УДК 658.5:65.012.122

М. М. МЕДЕТОВ, канд. техн. наук;
К. Д. РАИМБЕКОВ;
К. С. САГЫНГАЛИЕВ, канд. техн. наук
(Казахский политехнический институт, Алма-Ата)

СОГЛАСОВАННОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ В ДИСКРЕТНОЙ АКТИВНОЙ СИСТЕМЕ

Сформулирована задача согласованного планирования работы производственных участков в дискретной активной системе, построена ее математическая модель. Исследованы и выделены свойства множества согласованных планов. Предложен метод решения и оценена его сложность. Приведены результаты одного из первых опытов использования принципов согласованного планирования в условиях мелкосерийного многономенклатурного предприятия (на примере разработки и внедрения автоматизированной системы оперативно-календарного согласованного планирования работы штамповочного участка одного из приборостроительных заводов).

1. Введение

В настоящее время интенсивно ведутся исследования в области согласованной оптимизации двухуровневых иерархических систем (ИС) [1, 2]. В рамках этой проблемы изучаются в том числе и методы решения задачи согласованного планирования (СП) с учетом целенаправленного поведения подсистем нижнего уровня ИС.

В существующей литературе известны два направления исследования механизмов функционирования ИС [1—13].

В рамках первого направления исследовались задачи анализа и синтеза механизмов функционирования двухуровневых ИС [1—4]. Обзор работ этого направления приведен в [5], при этом отмечены следующие основные результаты: 1) построить механизмы функционирования, обеспечивающие заданные согласованные режимы функционирования активных систем (АС); 2) определить необходимые и достаточные условия оптимальности согласованных режимов функционирования при заданных критериях качества управления [1, 4, 5].

В работах второго направления предложены постановки, разработаны модели и численные методы решения некоторых дискретных задач согласованной оптимизации двухуровневых ИС при заданных механизмах функционирования и условиях полной информированности центра [6—13]. Впервые простые модели и методы оптимизации СП были предложены в [6]. Точные алгоритмы решения комбинаторных задач СП (составление согласованного расписания) в двухуровневой АС с зависимыми активными элементами (АЭ) приведены в работах [4, 7—9], в [10] описан приближенный алгоритм распределения дискретных ресурсов в ИС. Алгоритмы решения дискретных задач координации ИС, основанные на сочетании методов векторной оптимизации и последовательного анализа, отсеивания вариантов, предложены в [11]. Задачи синтеза согласованной структуры АС, которые являются частными случаями рассматриваемых ниже задач, исследовались в [12, 13].

В данной работе (которую можно отнести ко второму направлению) сформулирована содержательная постановка, предложены модель и численный метод решения дискретной задачи СП в двухуровневой АС с веерной структурой.

2. Постановка задачи и математическая модель

Рассмотрим промышленное предприятие с дискретным характером производства. Представим его в виде двухуровневой АС, состоящей из руководства предприятия (центра) и подчиненных ему производственных участков (активных элементов) заготовительного производства. Функционирование производственных участков происходит следующим образом. Основная функция обслуживающего персонала (ОП) участков заключается в ежесменном изготовлении партий деталей месячного плана из заготовок, имеющихся на складах участков. При этом необходимо строго придерживаться директивных сроков, потому что от этого зависит ритмичность работы бригад сборочного производства предприятия. Другими словами, ОП участков должен включать в сменно-суточные задания партии деталей с минимальными директивными сроками. При этом прежде всего учитываются интересы предприятия, поэтому эту задачу можно рассматривать как задачу центра. При напряженных месячных планах и ограниченности производственных мощностей ОП участков естественно стремится обрабатывать в первую очередь партии деталей с максимальной стоимостью. Это обусловлено спецификой действующей на предприятии ВАЗовской системой стимулирования, которая оценивает деятельность ОП только по показателям выполнения обязательной номенклатуры и нормированного задания. Поэтому ОП участков при определении сменно-суточных заданий стремится к максимизации своих целевых функций, которые определяются системой материального стимулирования. При этом параметры системы стимулирования ОП известны. Назовем эту задачу задачей АЭ. Тогда можно считать, что в качестве АЭ выступает ОП участков, причем ОП каждого участка имеет свои цели и интересы.

Наличие различных интересов центра и АЭ требует их согласования. Кроме того, как центр, так и АЭ стремятся более полно использовать производственные мощности участков, а для этого требуется свести к минимуму вспомогательные работы [1], необходимые для обработки партий деталей.

[1] Под вспомогательными работами здесь и далее понимаются наладка и переналадка агрегатов, перевозка заготовок от агрегата к агрегату.

Поэтому при планировании работы АЭ сперва определяется согласованное (по объему и номенклатуре) сменно-суточное задание. Затем это задание детализируется, т. е. строится расписание обработки партий деталей согласованного сменно-суточного задания агрегатами участков, минимизирующее объем вспомогательных работ. Таким образом, задачу планирования работы производственных участков можно разбить на две задачи.

1. Задача определения согласованных сменно-суточных заданий (задача СП), которая формулируется следующим образом: требуется включить в сменно-суточные задания партии деталей, имеющие минимальные директивные сроки с учетом интересов АЭ и имеющихся технологических ограничений.

2. Задача составления оптимального расписания работы прессов участка по обработке деталей, вошедших в согласованное сменно-суточное задание; содержательная постановка и методы решения этой задачи подробно описаны в [14]. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать только задачу 1.

Введем следующие обозначения: 1) $\mathbf{x}=(\mathbf{x}_1,\dots,\mathbf{x}_i,\dots,\mathbf{x}_n)$ — сменно-суточное задание АС (n_0-мерный булевый составной вектор), где $\mathbf{x}_i=(x_{i1},\dots,x_{ij},\dots,x_{im_i})$ — сменно-суточное задание i-го АЭ (m_i-мерный булевый вектор); $x_{ij}=1$, если j-я партия деталей вошла в задание i-го АЭ, и $x_{ij}=0$ в противном случае; 2) $\mathbf{y}_i$ — реализация сменно-суточного задания i-м АЭ (булевый вектор), $\mathbf{y}_i=(y_{i1},\dots,y_{ij},\dots,y_{im_i})$, $y_{ij}=1$, если i-й АЭ включил в сменно-суточное задание j-ю партию деталей, и $y_{ij}=0$ в противном случае; 3) $X\subset R^{n_0}$ — множество допустимых сменных заданий АС, определяемое производственными ограничениями: $H_i\in R^{m_i}$ — множество реализаций сменных заданий i-го АЭ, определяемое технологическими ограничениями; 4) $\Phi(x)=\sum_{i=1}^{n}\mathbf{a}_i^T\mathbf{x}_i$ — линейная целевая функция, отражающая потери АС от нарушения директивных сроков; $\mathbf{a}_i$ — вектор коэффициентов функции потерь АС от нарушения директивных сроков i-м АЭ; $f_i(\mathbf{x}_i,\ \mathbf{y}_i)=h_i(\mathbf{y}_i)-\chi_i(\mathbf{x}_i,\ \mathbf{y}_i)$ — система стимулирования i-го АЭ; $h_i(y_i)=\mathbf{c}_i^T\mathbf{y}_i$ — функция выигрыша i-го АЭ, $\mathbf{c}_i$ — вектор коэффициентов функции выигрыша i-го АЭ. $\chi_i(\mathbf{x}_i,\ \mathbf{y}_i)=(\chi_1(\cdot),\dots,\chi_j(\cdot)\dots,\chi_{m_j}(\cdot))$ — вектор-функция штрафов i-го АЭ, T — знак транспонирования; 5) $S_i=\{\mathbf{x}_i\,|\,h_i(\mathbf{x}_i)\geqslant\max[h_i(\mathbf{y}_i)-\chi_i(\mathbf{x}_i,\ \mathbf{y}_i)]$ по $\mathbf{y}_i\in H_i\}$ — множество согласованных планов i-го АЭ.

Тогда математическая модель задачи СП имеет вид:

$$\Phi(\mathbf{x})=\sum_{i=1}^{n}\mathbf{a}_i^T\mathbf{x}_i\to\min_{\mathbf{x}\in X\cap S},$$

$$S=\prod_{i=1}^{n}S_i,$$

$$S_i=\{\mathbf{x}_i\,|\,\mathbf{c}_i^T\mathbf{x}_i\geqslant\max_{\mathbf{y}_i\in H_i}(\mathbf{c}_i^T\mathbf{y}_i-\mathbf{e}_i^T\chi_i(\mathbf{x}_i,\mathbf{y}_i)]\},\qquad i=\overline{1,n},$$

$$X=\{\mathbf{x}\,|\,\mathbf{x}=(\mathbf{x}_1,\dots,\mathbf{x}_i,\dots,\mathbf{x}_n),\qquad \mathbf{x}_i=(x_{i1},\dots,x_{ij},\dots,x_{im_i}),\quad A\mathbf{x}\geqslant\mathbf{p},\ x_{ij}\in\{0,1\}\},\tag{1}$$

$$H_i = \{\mathbf{y}_i \mid \mathbf{y}_i = (y_{i1}, \ldots, y_{ij}, \ldots, y_{im_i}), \quad B_i \mathbf{y}_i \leqslant \mathbf{b}_i,$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\}\}, \quad i = \overline{1, n},$$

где $\mathbf{e}_i$—m_i-мерный единичный вектор, $\mathbf{b}_i$—L_i-мерный вектор-столбец, определяющий производственные возможности i-го АЭ, B_i — матрица технологических коэффициентов i-го АЭ размерности $L_i \times m_i$. Компоненты матриц A, B_i $(i=\overline{1, n})$, векторов $\mathbf{p}$, $\mathbf{c}_i^T$, $\mathbf{b}_i$, $\mathbf{a}_i^T$ $(i=\overline{1, n})$ полагаются положительными и ненулевыми.

В дальнейшем задачу $\min \Phi(\mathbf{x})$ по $\mathbf{x} \in X$ будем называть Ф-задачей, $\max[h_i(\mathbf{y}_i) - \chi_i(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i)]$ по $\mathbf{y}_i \in H_i$ — задачей i-го АЭ и $\max h_i(\mathbf{y}_i)$ по $\mathbf{y}_i \in H_i$ — P_i-задачей.

Сложность решения задачи СП (1) обусловливается наличием нестандартно заданных ограничений, описывающих множества S_i $(i=\overline{1, n})$. Один из известных подходов к решению таких задач заключается в предварительном построении множества S_i $(i=\overline{1, n})$ с последующим решением стандартных задач математического программирования.

3. Построение множества согласованных планов

Используя результаты теоремы 3 [15] и имея в виду, что множество S есть результат декартового произведения множеств S_i, соответствующих согласованным планам отдельных АЭ, вместо n независимых АЭ можно ввести один обобщенный АЭ и свести задачу СП (1) к задаче с одним обобщенным АЭ. В дальнейшем, если это не оговорено, при обозначении множеств и переменных будем опускать индекс i.

Для построения множества S требуется конкретизация функции штрафа. Рассмотрим функцию штрафа, которая не зависит от плана [1]:

$$\chi(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{j=1}^{m} \chi_j(x_j, y_j), \quad \chi_j(x_j, y_j) = \begin{cases} \alpha_j, & \text{если} \quad y_j > x_j, \\ 0, & \text{если} \quad y_j = x_j, \\ \beta_j, & \text{если} \quad y_j < x_j, \end{cases} \tag{2}$$

где α_j и β_j — коэффициенты функции штрафа (α_j, β_j=const).

Отметим, что если $\mathbf{x}$ и $\mathbf{y}$ — булевые векторы, то функция штрафа вида (2) эквивалентна линейной функции штрафа

$$\chi(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{j=1}^{m} \chi_j(x_j, y_j) = \sum_{j \in J_1} \alpha_j (y_j - x_j) + \sum_{j \in J_2} \beta_j (x_j - y_j),$$

где $J_1 = \{j \mid x_j = 0\}$, $J_2 = \{j \mid x_j = 1\}$. Далее будем рассматривать линейные функции штрафа. В нашем случае без потери общности можно положить $\alpha_j = \beta_j$, $j = \overline{1, m}$. Множество S строится для случая, когда выполняется условие

$$\alpha_j = \varepsilon c_j, \ 0 < \varepsilon < 1, \ j = \overline{1, m}. \tag{3}$$

Используем следующие определения.

Весом $p(\mathbf{x})$ булевого вектора $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_m)$ называется величина

$$p(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{m} x_j.$$

Расстояние между векторами x и y будем определять метрикой Хэмминга $d(\mathbf{x},\mathbf{y})=\sum_{j=1}^{m}|x_j-y_j|$.

Под множеством $Q_{\mathbf{x}}^{l-1}$ будем понимать множество векторов $\mathbf{y}$, для которых $p(\mathbf{y})=l-1$, $d(\mathbf{x},\ \mathbf{y})=1$, где $l=p(\mathbf{x})$, т. е. $Q_{\mathbf{x}}^{l-1}=\{\mathbf{y}|p(\mathbf{y})=l-1,\ d(\mathbf{x},\ \mathbf{y})=1\}$.

Под множеством $Q_{\mathbf{x}}^{l+1}$ будем понимать множество векторов $\mathbf{y}$, для которых $p(\mathbf{y})=l+1$, $d(\mathbf{x},\mathbf{y})=1$, где $l=p(\mathbf{x})$, т. е. $Q_{\mathbf{x}}^{l+1}=\{\mathbf{y}|p(\mathbf{y})=l+1,\ d(\mathbf{x},\mathbf{y})=1\}$.

Булевым множеством верхнего уровня F_0 будем называть множество векторов $\mathbf{y}\in H$, для которых $Q_{\mathbf{y}}^{l+1}\cap H=\phi$, т. е. $F_0=\{\mathbf{y}\in H\,|\,Q_{\mathbf{y}}^{l+1}\cap H=\phi\}$.

Лемма 1. Если выполняется условие (3) для задачи СП (1), то множество верхнего уровня F_0 включает множество согласованных планов S, т. е. $S\subseteq F_0$.

Доказательство леммы 1 и всех последующих теорем приведены в приложении 1.

Из леммы 1 следует, что если $\mathbf{x}\in F_0$ и $\mathbf{x}\overline{\in}S$ (x — запрещенный вектор), то не существует вектора $\mathbf{y}\in S$, для которого $d(\mathbf{x},\ \mathbf{y})=1$.

Переобозначим индексы j таким образом, что если $j_1<j_2$, то $c_{j_1}\leqslant c_{j_2}$. Будем говорить, что вектор $\mathbf{x}^0$ состоит с вектором $\mathbf{y}$ в отношении $\xrightarrow{\omega}$, если $x_{j_1}{}^0=1$, $x_{j_2}{}^0=0$, $y_{j_1}=0$, $y_{j_2}=1$, $\forall j\neq j_1,\ j_2$, $x_j{}^0=y_j$ и $c_{j_1}<c_{j_2}$. Для вектора $\mathbf{x}^0$ введем множества:

1) $V_{\mathbf{x}^0}{}^l=\{\mathbf{y}|p(\mathbf{y})=l,\ d(\mathbf{x}^0,\ \mathbf{y})=2\}$,

2) $V_{\mathbf{x}^0}^{lp}=\{\mathbf{y}\in V_{\mathbf{x}^0}{}^l\,|\,\mathbf{x}^0\xrightarrow{\omega}\mathbf{y}\}$,

3) $V_{\mathbf{x}^0}^{ld}=\{\mathbf{y}\in V_{\mathbf{x}^0}{}^l\,|\,\mathbf{y}\xrightarrow{\omega}\mathbf{x}^0\}$.

Следует отметить, что $V_{\mathbf{x}^0}{}^l=V_{\mathbf{x}^0}{}^{lp}\cup V_{\mathbf{x}^0}{}^{ld}$ и $V_{\mathbf{x}^0}{}^{lp}\cap V_{\mathbf{x}^0}{}^{ld}=\phi$.

Теорема 1. Пусть $\mathbf{x}^0\in S$, тогда если $\mathbf{x}\in V_{\mathbf{x}^0}{}^{lp}\cap F_0$, то $\mathbf{x}\in S$.

Рассмотрим граф $G_l=(W_l,\ U)$, где

$$W_l=\{\mathbf{x}|p(\mathbf{x})=l\},\ U=\{u_{x,\,y}|d(\mathbf{x},\ \mathbf{y})=2\}.$$

Выделим из него подграф $G_l{}^s=(W_l{}^s,\ U^s)$, где

$$W_l{}^s=\{\mathbf{y}\in W_l|\mathbf{y}\in S\},\ U^s=\{u_{x,\,y}\in U|\mathbf{x}\in S,\ \mathbf{y}\in S,\ d(\mathbf{x},\ \mathbf{y})=2\}.$$

Следствие 1. Пусть $W_l{}^s\neq\phi$, тогда подграф $G_l{}^s$ является связным.

Следствие 2. Пусть $\mathbf{x}^*\in V_{\mathbf{x}^0}{}^{ld}\cap F_0$, где $\mathbf{x}^0\in S$ и $\mathbf{x}^*\overline{\in}S$, тогда если $\mathbf{x}\in V_{\mathbf{x}^*}{}^{ld}\cap F_0$, то $\mathbf{x}\overline{\in}S$.

Из теоремы 1 непосредственно следует, что множество векторов, полученных из вектора $\mathbf{x}^0\in S$ последовательным применением отношения $\xrightarrow{\omega}$, будет согласованным.

Множество S строится следующим образом. Пусть получен вектор $\mathbf{x}^0=(x_1{}^0,\dots,x_m{}^0)\in S$. Определим множество $V_{\mathbf{x}^0}{}^l=V_{\mathbf{x}^0}{}^{lp}\cup V_{\mathbf{x}^0}{}^{ld}$. Согласно теореме 1, $V_{\mathbf{x}^0}{}^{lp}\subseteq S$. Векторы множества $V_{\mathbf{x}^0}{}^{ld}$ перенумеровать по μ ($\mu=1,\dots,N$) таким образом, что если $\mu_1<\mu_2$, то $h(\mathbf{x}^{\mu_1})\leqslant h(\mathbf{x}^{\mu_2})$. В порядке возрастания номеров для каждого вектора $\mathbf{x}^\mu$ ($\mu=1,\dots,N$) будем выполнять одну из следующих операций:

а) $x^\mu \overline{\in} H^2$ — определить множество $Q_{x^\mu}^{l-1}$, где $Q_{x^\mu}^{l-1} = \{x \mid p(x) = l-1, d(x^\mu, x) = 1\}$,

б) $x^\mu \in H$, $x^\mu \overline{\in} F_0$ — определить множество $Q_{x^\mu}^{l+1}$, где $Q_{x^\mu}^{l+1} = \{x \mid p(x) = l+1, d(x^\mu, x) = 1\}$,

в) $x^\mu \in S$ — ввиду связности графа G_l^s определить множество $V_{x^\mu}^l$,

г) $x^\mu \in F_0$, $x^\mu \overline{\in} S$. В этом случае считать вектор x^μ запрещенным.

Процедура построения множества S продолжается до тех пор, пока есть хотя бы один незапрещенный вектор $x^\mu \overline{\in} S$.

При построении множества S требуется проверка принадлежности вектора x^μ множествам H, F_0, S.

4. Алгоритм решения задачи

Для решения задачи СП (1) разработан алгоритм, состоящий из начального шага и итерационной процедуры, в которой дополнительно используются множества E, P и R. На начальном шаге надо принять $E=\phi$, $P=\phi$, $R=\phi$. Путем решения P-задачи определить вектор y^0 и множество $V_{y^0}^l$, где $l = \sum_{j=1}^{m} y_j^0$. Положить $P = P \cup \{y^0\}$ и $E = E \cup V_{y^0}^l \cup \{y^0\}$. Векторы $x \in V_{y^0}^l$ пронумеровать по μ $(\mu = 1, \ldots, N)$ таким образом, что если $\mu_1 < \mu_2$, то $h(x^{\mu_1}) \leqslant h(x^{\mu_2})$. На этом начальный шаг кончается. В ходе итерационной процедуры в порядке возрастания номеров выбирается очередной вектор x^δ. Определяется, какое из состояний а), б), в), г) (см. раздел 3) соответствует вектору x^δ, и в зависимости от этого для x^δ определяется одно из множеств $V_{x^\delta}^l$, $Q_{x^\delta}^{l-1}$, $Q_{x^\delta}^{l+1}$. При этом, если вектор x^δ находится в состоянии в), то определяется множество $V_{x^\delta}^{l^0}$, где $l^0 = \sum_{j=1}^{m} x_j^\delta$, и определяются подмножества $V_{x^\delta}^{lp}$ и $V_{x^\delta}^{ld}$. Определяется множество R как пересечение множеств $V_{x^\delta}^{lp}$ и $\{X \cap F_0\}$. Векторы множества R включаются в множество P и среди них определяется минимум функции $\Phi(x)$. Вновь определенное множество векторов объединяется с множеством E, векторы нумеруются приведенным выше способом по μ $(\mu = N+1, \ldots, M)$ и осуществляется переход на начало итерационной процедуры. Перейдем к пошаговому описанию алгоритма.

Начальный шаг. Положить $P=\phi$, $E=\phi$. Определить вектор y^0 и его вес $l = \sum_{j=1} y_j^0$. Определить множество $V_{y^0}^l$. Положить $P = P \cup \{y^0\}$. RECORD$=$ $=\Phi(y^0)$, $x_j^{\text{СП}} = y_j^0$, $j = \overline{1, m}$, $E = \cup \{V_{y^0}^l \cup \{y^0\}\}$. Векторы $x \in E \setminus \{y^0\}$ пронумеровать по μ $(\mu = 1, \ldots, N)$, положить $\delta = 1$ и перейти на начало итерационной процедуры.

Итерационная процедура. Шаг 1. $R=\phi$.

Шаг 2. Если $x^\delta \overline{\in} H$, то перейти к шагу 6.

[2] Проверка условий $x^\mu \in H$ и $x^\mu \in F_0$ осуществляется простой подстановкой в ограничение задачи АЭ. Проверка условия $x^\mu \in S$ значительно сложнее, поэтому этот вопрос будет рассмотрен отдельно в приложении 2.

Шаг 3. Если $x^\delta \in F_0$, то перейти к шагу 7.

Шаг 4. Если $x^\delta \in P$, то перейти к шагу 8.

Шаг 5. Проверить x^δ на согласованность с помощью алгоритма 3, приведенного в приложении 2. Если $x^\delta \in S$, то $P = P \cup \{x^\delta\}$ и перейти к шагу 8, в противном случае — к шагу 9.

Шаг 6. Для x^δ определить множество $Q^{l-1}_{x\delta}$. Векторы $x \in Q^{l-1}_{x\delta} \setminus \{E \cap Q^{l-1}_{x\delta}\}$ пронумеровать по μ $(\mu = N+1, \ldots, M)$. Положить $E = E \cup Q^{l-1}_{x\delta}$ и перейти к шагу 9.

Шаг 7. Для x^δ определить множество $Q^{l+1}_{x\delta}$. Векторы $x \in Q^{l+1}_{x\delta} \setminus \{E \cap Q^{l+1}_{x\delta}\}$ пронумеровать по μ $(\mu = N+1, \ldots, M)$ и перейти к шагу 9.

Шаг 8. Для x^δ определить множество $\overleftarrow{V}_{x\delta}$. Множество $V^l_{x\delta}$ разбить на подмножества $V^{lp}_{x\delta}$ и $V^{ld}_{x\delta}$. Положить $R = R \cup \{V^{lp}_{x\delta} \cap \{F_0 \cap X\}\}$, $P = P \cup R$. Векторы $x \in V^l_{x\delta} \setminus \{E \cap V^l_{x\delta}\}$ пронумеровать по μ $(\mu = N+1, \ldots, M)$, положить $E = E \cup V^l_{x\delta}$. Определить $x^0 = \arg\min \Phi(x)$ по $x \in R \cup \{x^\delta\}$. Если $\Phi(x^0) <$ $<$ RECORD, то RECORD$=\Phi(x^0)$, $x_j^{\text{сп}} = x_j^0$, $j = \overline{1, m}$ и перейти к шагу 9. В противном случае — к шагу 9.

Шаг 9. Положить $N = M$, $\delta = \delta + 1$. Если $\delta > N$, то перейти к шагу 10. В противном случае — к шагу 1.

Шаг 10. RECORD есть решение задачи СП (1), а вектор $x^{\text{сп}}$ — искомый согласованный план.

Были проведены исследования алгоритма относительно его оценки сложности. Сложность алгоритма оценивалась количеством векторов, проверяемых на согласованность, т. е. количеством векторов множества F_0. Получено, что в наихудшем случае мощность F_0 не превышает C_m^l, где $l = p(y^0)$, $m = \dim y^0$. Следовательно, сложность алгоритма оценивается величиной C_m^l.

5. Практическое применение

Постановка задачи и ее математическая модель (1) были приведены в общем виде. При использовании полученных результатов в реальных АС математическая модель с учетом специфики производственных участков, вообще говоря, может упрощаться. Так, в частности, в математическом обеспечении автоматизированной подсистемы согласованного сменно-суточного планирования работы штамповочного участка производственного объединения «Актюбрентген» целевая функция АЭ минимизируется и записывается следующим образом: $f(x, y) = \sum_{j=1}^{m} c_j y_j + \sum_{j=1}^{m} \alpha_j |x_j - y_j|$, где c_j — потери участка от выполнения вспомогательных работ по j-й партии деталей. При этом коэффициенты вектора c упорядочены следующим образом: $c_1 \geqslant c_2 \geqslant \ldots \geqslant c_m$. Задачи элемента и центра являются задачами о ранце. Ограничения центра и элемента совпадают, описывают производственные мощности штамповочного участка, имеют простую структуру и знак неравенства типа $\geqslant$. Поэтому вместо множества F_0 используется множество нижнего уровня F_0 области H, которое имеет вид

$$\underline{F}_0 = \{y \in H \mid Q_y^{l-1} \cap H = \emptyset\}.$$

Также внесены незначительные изменения в алгоритм решения задачи СП (1). Так, при построении множества S векторы x нумеруются таким образом, что если $\mu_1 < \mu_2$, то $\sum_{j=1}^{m} c_j x_j^{\mu_1} \geqslant \sum_{j=1}^{m} c_j x_j^{\mu_2}$. Кроме того, если $\mathbf{x}^{\mu} \in H$, то определяется множество $Q_{\mathbf{x}\mu}^{l-1}$. Внесенные изменения лишь облегчают использование полученных результатов при определении сменно-суточных заданий для штамповочного участка.

Помимо математического обеспечения, было разработано программное и информационное обеспечение. Программное обеспечение подсистемы состоит из комплекса программ, представленных отдельными модулями основной процедуры. Исходные тексты программы написаны на языке программирования ФОРТРАН-IV для операционной системы ОС-РВ. Информационная база реализована средствами СУБД «СЕТОР-СМ». База данных хранится на магнитном диске СМ 5400-00/12, состоит из девяти взаимосвязанных файлов, ведется и поддерживается средствами СУБД «СЕТОР-СМ».

Для вычисления планов работы штамповочного участка последовательно решаются две задачи:

1) задача определения согласованного сменно-суточного задания;
2) задача составления оптимального расписания работы агрегатов участка.

Использование результатов решения задачи определения согласованного сменно-суточного задания для штамповочного участка позволило достичь ритмичную работу бригад слесарного, сверловочного участков и сборочного производства. Это привело к сокращению объема незавершенного производства, что в итоге позволило увеличить объем выпуска продукции на 3%. Отметим, что вторая задача предназначена для сокращения объема вспомогательных работ. Использование результатов решения этой задачи позволило освободить двух наладчиков, которые в условиях бригадной организации и оплаты труда используются в качестве штамповщиков. Это привело к увеличению выпуска продукции штамповочным участком на 6%. Экономический эффект от внедрения автоматизированной подсистемы составляет 42 тыс. руб.

6. Заключение

Сформулирована постановка задачи СП в дискретной АС, построена ее математическая модель. Исследованы и выделены свойства множества согласованных планов. Разработан алгоритм решения задачи СП и приведена оценка его сложности. Показано практическое использование полученных результатов на одном из приборостроительных предприятий.

Отметим, что моделью (1) можно описать задачу синтеза согласованной структуры АС, а приведенный в работе алгоритм используется в математическом обеспечении автоматизированной системы проектирования производственной структуры, внедренной на производственном объединении «Актюбрентген». Кроме того, предложенным алгоритмом можно решать как задачи согласованного планирования с нелинейными целевыми функциями, так и обычные задачи дискретной оптимизации. Следствия теоремы 1 легли в основу прямого метода решения задачи СП (1), отличающегося от предлагаемого тем, что он не требует предварительного выделения множества S и использования ряда приближенных алгоритмов.

Доказательство леммы 1. Пусть $S \not\subseteq F_0$, т. е. существует вектор $\mathbf{x} \in S$ и $\mathbf{x} \notin F_0$. Формируем новый вектор $\mathbf{x}^1 \in F_0$, приравняв j^*-ю нулевую компоненту вектора $\mathbf{x}$ единице, т. е. $x_{j^*}^1 = 1$, и $x_{j^*} = x_{j^*}^1 - 1$, $x_j = x_j^1$ $\forall j \neq j^*$. Тогда, так как $\mathbf{x} \in S$, по определению множества S должно быть справедливо следующее:

$$\sum_{j=1}^{m} c_j x_j \geqslant \sum_{j=1}^{m} c_j x_j^1 - \chi(\mathbf{x}, \mathbf{x}^1)$$

или

$$\sum_{j=1}^{j^*-1} c_j x_j + c_{j^*} x_{j^*} + \sum_{j=j^*+1}^{m} c_j x_j \geqslant \sum_{j=1}^{j^*-1} c_j x_j^1 + c_{j^*} x_{j^*}^1 + \sum_{j=j^*+1}^{m} c_j x_j^1 - \chi(\mathbf{x}, \mathbf{x}^1).$$

Поскольку $\forall j \neq j^*$, $x_j = x_j^1$, имеем

$$c_{j^*} x_{j^*} \geqslant c_{j^*} x_{j^*}^1 - \alpha_{j^*} |x_{j^*} - x_{j^*}^1|.$$

Подставим значения $x_{j^*}^1 = 1$ и $x_{j^*} = 0$. В результате получим $c_{j^*} \leqslant \alpha_{j^*}$, а так как $\forall j$ $c_j > \alpha_j$, то $\mathbf{x} \notin S$, что противоречит исходному предположению. Следовательно, $S \subseteq F_0$.

Доказательство теоремы 1. Пусть $\mathbf{x}^* \in S$, $\mathbf{x}^0 \in V_{\mathbf{x}^*}^{lp}$. Допустим, что $\mathbf{x}^0 \notin S$. Тогда существует вектор $\mathbf{y}^0$, для которого

$$\sum_{j=1}^{m} c_j x_j^0 < \sum_{j=1}^{m} (c_j y_j^0 - \alpha_j |x_j^0 - y_j^0|). \tag{П.1}$$

Обозначим $I^0 = \{j \mid x_j^0 = 1\}$, $I^* = \{j \mid x_j^* = 1\}$, $I^{y^0} = \{j \mid y_j^0 = 1\}$, $I_1^0 = I^0 \cup I^{y^0}$, $I_2^0 = I^0 \cap I^{y^0}$, $I_1^* = I^* \cup I^{y^0}$, $I_2^* = I^* \cap I^{y^0}$.

Для доказательства достаточно показать справедливость теоремы для следующих случаев в отдельности: 1) $y_{j_1}^0 = 1$, $y_{j_2}^0 = 0$; 2) $y_{j_1}^0 = 0$, $y_{j_2}^0 = 0$; 3) $y_{j_1}^0 = 1$; $y_{j_2}^0 = 1$; 4) $y_{j_1}^0 = 0$, $y_{j_2}^0 = 1$. Остальные компоненты вектора $\mathbf{y}_0$ могут принимать любые значения.

1) Согласно (П.1) и поскольку $\mathbf{x}^* \in S$, имеем

$$\sum_{j \in I^0} c_j < \sum_{j \in I^{y^0}} c_j - \sum_{j \in I_1^0 \setminus I_2^0} \alpha_j, \tag{П.2}$$

$$\sum_{j \in I^*} c_j \geqslant \sum_{j \in I^{y^0}} c_j - \sum_{j \in I_1^* \setminus I_2^*} \alpha_j. \tag{П.3}$$

Так как $\mathbf{x}^0 \in V_{x^*}^{lp}$, то $\displaystyle\sum_{j \in I_1^0 \setminus I_2^0} \alpha_j = \sum_{j \in I_1^* \setminus I_2^*} \alpha_j + \alpha_{j_1} + \alpha_{j_2}.$

Следовательно, можно записать

$$\sum_{j \in I^*} c_j \geqslant \sum_{j \in I^{y^0}} c_j - \sum_{j \in I_1^* \setminus I_2^*} \alpha_j > \sum_{j \in I^{y^0}} c_j - \sum_{j \in I_1^* \setminus I_2^*} \alpha_j - \alpha_{j_1} - \alpha_{j_2} > \sum_{j \in I^0} c_j. \tag{П.4}$$

Из $\mathbf{x}^0 \in V_{\mathbf{x}^*}^{lp}$ также следует $\displaystyle\sum_{j \in I^0} c_j \geqslant \sum_{j \in I^*} c_j$, что противоречит (П.4). Для случая 1 теорема доказана.

2) $y_{j_1}{}^0=y_{j_2}{}^0=0$. Обозначим $I_3{}^0=I_1{}^0\setminus I_2{}^0\cup\{j_2\}$, $I_3{}^*=I_1{}^*\setminus I_2{}^*\cup\{j_1\}$. Очевидно, что $I_3{}^0=I_3{}^*$. А поскольку $\alpha_{j_2}\geqslant\alpha_{j_1}$, то с учетом (П.2) и (П.3) можно записать

$$\sum_{j\in I^*} c_j \geqslant \sum_{j\in I^{y^0}} c_j-\sum_{j\in I_3^*}\alpha_j-\alpha_{j_1}>\sum_{j\in I^{y^0}} c_j-\sum_{j\in I_3^0}\alpha_j-\alpha_{j_2}>\sum_{j\in I^0} c_j. \tag{П.5}$$

Так как $\mathbf{x}^0\in V_{\mathbf{x}^*}{}^{lp}$, то $\sum_{j\in I^0} c_j \geqslant \sum_{j\in I^*} c_j$. Значит, в (П.5) получили противоречие. Для случая 2 теорема доказана.

3) $y_{j_1}{}^0=y_{j_2}{}^0=1$. Обозначим $I_4{}^0=I_1{}^0\setminus(I_2{}^0\cup\{j_1\})$, $I_4{}^*=I_1{}^*\setminus(I_2{}^*\cup\{j_2\})$. Очевидно, что $I_4{}^0=I_4{}^*$. С учетом условия $\mathbf{x}^0\in V_{\mathbf{x}^*}{}^{lp}$ запишем неравенства (П.2) и (П.3) в виде

$$\sum_{j\in I^{y^0}} c_j-\sum_{j\in I_4^0}\alpha_j-\alpha_{j_1}>\sum_{j\in I^0\setminus\{j_2\}} c_j+c_{j_2}, \tag{П.6}$$

$$\sum_{j\in I^{y^0}} c_j-\sum_{j\in I_4^*}\alpha_j-\alpha_{j_2}\leqslant\sum_{j\in I^*\setminus\{j_1\}} c_j+c_{j_1}. \tag{П.7}$$

Умножив (П.6) на -1 и сложив неравенства (П.6) и (П.7), получим:

$$\alpha_{j_1}-\alpha_{j_2}<c_{j_1}-c_{j_2}. \tag{П.8}$$

С учетом (3) имеем

$$\varepsilon(c_{j_2}-c_{j_1})>c_{j_2}-c_{j_1}.$$

В результате пришли к противоречию и, следовательно, доказали теорему 1 для случая 3.

4) $y_{j_1}{}^0=1$, $y_{j_2}{}^0=0$. Запишем (П.2) в следующем виде:

$$\sum_{j\in I^0\setminus\{j_2\}} c_j+c_{j_2}<\sum_{j\in I^{y^0}\setminus\{j_2\}} c_j+c_{j_2}-\sum_{j\in I_1^0\setminus I_2^0}\alpha_j. \tag{П.9}$$

Так как $\mathbf{x}^0\in V_{\mathbf{x}^*}{}^{lp}$, то $I^*=(I^0\setminus\{j_2\})\cup\{j_1\}$. Прибавим к правой и левой частям (П.9) величину $c_{j_1}-c_{j_2}$. В результате получим

$$\sum_{j\in I^0\setminus\{j_2\}} c_j+c_{j_1}=\sum_{j\in I^*} c_j<\sum_{j\in I^{y^0}\setminus\{j_2\}} c_j+c_{j_1}-\sum_{j\in I_1^0\setminus I_2^0}\alpha_j. \tag{П.10}$$

Из (П.10) следует, что $\mathbf{x}^*\in S$. Пришли к противоречию. Тем самым для случая 4 и в целом теорема 1 доказана.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Проверка согласованности плана $\mathbf{x}^*$. По определению, заданный план $\mathbf{x}^*\in H\cap X$ будет согласованным, т. е. $\mathbf{x}^*\in S$, если

$$\sum_{j=1}^{m} c_j x^* \geqslant \sum_{j=1}^{m}[c_j y_j{}^0-\alpha_j|x_j{}^*-y_j{}^0|], \tag{П.11}$$

где $\mathbf{y}^0=\operatorname{argmax}\left[\sum_{j=1}^{m}(c_j y_j-\alpha_j|x_j{}^*-y_j|)\right]$ по $\mathbf{y}\in H$. Для определения $\mathbf{y}^0$ нужно решить задачу:

$$\max_{\mathbf{y}\in H}\left[\sum_{j=1}^{m}c_jy_j-\sum_{j\in J_1}\alpha_j(y_p-x_j^*)-\sum_{j\in J_2}\alpha_j(x_j^*-y_j)\right]$$

или

$$\max_{\mathbf{y}\in H}\left[\sum_{j=1}^{m}\rho_jy_j+\sum_{j\in J_1}\alpha_jx_j^*-\sum_{j\in J_2}\alpha_jx_j^*\right], \tag{П.12}$$

где

$$\rho_j=\begin{cases}c_j+\alpha_j, & \text{если}\quad j\in J_2,\\ c_j-\alpha_j & \text{если}\quad j\in J_1.\end{cases}$$

Задача (П.12) является обычной задачей булевого линейного программирования. Ее можно решить одним из известных способов. В некоторых случаях более эффективным является следующий способ проверки на согласованность. Рассмотрим систему:

$$\sum_{j=1}^{m}\rho_jy_j+\sum_{j\in J_1}\alpha_jx_j^*-\sum_{j\in J_2}\alpha_jx_j^*\geqslant\sum_{j=1}^{m}c_jx_j^*+1, \tag{П.13}$$

$$\sum_{j=1}^{m}b_{kj}y_j\leqslant b_k,\quad k=1,\ldots,K, \tag{П.14}$$

$$y_j\in\{0,\ 1\},\ \ j=1,2,\ldots,m, \tag{П.15}$$

где (П.14), (П.15) определяют множество H задачи АЭ. Обозначим через $D_{\mathbf{x}^*}$ множество, определяемое системой неравенств (П.13) – (П.15) для заданного плана $\mathbf{x}^*$. Если для плана $\mathbf{x}^*$ множество $D_{\mathbf{x}^*}$, то $\mathbf{x}^*\in S$. Для проверки системы (П.13) – (П.15) на совместность нам потребуется верхняя и нижняя оценки веса допустимых векторов.

Определим верхнюю оценку l^* веса в любом допустимом решении системы (П.13) – (П.15). Упорядочим для каждого k ($k=1,2,\ldots,K$) коэффициенты b_{kj} ($j=1,\ldots,m$) в порядке их неубывания и подсчитаем максимальное количество l^k первых элементов последовательности $\{b_{k1},\ldots,b_{km}\}$, сумма значений которых не превосходит числа b_k. Полагаем, что $l^*=\min l^k$ по $1\leqslant k\leqslant K$. Из (П.13) с учетом определения J_1 и J_2 получим

$$\sum_{j=1}^{m}\rho_jy_j\geqslant\sum_{j\in J_2}(c_j+\alpha_j)+1=T.$$

Определим нижнюю границу l^0 веса любого допустимого решения системы (П.13) – (П.15). Для этого упорядочим величину ρ_j ($j=1,\ldots,m$) в порядке их невозрастания и подсчитаем минимальное количество первых элементов последовательности $\{\rho_1,\ldots,\rho_m\}$, сумма значений которых больше числа T. Оно и будет определять величину l^0.

Очевидно, что если $l^0>l^*$, то $D_{x^*}=\phi$.

Пусть $l^0=l^*$, тогда проверка на совместность осуществляется простой подстановкой в систему (П.13) – (П.15) числовых значений векторов множества W_l, где $l=l^0=l^*$, $W_l=\{\mathbf{y}\,|\,p(\mathbf{y})=l\}$. Определение множества W_l для любого l проведено ниже.

Пусть $l^0=l^*-1$, тогда допустимыми могут быть только векторы веса l^0 и l^*, т. е. векторы множеств W_{l^0} и W_{l^*}. Для проверки системы (П.13) – (П.15) на совместность разработан алгоритм 1, идея которого заключается в следующем. Определить множество W_{l^0}. Из него выделить подмножества $W_{l^0}{}^1$ и $W_{l^0}{}^2$, где

$$W_{l^0}{}^1=\{\mathbf{y}\in W_{l^0}\,|\,h(\mathbf{y})<T,\ \mathbf{y}\in H\},$$

$$W_{l^0}{}^2=\{\mathbf{y}\in W_{l^0}\,|\,h(\mathbf{y})\geqslant T,\ \mathbf{y}\in H\}.$$

Если $W_{l^0}{}^2\neq\phi$, то $D_{\mathbf{x}^*}\neq\phi$ и $\mathbf{x}^*\in S$. В противном случае для всех $\mathbf{y}\in W_{l^0}{}^1$ определить множество Q_y^{l+1}. Положить $W_{l^*}=\bigcup\limits_{y\in W_{l^0}^1}Q_y^{l+1}$. Выделить $W_{l^*}{}^2$. Если $W_{l^*}{}^2=\phi$, то $\mathbf{x}^*\in S$, в противном случае $\mathbf{x}^*\bar{\in} S$.

Пусть $l^0<l^*-1$, тогда если $\mathbf{y}\in D_{x^*}$, то $l^0\leqslant p(\mathbf{y})\leqslant l^*$, т. е. допустимыми могут быть только векторы $\mathbf{y}\in\bigcup\limits_{l=l^0}^{l^*}W_l$. Для проверки системы (П.13)–(П.15) на совместность разработан алгоритм 2, идея которого заключается в следующем. Предварительно полагаем, что $l=\left]\frac{l^0+l^*}{2}\right[$. Определить множество W_l. Затем векторы множества W_l произвольно нумеруются по γ $(\gamma=1, 2, \ldots, \Gamma_1)$. Получится последовательность $\{\mathbf{y}^1, \ldots, \mathbf{y}^\gamma, \ldots, \mathbf{y}^{\Gamma_1}\}$, состояния которых не проверены. Будем считать их незапрещенными. Очередной вектор $\mathbf{y}^\gamma$ может находиться в одном из следующих состояний.

1. Пусть $h(\mathbf{y}^\gamma)<T$, $\mathbf{y}^\gamma\in H$. Тогда для $\mathbf{y}^\gamma$ получим множество

$$W_{\mathbf{y}^\gamma}{}^b=\left\{\mathbf{y}\,|\,p(\mathbf{y})=\left]\frac{p(\mathbf{y}^\gamma)+l^*}{2}\right[,\quad d(\mathbf{y}^\gamma,\mathbf{y})=\left]\frac{p(\mathbf{y}^\gamma)+l^*}{2}\right[-p(\mathbf{y}^\gamma)\right\}.$$

Для этого предварительно определяется множество $W_{\bar{l}}$, где $\bar{l}=\left]\frac{p(\mathbf{y}^\gamma)+l^*}{2}\right[$. Затем для $\forall\mathbf{y}\in W_{\bar{l}}$ принимаем $y_j=1$, $\forall j\in J_2^{\mathbf{y}^\gamma}$ (где $J_2^{\mathbf{y}^\gamma}=\{j\,|\,\mathbf{y}_j^\gamma=1\}$). Из $W_{\bar{l}}$ выбираются векторы веса $p(\mathbf{y})=\left]\frac{p(\mathbf{y}^\gamma)+l^*}{2}\right[$. Они и образуют множество $W^b_{\mathbf{y}\gamma}$.

2. Пусть $h(\mathbf{y}^\gamma)>T$, $\mathbf{y}^\gamma\in H$. Тогда для $\mathbf{y}^\gamma$ получим множество

$$W_{y^\gamma}{}^H=\left\{\mathbf{y}\,|\,p(\mathbf{y})=\left]\frac{p(\mathbf{y}^\gamma)+l^0}{2}\right[,\quad d(\mathbf{y}^\gamma,\mathbf{y})=p(\mathbf{y}^\gamma)-\left]\frac{p(\mathbf{y}^\gamma)+l^0}{2}\right[\right\}.$$

Для этого предварительно определяется множество $W_{\bar{l}}$, где $\bar{l}=\left]\frac{p(\mathbf{y}^\gamma)+l^0}{2}\right[$.

Затем для $\forall\mathbf{y}\in W_{\bar{l}}$ принимаем $y_j=0$, $\forall j\in J_1^{y^\gamma}$ (где $J_1^{y^\gamma}=\{j\,|\,y_j^\gamma=0\}$). Из $W_{\bar{l}}$ выбираются векторы веса $p(\mathbf{y})=\left]\frac{p(y^\gamma)+l^0}{2}\right[$. Они и образуют множество $W^H_{y\gamma}$.

3. Пусть $h(\mathbf{y}^\gamma)\geqslant T$, $\mathbf{y}^\gamma\in H$. Тогда $\mathbf{y}^\gamma\in D_{x^*}$.

4. Пусть $h(\mathbf{y}^\gamma)<T$, $\mathbf{y}^\gamma\in H$. Тогда $\mathbf{y}^\gamma$ считать запрещенным.

Вновь определенные векторы произвольно нумеруются по γ $(\gamma=\Gamma_1+1, \ldots, \bar{\Gamma})$. Процедура проверки системы (П.13)–(П.15) на совместность продолжается до тех пор, пока или не находится вектор $\mathbf{y}^\gamma\in D_{x^*}$ или в последовательности $\{\mathbf{y}^1, \ldots, \mathbf{y}^{\bar{\Gamma}}\}$ есть хотя бы один незапрещенный вектор. Если такого вектора нет, то $D_{x^*}=\phi$ и $\mathbf{x}^*\in S$.

Множество W_l, $0\leqslant l\leqslant m$ определяется следующим образом. Для вектора $\mathbf{y}^1$, у которого l первых компонент равны 1, определяется множество $V_{\mathbf{y}^1}{}^l$. Затем для всех $\mathbf{y}\in V_{\mathbf{y}^1}{}^l$ также определяется множество $V_{\mathbf{y}}{}^l$, тогда $W_l=\bigcup\limits_{y\in V^l_{\mathbf{y}^1}}V^l_{\mathbf{y}}$.

Прежде чем опишем алгоритм проверки вектора $\mathbf{x}^*$ на согласованность, приведем ряд вспомогательных условий.

Пусть существует вектор $\mathbf{x}^0\in V_{x^*}{}^{lp}\cap H$, для которого

$$c_{j_1}<c_{j_2}-\alpha_{j_1}-\alpha_{j_2}. \tag{П.16}$$

Тогда очевидно, что вектор $\mathbf{x}^*\in S$.

Допустим, что $\mathbf{y}^0=\arg\max\limits_{\mathbf{y}\in H}\sum\limits_{j=1}^{m}c_jy_j$ и

$$\sum_{j=1}^{m}c_jx_j{}^*<\sum_{j=1}^{m}(c_jy_j{}^0-\alpha_j|x_j{}^*-y_j{}^0|). \tag{П.17}$$

С учетом (П.11) $\mathbf{x}^*\in S$.

Для проверки заданного плана $\mathbf{x}^*$ на согласованность воспользуемся алгоритмом 3. Приведем его пошаговое описание.

Шаг. 1. Проверить для $\mathbf{x}^*$ условие (II.16), если оно выполняется, то $\mathbf{x}^* \in S$, и перейти к шагу 7. В противном случае перейти к шагу 2.

Шаг 2. Проверить для $\mathbf{x}^*$ условие (II.17): если оно выполняется, то $\mathbf{x}^* \notin S$, и перейти к шагу 7. В противном случае перейти к шагу 3.

Шаг 3. Для $\mathbf{x}^*$ построить систему неравенств (II.13)–(II.15). Определить значения l^0 и l^*. Если $l^0 > l^*$, то $D_{x^*} = \phi$ и $\mathbf{x}^* \in S$, перейти к шагу 7. В противном случае перейти к шагу 4.

Шаг 4. Если $l^0 = l^*$, то перейти к шагу 4.1. В противном случае – к шагу 5.

Шаг. 4.1. Определить множество $W_l\,(l = l^0 = l^*)$. Если $W_l \cap D_{x^*} = \phi$, то $\mathbf{x}^* \in S$ и перейти к шагу 7. В противном случае $\mathbf{x}^* \notin S$ и перейти к шагу 7.

Шаг 5. Если $l^0 = l^* - 1$, то перейти к шагу 5.1. В противном случае – к шагу 6.

Шаг 5.1. Алгоритмом 1 проверить: $D_{x^*} \cap (W_{l^0} \cup W_{l^*}) = \phi$. Если $D_{x^*} \cap (W_{l^0} \cup W_{l^*}) = \phi$, $\mathbf{x}^* \in S$, перейти к шагу 7. В противном случае $\mathbf{x}^* \notin S$ и перейти к шагу 7.

Шаг. 6. Алгоритмом 2 проверить: $D_{x^*} \cap \left(\bigcup_{l=l^0}^{l^*} W_l \right) = \varnothing$. Если $D_{x^*} \cap \left(\bigcap_{l=l^0}^{l^*} W_l \right) = \varnothing$, $\mathbf{x}^* \in S$, то перейти к шагу 7. В противном случае вектор $\mathbf{x}^* \notin S$, перейти к шагу 7.

Шаг 7. Конец.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бурков В. Н., Кондратьев В. В.* Механизмы функционирования организационных систем. М.: Наука, 1981.
2. *Месарович М., Мако Д., Такахара И.* Теория иерархических многоуровневых систем. М.: Мир, 1973.
3. *Горелик В. А., Кононенко А. Ф.* Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах. М.: Радио и связь, 1982.
4. *Ашимов А. А., Бурков В. Н., Джапаров Б. А., Кондратьев В. В.* Согласованное управление активными производственными системами. М.: Наука, 1986.
5. *Кондратьев В. В.* Современные направления иследований структур и механизмов функционирования организационных систем // Измерения, контроль, автоматизация. 1985. № 2 (54). С. 94–103.
6. *Бурков В. Н.* Основы математической теории активных систем. М.: Наука, 1977.
7. *Сагынгалиев К. С., Джапаров Б. А.* Комбинаторные задачи согласованного планирования // Тез. докл. VIII Всесоюз. совещ. по проблемам управления. Кн. 2. М.: Ин-т проблем управления, 1980. С. 379–381.
8. *Сагынгалиев К. С.* Комбинаторная задача согласованного планирования работы одного станка. I. Постановка и математическая модель задачи // Вопросы создания АСУ технологическими процессами и предприятиями. Алма-Ата: КазПТИ, 1983. С. 33–45.
9. *Сагынгалиев К. С.* Комбинаторная задача согласованного планирования работы одного станка. II. Алгоритмы составления согласованного расписания и условия взаимовыгодности расписания // Вопросы создания АСУ технологическими процессами и предприятиями. Ама-Ата: КазПТИ, 1983. С. 45–55.
10. *Cassidy R. G., Kirby M. J. L., Raike W. M.* Efficient distribution of resource through three levels of coverment // Manag. Sci. 1971. V. 10. № 8. P. 402–473.
11. *Михалевич В. С., Волкович В. Л.* Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем. М.: Наука, 1982.
12. *Медетов М. М., Раимбеков Р. Д., Сагынгалиев К. С.* Синтез согласованной производственной структуры // АиТ. 1987. № 4. С. 75–83.
13. *Сагынгалиев К. С., Медетов М. М., Раимбеков Р. Д.* Синтез согласованной производственной структуры // Тез. докл. и сообщений IV Всесоюз. семинара «Методы синтеза и планирования развития структур крупномасштабных систем». М.: Ин-т проблем управления, 1986. С. 35–36.
14. *Сагынгалиев К. С., Шкуренко И. П., Рубинштейн М. И., Раимбеков К. Д.* Решение задачи составления расписания работы многоагрегатного производственного участка // Управление сложными техническими и организационными системами. Алма-Ата: КазПТИ, 1986. С. 47–56.
15. *Сагынгалиев К. С.* Оптимизационные методы в согласованном планировании. II. Активная система с линейными элементами // АиТ. 1985. № 10. С. 98–107.

Поступила в редакцию 05.12.88