УДК 519

ИННОВАЦИОННАЯ ОЛИГОПОЛИЯ КУРНО

В.В. Бреер, Г.Л. Мирзоян, Д.А. Новиков

Рассмотрена теоретико-игровая модель «инновационной олигополии Курно», в рамках которой исследуются эффекты конкуренции производителей на рынке инновационного продукта, ограниченности емкости этого рынка и существования оптимального числа действующих на нем агентов, комплементарности инновационных технологий, конформного поведения агентов. Получены условия реализации базового сценария динамики эндогенного возникновения и взаимодействия инноваторов и имитаторов.

Ключевые слова: олигополия Курно, конкуренция на инновационном рынке, инноваторы и имитаторы, конформное коллективное поведение.

ВВЕДЕНИЕ

Инновационные продукты и/или услуги, как результат инновационной деятельности организаций (фирм), играют важную роль в развитии экономики (являются одним из основополагающих факторов экономического роста). Однако организации, внедряющие и выпускающие инновационный продукт, используют его и для своих собственных целей — в условиях рыночной экономики движущей силой конкуренции служит стимул к нововведениям, ведь на основе нововведений удается создавать и/или осваивать новые рынки.

Существует ряд характерных для инновационной деятельности эффектов, привлекающих внимание многих исследователей:

— диффузия инноваций, отражающая динамический процесс принятия и использования новшеств, в частности с учетом конформного поведения [1] агентов и распространения информации (см. обзор соответствующих моделей в работе [2]);

— конкуренция на рынке инноваций, ограниченная емкость рынка, наличие барьеров вхождения на рынок, комплементарность инновационных технологий и др. [3—7];

— необходимость наличия специфической информационной инфраструктуры [5, 8];

— специфические требования к инвестиционной политике [5, 9 и др.], включая управление инвестициями в исследования и разработки [3, 10], и связанной с ней политике управления интеллектуальной собственностью [11, 12 и др.];

— распределение «ролей» участников инновационного процесса [5, 13 и др.], существование двух типовых «ролей» — инноваторы (обладающие уникальным инновационным продуктом (далее «продукт») и желающие внедрить его на рынок) и имитаторы, которые вслед за инноватором осваивают и производят инновационный продукт.

Одним из адекватных инструментов математического моделирования перечисленных эффектов служит аппарат теории игр, позволяющий описывать и исследовать ситуации совместного принятия решений несколькими рациональными экономическими агентами. Хрестоматийной экономико-математической «игровой» моделью (история которой насчитывает уже более полутора веков) является олигополия Курно (см. ее современное описание, например, в книге [14]).

В настоящей работе рассматривается модифицированная теоретико-игровая модель олигополии Курно, в которой, помимо классической зависимости рыночной цены от суммарного предложения, удается в явном виде отразить комплементарность инновационных технологий и постоянные издержки производителей инновационной продукции. Помимо этого, анализ предложенной модели свидетельствует, что она позволяет описывать и исследовать многие другие из перечисленных эффектов, характерных для инновационной деятельности. Например, обычно в экономико-математическом моделировании разделение агентов на инноваторов и имитаторов вводится экзогенно (либо из-за различных способностей к научению [14, 15], либо благодаря возможности инноваторов принимать решения раньше имитаторов — в последнем случае принимается концепция равновесия Штакельберга [16, 17]), в то время как в настоящей работе априорного разделения агентов на инноваторов и имитаторов не производится, а оно возникает эндогенно из-за различия тех или иных существенных параметров агентов.

Структура изложения материала следующая: в § 1 описывается общая модель, которая в § 2 исследуется аналитически для частного случая однородных агентов. В § 3 на ее основе аналитически и имитационно исследуются модели порогового поведения агентов; в § 4 и 5 — различные сценарии взаимодействия инноваторов и имитаторов.

1. ОБЩАЯ МОДЕЛЬ

Пусть имеется множество $N = \{1, ..., n\}$ *агентов* (производителей продукции на некотором рынке). Для простоты пока не будем разделять агентов на инноваторов и имитаторов. Обозначим через $x_i^k \ge 0$ *действие* i-го агента (объем произведенной им продукции) в момент времени $k = 0, 1, ...$ Положим $x_i^0 = 0$, $i \in N$. Обозначим через $x^k = (x_1^k, ..., x_n^k)$ вектор действий всех агентов в момент времени k, $x_{-i} = (x_1, ..., x_{i-1}, x_{i+1}, ..., x_i)$ — обстановка для i-го агента, через $\Sigma^k = \sum_{i \in N} x_i^k$ — суммарный объем производства.

Предположим, что i-й агент характеризуется своим *типом* $r_i > 0$ (*эффективностью* применяемых им технологий), *постоянными издержками* $c_i \ge 0$ (возникающими в случае, если агент принимает решение применить новую технологию) и имеет целевую функцию (все слагаемые которой измеряются в денежном выражении)

$$f_i(x^k) = (D - \alpha\Sigma^k)x_i^k - \\ - \frac{(x_i^k)^2}{2\left(r_i + \beta\sum_{j \ne i} r_j I(x_j^k)\right)} - c_i I(x_i^k), \quad (1)$$

где $D > 0$, $\alpha \ge 0$ и $\beta \ge 0$ — константы; $I(x_i^k) = \begin{cases} 1, x_i^k > 0, \\ 0, x_i^k = 0 \end{cases}$ — функция-индикатор; $(D - a\Sigma^k)$ — *цена* за рассматриваемый продукт/услугу, которая зависит от количества агентов на рынке и от общего объема продукции, произведенного ими; $(D - a\Sigma^k)x_i^k$ — выручка от реализации i-м агентом произведенной им продукции в объеме x_i^k; $\frac{(x_i^k)^2}{2\left(r_i + \beta\sum_{j \ne i} r_j I(x_j^k)\right)}$ — квадратичные производственные затраты типа Кобба — Дугласа i-го агента, зависящие и от эффективности технологий других агентов. Система, в которой агент имеет функцию затрат типа Кобба — Дугласа, является классическим примером модели, ставшей чрезвычайно популярной в экономико-математическом моделировании [14, 18]. В настоящей работе приняты квадратичные производственные затраты i-го агента, зависящие от двух факторов: действий агентов (параметр x) и эффективности применяемых технологий (параметр r).

Из структуры целевой функции (1) видно, что она учитывает как снижение затрат конкретного агента с ростом числа других агентов на рынке (знаменатель во втором слагаемом), так и зависимость его «прибыли» от постоянных издержек (третье слагаемое). Эти зависимости, совместно с убыванием рыночной цены с ростом суммарного объема производства (первый сомножитель в первом слагаемом), позволяют предположить (формальный анализ проводится далее), что существуют как оптимальные объемы производства агентов, так и их оптимальный состав — набор агентов, при которых их выигрыши (средние, максимальные, суммарные и др. — в зависимости от рассматриваемой задачи) максимальны.

Предположим, что рациональность поведения агента заключается в стремлении к максимизации целевой функции (1) выбором своего действия, т. е. его наилучшим ответом на обстановку x_{-i} будет (в предположении единственности максимума по x_i функции (1))

$$BR_i(x_{-i}) = \arg\max_{z \ge 0} f_i(z, x_{-i}). \quad (2)$$

Примем следующий вариант описания динамики выбираемых агентами действий:

$$x_i^k = BR_i(x_{-i}^{k-1}), \quad i \in N, \quad (3)$$

где $k = 1, 2, ...$ — номер периода времени.

2. ОДНОРОДНЫЕ АГЕНТЫ

Пока (если не оговорено особо) будем считать, что все агенты принимают решение в один момент времени (статическая модель), $x_i \ge 0$ — *действие* i-го агента.

Предположим, что все агенты одинаковые, т. е. выпускают одинаковый объем продукции ($x_i = x$), имеют одинаковую эффективность применения технологий ($r_i = r$) и одинаковые постоянные затраты ($c_i = c$). Тогда целевую функцию (1) можно представить в виде:

$$f(x) = (D - \alpha nx)x - \frac{x^2}{2(r + \beta(n-1)rI(x))} - cI(x). \quad (4)$$

Рассмотрим игру агентов в нормальной форме, когда они однократно, независимо и одновремен-

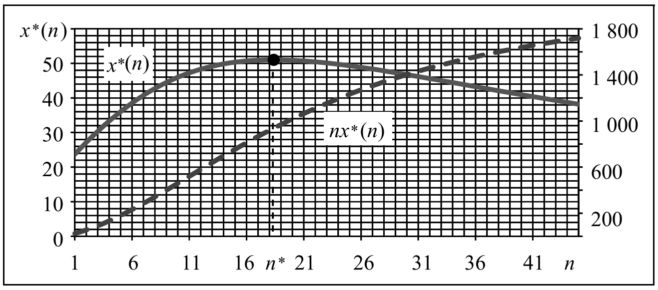

Рис. 1. График функции (5)

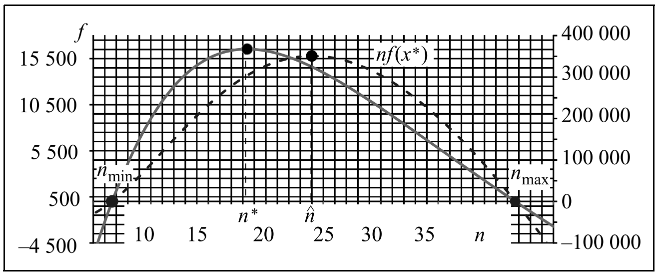

Рис. 2. График функции (6)

но выбирают свои действия. Продифференцируем функцию (4) по x (считая пока, что $x > 0$), приравняем производную к нулю и выразим оптимальное значение действия агента:

$$x^* = D\frac{1}{2}\left(\alpha n + \frac{1}{2r(1+\beta(n-1))}\right)^{-1}. \qquad (5)$$

Согласно выражению (5), с увеличением эффективности применения агентом технологии (ростом значения параметра r) его действие (объем произведенной продукции) увеличивается. С ростом значения параметра α действие (5) уменьшается, с ростом значения параметра β (который содержательно можно интерпретировать как *эффективность трансфера технологий*) — увеличивается, а от значения постоянных издержек c оптимальное действие агента (5) явным образом не зависит.

Пример 1. В качестве иллюстрации приведем график функции (5) при значениях параметров модели: $D = 3000$, $\alpha = 0{,}7$, $r = 0{,}008$, $\beta = 0{,}16$ — см. непрерывную кривую на рис. 1.

Штриховой линией на рис. 1 обозначен график функции, отражающей валовый объем (откладываемый по вспомогательной оси) выпущенной всеми агентами продукции, функционирующими на рынке ($nx^*(n)$). ♦

Подставим выражение (5) в целевую функцию (4):

$$f(x^*) = \frac{1}{4}D^2\left(\alpha n + \frac{1}{2r(1+\beta(n-1))}\right)^{-1} - c. \qquad (6)$$

Отсюда следует, что повышение эффективности применения агентом технологии (рост параметра r) ведет к росту его «прибыли» (6). С ростом значения параметра α функция (6) убывает. С ростом значения параметра β функция (6) возрастает. Увеличение же постоянных издержек организации (параметр c), естественно, снижает прибыль.

Пример 2. В качестве иллюстрации в условиях примера 1 (выбрав $c = 60\,000$) приведем график функции (6) — см. непрерывную кривую на рис. 2.

На рис. 2 штриховой линией изображен график функции, описывающей валовый доход (откладываемый по вспомогательной оси) всех агентов, производящих рассматриваемый продукт на рынке. Таким образом, количество агентов n^*, присутствующих на рынке и оптимальное с точки зрения одного агента, в общем случае отличается от количества агентов $\hat{n}$, оптимального с точки зрения их совокупного дохода. ♦

Найдем (с точностью до округления к «ближайшему» целому числу) диапазон значений параметра $n \in [n_{\min}, n_{\max}]$, при которых целевая функция (6) неотрицательна ($f(x^*) \ge 0$).

$$n_{\min,\,\max} = \frac{D^2}{8\alpha c} - \frac{1-\beta}{2\beta} \mp$$

$$\mp \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{1-\beta}{\beta} - \frac{D^2}{4\alpha c}\right)^2 - \frac{2}{r\alpha\beta} + \frac{D^2(1-\beta)}{\alpha c\beta}}. \qquad (7)$$

Пример 3. Исследуем в условиях примера 2 зависимость (7) от значений параметров r и c — см. соответственно рис. 3 и рис. 4.

Диапазон $[n_{\min}, n_{\max}]$ может интерпретироваться как «*емкость рынка*». Отметим, что обычно под емкостью рынка понимают ограничение сверху на число его участников или на объем производимой ими продукции. В рассматриваемой в настоящей работе модели, благодаря учету трансфера технологий, рациональный объем рынка ограничен не только сверху, но и снизу. ♦

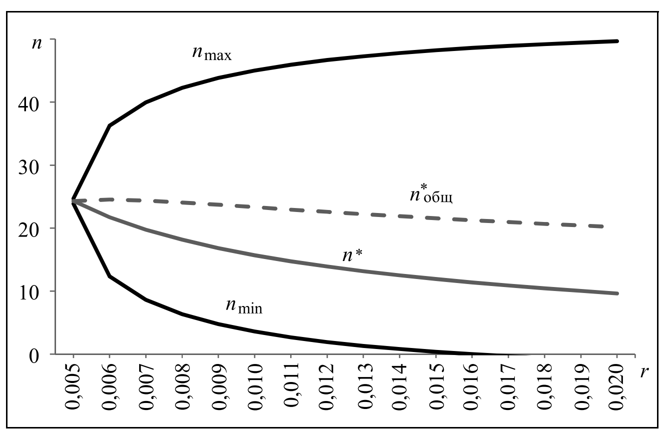

Рис. 3. График зависимостей значений $n_{\min}$, $n_{\max}$, n^* и $n^*_{\text{общ}}$ от параметра r

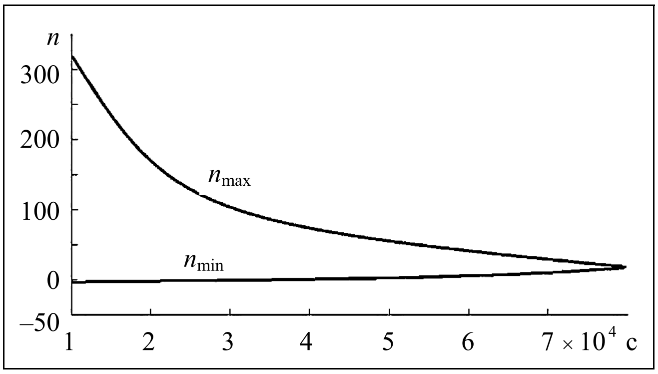

Рис. 4. График зависимостей значений n_{min} и n_{max} от параметра c

Итак, в смысле неотрицательности выигрышей однородных агентов, комбинация параметров модели (α, β, r, c, D) должна удовлетворять условиям:

$$\begin{cases} \left(\frac{1-\beta}{\beta} - \frac{D^2}{4\alpha c}\right)^2 - \frac{2}{r\alpha\beta} + \frac{D^2(1-\beta)}{\alpha c\beta} > 0, \\ \frac{D^2}{8\alpha c} - \frac{1-\beta}{2\beta} \mp \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{1-\beta}{\beta} - \frac{D^2}{4\alpha c}\right)^2 - \frac{2}{r\alpha\beta} + \frac{D^2(1-\beta)}{\alpha c\beta}} > 0. \end{cases} \quad (8)$$

При $n \in [n_{min}, n_{max}]$ целевая функция (6) неотрицательна ($f(x^*) \ge 0$), т. е. в ситуациях, когда однородных агентов слишком мало или слишком много, они не могут в рамках рассматриваемой модели обеспечить свою безубыточность.

Вернемся к рассмотрению функции (6). Найдем в рамках непрерывного приближения оптимальное значение параметра n^*, при котором целевая функция (6) достигает своего максимума (на рис. 3 в рамках примера 3 также представлена зависимость значения n^* от параметра r):

$$n^* = \frac{1}{\beta}\left(\sqrt{\frac{\beta}{2r\alpha}} - 1\right) + 1.$$

Отсюда следует, что повышение эффективности применения агентом технологии (параметр r) ведет к сокращению оптимального числа агентов на рынке. С ростом значения параметра α это число уменьшается, а с ростом значения параметра β сначала возрастает, а затем убывает (имеет максимум).

Значение параметра n^* оптимально в смысле выигрыша одного агента. На рис. 3 в рамках примера 3 (см. штриховую линию) также представлена зависимость значения $n^*_{общ}$ (оптимального с точки зрения «общества в целом» — совокупного выигрыша всех действующих агентов, $nf(x^*)$) от параметра r. Можно заметить, что $n^*_{общ} \ge n^*$. Данную ситуацию можно интерпретировать, например, следующим образом: каждому агенту (в частности) выгодно, чтобы на рынке было меньше конкурентов, но для общества в целом, наоборот, чем больше конкурирующих компаний на рынке, тем ниже цена. Выше, переходя от выражения (4) к выражению (5), предполагалось, что все агенты выберут одинаковые действия. В Приложении доказывается, что это предположение справедливо, т. е. равновесия игры однородных агентов могут быть только симметричными.

3. ДИНАМИКА ПОРОГОВОГО ПОВЕДЕНИЯ АГЕНТОВ

Рассмотрим модель динамики поведения агентов. Если в начальный момент времени они выбирали нулевые действия, то в соответствии с процедурой (3) на первом шаге они выберут действия

$$x_i^1 = \begin{cases} \frac{Dr_i}{2\alpha r_i + 1}, \text{если } c \le \frac{D^2 r_i}{2(2\alpha r_i + 1)}, \\ 0, \text{иначе.} \end{cases}$$

Аналитическое описание динамики на последующих шагах затруднительно, хотя численно может быть реализовано для каждой конкретной комбинации параметров модели. В целях получения аналитических результатов, рассмотрим частный случай, когда агенты выбирают либо нулевые действия, либо единичные: $x_i \in \{0; 1\}$, т. е. либо выпускать продукт ($x_i = 1$ — данный случай содержательно можно интерпретировать как полную загрузку производственных мощностей), либо не выпускать продукт ($x_i = 0$).

Пример 4. Пусть $r_i = 1/2$, $c_i = c$, $i \in N$, $D = 1$. Обозначим через $\sum_{-i}^{k} = \sum_{j \ne i} x_j^k$, тогда легко найти наилучший ответ i-го агента:

$$x_i^k = \begin{cases} 1, \text{если } \sum_{-i}^{k} \in \left[\sum_i^{\min}(c);\ \sum_i^{\max}(c)\right] \\ 0, \text{иначе.} \end{cases} \quad (9)$$

где

$$\sum_i^{\min,\,\max}(c) = \frac{-(\alpha(\beta+1) + \beta(c-1)) \mp \sqrt{W(c)}}{2\alpha\beta}, \quad (10)$$

$$W(c) = (\alpha - \beta)(\alpha - \beta + 2\,\alpha\,\beta) + 2\alpha\beta c(\beta - 1 - 2\alpha) + \\ + \beta^2(\alpha^2 + c^2 - 2\,c) \quad (11)$$

или $W(c) = \alpha^2(1 - \beta)^2 + \beta^2[(c - 1)^2 + \alpha(\alpha + 2c - 2)] - 2\alpha\beta(c + 1)$.

Выражение (9) можно интерпретировать как модель так называемого *порогового коллективного поведения* [1, 19, 20], при котором агент выбирает ненулевое действие, если его обстановка лежит в заданном диапазоне. Ниж-

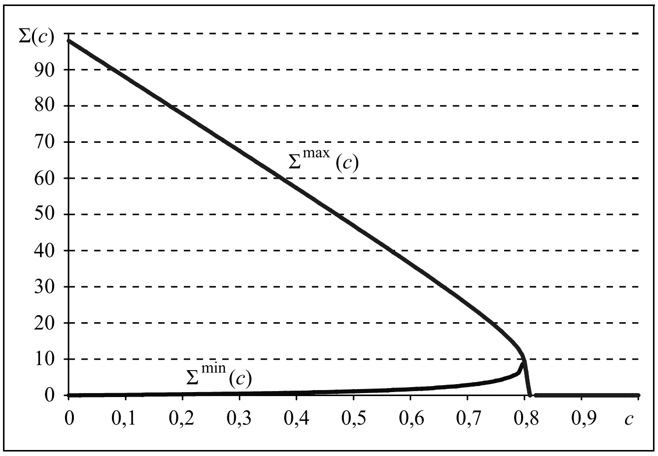

Рис. 5. Значения порогов конформности и антиконформности в примере 4

няя граница этого диапазона называется порогом *конформности*, верхняя — *порогом антиконформности*.

На рис. 5 изображены зависимости (10) — пороги конформности и антиконформности, для которых выражение (11) неотрицательно при $\alpha = 0{,}01$, $\beta = 1$, $c \in [0; \approx 0{,}8]$. ♦

К модели порогового поведения можно прийти и более простым способом. Пусть агенты выбирают либо нулевые действия, либо единичные: $x_i \in \{0; 1\}$.

Так как $I(x_i^k) = \begin{cases} 1, x_i^k = 1; \\ 0, x_i^k = 0 \end{cases}$, то $I(x_i^k) = x_i^k$. Обозначим через y^k ожидаемую долю агентов, действующих (выбирающих ненулевые действия) на k-м шаге: $y^k = \frac{1}{n}\sum_{i \in N} x_i^k$, $y_{-i}^k = \frac{1}{n-1}\sum_{j \neq i} x_j^k$. Пусть целевая функция агента имеет вид (сравните с функцией (1)):

$$f_i(y^k, x_i^k) = \left[D - \alpha y^k - \frac{1}{2\left(r_i + \beta\sum_{j \neq i} r_j x_j^k\right)} - c_i\right] x_i^k. \quad (12)$$

Положим $r_i = 1/2$ (эти величины можно интерпретировать как удельные переменные издержки агентов), $D = 1$. Из выражений (2), (3) и (12) следует, что

$$x_i^k = \begin{cases} 1, \text{если } (1 - \alpha(y_{-i}^{k-1} + 1)) - \dfrac{1}{1 + \beta y_{-i}^{k-1}} \geq c_i, \\ 0, \text{иначе.} \end{cases} \quad (13)$$

Предположим, что агенты различаются только значениями постоянных издержек, и априорным общим знанием [21] среди них является функция $F(\cdot)$ распределения постоянных издержек c. Из выражения (13) следует, что при большом числе агентов динамика доли действующих агентов описывается следующим образом [19] (начальное значение y^0 будем считать заданным):

$$y^k = F\left(1 - \alpha y^{k-1} - \frac{1}{1 + \beta y^{k-1}}\right), \quad k = 1, 2, \ldots \quad (14)$$

Выражение (14) описывает так называемую *многопороговую модель* динамики коллективного поведения.

Пример 5. Пусть $\alpha = 1{,}5$, $\beta = 33$, $y^0 = 0{,}1$, $F(z) = z$. Соответствующие графики функции (14) приведены на рис. 6 и 7. ♦

В заключение настоящего параграфа рассмотрим случай, когда неопределенными являются два параметра — и постоянные затраты, и эффективности агентов. Пусть r и c — независимые случайные величины, описываемые абсолютно непрерывным распределением $F_{c,\, r}(u, v)$. Соответствующие плотности будем обозначать символом p, т. е. $p_{c,\, r}(u, v) = p_c(u)\, p_r(v)$. Тогда, в соответствии с об-

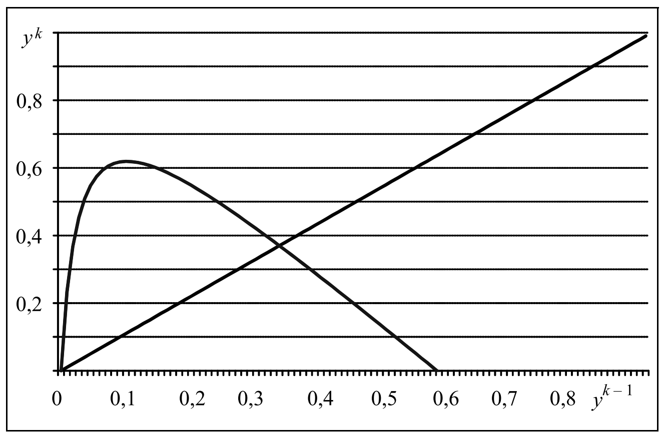

Рис. 6. График функции (14) в примере 5

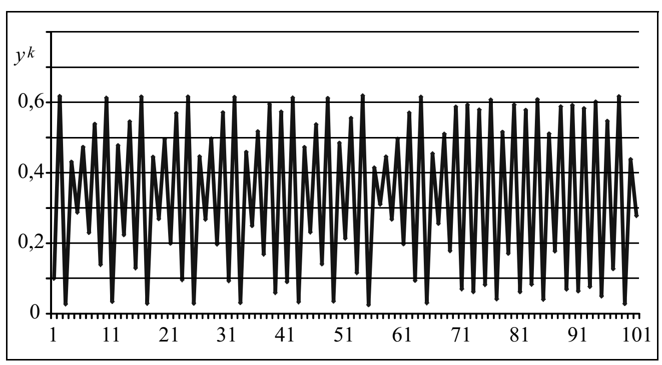

Рис. 7. Динамика доли действующих агентов в примере 5 (по горизонтали — такты времени)

щими моделями бинарного выбора, описанными в [19], доля y^k агентов, действующих на k-м шаге,

$$y^k = \int\limits_{\left\{(u,\,v)\,|\,D - \alpha y^{k-1}\frac{1}{2v(1+\beta y^{k-1})} \ge u\right\}} p_{c,\,r}(u,\,v)dudv =$$

$$= \int\limits_{-\infty}^{\infty} p_r(v)dv \int\limits_{-\infty}^{D-\alpha y^{k-1} - \frac{1}{v(1+\beta y^{k-1})}} p_c(u)du =$$

$$= \int\limits_{-\infty}^{+\infty} F_c\left(D - \alpha y^{k-1} - \frac{1}{2v(1+\beta y^{k-1})}\right) p_r(v)dv. \quad (15)$$

Пример 6. Пусть $F_c(u)$ — равномерное распределение на интервале [0; 1], $F_r(v)$ — равномерное распределение на интервале [1; R]. Тогда из выражения (15) следует, что (сравните с формулой (14)):

$$y^k = \int\limits_1^R \left(D - \alpha y^{k-1} - \frac{1}{2v(1+\beta y^{k-1})}\right) dv =$$
$$= D - \alpha y^{k-1} - \frac{\ln(R)}{2(1+\beta y^{k-1})}. \ \blacklozenge$$

4. ОДИН ИННОВАТОР И НЕСКОЛЬКО ОДНОРОДНЫХ ИМИТАТОРОВ

В § 2 рассмотрен случай однородных агентов, когда на рынке функционируют n одинаковых агентов, т. е. $x_i = x$, $r_i = r$ и $c_i = c$. Предположим теперь, что на рынке могут функционировать два типа агентов: один *инноватор* с характеристиками X, R, C и однородные *имитаторы* с характеристиками x, r, c.

Рассмотрим следующий *базовый сценарий* коллективного поведения агентов: *инноватор* «входит» на рынок с инновационным продуктом/услугой в условиях, когда рассматриваемый продукт на данном рынке никто еще не производил. Когда *имитаторы* узнают о новом продукте, они «включаются» в игру и тоже начинают выпускать данный продукт. Как только инноватору становится известно о появлении на рынке имитаторов, он принимает решение покинуть рынок. В рамках рассматриваемого сценария предполагается, что инноватору «неинтересно» функционировать на рынке после того, как появились имитаторы (например, после окончания срока действия патента инноватора). Далее поведение имитаторов на рынке сводится к рассмотренному в § 2 случаю однородных агентов. Перейдем к описанию соответствующей формальной модели.

Предположим, что рациональность поведения любого агента (как инноватора, так и имитатора) заключается в стремлении к максимизации своей

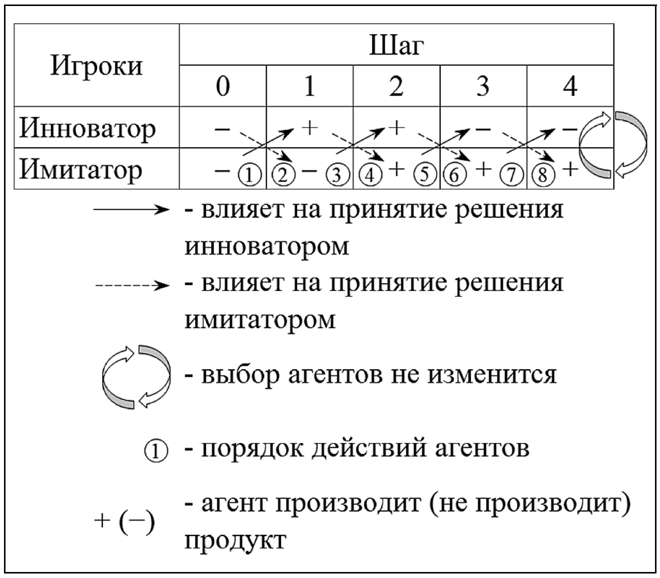

Рис. 8. Базовый сценарий: последовательность и результаты принятия решений инноватором и имитаторами

целевой функции выбором своего действия, которое будет наилучшим ответом на действие других игроков на предыдущем шаге (см. выражение (2)). Общая исследовательская схема, применяемая в настоящем параграфе, заключается в следующем:

— записываем целевую функцию агента с учетом действий остальных агентов на предыдущем шаге;

— дифференцируем ее по выбираемому агентом объему производства x (X) и приравниваем к нулю;

— из полученного выражения находим оптимальное значение действия (наилучшего ответа) агента x^* (X^*);

— исследуем целевую функцию с учетом оптимального значения действия агента.

Итак, пусть в нулевой момент времени на рассматриваемом рынке продукт еще не производится. Данная ситуация соответствует *шагу 0*, представленной на рис. 8 схемы.

Исследуем выбор агентами своих действий на последующих шагах.

Действие 1. Инноватор принимает решение войти на рынок и начать производство, так как ему выгодно внесение на рынок нового продукта/услуги. Запишем целевую функцию инноватора:

$$f_{innov,\,1}(X_1) = (D - \alpha X_1)X_1 - \frac{X_1^2}{2R} - C, \qquad (16)$$

где X_1 — действие инноватора в первый момент времени, R — эффективность применяемых инноватором технологий, C — постоянные издержки инноватора.

Дифференцируем целевую функцию (16) по выбираемому инноватором объему производства X_1, приравниваем производную к нулю и выражаем оптимальное значение действия инноватора:

$$X_1^* = D(2\alpha + R^{-1})^{-1}. \qquad (17)$$

Подставим выражение (17) в целевую функцию инноватора (16):

$$f_{innov,\,1}(X_1^*) = \frac{1}{2}D^2(2\alpha + R^{-1})^{-1} - C. \qquad (18)$$

Из условия неотрицательности выражения (18) получаем, что комбинация параметров модели (α, R, C, D) должна удовлетворять условию:

$$\frac{1}{2}D^2(2\alpha + R^{-1})^{-1} - C \geq 0.$$

Действие 2. Имитатор ищет свой наилучший ответ на действие инноватора и других агентов-имитаторов на предыдущем (нулевом) шаге (когда никто из агентов не производит продукт):

$$f_{imit,\,1}(x_1) = (D - \alpha x_1)x_1 - \frac{x_1^2}{2r} - c,$$

$$x_1^* = D(2\alpha + r^{-1})^{-1},$$

$$f_{imit,\,1}(x_1^*) = \frac{1}{2}D^2(2\alpha + r^{-1})^{-1} - c. \qquad (19)$$

Для того чтобы имитатор принял решение пока не выходить на рынок (в соответствии с базовым сценарием), значение выражения (19) должно быть отрицательным. Получаем, что комбинация параметров модели (α, r, c, D) должна удовлетворять условию: $\frac{1}{2}D^2(2\alpha + r^{-1})^{-1} - c < 0$.

Действие 3. Инноватор продолжает производить продукцию, так как на предыдущем шаге имитаторы еще не начали функционировать на рынке (целевая функция и оптимальное действие инноватора не изменились по сравнению с действием 1).

Действие 4. Имитатор уже узнал о новом продукте (инноватор на предыдущем шаге начал производить продукт, и эта информация известна имитатору). Тогда:

$$f_{imit,\,2}(x_2, X_1^*) =$$
$$= (D - \alpha(x_2 + X_1^*))x_2 - \frac{x_2^2}{2(r + \beta R)} - c, \qquad (20)$$

$$x_2^* = \frac{D - \alpha X_1^*}{2\alpha + (r + \beta R)^{-1}}, \qquad (21)$$

подставим формулу (17) в выражение (21):

$$x_2^*(X_1^*) = D\frac{1 - \alpha(2\alpha + R^{-1})^{-1}}{2\alpha + (r + \beta R)^{-1}}. \qquad (22)$$

Подставим формулы (17) и (22) в выражение (20):

$$f_{imit,\,2}(x_2^*(X_1^*),\ X_1^*) =$$
$$= \frac{D^2(\alpha + R^{-1})^2}{2(2\alpha + (r + \beta R)^{-1})(2\alpha + R^{-1})^2} - c.$$

Итак, комбинация параметров модели (α, R, c, D, r, β) должна удовлетворять условию:

$$\frac{D^2(\alpha + R^{-1})^2}{2(2\alpha + (r + \beta R)^{-1})(2\alpha + R^{-1})^2} - c \geq 0.$$

Действие 5. Инноватор примет решение уйти с рынка, так как имитаторы уже начали выпуск данного продукта (инноватор видит результаты предыдущего шага):

$$f_{innov,\,2}(X_2,\ x_2^*(X_1^*)) =$$
$$= (D - \alpha(nx_2^*(X_1^*) + X_2))X_2 - \frac{X_2^2}{2(R + \beta nr)} - C, \qquad (23)$$

$$X_2^* = \frac{D - \alpha n x_2^*(X_1^*)}{2\alpha + (R + \beta nr)^{-1}}, \qquad (24)$$

подставим выражение (22) в формулу (24):

$$X_2^*(x_2^*(X_1^*)) = D(2\alpha + (R + \beta nr)^{-1})^{-1} \times$$
$$\times \left(1 - \frac{\alpha n(r + \beta R)(\alpha + R^{-1})}{(2\alpha + R^{-1})(2\alpha(r + \beta R) + 1)}\right). \qquad (25)$$

Подставим выражения (22) и (25) в формулу (23):

$$f_{innov,\,2}(X_2^*(x_2^*(X_1^*)),\ x_2^*(X_1^*)) =$$
$$= \frac{D^2}{2(2\alpha + (R + \beta nr)^{-1})} \times$$
$$\times \left(1 - \frac{\alpha n(r + \beta R)(\alpha + R^{-1})}{(2\alpha + R^{-1})(2\alpha(r + \beta R) + 1)}\right)^2 - C.$$

Итак, комбинация параметров модели (α, R, C, D, r, β) должна удовлетворять условию:

$$\frac{D^2}{2(2\alpha + (R + \beta nr)^{-1})} \times$$
$$\times \left(1 - \frac{\alpha n(r + \beta R)(\alpha + R^{-1})}{(2\alpha + R^{-1})(2\alpha(r + \beta R) + 1)}\right)^2 - C < 0.$$

Действие 6. Имитатор, исходя из результатов предыдущего шага (имитатор пока не знает, что инноватор покинул рынок, и видит, что другие имитаторы выпускают данный продукт), продолжает выпуск продукта:

$$f_{imit,\,3}(x_3,\ X_1^*) = (D - \alpha(nx_3 + X_1^*))x_3 - \\ - \frac{x_3^2}{2(r+\beta(R+(n-1)r))} - c, \qquad (26)$$

$$x_3^* = \frac{D-\alpha X_1^*}{2\alpha n + (r+\beta(R+(n-1)r))^{-1}}, \qquad (27)$$

подставим выражение (17) в формулу (27):

$$x_3^*(X_1^*) = D\frac{1-\alpha(2\alpha+R^{-1})^{-1}}{2\alpha n + (r+\beta(R+(n-1)r))^{-1}}, \qquad (28)$$

а выражения (17) и (28) — в формулу (26):

$$f_{imit,\,3}(x_3^*(X_1^*),\ X_1^*) = \\ = \frac{D^2(\alpha+R^{-1})^2}{2(2\alpha n+(r+\beta(R+(n-1)r))^{-1})(2\alpha+R^{-1})^2} - c.$$

Итак, комбинация параметров модели (α, R, c, D, r, β) должна удовлетворять условию:

$$\frac{D^2(\alpha+R^{-1})^2}{2(2\alpha n+(r+\beta(R+(n-1)r))^{-1})(2\alpha+R^{-1})^2} - c \geq 0.$$

Таблица 1

Интерпретация ограничений на параметры модели (что произойдет при нарушении ограничений)

Шаг	Ограничения	Интерпретация
1	$f_{\mathrm{I}} < 0$	Инноватору не выгодно входить на рынок
1	$f_{\mathrm{II}} \geqslant 0$	Имитатор войдет на рынок раньше инноватора
2	$f_{\mathrm{III}} < 0$	Имитатор не войдет на рынок, на котором работает один инноватор
3	$f_{\mathrm{IV}} \geqslant 0$	Инноватор не покинет рынок, на котором работают имитаторы
3	$f_{\mathrm{V}} < 0$	Имитатор покинет рынок, на котором работает инноватор
4	$f_{\mathrm{VI}} < 0$	Имитатор покинет рынок, на котором работают другие имитаторы
—	$f_{\mathrm{VII}} \leqslant 0$	При всех значениях параметра n целевая функция (6) будет отрицательна
—	$f_{\mathrm{VIII}} \leqslant 0$	Значение $n_{\min}$ (см. выражение (7)) будет отрицательным
—	$f_{\mathrm{IX}} \leqslant 0$	Значение $n_{\max}$ (см. выражение (7)) будет отрицательным

Действие 7. Инноватор ушел с рынка и не намерен возвращаться (целевая функция и оптимальное действие инноватора не изменились по сравнению с действием 5).

Действие 8. Только имитаторы остаются на рынке и продолжают выпускать продукт (см. «случай однородных агентов» в § 2 — выражения (4) — (6)).

Таким образом, систему ограничений на параметры модели (с учетом выражения (8)), при которых реализуется базовый сценарий коллективного поведения (см. рис. 8), можно записать в виде

$$\begin{cases} f_{\mathrm{I}} = \frac{1}{2}D^2(2\alpha+R^{-1})^{-1} - C \geq 0, \\ f_{\mathrm{II}} = \frac{1}{2}D^2(2\alpha+r^{-1})^{-1} - c < 0, \\ f_{\mathrm{III}} = \frac{D^2(\alpha+R^{-1})^2}{2(2\alpha+(r+\beta R)^{-1})(2\alpha+R^{-1})^2} - c \geq 0, \\ f_{\mathrm{IV}} = \frac{D^2}{2(2\alpha+(R+\beta nr)^{-1})} \times \\ \times\left(1-\frac{\alpha n(r+\beta R)(\alpha+R^{-1})}{(2\alpha+R^{-1})(2\alpha(r+\beta R)+1)}\right)^2 - C < 0, \\ f_{\mathrm{V}} = \frac{D^2(\alpha+R^{-1})^2}{2(2\alpha n+(r+\beta(R+(n-1)r))^{-1})(2\alpha+R^{-1})^2} - \\ - c \geq 0, \\ f_{\mathrm{VI}} = \frac{1}{4}D^2\left(\alpha n+\frac{1}{2r(1+\beta(n-1))}\right)^{-1} - c \geq 0, \\ f_{\mathrm{VII}} = \left(\frac{1-\beta}{\beta}-\frac{D^2}{4\alpha c}\right)^2 - \frac{2}{r\alpha\beta} + \frac{D^2(1-\beta)}{\alpha c\beta} > 0, \\ f_{\mathrm{VIII}} = \frac{D^2}{8\alpha c} - \frac{1-\beta}{2\beta} - \\ - \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{1-\beta}{\beta}-\frac{D^2}{4\alpha c}\right)^2 - \frac{2}{r\alpha\beta} + \frac{D^2(1-\beta)}{\alpha c\beta}} > 0, \\ f_{\mathrm{IX}} = \frac{D^2}{8\alpha c} - \frac{1-\beta}{2\beta} + \\ + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{1-\beta}{\beta}-\frac{D^2}{4\alpha c}\right)^2 - \frac{2}{r\alpha\beta} + \frac{D^2(1-\beta)}{\alpha c\beta}} > 0. \end{cases} \qquad (29)$$

Приведем (табл. 1) содержательные интерпретации нарушения системы неравенств (29) (ограничений на параметры модели).

Систему ограничений (29) на параметры модели, в рамках которых реализуется базовый сценарий, можно анализировать как в аспекте задач параметрического управления, так и в аспекте содержательных интерпретаций соответствующих ограничений. Приведем пример такого анализа, свидетельствующего, что существенными (в частности, для отнесения агента к инноваторам или имитаторам) являются значения параметров r и c.

Пример 7. В качестве иллюстрации представим комбинации значений R и r, удовлетворяющие системе неравенств (29) — см. затененную область на рис. 9 — при значениях параметров (см. также примеры 1—3): $D = 2\ 500$; $\alpha = 0{,}7$; $\beta = 0{,}16$; $C = 300\ 000$; $c = 60\ 000$; $n = 18$.

Проанализируем отмеченные на рис. 9 точки. Точка A_1 не удовлетворяет системе неравенств (29): не выполняется неравенство $f_{\rm V}$. В данной точке значение параметра R значительно (более чем в 40 раз) выше значения параметра r. Данную ситуацию можно интерпретировать следующим образом: из-за существенной разницы эффективностей имитатор будет не в состоянии перенять опыт инноватора и начать производить новый продукт. Комбинация значений параметров R и r в точке B_1 удовлетворяет системе неравенств. В точке E_1 не выполняются неравенства $f_{\rm V}$÷$f_{\rm IX}$, т. е. имитатор покинет рынок на шаге 3 (значение параметра r слишком низкое, поэтому производственные затраты для имитатора будут высокими); также при всех значениях параметра n целевая функция (6) будет отрицательна. В точке F_1 не выполняется неравенство $f_{\rm II}$: имитатор войдет на рынок раньше инноватора (значения параметров R и r примерно равны). В точке G_1 не выполняется неравенство $f_{\rm I}$: инноватору не выгодно входить на рынок (значение параметра R слишком низкое, поэтому производственные затраты для инноватора будут высокими).

По аналогии рассмотрим прочие комбинации значений c, C, r и R, а также комбинацию отношений C/c и R/r, удовлетворяющих системе неравенств (29) — см. рис. 10—13. На данных рисунках в точках B_1÷B_5 комбинации значений рассматриваемых параметров, удовлетворяющие заданной системе неравенств, совпадают.

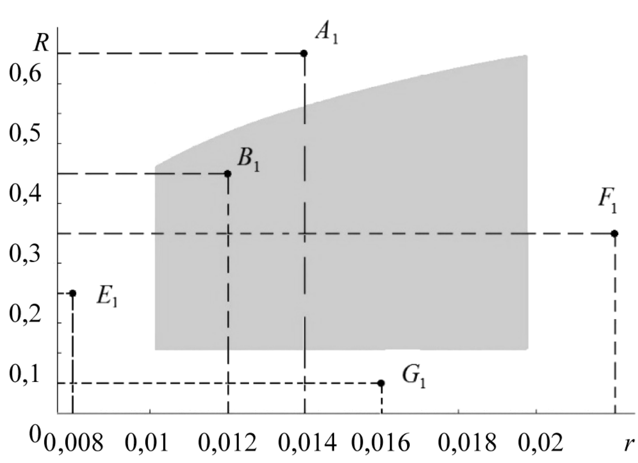

Рис. 9. Комбинации значений параметров R и r, удовлетворяющие системе неравенств (29)

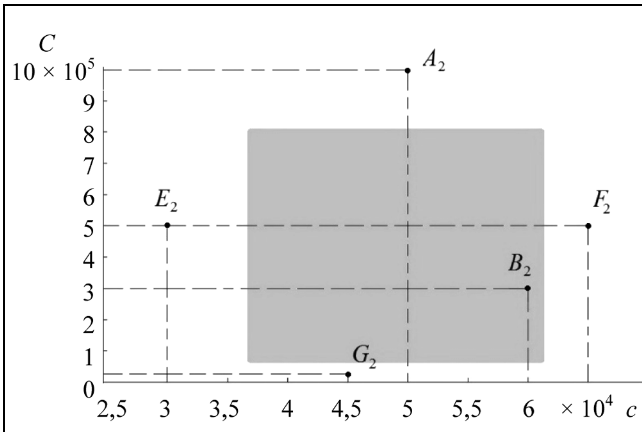

Рис. 10. Комбинации значений параметров C и c (при $R = 0{,}4$; $r = 0{,}012$), удовлетворяющие системе неравенств (29)

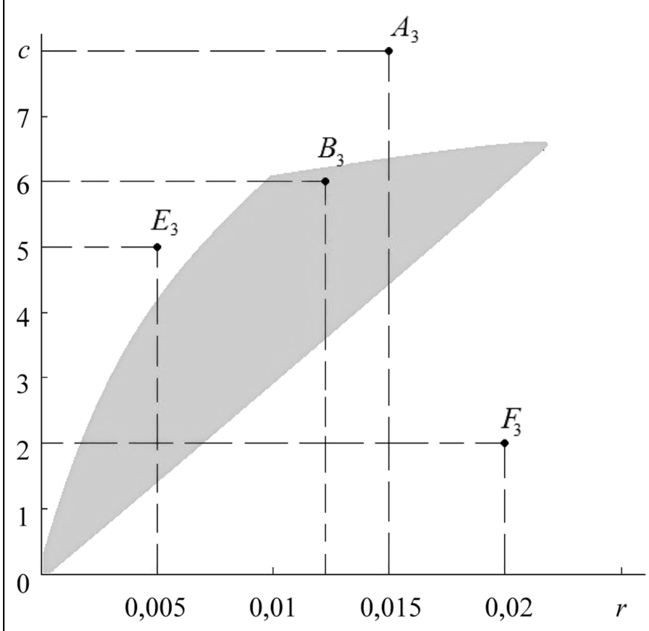

Рис. 11. Комбинации значений параметров c и r, удовлетворяющие системе неравенств (29)

На рис. 12 представлен частный случай, когда значения параметров $c = 60\ 000$, $r = 0{,}012$ фиксированы, т. е. осуществлялся подбор значений параметров C и R, удовлетворяющих системе неравенств (29), при прочих заданных значениях параметров моделей. На рис. 13 представлен более общий случай — когда ищутся комбинации значений всех четырех параметров: c, C, r и R, удовлетворяющих системе неравенств (29) (значения рассматриваемых параметров в точках H, K и Z на рис. 12 и 13 совпадают).

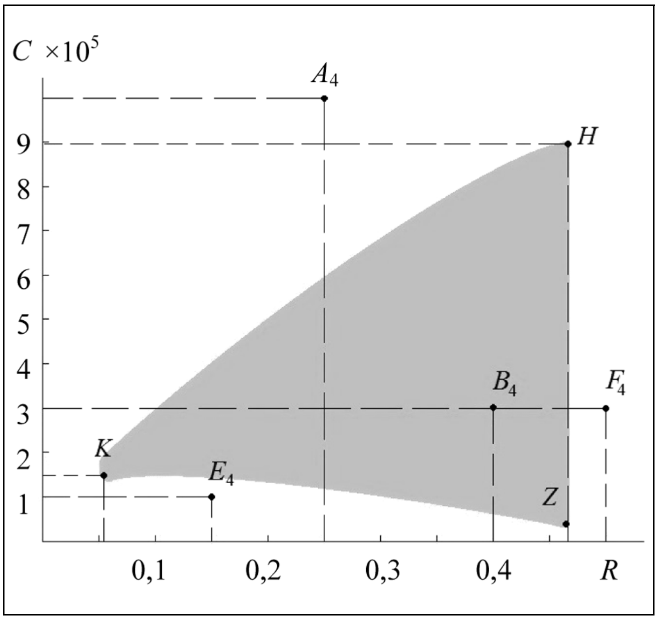

Рис. 12. Комбинации значений параметров *C* и *R*, удовлетворяющие системе неравенств (29)

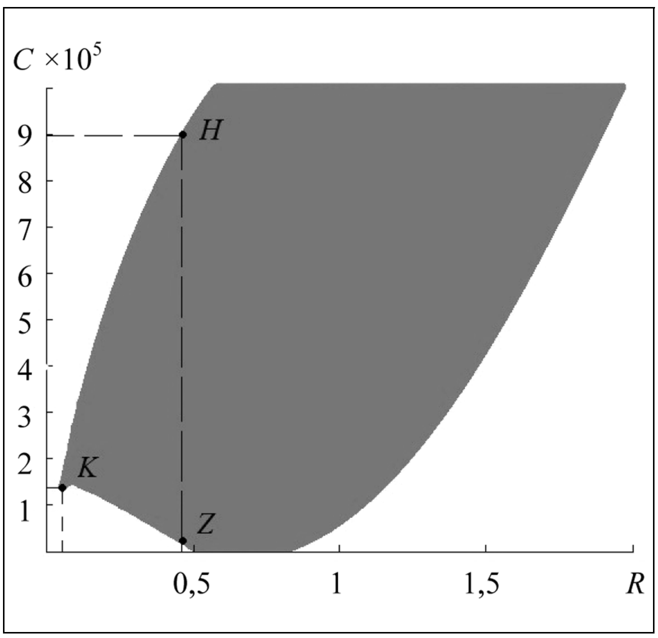

Рис. 13. Комбинации значений параметров *C* и *R*, удовлетворяющие системе неравенств (29); значения параметров *c* и *r* не фиксированы

Полученные результаты анализа представлены в сводной табл. 2. ♦

Итак, из рассмотренного примера 7 можно сделать вывод, что существуют такие комбинации параметров: c, C, r и R, которые удовлетворяют системе неравенств (29). Отметим, что базовый сценарий реализуется при выполнении условий:

— значение параметра R должно быть выше значения параметра r (иначе эффективность инноватора будет ниже или равна эффективности имитатора);

— если значение параметра R будет во много раз превышать значение параметра r, то, возможно, из-за существенной разницы эффективностей имитатор будет не в состоянии перенять опыт инноватора и начать производить новый продукт;

— если значения параметров R и r будут слишком низкими, то производственные затраты для инноватора и имитатора будут высокими, и агенты понесут убытки;

— если постоянные затраты агентов (значения параметров C и c) будут слишком высокими, то инноватор и имитаторы понесут убытки;

— постоянные затраты инноватора выше постоянных затрат имитаторов ($C > c$ — инноватор первый осваивает рынок и несет основной груз затрат на «исследования и разработки»).

Для простоты рассматривалась модель коллективного поведения агентов, в которой на рынок «входит» с инновационным продуктом/услугой один инноватор. Полностью по аналогии можно описать случай, когда имеется не один, а несколько инноваторов.

Таблица 2

Неравенства из системы (29), которые нарушаются в характерных точках, см. рис. 9—13

Параметры	Точки	Неравенства, которые нарушаются
(R, r)	A_1	f_{V}
	E_1	$f_{\mathrm{V}} \div f_{\mathrm{IX}}$
	F_1	f_{II}
	G_1	f_{I}
(C, c)	A_2	f_{I}
	E_2	$f_{\mathrm{II}}, f_{\mathrm{VIII}}$
	F_2	f_{V}
	G_2	f_{IV}
(c, r)	A_3	$f_{\mathrm{V}} \div f_{\mathrm{IX}}$
	E_3	$f_{\mathrm{VI}} \div f_{\mathrm{IX}}$
	F_3	$f_{\mathrm{II}}, f_{\mathrm{VIII}}$
(C, R)	A_4	f_{I}
	E_4	f_{IV}
	F_4	f_{V}

5. ДИНАМИКА ПОРОГОВОГО ПОВЕДЕНИЯ АГЕНТОВ: ИННОВАТОРЫ И ИМИТАТОРЫ

В рамках модели «инновационной олигополии Курно» в § 2 рассмотрена динамика порогового поведения агентов, различающихся своими постоянными издержками. Однако это поведение (см. рис. 6 и 7) отличается от поведения, соответствующего описанному в § 4 базовому сценарию (см. рис. 8). Модифицируем модель порогового поведения агентов таким образом, чтобы она давала ту же качественную картину динамики доли действующих агентов, что и в рамках базового сценария.

Пусть $x_i \in \{0; 1\}$ и имеются две группы агентов — L и J — «инноваторы» (с эффективностями ρr и затратами ρc, где $\rho \ge 1$) и «имитаторы» (с эффективностями r и затратами c), причем первые составляют долю $\gamma \in [0; 1]$ от всех агентов ($L \cup J = N$, $L \cap J = \varnothing$, $\gamma = |L|/(|L| + |J|)$). Обозначим через y^k (z^k) ожидаемую долю инноваторов (имитаторов), действующих (выбирающих ненулевые действия) на k-м шаге.

В введенных обозначениях долю $u^k \in [0; 1]$ агентов, действующих в k-й момент времени, можно записать как

$$u^k = \gamma\, y^k + (1 - \gamma)\, z^k. \quad (30)$$

Положим $r_i = 1/2$, $D = 1$. Пусть целевая функция агента-инноватора имеет вид (сравните с выражениями (1) и (12)):

$$f_i(y^k, z^k, x_i^k) = (1 - \alpha_L(\gamma y^k + (1 - \gamma)z^k))x_i^k - \frac{(x_i^k)^2}{\rho} - \rho c_i x_i^k, \quad i \in L, \quad (31)$$

а целевая функция агента-имитатора имеет вид (сравните с выражениями (1) и (12)):

$$f_i(y^k, z^k, x_i^k) = (1 - \alpha_J(\gamma y^k + (1 - \gamma)z^k))x_i^k - \frac{(x_i^k)^2}{1 + \beta[\gamma\rho y^k + (1-\gamma)z^k]} - c_i x_i^k, \quad i \in J. \quad (32)$$

Содержательно, инноваторы и имитаторы различаются значениями констант α_L и α_J (эластичностями цены по «объему производства»), эффективностями и постоянными издержками, а также тем, что переменные издержки инноваторов не зависят от действий других агентов, а переменные издержки имитаторов уменьшаются (благодаря «передаче технологий» или «эффекту масштаба» и др. — см. выше) с ростом числа действующих агентов.

Из выражений (2), (3) и (31), (32) следует, что

$$x_i^k = \begin{cases} 1, \text{ если } (1 - \alpha_L(\gamma y^k + (1-\gamma)z^k)) - 1/\rho \ge \rho c_i, \\ i \in L, \\ 0, \text{ иначе}, \end{cases} \quad (33)$$

$$x_i^k = \begin{cases} 1, \text{ если } (1 - \alpha_J(\gamma y^k + (1-\gamma)z^k)) - \\ - \dfrac{1}{1 + \beta[\gamma\rho y^k + (1-\gamma)z^k]} \ge c_i, \quad i \in J. \\ 0, \text{ иначе}. \end{cases} \quad (34)$$

Предположим, как и ранее, что агенты различаются только значениями постоянных издержек, имеющих функцию распределения $F(\cdot)$. Из выражений (33) и (34) следует, что при большом числе агентов динамика доли действующих агентов описывается следующим образом [2]:

$$y^k = F\Big(\frac{1}{\rho}\Big(1 - \alpha(\gamma y^{k-1} + (1-\gamma)z^{k-1}) - \frac{1}{\rho}\Big)\Big), \quad k = 1, 2, ..., \quad (35)$$

$$z^k = F\Big(1 - \alpha(\gamma y^{k-1} + (1 - \gamma)z^{k-1}) - \frac{1}{1 + \beta[\gamma\rho y^{k-1} + (1-\gamma)z^{k-1}]}\Big), \quad k = 1, 2, ... \quad (36)$$

Проанализируем грубые (не учитывающие «равновесные» доли действующих агентов различных типов) условия реализации базового сценария при $c \in [c_{\min}; c_{\max}]$:

— в начальный момент времени один инноватор принимает решение войти на «пустой» рынок и начать производство, так как ему выгодно внесение на рынок нового продукта/услуги:

$$1 - 1/\rho \ge \rho c_{\min}; \quad (37)$$

— имитатору (одному) в отсутствие инноваторов не выгодно входить на рынок: $c_{\min} \ge 0$ (что в рамках рассматриваемых моделей выполнено всегда);

— имитаторам (всем вместе) выгодно работать на рынке одновременно с инноваторами:

$$1 - \alpha_J - \frac{1}{1 + \beta(\gamma\rho + 1 - \gamma)} \ge c_{\min}; \quad (38)$$

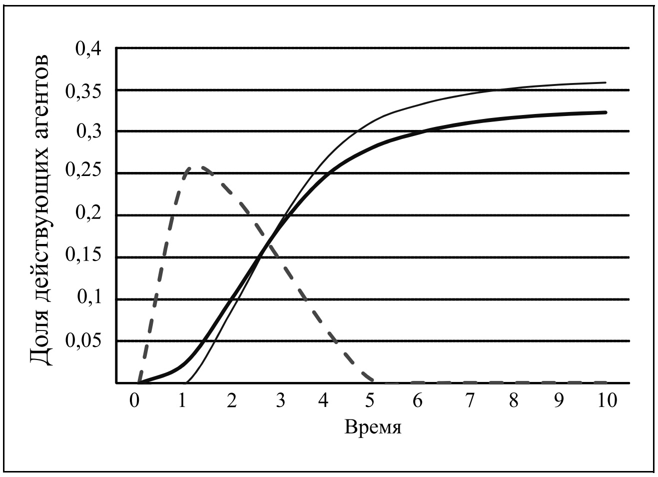

Рис. 14. Динамика доли действующих агентов в рамках базового сценария: - - - — инноваторы; ——— — имитаторы; **———** — все агенты

— инноваторам не выгодно работать одновременно с имитаторами:

$$1 - \alpha_L - 1/\rho < \rho c_{\max}; \qquad (39)$$

— в итоге на рынке остаются только имитаторы, и им выгодно работать в отсутствии инноваторов:

$$1 - \alpha_J(1 - \gamma) - \frac{1}{1 + \beta(1 - \gamma)} \ge c_{\min}. \qquad (40)$$

Итак, комбинация параметров модели, удовлетворяющая системе ограничений (37)—(40), позволяет получить ту же качественную картину динамики доли действующих агентов, что и в рамках базового сценария.

Пример 8. Пусть $\alpha_L = 2$, $\alpha_J = 0{,}1$, $\beta = 2$, $\gamma = 0{,}1$, $\rho = 2$, $c_{\min} = 0$, $c_{\max} = 1$, $F(x) = x$, $y^0 = 0$, $z^0 = 0$. При данных значениях параметров модели (отметим, что эти значения удовлетворяют ограничениям (37)—(40)) система (35), (36) демонстрирует поведение, соответствующее базовому сценарию (рис. 14) — сначала агенты бездействуют, затем начинают действовать инноваторы, потом — имитаторы, затем инноваторы уходят с рынка и на нем остаются одни имитаторы.

Динамика доли действующих агентов (см. жирную кривую на рис. 14) имеет традиционный логистический вид, являясь при этом «суперпозицией» (см. выражение (30)) доли действующих инноваторов (штриховая кривая на рис. 14) и доли действующих имитаторов (непрерывная кривая на рис. 14).

В рассмотренном примере доля инноваторов составляет 10 %. При существенном ее изменении (как увеличении, так и уменьшении) характер динамики качественно изменяется. Поэтому можно выдвинуть гипотезу о том, что для каждой популяции агентов существует соответствующая «оптимальная» доля инноваторов. ♦

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрение предложенной модели «инновационной олигополии Курно» (как в рамках теоретико-игровой постановки, так и в аспекте динамики коллективного поведения агентов) позволило учесть ряд эффектов:

— конкуренцию на рынке инновационного продукта;

— ограниченность емкости рынка и существование оптимального числа действующих на нем агентов;

— комплементарность инновационных технологий;

— конформное поведение агентов и др.,

а также получить условия реализации базового сценария динамики взаимодействия инноваторов и имитаторов (с учетом возможностей их входа на рынок и ухода с него).

Перспективными направлениями будущих исследований представляются постановка и решение соответствующих задач управления [18] — управления инновациями [5] (например, выбор управляемых параметров модели, приводящих к реализации базового сценария, и/или к максимизации удельной прибыли инноваторов, и/или к снижению равновесной цены и т. п.), а также обобщение предложенных моделей на случаи: общего вида функции переменных издержек типа Кобба — Дугласа, нетривиальной взаимной информированности агентов [21] и динамики спроса на инновационную продукцию со стороны ее потребителей.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство симметричности равновесия в модели, рассмотренной в § 2. В силу монотонности функций затрат, единственной альтернативой выбору действия (5) для агента является нулевой объем производства. Предположим, что m агентов из n, функционирующих на рынке, предпочли не производить рассматриваемую продукцию (обозначим их «коалицию» нижним индексом «L»). Соответственно, целевая функция таких агентов тождественно равна нулю (см. выражение (1)). Исследуем, как наличие таких агентов повлияет на целевую функцию и действие остальных (*работающих* агентов из множества $N\backslash L$) участников рынка ($x_l > 0$). Запишем целевую функцию

$$f_l(x_l) = (D - \alpha(n - m)x_l)x_l - \frac{x_l^2}{2r(1+\beta(n-m-1))} - c,$$
$$l \in N\backslash L. \qquad (\text{П}1)$$

Продифференцируем вогнутую функцию (П1) по x_l, приравняем производную нулю и выразим оптимальное значение x_l^*:

$$x_l^* = D\left(2\alpha(n-m) + \frac{1}{r(1+\beta(n-m-1))}\right)^{-1}. \qquad (\text{П}2)$$

Найдем значение целевой функции j-го агента ($j \in L$), если он выберет ненулевое действие ($x_j > 0$), причем все остальные агенты своих действий не меняют:

$$f_j(x_j,\ x_l^*) = (D - \alpha((n - m)x_l^* + x_j))x_j -$$
$$- \frac{x_j^2}{2r(1+\beta(n-m))} - c. \qquad (\text{П}3)$$

Подставим оптимальное значение (П2) в выражение (П3):

$$f_j(x_j,\ x_l^*) = \frac{1 + r\alpha(n-m)(1+\beta(n-m-1))}{1 + 2r\alpha(n-m)(1+\beta(n-m-1))}Dx_j -$$
$$- \frac{1 + 2r\alpha(1+\beta(n-m))}{2r(1+\beta(n-m))}x_j^2 - c. \qquad (\text{П}4)$$

Продифференцируем функцию (П4) по x_j, приравняем производную нулю и выразим оптимальное значение действия агента (x_j^*):

$$x_j^* = D \times$$
$$\times \frac{r(1+\beta(n-m))(1+r\alpha(n-m)(1+\beta(n-m-1)))}{(1+2r\alpha(1+\beta(n-m)))(1+2r\alpha(n-m)(1+\beta(n-m-1)))}. \qquad (\text{П}5)$$

Правая часть выражения (П5) неотрицательна, так как $m < n$; r, D, α, $\beta \geq 0$, а если все эти параметры положительны, то строго положительна. Таким образом, j-му агенту будет выгодно выбрать ненулевое действие, следовательно, выбор частью однородных агентов нулевых действий не является равновесием их игры.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бреер В.В.* Модели конформного поведения // Проблемы управления. — 2014. — № 1. — С. 2—13; № 2. — С. 2—17.
2. *Губанов Д.А.*, *Новиков Д.А.*, *Чхартишвили А.Г.* Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства. — М.: Физматлит, 2010. — 228 с.
3. *Гриценко Д.В.* Динамическая эффективность равновесий Курно и Бертрана в дифференцированной олигополии в условиях конкуренции в области инновационных разработок // Экономические науки. — 2009. — № 54. — С. 312—316.
4. *Затонский А.В.*, *Коптева А.В.* Теоретико-игровое моделирование прибыли предприятий олигополистической отрасли с учетом их производственных мощностей // Научный журнал НИУ ИТМО. Сер. «Экономика и экологический менеджмент». — 2014. — № 4. — С. 147—155.
5. *Новиков Д.А.*, *Ивращенко А.А.* Модели и методы организационного управления инновационным развитием фирмы. — М.: Ленанд, 2006. — 332 с.
6. *Belleflamme P.*, *Vergari C.* Incentives to Innovate in Oligopolies // The Manchester School. — 2011. — Vol. 79, N 1. — P. 6—28.
7. *Norbdck P.*, *Persson L.*, *Teg G.* Acquisitions, Entry and Innovation in Network Industries / IFN Working Paper No. 867. — Stockholm: Research Institute of Industrial Economics, 2011. — 38 p.
8. *Губанов Д.А.*, *Коргин Н.А.*, *Новиков Д.А.*, *Райков А.Н.* Сетевая экспертиза. — М.: Эгвес, 2011. — 166 с.
9. *Иващенко А.А.*, *Нижегородцев Р.М.*, *Новиков Д.А.* Инновационная и инвестиционная политика: модель смены технологий // Проблемы управления. — 2005. — № 5. — С. 55—57.
10. *Bischi G.*, *Lamantia F.* A Dynamic Model of Oligopoly with R&D Externalities Along Networks. Part I. // Mathematics and Computers in Simulation. — 2012. — N 84. — P. 51—65.
11. *Jansen J.* On Competition and the Strategic Management of Intellectual Property in Oligopoly / Discussion Paper No. 339. — Berlin: Max Planck Institute, 2010. — 42 p.
12. *Kamien M.* Patent Licensing / Handbook of Game Theory. — N.-Y.: Elseiver, 1992. — Vol. 1. — P. 332—354.
13. *Braguinsky S.*, *Gabdrakhmanov S.*, *Ohyama A.* A Theory of Competitive Industry Dynamics with Innovation and Imitation // Review of Economic Dynamics. — 2007. — N 10. — P. 729—760.
14. *Mas-Collel A.*, *Whinston M.D.*, *Green J.R.* Microeconomic theory. — N.-Y.: Oxford Univ. Press, 1995. — 981 p.
15. *Новиков Д.А.* Модели обучения в процессе работы // Управление большими системами. — 2007. — Вып. 19. — С. 5—22.
16. *Schipper B.* Imitators and optimizers in Cournot oligopoly // Journal of Economic Dynamics and Control. — 2002. — N 12. — P. 1981—1990.
17. *Tramontana F., Gardini L., Puu T.* Mathematical Properties of a Combined Cournot-Stackelberg Model / WP-EMS Working Papers Series in Economics, Mathematics and Statistics. — 2010. — N 7. — 26 p.
18. *Novikov D.* Theory of Control in Organizations. — N.-Y.: Nova Science Publishers, 2013. — 341 p.
19. *Бреер В.В.* Теоретико-игровые и стохастические модели коллективного бинарного выбора // Управление большими системами. — 2015 (в печати).
20. *Бреер В.В.* Теоретико-игровые модели конформного поведения // Автоматика и телемеханика. — 2012. — № 10. — С. 111—126.
21. *Novikov D.*, *Chkhartishvili A.* Reflexion and Control: Mathematical Models. — Leiden: CRC Press, 2014. — 298 p.

Статья представлена членом редакционной коллегии Ф.Т. Алескеровым.

Бреер Владимир Валентинович — канд. техн. наук, бизнес-аналитик, ЗАО «Авиахэлп Групп», г. Москва, ✉ breer@live.ru,

Мирзоян Гагик Левонович — канд. техн. наук, ст. экономист, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ✉ mirzoyangl@yandex.ru,

Новиков Дмитрий Александрович — чл.-корр. РАН, зам. директора, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ✉ novikov@ipu.ru.