

ДЕЛОВАЯ ИГРА "ПРОИЗВОДСТВЕННАЯ ПРОГРАММА ДОБЫВАЮЩЕГО КОМБИНАТА"

Игра "Производственная программа добывающего комбината" моделирует систему управления добывающим производственным объединением (комбинатом), решающую задачу выбора оптимальной производственной программы, и предназначена для проверки основных положений принципа согласованного управления [1], а также для экспериментального исследования эффективности функционирования системы производственного объединения в процессе решения задачи выбора производственной программы (ВПП) при двух схемах централизованного управления, основанных на принципах жесткой централизации и согласованного управления. Игра может быть использована для обучения руководящего персонала комбината принятию рациональных решений.

При разработке игры были сделаны следующие предположения:

- 1) управление системой добывающего комбината осуществляется централизованно;
- 2) система добывающего комбината рассматривается как активная система;
- 3) на результаты деятельности каждой активной подсистемы оказывают влияние не только ее собственные действия, но и действия других подсистем.

I. Описание модели игры

Система добывающего комбината представляется трехуровневой иерархической активной системой, которая состоит из управляющего органа (УО) на верхнем уровне, n активных подсистем (АП) на промежуточном уровне и m активных элементов (АЭ) на нижнем уровне, причем, k -ый АП подчинено p_k активных элементов.

Выбор производственной программы по производительностям

Пусть АЭ_i имеет α_i альтернативных производственных про-

грамм, каждая из которых характеризуется некоторым уровнем производительности АЭ по добыче \mathcal{X} -го вида металла. Будем считать, что каждый АЭ добывает только один вид металла.

Модель i -го АЭ будем задавать α -мерным вектором $\{\tau_{ij}\}$, $i=1, 2, \dots, p_k$, $j=1, 2, \dots, \alpha_i$, j -я компонента которого представляет истинные возможности АЭ по реализации j -ой производственной программы. Целевую функцию i -го АЭ будем задавать в виде:

$$\varphi_i = \begin{cases} \sum_{j=1}^{\alpha_i} (\lambda_j^{x_i} - C_{ij}) [\tau_{ij} - \alpha_i(\tau_{ij} - \beta_{ij})] \tau_{ij} x_{ij}, & \text{если } \tau_{ij} \geq \beta_{ij}, \\ \sum_{j=1}^{\alpha_i} (\lambda_j^{x_i} - C_{ij}) [\tau_{ij} - \beta_i(\beta_{ij} - \tau_{ij})] \tau_{ij} x_{ij}, & \text{если } \tau_{ij} \leq \beta_{ij}, \end{cases} \quad (1)$$

где $0 < \alpha_i < 1$; $\beta_i > 0$; $i=1, 2, \dots, p_k$; $j=1, 2, \dots, \alpha_i$;

$\lambda_j^{x_i}$ - цена \mathcal{X} -го вида металла; τ_{ij} - время работы i -го АЭ по j -ой производственной программе; x_{ij} - истинные возможности i -го АЭ по реализации j -ой производственной программы; β_{ij} - предпочтение i -го АЭ по j -ой производственной программе, выражаемое в форме оценки активным элементом своих возможностей;

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-му АЭ назначена } j\text{-я производственная программа;} \\ 0, & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

$C_{ij}^{x_i}$ - себестоимость металла \mathcal{X} -го вида, добываемого i -м АЭ по j -ой производственной программе;

α_i, β_i - коэффициенты штрафа за расхождение предпочтений и истинных возможностей.

Будем считать (и это соответствует действительности), что в k -ой АП каждый вид металла добывают несколько АЭ с различными себестоимостями и уровнями производства. Поэтому на уровне АП будем агрегировать АЭ по видам добываемого металла и каждую АП будем рассматривать как многопродуктовое производство с уровнем производства

$$Q_{k\ell}^{\mathcal{X}} = \sum_{i=1}^{\alpha_k} q_{ij}^{x_i}, \quad \mathcal{X}=1, 2, \dots, \beta_k, \quad \ell=1, 2, \dots, L_k \quad (2)$$

и себестоимостью производства

$$C_{k\ell}^{\mathcal{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{\alpha_k} C_{ij}^{x_i} q_{ij}^{x_i}}{\sum_{i=1}^{\alpha_k} q_{ij}^{x_i}}, \quad \mathcal{X}=1, 2, \dots, \beta_k, \quad \ell=1, 2, \dots, L_k, \quad (3)$$

где $q_{ij}^{x_i}$ - уровень (объем) производства i -го АЭ, подчиненного k -ой АП и добывающего металл x -го вида по j -ой производственной программе;

b_k^x - количество АЭ k -ой АП, добывающих x -ный вид металла;

s_k - количество видов металла, добываемых k -ой АП.

Модель k -ой АП будем задавать множеством $R_k = \{R_{k\ell}\}_{\ell=1,2,\dots,L_k}$, ℓ -ый элемент которого представляет истинные возможности k -ой АП по ее ℓ -ой производственной программе; x -я компонента $R_{k\ell}^x$ ($x=1,2,\dots,s_k$) вектора $R_{k\ell}$ представляет собой истинные возможности k -ой АП по добыче металла x -го вида по ℓ -ой производственной программе. Целевая функция k -ой АП на этапе формирования данных задается в виде:

$$\psi_k = \begin{cases} \sum_{x=1}^{s_k} \sum_{\ell=1}^{L_k} (\lambda_x^x - C_{k\ell}^x) [R_{k\ell}^x - \alpha_k (R_{k\ell}^x - C_{k\ell}^x)] \tau_{k\ell} y_{k\ell}, & \text{если } R_{k\ell}^x \geq C_{k\ell}^x \\ \sum_{x=1}^{s_k} \sum_{\ell=1}^{L_k} (\lambda_x^x - C_{k\ell}^x) [R_{k\ell}^x - \beta_k (C_{k\ell}^x - R_{k\ell}^x)] \tau_{k\ell} y_{k\ell}, & \text{если } R_{k\ell}^x \leq C_{k\ell}^x \end{cases} \quad (4)$$

где $0 < \alpha_k < 1; \beta_k > 0; k=1,2,\dots,n; \ell=1,2,\dots,L_k; x=1,2,\dots,s_k$,

$\tau_{k\ell}$ - время работы k -ой АП по ℓ -ой производственной программе; $C_{k\ell}^x$ - предпочтение k -ой АП по добыче x -го вида металла по ℓ -ой производственной программе; α_k ,

β_k - коэффициенты штрафа за отклонения предпочтений от истинных возможностей;

$$y_{k\ell} = \begin{cases} 1, & \text{если } k\text{-ой АП назначена } \ell\text{-ая производственная программа;} \\ 0 & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

L_k - количество альтернативных производственных программ k -ой АП;

$$L_k = \prod_{i=1}^{P_k} \alpha_i. \quad (5)$$

На этапе планирования целевая функция k -ой АП будет иметь вид:

$$\Psi_k = \sum_{i=1}^{p_k} \sum_{j=1}^{\alpha_i} (\lambda_j^x - C_{ij}^x) \beta_{ij} \tau_{ij} x_{ij}. \quad (6)$$

На уровне активной системы (АС) (она является подсистемой системы более высокого уровня) параметры активных подсистем агрегируются по видам добываемого металла. Целевую функцию УО (АС) на этапе формирования данных будем задавать в виде:

$$\mathcal{D} = \begin{cases} \sum_{p=1}^L \sum_{x=1}^f (\lambda_p^x - C_p^x) [\bar{v}_p^x - \alpha(\bar{v}_p^x - \bar{w}_p^x)] \tau_p z_p, & \text{если } \bar{v}_p^x \geq \bar{w}_p^x \\ \sum_{p=1}^L \sum_{x=1}^f (\lambda_p^x - C_p^x) [\bar{v}_p^x - \beta(\bar{w}_p^x - \bar{v}_p^x)] \tau_p z_p, & \text{если } \bar{v}_p^x < \bar{w}_p^x \end{cases}, \quad (7)$$

где $0 < \alpha < 1; \beta > 0; p = 1, 2, \dots, L; x = 1, 2, \dots, f$,

τ_p - время работы АС по p -ой производственной программе; \bar{v}_p^x - истинные возможности АС по добыче металла x -го вида по p -ой производственной программе; \bar{w}_p^x - предпочтение АС по добыче x -го вида металла по p -ой производственной программе; α, β - коэффициенты штрафа за отклонения предпочтений от истинных возможностей;

C_p^x - себестоимость металла x -го вида, добываемого АС по p -ой производственной программе;

f - количество видов металла, добываемых АС;

L - количество альтернативных производственных программ АС,

$$L = \prod_{i=1}^m \alpha_i; \quad (8)$$

$$z_p = \begin{cases} 1, & \text{если АС назначена } p\text{-ая производственная} \\ & \text{программа;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

На этапе планирования целевая функция АС имеет вид:

$$\mathcal{D} = \sum_{k=1}^n \sum_{\ell=1}^{l_k} \sum_{x=1}^{s_k} (\lambda_{k\ell}^x - C_{k\ell}^x) \sigma_{k\ell}^x \tau_{k\ell} y_{k\ell}. \quad (9)$$

Выбор производственной программы по себестоимостям металла

Предполагается, что производительности АЭ и АП по их производственным программам известны УО, но соответствующие себестоимости металлов не известны ей.

Для этого варианта игры выражения (I), (4), (6), (7), (9) будут, соответственно, иметь вид:

$$\varphi_i = \begin{cases} \sum_{j=1}^{a_i} [(\lambda_i^x - C_{ij}^x) - \alpha_i (\bar{C}_{ij}^x - C_{ij}^x)] z_{ij} \tau_{ij} x_{ij}, & \text{если } C_{ij}^x \leq \bar{C}_{ij}^x \\ \sum_{j=1}^{a_i} [(\lambda_i^x - C_{ij}^x) - \beta_i (\bar{C}_{ij}^x - C_{ij}^x)] z_{ij} \tau_{ij} x_{ij}, & \text{если } C_{ij}^x \geq \bar{C}_{ij}^x \end{cases}, \quad (10)$$

где C_{ij}^x – истинная себестоимость добычи x -го вида металла i -ым АЭ по j -ой производственной программе; \bar{C}_{ij}^x – оценка i -ым АЭ себестоимости добычи x -го вида металла по j -ой производственной программе; z_{ij} – производительность i -го АЭ по j -ой производственной программе;

$$\psi_k = \begin{cases} \sum_{x=1}^{b_k} \sum_{\ell=1}^{L_k} [(\lambda_x^x - C_{k\ell}^x) - \alpha_k (\bar{C}_{k\ell}^x - C_{k\ell}^x)] R_{k\ell}^x \tau_{k\ell} y_{k\ell}, & \text{если } C_{k\ell}^x \leq \bar{C}_{k\ell}^x \\ \sum_{x=1}^{b_k} \sum_{\ell=1}^{L_k} [(\lambda_x^x - C_{k\ell}^x) - \beta_k (\bar{C}_{k\ell}^x - C_{k\ell}^x)] R_{k\ell}^x \tau_{k\ell} y_{k\ell}, & \text{если } C_{k\ell}^x \geq \bar{C}_{k\ell}^x \end{cases}, \quad (II)$$

где $C_{k\ell}^x$ – истинная себестоимость добычи x -го вида металла k -ой АП по ℓ -ой производственной программе;

$\bar{C}_{k\ell}^x$ – оценка k -ой АП себестоимости добычи x -го вида металла по ℓ -ой производственной программе; $R_{k\ell}^x$ – производительность k -ой АП по ℓ -ой производственной программе;

$$\Psi_k = \sum_{i=1}^{P_k} \sum_{j=1}^{a_i} (\lambda_i^x - \bar{C}_{ij}^x) z_{ij} \tau_{ij} x_{ij}, \quad (12)$$

$$\mathcal{D} = \begin{cases} \sum_{p=1}^L \sum_{x=1}^f [(\lambda_p^x - C_p^x) - \alpha (\bar{C}_p^x - C_p^x)] v_p^x \tau_p z_p, & \text{если } C_p^x \leq \bar{C}_p^x \\ \sum_{p=1}^L \sum_{x=1}^f [(\lambda_p^x - C_p^x) - \beta (\bar{C}_p^x - C_p^x)] v_p^x \tau_p z_p, & \text{если } C_p^x \geq \bar{C}_p^x \end{cases}, \quad (13)$$

где C_p^x - истинная себестоимость добычи АС x -го вида металла по p -ой производственной программе; \bar{C}_p^x - оценка АС себестоимости добычи x -го вида металла по p -ой производственной программе; v_p^x - производительность АС по добыче x -го вида металла по p -ой производственной программе; $\Phi = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^{L_k} \sum_{x=1}^{S_k} (\lambda_k^x - \bar{C}_k^x) R_{k\ell}^x T_{k\ell} Y_{k\ell}$. (14)

2. Функционирование системы

Полный цикл функционирования системы осуществляется в три этапа: формирование данных о подсистемах, планирование и реализация планов.

Будем рассматривать встречный способ формирования данных. Эта процедура осуществляется в два этапа. Сначала активные элементы, имея свои наборы производственных программ и исходя из своих достоверных возможностей и целевых функций, оценивают свои предпочтения β_{ij} ($i=1, 2, \dots, m$; $j=1, 2, \dots, a_i$) по всему набору производственных программ и сообщают их активным подсистемам. Активные подсистемы, исходя из полученных предпочтений (они принимают их за истинные возможности) и своих целевых функций, формируют свои предпочтения $\beta_{k\ell}^x$ ($x=1, 2, \dots, S_k$; $\ell=1, 2, \dots, L_k$; $k=1, 2, \dots, n$) по всем видам добываемых металлов и всему набору производственных программ и передают их в управляющий орган. На этом этапе формирования данных заканчивается.

На этапе планирования УО решает задачу выбора оптимальных производственных программ.

Рассмотрим способы решения задачи ВПП для случая жесткой централизации и согласованного управления. Задача ВПП решается также сначала управляющим органом, затем активными подсистемами.

Жесткая централизация

УО решает следующую задачу ВПП:

$$\sum_{k=1}^n \sum_{\ell=1}^{L_k} \sum_{x=1}^{S_k} (\lambda_k^x - C_k^x) \beta_{k\ell}^x T_{k\ell} Y_{k\ell} \rightarrow \max, \quad (15)$$

$$\sum_{k=1}^n \sum_{\ell=1}^{L_k} Q_{k\ell}^x Y_{k\ell} \geq Q_o^x, \quad x=1, 2, \dots, S_k, \quad (16)$$

$$\sum_{k=1}^n \sum_{\ell=1}^{L_k} F_{k\ell} \cdot y_{k\ell} \leq F_0; \quad (I7)$$

$$\sum_{k=1}^n \sum_{\ell=1}^{L_k} P_{k\ell} \cdot y_{k\ell} \leq P_0, \quad (I8)$$

$$\sum_{\ell=1}^{L_k} y_{k\ell} = 1, \quad k=1, 2, \dots, n, \quad (I9)$$

где $y_{k\ell}$ - булева переменная; $Q_{k\ell}^x$ - количество металла x -го вида, добываемое k -ой АП по ℓ -ой производственной программе; Q_o^x - контрольная цифра по металлу x -го вида, утвержденная АС на текущий плановый период; $F_{k\ell}$ - фонд заработной платы (по статьям), необходимый для реализации ℓ -ой производственной программы на k -ой АП; $P_{k\ell}$ - основные фонды (по статьям), необходимые для реализации ℓ -ой производственной программы на k -ой АП; P_0 - основные фонды (по статьям), выделенные активной системе на текущий плановый период; F_0 - фонд заработной платы (по статьям), запланированный комбинату на текущий плановый период.

В результате решения задачи (I5)-(I9) получают оптимальный набор производственных программ, которые назначают активным подсистемам.

Активные подсистемы, имея назначенные им производственные программы, решают задачи выбора оптимальных производственных программ для подчиненных им активных элементов:

$$\sum_{i=1}^{P_k} \sum_{j=1}^{a_i} (X_i^{x_i} - C_{ij}^{x_i}) s_{ij} \tau_{ij} x_{ij} \rightarrow \max, \quad k=1, 2, \dots, n, \quad (20)$$

$$\sum_{i=1}^{B_k} \sum_{j=1}^{a_i} q_{ij}^{x_i} x_{ij} \geq \hat{q}_k^x, \quad x=1, 2, \dots, B_k, \quad (21)$$

$$\sum_{i=1}^{p_k} \sum_{j=1}^{\alpha_i} F_{ij} x_{ij} \leq \hat{F}_k, \quad (22)$$

$$\sum_{i=1}^{p_k} \sum_{j=1}^{\alpha_i} P_{ij} x_{ij} \leq \hat{P}_k, \quad (23)$$

$$\sum_{j=1}^{\alpha_i} x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, p_k, \quad (24)$$

где x_{ij} - булева переменная; $q_{ij}^{x_i}$ - количество металла x -го вида, добываемого i -ым АЭ по j -ой производственной программе; \hat{q}_k^x - количество металла x -го вида, назначенного k -ой АП; F_{ij} - фонд заработной платы (по статьям), необходимый для реализации i -ым АЭ j -ой производственной программы; \hat{F}_k - фонд заработной платы (по статьям), предназначенный k -ой АП; P_{ij} - основные фонды (по статьям), необходимые для реализации i -ым АЭ j -ой производственной программы; \hat{P}_k - основные фонды (по статьям), назначенные k -ой АП.

Согласованное управление

При выборе производственной программы по производительностям к задаче (15)-(19) добавляются условия согласования в виде:

$$\sum_{m=1}^{d_k} [\max_m b_{km}^x (\lambda_e^x - c_{km}^x) - b_{ke}^x (\lambda_e^x - c_{ke}^x)] \tau_{ke} y_{ke} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (25)$$

где λ_e^x - согласованные управление для активных подсистем.

Условия согласования (20) означают, что активным подсистемам будут назначены выгодные для них производственные программы (т.е. программы, которые гарантируют им максимум прибыли).

В задачи (15)-(19) вводят следующие дополнительные условия:

$$[\max_m s_{im} (\lambda_e^x - c_{im}^x) - s_{ij} (\lambda_e^x - c_{ij}^x)] \tau_{ij} x_{ij} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, p_k, \quad (26)$$

где λ_e^x - согласованные управление для активных элементов.

Условия (21) гарантируют всем активным элементам выгодные для них производственные программы.

При выборе производственной программы по себестоимости выражения (25), (26) соответственно принимают вид:

$$\sum_{\mathcal{X}=1}^{\mathcal{X}_k} \left[\max_m (\lambda_2^{\mathcal{X}} - \bar{C}_{km}^{\mathcal{X}}) R_{km}^{\mathcal{X}} - (\lambda_2^{\mathcal{X}} - \bar{C}_{kk}^{\mathcal{X}}) R_{kk}^{\mathcal{X}} \right] \tau_{kk} y_{kk} = 0, \quad k=1, 2, \dots, n, \quad (27)$$

$$\left[\max_m (\lambda_1^{\mathcal{X}_i} - \bar{C}_{im}^{\mathcal{X}_i}) z_{im} - (\lambda_1^{\mathcal{X}_i} - \bar{C}_{ij}^{\mathcal{X}_i}) z_{ij} \right] \tau_{ij} x_{ij} = 0, \quad i=1, 2, \dots, p_k. \quad (28)$$

В выражениях (7), (13) $\lambda_3^{\mathcal{X}}$ являются согласованными управлениеми для АС.

В случае, когда задача ВПП решается на основе принципа жесткой централизации $\lambda_1^{\mathcal{X}_i} = \lambda_2^{\mathcal{X}} = \lambda_3^{\mathcal{X}} \quad (\mathcal{X}=1, 2, \dots, f)$.

В результате решения задач (20)-(24) активным элементам назначаются оптимальные производственные программы и на этом этапе планирования заканчивается.

На этапе реализации подсчитывают выигрыши системы и подсистем. При выборе производственной программы по производительностям выигрыши активных элементов находят из выражения (I), активных подсистем — по выражению (4) и активной системы — по выражению (7). При выборе производственной программы по себестоимостям выигрыши соответственно подсчитывают по выражениям (IO), (II) и (I3). На этом партия игры заканчивается.

Литература

- I. Бурков В.Н. Принцип согласованного управления.
Настоящий сборник.