммы неопределённости потребности в активных ресурсах и неопределённости трафика – результатов

активного выбора ресурсов (свёртки распределений P_μ и Q_δ, см. раздел 5.2.4).

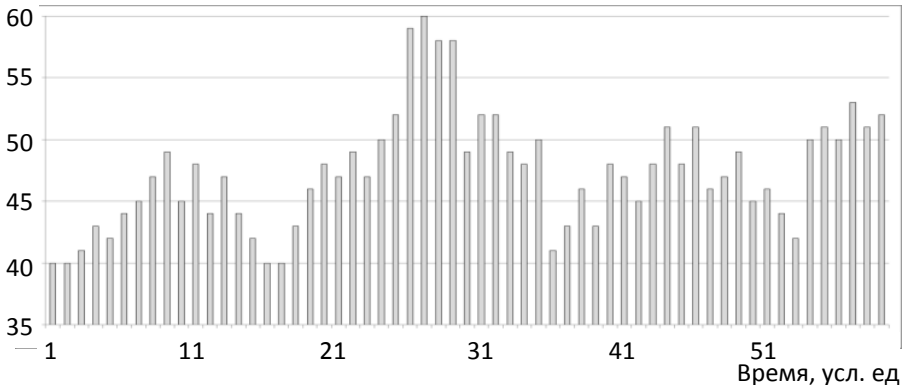

Рис. 5.6. Фактическая потребность в активных ресурсах в зависимости от времени

На содержательном уровне (с точки зрения бизнеса) данная задача отвечает случаю, когда менеджмент поддерживает некоторую постоянную M_ϕ численность подразделения за счёт штатных сотрудников, а превышающие этот уровень потребности со стороны продаж покрывает привлечением внешних ресурсов. Достоинство таких внешних ресурсов состоит в возможности «мгновенного» привлечения и отказа от продолжения работ без дополнительных затрат, недостаток – в более высокой текущей цене ресурса (обозначим её как c_{out}) по сравнению со штатными ($c_{шт}$). Смысл реализации такой стратегии состоит в возможности сэкономить на оплате временно неиспользуемых ресурсов при неравномерной потребности в них, а формально такая стратегия соответствует утверждению 5.1. Важно отметить устойчивость стратегии к неточностям в предположениях и задаваемых параметрах как следствие относительной простоты модели. Полученная стратегия иллюстрируется рисунком 5.7. Стратегия управления сводится к поддержанию постоянного уровня численности $n(t) = x_{g_opt}$, значение самого уровня x_{g_opt} получается из правила (П8.3), определённого в 5.2.4. В верхней части рисунка 5.7 представлены графики зависимостей функции затрат $Z(\cdot)$ для различных значений отношения $\alpha_{out} = c_{шт} / c_{out}$, а в нижней части - эмпирическое

распределение (свёртка распределений) P_μ и Q_δ (обозначаем её как $P^*Q(\xi)$), по горизонтальной оси откладываем численность ξ.

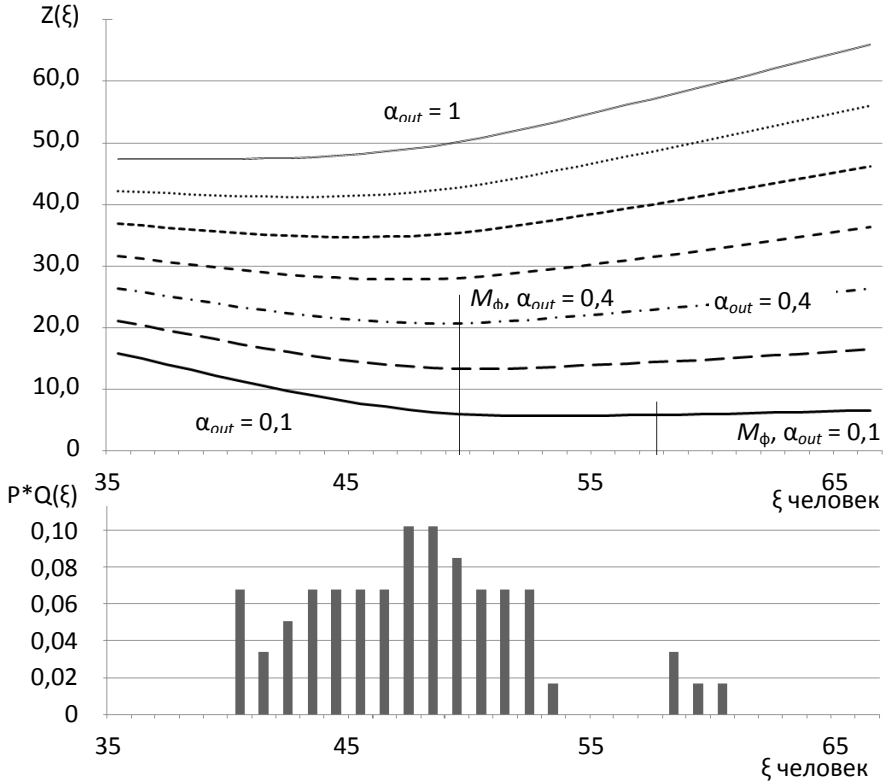

Рис. 5.7. Зависимости затрат $Z(\cdot)$ и эмпирического распределения $P^*Q(\cdot)$ от состава ξ

При низкой стоимости внешних специалистов по сравнению со штатными ($\alpha_{out} \cong 1$; $c_{шт} \cong c_{out}$) функция затрат $Z(\cdot)$ не имеет минимума: принимает значение, соответствующее среднему значению потребности.

При высокой стоимости внешних специалистов ($\alpha_{out} \cong 0{,}1$; $c_{шт} \cong 0{,}1c_{out}$) точка минимума лежит ближе к верхней границе диапазона возможных значений потребности, что логично, и минимум слабо выражен.

При наличии исторических данных и справедливости предположения о сохранении в будущем существующих трендов применение эмпирического распределения является наиболее адекватным и простым подходом для получения оптимальных значений численности штатных сотрудников M_ϕ.

При отсутствии таких данных, например, в случаях создания новых бизнесов или при ожидании значительных изменений внешних или внутренних факторов, функция свёртки распределений P_μ и Q_δ может быть аппроксимирована распространёнными распределениями, что позволит получить предварительные оценки значений M_ϕ. Численное моделирование показало, что в данном примере замена эмпирического распределения на биномиальное с эквивалентными двумя первыми моментами приводит к отличию получаемых значений M_ϕ для двух распределений не более чем на единицу. Это позволяет говорить о целесообразности использования биномиального распределения для получения предварительных оценок численности штатных сотрудников при отсутствии исторических данных.

Опишем применение методики управления составом активных ресурсов посредством регулирования параметров их жизненного цикла в компании - продуктовой розничной сети. Модели и методика, описанные в разделах 5.1 и 5.3 были внедрены для анализа и прогнозирования экономических результатов осуществления различных управленческих инициатив. Рассмотрим один из примеров такого анализа и прогнозирования.

На рисунке 5.8 представлено эмпирическое распределение доли сотрудников в зависимости от времени работы до увольнения (среди уже уволившихся), из которого видна существенная доля сотрудников, увольняющихся в течение первых периодов времени после приёма на работу.

Значительная доля увольнений в течение «малых» сроков работы свидетельствует о возможных проблемах в процедурах найма и адаптации сотрудников: начав работать в фирме, сотрудник обнаруживает, что условия его не устраивают, или это является результатом неудачной адаптации на рабочем месте, в частности, линейный менеджер выясняет, что сотрудник не соответствует требуемому профилю.

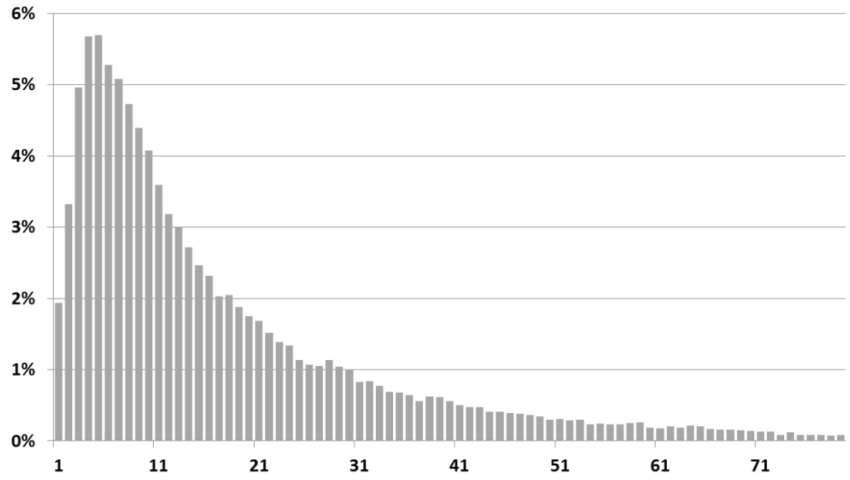

Рис. 5.8. Эмпирическое распределение доли сотрудников в зависимости от времени до увольнения (среди уже уволившихся)

С помощью модели жизненных циклов активных ресурсов (раздел 5.1) выполнена оценка «потенциальных потерь», которые фирма могла бы не нести из-за проблем в процедурах найма и адаптации, что позволяет сопоставить потенциальный выигрыш от совершенствования процедур с затратами на реализацию проекта их совершенствования и принять обоснованное решение о старте или отклонении такого проекта.

Все сотрудники разбиты на группы по стажу работы (на момент увольнения), в таблице 5.1 представлены доли сотрудников и среднее время работы внутри групп. Несмотря на территориальную распределённость магазинов (тысячи магазинов компании расположены практически во всех субъектах Российской Федерации), все сотрудники рассматриваемой категории считаются принадлежащими к одному пулу ресурсов, так как в рамках выполняемого анализа важен не территориальный, а только функциональный фактор.

Таблица 5.1.

Группы:	Доля	Среднее время (периодов)		
		Факти-	Возмож-	Возмо-

		ческое	ное 1	жное 2
0-6 периодов	27%	3,9	7,0	12,8
7-22 периодов	46%	12,8	12,8	12,8
23 и более периодов	27%	41,6	41,6	41,6
Всего:	100%	18,5	19,3	20,9

В столбце «фактическое» показано среднее время работы, полученное в результате оценок по фактическим данным. В столбце «возможное» проставлены ожидаемые менеджментом экспертные оценки возможного среднего времени после улучшения процедур найма и адаптации.

Соотношения модели (5.1 -5.5) и (5.14) позволяют получить численные оценки влияния улучшения бизнес-процессов на финансовый результат фирмы. В данном примере изменение среднего времени для рассматриваемой группы с 3,9 периодов до 7 приводит к повышению среднего эффекта от одного сотрудника на 0,7%, а с 3,9 до 12,8 периодов – на 2%. При численности сотрудников порядка нескольких десятков тысяч эти незначительные относительные изменения влекут за собой существенные суммарные эффекты. И, что очень важно, эти эффекты достигаются за счёт улучшения вспомогательных бизнес-процессов, то есть не требуют затрат в области основных процессов, которые всегда велики.

Последовательная процедура выявления изменения характеристик жизненных циклов активных ресурсов была внедрена в этой же компании для оперативного контроля характеристик трафика (модель раздела 5.3.4) наиболее массовой категории сотрудников в разрезе магазинов.

Наличие нескольких (около десяти) тысяч территориально распределённых магазинов требует автоматизации оперативного контроля характеристик активных ресурсов. На каждом периоде времени необходимо оперативно сопоставлять и анализировать более тысячи кортежей данных, включающих: а) численность N_τ; б) количество уволившихся ζ_τ^2; в) количество актуальных предложений $n_{\text{пред},\tau}$; г) количество принятых предложений ζ_τ^1.

Поставленная задача решается с помощью описанной в разделе 5.3.4 методики, применяемой параллельно ко всем пулам в варианте сценария 3. В данном случае важен не только функциональный, но и

территориальный фактор, поэтому сотрудники каждого магазина рассматриваются как отдельный пул активных ресурсов.

Результаты выявления служат основанием для более детального анализа ситуации в объектах, по которым сформировано решение об обнаружении разладки. Для наглядности результаты отображаются не только в численной, но также и в графической форме (на рисунке 5.9 представлен пример результатов выявления).

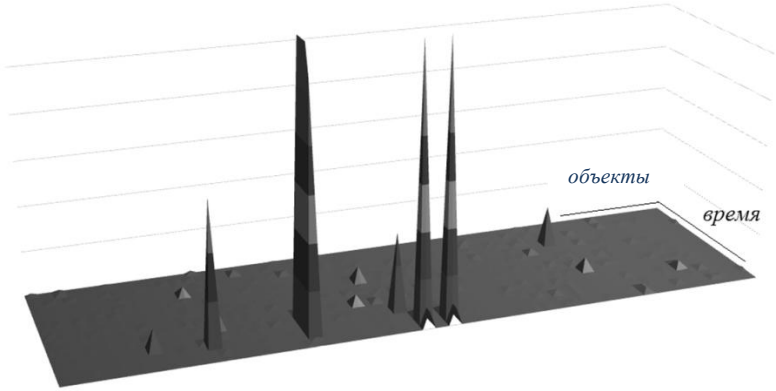

Рис. 5.9. Пример отображения результатов выявления изменений характеристик ЖЦ активных ресурсов на множестве пулов

По вертикали отложено относительное правдоподобие наличия разладки против его отсутствия, одна из горизонтальных осей соответствует пулам - магазинам, а другая – времени. Пики на трёхмерной поверхности показывают значительное превышение правдоподобия наличия разладки над её отсутствием и служат индикаторами для менеджмента для детального рассмотрения ситуации в соответствующих магазинах.

Внедрение данных процедур и методов привело к повышению эффективности использования основных ресурсов – продавцов-кассиров – на 5-7%.

Основными результатами пятой главы являются:

I. Анализ проблемы управления составом активных ресурсов, обеспечивающих реализацию жизненных циклов ОТС и формализация проблемы в виде а) задачи управления пулом активных ресурсов

за счёт регулирования параметров их жизненного цикла и б) задачи управления численностью пула.

II. Модели жизненных циклов активных ресурсов, обеспечивающих выполнение комплексной деятельности организационно-технической системы, в том числе:

- Базовая модель пулов активных ресурсов ОТС - человеческого капитала – см. выражения (5.1 - 5.5).
- Модель и методика (раздел 5.3.1) анализа и управления пулом активных ресурсов за счёт регулирования параметров их жизненного цикла.

Важно отметить с практической точки зрения, что рассмотренные модели и методики сформированы на основании соотношений управленческого учёта без упрощающих предположений и позволяют учитывать все традиционно рассматриваемые виды затрат на персонал. Вместе с этим, на формальном уровне модели и методики учитывают основные аспекты реализации комплексной деятельности, прежде всего неопределённость потребности и трафика активных ресурсов.

III. Модели управления численностью пулов активных ресурсов и получение следующих формальных результатов:

- Формализация задачи управления численностью в виде трёх вариантов постановки.
- Получение для варианта I оптимальной согласованной стратегии (утверждение 5.1) управления численностью пула активных ресурсов, когда характеристики источников неопределённости комплексной деятельности и поведения активных ресурсов известны и постоянны по времени.
- Получение для частного случая варианта II оптимальной согласованной стратегии, утверждение 5.2, управления численностью пула активных ресурсов, при наличии прогноза неубывающей потребности в виде (5.13) и когда характеристики источников неопределённости комплексной деятельности и поведения активных ресурсов известны и постоянны по времени.
- Получение для варианта III наилучшей гарантированной стратегии (утверждение 5.3) управления численностью пула активных ресурсов, при наличии у субъекта минимальной априорной информации об условиях реализации КД - известны только граничные значения интервалов допустимых значений процессов, отражающих неопределённость деятельности и трафика сотрудников.

- Вследствие ограниченного количества предположений и допущений, сделанных при получении результатов, рассмотренные модели и стратегии являются устойчивыми к характеристиками неопределённости комплексной деятельности.
- Во всех случаях полученные оптимальные стратегии инвариантны к распределению дальновидностей центра.

IV. Анализ особенностей и аспектов практического применения моделей согласованного управления составом активных ресурсов и получение следующих практических результатов:

- Утверждения (5.4), фиксирующего монотонное возрастание эффективности реализации КД ОТС при увеличении вероятности того, что кандидат принимает предложение о приёме на работу; уменьшении длительность фазы адаптации и длительности фазы, предшествующей увольнению; увеличении среднего времени пребывания активного ресурса в пуле.
- Утверждения (5.5) о допустимости использования распределения вероятностей времени (или функция интенсивности) покидания пула активными ресурсами только при относительно малых длительностях пребывания в пуле и некорректности их использования при больших длительностях из-за невозможности получения достоверных оценок.
- Последовательной процедуры выявления изменения характеристик жизненных циклов активных ресурсов (5.16 - 5.18), сценариев её практического применения и проверки её детектирующих свойств.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулируем кратко основные результаты, изложенные в настоящей книге.

1. Управление организационно-техническими системами (ОТС) рассмотрено на базе единого методологического подхода, основывающегося на анализе комплексной деятельности, посредством которой ОТС реализуют своё предназначение и формируют ценность. Проблема управления ОТС сформулирована как согласованное управление совокупностью взаимосвязанных жизненных циклов структурных элементов комплексной деятельности ОТС и декомпозирована на группы задач: а) согласованного управления реализацией жизненных циклов элементов комплексной деятельности ОТС; б) управления технологией комплексной деятельности ОТС; в) согласования интересов субъектов комплексной деятельности; г) управления составом активных ресурсов ОТС.

2. Приведены а) процессная модель комплексной деятельности и реализующей её ОТС; б) модель реализации жизненных циклов комплексной деятельности ОТС; а также алгоритм согласованного планирования совместной деятельности взаимосвязанных совокупностей элементов ОТС.

3. Развит вероятностный формализм постановки и решения задач управления технологией комплексной деятельности, который позволил получить:

- Для базовой модели освоения технологии и модели комплексирования компонентов технологии – аналитические выражения для кривых освоения, их свойства в общем случае и для частных случаев (экспоненциальной, логистической и гиперболической кривых), утверждение о граничных значениях вероятностей состояний процесса освоения.
- Для модели «типовых решений» - утверждения об оптимальности равномерного разбиения множества состояний внешней среды в смысле минимизации средней ошибки, а также максимизации полезности и уровня освоения.
- Для модели перехода от разработки технологии к её продуктивному использованию: при известных свойствах внешней ды - утверждение о существовании и аналитические выражения для оптимальной последовательной стратегии перехода; при неизвестных свойствах внешней среды – последовательный критерий принятия

решения и алгоритм выбора оптимальных значений параметров критерия.

4. Задача согласования интересов субъектов КД сформулирована с учётом структуры, жизненных циклов и технологии комплексной деятельности, что позволило найти оптимальную компенсаторную систему стимулирования в многоэлементной динамической организационной системе, реализующую вектор действий агентов как равновесие в доминантных стратегиях их игры с минимальными суммарными затратами центра на стимулирование. В многопериодной многоэлементной модели организационной системы с изменением свойств (функции распределения вероятностей результата деятельности агента) получено последовательное правило на основе отношения правдоподобия, обеспечивающее оптимальную систему стимулирования.

5. Задача управления составом активных ресурсов, обеспечивающих реализацию комплексной деятельности, решена в постановках а) управления численностью ресурсов; б) регулирования параметров жизненных циклов этих ресурсов. Для задачи управления численностью ресурсов получены: оптимальная стратегия управления при наличии априорной информации о свойствах неопределённостей потребности в ресурсах и поведения активных элементов, а также наилучшая гарантированная стратегия управления при наличии минимальной априорной информации о данных неопределённостях.

Рассмотренные модели и методы обеспечивают решение основных задач, на которые декомпозируется проблема управления организационно-техническими системами.

Структурные (качественные) модели обосновывают подход к управлению ОТС как к управлению взаимосвязанной совокупностью жизненных циклов структурных элементов комплексной деятельности.

На рисунке з.1 схематично представлена система разработанных математических (количественных) моделей и методов во взаимосвязи.

Модели согласованного управления реализацией ЖЦ КД ОТС (глава 2) играют в определённом смысле центральную роль.

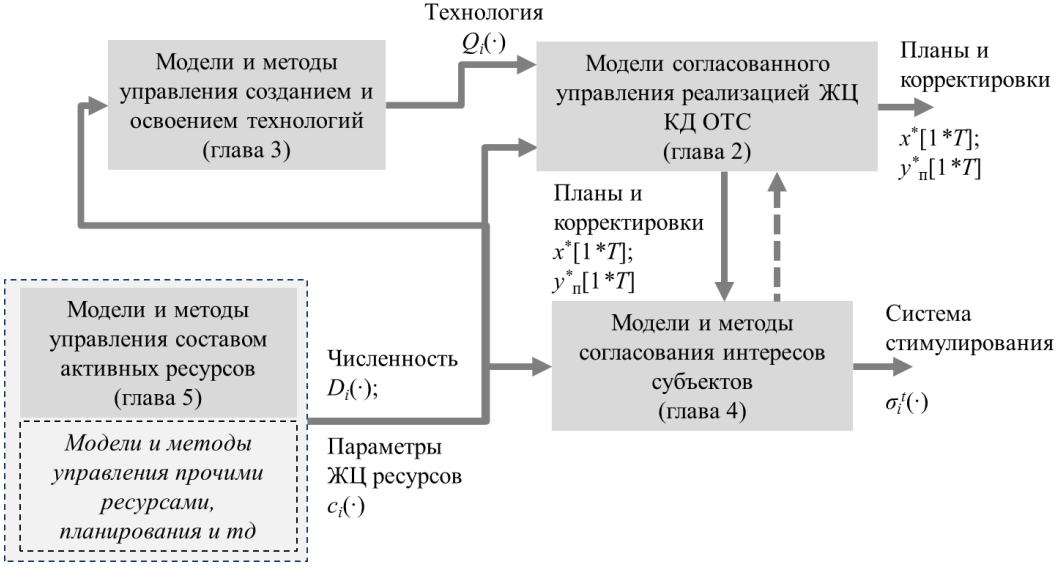

Рис. з.1. Комплекс моделей и методов управления ЖЦ организационно-технических систем

С их помощью, во-первых, формируются планы и корректировки планов (по действиям и/или по результатам) реализации жизненных циклов элементов деятельности, во-вторых, эти модели используют в качестве входных данных результаты других моделей и методов.

Модели и методы управления созданием и освоением технологий (глава 3) обеспечивают возможность принятия оптимальных решений при изменении технологии – переходе от одного этапа жизненного цикла к другому, на выходе этих моделей формируется технология деятельности $Q(\cdot)$.

Модели и методы согласования интересов субъектов (глава 4), прежде всего, обосновывают корректность декомпозиции проблемы на однородные и допускающие независимое моделирование и оптимизацию жизненные циклы структурных элментов КД. Кроме того, данные методы формируют оптимальные системы стимулирования, инвариантные к характеристикам субъектов (их дальновидности), при условии соблюдений или нарушения гипотезы доброжелательности субъектов. Инвариантность получаемых систем стимулирования к технологии совместной деятельности субъектов обеспечивает устойчивость результатов к возможным изменениям технологии.

Модели и методы управления составом активных ресурсов (глава 5) обеспечивают возможность принятия оптимальных решений при выборе характеристик жизненных циклов активных ресурсов – субъектов комплексной деятельности и их состава.

Так как выполнение комплексной деятельности носит циклический характер (раздел 1.5.2), система моделей и методов используется с определённой периодичностью на фазе проектирования деятельности (рисунок з.2), на практике – при планировании очередных периодов деятельности, а также при корректировании и уточнении планов в ходе выполнения деятельности.

Вследствие того, что проблема управления ОТС решается как управление взаимосвязанной фрактальной совокупностью жизненных циклов СЭДов, система моделей и методов единообразно применяется ко всем ним (рисунок з.3), причём интеграцию их всех в единую иерархическую систему обеспечивают модели согласованного управления реализацией жизненными циклами деятельности.

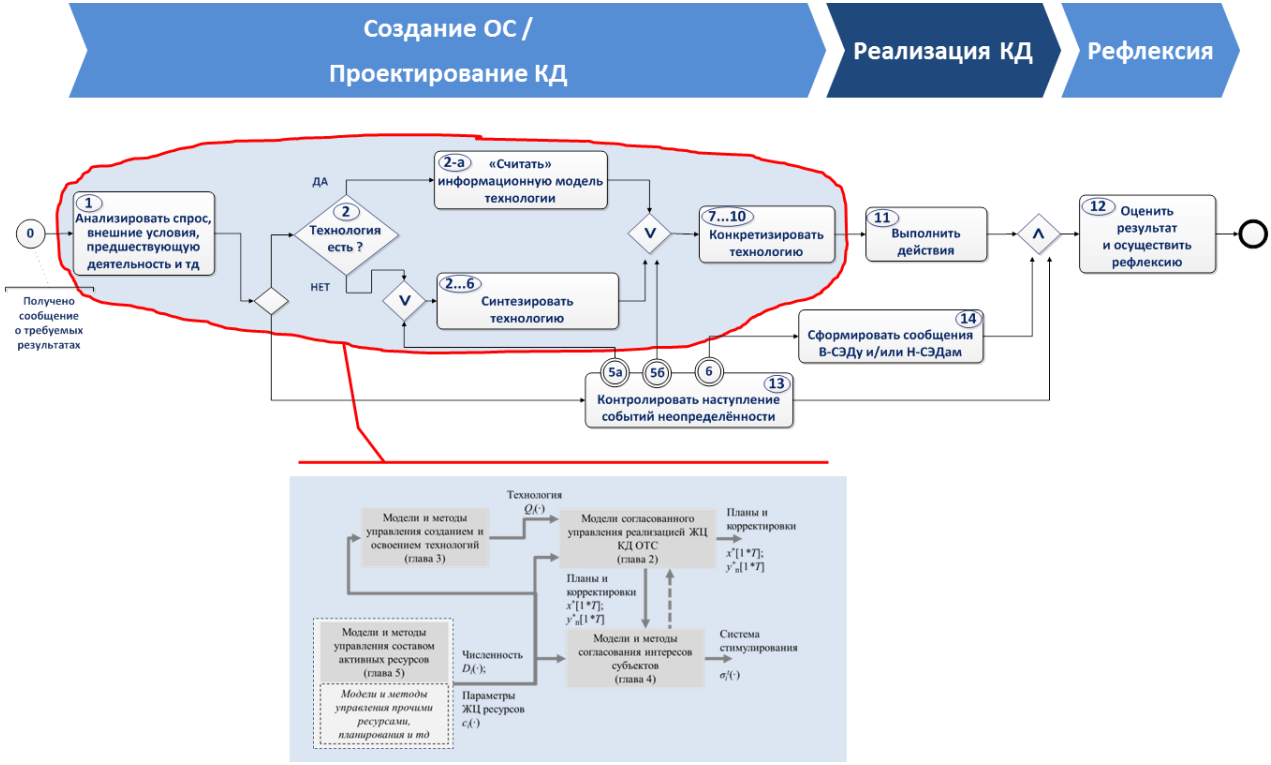

Рис. з.2. Место разработанных моделей и методов в жизненном цикле СЭДа

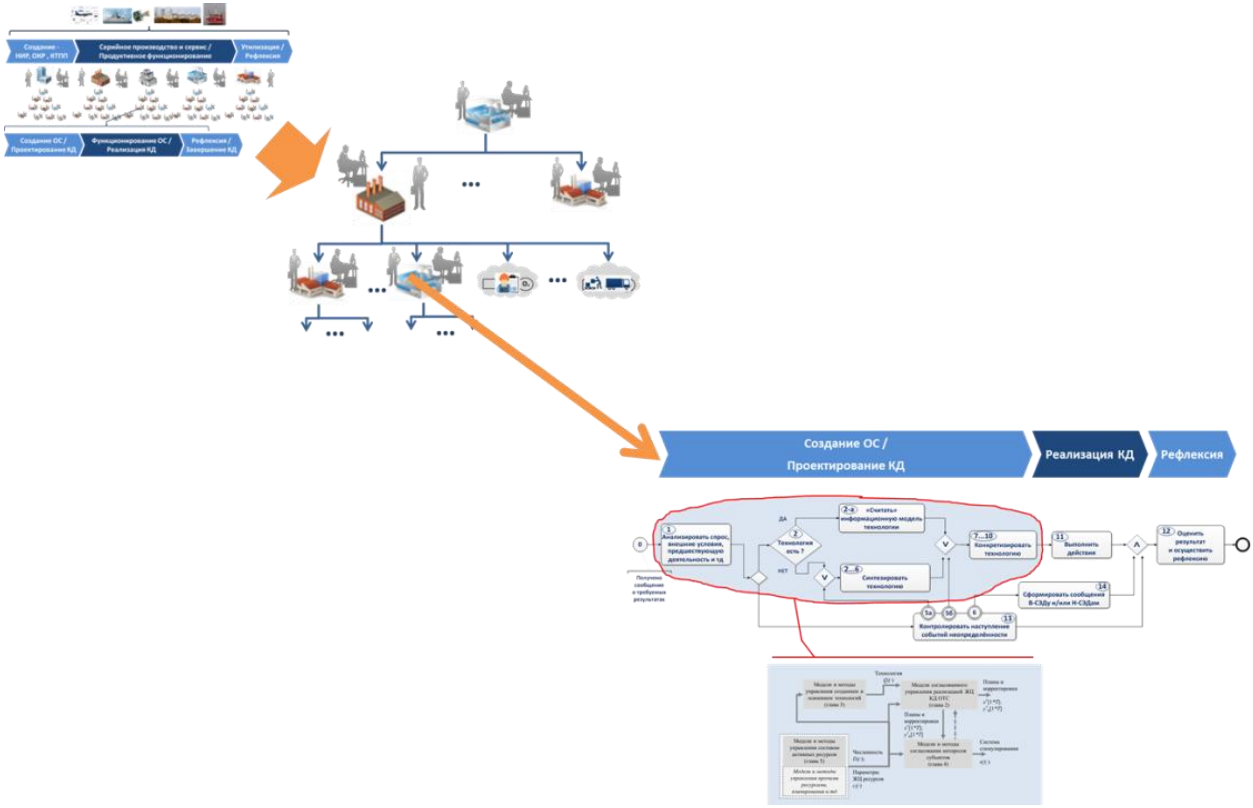

Рис. з.3. Место рассмотренных моделей и методов в управлении ОТС

ПРИЛОЖЕНИЕ

П.1. Получим выражение для среднего времени достижения «абсолютного» уровня освоения: $L_t = 1$. Пусть в некоторый момент времени уже известны, проверены какие-то состояния внешней среды, и остались не проверенными несколько, а именно $I \le K$, состояний $\{p_i;\ i = \overline{1,I}\ ,\ \sum_{i=1}^{I} p_i \le 1\}$.

Обозначим через $T(\{p_i;\ i = \overline{1,I}\ \})$ среднее время, в течение которого будут проверены все оставшиеся I состояний, то есть достигнут уровень $L_t = 1$. Используя метод математической индукции, получим выражение:

$$T\quad p_i; i=\overline{1,I}\quad =\sum_{i=1}^{I} p_i^{-1} - \sum_{i;k} \left(p_i + p_k\right)^{-1} + \\ + \sum_{i;k;l} \left(p_i + p_k + p_l\right)^{-1} - \sum_{i;k;l;m} \left(p_i + p_k + p_l + p_m\right)^{-1} + \ldots \qquad (П1.1)$$

Запишем (П1.1) в иной, эквивалентной, форме:

$$T\quad p_i; i=\overline{1,I}\quad =\sum_{k=1}^{I} \left(-1\right)^{k+1} \sum_{i_1;i_2;\ldots;i_k} \left(\sum_{j=1}^{k} p_{i_j}\right)^{-1} \qquad (П1.2)$$

Покажем, что среднее время равно сумме знакопеременных сумм всех k-ок из $\{p_i;\ i = \overline{1,I}\ \}$, $k = \overline{1,I}$. Обозначим сумму всех k-ок из $\{p_i;\ i = \overline{1,I}\ \}$, $k = \overline{1,I}$ в выражении (П1.2) как $\Theta(k; I)$:

$$\Theta\ k; I\ = \sum_{i_1;i_2;\ldots;i_k} 1 \Big/ \sum_{j=1}^{k} p_{i_j} = \sum_{i_1;i_2;\ldots;i_k} 1 \Big/ \left(p_{i_1} + p_{i_2} + \ldots + p_{i_k}\right) \qquad (П1.3)$$

С учётом (П1.3) выражение (П1.2) примет вид:

$$T\quad p_i; i=\overline{1,I}\quad =\sum_{k=1}^{I} \left(-1\right)^{k+1} \sum_{i_1;i_2;\ldots;i_k} \left(\sum_{j=1}^{k} p_{i_j}\right)^{-1} = \\ = \sum_{j=1}^{I} \left(-1\right)^{j+1} \Theta\ j; I \qquad (П1.4)$$

Пусть осталось непроверенным одно состояние внешней среды, тогда $T(\{p_i;\ i = 1\}) = 1 / p_1$.

Пусть выражения (П1.1), (П1.2), (П1.4) справедливы для I - 1 состояний, то есть $T\quad p_i; i=\overline{1,I-1}\quad =\sum_{k=1}^{I-1}-1^{\,k+1}\Theta\;k; I-1$.

Покажем, что (П1.1), (П1.2), (П1.4) справедливы для I состояний. Событие, заключающееся в последовательной реализации $i = \overline{1,I}$ состояний, эквивалентно объединению I событий, каждое из которых заключается в реализации одного из I состояний и после этого в последовательной реализации оставшихся I - 1 состояний. Тогда

$$T\quad p_i; i=\overline{1,I}\quad =1/\sum_{i=1}^{I}p_i+\sum_{j=1}^{I}p_j\,/\sum_{i=1}^{I}p_i T\quad p_i; i=\overline{1,I}; i\neq j \qquad (П1.5)$$

где первое слагаемое – среднее время до первого из реализовавшихся состояний i=1,2,…I. Каждое из j-х слагаемых под знаком суммы – вероятность того, что первым проверено j-е состояние и после этого $T(\{p_i;\ i=\overline{1,I}\ ;\ i\neq j\})$ - среднее время проверки I - 1 оставшихся состояний.

Подставим (П1.4) в правую часть (П1.5):

$$T\quad p_i; i=\overline{1,I}\quad =\left(\sum_{i=1}^{I}p_i\right)^{-1}\left(1+\sum_{j=1}^{I}\left(p_j\sum_{k=1}^{I-1}-1^{\,k+1}\Theta\;k; I-1\right)\right) \qquad (П1.6)$$

Преобразуем вторую сумму, подставив в неё (П1.3).

$$\sum_{j=1}^{I}\left(p_j\sum_{k=1}^{I-1}-1^{\,k+1}\Theta\;k; I-1\right)=\sum_{j=1}^{I}\sum_{k=1}^{I-1}-1^{\,k+1}\sum_{i_1;i_2;...;i_k}\frac{p_j}{p_{i_1}+p_{i_2}+...+p_{i_k}}.$$

Так как каждая из вероятностей p_j в числителях не входит в сумму $p_{i_1}+p_{i_2}+...+p_{i_k}$ в знаменателях дробей, порядок суммирования можно поменять местами и получить:

$$\sum_{j=1}^{I}\left(p_j\sum_{k=1}^{I-1}-1^{\,k+1}\Theta\;k; I-1\right)=\sum_{j=1}^{I}\sum_{k=1}^{I-1}-1^{\,k+1}\sum_{i_1;i_2;...;i_k}\frac{p_j}{p_{i_1}+p_{i_2}+...+p_{i_k}}=$$

$$=\sum_{k=1}^{I-1}-1^{\,k+1}\sum_{i_1;i_2;...;i_k}p_{i_1}+p_{i_2}+...+p_{i_k}\;^{-1}\sum_{j=1;\ j\neq i_1;i_2;...;i_k}^{I}p_j.$$

Суммирование по j осуществляется по всем j от 1 до I, но не совпадающим ни с одним из i_1, i_2, …, i_k, поэтому

$$\sum_{j=1;\ j\neq i_1;i_2;...;i_k}^{I}p_j=\sum_{i=1}^{I}p_i-\ p_{i_1}+p_{i_2}+...+p_{i_k}\ .$$

Подставим это соотношение в выражение для второй суммы

$$\sum_{j=1}^{I}\left(p_j \sum_{k=1}^{I-1} -1^{k+1}\Theta\ k; I-1 \right) =$$

$$= \sum_{k=1}^{I-1} -1^{k+1} \sum_{i_1;i_2;\ldots;i_k} \frac{\sum_{i=1}^{I} p_i - p_{i_1} + p_{i_2} + \ldots + p_{i_k}}{p_{i_1} + p_{i_2} + \ldots + p_{i_k}} =$$

$$= \left(\sum_{i=1}^{I} p_i \right) \sum_{k=1}^{I-1} -1^{k+1} \sum_{i_1;i_2;\ldots;i_k} p_{i_1} + p_{i_2} + \ldots + p_{i_k}^{-1} -$$

$$- \sum_{k=1}^{I-1} -1^{k+1} \sum_{i_1;i_2;\ldots;i_k} 1 = \left(\sum_{i=1}^{I} p_i \right) \sum_{k=1}^{I-1} -1^{k+1}\Theta\ k; I \sum_{k=1}^{I-1} -1^{k} C_I^k .$$

где C_I^k – число сочетаний из I по k.

Подставим это выражение в (П1.6)

$$T\quad p_i; i=\overline{1,I}\quad = \left(\sum_{i=1}^{I} p_i \right)^{-1} + \left(\sum_{i=1}^{I} p_i \right)^{-1} \left(\left(\sum_{i=1}^{I} p_i \right) \sum_{k=1}^{I-1} -1^{k+1}\Theta\ k; I\ + \right) =$$

$$= \sum_{k=1}^{I-1} -1^{k+1}\Theta\ k; I\ + \left(\sum_{i=1}^{I} p_i \right)^{-1} \left(1 + \sum_{k=1}^{I-1} -1^{k} C_I^k \right).$$

Согласно определению $\Theta\ I; I\ = \left(\sum_{i=1}^{I} p_i \right)^{-1}$, а также $1 + \sum_{n=1}^{I-1} -1^{n} C_I^n + -1^{I} = 1 - 1^{I} = 0$, поэтому $1 + \sum_{n=1}^{I-1} -1^{n} C_I^n = -1^{I+1}$.

Получим окончательно требуемое выражение в форме (П1.4):

$$T\quad p_i; i=\overline{1,I}\quad = \sum_{k=1}^{I} -1^{k+1}\Theta\ k; I\ .$$

П.2. Доказательство утверждения 3.4: $\forall \rho \in (0;1/K]\ \exists\ t(\rho)$ такое, что $\forall\ \tau > t(\rho)$ равномерное разбиение является единственным решением задачи

$$Q(\{p_k\}, \tau) \to \min_{\{p_k \ge \rho\}: \sum_{k=1}^{K} p_k = 1}$$

Сформулируем промежуточную лемму.

Лемма. $\forall \rho \in (0;1/K]\ \exists\ t(\rho)$ такое, что $\forall\ \tau > t(\rho)$ $Q(\{p_k\}, \tau)$ – строго выпуклая функция своих переменных $\{p_k\}$.

Доказательство леммы. Фиксируем произвольное $k = \overline{1,K}$ и (опуская индекс k) покажем, что $\forall \rho \in (0;1/K]$ $\exists\, t(\rho)$ такое, что $\forall\, \tau > t(\rho)$ функция $G(p;t) = p^2\,(1-p)^t$ выпукла по p. Вычислим вторую производную функции $G(\cdot)$:

$$\frac{d^2G(p;t)}{dp^2} = (1-p)^{t-2}\,[2\,(1-p)^2 - 4\,p\,t\,(1-p) + p^2\,t\,(t-1)] \quad (\text{П2.1})$$

Выберем в качестве $t(\rho)$ максимальный относительно $t \geq 2$ корень квадратного уравнения $\forall p \in [\rho;1-\rho]$

$2\,(1-p)^2 - 4\,p\,t\,(1-p) + p^2\,t\,(t-1) = 0$

Данное уравнение имеет неотрицательное решение, так как коэффициент перед старшим по степени t (квадратичным) слагаемым строго положителен. Очевидно, любое $\tau > t(\rho)$ удовлетворяет системе неравенств: $\forall p \in [\rho;1-\rho]$ $\dfrac{d^2G(p;t)}{dp^2} > 0$. Следовательно, в силу непрерывности по t правой части выражения (П2.1) $\forall p \in [\rho;1-\rho]$ и $\forall\, \tau > t(\rho)$ $\dfrac{d^2G(p;t)}{dp^2} > 0$.

Итак, каждое слагаемое $\sum_{k=1}^{K} p_k(1-p_k)^t l$ является выпуклой функцией p_k (константа Липшица неотрицательна по определению). Следовательно, и их сумма – выпуклая функция. Лемма доказана.

Вернёмся к доказательству утверждения 3.4. Фиксируем произвольное $t > 0$. Предположим, что $\{q_k\}$ – решение задачи (3.34) при $t > t(\rho)$, и существует пара $i, j \in \overline{1,K}$, такая, что $i \neq j$ и $q_i \neq q_j$ (пусть для определённости $j > i$). В силу строгой выпуклости целевой функции

$$Q(\{q_k\}, t) > Q(q_1, \ldots, q_{i-1}, \frac{q_i+q_j}{2}, q_{i+1}, \ldots, q_{j-1}, \frac{q_i+q_j}{2}, q_{j+1}, \ldots, q_K, t),$$

что противоречит сделанному предположению. Следовательно, в оптимальном решении все $\{q_k\}$ одинаковы. Единственность этого оптимального решения следует из строгой выпуклости целевой функции. Утверждение 3.4 доказано.

Доказательство следствия 3.1: Если функции $C_k(\cdot)$ принимают строго положительные значения и имеют ограниченные первую и вторую производные при $k = \overline{1,K}$, то $\forall \rho \in (0;1/K]$ $\exists\, t(\rho)$ такое, что

$\forall\ \tau > t(\rho)$ единственным решением задачи (3.35) является равномерное разбиение.

Доказательство следствия 3.1 отличается от доказательства утверждения 3.4 лишь тем, что вместо функции $G(p)$ необходимо исследовать функцию $G_C(p) = C(p)\ p\ (1-p)^t$. Вычислим вторую производную функции $G_C(\cdot)$:

$$\frac{d^2 G_C(p)}{dp^2} = (1-p)^{t-2}\,[C''(p)\ p\ (1-p)^2 + 2\ C'(p)\ (1-p)\ (1-p - \\ - p\ t) + C(p)\ p\ t\ (t-1)].$$

В силу условий следствия 3.1 коэффициент перед старшим по степени t (квадратичным) слагаемым в правой части выражения для второй производной $G_C(\cdot)$ строго положителен, а остальные коэффициенты ограничены. Справедливость следствия 3.1 доказана.

П.3. Опишем оптимизационный алгоритм, обеспечивающий выбор параметров a и $l_{\text{пор}}$ для процедуры (3.60).

Примем сценарий освоения технологии – во-первых, зададим длительность интервала времени от 0 до T (в начале которого уровень освоения $L_0 = 0$), во-вторых, выберем предполагаемые свойства внешней среды - распределение вероятностей $\{p_k\}$ и его размерность K. Вычислим значение эффекта $\Phi(\{p_k\}, T, a, l_{\text{пор}})$ как функцию параметров критерия a и $l_{\text{пор}}$, распределения вероятностей $\{p_k\}$, его размерности K и длительности T.

После получения функции $\Phi(\{p_k\}, T, a, l_{\text{пор}})$ для выбора оптимальных значений a и $l_{\text{пор}}$ может использоваться метод гарантированного результата $\min\limits_{p_k} \{\Phi(\{p_k\}, T, a, l_{\text{пор}})\} \to \max\limits_{a>0;\, l_{\text{пор}}>0}$ или иной любой известный способ устранения неопределённости в подобных оптимизационных задачах.

Получим выражение для матожидания эффекта $\Phi(\cdot)$.

Будем называть траекторией последовательность номеров $\{k_1, k_2, \ldots, k_K\}$ состояний внешней среды в том порядке, как они впервые наблюдались в ходе разработки технологии, обозначать θ_i – момент наступления состояния с номером k_i. Уровень освоения в ходе реализации траектории меняется от 0 до 1 и в моменты времени θ_i

принимает значения $L_{\theta_i} = \sum_{j=1}^{i} p_{k_i}$. Вероятность каждой траектории $\{k_i\}$ равна $P\ \ k_i\ \ = \prod_{i=1}^{K}\left[p_{k_i}\ \ 1 - L_{\theta_i - 1}\ \ ^{-1} \right]$.

Сначала вычислим значение эффекта $\Phi(\{k_i\}, T, a, l_{\text{пор}})$ для каждой траектории, а потом усредним по траекториям

$$\Phi\ \ p_k\ \ ,T,a,l_{\text{пор}}\ \ = \sum_{k_i} V\ \ k_i\ \ ,T,a,l_{\text{пор}}\ \ P\ \ k_i\ \ = \\ = \sum_{k_i} V\ \ k_i\ \ ,T,a,l_{\text{пор}}\ \ \prod_{i=1}^{K}\left[p_{k_i}\ \ 1 - L_{\theta_i - 1}\ \ ^{-1} \right] \qquad (\text{П3.1})$$

При получении выражение для эффекта $\Phi(\{k_i\}, T, a, l_{\text{пор}})$ траектория $\{k_i\}$ является фиксированной, поэтому для простоты обозначений будем считать $k_i = i$, тогда $p_i = p_{k_i}$, также будем обозначать $L_i = L_{\theta_i}$. Введём в рассмотрение случайный двумерный дискретный процесс $(k(t); l(t))$ где $k(t)$ – количество состояний траектории, которые ещё не реализовались (после первого момента времени $k(0) = K - 1$ и далее уменьшается на 1 в моменты θ_i, не становясь меньше 0), $l(t)$ – значения решающей функции ($l(0) = 0$ и далее $l(t)$ меняется согласно правилу (3.60) в диапазоне от 0 до $l_{\text{пор}}$ включительно).

Если в некоторый момент времени t второй элемент процесса $(k(t), l(t))$ достиг значения $l(t) = l_{\text{пор}}$, а первый элемент был равен k, эффект для данной траектории станет определён и равен $v(T - t) - c_p\, k - c_d\, t$, обозначим $\Pr(k; l_{\text{пор}}; t|\{k_i\})$ – вероятность этого события. Тогда матожидание эффекта для траектории равно:

$$\Phi\ \ k_i\ \ ,T,a,l_{\text{пор}}\ \ = \sum_{t;k}\ v\ \ T - t\ \ - c_d t - c_p k\ \ \Pr\ \ k; l_{\text{пор}}; t|\ \ k_i\ \ = \\ = v\,T - \ \ c_d + v\ \left\{ \sum_{t;k} t \Pr\ \ k; l_{\text{пор}}; t|\ \ k_i\ \ + \frac{c_p}{c_d + v} \sum_{t;k} k \Pr\ \ k; l_{\text{пор}}; t|\ \ k_i\ \ \right\}.$$

В этом выражении первый элемент vT – не зависит ни от свойств внешней среды, ни от рассматриваемой траектории, ни от параметров критерия, поэтому в дальнейшем для простоты выкладок будет опущен. Второй элемент имеет смысл издержек на освоение – произведение константы $(v + c_d)$ на сумму среднего времени достижения требуемого уровня освоения (первая сумма) и среднего числа не реализовавшихся к этому моменту состояний среды (вторая сумма), умноженного на $\mu = c_p\,(v + c_d)^{-1}$.

Таким образом, оптимизация эффекта сводится к минимизации издержек в форме

$$C\ \ k_i\ ,T,a,l_{\text{пор}}\ =\sum_{t;k} t\Pr\ k;l_{\text{пор}};t\mid\ k_i\ \ +\mu\sum_{t;k} k\Pr\ k;l_{\text{пор}};t\mid\ k_i$$

(П3.2)

Выражение (П3.1) для эффекта с учётом (П3.2) примет вид

$$\Phi\ T,a,l_{\text{пор}}\ =\nu T-\ c_d+\nu\ \sum_{k_i} C\ \ k_i\ ,T,a,l_{\text{пор}}\ P\ \ k_i\ \ =$$

$$=\nu T-\ c_d+\nu\ \sum_{k_i} C\ \ k_i\ ,T,a,l_{\text{пор}}\ \prod_{i=1}^{K}\left[\ p_{k_i}\ \ 1-L_{\theta_i-1}\ \right]^{-1}$$

Поэтому задача оптимизации эффекта $\Phi(0, T, a, l_{\text{пор}}) \to \max$ эквивалентна задаче минимизации средних издержек $C(T, a, l_{\text{пор}}) \to \min$, где

$$C\ T,a,l_{\text{пор}}\ =\sum_{k_i} C\ \ k_i\ ,T,a,l_{\text{пор}}\ \prod_{i=1}^{K}\left[\ p_{k_i}\ \ 1-L_{\theta_i-1}\ \right]^{-1}=$$

$$=\sum_{k_i}\left(\sum_{t;k}\ t+\mu\ k\ \ \Pr\ k;l_{\text{пор}};t\mid\ k_i\ \right)\prod_{i=1}^{K}\left[\ p_{k_i}\ \ 1-L_{\theta_i-1}\ \right]^{-1}$$

Таким образом, для решения задачи необходимо получить выражение для распределения вероятностей $\Pr(k; l_{\text{пор}}; t|\{k_i\})$.

Заметим также, что средние издержки могут быть выражены следующим образом: $C\ T;a;l_{\text{пор}}\ =\sum_{k_i} C\ \ k_i\ ;T;a;l_{\text{пор}}\ \ P\ \ k_i\ \ =$

$$=\sum_{k_i}\left(\sum_{t;k}\ t+\mu\ k\ \ \Pr\ k;l_{\text{пор}};t\mid\ k_i\ \right)P\ \ k_i\ \ =$$

$$=\sum_{k_i}\sum_{t;k} t\ \Pr\ k;l_{\text{пор}};t\mid\ k_i\ \ P\ \ k_i\ \ +\mu\sum_{k_i}\sum_{t;k} k\ \Pr\ k;l_{\text{пор}};t\mid\ k_i\ \ P\ \ k_i$$

То есть, средние издержки выражаются как

$$C\ T;a;l_{\text{пор}}\ =\bar{t}\ \ K;\ \ \ p_k\ \ ;a;l_{\text{пор}}\ +\mu\bar{k}\ \ K;\ \ \ p_k\ \ ;a;l_{\text{пор}} \qquad \text{(П3.3)}$$

где $\bar{t}\ (K; \{p_k\}; a; l_{\text{пор}})$ - среднее время достижения уровня $l_{\text{пор}}$ процессом $l(t)$, а $\bar{k}\ (K; \{p_k\}; a; l_{\text{пор}})$ - среднее количество состояний внешней среды, не реализовавшихся к моменту достижения процессом $l(t)$ уровня $l_{\text{пор}}$ и $\mu = c_p\ (\nu + c_d)^{-1}$ – известный параметр.

Выражение (П3.3) позволяет качественно проанализировать поведение средних издержек при различных значениях параметров критерия. Очевидно, функция $\bar{t}\ (\cdot)$ монотонно растёт по a и $l_{\text{пор}}$, а $\bar{k}\ (\cdot)$

монотонно убывает по a и $l_{\text{пор}}$ для любых распределений вероятностей состояний внешней среды. При $l_{\text{пор}} = 0$ (очевидно, $a \le l_{\text{пор}}$) критерий срабатывает на первом же периоде, тогда $\bar{t}\,(\cdot) = 1$, $\bar{k}\,(\cdot) = K - 1$, а средние издержки $C(T, 0, 0) = 1 + \mu\,(K - 1)$.

Наоборот, при «очень больших» значениях $l_{\text{пор}}$ критерий вообще не срабатывает до конца интервала T, тогда $\bar{t}\,(\cdot) = T$, $\bar{k}\,(\cdot) = 0$ и средние издержки $C(T, a, \infty) = T$ (при любых a).

Поэтому средние издержки $C(T, a, l_{\text{пор}})$ имеют оптимум, зависящий от K, $\{p_i\}$, μ, a, $l_{\text{пор}}$ (в частном случае оптимум соответствует одному из граничных значений $1 + \mu\,(K - 1)$ или T).

Вернёмся к получению вероятностей $\Pr(k; l_{\text{пор}}; t|\{k_i\})$ при фиксированной траектории $\{k_i\}$.

Эволюция процесса $(k(t), l(t))$ описывается следующими правилами:

- В начальный момент времени $t = 1$ значение процесса детерминировано и равно $(k(0); l(0)) = (K - 1; 0)$, так как с вероятностью 1 наступит неизвестное состояние.
- В каждый момент $t > 1$, когда повторно реализуется известное состояние внешней среды, $(k(t); l(t)) = (k(t - 1); l(t - 1) + 1)$. Если при этом $l(t - 1) \ge l_{\text{пор}}$, то $(k(t; l(t)) = (k(t - 1); l_{\text{пор}})$. Вероятность этого события равна $L_{k(t)}$.
- Если в момент $t > 0$ реализуется неизвестное состояние внешней среды, то $(k(t); l(t)) = (k(t - 1) + 1; \max\{0; l(t - 1) - a\})$, если при этом $l(t - 1) \ge l_{\text{пор}}$, то $(k(t); l(t)) = (k(t - 1) + 1; l_{\text{пор}})$. Вероятность этого события равна $1 - L_{k(t)}$.

Сформируем систему уравнений (П3.4), описывающих эволюцию вероятностей состояний $P(k; l; t)$ процесса $(k(t), l(t))$ от времени $t > 0$ при фиксированной траектории $\{k_i\}$:

$$
\begin{aligned}
&P\ k;l;t\ = L_k P\ k;l-1;t-1\ +\ 1-L_{k+1}\ P\ k+1;\, l+a;\, t-1\ ;\\
&P\ K-1;0;0\ =1\quad \text{и}\quad P\ k;l;0\ =0\ \forall k<K-1 \text{ или } \forall l>0\\
&P\ k;\, l_{\text{пор}};\, t\ = L_k\ \ P\ k;\, l_{\text{пор}}-1;\, t-1\ + P\ k;\, l_{\text{пор}};\, t-1\ \ +\\
&+\ 1-L_{k+1}\ \ P\ k+1;\, l_{\text{пор}};\, t-1\ ;\\
&P\ k;\, 0;\, t\ = \sum_{l=1}^{a}\ 1-L_{k+1}\ \ P\left(k+1;\, l;\, t-1\ ;\right)\\
&P\left(k;\, l;\, t\ \right) \equiv 0 \text{ при } l_{\text{пор}} < l \text{ или } l < 0\ \forall k,\ \forall t.
\end{aligned}
\qquad \text{(П3.4)}
$$

Система уравнений (П3.4) позволяет рекуррентно рассчитать значения вероятности процесса $(k(t); l(t))$. В свою очередь, вероятности моментов достижения уровня $l_{\text{пор}}$ и количества состояний траектории, которые ещё не реализовались, может быть получено как $\Pr(k(t); l_{\text{пор}}; t|\{k_i\}) = L_k\, P(k; l_{\text{пор}} - 1; t - 1)$. Это обеспечивает возможность вычисления средних издержек и, следовательно, возможность численной оптимизации издержек $C(T, a, l_{\text{пор}})$ и выбора оптимальных значений параметров критерия a и $l_{\text{пор}}$ таких, что

$$\min_{p_k} \Phi(\ p_k\ ; T; a;\ l_{\text{пор}}) \to \max_{a>0;\, l_{\text{пор}}>0}.$$

Заметим, что при чрезмерной размерности задачи (K и T) получение функции $\Phi(\{p_k\}, T, a, l_{\text{пор}})$ на основе уравнений (П3.1 – П3.4) может быть замещены имитационным моделированием методом Монте-Карло.

П.4. Для исследования свойств критерия (3.60) была разработана имитационная модель, которая численно реализует систему уравнений (П3.4) и позволяет рекуррентно рассчитать значения вероятностей $\Pr(k(t); l_{\text{пор}}; t)$ и средние издержки $C(T, a, l_{\text{пор}})$. На основании численного моделирования выбираются (перебором с заданным шагом) оптимальные значения параметров a, $l_{\text{пор}}$ в зависимости от предполагаемых свойства внешней среды – распределения вероятностей $\{p_k\}$ и его размерности K.

Моделирование выполнялось для различных сценариев: предполагалось равномерным распределение вероятностей состояний внешней среды различной размерности K - от 5 до 80 - при значениях параметра μ от 3 до 30.

На рисунках П4.1 и П4.2 приведены графики функций средних издержек $C_{\text{опт}}(K; \mu)$ и оптимального значения порога $l_{\text{опт}}(K; \mu)$, построенные на основании данных имитационного моделирования.

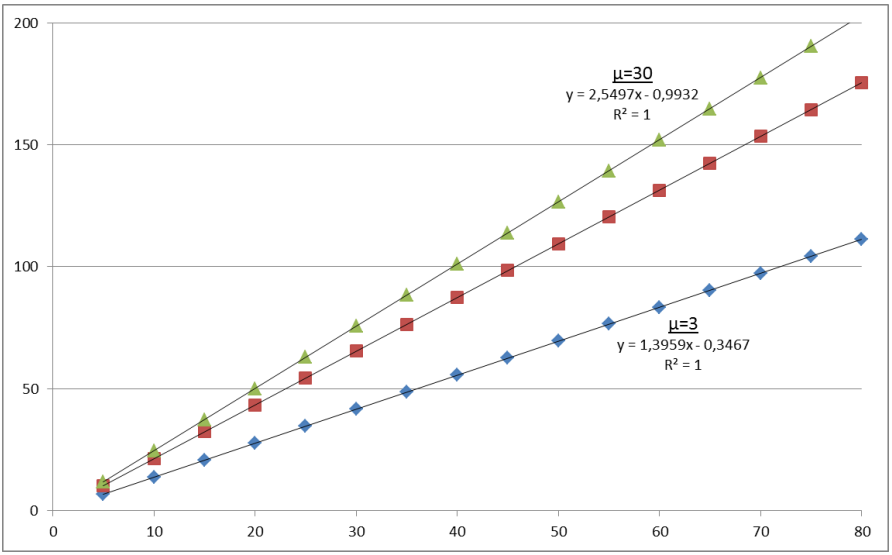

Рис. П4.1. График зависимости $C_{опт}(K; \mu)$ от размерности K при фиксированных μ

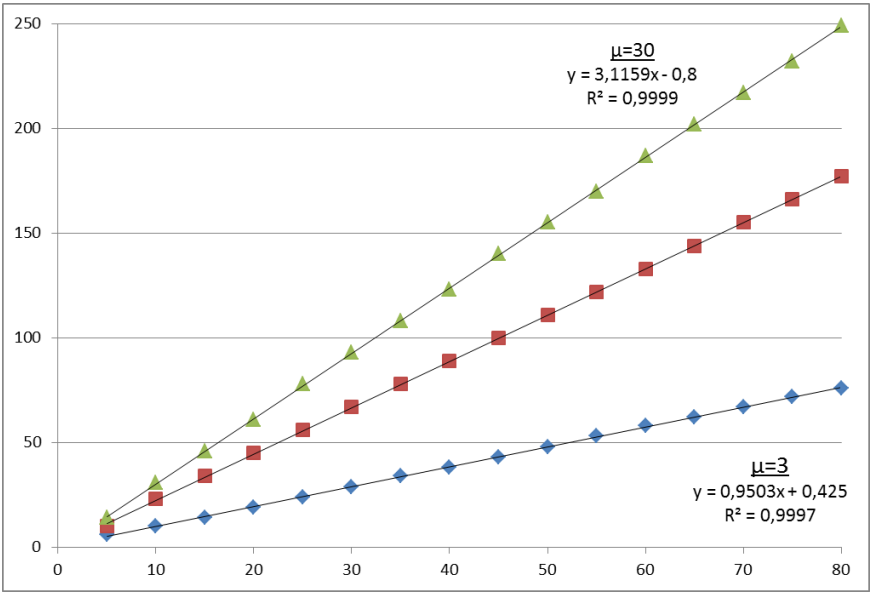

Рис. П4.2. График зависимости $l_{опт}(K; \mu)$ от размерности K при фиксированных μ

Результаты имитационного исследования позволяют сделать ряд выводов.

Во-первых, оказалось, что для всех промоделированных сочетаний K (от 5 до 80 с шагом 5) и μ (от 3 до 30 с шагом 3) наименьшее значение средних издержек достигается при $a = 0$; - смотри иллюстративные таблицы 3.2-3.5 выше.

Во-вторых, на основании моделирования были табулированы следующие функции:

$C_{\text{опт}}(K; \mu)$ – минимальных (по $l_{\text{пор}}$ при $a = 0$) средних издержек в зависимости от K и μ;

$l_{\text{опт}}(K; \mu)$ – оптимального значения параметра $l_{\text{пор}}$ в зависимости от K и μ, при выборе которого достигается минимум издержек $C_{\text{опт}}(K; \mu)$.

Из графиков на рисунках П4.1 и П4.2 видно, что при любых фиксированных μ обе функции $C_{\text{опт}}(K; \mu)$ и $l_{\text{опт}}(K; \mu)$ с хорошим «инженерным» приближением ($R^2 \geq 0{,}99$) могут считаться линейными по K, и в целом могут быть численно аппроксимированы как:

$$\begin{aligned} C_{\text{опт}}(K; \mu) &= K \cdot (0{,}5 \cdot \ln(\mu) + 0{,}85) - 0{,}33 \cdot \ln(\mu) + 0{,}13, \\ l_{\text{опт}}(K; \mu) &= K \cdot (0{,}95 \cdot \ln(\mu) - 0{,}12) - 0{,}05 \cdot \mu + 0{,}56. \end{aligned} \qquad (\text{П4.1})$$

Выражения (П4.1) могут использоваться для предварительных расчётов и выбора начальных значений параметра $l_{\text{пор}}$ при имитационных экспериментах.

Аппроксимации (П4.1) отражают результаты численных экспериментов и вместе с тем характеризуются очень высокой точностью (см. значения R^2 на рисунках 3.4 и 3.5). Такая высокая точность аппроксимаций экспериментальных зависимостей линейными функциями требует теоретического анализа, выполним его, чтобы качественно объяснить выявленные экспериментально тренды (П4.1).

Оптимальное значение параметра критерия $a = 0$ означает, что функции правдоподобия $l(t)$ критерия (3.60) формируется в виде (П4.2):

$$l(t+1) = \begin{cases} l(0) = 0 \\ l(t); \text{ при наблюдении нового состояния;} \\ l(t) + 1; \text{ при наблюдении известного состояния;} \end{cases} \qquad (\text{П4.2})$$

Это значит, что в любой момент времени (в том числе и в момент срабатывания критерия - достижения функцией правдоподобия $l(t)$ порога $l_{\text{пор}}$) соблюдается равенство $l(t) = t - (K - k(t))$, где t имеет смысл общего количества наблюдений, а $(K - k(t))$ – количества

наблюдений, в которых реализовались не наблюдавшиеся до этого состояния внешней среды. Отсюда непосредственно следует

$$t = l(t) + K - k(t) \qquad (П4.3)$$

Математическое ожидание величины $(K - k(t))$ равно уровню освоения, умноженному на K, то есть $K\,(1 - (1 - 1/K)^t)$, а математическое ожидание $k(t)$ количества нереализованных состояний равно $E[k(t)] = K(1 - 1/K)^t$. Отсюда следует, что среднее время $\bar{t}\ (K; \{p_k\}; a; l_{\text{пор}})$ достижения уровня $l_{\text{пор}}$ процессом $l(t)$ и среднее количество $\bar{k}\ (K; \{p_k\}; a; l_{\text{пор}})$ состояний внешней среды, не реализовавшихся к моменту достижения процессом $l(t)$ уровня $l_{\text{пор}}$ связаны уравнением (П4.4):

$$\bar{k}\ K; l_{\text{пор}} = K\ 1 - 1/K^{\ \bar{t}\ K; l_{\text{пор}}} \qquad (П4.4)$$

Здесь и далее обозначаем $\bar{t}\ (K; l) = \bar{t}\ (K; \{p_k\}; a; l)$ для рассматриваемого случая $a = 0$. Так как $\bar{t}\ (K; l)$ монотонно растёт, а $\bar{k}\ (K; l)$ монотонно уменьшается по l, для минимизации средних издержек (П3.3) необходимо найти такое значение, для которого

$$\frac{\partial}{\partial l} C\ T; a; l = \frac{\partial}{\partial l}\bar{t}\ K; l + \mu \frac{\partial}{\partial l}\bar{k}\ K; l = 0 \qquad (П4.5)$$

Подставим (П4.4) в (П4.5) и найдём из получившегося уравнения (П4.6) значение среднего времени достижения $\bar{t}\ (K; l_{\text{опт}})$, обеспечивающего оптимум средних затрат, а из $\bar{t}\ (K; l_{\text{опт}})$ – необходимое значение оптимального порога $l_{\text{опт}}$:

$$(1 + \mu ln\ 1 - 1/K\ \ K\ \ 1 - 1/K^{\ \bar{t}\ K; l_{\text{опт}}}) \frac{\partial}{\partial l}\bar{t}\ K; l = 0 \qquad (П4.6)$$

Производная $\frac{\partial}{\partial l}\bar{t}\ (K; l)$ никогда не обращается в ноль, так как среднее время монотонно растёт по l.

Поэтому искомое значение $\bar{t}\ (K; l_{\text{опт}})$ может быть получено только приравниванием нулю выражения в скобке в (П4.6):

$$1 + \mu ln\ 1 - 1/K\ \ K\ \ 1 - 1/K^{\ \bar{t}\ K; l_{\text{опт}}} = 0.$$

Решим это уравнение относительно $\bar{t}\ (\cdot)$. Используем приближение $ln(1 - 1/K) \approx -1/K$ и получим $\bar{t}\ (K; l_{\text{опт}})$, обеспечивающее оптимум средних затрат:

$$\bar{t}\ (K; l_{\text{опт}})\ ) \approx Kln(\mu) \qquad (П4.7)$$

На основании (П4.3) и (П4.4) найдём приближённое выражение, связывающее $\bar{t}\ (K; l)$, $\bar{k}\ (K; l)$ и $l_{\text{пор}}$. В (П4.3) перейдём к математическим ожиданиям: $E[t] = E[l(t)] + K - E[k(t)]$. Подставим это выражение

в (П4.4) и получим $E[t] = E[l(t)] + K - K(1 - 1/K)^{E[t]}$. Приравняем $E[l(\bar{t}(K; l))] = l$, тогда $\bar{t}(K; l) \approx l + K - K(1 - 1/K)^{\bar{t}\,K;\,l}$, или в иной форме:

$$l \approx \bar{t}\;K; l\; - K + K\;1 - 1/K\;^{\bar{t}\;K;\,l} \qquad (П4.8)$$

Подставим (П4.7) в (П4.8) и получим

$$l_{опт} \approx \bar{t}\;K; l\; - K + K\;1 - 1/K\;^{\bar{t}\;K;\,l} = K\ln\;\mu\; - K + K\;1 - 1/K\;^{K\ln\,\mu} =$$

$$= K\ln\;\mu\; - K + Ke^{K\ln\,1 - 1/K\;\ln\,\mu} \approx K\ln\;\mu\; - K + Ke^{-\ln\,\mu} = K\ln\;\mu\; - K + K/\mu$$

В итоге получаем приближённое значение оптимального порога:

$$l_{опт} \approx K\ln\;\mu\; - K + K/\mu \qquad (П4.9)$$

В силу линейной связи $\bar{t}(K; l)$, $\bar{k}(K; l)$ и $l_{пор}$, см. выражение (П4.3), основной тренд оптимальных средних издержек будет аналогичен:

$$C\;T; a = 0; l_{опт}\; \sim K\ln\;\mu\; + K \qquad (П4.10)$$

Таким образом, аналитические аппроксимации оптимального порога (П4.9) и средних издержек (П4.10) хорошо объясняют линейные тренды результатов имитационных экспериментов (П4.1).

П.5. Значения эффекта $\Phi(\cdot)$ в партионной задаче не выражаются аналитически через параметры критерия a и $l_{пор}$, поэтому укажем имитационный алгоритм выбора параметров.

Выберем определённый набор свойств внешней среды, для которого необходимо построить оптимальное решающее правило. Свойства внешней среды зададут кривую освоения L_m. Для этой кривой вычислим значения эффекта при различных сочетаниях параметров a и $l_{пор}$ и выберем наилучшее сочетание.

Решение о переходе от фазы проектирования к фазе реализации, на основе достижения решающей функцией $l(m)$ порога $l_{пор}$ может приниматься после различных партий m. Значение эффекта также зависит от номера партии m, после которого выполнен переход между фазами ЖЦ. Вычислим вероятности принятия решения после m–й партии для различных m и усредним эффект по m при различных сочетаниях параметров a и $l_{пор}$.

В силу определения (3.61) и свойств величин ς_m значения решающей функции $l(m)$ образуют последовательность случайных величин - случайное блуждание между «отражающей» и «поглощающей» границами в 0 точке $l_{пор}$ соответственно. Обозначим $P_m(x)$ – функцию распределения величин $l(m)$, $F_m(x)$ – функцию нормального распределения величин (ς_m/n-a), (разумеется, $F_m(x)$ зависят от $L_{n(m-1)}$ и a , но эти

зависимости не показаны, чтобы не утяжелять обозначения). Система уравнений (П5.1), описывающих эволюцию $P_m(x)$ при m=0,1,…, M и $0 \le x \le l_{\text{пор}}$, включает начальные условия для $m = 0$, условие на верхней, «поглощающей», границе (в точке $l_{\text{пор}}$) и соотношения для всех $x \in [0; l_{\text{пор}})$ и $m > 0$:

$$\begin{aligned} P_{m+1}(x) &= \int_0^{l_{\text{пор}}-} F_m(x-y)\, dP_m(y); \\ P_{m+1}(l_{\text{пор}}) &= 1 - \int_0^{l_{\text{пор}}-} F_m(l_{\text{пор}}-y)\, dP_m(y); \end{aligned} \qquad \text{(П5.1)}$$

при начальных условиях $P_0(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ 1 & \text{при } x \ge 0 \end{cases}$.

Система уравнений (П5.1) позволяет вычислить $P_m(l_{\text{пор}})$, а на их основе - вероятность принятия решения после m партий как $(P_m(l_{\text{пор}}) - P_{m-1}(l_{\text{пор}}))$. При этом значение параметра $l_{\text{пор}}$ учитывается явно, значение параметра a и характеристики внешней среды (через $L_{n(m-1)}$) определяют матожидание и дисперсии нормальных распределений $F_m(\cdot)$.

Эффект в случае принятия решения после m–й партии равен (аналогично 3.59):

$$\Phi_m(1; M) = v + c_p\, n \sum_{i=m+1}^{M} L_{n\,i-1} + nm\,(c_p - c_d) - nMc_p \qquad \text{(П5.2)}$$

Вычитаемое nMc_p в (П5.2) является константой и может быть опущено, также эффект может быть нормирован на положительную константу $(v+c_p)n$.

После этого (П5.2) примет более компактный вид: $\Phi_m(1; M) = \sum_{i=m+1}^{M} L_{n\,i-1} + mL_{\text{пор}}$, и в итоге эффект, усреднённый по m, получится в виде

$$\Phi^*(1; M) = \sum_{m=1}^{M} \left[mL_{\text{пор}} + \sum_{i=m+1}^{M} L_{n\,i-1} \right] \left(P_m(l_{пор}) - P_{m-1}(l_{пор}) \right) \qquad \text{(П5.3)}$$

Выражения (П5.1 - П5.3) позволяют численно получить значения эффекта для заданных свойств внешней среды (определяющих кривую освоения) и различных сочетаний параметров a и $l_{\text{пор}}$ и выбрать их оптимальные значения. Несложно показать, что вероятности $P_m(l_{\text{пор}})$ для любого m и любых свойств внешней среды монотонно растут по a и убывают по $l_{\text{пор}}$, в то же время $\Phi_m(1; M)$ при любых

свойствах внешней среды и $L_{\text{пор}} \in (0; 1)$ имеет единственный максимум по $m \in \{1, 2, \ldots M\}$. Поэтому задача выбора значений a и $l_{\text{пор}}$ имеет единственное решение.

П.6. Отдельные результаты моделирования эффекта $\Phi_m(1, M)$ представлены в качестве иллюстрации в таблицах П6.1 и П6.2 и на рисунках П6.1 и П6.2. В таблицах номер m изменяется по строками, K – по столбцам, значения эффекта указаны в ячейках таблицы, на графиках m отложен по горизонтальной оси, а эффект – по вертикальной, уровень $L_0 = 0.75$

Анализ результатов моделирования иллюстрирует вывод о том, что значения учётных параметров независимо от значений неявных параметров определяют существенный тренд: эффект $\Phi_m(1,M)$ (П5.2) монотонно убывает а) с ростом номера партии m, после которой произведён переход к серийному производству б) с ростом размерности множества возможных состояний внешней среды K. Выявленный тренд подтвердил рекомендацию о переходе к серийному производству сразу после начальной настройки параметров технологии.

Таблица П6.1. Эффект $\Phi_m(1,M)$ при равномерном распределении $\{p_k\}$

$m\backslash K$	≤20	50	100	250	500
0	1382	1376	1364	1327	1264
1	1382	1376	1364	1327	1264
2	1370	1368	1359	1324	1263
3	1358	1357	1351	1320	1261
…	…	…	…	…	…
51	763	763	763	763	763
…	…	…	…	…	…

Таблица П6.2. Эффект $\Phi_m(1,M)$ при биномиальном и «линейно-растущем» распределениях $\{p_k\}$

	«Линейно-растущее»			Биномиальное		
$m\backslash K$	10	20	30	10	20	30
0	1221	1034	877	1167	1066	1006
1	1221	1034	877	1168	1066	1006
2	1219	1034	877	1167	1065	1005
3	1216	1033	876	1164	1063	1003
…	…	…	…	…	…	
51	741	662	568	695	649	603

… | … … … | … …

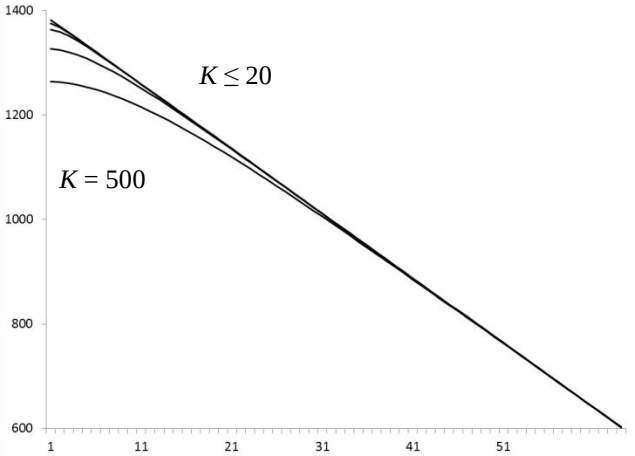

Рис. П6.1 Зависимость эффекта $\Phi_m(1,M)$ от номера партии m, после которой выполнен переход к серийному производству (равномерное распределение $\{p_k\}$)

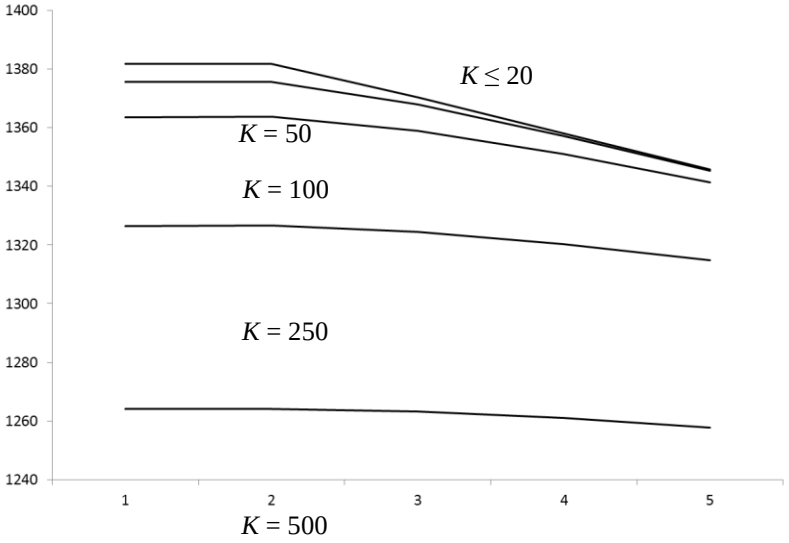

Рис. П6.2 Зависимость эффекта $\Phi_m(1,M)$ от номера партии m, после которой выполнен переход к серийному производству (равномерное распределение $\{p_k\}$, малые значения m)

Сравнение рекомендуемого подхода с принятой практикой было произведено в ходе другой серии имитационных экспериментов, их результаты приведены в таблицах П6.3 –П6.4.

Таблица П6.3. Сравнение результатов принятой практики и рекомендуемого подхода при равномерном распределении

K	≤20	50	100	250	500
Принятая практика	1379	1363	1339	1277	1182
Рекомендуемый подход	1382	1376	1364	1328	1264
Процент улучшения	100,2%	101,0%	101,8%	103,9%	106,9%
Количество партий	1	2	4	8	15

Таблица П6.4. Сравнение результатов принятой практики и рекомендуемого подхода при биномиальном и «линейно-растущем» распределениях

	«Линейно-растущее»			Биномиальное		
K	10	20	30	10	20	30
Принятая практика	1128	885	637	1077	950	872
Рекомендуемый подход	1221	1034	877	1167	1066	1006
Процент улучшения	108%	117%	138%	108%	112%	115%
Количество партий	16	28	33	15	20	23

В таблицах П6.3 – П6.4 размерность множества состояний внешней среды – потенциальных источников брака – меняется по столбцам. В первых строках приведены значения эффекта при реализации принятой практики, во вторых строках – при следовании рекомендации, в третьих строках – процент увеличения эффекта, в четвёртых строках – среднее количество установочных партий, необходимых для перехода к серийному производству при принятой практике.

Анализ результатов позволяет сделать вывод, что рекомендуемый подход не ухудшает эффективность производства по сравнению с принятой практикой, а в зависимости от сочетания значений неявных

параметров может обеспечить значительное увеличение эффективности.

Важными факторами являются во-первых, уменьшение (на величину затрат на установочные партии) объёма инвестиций, отвлекаемых на освоение производства, и во-вторых, выигрыш во времени до первой поставки, которое не приходится тратить на выпуск установочных партий, что в совокупности приводит к значительному сокращению срока окупаемости инвестиций на каждый проект запуска нового изделия.

Эффективность производства существенно зависит также от такого неявного параметра как уровень начальной настойки технологического процесса L_0. Поэтому была выполнена ещё одна серия модельных экспериментов, в ходе которой исследовалась чувствительность результатов выполнения рекомендации к L_0, результаты этих экспериментов представлены в таблицах П6.5 – П6.6, выполненных в формате предыдущих таблиц.

Таблица П6.5. Сравнение результатов принятой практики и рекомендуемого подхода при равномерном распределении и начальном уровне $L_0 = 0.6$.

K	≤20	50	100	250	500
Принятая практика	1376	1357	1328	1248	1124
Рекомендуемый подход	1374	1364	1345	1286	1185
Процент улучшения	99,8%	100,5%	101,3%	103,0%	105,5%
Количество партий	1	3	5	11	19

Содержимое этих таблиц позволяет заключить, даже в случае низких начальных уровней освоения производства (40% брака в первой партии) целесообразность выполнения рекомендации сохраняется, так как традиционная практика только в отдельных случаях даёт больший экономический эффект, причём выигрыш составляет не более одного процента, а проигрыш во времени (необходимости установочных партий) сохраняется.

Таким образом, сделанные на основании моделирования выводы непосредственно подтвердили рекомендацию о целесообразности ис-

ключить выпуск установочных партий и начинать серийное производство сразу после первичной настройки технологического процесса.

Таблица П6.6. Сравнение результатов принятой практики и рекомендуемого подхода при биномиальном и «линейно-растущем» распределениях и начальном уровне $L_0 = 0.6$.

	«Линейно-растущее»			Биномиальное		
K	10	20	30	10	20	30
Принятая практика	220	353	361	214	390	519
Рекомендуемый подход	227	351	387	222	390	541
Процент улучшения	103%	99%	107%	104%	100%	104%
Количество партий	5	17	34	4	12	19

Эмпирические результаты применения рекомендации при освоении производства пилотного изделия и выпуска первых 100 партий приведены в таблице П6.7 и на рисунке П6.3.

Результаты показывают, что в случае принятой практики серийное производство началось бы после выпуска 26-й партии (см. таблица П6.7 и рисунок П6.3.), к этому моменту затраты на освоение составили бы -728 единиц (см. рисунок П6.5).

Таблица П6.7. Количества бракованных изделий в партиях

Номер партии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	…	25	26	27	…
Количество брака	17	12	11	12	11	7	5	5	6	…	2	1	0	…

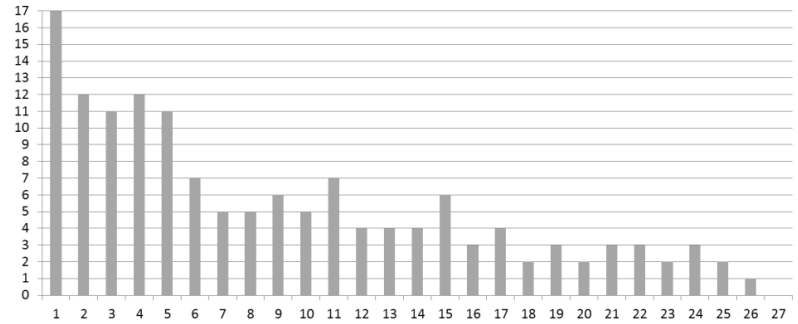

Рис. П6.4. Количества бракованных изделий в партиях

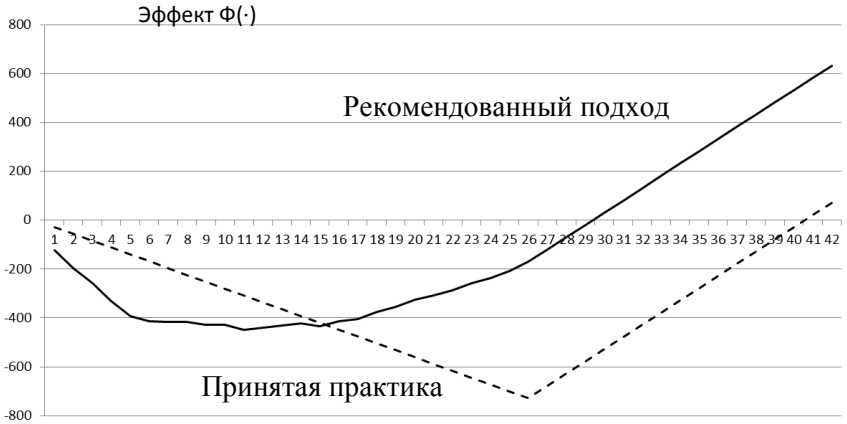

Рис. П6.5. Затраты (накопительным итогом) на освоение производства пилотного изделия

П.7. Построим модель зависимости нормированных усреднённых затрат (3.62) от продолжительности периода адаптации - начального обучения ($t_{ад}$), количества различных типовых запросов ($K_{вс}$) и k_m – количества типовых запросов, осваиваемых сотрудником в течение одного рабочего дня в период адаптации.

Средняя численность N_n пула рядовых сотрудников превышает количество N, необходимое для выполнения всех запросов. Это вызвано наличием периодов, когда сотрудник не выполняет свои основные функции – не обрабатывает запросы, во-первых, в ходе адаптации при приёме на работу, во-вторых, во время очередных отпусков и от-

сутствия по болезни и других перерывов в работе. В рамках данной постановки численность пула равна

$$N_n = N(1 - \alpha_{отп\text{-}бол})^{-1}(1 - t_{ад}/t_{ср})^{-1} \approx N(1 - \alpha_{отп\text{-}бол})^{-1}(1 + t_{ад}/t_{ср}) \quad (П7.1)$$

где $\alpha_{отп\text{-}бол}$ - доля времени, приходящаяся на очередные отпуска, отсутствия по болезни и другие аналогичные случаи, на практике $\alpha_{отп\text{-}бол} \approx 1/12 \ldots 1/12{,}5$, $t_{ср}$ - среднее время работы сотрудника до увольнения по собственному желанию, в данном случае $t_{ср} \approx 155$, $t_{ад}$ - время оформления на работу и начального курса обучения. Величина $t_{ад}$ в числе других факторов, влияющих на освоение технологии, была предметом анализа и оптимизации.

Выражение для численности супервизоров M, было получено на основании анализа потребности в них со стороны рядовых сотрудников.

Сотрудник на каждом из N рабочих мест перед началом периода времени t имеет свой уровень освоения технологии - уровень освоения $L_{n,t}$, (n – номер рабочего места от 1 до N).

Количество запросов x_t, для обработки которых необходимо привлечение супервизоров, равно сумме таких запросов по всем рабочим местам n то есть – сумме независимых бинарных случайных величин, принимающих значение 0 или 1 с вероятностями $L_{n,t}$ и $(1 - L_{n,t})$ соответственно.

Так как N имеет порядок нескольких сотен, поэтому рабочая нагрузка на супервизоров с хорошей точностью аппроксимируется последовательностью случайных независимых нормально распределённых величин. При постоянных условиях функционирования ЦОК были получены и проанализированы усреднённые по времени характеристики этих величин: матожидание $E[x_t] = N - \sum_{n=1}^{N} L_{n,t}$ и дисперсия $\sigma^2[x_t] = \sum_{n=1}^{N} L_{n,t}\ 1 - L_{n,t}$. Для этого использованы аппроксимации процесса научения простейшей моделью в виде экспоненциальной кривой (3.2), а процесса увольнений - также простейшей моделью постоянной интенсивности увольнений.

Изменения уровня научения сотрудника на n-м рабочем месте при переходе от периода t к периоду t+1 было описано следующим формализмом: а) с постоянной вероятностью $\pi^- = 1/t_{ср}$ (где $t_{ср}$ - среднее время работы в ЦОК) сотрудник увольняется по собственному желанию и замещается новым, тогда $L_{n,t+1} = l_0$, где l_0 - начальный уровень научения, зависящий от времени $t_{ад}$ и от «скорости» κ начального

обучения нового сотрудника $l_0 = \kappa t_{ад}$; б) с вероятностью $(1 - \pi^-)L_{n,t}$ сотрудник не увольняется и самостоятельно обрабатывает запрос, и $L_{n,t+1} = L_{n,t}$; в) с вероятностью $(1 - \pi^-)(1 - L_{n,t})$ сотрудник не увольняется и привлекает «супервизора» для обработки запроса, тогда $L_{n,t+1} = 1 - \gamma(1 - L_{n,t})$ [50].

$$L_{n,t+1} = \begin{cases} l_0 & \text{с вероятностью } \pi^-, \\ L_{n,t} & \text{с вероятностью } 1-\pi^- \ \ L_{n,t}, \\ 1-\gamma+\gamma L_{n,t} & \text{с вероятностью } 1-\pi^- \ \ 1-L_{n,t} \ . \end{cases}$$

Если сотрудник на рабочем месте n (номер n в данных выкладках опустим для упрощения записи) начал работать в определённый момент времени, то уровень его научения меняется как $L_t = 1-(1-l_0)\gamma^t$, где t - количество отработанных им периодов времени.

Параметры l_0, κ, $t_{ад}$, γ модели освоения технологии являются предметом анализа и средствами минимизации целевой функции – затрат (3.62).

Если сотрудник уволился после t периодов, усреднённые по времени значение L_t и $L_t(1 - L_t)$ за время его работы равны:

$$\bar{L}_t = \frac{1}{t}\sum_{i=0}^{t-1} 1- \ 1-l_0 \ \gamma^i \ = 1-\frac{1-l_0}{t}\sum_{i=0}^{t-1}\gamma^i = 1-\frac{1-l_0}{1-\gamma}\frac{1-\gamma^t}{t}$$

$$\overline{L_t \ 1-L_t} = \frac{1}{t}\sum_{i=0}^{t-1} 1- \ 1-l_0 \ \gamma^i \ \ 1-l_0 \ \gamma^i = \frac{1-l_0}{t}\sum_{i=0}^{t-1}\gamma^i - \frac{1-l_0}{t}^2\sum_{i=0}^{t-1}\gamma^{2i} =$$

$$= \frac{1-l_0}{1-\gamma}\frac{1-\gamma^t}{t} - \frac{1-l_0}{1-\gamma^2}^2\frac{1-\gamma^{2t}}{t}.$$

Вероятность увольнения сотрудника ровно после t периодов равна $\lambda(1 - \lambda)^{t-1}$, тогда

---

[50] *В рамках модели для определённости считаем, что увольнение и замещение сотрудника происходит «мгновенно» в момент, разделяющий t-й и t+1-й периоды времени. То есть первый для себя продуктивный период времени после приёма и начального курса обучения сотрудник работает в ЦОК с уровнем научения l_0. Целесообразность использования такой «усреднённой» модели увольнений подробно исследована в разделе 5.3.2, посвящённой практическому анализу характеристик жизненного цикла сотрудников.*

$$\bar{L} = \sum_{n=1}^{\infty} \bar{L}_n \pi^- \ 1-\pi^- \ ^{n-1} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 - \frac{1-l_0}{n+1} \frac{1-\gamma^{n+1}}{1-\gamma} \right) \pi^- \ 1-\pi^- \ ^n =$$

$$= 1 - \ 1-l_0 \ \frac{\pi^-}{1-\pi^-} \frac{1}{1-\gamma} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1-\pi^- \ ^{n+1}}{n+1} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\gamma \ 1-\pi^- \ ^{n+1}}{n+1} \right\}.$$

Разложение $ln \ 1-x \ = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ справедливо $\forall \ x \in [0; 1)$, тогда

$$\bar{L} = 1 + \ 1-l_0 \ \frac{\pi^-}{1-\pi^-} \frac{1}{1-\gamma} \ ln \ \pi^- \ - ln \ 1-\gamma \ 1-\pi^- \ =$$

$$= 1 + \ 1-l_0 \ \frac{\pi^-}{1-\pi^-} \frac{1}{1-\gamma} ln \left(\frac{\pi^-}{1-\gamma \ 1-\pi^-} \right).$$

Подстановка $t_{ср} = 1/\pi^-$ позволяет получить:

$$\bar{L} = 1 - \ 1-l_0 \ \frac{ln \ t_{ср} \ 1-\gamma \ + \gamma}{t_{ср} \ 1-\gamma \ + \gamma - 1}. \qquad (П7.2)$$

Усреднённая дисперсия $\overline{L \ 1-L}$ была получена аналогично:

$$\overline{L \ 1-L} = \pi^- \sum_{n=1}^{\infty} \overline{L_n \ 1-L_n} \ 1-\pi^- \ ^{n-1} =$$

$$= \frac{1-l_0}{1-\gamma} \frac{\pi^-}{1-\pi^-} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-\gamma^n}{n} \ 1-\pi^- \ ^n - \frac{1-l_0 \ ^2}{1-\gamma^2} \frac{\pi^-}{1-\pi^-} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1- \ \gamma^2 \ ^n}{n} \ 1-\pi^- \ ^n =$$

$$= \frac{1-l_0}{1-\gamma} \frac{\pi^-}{1-\pi^-} ln \ 1/\pi^- - \gamma \ 1/\pi^- - 1 \ \ -$$

$$- \frac{1-l_0 \ ^2}{1-\gamma^2} \frac{\pi^-}{1-\pi^-} ln \ 1/\pi^- - \gamma^2 \ 1/\pi^- - 1 \ \ .$$

После подстановки $t_{ср}$ вместо $1/\pi^-$:

$$\overline{L \ 1-L} \ = \ 1-l_0 \ \frac{ln \ t_{ср} \ 1-\gamma \ + \gamma}{t_{ср} \ 1-\gamma \ + \gamma - 1} - \ 1-l_0 \ ^2 \frac{ln \ t_{ср} \ 1-\gamma^2 \ + \gamma^2}{t_{ср} \ 1-\gamma^2 \ + \gamma^2 - 1}. \qquad (П7.3)$$

Таким образом рабочая нагрузка на супервизоров в течение каждого периода времени аппроксимируется последовательностью нор-

мально распределённых случайных величин с матожиданием $N(1 - \bar{L})$ и дисперсией $N\overline{L\ 1-L}$ (П7.2) и (П7.3).

Требуемая численность супервизоров M кроме характеристик рабочей нагрузки (П7.2) и (П7.3) зависит от допустимой вероятности $p_ш$ того, что в течение некоторого периода случайная нагрузка превысит возможности супервизоров и поток запросов будет обработан не полностью, то есть будут нарушены условия сервисного договора:

$$M = \frac{1}{m_0}\ N\ 1-\bar{L}\ + \vartheta_ш \sqrt{N\overline{L\ 1-L}} \qquad (П7.4)$$

где m_0 – количество проблемных запросов, выполнение которых может поддержать супервизор в течение одного периода ($m_0 = 5$), $\vartheta_ш = \Phi^{-1}(p_ш)$, а $\Phi^{-1}(\cdot)$ – обратная функция стандартного нормального распределения Допустимый уровень $p_ш$ выбирается менеджментом экспертно. Бизнес-смысл имеют значения от 1/100 до 1/1000 (что соответствует в среднем одному случаю нарушения сервисных договоров на 100 или 1000 рабочих дней – примерно один раз в четыре месяца или почти в четыре года), тогда $2.3 \le \vartheta_ш \le 3.1$. В ЦОК такие нарушения допускаются один раз примерно в полгода, тогда $\vartheta_ш = 2.44$.

С учётом выражений (П7.1-П7.4) нормированные затраты (3.62) равны

$$C\ N_n; M\ = N\ 1-\alpha_{отп-бол}\ ^{-1}(1+t_{ад}/t_{ср}+c\frac{1}{m_0}(1-\bar{L}+\vartheta_ш\sqrt{N^{-1}\overline{L\ 1-L}})).$$

После исключения постоянных слагаемых и коэффициентов ($N(1 - \alpha_{отп-бол})^{-1}$, $t_{ср}$ и аналогичных) выражение для условных затрат принимает наглядный и удобный для решения оптимизационной задачи вид функции от параметров процесса освоения технологии κ, $t_{ад}$, γ:

$$C\ t_{ад}; \kappa; \gamma\ = 1-\varepsilon\kappa f\ \ \gamma\ \ t_{ад}\ + \\ +\vartheta\sqrt{1-\kappa t_{ад}\ \ f\ \ \gamma\ -\ 1-\kappa t_{ад}\ ^2\ f\ \ \gamma^2}, \qquad (П7.5)$$

где $\varepsilon = t_{ср}c/m_0 \approx 77.5$, $\vartheta = \varepsilon\vartheta_ш N^{-1/2} \approx 8.5$, а $f\ x\ = t_{ср}-1\ ^{-1}\ 1-x\ ^{-1} ln\ \ t_{ср}-1\ \ 1-x\ +1$ - выпуклая, гладкая, монотонно возрастающая при $x \in [0;1]$ функция.

Параметры, характеризующие «скорость» освоения технологии в ходе начального курса обучения κ и в процессе работы γ, не обусловлены физическими закономерностями и их «точные» значения не мо-

гут быть получены инструментальными измерениями. Поэтому для задания их интервальных или точечных значений необходимо привлечение экспертов. Для удобства работы экспертов были введены другие параметры, непосредственно связанные с κ и γ. Экспоненциальная модель научения (3.2) предполагает равномерное распределение вероятностей возможных состояний внешней среды, и параметр γ зависит от количества возможных состояний как $\gamma = 1\text{-}1/K_{вс}$, в данном случае $K_{вс}$ соответствует количеству возможных типовых сочетаний параметров запросов. Экспертами - супервизорами были классифицированы все виды запросов и определены типовые сочетания параметров, таких видов получилось около 60. Эксперты стремились выделять типовые сочетания таким образом, чтобы обеспечить относительную равномерность появления каждого из них в потоке запросов, что соответствует модели «зашумлённого равномерного» распределения (3.5 - 3.6). «Скорость» освоения технологии в ходе начального курса обучения κ связана с $K_{вс}$ как $\kappa = k_m/K_{вс}$, где k_m – количество типовых сочетаний параметров запросов (типовых запросов), осваиваемых в течение одного рабочего дня. Параметры $K_{вс}$ и k_m являются более интуитивно понятными и удобными для работы экспертов, чем γ и κ.

Поиск оптимальных стратегий управления освоением технологии было решено выполнять в диапазоне изменений $K_{вс}$ от 40 до 100, а k_m – в диапазоне от 1 до 8. Для этого на основании выражения (П7.5) были проанализированы зависимости условных затрат от времени начального обучения $t_{ад}$ для различных k_m и $K_{вс}$. Рисунки П7.1 – П7.4 иллюстрируют свойства функции $C(t_{ад}; k_m; K_{вс})$, их несложно получить аналитически на основе (П7.5)).

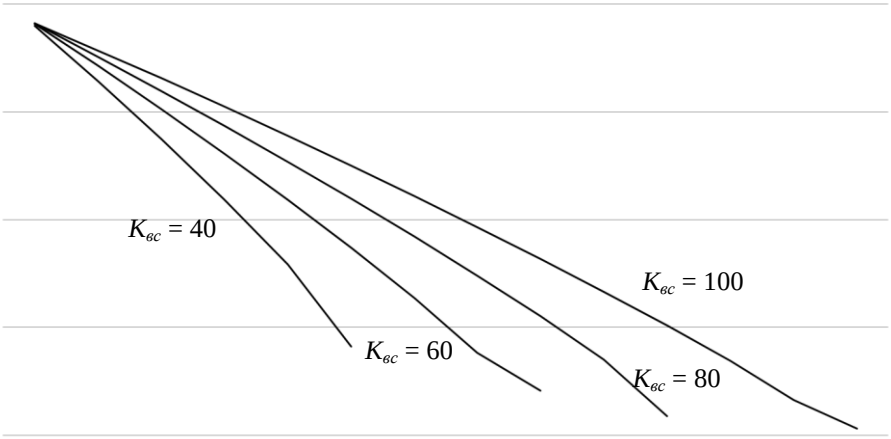

Рис. П7.1. Эскиз зависимости затрат $C(t_{ад}; k_m; K_{вс})$ от $t_{ад}$ при $k_m = 8$

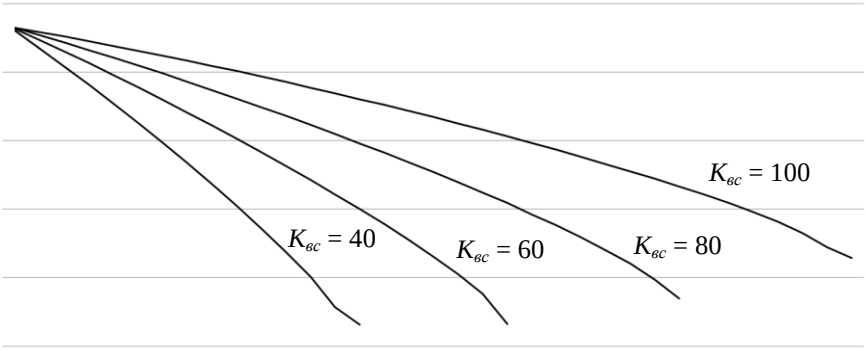

Рис. П3.2. Эскиз зависимости затрат $C(t_{ад}; k_m; K_{вс})$ от $t_{ад}$ при $k_m = 3$

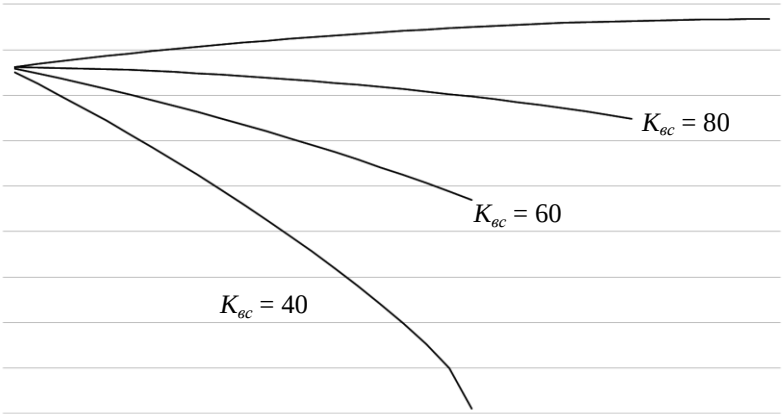

Рис. П7.3. Эскиз зависимости затрат $C(t_{ад}; k_т; K_{вс})$ от $t_{ад}$ при $k_т = 2$

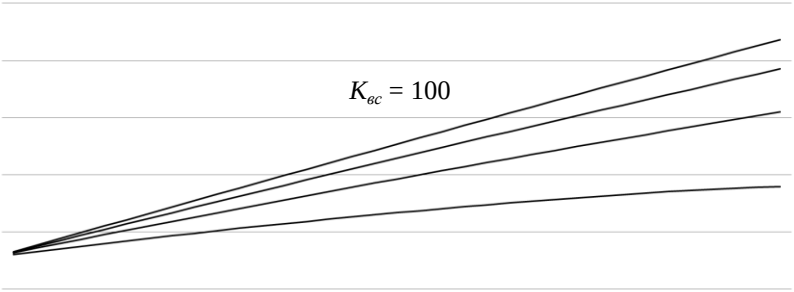

Рис. П7.4. Эскиз зависимости затрат $C(t_{ад}; k_т; K_{вс})$ от $t_{ад}$ при $k_т = 1$

Таким образом можно зафиксировать следующие свойства функции $C(t_{ад}; k_т; K_{вс})$:

A. при освоении в ходе начального обучения не менее трёх типовых запросов в день ($k_т \geq 3$) условные затраты $C(t_{ад}; k_т; K_{вс})$ монотонно убывают по продолжительности начального обучения $t_{ад}$ при всех значениях $40 \leq K_{вс} \leq 100$;

B. при $k_т = 2$ условные затраты $C(t_{ад}; k_т; K_{вс})$ монотонно убывают по $t_{ад}$ при всех значениях $40 \leq K_{вс} \leq 80$ и возрастают при $100 \leq K_{вс}$;

C. при $k_т = 1$ условные затраты $C(t_{ад}; k_т; K_{вс})$ монотонно возрастают по $t_{ад}$ при всех значениях $40 \leq K_{вс}$;

D. условные затраты $C(t_{ад}; k_т; K_{вс})$ монотонно возрастают по $K_{вс}$ при любых $t_{ад}$ и $k_т$;

Е. условные затраты $C(t_{ад}; k_m; K_{вс})$ монотонно убывают по k_m при любых $t_{ад}$ и $K_{вс}$.

П.8. Определим случайную последовательность $\varepsilon(t)$ как сумму последовательностей $\mu(t)$ и $d(t)$, распределением $\hat{Q}_\varepsilon$ вероятностей значений $\varepsilon(\cdot)$ является свёртка P_μ и Q_f. Процесс ε имеет смысл суммы уволившихся сотрудников, кандидатов, не принявших предложение о работе и потребности. Введём функцию

$$g(x) = E[R(x)] = \hat{c}_{\text{щт}} \sum_{\varepsilon=\hat{d}_{\min}}^{x} (x-\varepsilon)\,\hat{Q}_\varepsilon + (c_{out} - \hat{c}_{\text{щт}}) \sum_{\varepsilon=x}^{\hat{d}_{\min}} (\varepsilon - x)\,\hat{Q}_\varepsilon ,$$

имеющую смысл условного математического ожидания целевой функции на очередном периоде при условии, что сумма численности штатных сотрудников $n(t)$ и сделанных предложений о приеме на работу $u(t)$ равна x. Тогда для стационарного случая функциональные уравнения примут вид:

$$F_T(n) = \min_{u\ge 0} g(n+u) , \qquad (П8.1)$$

$$F_{t-1}(n) = \min_{u\ge 0}\{g(n+u) + \gamma \sum_{\mu} F_{t-1}(n+u-\mu)P_\mu\} . \qquad (П8.2)$$

В (П8.2) и ниже суммирование по μ предполагает один и тот же диапазон изменений μ, поэтому для упрощения записи пределы суммы опущены.

Из определения $g(x)$ можно получить:

$$g(x) = \begin{cases} (c_{out} - \hat{c}_{шт})(\bar{d} + \bar{\mu} - x) & \text{при } x < \hat{d}_{\min}, \\ (c_{out} - \hat{c}_{шт})(\bar{d} + \bar{\mu} - x) + c_{out} \sum_{\varepsilon=\hat{d}_{\min}}^{x} (x-\varepsilon)\,\hat{Q}_\varepsilon & \text{при } \hat{d}_{\min} \le x < \hat{d}_{\max}, \\ \hat{c}_{шт}(x - \bar{d} - \bar{\mu}) & \text{при } \hat{x} \ge \hat{d}_{\max}. \end{cases}$$

Первые разности $g(x)$ имеют вид $\Delta g(x) = -(c_{out} - \hat{c}_{шт}) + c_{out} \sum_{\varepsilon=\hat{d}_{\min}}^{x} \hat{Q}_\varepsilon$, первые разности отрицательны (равны $-(c_{out} - \hat{c}_{шт})$) при $x \le \hat{d}_{\min}$ и положительны (равны $\hat{c}_{шт}$) при $x \ge \hat{d}_{\max}$.

В промежутке $\hat{d}_{\min} \le x \le \hat{d}_{\max}$ вторые разности $\Delta^2 g(x) = c_{out}\hat{Q}_x$ неотрицательны так как $\hat{Q}_x \ge 0$ (вне промежутка – равны 0), поэтому $\Delta g(x)$ монотонно возрастает и меняет знак единожды, поэтому $g(x)$

имеет единственный минимум. Точку минимума x_{g_opt} функции $g(x)$ (где $\Delta g(x)$ меняет знак) найдём с помощью следующего правила.

Последовательно увеличивая x на единицу, начиная от $\hat{d}_{\min}$, найдём x_1 такое, что $\sum_{\varepsilon=\hat{d}_{\min}}^{x_1} \hat{Q}_\varepsilon \geq \alpha_{\text{шт_}out} = 1 - \hat{c}_{\text{шт}} / c_{out}$, а $\sum_{\varepsilon=\hat{d}_{\min}}^{x_1-1} \hat{Q}_\varepsilon \leq \alpha_{\text{шт_}out}$, тогда

$$x_{g_opt} = \arg\min\{g(x_1); g(x_1 - 1)\} \qquad (\text{П8.3})$$

Рассмотрим уравнение (П8.1), в силу свойств $g(x)$

$$F_T\ \ n\ = \begin{cases} g(x_{g_opt}) = \text{const} \ \text{ при } n \leq x_{g_opt},\ u = x_{g_opt} - n, \\ g(n) \qquad\qquad\quad \text{при } n > x_{g_opt},\ u = 0. \end{cases} \qquad (\text{П8.4})$$

Рассмотрим уравнение (П8.2) для $F_{T\text{-}1}(n)$:

$$F_{T\text{-}1}(n) = \min_{u \geq 0} \{g(n+u) + \gamma \sum_{\mu} F_T\ \ n + u - \mu\ P_\mu\}.$$

Введём функцию $h_T(x) = \sum_{\mu} F_T\ \ x - \mu\ P_\mu$, тогда

$$F_{T\text{-}1}(n) = \min_{u \geq 0} \{g(n+u) + \gamma h_T(n+u)\}.$$

Проанализируем поведение $h_T(x)$ на разных интервалах области определения.

При $x \leq x_{g_opt}$ $h_T(x) = g(x_{g_opt}) = \text{const}$.

Оценим первые разности $\Delta h_T(x)$ при $x > x_{g_opt}$:

$$\Delta h_T(x) = \sum_{\mu} F_T\ \ x - \mu\ P_\mu - \sum_{\mu} F_T\ \ x - 1 - \mu\ P_\mu = \sum_{\mu} \Delta F_T\ \ x - \mu\ P_\mu .$$

В силу свойств функции $g(x)$ и выражений (П8.4) первые разности $\Delta F_T(\cdot)$ всегда неотрицательны, поэтому разности $\Delta h_T(\cdot)$ также неотрицательны, поэтому функция $h_T(\cdot)$ монотонно неубывающая при $x > x_{g_opt}$:

$$h_T(x) = \begin{cases} g(x_{g_out}) = \text{const} & \text{при } x \leq x_{g_out}, \\ g(x) - f(x) & \text{при } x_{g_out} < x < \hat{d}_{\max}, \\ \hat{c}_{\text{шт}}(x - \bar{d} - 2\bar{\mu}) & \text{при } x \geq \hat{d}_{\max}. \end{cases}$$

где $f(\cdot)$ - некоторая функция, монотонно возрастающая на $[x_{g_opt};\ \hat{d}_{\max}]$ от 0 до $\hat{c}_{\text{шт}}\bar{\mu}$.

Тогда

$$g(x) + \gamma h_T(x) = \begin{cases} g(x) + \gamma g(x_{g_out}) & \text{при } x \le x_{g_out}, \\ (1+\gamma)g(x) - \gamma f(x) & \text{при } x_{g_out} < x < \hat{d}_{\max}, \\ (1+\gamma)g(x) - \gamma \hat{c}_{\text{шт}} \bar{\mu} & \text{при } x \ge \hat{d}_{\max}. \end{cases}$$

т. е. сумма $g(x) + \gamma h_T(x)$ монотонно убывает при $x \le x_{g_opt}$ и монотонно растет при $x > x_{g_opt}$, тогда

$$F_{T\text{-}1}(x) = \begin{cases} (1+\gamma)g(x_{g_out}) = \text{const} & \text{при } x \le x_{g_out},\ u = x_{g_out} - n \\ g(x) + \gamma h_T(x) & \text{при } x > x_{g_out},\ u = 0 \end{cases}$$

и

$$F_{T\text{-}1}(x) = \begin{cases} (1+\gamma)g(x_{g_out}) & \text{при } x \le x_{g_out}, \\ (1+\gamma)g(x) - \gamma f(x) & \text{при } x_{g_out} < x < \hat{d}_{\max}, \\ (1+\gamma)g(x) - \gamma \hat{c}_{\text{шт}} \bar{\mu} & \text{при } x \ge \hat{d}_{\max}. \end{cases}$$

Утверждения про свойства функций $F_t(\cdot)$ и $h_t(\cdot)$ могут быть последовательно доказаны методом математической индукции для любого $t < T$, уменьшая t, переходя $t + 1 \to t$.

Для функции $h_{T\text{-}1}(x) = \sum_{\mu} F_{T-1}\ x - \mu\ P_{\mu}$ справедливы соображения, высказанные для $h_T(x)$, это было проверено выше, поэтому:

$$h_{T\text{-}1}(x) = \begin{cases} (1+\gamma)g(x_{g_out}) & \text{при } x \le x_{g_out}, \\ (1+\gamma)g(x) - \tilde{f}(x) & \text{при } x_{g_out} < x < \hat{d}_{\max}, \\ (1+\gamma)g(x) - (1+2\gamma)\hat{c}_{\text{шт}} \bar{\mu} & \text{при } x \ge \hat{d}_{\max}. \end{cases}$$

где $\tilde{f}(x)$ – некоторая функция, монотонно возрастающая на отрезке $[x_{g_opt};\ \hat{d}_{\max}]$ от 0 до $(1+2\gamma)\,\hat{c}_{\text{шт}} \bar{\mu}$.

Теперь

$$g(x) + \gamma h_{T\text{-}1}(x) = \begin{cases} g(x) + \gamma(1+\gamma)g(x_{g_out}) & \text{при } x \le x_{g_out}, \\ (1+\gamma+\gamma^2)g(x) - \gamma\tilde{f}(x) & \text{при } x_{g_out} < x < \hat{d}_{\max}, \\ (1+\gamma+\gamma^2)g(x) - \gamma(1+2\gamma)\hat{c}_{\text{шт}} \bar{\mu} & \text{при } x \ge \hat{d}_{\max}. \end{cases}$$

Обозначим $\Gamma_k = \sum_{i=0}^{k} \gamma^i = (1 - \gamma^{k+1})/(1 - \gamma)$,

$$\Delta_k = \sum_{i=0}^{k} i\gamma^{i+1} = \gamma^{k-1} + (1 - \gamma^{k-1})/(1 - \gamma)^2 - (1 - k)\gamma^k/(1 - \gamma),$$

Тогда

$$F_{T\text{-}2}(x) = \begin{cases} \Gamma_2 g(x_{g_out}) & \text{при } x \le x_{g_out}, \\ \Gamma_2 g(x) - \gamma \tilde{f}(x) & \text{при } x_{g_out} < x < \hat{d}_{\max}, \\ \Gamma_2 g(x) - \gamma \Delta_2 \hat{c}_{\text{шт}} \bar{\mu} & \text{при } x \ge \hat{d}_{\max}. \end{cases}$$

Пусть:

$$F_{T\text{-}n}(x) = \begin{cases} \Gamma_n g(x_{g_out}) & \text{при } x \le x_{g_out}, \\ \Gamma_n g(x) - \gamma \tilde{\tilde{f}}(x) & \text{при } x_{g_out} < x < \hat{d}_{\max}, \\ \Gamma_n g(x) - \gamma \Delta_n \hat{c}_{\text{шт}} \bar{\mu} & \text{при } x \ge \hat{d}_{\max}. \end{cases} \qquad (\text{П8.5})$$

где $\tilde{\tilde{f}}(x)$ – некоторая функция, монотонно возрастающая на $[x_{g_opt};\ \hat{d}_{\max}]$ от 0 до $\Delta_2 \hat{c}_{\text{шт}} \bar{\mu}$.

Так как $h_{T\text{-}n}(x) = \sum_{\mu} F_{T-n}\ \ x - \mu\ P_{\mu}$, то

$$h_{T\text{-}n}(x) = \begin{cases} \Gamma_n g(x_{g_out}) & \text{при } x \le x_{g_out}, \\ \Gamma_n g(x) - \tilde{\tilde{f}}(x) & \text{при } x_{g_out} < x < \hat{d}_{\max}, \\ \Gamma_n g(x) - (\gamma \Delta_n + \Gamma_n) \hat{c}_{\text{шт}} \bar{\mu} & \text{при } x \ge \hat{d}_{\max}. \end{cases}$$

Несложно показать, что $\gamma\Delta_n + \Gamma_n = \Delta_{n+1}$, тогда

$$g(x) + \gamma h_{T\text{-}n}(x) = \begin{cases} g(x) + \gamma \Gamma_n g(x_{g_out}) & \text{при } x \le x_{g_out}, \\ (1 + \gamma \Gamma_n) g(x) - \gamma \tilde{\tilde{f}}(x) & \text{при } x_{g_out} < x < \hat{d}_{\max}, \\ (1 + \gamma \Gamma_n) g(x) - \gamma \Delta_{n+1} \hat{c}_{\text{шт}} \bar{\mu} & \text{при } x \ge \hat{d}_{\max}. \end{cases}$$

В результате получим:

$$F_{T\text{-}(n+1)}(x) = \begin{cases} \Gamma_{n+1} g(x_{g_out}) & \text{при } x \le x_{g_out}, \\ \Gamma_{n+1} g(x) - \gamma \tilde{\tilde{f}}(x) & \text{при } x_{g_out} < x < \hat{d}_{\max}, \\ \Gamma_{n+1} g(x) - \gamma \Delta_{n+1} \hat{c}_{\text{шт}} \bar{\mu} & \text{при } x \ge \hat{d}_{\max}. \end{cases} \qquad (\text{П8.6})$$

Тогда из принципа математической индукции и (П8.4 – П8.6) последует, что для любого $t \le T$ справедливо:

$$F_t(n) = \begin{cases} \Gamma_{T-t} g(x_{g_out}) & \text{при } x \le x_{g_out}, \\ \Gamma_{T-t} g(n) - \gamma \tilde{f}(n) & \text{при } x_{g_out} < x < \hat{d}_{\max}, \\ \Gamma_{T-t} g(n) - \gamma \Delta_{T-t} \hat{c}_{\text{шт}} \bar{\mu} & \text{при } x \ge \hat{d}_{\max}. \end{cases} \qquad (\text{П8.6})$$

Из выражения (П8.6) можно легко получить оптимальное значение целевой функции $F_t(x_{g_opt})$ (которые не представляют самостоятельного интереса), однако выражения (П8.6) позволяют сформировать стратегию оптимального управления для стационарного случая:

$$u(n) = \max\{0;\ x_{g_opt} - n\},$$

где значение x_{g_opt} получено из правила (П8.3)

П.9. Решим функциональные уравнения Беллмана интервальной задачи (5.12).

Рассмотрим первое из уравнения (5.12). Введём $\varepsilon(t) = \mu(t) + d(t)$, $\tilde{e}_- = \tilde{\mu}_- + \tilde{\delta}_-$, $\tilde{e}_+ = \tilde{\mu}_+ + \tilde{\delta}_+$. Обозначим $R_{<\mu\delta>}(x) = \max\limits_{z\in\,\tilde{e}_-;\tilde{e}_+} \{R(x - z)\}$. В силу линейности $R(\cdot)$ функция $R_{<\mu\delta>}(\cdot)$ также будет кусочно-линейной. Для некоторого

$$x_s = (1 - \alpha_{\text{шт_}out})\tilde{e}_+ + \alpha_{\text{шт_}out}\tilde{e}_-, \qquad (\text{П9.1})$$

значение которого найдено как решение $\hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{e}_-) = (\hat{c}_{\text{шт}} - c_{out})(x - \tilde{e}_-)$, справедливо, что при $x \ge x_s$ выполняется $R(x - \tilde{e}_-) \ge R(x - \tilde{e}_+)$, и поэтому $R_{<\mu\delta>}(x) = R(x - \tilde{e}_-) = \hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{e}_-)$. В свою очередь при $x \le x_s$ справедливо $R(x - \tilde{e}_+) \ge R(x - \tilde{e}_-)$ поэтому

$$R_{<\mu\delta>}(x) = R(x - \tilde{e}_+) = (\hat{c}_{\text{шт}} - c_{out})(x - \tilde{e}_-).$$

Объединяя, получим:

$$R_{<\mu\delta>}(x) = \begin{cases} \hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{e}_-) & \text{при } x > x_s, \\ (\hat{c}_{\text{шт}} - c_{out})(x - \tilde{e}_+) & \text{при } x \le x_s. \end{cases}$$

Тогда, учитывая $F_T(n) = \min\limits_{u\ge 0} \{R_{<\mu\delta>}(n + u)\}$, получим

$$F_T(x) = \begin{cases} \hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{e}_-) & \text{при } x > x_s, \\ R_s = (\hat{c}_{\text{шт}} - c_{out})(\tilde{e}_+ - \tilde{e}_-) = \text{const} & \text{при } x \le x_s. \end{cases}$$

Теперь рассмотрим второе из уравнений (5.12) при $t = T - 1$

$$F_{T-1}(n) = \min_{u\ge 0} \max_{\mu;\delta} \{R(n + u - \mu - \delta) + \gamma F_T(n + u - \mu)\} =$$

$$= \min_{u\ge 0} \max_{\mu} \max_{\delta} \{R(n + u - \mu - \delta) + \gamma F_T(n + u - \mu)\}.$$

Введём функцию $R_{<\delta>}(x) = \max\limits_{z\in\left[\tilde{\delta}_-;\tilde{\delta}_+\right]} \{R(x - z)\}$, тогда

$$F_{T-1}(n) = \min_{u\ge 0} \max_{\mu} \{R_{<\delta>}(n + u - \mu) + \gamma F_T(n + u - \mu)\}.$$

Для $R_{<\delta>}(x)$ справедливы все замечания относительно функции $R_{<\mu\delta>}(x)$, поэтому (при этом $x_\delta = (1 - \alpha_{\text{шт_}out})\tilde{\delta}_+ + \alpha_{\text{шт_}out}\tilde{\delta}_-$):

$$R_{<\delta>}(x) = \begin{cases} \hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{\delta}_-) & \text{при } x > x_\delta, \\ (\hat{c}_{\text{шт}} - c_{out})(x - \tilde{\delta}_+) & \text{при } x \le x_\delta. \end{cases}$$

Так как граничные значения μ и *d* неотрицательны, то $x_s \ge x_\delta \ge 0$.

Обозначим $A_T(x) = R_{<\delta>}(x) + \gamma F_T(x)$ и получим:

$$A_T(x) = \begin{cases} (\hat{c}_{\text{шт}} - c_{out})(x - \tilde{\delta}_+) + \gamma R_s & \text{при } x < x_\delta. \\ \hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{\delta}_-) + \gamma R_s & \text{при } x_\delta \le x \le x_s, \\ \hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{\delta}_-) + \gamma \hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{e}_-) & \text{при } x > x_s. \end{cases}$$

Тогда уравнение для $F_{T\text{-}1}(n)$ примет вид:

$$F_{T\text{-}1}(n) = \min_{u \ge 0} \max_{\mu \in \tilde{\mu}_-; \tilde{\mu}_+} \{A_T(n + u - \mu)\}.$$

Получим:

$$\max_{\mu \in \tilde{\mu}_-; \tilde{\mu}_+} \{A_T(x - \mu)\} = \begin{cases} (\hat{c}_{\text{шт}} - c_{out})(x - \tilde{e}_+) + \gamma R_s & \text{при } x < x_1. \\ \hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{e}_-) + \gamma R_s & \text{при } x_1 \le x \le x_2, \\ \hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{e}_-) + \gamma \hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{e}_- - \tilde{\mu}_-) & \text{при } x > x_2. \end{cases}$$

Так как данная функция на полуинтервалах $x \le x_1$ и $x_1 < x$ полностью совпадает с функцией $R_{<\mu\delta>}(x)$, то точка x_1 совпадет с точкой x_s. Далее,

$$\max_{\mu \in \tilde{\mu}_-; \tilde{\mu}_+} \{A_T(x - \mu)\} = \begin{cases} (\hat{c}_{\text{шт}} - c_{out})(x - \tilde{e}_+) + \gamma R_s & \text{при } x < x_s. \\ \hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{e}_-) + \gamma R_s & \text{при } x_s \le x \le x_2, \\ (1+\gamma)\hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{e}_-) - \gamma \hat{c}_{\text{шт}} \tilde{\mu}_- & \text{при } x > x_2. \end{cases}$$

Эта функция достигает в точке x_s минимума равного $(1 + \gamma)R_s$.

Из уравнения $\hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{e}_-) + \gamma R_s = (1 + \gamma)\hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{e}_-) - \gamma \hat{c}_{\text{шт}} \tilde{\mu}_-$ найдем точку $x_2 = \tilde{\mu}_- + x_s$.

Тогда

$$F_{T\text{-}1}(x) = \begin{cases} (1+\gamma)R_s & \text{при } x < x_s, \\ \hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{e}_-) + \gamma R_s & \text{при } x_s \le x \le x_s + \tilde{\mu}_-, \\ (1+\gamma)\hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{e}_-) - \gamma \hat{c}_{\text{шт}} \tilde{\mu}_- & \text{при } x > x_s + \tilde{\mu}_-. \end{cases}$$

Рассмотрим

$$F_{T\text{-}2}(n) = \min_{u \ge 0} \max_{\mu} \max_{\delta} \{R(n + u - \mu - \delta) + \gamma F_{T\text{-}1}(n + u - \mu)\} =$$

$$= \min_{u \ge 0} \max_{\mu} \{R_{<\delta>}(n + u - \mu) + \gamma F_{T\text{-}1}(n + u - \mu)\}.$$

Обозначим $A_{T\text{-}1}(x) = R_{<\delta>}(x) + \gamma F_{T\text{-}1}(x)$ и получим:

$$A_{T\text{-}1}(x) = \begin{cases} (\hat{c}_{\text{шт}} - c_{out})(x - \tilde{\delta}_+) + \gamma(1+\gamma)R_s & \text{при } x < x_\delta, \\ \hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{\delta}_-) + \gamma(1+\gamma)R_s & \text{при } x_\delta \le x < x_s, \\ \hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{\delta}_-) + \gamma\hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{e}_-) + \gamma^2 R_s & \text{при } x_s \le x < x_s + \tilde{\mu}_-, \\ \hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{\delta}_-) + \gamma(1+\gamma)\hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{e}_-) - \gamma^2\hat{c}_{\text{шт}}\tilde{\mu}_- & \text{при } x_s + \tilde{\mu}_- < x. \end{cases}$$

Тогда $A_{T\text{-}1}(x) = A_T(x) + \gamma^2 R_s$ при $\tilde{\mu_-} + x_s < x$.

Покажем методом математической индукции, что для всех $0 < i \le T$ справедливо $A_{T\text{-}i}(x) = A_T(x) + \Omega(i)$ при $\tilde{\mu_-} + x_s < x$, где $\Omega(i)$ - некоторая функция, зависящая от γ, R_s и i, но не зависящая от x.

Для $i = 1$ соотношение получено выше.

Пусть для некоторого $1 < i \le T$

$$A_{T\text{-}i}(x) = \begin{cases} (\hat{c}_{\text{шт}} - c_{out})(x - \tilde{\delta}_+) + \gamma R_s + \Omega(i) & \text{при } x < x_\delta, \\ \hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{\delta}_-) + \gamma R_s + \Omega(i) & \text{при } x_\delta \le x < x_s, \\ \hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{\delta}_-) + \gamma\hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{e}_-) + \Omega(i) & \text{при } x_s \le x < x_s + \tilde{\mu}_-, \\ \hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{\delta}_-) + \gamma(1+\gamma)\hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{e}_-) - \gamma^2\hat{c}_{\text{шт}}\tilde{\mu}_- & \text{при } x_s + \tilde{\mu}_- < x. \end{cases}$$

Тогда:

а. при $x < x_s$

выполняется $\max\limits_{\mu} A_{T\text{-}i}(x - \mu) = (\hat{c}_{\text{шт}} - c_{out})(x - \tilde{e_+}) + \gamma R_s + \Omega(i)$;

б. при $x_s \le x < x_s + \tilde{\mu_-}$

выполняется $\max\limits_{\mu} A_{T\text{-}i}(x - \mu) = \hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{e_+}) + \gamma R_s + \Omega(i)$;

в. при $x_s + \tilde{\mu_-} \le x < x_s + 2\tilde{\mu_-}$

выполняется $\max\limits_{\mu} A_{T\text{-}i}(x - \mu) = (1 + \gamma)\hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{e_+}) - \gamma\hat{c}_{\text{шт}}\tilde{\mu_-} + \Omega(i)$;

г. при $x_s + 2\tilde{\mu_-} \le x$

выполняется $\max\limits_{\mu} A_{T\text{-}i}(x - \mu) = (1 + \gamma + \gamma^2)\hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{e_+}) - \gamma(1 + 2\gamma)\hat{c}_{\text{шт}}\tilde{\mu_-}$.

Так как $F_{T\text{-}(i+1)}(x) = \min\limits_{u \ge 0}\{A_{T\text{-}i}(n + u)\}$, то $F_{T\text{-}(i+1)}(x) =$

$$= \begin{cases} (1+\gamma)R_s + \Omega(i) & \text{при } x < x_s, \\ \hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{e}_-) + \gamma R_s + \Omega(i) & \text{при } x \in [x_s; x_s + \tilde{\mu}_-), \\ (1+\gamma)\hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{e}_-) - \gamma\hat{c}_{\text{шт}}\tilde{\mu}_- + \Omega(i) & \text{при } x \in [x_s + \tilde{\mu}_-; x_s + 2\tilde{\mu}_-), \\ (1+\gamma+\gamma^2)\hat{c}_{\text{шт}}(x - \tilde{e}_-) - \gamma(1+2\gamma)\hat{c}_{\text{шт}}\tilde{\mu}_- & \text{при } x_s + 2\tilde{\mu}_- \le x. \end{cases}$$

и $A_{T\text{-}(i+1)}(x) = R_{<\delta>}(x) + \gamma F_{T\text{-}(i+1)}(x)$.

Таким образом, получим в итоге

$$A_{T-(i+1)}(x)=\begin{cases}(\hat{c}_{\text{шт}}-c_{out})(x-\tilde{\delta}_{+})+\gamma[(1+\gamma)R_s+\Omega(i)] & \text{при } x<x_{\delta},\\ \hat{c}_{\text{шт}}(x-\tilde{\delta}_{-})+\gamma[(1+\gamma)R_s+\Omega(i)] & \text{при } x\in[x_{\delta};x_s),\\ \hat{c}_{\text{шт}}(x-\tilde{\delta}_{-})+\gamma\hat{c}_{\text{шт}}(x-\tilde{e}_{-})+\Omega(i) & \text{при } x\in[x_s;x_s+\tilde{\mu}_{-}),\\ \hat{c}_{\text{шт}}(x-\tilde{\delta}_{-})+\gamma(1+\gamma)\hat{c}_{\text{шт}}(x-\tilde{e}_{-})-\gamma^2\hat{c}_{\text{шт}}\tilde{\mu}_{-} & \text{при } x_s+\tilde{\mu}_{-}\le x.\end{cases}$$

Определим функцию $\Omega(i)$ так, чтобы выполнялось $\gamma[(1+\gamma)R_s+\Omega(i)]=\gamma R_s+\Omega(i+1)$, что эквивалентно $\Omega(i+1)=\gamma^2R_s+\gamma\Omega(i)$, откуда $\Omega(i)=\gamma^2R_s(1-\gamma^{i+1})(1-\gamma)^{-1}$.

Это выражение позволяет получить минимаксное значение целевой функции $F_t(x_s)=(1+\gamma+\gamma^2(1-\gamma^{T-t+1})(1-\gamma)^{-1})R_s$ или для стационарного случая $F_t(x_s)=(1-\gamma)^{-1}R_s$.

Выражения для $A_t(\cdot)$ и $F_t(\cdot)$ позволяют получить наилучшую гарантированную стратегию управления в условиях интервальной неопределённости, сформулируем её.

Величины n, u, d, μ являются целочисленными, а значение $x_s=(1-\alpha_{\text{шт_}out})\tilde{e}_{+}+\alpha_{\text{шт_}out}\tilde{e}_{-}$, может не быть целым. Поэтому найдём целое число x_{int}, обеспечивающее минимальное значение $A_t(x)$ на множестве целых x для всех t следующим образом:

$$x_{int}=\arg\min\{A_t([x_{<\mu,\delta>}]),A_t([x_{<\mu,\delta>}]+1)\}. \qquad (\text{П9.2})$$

Тогда наилучшая гарантированная стратегия имеет вид: $u_{opt}(n)=\max\{0,(x_{int}-n)\}$.

П. 10. Запишем выражение для эффекта (5.15)

$$V=Ds_{прд}-D\left(\Delta s_{ад}\frac{t^{*}_{ад}}{t_{ср}}+\Delta s_{ув}\frac{t^{*}_{пр.ув}}{t_{ср}}+c_{зам}\frac{1}{t_{ср}}+\frac{c_{пред}}{\pi}\frac{1}{t_{ср}}\right)+V^{*}. \qquad (\text{П10.1})$$

Проанализируем с помощью выражения (П10.1), как характеристики ЖЦ активных ресурсов влияют на эффект фирмы V.

Третий элемент данного выражения - V^{*} не зависит от персонала и в дальнейшем рассматриваться не будет.

Первый элемент выражения (П10.1) - $Ds_{прд}$ пропорционален требуемому количеству рабочих мест, замещённых сотрудниками - D, и среднему эффекту $s_{прд}$ от сотрудника в течение одного периода времени на продуктивной фазе. Требуемое количество рабочих мест D является внешним по отношению к деятельности сотрудников и потому не зависит от характеристик их ЖЦ. Средний эффект $s_{прд}$ зависит от результативности сотрудников, однако, в рамках принятой концепции пулов активных ресурсов как групп специалистов, обладающих

идентичными функциональными возможностями, эффект $s_{прд}$ имеет смысл также считать постоянным в рамках данной модели.

Второй элемент выражения (П10.1) пропорционален D и сумме четырёх слагаемых, рассмотрим их.

Величины снижения эффекта $\Delta s_{ад}$ и $\Delta s_{ув}$ в силу сделанного выше замечания об идентичности сотрудников также будем считать постоянными. Издержки на замещение каждого увольняющегося сотрудника $c_{зам}$ и подготовку одного предложения о работе $c_{пред}$ не зависят от деятельности сотрудников. Фактически все эти параметры являются априорными нормативными характеристиками пулов ресурсов, которые в свою очередь определяются потребностями и характеристиками ОТС.

Таким образом, в рамках принятой концепции эффект V, зависит от вероятности π и временных характеристик жизненного цикла сотрудников $t^*_{ад}$, $t^*_{пр.ув}$ и $t_{ср}$, зависящих, в свою очередь, от $t_{ад}$, $t_{пр.ув}$ и распределения вероятностей $\{\varphi_\theta; \theta=0,1,...,\infty; \sum_{\theta=0}^{\infty}\varphi_\theta \equiv 1\}$.

Будем обозначать зависимость эффекта фирмы от характеристик ЖЦ_АР как $V(\pi, \{\varphi_\theta\}, t_{ад}, t_{пр.ув})$. Проанализируем зависимость функции $V(\pi, \{\varphi_\theta\}, t_{ад}, t_{пр.ув})$ от всех своих аргументов:

$$V\ \pi,\ \varphi_\theta\ ,t_{ад},t_{пр.ув}\ = Ds_{прд} + V^* - \\ -D\left(\Delta s_{ад}\frac{t^*_{ад}}{t_{ср}} + \Delta s_{ув}\frac{t^*_{пр.ув}}{t_{ср}} + c_{зам}\frac{1}{t_{ср}} + \frac{c_{пред}}{\pi}\frac{1}{t_{ср}}\right), \qquad (П10.2)$$

где $t^*_{ад} = \sum_{\theta=0}^{t_{ад}}\theta\varphi_\theta + t_{ад}\sum_{\theta=t_{ад}+1}^{\infty}\varphi_\theta$; $t^*_{пр.ув} = \sum_{\theta=t_{ад}+1}^{t_{ад}+t_{пр.ув}}\theta\varphi_\theta + t_{пр.ув}\sum_{\theta=t_{ад}+t_{пр.ув}+1}^{\infty}\varphi_\theta$ и $t_{ср} = \sum_{\theta=0}^{\infty}\theta\varphi_\theta$.

Во-первых, вероятность π влияет на значение функции $V(\cdot)$, только входя в элемент $-D\frac{S_{пред}}{t_{ср}}\frac{1}{\pi}$. Поэтому, очевидно, что функция $V(\cdot)$ монотонно возрастает по π, то есть $\frac{\partial}{\partial\pi}V\ \pi,\ \varphi_\theta\ ,t_{ад},t_{пр.ув}\ > 0$. Напротив, при уменьшении π становится отрицательным, начиная с некото-

рых малых π, и при стремлении π к нулю может неограниченно уменьшаться, будучи отрицательным $\lim_{\pi\to 0} V\ \pi,\ \varphi_\theta\ ,t_{ад},t_{пр.ув}\ = -\infty$.

Во-вторых, длительность периода адаптации $t_{ад}$ влияет на функцию $V(\cdot)$ только через элемент $-D\Delta s_{ад}\dfrac{t^*_{ад}}{t_{ср}}$. Причём $t_{ср}$ не зависит от $t_{ад}$, а из $t^*_{ад}=\sum_{\theta=0}^{t_{ад}}\theta\varphi_\theta + t_{ад}\sum_{\theta=t_{ад}+1}^{\infty}\varphi_\theta$ непосредственно следует, что $t^*_{ад}$ монотонно растёт с ростом $t_{ад}$. Поэтому $\dfrac{\partial}{\partial t_{ад}}V\ \pi,\ \varphi_\theta\ ,t_{ад},t_{пр.ув}\ <0$. Аналогичные соображения также справедливы и для продолжительности фазы, предшествующей увольнению, следовательно $\dfrac{\partial}{\partial t_{пр.ув}}V\ \pi,\ \varphi_\theta\ ,t_{ад},t_{пр.ув}\ <0$. С точки зрения бизнеса монотонное убывание функции $V(\cdot)$ при росте продолжительности адаптации и/или фазы снижения производительности, предшествующей увольнению является интуитивно очевидным.

Вид распределения вероятностей времени работы сотрудников в фирме φ_θ влияет на функцию $V(\cdot)$ более сложным образом. Изучим это влияние, для чего используем «изменения» функции φ_θ следующего вида:

$$\delta\varphi_\theta\ \ x,i\ = x\varepsilon_\theta\ \ i\ ;\ \text{где}\ \varepsilon_\theta\ \ i\ =\begin{cases}1 & \text{при } \theta=i\\ -1 & \text{при } \theta=i+1\\ 0 & \text{при } \theta<i \text{ или } \theta>i+1\end{cases}$$

Несложно показать, что разность между любыми распределениями вероятностей $\{\varphi_\theta\}$ и $\{\tilde{\varphi}_\theta\}$ может быть представлена в виде суммы счётного числа «изменений» $\delta\varphi_\theta(x,i)$.

Рассмотрим влияние «малых изменений» $\delta\varphi_\theta(x,i)$ $(x\to 0)$ при различных i на функцию $V(\cdot)$, то есть оценим $\dfrac{\partial}{\partial x}V(\pi,\{\varphi_\theta+\delta\varphi_\theta(x,i)\},t_{ад},t_{пр.ув})$. Из выражения (П10.2) следует:

$$\frac{\partial}{\partial x}V\ \pi,\ \varphi_\theta+\delta\varphi_\theta\ \ x,i\ \ ,t_{ад},t_{пр.ув}\ =$$

$$= -D\frac{\partial}{\partial x}\left(\Delta s_{ад}\frac{t^{*}_{ад}}{t_{ср}} + \Delta s_{ув}\frac{t^{*}_{пр.ув}}{t_{ср}} + c_{зам}\frac{1}{t_{ср}} + \frac{c_{пред}}{\pi}\frac{1}{t_{ср}}\right) =$$

$$= -D\frac{\partial}{\partial x}\left(a\frac{t^{*}_{ад}}{t_{ср}} + b\frac{t^{*}_{пр.ув}}{t_{ср}} + c\frac{1}{t_{ср}}\right),$$

где $a = \Delta s_{ад}$, $b = \Delta s_{ув}$ и $c = c_{зам} + c_{пред}/\pi$ не зависят от x.

Также из выражений для $t_{ср}$, $t^{*}_{ад}$ и $t^{*}_{пр.ув}$ следует:

$$t_{ср}\ \ \varphi_\theta + \delta\varphi_\theta\ \ x,i\ \ = \sum_{\theta=0}^{\infty}\theta\varphi_\theta + xi - x(i+1) = t_{ср}\ \ \varphi_\theta\ \ - x \text{ для всех } i.$$

$$t^{*}_{ад}\ \ \varphi_\theta + \delta\varphi_\theta\ \ x,i\ \ = \begin{cases} t^{*}_{ад}\ \ \varphi_\theta\ \ - x \text{ для } 0 < i < t_{ад} \\ t^{*}_{ад}\ \ \varphi_\theta \qquad \text{для } t_{ад} \le i \end{cases},$$

$$t^{*}_{пр.ув}\ \ \varphi_\theta + \delta\varphi_\theta\ \ x,i\ \ = \begin{cases} t_{ад}x \qquad\qquad\qquad \text{для } i = t_{ад}, \\ t^{*}_{пр.ув}\ \ \varphi_\theta\ \ - x \text{ для } t_{ад} < i < t_{ад} + t_{пр.ув}, \\ t^{*}_{пр.ув}\ \ \varphi_\theta \qquad \text{для } t_{ад} + t_{пр.ув} \le i \text{ или } i < t_{ад}. \end{cases}$$

Откуда видно, что при $i<t_{ад}+t_{пр.ув}$ знак производной $\frac{\partial}{\partial x}V\ \ \pi,\ \varphi_\theta + \delta\varphi_\theta\ \ x,i\ \ ,t_{ад},t_{пр.ув}$ может быть различным в зависимости от соотношений a, b, и c, то есть влияние «малых изменений» $\delta\varphi_\theta(x,i)$ на функцию $V(\cdot)$ в области $0 \le i < t_{ад}+t_{пр.ув}$ проявляется неоднозначно.

Однако, при $t_{ад} + t_{пр.ув} \le i$ справедливо

$$\frac{\partial}{\partial x}V\ \ \pi,\ \varphi_\theta + \delta\varphi_\theta\ \ x,i\ \ ,t_{ад},t_{пр.ув}\ \ = -D\frac{\partial}{\partial x}\left(a\frac{t^{*}_{ад}}{t_{ср}} + b\frac{t^{*}_{пр.ув}}{t_{ср}} + c\frac{1}{t_{ср}}\right) =$$

$$= D\frac{at^{*}_{ад} + bt^{*}_{пр.ув} + c}{t_{ср}^{\ 2}}\frac{\partial t_{ср}}{\partial x}$$

Откуда $\dfrac{\partial / \partial x\, V\ \ \pi,\ \varphi_\theta + \delta\varphi_\theta\ \ x,i\ \ ,t_{ад},t_{пр.ув}}{\partial t_{ср} / \partial x} = \dfrac{\partial V\ \ \pi,\ \varphi_\theta\ \ ,t_{ад},t_{пр.ув}}{\partial t_{ср}} =$

$$= D\frac{at^{*}_{ад} + bt^{*}_{пр.ув} + c}{t_{ср}^{\ 2}} > 0.$$

Проинтерпретируем полученные свойства с точки зрения практики управления комплексной деятельностью (бизнеса).

Во-первых, $\frac{\partial}{\partial \pi} V\ \pi,\ \varphi_\theta\ , t_{ад}, t_{пр.ув}\ > 0$. Причём, при уменьшении π эффект становится отрицательным, начиная с некоторых π. А при стремлении π к нулю V может неограниченно уменьшаться, будучи отрицательным $\lim_{\pi \to 0} V\ \pi,\ \varphi_\theta\ , t_{ад}, t_{пр.ув}\ = -\infty$. Содержательно это означает, что низкая эффективность процедур поиска и найма новых сотрудников (низкая доля кандидатов, принимающих предложение по сравнению с рассматриваемыми и приглашаемыми) – малые значения π - негативно сказывается на эффекте бизнеса $V(\cdot)$. Хотя, конечно же, неограниченное – неконтролируемое - уменьшение эффекта, в том числе из-за неэффективного найма, является, скорее, исключением из правил.

Во-вторых, $\frac{\partial}{\partial t_{ад}} V\ \pi,\ \varphi_\theta\ , t_{ад}, t_{пр.ув}\ < 0$ и $\frac{\partial}{\partial t_{пр.ув}} V\ \pi,\ \varphi_\theta\ , t_{ад}, t_{пр.ув}\ < 0$. С экономической точки зрения монотонное убывание эффекта при росте продолжительности адаптации и/или фазы снижения производительности, предшествующей увольнению, является интуитивно очевидным, так как это «вынужденные» фазы ЖЦ_АР, основной эффект от сотрудника фирма получает не в течение них.

Вид распределения вероятностей времени работы сотрудников в фирме $\{\varphi_\theta\}$ влияет на эффект более сложным образом, для исследования этого влияния использованы «малые изменения» $\delta\varphi_\theta(x,i)$. Показано, что влияние на эффект «малых изменений» $\delta\varphi_\theta(x,i)$ в области $0 \le i < t_{ад} + t_{пр.ув}$ проявляется неоднозначно. При длительности работы менее $t_{ад} + t_{пр.ув}$ сотрудник не «успевает» достичь продуктивной фазы и, следовательно, произвести требуемый фирме эффект. Наличие таких сотрудников свидетельствует о неэффективных процессах и найма, и адаптации, и удержания. То есть сотрудников, увольняющихся ранее $t_{ад} + t_{пр.ув}$ периодов должно быть как можно меньше, «в идеале» - ни одного. Поэтому детальный анализ экономики жизненного цикла таких сотрудников не имеет смысла – достаточно оценивать их долю и стремиться уменьшить эту долю.

Однако для «малых изменений» в области времени работы больше $t_{ад} + t_{пр.ув}$ справедливо $\frac{\partial}{\partial t_{ср}} V\ \pi,\ \varphi_\theta\ , t_{ад}, t_{пр.ув}\ > 0$ (вообще говоря, независимо от вида распределения вероятностей времени работы в фирме $\{\varphi_\theta\}$), что также соответствует логике бизнеса: увеличение

среднего времени работы в этом случае увеличивает относительную продолжительность продуктивной фазы по отношению к общей продолжительности ЖЦ_АР.

П.11. ***Проверка того, что средние значения решающих функций до разладки отрицательны.***

Проверим, что если внешние условия в действительности отвечают условиям гипотезы $\mathbf{H_0}$, то средние значения $\Delta l^1(t)$, $\Delta l^2(t)$, $\Delta l(t)$ отрицательны при любых γ, $\hat{\pi}_0$ и $\hat{\lambda}_0$.

Рассмотрим

$$E\left[\Delta l^1 \;u\; \middle| H_0\right] = \bar{n}_{пред}\left(ln\;1-\gamma\;\hat{\pi}_0 + ln\left(1+\frac{\gamma\hat{\pi}_0}{1-\hat{\pi}_0}\right) 1-\hat{\pi}_0 \right).$$ Множитель $\bar{n}_{пред}$ положителен, поэтому его сразу выносим из рассмотрения. Обозначим $F\;\hat{\pi}_0;\gamma = ln\;1-\gamma\;\hat{\pi}_0 + ln\left(1+\frac{\gamma\hat{\pi}_0}{1-\hat{\pi}_0}\right) 1-\hat{\pi}_0$ и исследуем поведение функции $F(x;y)$

Во-первых, $F(0;y)=0$. Вычислим производную по x.

$$\frac{\partial}{\partial x}F\;x;y = ln\;1-y\; - ln\left(1+\frac{xy}{1-x}\right) + \;1-x\;\frac{\partial}{\partial x}ln\left(1+\frac{xy}{1-x}\right) =$$

$$= ln\;1-y\; - ln\left(1+\frac{xy}{1-x}\right) + \;1-x\;\left[\frac{\partial}{\partial x}ln\;1-x+xy\; - \frac{\partial}{\partial x}ln\;1-x\;\right] =$$

$$= ln\;1-y\; - ln\left(\frac{1-x+xy}{1-x}\right) + \;1-x\;\left[-\frac{1-y}{1-x+xy}+\frac{1}{1-x}\right] =$$

$$= ln\;1-y\; - ln\left(\frac{1-x+xy}{1-x}\right) + 1 - \frac{1-x\;\;1-y}{1-x+xy} =$$

$$= ln\left(1-y\right) ln\left(\frac{1-x+xy}{1-x}\right) + \frac{1-x+xy-1+x+y-xy}{1-x+xy} =$$

$$= ln\;1-y\; - ln\left(\frac{1-x+xy}{1-x}\right) + \frac{y}{1-x+xy} = ln\left(\frac{1-y\;\;1-x}{1-x+xy}\right) + \frac{y}{1-x+xy} =$$

$$= ln\left(1-\frac{y}{1-x+xy}\right) + \frac{y}{1-x+xy} < 0.$$

То есть, $F(x;y)$ монотонно убывает по x при любых y. Найдём предел $F(x;y)$ при $x \to 1$: $\lim\limits_{x\to 1}\left\{ ln\ 1-y\ \ x+ln\left(1+\frac{yx}{1-x}\right)\ 1-x\ \right\}=$

$$= ln\ 1-y\ \ +\lim_{x\to 1}\left\{ ln\left(\frac{y}{1-x}\right)\ 1-x\ \right\}=$$

$$= ln\ 1-y\ \ +\lim_{z\to\infty}\left\{\frac{ln\ z}{z}\right\}= ln\ 1-y\ \ <0.$$

Таким образом, $E[\Delta l^1(u)|H_0]$ всегда отрицательно, для $E[\Delta l^2(u)|H_0]$ доказательство аналогично. Так как $E[\Delta l^1(u)|H_0] < 0$ и $E[\Delta l^2(u)|H_0] < 0$, то и $E[\Delta l(u)|H_0] < 0$.

Итак, если внешние условия в действительности отвечают условиям гипотезы $\mathbf{H_0}$, то средние значения процессов $\Delta l^1(t)$, $\Delta l^2(t)$ и $\Delta l(t)$ принимают отрицательные значения ($\Delta l_i^{\,1}(t)$, $\Delta l_i^{\,2}(t)$ и $\Delta l_i(t)$ - аналогично).

Проверка того, что средние значения решающих функций после разладки положительны. Если внешние условия отвечают условиям гипотезы $\mathbf{H_\tau}$, то $x(u) = (\hat{\pi}_0;\hat{\lambda}_0)^T$ при $-T_{апр} \le u \le t-\tau$ и $x(u) = (\pi_p;\lambda_p)^T$ при $t-\tau- \le u \le t$, причём $\pi_p \le (1-\gamma)\hat{\pi}_0$ и $\lambda_p \ge (1+\gamma)\hat{\lambda}_0$ тогда:

$$E[\Delta l^1(u)|H_\tau] = \bar{n}_{пред}\hat{\pi}_0\ \ 1-\gamma\ \ ln\ 1-\gamma\ \ +\bar{n}_{пред}\ \ 1-\hat{\pi}_0\ \ 1-\gamma\ \ \ ln(1+\frac{\gamma\hat{\pi}_0}{1-\hat{\pi}_0})\,.$$

Рассмотрим $E[\Delta l^1(u)|H_\tau]$, обозначим

$$G\ \ \hat{\pi}_0;\gamma\ \ =\hat{\pi}_0\ \ 1-\gamma\ \ ln\ 1-\gamma\ \ +\ \ 1-\hat{\pi}_0\ \ 1-\gamma\ \ \ ln\left(1+\frac{\gamma\hat{\pi}_0}{1-\hat{\pi}_0}\right).$$

и исследуем поведение функции $G(x;y)$. Во-первых, $G(0;y)=0$. Вычислим производную по x.

$$\frac{\partial}{\partial x}G\ \ x;y\ \ =\ \ 1-y\ \ ln\ 1-y\ \ +\frac{\partial}{\partial x}\ \ 1-x\ \ 1-y\ \ \ ln\left(1+\frac{xy}{1-x}\right)=$$

$$= 1-y\ ln\ 1-y\ -\ 1-y\ ln\left(1+\frac{xy}{1-x}\right)+\ 1-x\ 1-y\ \ \frac{\partial}{\partial x}ln\left(\frac{1-x+xy}{1-x}\right)=$$

$$= 1-y\ \left(ln\ 1-y\ -ln\left(\frac{1-x+xy}{1-x}\right)\right)+\ 1-x\ 1-y\ \ \left(-\frac{1-y}{1-x+xy}+\frac{1}{1-x}\right)=$$

$$= 1-y\ ln\left(\frac{1-y\ \ 1-x}{1-x+xy}\right)+\ 1-x\ 1-y\ \ \frac{1-x+xy-\ 1-y\ \ 1-x}{1-x\ 1-y\ \ \ 1-x}=$$

$$= 1-y\ ln\left(\frac{1-y\ \ 1-x}{1-x+xy}\right)+\frac{y}{(1-x)}.$$

Итак,

$$\frac{\partial}{\partial x}G\ x;y\ = 1-y\ ln\ 1-x\ +\ 1-y\ ln\ 1-y\ -\ 1-y\ ln\ 1-x+xy\ +\frac{y}{1-x}.$$

Покажем, что производная положительна.

$$\frac{\partial}{\partial x}G\ x;y\ \Big|_{x=0}\ = 1-y\ ln\ 1-y\ +y=-\ 1-y\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{y^n}{n}+y=$$

$$=y-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{y^n}{n}+\sum_{n=2}^{\infty}\frac{y^n}{n-1}=y-y-\sum_{n=2}^{\infty}\frac{y^n}{n}+\sum_{n=2}^{\infty}\frac{y^n}{n-1}=$$

$$=\sum_{n=2}^{\infty}(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n})y^n=\sum_{n=2}^{\infty}\frac{y^n}{n-1\ n}>0.$$

Рассмотрим вторую производную:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}G\ x;y\ =\frac{\partial}{\partial x}\{\ 1-y\ ln\ 1-y\ +\ 1-y\ ln\ 1-x\ \}-$$

$$-\frac{\partial}{\partial x}\{\ 1-y\ ln\ 1-x\ 1-y\ \ -y/\ 1-x\ \}=$$

$$=\frac{1-y}{1-x}+\frac{1-y\ ^2}{1-x+xy}+\frac{y}{1-x\ ^2}>0.$$

Первая производная в точке x=0 положительна, а вторая – положительна при $x\geq 0$, откуда следует, что $G(x;y)>0$ при $x>0$, тогда $E[\Delta l^1(u)|\mathrm{H}_\tau]$ всегда больше нуля и монотонно растёт по γ.

Доказательство для $E[\Delta l^2(u)|\mathrm{H}_\tau]$ аналогично.

Итак, в этом случае все средние значения $\Delta l^1(t)$, $\Delta l^2(t)$, $\Delta l(t)$ положительны при любых γ, $\hat{\pi}_0$ и $\hat{\lambda}_0$ и монотонно возрастают по γ, ($\Delta l_i^1(t)$, $\Delta l_i^2(t)$ и $\Delta l_i(t)$ - аналогично).

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров, А.Г. Оптимальные и адаптивные системы: учебное пособие / А.Г.Александров. – М.: Высшая школа, 1989. – 263 с.

2. Александровская, Л.Н. Теоретические основы испытаний и экспериментальная отработка сложных технических систем: учебное пособие / Л.Н. Александровская, В.И. Круглов, А.Г. Кузнецов, А.М. Шолом. – М.: Логос, 2003. - 735 с.

3. Антомонов, Ю.Г. Моделирование биологических систем. Справочник / Ю.Г. Антомонов. - Киев: Наукова думка, 1977. – 259 с.

4. Аткинсон, Р. Введение в математическую теорию обучения / Р. Аткинсон, Г. Бауэр, Э. Кротерс. - М.: Мир, 1969. – 468 с.

5. Багудина, Е. Г. Экономический словарь / Е. Г. Багудина, А. К. Большаков, И. Н. Буздалов, и др.; Под ред. А. И. Архипова. – М.: Проспект: ТК Велби, 2006. – 620 с.

6. Балаян, Г.Г. Информационно-логические модели научных исследований / Г.Г. Балаян, Г.Г. Жарикова, Н.И. Комков. – М.: Наука, 1978. – 344 с.

7. Баркалов, С.А. Математические основы управления проектами: Учебное пособие / С.А. Баркалов, В.И. Воропаев, Г.И. Секлетова и др. Под ред. В.Н. Буркова – М.: Высшая школа, 2005. – 423 с.

8. Барский, А.Б. Логические нейронные сети / А.Б. Барский. – М.: Интуит, 2016. – 493 с.

9. Бейзер, Б. Тестирование черного ящика. Технологии функционального тестирования программного обеспечения и систем / Б. Бейзер. - СПб. Питер. 2004. 318 с.

10. Белов, М.В. Перспективные технологии организации производства и управления им / А.К. Пономарёв и др. Под общей редакцией И.Г. Дежиной // Новые производственные технологии: публичный аналитический доклад / – М.: Дело, 2015. - С. 23 51.

11. Белов, М.В. Системно–инженерные и экономические аспекты управления жизненным циклом / М.В. Белов // Управление большими системами. – 2015. - Выпуск 56. - С.6 - 65.

12. Белов, М.В. Организация современной производственной программы и управление ею: состояние и тенденции развития / М.В. Белов // Управление проектами и программами. – 2015. - №02. (42) - С. 86–99.

13. Белов, М.В. Математическое моделирование жизненных циклов сложных социально-экономических и бизнес-систем / М.В. Белов // Проблемы управления. – 2016. - №2. - С. 49 - 61.

14. Белов, М.В. Модель управления человеческим капиталом фирмы / М.В. Белов // Проблемы управления – 2016. - №5. - С. 24 - 34.

15. Белов, М.В. Методология комплексной деятельности / М.В. Белов, Д.А. Новиков – М.: Ленанд, 2017. – 310 с.

16. Белов, М.В. Модели адаптации в динамических контрактах в условиях вероятностной неопределённости / М.В. Белов, Д.А. Новиков // Управление большими системами. – 2017. - Выпуск 68. - С.100 - 136.

17. Белов М.В. Модели управления численностью сотрудников предприятия // Проблемы управления. - 2017. - №1 - С. 19 - 30

18. Белов, М.В. Модели технологий / М.В. Белов, Д.А. Новиков – М.: Ленанд, 2018. – 157 с.

19. Белов, М.В. Сетевые активные системы: модели планирования и стимулирования / М.В. Белов, Д.А. Новиков // Проблемы управления. – 2018. - № 1. - С.54 – 64.

20. Белов, М.В. Основы теории комплексной деятельности. Часть 1. Структуры комплексной деятельности. Неопределённость и порождение комплексной деятельности / М.В. Белов, Д.А. Новиков // Проблемы управления. – 2018. - №4. – С.36 - 45.

21. Белов, М.В. Основы теории комплексной деятельности. Часть 2. Жизненные циклы комплексной деятельности. Организация и управление как комплексная деятельность / М.В. Белов, Д.А. Новиков // Проблемы управления. – 2018. - №5. С. 39 - 48.

22. Белов, М.В. Модели разработки и освоения технологии комплексной деятельности / М.В. Белов, Д.А. Новиков // Управление большими системами. – 2019. - Выпуск 77. - С.171 - 218.

23. Белов, М.В. Модели управления технологией комплексной деятельности / М.В. Белов, Д.А. Новиков // Управление большими системами. – 2019. - Выпуск 78. С. 174 - 220.

24. Белов, М.В. Проблемы управления жизненными циклами организационно-технических систем / М.В. Белов // Управление большими системами. – 2018. - Выпуск 76. - С.117 - 172.

25. Белов, М.В. Статистические модели процессов приёма и увольнения сотрудников / М.В. Белов // Управление большими системами. – 2019. – Выпуск 77. – С. 85 – 124.

26. Белов, М.В. Согласованное управление многоэлементными динамическими организационными системами / М.В. Белов // Проблемы управления. 2019.

27. Бондаренко, И.Б. Организационная модель многоагентной системы извлечения знаний из распределенных гетерогенных баз дан-

ных систем автоматизированного проектирования / И.Б. Бондаренко, А.И. Иванов // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. - 2015. - № 4 (36). С. 54 – 63.

28. Борисов, А.Б. Большой экономический словарь / А.Б. Борисов. – М.: Книжный Мир, 2003. – 895 с.

29. Бурков, В.Н. Прикладные задачи теории графов / В.Н. Бурков, И.А. Горгидзе, С.Е. Ловецкий. – Тбилиси: ВЦ АН ГССР, 1974. – 232 с.

30. Бурков, В.Н. Простой активный элемент. Реализация плана и переоценка будущего состояния. Синтез функций дохода / В.Н. Бурков В.Н., И.А. Горгидзе, А.Г. Ивановский // Активные системы. Сборник статей № 2 (Проблемы и методы управления в активных системах). - М.: ИАТ, 1974. – С. 52 - 62.

31. Бурков, В.Н. Основы математической теории активных систем / В.Н. Бурков. - М.: Наука, 1977. – 255 с.

32. Бурков, В.Н. Механизмы функционирования организационных систем / В.Н. Бурков, В.В. Кондратьев. – М.: «Наука»,1981. – 384 с.

33. Бурков, В.Н. Как управлять проектами / В.Н. Бурков, Д.А. Новиков. – М.: Синтег, 1997. – 188 с.

34. Бурков, В.Н. Механизмы управления / В.Н. Бурков и другие;под редакцией. Д.А. Новикова. – М.: УРСС, 2011. – 192 с.

35. Бурков, В.Н. Задачи оперативного управления проектами / В.Н. Бурков, И.В. Буркова, Б.К. Уандыков // Вестник Южно-Уральского Государственного Университета. Серия: Энергетика. - 2015. Т. 15. № 4. С. 129 - 137.

36. Буш, Р. Стохастические модели обучаемости / Р. Буш, Ф. Мостеллер. - М.: Гос. изд-во Физ.-мат. лит., 1962. – 483 с.

37. Вальд, А. Последовательный анализ / А. Вальд. - М.: Физматлит, 1960. — 328 с.

38. Вальчук, А.С. Разработка математической модели автоматического извлечения знаний для гибридной вопросно-ответной системы / А.С. Вальчук // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2017. - № 2(18). С. 76 - 80.

39. Васильев, Д.К. Типовые решения в управлении проектами. / Д.К. Васильев, А.Ю. Заложнев, Д.А. Новиков, А.В. Цветков - М.: ИПУ РАН, 2003. – 75 с.

40. Вентцель, Е. С. Исследование операций / Е.С. Вентцель. - М.: «Советское радио», 1972. - 552 с.

41. Воробьёв, А. «Boeing 787 сделан практически навсегда». Интервью с С.В. Кравченко. // А. Воробьёв // Ведомости. - 11 января 2016. С. 8

42. Воронин, А.А. Модель адаптации операционного ядра организации / А.А. Воронин, М.А. Харитонов // Вестник ВолГУ. Сер. 1. Математика. Физика. – 2016. – № 4. – С. 44–65.

43. Воронин, А.А. Модель численной оптимизации структуры операционного ядра организации / А.А. Воронин, М.А. Харитонов // Управление Большими Системами. – 2012. – № 39. – С. 165–183.

44. Гермейер, Ю.Б. Игры с непротивоположными интересами / Ю.Б. Гермейер. – М.: Наука, 1976. – 327 с

45. Голенко-Гинзбург, Д.И. Стохастические сетевые модели планирования и управления разработками / Д.И. Голенко-Гинзбург. – Воронеж: Научная книга, 2010. – 284 с.

46. Горелик, В.А. Анализ конфликтных ситуаций в системах управления / А.В. Горелик, М.А. Горелов, А.Ф. Кононенко. – М.: Радио и связь, 1991. – 288 с.

47. Горский, Ю. М. Системно-информационный анализ процессов управления / Ю. М. Горский; Отв. ред. В. А. Веников; АН СССР, Сиб. отд-ние, Сиб. энерг. ин-т. - Новосибирск : Наука : Сиб. отд-ние, 1988. - 322 с.

48. ГОСТ Р ИСО 9000-2015. Системы Менеджмента Качества. Основные положения и словарь. . – М.: Стандартинформ, 2015. - 47 с.

49. ГОСТ Р ИСО 9004-2010. Менеджмент для достижения устойчивого успеха организации. Подход на основе менеджмента качества. – М.: Стандартинформ, 2011. - 46 с.

50. Губко, М.В. Задача теории контрактов для модели «простого» агента/ М.В. Губко // Управление большими системами. – 2000. – Вып. 2. – С. 22 - 27.

51. Губко, М.В. Математические модели оптимизации иерархических структур / М.В. Губко. – М.: Ленанд, 2006. – 264 с.

52. Гэлловэй, Л. Операционный менеджмент: Принципы и практика: пер. с англ / Л. Гэлловэй. – СПб.: Питер, 2001. – 319 с.

53. Доброхотов А.Л. Цель / А.Л. Доброхотов // Новая философская энциклопедия / Ин-т Философии РАН; Нац. обществ.-науч. фонд. — 2-е изд., испр. и допол. — М.: Мысль, 2010.

54. Дроздов, В.И. Исследование качества тестов с использоdанием модели Раша [Электронный ресурс] / В.И. Дроздов В.И., Е.А. Бойцова, Ю.М. Новиков Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/issledovanie-kachestva-testov-s-ispolzovaniem-modeli-Rasha

55. Дружинин, В.В. Системотехника / В.В. Дружинин, Д.С. Конторов - М.: Радио и связь, 1985. — 200 с.

56. Дьячук, П.П. Динамические компьютерные системы управления и диагностики процесса обучения /П.П. Дьячук. – Красноярск: РИО КГПУ, 2005. – 344 с.

57. Ерешко, Ф.И. Синтез организационных структур в крупномасштабных проектах цифровой экономики./ Ф.И. Ерешко, Н.И. Турко, А.Д. Цвиркун, А.А, Чурсин // Автоматика и Телемеханика, № 10, 2018. С.121 - 142

58. Исследование вовлеченности. [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://axesgroup.ru/engagement/.

59. Йон Х. Вовлеченность персонала в России. [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://www.klex.ru/glg 11-02-2016.

60. Клейнер Г.Б. Эволюция и модернизация теории предприятия // Экономическая трансформация и экономическая теория. 5-й Междунар. симпозиум по эволюционной экономике. – М.: ИЭ РАН., 2004 – 27 с.

61. Коварцев, А.Н. Тестирование математических моделей вычислительных алгоритмов на основе метода глобальной оптимизации / А.Н. Коварцев, Д.А. Попова-Коварцева, Е.Е. Серповская // Сборник трудов конференции «Информационные технологии и нанотехнологии». ‑ Самара, 29 Июня-01 Июля 2015 Г. С. 191 196.

62. Колосова, Е.В. Методика освоенного объема в оперативном управлении проектами / Е.В. Колосова, Д.А. Новиков, А.В. Цветков. – М.: Апостроф, 2000. – 156 с.

63. Коновльчук, Е.В. Модели и методы оперативного управления проектами / Е.В. Коновльчук, Д.А. Новиков Д.А.. – М.: ИПУ РАН, 2004. – 63 с.

64. Костромин, К.А. Построение единой системы поддержки жизненного цикла изделий и обеспечение конкурентоспособности отечественной продукции на международных рынках / К.А. Костромин. [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://old.cals.ru/conferences/OAK2008/material/oak.pdf

65. Кочура, С.Г. О математическом моделировании электрических испытаний космических аппаратов связи / С.Г. Кочура, Н.А. Кузнецов, А.А. Носенков // Изв. Вузов. Приборостроение. 2011. - № 4, - С. 43-47.

66. Краткий психологический словарь. - М.: ИПЛ, 1985. – 201 с.

67. Куценко, Е.С. Отчет НИР «Разработка концепции и модели организации проектного офиса» и «Апробация модели организации проектного офиса по развитию объектов инновационной инфраструктуры» / Куценко Е.С. и другие. М.: Высшая Школа Экономики. - 2014.

[Электронный ресурс] / Режим доступа: http://filling-form.ru/turizm/38039/index.html?page=18

68. Магницкий, Н.А. Некоторые новые подходы к построению и обучению искусственных нейронных сетей / Н.А. Магницкий // Нелинейная динамика и управление. - М.: Физматлит. - 2001. С.138 – 149.

69. Магницкий, Н.А. Использование бинарной нейронной сети для обнаружения атак на ресурсы распределенных информационных систем / Н.А. Магницкий // Динамика неоднородных систем. - 2008. - № 1. - С. 200 – 205.

70. Майер, Р.В. Кибернетическая педагогика: Имитационное моделирование процесса обучения / Р.В, Майер - Глазов: Глазов. Гос. Пед. Ин-т - 2014 - 141 с.

71. Матвеев, А.А. Модели и методы управления портфелями проектов / А.А. Матвеев, Д.А. Новиков, А.В. Цветков. – М.: ИПУ РАН. - 2005. - 206 с.

72. Математические основы управления проектами / ред. В.Н. Бурков. – М.: Высшая школа, 2005. – 423 с.

73. Месарович, М. Теория иерархических многоуровневых систем / М. Месарович, Д. Мако, И. Такахара. – М.: Мир, 1973. – 344 с.

74. Минцберг, Г. Структура в кулаке: создание эффективной организации / Г. Минцберг. Пер. с англ. под ред. Ю. Н. Каптуревского. – СПб.: Питер. - 2004. – с. 512.

75. Миронов, А.М. Теория процессов / А.М. Миронов. – Переславль-Залесский: Университет г. Переславля, 2008. – 345 с.

76. Мишин, С.П. Оптимальные иерархии управления в социально-экономических системах / С.П. Мишин – М.: ПМСОФТ. - 2004. – 207 с.

77. Моисеев, Н.Н. Математические задачи системного анализа / Н.Н. Моисеев. – М.: Наука, 1981. – 488 с.

78. Никифоров, И.В. Последовательное обнаружение изменения свойств временных рядов / И.В. Никифоров. - М.: Наука, 1983. - 199 с.

79. Новиков, А.М. Методология / А.М. Новиков, Д.А. Новиков. – М.: СИНТЕГ, 2007. – 668 с.

80. Новиков, Д.А. Механизмы гибкого планирования в активных системах с неопределенностью / Д.А. Новиков // Автоматика и телемеханика. – 1997. – №5. – С. 118 - 125.

81. Новиков, Д.А. Механизмы стимулирования в динамических и многоэлементных социально-экономических системах / Д.А. Новиков // Автоматика и телемеханика. – 1997. – №6. – С. 3 - 26.

82. Новиков, Д.А. Стимулирование в социально-экономических системах / Д.А. Новиков. – М.: ИПУ РАН, 1998. – 216 с.

83. Новиков, Д.А. Закономерности итеративного научения / Д.А. Новиков. – М.: Институт проблем управления РАН, 1998. – 96 с.

84. Новиков, Д.А. Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем / Д.А. Новиков. - М.: Фонд "Проблемы управления", 1999. – 161 с.

85. Новиков, Д.А. Механизмы управления динамическими активными системами / Д.А. Новиков, И.М. Смирнов, Т.Е. Шохина. - М.: ИПУ РАН, 2002. – 124 с.

86. Новиков, Д.А. Сетевые структуры и организационные системы / Д.А. Новиков. – М.: ИПУ РАН, 2003. – 101 с.

87. Новиков, Д.А. Модели обучения в процессе работы / Д.А. Новиков // Управление большими системами. - 2007. - № 19. С. 5 – 22.

88. Новиков, Д.А. Математические модели формирования и функционирования команд / Д.А. Новиков. – М.: Изд-во Физ.-мат. лит-ры, 2008. – 184 с.

89. Новиков, А.М. Методология научного исследования / А.М. Новиков, Д.А. Новиков. – М.: Либроком, 2010. – 280 с.

90. Новиков, Д.А. Теория управления организационными системами / Д.А. Новиков. – М.: Изд-во физико-математической литературы, 2012. – 604 с.

91. Новиков, Д.А. Рефлексия и управление: математические модели / Д.А. Новиков, А.Г. Чхартишвили. – М.: Физматлит, 2013. – 412 с.

92. Новиков, Д.А. Кибернетика: Навигатор. История кибернетики, современное состояние, перспективы развития / Д.А. Новиков – М.: Ленанд, 2016. – 160 с.

93. Новиков Д.А. Аналитическая сложность и погрешность решения задач управления организационно-техническими системами / Д.А. Новиков // Автоматика и телемеханика. - 2018. - № 5. - С. 107 – 118.

94. Ожегов, С.И. Толковый словарь русского языка: 80 000 слов и фразеологических выражений. 4-е изд / С.И. Ожегов, Н.Ю. Шведова. - М.: Азбуковник, 1999. - 944 с.

95. Перегудов, Ф.И. Введение в системный анализ / Ф.И. Перегудов, Ф.П. Тарасенко. - М.: Высшая школа, 1989. - 320 с.

96. Подколозина, Е.А. Основы теории контрактов: Модели и задачи / Е.А. Подколозина, А.Ю. Рябинина, М.М. Юдкевич. – М.: ГУ ВШЭ, 2002. – 352 с.

97. Поспелов, Д. А. Логические методы анализа и синтеза схем. изд. 3-е, перераб. и доп / Д.А. Поспелов - М.: Энергия, 1974. - 368 с.

98. Поспелов, Д.А. Ситуационное управление / Д.А. Поспелов. - М.: Наука, 1986. - 288 с.

99. Прохоров, А.М. Большой Энциклопедический Словарь / А.М. Прохоров. - М.: Советская Энциклопедия, 1993. — 1632 с.

100. Процедура Каплана-Мейера. machinelearning.Ru. Профессиональный информационно-аналитический ресурс, посвященный машинному обучению, распознаванию образов и интеллектуальному анализу данных. – [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=процедура_каплана-мейера.

101. Растригин, Л.А. Адаптивное обучение с моделью обучаемого / Л.А. Растригин, М.Х. Эренштейн. - Рига: Зинатне, 1988. - 160 с.

102. Репин, В.В. Процессный подход к управлению. Моделирование-бизнес-процессов / В.В. Репин, В.Г. Елиферов. – М.: Манн, Иванов и Фербер, 2013. – 544 с.

103. Романов, А.А. Прикладной системный инжиниринг / А.А. Романов – М.: Физматлит, 2015. – 555 с.

104. Рощин, А.А. Расчет динамических систем (РДС). Руководство для программистов. Приложение: Описание функций и структур. Приложение к руководству для программистов / А.А. Рощин. - М.: ИПУ РАН, 2012. – 719 с.

105. Руководство к своду знаний по управлению проектами (PMBOK). – М.: Олимп-Бизнес, 2014. – 388 с.

106. Самолюк Н.Г. Современные средства оценивания результатов обучения. Конспект лекций. ФГБОУ «Томский Государственный Педагогический Университет», [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://koi.tspu.ru/koi_books/Samolyuk/

107. Семененко А.И., Сергеев В.И. Логистика. Основы теории. Учебник для вузов / А.И. Семененко, В.И. Сергеев. — СПб.: Союз , 2003. — 544 с.

108. Смирнов, В.Т. Человеческий капитал: содержание и виды, оценка и стимулирование: монография / Под Ред. В.Т. Смирнова. – М.: Машиностроение-1; Орел: ОрелГТУ, 2005. – 513 с.

109. Соколов, Б.В. Интеллектуальные технологии мониторинга и управления структурной динамикой сложных технических объектов / М. Ю. Охтилев, Б. В. Соколов, Р. М. Юсупов. - Москва : Наука, 2006. – 408 с.

110. Старолетов, С.М. Проведение on-line тестирования программного обеспечения на основе построенной модели / С.М. Старолетов, Е.Н. Крючкова // Ползуновский Вестник. - 2010. - №2. - С. 212- 216.

111. Столбов, В.Ю. Модели принятия коллективных решений в производственных системах / Вожаков А.В., Гитман М.Б., Столбов В.Ю. // Управление большими системами. Выпуск 58. М.: ИПУ РАН, 2015. С. 161 - 178.

112. Тазетдинов, А.Д. Интерактивные процессы в обучающих системах: методы управления / А.Д. Тазетдинов - СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2007. - 155 с.

113. Теслер, Г. С. Новая кибернетика / Г. С. Теслер. - Киев : Логос, 2004. - 401 с.

114. Трикоми, Ф. Интегральные Уравнения / Ф. Трикоми. – М.: Изд-во Иностранной Литературы, 1960. – 299 с.

115. Ушаков, Д.Н. Толковый словарь русского языка / Д.Н. Ушаков. - М.: Альта-Принт, 2005. — 1216 с.

116. Ферстер фон, Г. О самоорганизующихся системах и их окружении / Г. фон Ферстер // Самоорганизующиеся системы / Под ред. Т. Н. Соколова. — М.: Мир, 1964. — С. 113 – 139.

117. Философский энциклопедический словарь. – М.: Советская Энциклопедия, 1983. – 840 С.

118. Цыганов, В.В. Адаптивные механизмы в отраслевом управлении / В.В. Цыганов. - М.: Наука, 1991. – 166 с.

119. Челышкова, М.Б. Теория и практика конструирования педагогических тестов. Учебное пособие / М.Б. Челышкова. - М.: Логос, 2002. 432 с.

120. Шваб, К. Четвертая промышленная революция / К. Шваб. - М.: Эксмо. 2016. 208 с.

121. Ширяев, А.Н. Статистический последовательный анализ. Оптимальные правила остановки / А.Н. Ширяев. - М.: Физматлит, 1976. 272 с.

122. Ширяев, А. Н. Вероятность: В 2-х кн. — 4-е изд., переработ. и доп / А.Н. Ширяев. — М.: МЦНМО, 2007.

123. Ширяев, А.Н., Вероятностно-статистические методы в теории принятия решений. — 2-е изд., новое / А.Н. Ширяев. — М.: МЦНМО, 2014. — 144 с.

124. Ширяев, А. Н. Стохастические задачи о разладке / А.Н. Ширяев. – М.: МЦНМО, 2016. - 392 с.

125. Юрков, Н.К. Интеллектуальные компьютерные обучающие системы / Н.К. Юрков. - Пенза: Изд-во ПГУ, 2010. – 304 с.

126. Ackoff, R. Towards a Systems of Systems Concepts / R. Ackoff // Management Science. – 1971. – Vol. 17, N 11. – P. 661–671.

127. Adizes, I. Managing Corporate Lifecycles: An updated and expanded look at the Corporate Lifecycles / I. Adizes. - The Adizes Institute Publishing, 2004 – 460 p.

128. Aichernig, B.K. Statistical Model Checking Meets Property-Based Testing / B.K. Aichernig, R. Schumi // 2017 IEEE International Conference on Software Testing, Verification and Validation (ICST), Tokyo, 2017, P. 390 - 400.

129. Alagoz, I. A Selection Method for Black Box Regression Testing with a Statistically Defined Quality Level / I. Alagoz, T. Herpel, R. German // 2017 IEEE International Conference on Software Testing, Verification and Validation (ICST), Tokyo, 2017, P. 114 - 125.

130. Ali, S. U-Test: Evolving, Modelling and Testing Realistic Uncertain Behaviours of Cyber-Physical Systems / S. Ali, T. Yue // 2015 IEEE 8-th International Conference on Software Testing, Verification And Validation (ICST), Graz, 2015, P. 1-12.

131. Anzanello, M. Learning Curve Models and Applications: Literature Review and Research Directions / M. Anzanello, F. Fogliatto // International Journal of Industrial Ergonomics. 2011. Vol. 41. P. 573 – 583.

132. Arts, J. Repairable Stocking and Expediting in a Fluctuating Demand Environment: Optimal Policy and Heuristics / J. Arts, R. Basten, G.-J. van Houtum // Operations Research / Published online in articles in advance 01 Jun 2016. [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://dx.doi.Org/10.1287/opre.2016.1498

133. Ashby, W. R. An introduction to cybernetics /W.R. Ashby – London: Chapman and Hall, - 1956. - 253 p.

134. Aumann, R. Rule-Rationality Versus Act-Rationality / R. Aumann // Discussion Paper № 497. – Jerusalem: Hebrew University, 2008. – 20 p.

135. Badinelli, R. A Stochastic Model of Resource Allocation for Service Systems / R.Badinelli // Service Science. – 2010. – Vol. 2, Iss. 1-2. – P. 76–91.

136. Bartroff, J. Modern Sequential Analysis and its Applications to Computerized Adaptive Testing / J. Bartroff, M. Finkelman, Tze Leung Lai // Psychometrika. - 2008, Volume 73, Issue 3, - P. 473 – 486.

137. Becker, G.S. Investment in Human Capital: A Theoretical Analysis / G.S. Becker // Journal of Political Economy. Part 2. – 1962. –Vol. 70, N 5, – P. 9–49.

138. Becker, G.S. Human Capital: A Theoretical and Empirical Analysis with Special Reference to Education / G.S. Becker. – Chicago and London: The University of Chicago Press, 1975. – 24 p.

139. Belov, M. ROSATOM's NPP Development System Architecting: Systems Engineering to Improve Plant Development / M. Belov, A. Kroshilin, V. Repin // Complex Systems Design & Management. Proceedings of the Second Conference on Complex design & Management / O.Hammami, D.Krob, J-L.Voirin, (eds.) Springer, Berlin, 2011. P. 255 268.

140. Belov, M. How We Engineer Enterprise Systems [Электронный ресурс] / M. Belov // INCOSE Italian Chapter Conference on Systems Engineering (CIISE2014) Proceedings, Rome, Italy, November 24-25, 2014. [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://ceur-ws.org/Vol-1300/ID13.pdf

141. Belov, M. IBS Group, Eastern European ITS Services – Capability-Based Development for Business Transformation / M. Belov // Case Studies in System of Systems, Enterprise Systems, and Complex Systems Engineering / Gorod, A., B. E. White, V. Ireland, S. J. Gandhi, and B. J. Sauser - Boca Raton, FL.: CRC Press, Taylor & Francis Group, 2015. - P. 129 - 164.

142. Belov, M. General-System Modelling Framework of Complex Activity/ M. Belov // 10th European Modelling Symposium on Mathematical Modelling and Computer Simulation. Ed. D. Al-Dabass, V. Colla, M. Vannuci, A. Pantelous. IEEE Conference Record No. 40530. Pisa, 2016. – P. 13-18.

143. Belov, M. General-System Approach to the Development of Complex Activity Technology [Электронный ресурс] / M. Belov, D. Novikov // Procedia Computer Science. – 2017. – Volume 112. - P. 2076 2085 [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877050917316241

144. Belov, M. Models of adaptation in dynamical contracts under stochastic uncertainty / M. Belov, D. Novikov // Advances in Systems Science and Application. – 2018. - №1. – P. 110 131.

145. Belov, M. Theory of Complex Activity as a Tool to Analyze and Govern an Enterprise / M. Belov // 13th Annual Conference on System of Systems Engineering (SoSE 2018). Paris, France 19-22 June 2018. IEEE Catalog Number: CFP18SOS-POD; ISBN: 9781538648773 P. 541-548.

146. Belov, M. Methodological Foundations of the Digital Economy / M. Belov, D. Novikov // Big Data-driven World: Legislation Issues and Control Technologies / Alla G. Kravets (Ed.) - Springer International Publishing, 2019. - P 3 14.

147. Belov, M. Reflexive Models of Complex Activity / M. Belov, D. Novikov // Cybernetics and Systems / Sergio Barile (Ed.), Raul Espejo

(Ed.), Igor Perko (Ed.), Marialuisa Saviano (Ed.) - London: Routledge, 2019. – P. 535 540.

148. Bergstra, J. Process Algebra for Synchronous Communicaition / J. Bergstra // Information and Control. – 1984. – Vol. 60. – P. 109–137.

149. Berovic, D.P. The Application of Dynamic Programming to Optimal Inventory Control / D.P. Berovic, R.B. Vinter // IEEE Trans. On Automatic Control. – 2004. – Vol. 49, N 5. – P. 676–685.

150. BKCASE Editorial Board. 2017. The Guide to the Systems Engineering Body of Knowledge (SEBOK), V. 1.9. R.D. Adcock (Eic). Hoboken, NJ: The Trustees Of The Stevens Institute Of Technology. [Электронный ресурс] / Режим доступа: https://www.sebokwiki.org/wiki/Guide_to_the_Systems_Engineering_Body_of_Knowledge_(SEBoK).

151. Blackburn, K. Human Capital Accumulation in a Stochastic Environment: Some New Results on the Relationship between Growth and Volatility./ K. Blackburn, D. Varvarigos - [Электронный ресурс] / Режим доступа:
http://www.socialsciences.manchester.ac.uk/medialibrary/cgbcr/discussionpapers/dpcgbcr74.Pdf.

152. Blumenfeld, D. Operations Research Calculations Handbook / D. Blumenfeld. - Boka Raton: CRC Press, 2001. - 216 p.

153. Boardman, J. Systems Thinking: Coping with 21st Century Problems / J. Boardman, B. Sauser. – Boka Raton: CRC Press, 2008. – 240 p.

154. Bolton, P. Contract Theory / P. Bolton, M. Dewatripont. – Cambridge: MIT Press, 2005. – 740 p.

155. Boston Consulting Group. Официальный сайт компании. [Электронный ресурс] / Режим доступа: https://www.bcg.com/ru-ru/default.aspx

156. Bourque, P. Guide to the Software Engineering Body of Knowledge, Version 3.0 / P. Bourque, R. Fairley - IEEE Computer Society, 2014; [Электронный ресурс] / Режим доступа: www.swebok.org

157. Brachman, R. Knowledge Representation and Reasoning / R. Brachman,H. Levesque. – N.Y.: Morgan Kaufmann, 2004. – 381 p.

158. Braha, D. The Statistical Mechanics of Complex Product Development: Empirical and Analytical Results / D. Braha, B.-Y. Yaneer. // Management Science. – 2007. – Vol. 53, N 7. – P. 1127–1145.

159. Burkov, V. Mechanism Design and Management: Mathematical Methods for Smart Organizations / V. Burkov, et al. Ed. by prof. D. Novikov. – N.-Y.: Nova Scientific Publishing, 2013. – 204 p.

160. Business Process Model and Notation (BPMN), V2.0.2. [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://www.omg.org/spec/bpmn/2.0

161. Cao, H. On the Mark: Integrated Stochastic Resource Planning of Human Capital Supply Chains / H. Cao, J. Hu, C. Jiang, T. Kumar, et al. // Interfaces. – Vol. 41, N 5. – P. 414–435. – [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://Dx.Doi.Org/10.1287/Inte.1110.0596

162. Captain, T. Can we afford our own future? Why R&D programs are late and over-budget — and what can be done to fix the problem / T. Captain. - Deloitte Development LLC, 2009. - 28 p.

163. Checkland, P. Systems Thinking, Systems Practice / P. Checkland. – N.-Y.: John Wiley & Sons, 1999. – 424 p.

164. Chen, J.J. / Multi-Project Scheduling Problem with Human Resources Based on Dynamic Programming and Staff Time Coefficient / J.J. Chen, J.L. Zhu, D.N. Zhang // Intern. Conf. on Management Science & Engineering / 21th Annual Conference Proceedings. – Helsinki, - 2014. - P. 1012–1018. – [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://IEEExplore.IEEE.Org/Stamp/Stamp.Jsp?Tp=&Arnumber=6930339 &Isnumber=6930197

165. Chui, D.K.Y. Synthesizing Knowledge: A Cluster Analysis Approach Using Event Covering / D.K.Y. Chui, A.K.C. Wong // IEEE Transactions On Systems, Man, And Cybernetics - 1986. - Vol. 16, No. 2 - P. 251 - 259,

166. Cox, D. R. Regression Models and Life Tables (With Discussion) /D.R. Cox // Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological) – 1972. - Vol. 34, No. 2. - P. 187-220.

167. Crawford, J. Learning Curve, Ship Curve, Ratios, Related Data / J. Crawford. - Lockheed Aircraft Corporation. 1944. P. 122 – 128.

168. Cvitanic, J. Contract Theory in Continuous-Time Models / J. Cvitanic, J. Zhang. – Heidelberg: Springer, 2012. – 256 p.

169. De Smet, A. Organizing for the Future. Platform-Based Talent Markets Help Put the Emphasis in Human-Capital Management Back where it Belongs-On Humans. January 2016 / A. De Smet, S. Lund, W. Schaininger [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://www.mckinsey.com/insights/organization/organizing for the future

170. Dewar, J. Assumption Based Planning a Tool for Reducing Avoidable Surprises / J. Dewar. – Cambridge: Cambridge University Press, 2002. - 248 p.

171. Donner, Y. Piecewise Power Laws in Individual Learning Curves / Y. Donner, J. Hardy // Psych. Bull. Rev - 2015. - Vol. 22. - P. 1308 – 1319.

172. Ebbinghaus, H. Über Das Gedächtnis / H. Ebbinghaus. - Leipzig: Dunker, 1885. – 168 p.

173. Elshafei, M. A Dynamic Programming Algorithm for Days-Off Scheduling with Sequence Dependent Labor Cost / M. Elshafei, H.K. Alfares // Journal of Scheduling. – 2008. – Vol. 11, Iss. 2. – P. 85–93. – [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10951-007-0040-X.

174. Espinosa, E.D. Markov Decision Processes For Optimizing Human Workflows / E.D. Espinosa, J. Frausto, E.J. Rivera // Service Science. – 2010. – Vol. 2, Iss. 4. – P. 245–269. – [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://dx.doi.org/10.1287/serv.2.4.245.

175. Estefan, J. INCOSE Survey of MBSE Methodologies. INCOSE-TD-2007-003-02 May 2008 / J. Estefan. - INCOSE 2150 N. 107th Street, Suite 205 Seattle, Wa 98133-9009. [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://www.omgsysml.org/mbse_methodology_survey_revb.pdf.

176. Fan, X. Estimation of a Life-Cycle Model with Human Capital, Labor Supply and Retirement / X. Fan, A. Seshadr, C. Taber. - University of Chicago. Department of Economics. Workshops. – [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://www.ssc.wisc.edu/~aseshadr/workingpapers/fst.pdf.

177. Flamholtz, E.G. A Markovian Model for the Valuation of Human Assets Acquired by an Organizational Purchase / E. Flamholtz, G. Geis, R. Perle // Interfaces. – 1984. – Vol. 14, N 6. – P. 11–15.

178. Flamholtz, E. Human Resource Accounting: Advances in Concepts, Methods, and Applications / E. Flamholtz. – N.-Y.: Springer Science+Business Media, 1999. – 390 p.

179. Flamholtz, E. Human Resource Accounting: A Historical Perspective and Future Implications / Flamholtz E., Bullen M., Hua W. // Management Decision. – 2002. – Vol. 40, Iss. 10. – P. 947–954.

180. Gans, N. Telephone Call Centers: Tutorial, Review, and Research Prospects / N. Gans, G. Koole, A. Mandelbaum // Manufacturing & Service Operations Management. – 2003. – Vol. 5, N 2. – [Электронный ресурс] / Режим доступа: https://doi.org/10.1287/msom.5.2.79.16071

181. GAO Cost Estimating and Assessment Guide. Best Practices for Developing and Managing Capital Program Costs. GAO-09-3SP. United States Government Accountability Office. – Washington, D.C. – 2009 – 440 p.

182. Goertzel, B. Probabilistic Logic Network / B. Goertzel, M. Iklé, I. Goertzel, A. Heljakka. – Heidelberg: Springer, 2008. – 333 p.

183. Gorod, A. Modern History of System of Systems, Enterprises, and Complex Systems / A. Gorod, S. Gandhi, B. White et al. // Case Studies in System of Systems, Enterprise Systems, and Complex Systems Engineering. – Boca Raton: CRC Press, 2014. – P. 3–32.

184. Grant, R. M. Contemporary Strategy Analysis / R. M. Grant. - Jone Willey & Sons Ltd, 2013. - 445 p.

185. Gray, C. A Case Study on the Effects of Program Accounting Boeing vs Airbus / C. Gray, E. Walker, K. Terrell [Электронный ресурс] / Режим доступа: https://www.cpajournal.com/2016/11/23/case-study-effects-program-accounting/

186. A Guidebook for Project and Program Management for Enterprise Innovation «P2M» / - Project Management Professionals Certification Center, Japan, 2005. - 93 p.

187. Gupta, Y. Twenty-Five Years of Life Cycle Costing Theory and Application: A Survey / Y. Gupta, W.S. Chow // The Intern. Journal of Quality and Reliability Management. – 1985. – Vol. 2. – P. 51–76.

188. Handbook of Knowledge Representation. – Amsterdam: Elsevier, 2007. – 1034 p.

189. Harris, F.W. How Many Parts to Make at Once / F.W. Harris // Factory, The Magazine of Management. – 1913. - 10(2) - P. 135 - 136.

190. Hax, A.C. Competitive cost dynamics: the experience curve / A.C. Hax,; N.S Majluf // Interfaces. – 1982. – Vol. 12 (5): P. 50–61.

191. Henderson, B. The Experience Curve / B. Henderson [Электронный ресурс] / Режим доступа: https://www.bcgperspectives.com/content/Classics/strategy_the_experience_curve/ BCG 1968

192. Henderson, B. The Application and Misapplication of the Learning Curve / B. Henderson // Journal of Business Strategy. - 1984. Vol. 4, P. 3 – 9.

193. Henriques, D. Statistical Model Checking for Markov Decision Processes / D. Henriques, J.G. Martins, P. Zuliani, A. Platzer, E.M. Clarke // Quantitative Evaluation of Systems, International Conference ON(QEST), London, United Kingdom, 2012, P. 84 - 93.

194. Hoare, C. Communicating Sequential Processes / C. Hoare // Communications of the ACM. – 1978. – Vol. 21, Iss. 8. – P. 666–677.

195. Hoare, C. Communicating Sequential Processes / C. Hoare. – New York: Prentice Hall, 1985. – 256 p.

196. Holland, J. Studying Complex Adaptive Systems / J. Holland // Journal of Systems Science and Complexity. 2006. - Vol. 19(1). P. 1 - 8.

197. Horne, M. Essays on Dynamic Contract Theory / M. Horne. - Ann Arbor: The University of North Carolina, 2016. – 96 p.

198. Hull, C. Principles of Behavior and Introduction to Behavior Theory /C. Hull - New York: D. Appleton Century Company, 1943. – 422 p.

199. Human Capital Management Definition. – [Электронный ресурс] / Режим доступа: Http://Blogs.Gartner.Com/It-Glossary/Hcm-Human-Capital-Management.

200. Ibrahim, R. Does the Past Predict the Future? The Case of Delay Announcements in Service Systems / R. Ibrahim, M. Armony, A. Bassamboo // Management Science / Published Online in Articles in Advance 13 Jun 2016. – [Электронный ресурс] / Режим доступа: Http://Dx.Doi.Org/10.1287/Mnsc.2016.2425.

201. INCOSE. Официальный сайт. [Электронный ресурс] / Режим доступа: https://www.incose.org/

202. INCOSE Systems Engineering Handbook Version 3.2.2 – A Guide for Life Cycle Processes and Activities / Ed. by C. Haskins. – San Diego: INCOSE, 2012. – 376 p.

203. Ingram, D. Boeing uses an accounting method that others have left behind / D. Ingram, D. Aubin // [Электронный ресурс] / Режим доступа: https://www.reuters.com/article/us-boeing-probe-accounting-idUSKCN0VL2K0

204. ISO/IEC/IEEE 15288:2015 Systems and Software Engineering. System Life Cycle Processes. Internatonal Standard Organisation, - 2015. – 110 p.

205. ISO/IEC/IEEE 42010:2011 Systems and Software Engineering – Architecture Description. Internatonal Standard Organisation, - 2011. – 48 p.

206. Jaber, M. Learning Curves: Theory, Models and Applications /M. Jaber. – Boka Raton: CRC Press, 2017. – 476 p.

207. Jackson, M. Social and Economic Networks /M. Jackson. – Princeton: Princeton University Press, 2010. – 520 p.

208. Kahn, W.A. Psychological Conditions of Personal Engagement and Disengagement at Work / W.A. Kahn // Academy of Management Journal. – 1990. – Vol. 33, N 4. P. 692 – 724.

209. Kaplan, E.L. Nonparametric Estimation from Incomplete Observations / E.L. Kaplan, P. Meier // Journal of the American Statistical Association. 1958. - Vol. 53, No. 282. Pp. 457 - 481.

210. Kelly, F. Stochastic Networks / F. Kelly, E. Yudovina. – Cambridge: Cambridge University Press, 2014. - 230 p.

211. Knight, F.H. Risk, Uncertainty and Profit / F.H. Knight. – Boston: MA: Hart, Schaffner & Marx; Houghton Mifflin Co. 1921, Reprints of Economic Classics. – N.-Y.: Sentry Press, 1964. – 381 p.

212. Kohut, R. Decomposition of Boolean Function Sets for Boolean Neural Networks / R. Kohut, B. Steinbach [Электронный ресурс] / Режим доступа: https://www.researchgate.net/publication/228865096_decomposition_of_boolean_function_sets_for_boolean_neural_networks. 2014.

213. Kumar, P. Stochastic Systems: Estimation, Identification and Adaptive Control / P. Kumar, P. Varaiya. – New Jersey: Prentice Hall. Inc.; Englewood Gifts, 1986. – 358 p.

214. Laffont, G. The Theory of Incentives: The Principal-Agent Model / G. Laffont, D. Martimort. – Princeton: Princeton University Press, 2001. – 421 p.

215. Lee, A.M. Queueing Processes Associated with Airline Passenger Check-In / A.M. Lee, P.A. Longton // Journal of the Operational Research Society. – 1959. – Vol. 10, Iss. 1. – P. 56–71.

216. Legay, A. Statistical Model Checking: An Overview./ A. Legay, B. Delahaye, S. Bensalem // In: Barringer H. et al. (Eds) Runtime Verification. Rv 2010. Lecture Notes In Computer Science. 2010. Vol 6418. Springer, Berlin, Heidelberg

217. Leibowitz, N. The Exponential Learning Equation as a Function of Successful Trials Results in Sigmoid Performance / N. Leibowitz, B. Baum, G. Enden, A. Karniel // Journal of Mathematical Psychology. 2010. Vol. 54. P. 338 – 340.

218. Liu, H. An Intelligent System for Estimating Full Product Life Cycle Cost at the Early Design Stage / H. Liu, V. Gopalkrishnan, W.K. Ng, B. Song, X. Li // Intern. Journal of Product Lifecycle Management. – 2008. – N 2(2-3). – P. 96 – 113.

219. Ljungqvist, L. Recursive Macroeconomic Theory / L. Ljungqvist, T. Sargent. – Cambridge: MIT Press, 2004. – 1082 p.

220. Loyer, J.L. A MBSE Probabilistic Framework for Preliminary Lifecycle Costing of Mechanical Products / J.L. Loyer, E. Henriques // INCOSE International Symposium, Las Vegas, NV. June 30–July 3, 2014. – Vol. 24, Iss. 1. – P. 182–195.

221. Lucio-Arias, D. Mathematical Approaches to Modeling Science From an Algorithmic-Historiography Perspective / D. Lucio-Arias, A. Scharnhorst // Scharnhorst A., Börner K., Van Den Besselaar P. (Eds) Models Of Science Dynamics. Understanding Complex Systems. – Heidelberg: Springer, 2012. P. 23 – 66.

222. Maister, D.H. Managing the Professional Services Firm /D.H. Maister. – N.-Y.: Free Press, 1993. – 368 p.

223. Mechanism Design and Management: Mathematical Methods For Smart Organizations. - N.-Y.: Nova Science Publishers, 2013. - 163 P.

224. Mehlmann, A. An Approach to Optimal Recruitment and Transition Strategies for Manpower Systems Using Dynamic Programming / A. Mehlmann // The Journal of the Operational Research Society. – 1980. – Vol. 31, N 11. – P. 1009–1015.

225. Menard, C. Institutions, Contracts and Organizations: Perspectives from New In-Stitutional Economics / C. Menard. – Northampton: Edward Elgar Pub, 2000. – 458 p.

226. Mikami, S. Extended Stochastic Reinforcement Learning for the Acquisition of Cooperative Motion Plans for Dynamically Constrained Agents / S. Mikami, Y. Kakazu // Proceedings of IEEE Systems Man and Cybernetics Conference - SMC, Le Touquet, 1993, Vol.4. P. 257 - 262

227. Milner, R. A Calculus of Communicating Systems. Lecture Notice in Computer Science / R. Milner. – Heidelberg: Springer Verlag. – 1980. – Vol. 92. – 171 p.

228. Mincer, J. Investment in Human Capital and Personal Income Distribution / J. Mincer // Journal of Political Economy. – 1958. – Vol. 66, N 4. – P. 281–302.

229. NASA Cost Estimating Handbook. Version 4.0. NASA Headquarters – Cost Analysis Division. – Washington, DC (US): National Aeronautics and Space Administration, February 2015.

230. Nikiforov, I.V. Sequential Detection/Isolation of Abrupt Changes / I.V. Nikiforov // Sequential Analysis. Design methods and applications. - 2016. - Volume 35, Issue 3 P. 268 - 301.

231. Nirmala, S. Dynamic Programming Approach to Optimal Manpower Recruitment and Promotion Policies for the Two Grade System / S. Nirmala, M. Jeeva // African Journal of Mathematics and Computer Science Research. - 2010. – Vol. 3, Iss. 12. – P. 297–301.

232. North, M. A Theoretical Formalism for Analyzing Agent-based Models / M. North. // Complex Adaptive Systems Modeling, 2014. DOI: 10.1186/2194-3206-2-3 [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://link.springer.com/article/10.1186/2194-3206-2-3.

233. Novikov, D.A. Theory of Control in Organizations / D.A. Novikov. – N.-Y.: Nova Science Publishers, 2013. – 341 p.

234. Orseau, L. Universal Knowledge-Seeking Agents for Stochastic Environments / L. Orseau, T. Lattimore, M. Hutter // In: Jain S., Munos R., Stephan F., Zeugmann T. (Eds) Algorithmic Learning Theory. Alt 2013.

Lecture Notes In Computer Science, Vol 8139. Springer, Berlin, Heidelberg.

235. The Oxford Handbook of the Economics of Networks. – Oxford: Oxford University Press, 2016. – 856 p.

236. Palaciosy, M. Human Capital as an Asset Class Implications from a General Equilibrium Model / M. Palaciosy. – Owen Vanderbilt University. Graduate School Of Management. – [Электронный ресурс] / Режим доступа:
http://www2.Owen.Vanderbilt.Edu/Miguel.Palacios/Index_Files/Palacios_Human_Capital_As_An_Asset_Class.Pdf.

237. Patrick, M. A Toolkit for Testing Stochastic Simulations Against Statistical Oracles / M. Patrick, R. Donnelly, C.A. Gilligan // 2017 IEEE International Conference on Software Testing, Verification and Validation (ICST), Tokyo, 2017, P. 448 - 453.

238. Rao, P. A Dynamic Programming Approach to Determine Optimal Manpower Recruitment Policies / P.Rao // The Journal of the Operational Research Society. – 1990. – Vol. 41, Iss. 10. – P. 983–988.

239. Rebovich G. Enterprise Systems Engineering: Advances in the Theory and Practice / G. Rebovich, B. White. - Boca Raton: CRC Press. 2011. - 459 P.

240. Renner, P. Dynamic Principal-Agent Models. Swiss Finance Institute Research Paper No. 16–26. / P. Renner, K. Schmedders – Zurich: University Of Zurich, 2016. – 35 p.

241. Report to the Subcommittee on Readiness and Management Support, Committee on Armed Services, U.S. Senate. DEFENSE ACQUISITIONS. GAO-06-66. 2005. 50 p. [Электронный ресурс] / Режим доступа: https://www.gao.gov/new.items/d0666.pdf

242. Richardson M. Markov Logic Networks / M. Richardson, P. Domingos // Machine Learning. - 2006. - Vol. 62. P. 107 – 136.

243. Rzevski, G. Managing Complexity / G. Rzevski, P. Skobelev. – London: WIT Press, 2014. – 216 p.

244. Salanie, B. The Economics of Contracts / B. Salanie. – Cambridge: MIT Press, 2005. – 224 p.

245. Sannikov, Y. A Continuous-Time Version of the Principal-Agent Problem / Y.A. Sannikov // Review of Economic Studies. – 2008. – Vol. 75. No. 3. – P. 957 - 984.

246. Sauser, B. Optimization of System Maturity and Equivalent System Mass for Space Systems Engineering Management / R. Magnaye, W. Tan, J. Ramirez-Marquez, B. Sauser // Proceedings of the Conference on Systems Engineering Research, Hoboken, NJ, - 2010. – 10 p.

247. Sauser, B. Development of Systems Engineering Maturity Models and Management Tools / B. Sauser, J. Ramirez-Marquez Stevens Institute of Technology. Report No. Serc-2011-Tr-014, 2011. – 63 p.

248. Schlager, K.J. Systems engineering - key to modern development / K.J. Schlager // IRE Transactions. EM-3 (3), 1956, P. 64 - 66

249. Si, J. Approximate Dynamic Programming for High-Dimensional Resource Allocation Problems / J. Si, A. Barto, W.B. Powell, D. Wunsch // Handbook of Learning and Approximate Dynamic Programming. – Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2004. – Doi: 10.1002/9780470544785.Ch10.

250. Silva, L.C. Decision Model for Allocating Human Resources in Information System Projects / L.C. Silva, A.P.C.S. Costa // Intern. Journal of Project Management. – 2013. – Vol. 31. – P. 100–108.

251. Simon, H. The Architecture of Complexity / H. Simon // Proceedings of the American Philosophical Society. - 1962. - Vol. 106. No. 6. - P. 467 - 482.

252. Simon H. The Sciences of the Artificial. 3rd Edition / H. Simon. – Cambridge: MIT Press, 1969. – 241 p.

253. Smith, D. A New Lens on Business Advantage: Human Capital Strategy and the Drive for High Performance / D. Smith D, Y. Silverstone, A. Lajtha // Accenture, 2013.

254. Smith, D.K. Dynamic Programming and Inventory Management: What Has Been Learnt in the Last Generation? / D.K. Smith // Proceedings of the 1999 ISIR Workshop on Inventory Management. Exeter. – UK, 1999.

255. The Standard for Program Management. - Project Management Institute, Newtown Square, PA, 2013. - 185 p.

256. Stenberg, S. Stochastic Learning Theory / S. Stenberg // Handbook on Mathematical Psychology. Vol. I. - New York: J. Wiley and Sons Inc., 1963. P. 1 – 120.

257. Stoica, G. Acquired Knowledge as a Stochastic Process / G. Stoica, B. Strack // Surveys in Mathematics and its Applications – 2017. – v.12. – P. 65 – 70 [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://www.utgjiu.ro/math/sma

258. Stole, L. Lectures On the Theory of Contracts and Organizations / L. Stole. – Chicago: Univ. of Chicago. 1997. – 104 P.

259. Sutton, R. S. Reinforcement Learning: An Introduction / R.S. Sutton, A.G. Barto - Cambridge, MIT Press (Bradford Book). 1998. – 322 p.

260. Systems Architecture. MIT Course Number ESD.34 MITOPENCOURSWEAR, Massachusetts Institute of Technology. [Электрон-

ный ресурс] / Режим доступа: https://ocw.mit.edu/courses/engineering-systems-division/esd-34-system-architecture-january-iap-2007.

261. Systems Engineering Guide. – Bedford: MITRE Corporation, 2014. – 710 p.

262. Thie, H.A. Future Career Management Systems for U.S. Military Officers / H.A. Thie, R.A. Browh – Rand Corp, 1994. – 410 p. – [Электронный ресурс] / Режим доступа: https://www.rand.org/content/dam/rand/pubs/monograph_reports/2007/mr470.pdf.

263. Thurstone, L.L . The Learning Curve Equation / L.L. Thurstone // Psychol. Monogr. - 1919. - Vol. 26. № 3. P. 1 51.

264. Thurstone, L.L. The Learning Function / L.L.Thurstone // Journal of General Psychology. 1930. № 3. P. 469 - 493.

265. Tolman, E.C. Theories of Learning / E.C. Tolman // Comparative Psychology. Ed. Moss F.A. Chapter 12. New York: Prentice Hall, 1934. P. 232 – 254.

266. Umpleby, S. The Science of Cybernetics and the Cybernetics of Science / S. Umpleby // Cybernetics and Systems. - 1990. - Vol. 21. No. 1. - P. 109–121.

267. Van der Linden, W.J. Handbook of Modern Item Response Theory / W.J. Van der Linden, R.K. Hambelton. - Springer Science & Business Media, 1996. p. 512.

268. Vitanov, N. Knowledge Epidemics and Population Dynamics Models for Describing Idea Diffusion / N. Vitanov, M. Ausloos //Scharnhorst A., Börner K., Van Den Besselaar P. (Eds) Models Of Science Dynamics. Understanding Complex Systems. – Heidelberg: Springer, 2012. P. 69 – 125.

269. Wagner, H. Principles of Operations Research: 2-nd ed / H. Wagner – NJ Upper Saddle River: Prentice Hall, 1975. – 1039 p.

270. Wang, G. A Generalized Systems Engineering Reuse Framework and its Cost Estimating Relationship / G. Wang, G.J. Roedler, M. Pena, R.A. Valerdi // INCOSE International Symposium Las Vegas, NV. June 30–July 3, 2014. – Vol. 24, Iss. 1. – P. 274–297.

271. White, B. Fostering Intra-Organizational Communication of Enterprise Systems Engineering Practices. MITRE Public Release Case No. 06-0351 / B. White // National Defense Industrial Association, 9Th Annual Systems Engineering Conference. San Diego, 2006. 25 p.

272. Wilson, R.H. A Scientific Routine for Stock Control / R.H. Wilson // Harvard Business Review. - 1934 – 13 - P. 116 — 128.

273. Wiener, N. Cybernetics: Or the Control and Communication in the Animal and the Machine / N. Wiener. – Cambridge: The Technology, 1948. – 194 p.

274. Wong, A. Pattern Discovery: A Data Driven Approach to Decision Support / A. Wong, Y. Wang // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. – 2003. - Vol. 33, No. 1 - P. 114 - 124

275. Wright, T. Factors Affecting The Cost Of Airplanes / T. Wright // Journal of Aeronautical Sciences. - 1936. - Vol. 3 (4). - P. 122 – 128.

276. Wu, Y. Organizational Structure and Product Choice in Knowledge-Intensive Firms / Y. Wu // Management Science. – 2015. – Vol. 61, N 8. – P. 1830–1848.

277. Xiea, Y. Dynamic Programming Based Research Position Planning: Empirical Analysis from the Chinese Academy of Sciences / Y. Xiea, C. Liua, D. Wua, et al. // Procedia Computer Science. – 2015. – Vol. 55. – P. 35–42.

278. Yizhen, C. Effective Online Software Anomaly Detection. / C. Yizhen, et al. // ISSTA 2017 Proceedings of the 26th ACM SIGSOFT International Symposium on Software Testing and Analysis, Santa Barbara, CA, USA — July 10-14, 2017. P. 136-146.