

УДК 332.8

ББК 3.31.280.7

ОПТИМИЗАЦИЯ ЭНЕРГОПОТРЕБЛЕНИЯ ДОМОХОЗЯЙСТВА НА ОСНОВЕ ПРОГНОЗА ГРАФИКА МАКСИМАЛЬНОЙ НАГРУЗКИ БЫТОВЫХ ПРИБОРОВ

Гребенюк Г. Г.¹, Крыгин А. А.²
(ФГБУН Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

Рассматривается задача оптимизации энергопотребления домохозяйства путем построения оптимального графика использования бытовых приборов. Конкретизируется постановка задачи, множество всех видов бытовых приборов разделяется на группы, для каждой из которых формализуются требования по функционированию. С использованием этих требований конструируется методика сведения этой задачи к основной задаче целочисленного программирования, в которой в качестве целевой функции выступает суммарная стоимость потребляемой электроэнергии.

Ключевые слова: оптимизация энергопотребления, энергопотребление в жилом секторе, оптимизация работы бытовых приборов.

1. Введение

На жилой сектор мировых экономик приходится значительный объем энергопотребления. Так, по данным [9], в 2010 г. жилой сектор США потребил 38,7% от всего электричества, используемого в стране. Поэтому оптимизации энергопотребле-

¹ Георгий Григорьевич Гребенюк, доктор технических наук, с.н.с. (Москва, ул. Профсоюзная, 65, тел. (495) 334-87-39, grebenuk@lab49.ru).

² Андрей Александрович Крыгин, кандидат технических наук, н.с. (Москва, ул. Профсоюзная, 65, andreyakr@yandex.ru).

ния в данном секторе экономики уделяется большое внимание. Об этом свидетельствует возрастающий поток научных публикаций по указанной тематике, преимущественно в зарубежных изданиях, например, [6, 19, 21–23].

Среди многочисленных объектов оптимизации особое место занимают бытовые приборы. Для задачи оптимизации энергопотребления бытовых приборов отсутствует единая формализованная постановка, что связано со следующими факторами:

- во-первых, необходимостью прогноза графика энергопотребления домохозяйства и влиянием точности полученного прогноза на вид графиков работы приборов, и, в конечном итоге, на общую финансовую выгоду от оптимизации;

- во-вторых, зависимостью точности прогноза энергопотребления от наличия статистических данных по режимам использования приборов, источником которых могут быть либо опубликованные исследования по типовым домохозяйствам, либо результаты проведения энергоаудита в оптимизируемом домохозяйстве. Воспользоваться опубликованной статистикой затруднительно, так как в ней, как правило, приведены результаты применения усредняющих методик для десятков (а иногда и сотен) домохозяйств, неоднородных по составу приборов и режимам их использования, и не приводится статистика использования приборов в типовом домохозяйстве;

- в-третьих, сохранением неопределенности времени включения и режимов работы приборов для тех или иных жизненных ситуаций.

На вероятность внедрения программ оптимизации влияют затраты домовладельца на проведение энергоаудита своих приборов. Чем меньше для этого потребуется средств и времени, фактически, чем меньше будет получено статистических данных, тем больше шансов внедрения этих программ. В результате возникает противоречие, с одной стороны, чем более подробные данные по режимам использования приборов будут поступать в программу оптимизации, тем больший выигрыш получит домовладелец, с другой, с увеличением объема данных уменьшается вероятность внедрения программ оптимизации домовладельцем. В [17] показана еще одна грань этого противоречия на примере оптимизации работы осветительных прибо-

ров. Шаг за шагом конструируются все более сложные, но, тем не менее, логичные правила автоматизации функционирования приборов освещения, начиная с самых простых, например, «приборы выключены, когда в комнате никого нет», и заканчивая такими, как «освещение в комнате выключается при включении телевизора» и системами с несколькими видами (и разным потреблением) осветительных приборов, режим работы которых программируется пользователем. В результате получается, что полученный обширный список правил слишком сложен и неудобен для пользователя, а в некоторых ситуациях еще и внутренне противоречив, при этом разрешение этого противоречия опять возлагается на пользователя. В качестве выхода предлагается использовать иерархическую систему обучения при составлении правил, ввести дополнительную переменную, отвечающей за комфортность (для пользователя) работы системы автоматизации освещения и оптимизировать режим работы приборов, учитывая и стоимость потраченной электроэнергии и введенный показатель комфортности.

Основные различия в работах по указанной тематике связаны с используемыми исходными данными, моделями функционирования приборов и методами оптимизации энергопотребления. Например, в [19] все приборы разбиваются на четыре группы и рассматривается задача оптимизации при наличии в домохозяйстве альтернативного источника энергии; в [21] предложены алгоритмы оптимизации потребления в условиях формирования цены на электроэнергию в реальном времени.

При разработке программы оптимизации, как правило, в качестве критерия оптимизации выбирается суммарная стоимость потребляемой электроэнергии всеми оптимизируемыми приборами. При этом предполагается, что тариф колеблется в течение суток, что приводит к изменению затрат домовладельца в зависимости от графика работы приборов.

Программа оптимизации должна учитывать ограничения каждого прибора, связанные с его характеристиками и требованиями пользователя к режимам работы. Также должны присутствовать ограничения по предельной мощности потребления домохозяйства.

Необходимо отметить, что даже для небольшой группы домохозяйств и при суточном периоде оптимизации уравнения математической модели содержат порядка 10^2 – 10^4 ограничений, что вызывает необходимость при разработке программы учитывать вычислительную сложность алгоритмов. Поэтому одной из целей данной работы является сведение задачи оптимизации к задаче линейного программирования с разумным числом ограничений. Исследования показали [2], что наиболее эффективным методом решения такого класса задач является метод внутренней точки [4].

Виды бытовых приборов

До рассмотрения самих алгоритмов выделим из множества видов бытовых приборов те, к которым будут применяться эти алгоритмы и, соответственно, проведем формализацию принятых для них ограничений.

Разделим множество видов приборов на подмножества по способу задания требований к функционированию прибора и затем определим для них ограничения.

1. Приборы, не подлежащие оптимизации.

К этому подмножеству относятся приборы, обладающие одним или несколькими свойствами:

- запуск и остановка прибора производятся пользователем;
- невозможно формализовать условия, при которых осуществляется работа прибора;
- режимы работы прибора точно определены и не подлежат изменению в программе оптимизации.

К этому виду приборов можно отнести электрическую плиту, микроволновую печь, стационарный компьютер, осветительные приборы [14], заряжающие устройства, телевизор, видео- или цифровой магнитофон, записывающий по таймеру вещательные программы, пылесос, дрель, усилитель и другие приборы.

2. Приборы с термостатическим управлением или TCL (Thermostatically Controlled Loads).

Этот многочисленный вид бытовых прибор предназначен для поддержания температуры рабочей среды в заданных пределах. К нему относятся кондиционеры, холодильники, моро-

зильники, водонагреватели и тепловые насосы. Для них время и интервалы включения и выключения зависят от температуры рабочей среды прибора (далее «внутренняя температура») и температуры окружающей среды («далее внешняя температура»).

3. Приборы с циклическим режимом работы. К этому подмножеству относятся приборы с последовательным выполнением повторяющихся операций (циклов работы прибора). Для таких приборов известно потребление электроэнергии на каждом цикле и интервал времени от начала до завершения работы. К этому подмножеству приборов можно отнести посудомоечные, стиральные машины, зарядные устройства, сушилки и др.

Отдельно можно ввести два классификационных признака, существенно влияющих на выбор алгоритма оптимизации:

1. Возможность прерывания и возобновления цикла работы.

2. Возможность выполнения одной и той же работы за разные промежутки времени с различным энергопотреблением, например, за более сжатые сроки при большей мощности.

По данным признакам приборы одного вида могут входить в разные классификационной группировки в зависимости от выбранного режима их использования.

Схема взаимодействия между домовладельцем и программой оптимизации.

Реализуется следующая схема взаимодействия между домовладельцем и программой оптимизации:

1. Домовладелец выбирает группу оптимизируемых приборов, вводит в программу их паспортные характеристики и требования к функционированию (период оптимизации, почасовой тарифный график и предельная мощность потребления домохозяйством).

2. Проводится оптимизация, в результате которой домовладельцу предоставляются графики работы приборов и график разрешенной максимальной суммарной мощности для приборов домохозяйства, не вошедших в оптимизируемую группу. Ясно, что для некоторых постановок задачи график, при котором соблюдались бы все ограничения, не может быть построен. В этом случае необходимо отключить один или несколько прибо-

ров. Выбор отключаемых приборов должен основываться на таблице приоритетов, задаваемых пользователем.

К достоинствам данной схемы взаимодействия можно отнести:

– удобство для домовладельца, так как он предоставляет меньший объем данных только по тем приборам, работу которых он хочет оптимизировать;

– возможность масштабирования на группу домохозяйств.

В данной статье для реализации предложенной схемы разработана методика прогнозирования графика максимальной суммарной мощности для группы оптимизируемых приборов и методика оптимизации графиков работы этих приборов.

Итак, основная цель данной работы заключается в решении, точнее сведении задачи оптимизации потребления к основной задаче линейного целочисленного программирования для домохозяйства без альтернативных источников энергии, с тарифной стоимостью электроэнергии и с ограничением на суммарную потребляемую мощность. По классификации, предложенной в [5], эта задача соответствует RBP-TOU, т.е. целевая функция определяется как суммарная стоимость потребленной энергии, а оптимизируются моменты включения и выключения приборов.

При постановке задачи и конструировании алгоритмов оптимизации учитывались следующие виды приборов: с термостатическим управлением, с циклическим режимом работы, с возможностью прерывания и возобновления цикла работы и возможностью выполнения одной и той же работы за разные промежутки времени с различным энергопотреблением. Для приборов с термостатическим управлением рассматривалась их работа как в совместном режиме (например, работа нескольких обогревателей в одной комнате), так и ситуации, когда внутренняя температура одного прибора является внешней температурой другого (например, работа обогревателя и морозильника, находящихся в одном помещении). Также при составлении ограничения по предельной мощности потребления домохозяйства была получена оценка суммарного потребления приборов, не включенных в список оптимизации.

Обзор работ по этой теме выявил необходимость и актуальность формализации и решения задачи в предложенной поста-

новке. Так, в [8, 24] предложено решение задачи оптимизации только для приборов с циклическим режимом работы, при этом оценка потребления не оптимизируемых приборов считается заданной.

В [25] при постановке задачи оптимизации для каждого прибора вводится матрица всех возможных допустимых графиков нагрузки. Эта матрица считается заданной, что сильно сокращает область применения предложенного алгоритма в тех случаях, когда она не задана. Также в некоторых ситуациях, когда работа одного прибора зависит от работы другого прибора, такая матрица принципиально не может быть построена: в зависимости от графика нагрузки одного прибора один и тот же график нагрузки второго прибора может быть как допустимым, так и недопустимым.

Из рассмотренных статей немалую долю занимают работы, в которых основное внимание уделяется отдельным подзадачам оптимизации энергопотребления, а также смежным вопросам; в них также присутствует постановка, формализация и методика решения оптимизационной задачи.

В [13, 15] рассматривается вариант оптимизации потребления при изменении цены на электроэнергию в реальном времени. Основная цель этих работ – создание алгоритмов прогнозирования стоимости электроэнергии. При этом постановка задачи оптимизации ограничивается приборами с циклическим режимом работы без возможности прерывать и возобновлять цикл работы, оценка потребления не оптимизируемых приборов считается заданной. К этому же направлению можно отнести исследование [20], в котором предложена более подробная постановка задачи оптимизации: помимо приборов с циклическим режимом работы также приводятся алгоритмы для некоторых приборов с термостатическим управлением, для которых, однако, не рассматриваются варианты использования нескольких приборов в совместном режиме и ситуации, когда внутренняя температура одного прибора является внешней температурой другого.

В уже упоминавшейся работе [17] рассматриваются алгоритмы оптимизации только осветительных приборов и кондиционеров. В интересном и необычном исследовании [16] уста-

навливается следующий факт: суммарный график потребления множества домохозяйств, в каждом из которых проведена оптимизация потребления в соответствии с заданной тарифной стоимостью электроэнергии, содержит пики, причем их высота иногда превышает высоту аналогичных пиков без оптимизации. Решение этой проблемы основывается на том, что при оптимизации во многих случаях можно получить несколько вариантов и, применяя разные варианты на группе домохозяйств, можно существенно снизить пиковое потребление. Постановка задачи оптимизации, используемая в этом исследовании, также ограничивается приборами с циклическим режимом работы.

Работа [18] посвящена разработке методов снижения ущерба, причиняемого домохозяйствам, при перебоях и нарушении режимов в подаче электроэнергии. Как наиболее перспективные направления решения этой задачи были выделены децентрализованное электроснабжение и использование альтернативных источников энергии. В качестве критерия оценки использовалась как функция комфорта, так и общей стоимости электроэнергии, при этом задаче оптимизации графиков работы приборов в домохозяйствах уделено достаточно мало внимания.

Наиболее близка к данному исследованию работа [19]. В ней также проводится разбиение всех приборов домохозяйства на подмножества по способу задания пользовательских требований к их функционированию: приборы с термостатическим управлением, приборы с циклическим работы, приборы с заданным режимом работы и приборы, для которых нельзя провести формализацию условий его работы, т.е. два последних подмножества объединены в данном исследовании в подмножество «приборы, не подлежащие оптимизации». По сравнению с [19] в данном исследовании для приборов с термостатическим управлением обоснованы выражения для внутренней температуры, предоставлена методика определения необходимых коэффициентов и также рассмотрены варианты использования нескольких приборов в совместном режиме и ситуации, когда внутренняя температура одного прибора является внешней температурой другого. Для приборов с циклическим работы рассмотрены варианты работы с возможностью прерывания и возобновления

цикла и возможностью выполнения одной и той же работы за разные промежутки времени с различным энергопотреблением.

Перейдем к рассмотрению поставленной задачи оптимизации.

2. Определение функции максимально допустимого потребления для оптимизируемых приборов

Введем временной интервал оптимизации как интервал постоянства таких переменных модели оптимизации, как тариф и предельная мощность потребления домохозяйством. Для процесса энергопотребления, характеризуемого сравнительно редкими изменениями указанных переменных, длительность интервала оптимизации выбирают в диапазоне 1–10 минут. С количеством интервалов связано число уравнений и ограничений задачи оптимизации.

Обозначим $F(t)$ – функцию максимально допустимого потребления для оптимизируемых приборов в течение t -го интервала оптимизации; $A^-(t)$ – суммарное потребление в течении t -го интервала оптимизации всех приборов, не входящих в список оптимизируемых приборов. Тогда функцию $F(t)$ можно определить как $F(t) = A_{\text{полн}} - A^-(t)$, где $A_{\text{полн}}$ – предельное потребление всех приборов на интервале оптимизации:

$$A_{\text{полн}} = U \cdot I \cdot \tau,$$

таким образом, при $U = \text{const}$, $\tau = \text{const}$ предельное потребление $A_{\text{полн}}$ определяется максимально допустимой силой тока.

Поиску функции $A^-(t)$ посвящено много работ; основные различия между ними заключаются в составе данных для моделирования. В канонической работе [11] благодаря полной и детальной статистике по приборам и социальному составу жителей исследуемых домохозяйств построена часто цитируемая математическая модель (модель «Капассо»), которая с высокой точностью прогнозирует графики потребления электроэнергии. Однако для РФ подобная статистика отсутствует. В этой области также интересна постановка, предложенная в [12]. В работе показано, как с использованием фильтра Калмана и при наличии данных о суммарном потреблении на предыдущих

интервалах оптимизации можно эффективно прогнозировать эту величину.

В данной работе предлагается использовать оценку функции $A^-(t)$ с помощью предложенного в [1] подхода.

Он содержит следующие этапы:

Выбор домохозяйств – представителей от каждой группы домохозяйств, сформированной по принципу близости используемых в ней приборов и их режимов работы.

Выбор эталонных часов для проведения аудита (измерений) в домохозяйстве – представителе группы домохозяйств.

Проведение измерений.

Обработка и анализ результатов измерений.

На основе результатов измерений, полученных на этапе 3, рассчитываются коэффициенты использования бытовых приборов по мощности и строятся усредненные профили бытовых приборов. Коэффициенты использования $K_{\text{исп}}$ для каждого вида прибора рассчитываются по формуле

$$\frac{\tilde{P}_{\text{факт}}}{\tilde{P}_{\text{ном}}},$$

где $\tilde{P}_{\text{факт}}$ и $\tilde{P}_{\text{ном}}$ – соответственно, усредненная по k домохозяйствам-представителям фактическая потребляемая мощность и номинальная мощность прибора, измеренные в эталонные часы.

Однако для оценки функции $A^-(t)$ требуется не усредненный, а максимальный профиль использования не оптимизируемых приборов. Примем следующее допущение: значения потребляемой мощности, полученные при измерении, можно рассматривать как случайную величину, имеющую нормальное распределение. Для нормального распределения вероятность отклонения случайной величины $P_{\text{факт}}^j$ (для j -го домохозяйства)

от своего математического ожидания $\tilde{P}_{\text{факт}}$ на величину большую, чем утроенное среднее квадратичное отклонение σ , прак-

тически равна нулю, другими словами, вероятностью события

$P_{\text{факт}}^j \geq \tilde{P}_{\text{факт}} + 3 \cdot \sigma$ можно пренебречь.

Следовательно, она практически равна нулю и для всей зависимости $P_{\text{факт}}^*(\tau)$, построенной с коэффициентом использова-

ния $\frac{\tilde{P}_{\text{факт}} + 3 \cdot \sigma}{\tilde{P}_{\text{ном}}}$ для каждого вида прибора и домохозяйства.

Таким образом, при принятом допущении применение методики, предложенной в [1] с коэффициентом использования $K_{\text{исп}}^*$, дает оценку максимального профиля использования прибора. Соответственно, оценку функции $\bar{A}(t)$ можно получить как сумму максимальных профилей не оптимизируемых приборов.

3. Определение целевой функции

Введем следующие общие обозначения: i – номер прибора; N – общее количество приборов, работу которых нужно оптимизировать; τ – длительность интервала оптимизации; H – величина оптимизируемого периода (обычно неделя или день); $h = H/\tau$ – количество интервалов оптимизации; $t = 1, \dots, h$ – номер интервала; $c(t)$ – тариф на t -м интервале; $F(t)$ – максимально допустимое потребление в течение t -го интервала оптимизации; $e_i(t) \in \{0, 1\}$ – график работы (включений/выключений) i -го прибора на t -м интервале оптимизации; $e_i(t) = 0$, если i -й прибор выключен на t -м интервале, $e_i(t) = 1$, если включен; a_i – энергия, потребляемая i -м прибором в течение одного интервала оптимизации.

При введенных обозначениях задачу можно сформулировать следующим образом:

Требуется найти графики работы каждого прибора $e_i(t)$, отвечающие минимуму общей стоимостной функции:

$$(1) \quad \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^h c(t) \cdot e_i(t) \cdot a_i \rightarrow \min .$$

При этом графики работы приборов должны удовлетворять ограничениям задачи.

Математические модели оптимизируемых приборов должны описывать вклад приборов перечисленных подмножеств в целевую функцию, ограничения на потребляемые ими мощности, а также функциональные требования (в виде неравенств) к рассматриваемому подмножеству приборов.

Обозначим $R_i(t)$ – потребление i -го прибора в течении t -го интервала оптимизации. Ограничение по максимальной потребляемой мощности имеет вид неравенства

$$(2) \quad \sum_i R_i(t) < F(t); \forall t \in [1, \dots, h].$$

Рассмотрим более детально энергопотребление $R_i(t)$ приборов каждого из перечисленных выше подмножеств.

4. Модели оптимизации для рассматриваемых видов приборов

ПРИБОРЫ С ТЕРМОСТАТИЧЕСКИМ УПРАВЛЕНИЕМ

Будем рассматривать i -й прибор с термостатическим управлением на i -м интервале оптимизации; введем для него следующие обозначения: $\Theta_{in}^t(\eta), \eta \in [0; \tau)$ – внутренняя температура в момент времени η , отсчитываемый от начала i -го интервала; Θ_{out}^t – средняя внешняя температура на t -м интервале; будем считать, что в течение интервала оптимизации внешняя температура не меняется и равна средней внешней температуре.

$\Theta_{comf}^-, \Theta_{comf}^+$ – диапазон комфортных (допустимых) внутренних температур;

Определение внутренней и внешней температуры и диапазона комфортных температур для отдельных видов приборов с термостатическим управлением представлены в таблице 1.

Таблица 1. Таблица внутренних и внешних температур

	Холодильник	Морозильник	Кондиционер/ нагреватель
Внутренняя температура	Температура в камере	Температура в камере	Температура в комнате
Внешняя температура	Температура в комнате	Температура в комнате	Температура на улице
Θ_{conf}^-	0	-25	22
Θ_{conf}^+	6	-18	26

В терминах введенных обозначений функциональные требования к приборам с термостатическим управлением можно записать в следующем виде:

$$(3) \quad \Theta_{conf}^- \leq \Theta_{in}^t(\eta) \leq \Theta_{conf}^+, \forall \eta \in [0, \tau), \forall t \in [1, \dots, h].$$

Для исследования динамики приборов этого вида используем упрощенную математическую модель процесса поддержания температуры прибора, описываемого дифференциальным уравнением 1-го порядка. Данная модель, предложенная в [10], апробирована на реальных данных и широко используется для описания агрегации TCL приборов и экономических исследований по энергопотреблению в задаче управления спросом [7].

С учетом введенных обозначений уравнение можно записать в следующем виде (для t -го интервала оптимизации):

$$(4) \quad \frac{d\Theta_{in}^t(\eta)}{d\eta} = \alpha \cdot (\tilde{\Theta}_{out}^t - \Theta_{in}^t(\eta)) - \beta \cdot e_i(t) \cdot P_m,$$

где, согласно [10], P_m – номинальная мощность прибора;

$\alpha = \frac{1}{C \cdot R}$; $\beta = \frac{\lambda}{C}$; C – тепловая емкость; R – тепловое сопротивление;

λ – коэффициент полезного действия.

Решение этого дифференциального уравнения можно записать в следующем виде:

$$(5) \quad \Theta_{in}^t(\eta) = e^{-\alpha \eta} \cdot (\Theta_{in}^t(0) + \frac{\beta \cdot e_i(t) \cdot P_m}{\alpha} - \tilde{\Theta}_{out}^t) + \tilde{\Theta}_{out}^t - \frac{\beta \cdot e_i(t) \cdot P_m}{\alpha},$$

где $\Theta_{in}^t(0)$ – внутренняя температура в начале t -го интервала.

Несложно показать, что $\Theta_{in}^t(\eta)$ – монотонная функция, следовательно, неравенство (3) эквивалентно следующей системе неравенств:

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Theta_{conf}^- \leq \Theta_{in}^1(0) \leq \Theta_{conf}^+ \\ \Theta_{conf}^- \leq \Theta_{in}^1(\tau) \leq \Theta_{conf}^+ \\ \Theta_{conf}^- \leq \Theta_{in}^2(\tau) \leq \Theta_{conf}^+ \\ \dots \\ \Theta_{conf}^- \leq \Theta_{in}^h(\tau) \leq \Theta_{conf}^+ \end{array} \right.$$

То есть достаточно проверить выполнение неравенства на концах всех интервалов оптимизации.

Для нахождения

$$\Theta_{in}^t(\tau) = e^{-\alpha\tau} \cdot (\Theta_{in}^t(0) + \frac{\beta \cdot e_i(t) \cdot P_m}{\alpha} - \Theta_{out}^t) + \Theta_{out}^t - \frac{\beta \cdot e_i(t) \cdot P_m}{\alpha}$$

воспользуемся равенством $\Theta_{in}^t(0) = \Theta_{in}^{t-1}(\tau)$ и, чтобы сократить объем выкладок, проведем замену переменных

$$\varphi = e^{-\alpha\tau}; \xi = \frac{\beta \cdot P_m}{\alpha}.$$

В результате получим

$$(7) \quad \begin{aligned} \Theta_{in}^t(\tau) &= \varphi \cdot \Theta_{in}^t(0) - e_i(t) \cdot \xi \cdot (1 - \varphi) + \Theta_{out}^t \cdot (1 - \varphi) = \\ &= \varphi \cdot \left(\varphi \cdot \Theta_{in}^{t-1}(0) - e_i(t-1) \cdot \xi \cdot (1 - \varphi) + \Theta_{out}^{t-1} \cdot (1 - \varphi) \right) - \\ &- e_i(t) \cdot \xi \cdot (1 - \varphi) + \Theta_{out}^t \cdot (1 - \varphi) = \dots \\ &= \varphi^t \cdot \Theta_{in}^1(0) - \xi \cdot (1 - \varphi) \cdot \sum_{k=1}^t (\varphi^{t-k} \cdot e_i(k)) + (1 - \varphi) \cdot \sum_{k=1}^t (\varphi^{t-k} \cdot \Theta_{out}^{t-k}). \end{aligned}$$

Для каждого прибора параметры φ и ξ определяются практически из системы уравнений, полученных при измерении $\tilde{\Theta}_{in}(\eta)$ в моменты времени $\eta = 0$ и $\eta = \tau$ при включенном и при выключенном приборе

$$(8) \quad \begin{cases} \Theta_{in}^{off}(\tau) = \varphi * \Theta_{in}^{off}(0) + \overset{\sim}{\Theta}_{out}^{off} * (1 - \varphi) \\ \Theta_{in}^{on}(\tau) = \varphi * \Theta_{in}^{on}(0) - \xi * (1 - \varphi) + \overset{\sim}{\Theta}_{out}^{on} * (1 - \varphi). \end{cases}$$

Итак, функциональные требования к приборам с термостатическим управлением описываются системой неравенств (6).

Вклад в ограничение по общему потреблению i -го прибора с термостатическим управлением в течении t -го интервала оптимизации составляет

$$(9) \quad R_i(t) = e_i(t) \cdot a_i.$$

Часть целевой функции i -го прибора с термостатическим управлением

$$(10) \quad \sum_i \sum_{t=1}^h c(t) \cdot e_i(t) \cdot a_i \rightarrow \min.$$

Исследование работы приборов с термостатическим управлением должно охватывать два важных случая:

1. Случай работы прибора в заданных промежутках времени, например, в интервале с 8.00 ч до 19.00 ч температура в помещении должна находиться в рамках комфортного диапазона. Соответственно, при моделировании такого режима в группу неравенств (6) будут входить только те неравенства, интервалы оптимизации которых находятся в указанных промежутках времени. Также возможны различные требования к диапазону комфортных температур в зависимости от времени. Для моделирования таких случаев нужно вводить зависимость комфортных температур от времени: $\Theta_{conf}^-(t), \Theta_{conf}^+(t)$ и использовать их в группе неравенств (6).

2. Случай работы нескольких приборов в общей окружающей среде, например, поддержание температуры в одной комнате несколькими обогревателями. Рассмотрим, как в таких случаях изменятся уравнения на примере двух обогревателей (с порядковыми номерами i_1, i_2). Уравнение (4) примет следующий вид:

$$(11) \quad \frac{d\Theta_{in}^t(\eta)}{d\eta} = \alpha \cdot (\tilde{\Theta}_{out}^t - \Theta_{in}^t(\eta)) -$$

$$-\beta_{i_1} \cdot e_{i_1}(t) \cdot P_m^{i_1} - \beta_{i_2} \cdot e_{i_2}(t) \cdot P_m^{i_2}.$$

Группа неравенств (6) не изменится, выражение (5) примет следующий вид:

$$(12) \quad \Theta_{in}^t(\tau) = \varphi^t \cdot \Theta_{in}^1(0) - \xi_{i_1} \cdot (1 - \varphi) \cdot \sum_{k=1}^t (\varphi^{t-k} \cdot e_{i_1}(k)) -$$

$$-\xi_{i_2} \cdot (1 - \varphi) \cdot \sum_{k=1}^t (\varphi^{t-k} \cdot e_{i_2}(k)) + (1 - \varphi) \cdot \sum_{k=1}^t (\varphi^{t-k} \cdot \tilde{\Theta}_{out}^{t-k}).$$

Для двух приборов система уравнений (8) будет выглядеть следующим образом:

$$(13) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Theta_{in}^{off}(\tau) = \varphi \cdot \Theta_{in}^{off}(0) + \tilde{\Theta}_{out}^{off} \cdot (1 - \varphi) \\ \Theta_{in_i_1}^{on}(\tau) = \varphi \cdot \Theta_{in}^{on}(0) - \xi_{i_1} \cdot (1 - \varphi) + \tilde{\Theta}_{out}^{on} \cdot (1 - \varphi) \\ \Theta_{in_i_2}^{on}(\tau) = \varphi \cdot \Theta_{in}^{on}(0) - \xi_{i_2} \cdot (1 - \varphi) + \tilde{\Theta}_{out}^{on} \cdot (1 - \varphi). \end{array} \right.$$

Измерения, соответственно, проводятся в следующем порядке: сначала отключены оба прибора, потом включен только первый прибор и в завершение включен только второй прибор.

Все вышеприведенные уравнения и неравенства, относящиеся к приборам с термостатическим управлением, обладают важным свойством: они линейны относительно $e_i(t)$, т.е. решение задачи оптимизации этих приборов возможно методами линейного программирования. Это свойство также сохраняется и в ситуации, когда внутренняя температура одного прибора является внешней температурой для другого. Покажем справедливость последнего утверждения на примере оптимизации совместной работы холодильника (прибор №1) и кондиционера (прибор №2), которые расположены в одном помещении.

Все слагаемые в выражении (7), связанные с внешней температурой $\tilde{\Theta}_{out}$ для *холодильника*, входят в уравнения и неравенства с постоянными множителями, которые не зависят от

$e_1(t)$ холодильника, следовательно, эти уравнения будут линейными, если $\tilde{\Theta}_{out}$ будет линейно относительно $e_2(t)$ кондиционера. При составлении уравнений и неравенств для холодильника в качестве $\tilde{\Theta}_{out}$ нужно подставлять $\frac{1}{\tau} \cdot \int_0^{\tau} \Theta_{in}^t(\eta) \cdot d\eta$, где $\Theta_{in}^t(\eta)$ – зависимость внутренней температуры от времени, полученная для кондиционера. Из выражения (5) видно, что указанный интеграл линеен относительно $e_2(t)$ кондиционера.

ПРИБОРЫ С ЦИКЛИЧЕСКИМ РЕЖИМОМ РАБОТЫ

Введем следующие обозначения: T_i^{begin}, T_i^{end} – номера интервалов оптимизации, в промежутке между которыми должен выполнить свой цикл i -й прибор; n_i^{cycle} – количество интервалов оптимизации в цикле работы i -го прибора; $a_i(k); k \in [0, \dots, n_i^{cycle}]$ – потребляемая энергия на k -м интервале цикла i -м прибором; p_i – номер интервала оптимизации от момента T_{begin}^i начала работы i -го прибора, которое требуется найти.

Для этой группы при описании уравнений и неравенств вместо оптимальных значений $e_i(t) \in \{0, 1\}$ удобно использовать переменные p_i . При найденном значении p_i $e_i(t) = 1$ на интервале $T_i^{begin} + p_i \leq t \leq T_i^{begin} + p_i + n_i^{cycle}$, в остальных случаях $e_i(t) = 0$. В такой постановке выражения, соответствующие ограничениям, вкладу прибора в целевую функцию и неравенство по общему потреблению можно записать следующим способом.

Ограничения для p_i :

$$(14) \quad 0 \leq p_i \leq T_i^{end} - T_i^{begin} - n_i^{cycle}.$$

Вклад в ограничение по общему потреблению в течение t -го интервала оптимизации:

(15)

$$\begin{cases} R_i(t) = 0; t \leq \tau \cdot (T_i^{begin} + p_i), \\ R_i(t) = a_i \left(\left[\frac{t - \tau \cdot (T_i^{begin} + p_i)}{\tau} \right] \right); \tau \cdot (T_i^{begin} + p_i) < t < \tau \cdot (T_i^{begin} + p_i + n_i^{cycle}), \\ R_i(t) = 0; t \geq \tau \cdot (T_i^{begin} + p_i + n_i^{cycle}). \end{cases}$$

Часть целевой функции:

$$(16) \quad \sum_{\forall t: T_i^{begin} + p_i \leq t \leq T_i^{begin} + p_i + n_i^{cycle}} c(t) \cdot a_i(t - T_i^{begin} - p_i) \rightarrow \min.$$

Можно показать, что, проведя замену переменной p_i на набор булевых переменных, выражения (14)–(16) приводятся к необходимому для решения методами линейного программирования виду.

ПРИБОРЫ, УДОВЛЕТВОРЯЮЩИЕ КЛАССИФИКАЦИОННЫМ ПРИЗНАКАМ

Рассмотрим алгоритмы оптимизации для приборов, удовлетворяющих двум классификационным признакам, предложенным во введении: приборы с возможностью прерывания и возобновления цикла работы и приборы с возможностью выполнения одной работы за разные промежутки времени с различным энергопотреблением.

4.3.1. ПРИБОРЫ С ВОЗМОЖНОСТЬЮ ПРЕРЫВАНИЯ И ВОЗОБНОВЛЕНИЯ ЦИКЛА РАБОТЫ

Такие приборы можно промоделировать несколькими приборами с циклом работы. Рассмотрим прибор, в полном цикле работы которого есть две возможности: прервать его работу и возобновить. Обозначим $n_1^{cycle}, n_2^{cycle}, n_3^{cycle}$ - количество интервалов оптимизации, соответствующее каждому подциклу; p_1, p_2, p_3 - номера оптимальных интервалов оптимизации для каждого подцикла.

Тогда выражения (14), (15) примут следующий вид.

Ограничения для $p_{1,2,3}$:

$$\begin{aligned}
 & 0 \leq p_1 \leq T^{end} - T^{begin} - n_1^{cycle} - n_2^{cycle} - n_3^{cycle}, \\
 (17) \quad & p_1 + n_1^{cycle} \leq p_2 \leq T^{end} - T^{begin} - n_2^{cycle} - n_3^{cycle}, \\
 & p_2 + n_2^{cycle} \leq p_3 \leq T^{end} - T^{begin} - n_3^{cycle}.
 \end{aligned}$$

Вклад в ограничение по общему потреблению i -го прибора в течении t -го интервала оптимизации:

$$(18) \quad \left\{ \begin{aligned}
 & R_i(t) = 0; t \leq \tau \cdot (T^{begin} + p_1), \\
 & R_i(t) = a_i \left(\left\lfloor \frac{T - \tau \cdot (T^{begin} + p_1)}{\tau} \right\rfloor \right); \tau \cdot (T^{begin} + p_1) < t < \tau \cdot (T^{begin} + p_1 + n_1^{cycle}), \\
 & R_i(t) = 0; \tau \cdot (T^{begin} + p_1 + n_1^{cycle}) \leq t \leq \tau \cdot (T^{begin} + p_2), \\
 & R_i(t) = a_i \left(\left\lfloor \frac{t - \tau \cdot (T^{begin} + p_2) + \tau \cdot n_1^{cycle}}{\tau} \right\rfloor \right); \tau \cdot (T^{begin} + p_2) < t < \tau \cdot (T^{begin} + p_2 + n_2^{cycle}), \\
 & R_i(t) = 0; \tau \cdot (T^{begin} + p_2 + n_2^{cycle}) \leq t \leq \tau \cdot (T^{begin} + p_3), \\
 & R_i(t) = a_i \left(\left\lfloor \frac{t - \tau \cdot (T^{begin} + p_3) + \tau \cdot (n_1^{cycle} + n_2^{cycle})}{\tau} \right\rfloor \right); \tau \cdot (T^{begin} + p_3) < t < \tau \cdot (T^{begin} + p_3 + n_3^{cycle}), \\
 & R_i(t) = 0, t \geq \tau \cdot (T^{begin} + p_3 + n_3^{cycle}).
 \end{aligned} \right.$$

Аналогичным образом строится выражение (16) для части целевой функции. В связи с тем, что номера интервалов k в $a_i(k)$ необходимо преобразовывать с учетом прерывания циклов, это выражение получается достаточно громоздким и здесь не приводится.

4.3.2. ПРИБОРЫ С ВОЗМОЖНОСТЬЮ ВЫПОЛНЕНИЯ ОДНОЙ РАБОТЫ ЗА РАЗНЫЕ ПРОМЕЖУТКИ ВРЕМЕНИ С РАЗЛИЧНЫМ ЭНЕРГОПОТРЕБЛЕНИЕМ

При определении потребляемой энергии в течение интервала оптимизации a_i подразумевалось, что прибор имеет только один режим работы (с точки зрения потребляемой энергии). Рассмотрим методику адаптации под построенную модель приборов с разными режимами работы на примере кондиционера с тремя режимами и возможностью удаленно выбирать необходимый режим (имеется в виду, что все режимы равноправны, т.е. пользователю все равно, в каком из режимов в конечном счете будет работать прибор, а важно только соблюдение требо-

ваний по функционированию). Каждый из режимов характеризуется тремя значениями потребляемой энергии a_1, a_2, a_3 и тремя значениями параметра w : w_1, w_2, w_3 в уравнении, описывающем значение средней внутренней температуры.

Представим кондиционер в виде совокупности трех отдельных и независимых приборов i_1, i_2, i_3 с указанными параметрами и добавим неравенство, ограничивающее возможность работы более одного прибора для любого интервала оптимизации:

$$(19) e_{i_1}(t) + e_{i_2}(t) + e_{i_3}(t) \leq 1 \forall t \in [1, \dots, h].$$

Аналогичным образом можно адаптировать приборы, имеющие несколько режимов работы из других подмножеств.

5. Пример

Для проверки работоспособности и эффективности полученного алгоритма оптимизации было проведено его моделирование на примере оптимизации работы холодильника и посудомоечной машины с двумя режимами работы в течение пяти часов при трехзонном тарифном графике. В результате было получено выражение целевой функции и 76 неравенств, описывающих ограничения переменных, ограничение на использование приборов и ограничения на максимально потребляемую мощность.

На рис. 1 приведен график работы приборов в оптимальном варианте

В соответствии с используемым тарифным графиком оптимальная программа работы посудомоечной машины соответствует четырём последним интервалам оптимизации с наиболее низким тарифом. На рис. 2 приведены графики зависимости мощностей максимально допустимого потребления и потребления оптимизируемых приборов от номера интервала оптимизации в полученном варианте.

Из этих графиков видно, что при оптимизации выполняется ограничение на максимальное потребление: в любой точке график потребления оптимизируемых приборов лежит ниже графика допустимого потребления.

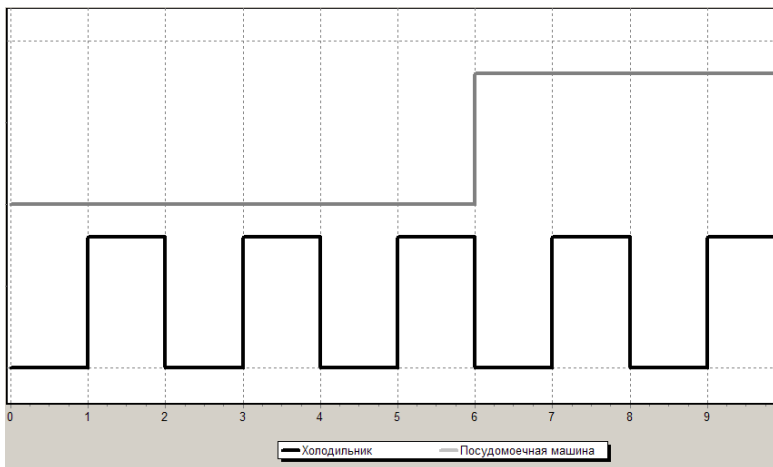


Рис. 1 Графики зависимости работы приборов от номера интервала оптимизации

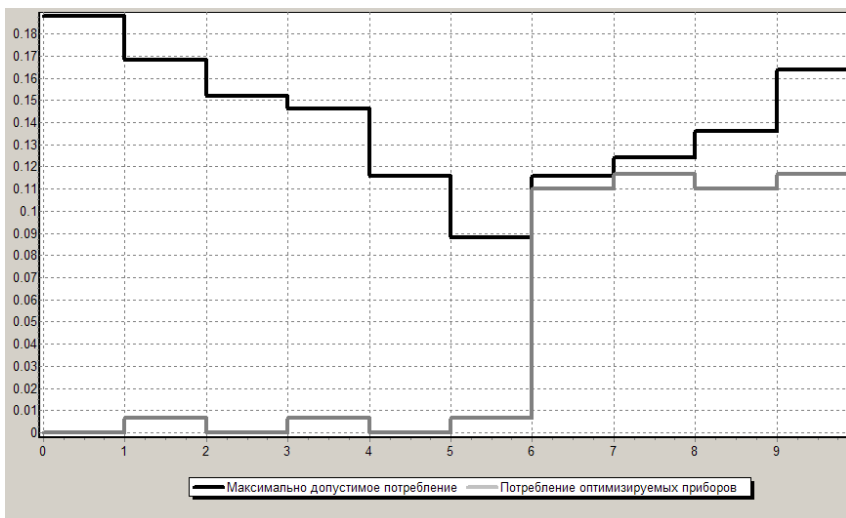


Рис. 2. Графики зависимости мощностей максимально допустимого потребления и потребления оптимизируемых приборов (кВт) от номера интервала оптимизации

6. Заключение

1. Проведено исследование существующих подходов и проблем оптимизации энергопотребления домохозяйств, которое позволило разделить множество видов приборов на подмножества по способу задания требований к их функционированию, выделить группы оптимизируемых приборов и присущие им ограничения, тем самым уменьшить объем необходимых статистических данных.

2. Разработана методика оптимизации энергопотребления, содержащая методику прогнозирования графика максимальной суммарной мощности и методику оптимизации графиков работы различных видов приборов.

3. Показано, что задача оптимизации потребления для рассмотренных видов приборов сводится к основной задаче линейного целочисленного программирования большой размерности.

4. Получены выражения частичной суммы для целевой функции и ограничения по максимальной потребляемой мощности, а также неравенства, описывающие функциональные требования к рассматриваемому подмножеству.

5. Выполнено моделирование полученных алгоритмов оптимизации, которое показало их работоспособность и эффективность.

6. Полученные результаты являются основой для решения практических задач оптимизации энергопотребления в домохозяйствах.

Литература

1. ГРЕБЕНЮК Г.Г., КОВАЛЕВ С.П., КРЫГИН А.А., СЕРЕДА Л.А. *Организация энергоменеджмента и планирование электрической нагрузки домохозяйств // Энергобезопасность и энергосбережение.* – 2015. – №3. – С. 22–27.
2. ЗОРКАЛЬЦЕВ В.И., ФИЛАТОВ А.Ю. *Новые варианты двойственных алгоритмов внутренних точек для систем линейных неравенств // Журнал вычислительной математики и математической физики.* – 2004. – Том 44. – №7. – С. 1234–1243.
3. НАЦОКИН В.В. *Техническая теродинамика и теплопередача.* – М.: Изд-во «Высшая школа». – 1969. – С. 372–374.
4. УСКОВ Е.И. *Численное сравнение оптимизационных алгоритмов // Теоретические и прикладные задачи нелинейного анализа.* – М.: ВЦ РАН, 2012. – С. 118–131.
5. ALBANI M.H., EL-SAADANY E.F. *A summary of demand response in electricity markets // Electric Power Systems Research.* – 2008. – Vol. 11, Iss. 78. – P. 1989–1996.
6. ANN-PIETTE M., GHATIKAR G., KILICCOTE S., WATSON D., KOCH E., HENNAGE D. *Design and operation of an open, interoperable automated demand response infrastructure for commercial buildings // J. Comput. Inf. Sci. Eng.* – June, 2009. – Vol. 9. – P. 1–9.
7. BASHASH S., FATHY HOSAM K. *Modeling and Control Insights into Demand-side Energy Management through Setpoint Control of Thermostatic Loads // American Control Conference, June 29 – July 1, 2011, San Francisco, CA, USA.* – P. 4546–4553.
8. BRADAC Z., KACZMARCZYK V., FIEDLER P. *Optimal scheduling of domestic appliances via MILP // Energies.* – 2015. – Vol. 8, Iss. 1. – P. 217–232.
9. *Buildings Energy Data Book, Energy Efficiency and Renewable Energy: Building Technologies Program.* – U.S. Department of Energy, Washington, D.C., March, 2012.

10. CALLAWAY D.S. *Tapping the energy storage potential in electric loads to deliver load following and regulation, with application to wind energy* // Energy Conversion and Management. – 2009. – Vol. 50. – P. 1389–1400.
11. CAPASSO A., GRATTIERI W., LAMEDICA R., PRUDENZI A. *A bottom-up approach to residential load modeling* // IEEE Transactions on Power Systems. – Sept. 1994. – Vol. 2. – P. 957–965.
12. CHAN S-C. et al. *Load / price forecasting and managing demand response for smart grids: Methodologies and challenges* // Signal Processing Magazine. – 2012. – Vol. 29, Iss. 5. – P. 68-85.
13. CONEJO A.J., MORALES J.M., BARINGO L. *Real-time demand response model* // IEEE Trans. on Smart Grid. – 2010. – Vol. 1, Iss. 3. – P. 236–242.
14. *Demand Response And Light Control. Scott Ziegenfus* // ASHRAE Journal. – 2012. – November. – P. B20–B24.
15. FERREIRA R.S., BARROSO L.A.N., CARVALHO M.M. *Demand response models with correlated price data: a robust optimization approach* // App. Energy. – 2012. – Vol. 96. – P. 133–149.
16. GOTTWALT S. et al. *Demand side management – a simulation of household behavior under variable prices* // Energy policy. – 2011. – Vol. 39, Iss. 12. – P. 3–8174.
17. KHALILI A.H., WU C., AGHAJAN H. *Hierarchical preference learning for light control from user feedback* // IEEE Computer Society Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops (CVPRW 2010). – 2010. – P. 56–62.
18. LI B. et al. *Predicting user comfort level using machine learning for smart grid environments* // Innovative Smart Grid Technologies (ISGT 2011). – P. 1–6.
19. LINA, CHEN LIJUN, STEVEN H. *Low Optimal Demand Response Based on Utility Maximization in Power Networks* Power and Energy Society General Meeting // IEEE Power and Energy Society General Meeting. – 2011. – P. 1–8.
20. LUJANO-ROJAS J. M. et al. *Optimum residential load management strategy for real time pricing demand response programs* // Energy policy. – 2012. – Vol. 45. – P. 671–679.

21. MOHSENIAN-RAD A. H., LEON-GARCIA A. *Optimal Residential Load Control With Price Prediction in Real-Time Electricity Pricing Environments* // IEEE Trans. on Smart Grid. – 2010. – Vol. 1, Iss. 2. – P. 120–133.
22. PEDRASA M.A.A., SPOONER T.D., MAXGILL I.F. *Scheduling of demand side resources using binary particle swarm optimization* // IEEE Trans. on Power Systems. – 2009. – Vol. 24, №3. – P. 1173–1181.
23. RAMANATHAN B., VITTAL V. *A framework for evaluation of advanced direct load control with minimum disruption* // IEEE Trans. on Power Systems. – 2008. – Vol. 23, Iss. 4. – P. 1681–1688.
24. SOU K.C. et al. *Scheduling smart home appliances using mixed integer linear programming* // 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC-2011). – P. 5144-5149.
25. VOLKOVA I.O., GUBKO M.V., SALNIKOVA E.A. *Active consumer: optimization problems of power consumption and self-generation* // Automation and Remote Control. – 2014. – Vol. 75, Iss. 3. – P. 551–562.

HOUSEHOLD ENERGY CONSUMPTION OPTIMIZATION BASED ON FORECAST SCHEDULE MAXIMUM LOAD OF HOUSEHOLD APPLIANCES

Georgy Grebenuk, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science (Moscow, Profsoyuznaya st., 65, (495)334-87-39).
Andrey Krygin, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand.Sc., (Moscow, Profsoyuznaya st., 65, (495)334-87-39).

Abstract: The problem of optimization of household energy consumption by constructing an optimal schedule for the use of household appliances. The formulation of the task is specified, the set of all types of household appliances is divided into 4 groups: devices with thermostatic control, devices with a cyclic mode of operation, devices with the ability to interrupt and resume the cycle of work and instruments with the possibility performing one job at different time intervals with different power consumption. For each group, the requirements for functioning are formalized and mathematical models are constructed, describing these requirements for the operation of the instrument and a graph of its energy consumption. With the use of these models, an algorithm is developed for optimizing the operation schedules of devices and shows how to reduce this problem to the main integer programming problem, in which as the objective function is the total cost of electricity consumed. Particular attention is paid to the possibility of practical application of the obtained algorithm, simplicity and convenience of input of initial data.

Keywords: optimization of energy consumption, energy consumption in the residential sector, optimization of household appliances.

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии М.В. Губко.*

Поступила в редакцию 20.02.2017.

Опубликована 30.09.2017.