**ПОГРАНИЧНАЯ АКАДЕМИЯ**
**ФЕДЕРАЛЬНОЙ СЛУЖБЫ БЕЗОПАСНОСТИ**
**РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**КАФЕДРА ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**
**УПРАВЛЕНИЯ И СВЯЗИ**

**С. А. БЕЛЯКОВ**
**В. И. БОРИСОВ**
**В. В. ШУМОВ**

# ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ И МОДЕЛЕЙ В ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПОГРАНИЧНЫХ ВЕДОМСТВ ГОСУДАРСТВ – УЧАСТНИКОВ СНГ

**МОНОГРАФИЯ**

***ПОД ОБЩЕЙ РЕДАКЦИЕЙ***
***ДОКТОРА ВОЕННЫХ НАУК В. И. БОРИСОВА***

**МОСКВА 2013**

Беляков, С.А., Борисов, В.И., Шумов, В.В. Применение математических методов и моделей в деятельности пограничных ведомств государств – участников СНГ : монография / Под общ. ред. В.И. Борисова. – М. : Пограничная академия ФСБ России, 2013. – 448 с.

В монографии на основе анализа работ иностранных и отечественных авторов описаны математические модели, позволяющие оценивать эффективность пограничной деятельности.

Книга предназначена для научных и практических работников пограничных ведомств государств – участников СНГ, преподавателей, слушателей и адъюнктов пограничных институтов и академий, а также для специалистов смежных научных дисциплин.

Авторский коллектив

С. А. Беляков – глава 1

В. И. Борисов –введение и заключение

В. В. Шумов – главы 2-4

Рецензенты:

Дмитриев В.А., доктор военных наук, профессор

Тараскин Н.Н., доктор технических наук, профессор

# ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ ........................................................................................ 8

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВАНИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОГРАНИЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ........................................... 14

1.1. Математическое программирование в пограномeтрике ........................................................ 14

*1.1.1. Элементы выпуклого анализа ........................................ 15*

*1.1.2. Метод неопределенных множителей Лагранжа ............... 17*

*1.1.3. Теорема Лагранжа и ее применение при решении поисковых задач ............................................................ 20*

*1.1.4. Линейное программирование. Транспортная задача ....... 27*

1.2. Календарно-сетевое планирование и управление в пограничной деятельности ........................................... 33

*1.2.1. Управление проектами ................................................. 34*

*1.2.2. Оперативное управление проектом ............................... 45*

*1.2.3. Методика освоенного объема ........................................ 46*

1.3. Обработка пограничных экспериментов методами математической статистики ...................................... 49

*1.3.1. Точечные оценки параметров законов распределения ...................................................................... 49*

*1.3.2. Доверительные интервалы ............................................. 50*

*1.3.3. Проверка статистических гипотез .................................. 56*

*1.3.4. Критерии согласия ......................................................... 61*

1.4. Системы массового обслуживания в пограномeтрике ......... 64

*1.4.1. Классификация систем массового обслуживания ........... 64*

*1.4.2. Простейший поток событий ............................................ 70*

*1.4.3. Одноканальные СМО ..................................................... 74*

*1.4.4. Моделирование своевременности и качественности действий пограничного элемента по сигналам тревог ............................................................... 78*

*1.4.5. Имитационное моделирование систем массового обслуживания ............................................................... 83*

1.5. Особенности моделирования выбора субъектами альтернатив ......................................................................... 87

*1.5.1. Выбор в условиях риска .................................................. 87*

*1.5.2. Теория дискретного выбора ............................................ 98*

1.6. Теория игр как ядро оперативно-тактических расчетов ... 109
*1.6.1. Итерационный метод решения матричных игр ... 112*
*1.6.2. Аналитический метод решения матричных антагонистических игр ... 117*
*1.6.3. Иерархические игры в задачах пограничной безопасности ... 130*

1.7. Многокритериальные задачи в пограннометрике ... 135
*1.7.1. История проблемы. Множество Парето ... 136*
*1.7.2. Метод уступок ... 143*
*1.7.3. Метод идеальной точки ... 147*
*1.7.4. Методы свертывания и ограничений ... 148*
*1.7.5. Психологические аспекты принятия решений ... 151*

1.8. Задачи для самостоятельного решения ... 153

Глава 2. Моделирование пограничных организационных систем ... 158

2.1. Механизмы планирования ... 158
*2.1.1. Модели активного и пассивного агентов ... 158*
*2.1.2. Механизм последовательного распределения ресурсов ... 163*
*2.1.3. Механизм активной экспертизы ... 165*
*2.1.4. Конкурсный механизм ... 169*

2.2. Механизмы стимулирования ... 172
*2.2.1. Механизм стимулирования за индивидуальные результаты ... 173*
*2.2.2. Механизм стимулирования встречных планов ... 176*
*2.2.3. Механизм стимулирования за коллективные результаты ... 179*
*2.2.4. Механизм унифицированного стимулирования ... 181*

2.3. Механизмы оценки и контроля ... 182
*2.3.1. Механизм комплексного оценивания ... 182*
*2.3.2. Механизм опережающего самоконтроля ... 191*

2.4. Механизмы экспертизы в управлении проектами ... 193
*2.4.1. Сокращение времени выполнения проекта как задача распределения ресурсов ... 194*
*2.4.2. Сокращение времени выполнения проекта как задача активной экспертизы ... 196*

2.5. Модели сдерживания коррупции ... 199

*2.5.1. Модель поиска оптимальных расходов на обеспечение собственной безопасности* ........ *199*
*2.5.2. Теоретико-игровая модель сдерживания коррупции* ........ *204*

2.6. Теория измерений и экспертные оценки в пограничной деятельности ........ 207
*2.6.1. Шкалы измерения* ........ *209*
*2.6.2. Инвариантные алгоритмы и средние величины* ........ *213*

2.7. Применение теории измерения в пограничных экспериментах ........ 219
*2.7.1. Типовые задачи анализа данных* ........ *220*
*2.7.2. Алгоритм выбора статистического критерия* ........ *225*
*2.7.3. Общие подходы к определению достоверности совпадений и различий* ........ *227*
*2.7.4. Методика определения достоверности совпадений и различий для данных, измеренных в шкале отношений* ........ *230*
*2.7.5. Методика определения достоверности совпадений и различий для данных, измеренных в порядковой шкале* ........ *234*
*2.7.6. Методика определения достоверности совпадений и различий для данных, измеренных в дихотомической шкале* ........ *237*

2.8. Задачи для самостоятельного решения ........ 241

ГЛАВА 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОГРАНИЧНЫХ КОНФЛИКТОВ И ОПЕРАЦИЙ ........ 242

3.1. Классификация моделей пограничных конфликтов и операций ........ 242

3.2. Моделирование информационных воздействий ........ 245
*3.2.1. Модели информационного влияния* ........ *248*
*3.2.2. Модели информационного управления* ........ *253*
*3.2.3. Модели информационного противоборства* ........ *255*
*3.2.4. Моделирование информационного противоборства в пограничном пространстве* ........ *259*

3.3. Моделирование пограничных конфликтов ........ 274
*3.3.1. Функции технологии конфликта* ........ *275*
*3.3.2. Теоретико-игровая модель «нападение-оборона»* ........ *278*
*3.3.3. Ланчестеровские модели* ........ *281*

3.3.4. *Иерархии моделей конфликта* ... *287*

3.4. Моделирование пограничных и специальных операций ... 289

3.5. Задачи для самостоятельного решения ... 299

Глава 4. Моделирование пограничной безопасности ... 302

4.1. Модели уровня пограничного средства ... 302

4.2.1. *Моделирование средств наблюдения* ... *303*

4.2.2. *Моделирование средств тактического сдерживания* ... *321*

4.2.3. *Моделирование поиска, преследования и блокирования нарушителей* ... *328*

4.2. Модели уровня подразделения и региона ... 340

4.2.1. *Модели уровня пограничного подразделения* ... *341*

4.2.2. *Прогноз направлений и времени действий нарушителей* ... *351*

4.3. Модели обеспечения безопасности объектов ... 362

4.3.1. *Модели распределения ресурсов для обеспечения безопасности объектов* ... *363*

4.3.2. *Модели обеспечения безопасности объектов* ... *365*

4.3.3. *Игры безопасности на сетях и графах* ... *368*

4.4. Модели пограничного сдерживания ... 370

4.4.1. *Концептуальная модель пограничного сдерживания* ... *371*

4.4.2. *Модель выбора агентом канала проникновения* ... *375*

4.4.3. *Критерий пограничной безопасности* ... *378*

4.4.4. *Теоретико-игровой подход к задаче пограничного сдерживания* ... *380*

4.5. Комплексные модели безопасности ... 391

4.5.1. *Модель оптимизации расходов между несколькими ведомствами* ... *391*

4.5.2. *Модели противодействия терроризму* ... *392*

4.5.3. *Методология географического профилирования и ее применение в задачах безопасности* ... *394*

4.6. Обоснование состава пограничных средств для охраны ВБР в ИЭЗ ... 398

4.6.1. *Пограничная система и субъекты воздействия в ИЭЗ* ... *400*

*4.6.2. Определение состава пограничных средств для реализации функции сдерживания ..... 405*
*4.6.3. Анализ модели определения состава пограничных средств на устойчивость и адекватность ..... 408*
*4.6.4. Тактическая модель выбора пограничным кораблем судна для проверки ..... 411*
4.7. Методика прогноза развития обстановки на внешних границах СНГ ..... 414
4.8. Задачи для самостоятельного решения ..... 421
Заключение ..... 423
Библиографический список ..... 425

# ВВЕДЕНИЕ

В условиях глобализации страны СНГ, расположенные по всему периметру евразийского пространства, сталкиваются не только с присущими каждому отдельному региону рисками и угрозами безопасности, но и с глобальными вызовами общечеловеческого значения. Международный терроризм, различные формы и проявления экстремизма, незаконный оборот наркотиков и оружия, разграбление природных ресурсов и незаконная миграция требуют выработки научных подходов к решению сложных проблем обеспечения пограничной безопасности.

Граница есть «начало или конец всякого определенного бытия; межа, отделяющая нечто от иного; место прямого соприкосновения, единения и взаимопроникновения смежно сосуществующих предметов» [212, С. 212]. Вопрос о первопричинах пограничного бытия в философии ставится как вопрос о водоразделе сущностей, в социологии – как проблема маргинальности, в политике – как обсуждение геополитических реалий, в науковедении – как задача описания пограничных синтетических наук, в физике – как задачи о силах поверхностного натяжения или скин-эффекте. Граница по своей природе парадоксальна: разъединяя вещи, она в то же время объединяет их, становится основой их связи; пограничные контакты разных А и Б чреваты эмерджентами[1], неожиданными новообразованиями [212].

Границы являются объектом исследования не только философии, истории, политологии, географии, погранологии, но и лимологии[2]

1 Эмерджентность (от англ. emergence – возникающий, неожиданно появляющийся) в теории систем – наличие у какой-либо системы особых свойств, не присущих её подсистемам и блокам, а также сумме элементов, не связанных особыми системообразующими связями; несводимость свойств системы к сумме свойств её компонентов; синоним – «системный эффект».

2 Географическая лимология (от гр., «лимос» – граница) – наука о естественных, политических и других границах и их функциях [88].

[91], теории безопасности сложных систем [150; 151; 105], политической экономии [268; 328].

Наличие нескольких научных дисциплин, имеющих единый объект исследования (границы) объясняется их природой и применением *принципадополнительности*, впервые сформулированного Н. Бором. В классической трактовке он формулируется в следующем виде: «Данные, при разных условиях опыта, не могут быть охвачены однойединственной картиной; эти данные должны рассматриваться как дополнительные в том смысле, что только совокупность разных явлений может дать более полное представление о свойствах объекта». Иными словами – воспроизведение целостности явления требует применения в познании взаимоисключающих «дополнительных» классов понятий [160, С. 92].

*Центральным системообразующим элементом* общей погранологии и погранометрики является пограничная система (пограничная организация, ведомство), в результате деятельности которой появляется пограничная безопасность [253].

Положив в основание классификации границ направленность человеческой деятельности («природа – производство – общество»), можно говорить об экологических и географических границах (природа – географическая лимология), экономических и технических границах (производство – теория безопасности сложных систем), психологических границах (человек), культурных и информационных[1] (общество) границах, государственных границах (государство и общество – погранология в ее узком значении). В качестве пограничной системы может выступать техническое устройство, система «человек-машина», организационная система, пограничное ведомство[2], система государственных

1 «Главная опасность заключается в отсутствии у информационного пространства границ» [124, С. 678].

2 Под пограничным ведомством понимается государственный орган государства, на который возлагаются задачи по недопущению противоправного изменения прохождения государственной границы, обеспечению соблюдения фи-

институтов (Совет безопасности, МИД, министерство обороны и т.д.), система региональных (СНГ, Евразийский Союз, ЕС) и глобальных (ООН, Интерпол) институтов. Объединение двух классификаций порождает отраслевые пограничные системы [253].

Толковый словарь В.И. Даля [83] определяет *безопасность* как «отсутствие опасности; сохранность, надежность». Под *безопасностью жизнедеятельности* понимается защищенность материального мира и человеческого общества от негативных воздействий различного характера, разделяемая на три вида [173] (основание классификации – направленность человеческой деятельности):

- безопасность существования человека (личная и имущественная безопасность);
- безопасность окружающей среды;
- национальная безопасность.

В каждом из видов безопасности можно выделить внутреннюю, внешнюю и пограничную безопасность. В узком значении по определению С.В. Голунова *пограничная безопасность* есть элемент национальной безопасности – приемлемое для правящей элиты и общественного мнения соответствующей страны состояние защищенности пределов ее территории от опасных трансграничных потоков и условий, как правило, подразумевающих серьезное нарушение территориальной целостности государства и установленного пограничного режима. Такое состояние достигается путем мероприятий, проводимых специальными силами, ответственными за охрану границы и контроль над трансграничными потоками [78].

Потребность в безопасности – это базовая, фундаментальная потребность и отдельного индивида, и общества в целом [142]. Ради обеспечения безопасности человек готов к ограничению других по-

---

зическими и юридическими лицами режима государственной границы, пограничного режима и режима в пунктах пропуска через государственную границу, а также по осуществлению деятельности по нейтрализации и ликвидации угроз в пограничной сфере [5].

требностей, что непрерывно демонстрирует история нашей страны. Ради выживания и развития человек включает в работу все свои когнитивные возможности, проявляет волю и настойчивость, активно и непрерывно ищет информацию для прогнозирования возможных проблем и целеполагания. Ограничение в информации (действительное или кажущееся) рассматривается человеком как важнейшая угроза его личной, семейной и другой безопасности. Объективный, научный и публичный анализ проблем государственной и общественной безопасности, вызывает чувство сопереживания и сопричастности, объединяет общество. Сокрытие информации вызывает чувство неуверенности, отстраненности и протеста. В связи с отсутствием информационных границ другие геополитические игроки способны мгновенно воспользоваться сложившейся ситуацией и заполнить информационный вакуум, естественно, в своих интересах, редко совпадающих с интересами государства и общества. Более того, недостаточно только открытости информации. Информация должна формироваться и представляться в электронном виде, максимально приспособленном для ее анализа. Информация должна быть научно обработана и из нее должны быть сделаны выводы (или сформированы стимулы к действиям) максимально быстро [253].

Ограниченный объем и характер фундаментальных и научно-популярных работ по безопасности, оперирующих агрегированными статистическими данными, многократно усиливает тенденции современных СМИ к навязыванию эмоционального, разрушающего мышления. Эмоционально-описательное отношение к проблемам пограничной безопасности проникает и в общественные науки. В некоторых научных работах весь сложнейший комплекс пограничных проблем сводится к проблеме наличия или отсутствия на границе визуально наблюдаемых заборов. В связи с отсутствием доступной пограничной статистики частные, маргинальные факты представляются общезначимыми, массовые явления не находят своего отражения в исследованиях [253].

Нельзя рассматривать безопасность государства, общества без учета границ. Это будет в лучшем случае структурный анализ, но никак не системный. Внешняя среда – важнейшая категория системного анализа. Взаимодействие с внешней средой происходит посредством границ. Границы порождают новые качества; разделяя государства и народы, они в то же время объединяют их [253].

В настоящей работе развиваются положения *пограноменрики* – научного направления, исследующего эффективность пограничной безопасности математическими методами [36].

При обсуждении рассматриваемых в настоящей работе проблем достаточно часто приходится встречаться с широко бытующим мнением об излишестве математических методов и соответствующего им аппарата для деятельности руководителя. Основным аргументом таких утверждений является констатация возможности привлечения к решению возникающих задач соответствующих специалистов, обладающих для их решения необходимыми знаниями. Вряд ли можно согласиться с таким мнением. Прежде всего такое знание должно быть получено как результат научного поиска, развития соответствующей теории. А такое знание может приобрести достоверность исключительно в рамках заинтересованного обсуждения профессиональным научным сообществом, которое невозможно без публикации результатом исследований. Ну, и наконец, руководитель-профессионал, принимая то или иное решение не может опираться на чьи-то рекомендации, не понимая существа и источников принимаемого решения. Он, в таком случае, перестает быть руководителем, становясь инструментом для реализации чужих мнений, предпочтений, пониманий, рекомендаций.

Предлагаемая мнению читателя работа состоит из четырех глав.

Во первой главе раскрыты теоретические основания погранометрики, исследующей эффективность пограничной безопасности: математическое программирование, календарно-сетевое планирование и управление, математическая статистика, системы массового обслуживания, элементы теории игр и принятия решений.

Вторая глава посвящена моделированию пограничных организационных систем. Рассмотрены механизмы планирования, стимулирования, оценки и контроля, экспертизы в управлении; модели сдерживания коррупции. На основе теории измерений и теории экспертных оценок рассмотрены методы обработки пограничных экспериментов.

В третьей главе представлены некоторые модели пограничных конфликтов и операций, рассмотрены вопросы моделирования информационных воздействий.

Четвертая глава посвящена моделям пограничной безопасности, начиная от тактических моделей нижнего уровня и заканчивая моделями уровня государства (Содружества государств).

Предполагается, что Читатель знаком с основными положениями пограноміетрики, изложенными в работе «Ведение в пограноміетрику» [36].

В книге нумерация формул, примеров, рисунков и таблиц отдельная для каждого параграфа (раздела). Символьные обозначения переменных действительны внутри одного параграфа.

Авторы выражают искреннюю благодарность рецензентам за внимательное прочтение рукописи и сделанные замечания, позволившие существенно улучшить изложение материала. Что касается недостатков пособия, то авторы целиком относят их на свой счет.

# ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВАНИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОГРАНИЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

В настоящую главу включен теоретический материал, необходимый для изучения содержания последующих глав. Предполагается, что читатель знаком с основами высшей математики (математический анализ, дифференциальные уравнения, линейная алгебра, теория вероятностей) [110] в объеме программы пограничного вуза.

Параграфы 1.1 (математическое программирование), 1.2 (календарно-сетевое планирование и управление), 1.4 (системы массового обслуживания), 1.6 (теория игр) и 1.7 (многокритериальные задачи) традиционно составляют основное содержание учебной дисциплины «Исследование операций» (в Академии береговой охраны США – Исследование операций и компьютерный анализ). В параграфе 1.3 рассматриваются вопросы применения методов математической статистики для обработки пограничных экспериментов, в параграфе 1.5 – современные представления о моделировании сложных систем с участием людей.

## 1.1. Математическое программирование в погранометрике

Любое решение принимается для достижения некоторой цели и может быть достигнуто множеством способов. Руководителя обычно интересует оптимальное решение (альтернатива), при котором выбранная цель достигается наилучшим образом. В ряде случаев удается построить математическую модель зависимости целевой функции от параметров операции. В качестве целевой функции могут использоваться:

- ожидаемая полезность незаконного промысла в исключительной экономической зоне;

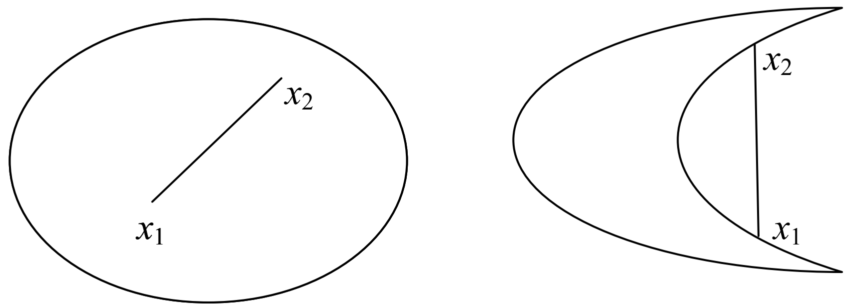
- вероятность недопущения нарушений границы и т. д.

Очевидно, что в первом случае оптимальным будет такое решение, при котором ожидаемая полезность минимальна, тогда как во втором случае вероятность должна быть максимальной. Нахождение экстремума (максимума или минимума) целевой функции является нетривиальной математической задачей. В настоящем разделе мы рассмотрим некоторые методы нахождения экстремумов, имеющие как самостоятельную прикладную ценность, так и являющиеся вспомогательными при решении более сложных задач.

### *1.1.1. ЭЛЕМЕНТЫ ВЫПУКЛОГО АНАЛИЗА*

В случае, когда ограничения задачи являются выпуклыми множествами, а целевые функции – выпуклыми функциями, зачастую удается найти решение оптимизационных и теоретико-игровых задач аналитическими методами.

Геометрический смысл выпуклости множества состоит в том, что выпуклое множество вместе с любыми двумя точками содержит и отрезок, их соединяющий (рис. 1.1.1)




(а) (б)

*Рис. 1.1.1. Выпуклое (а) и невыпуклое (б) множества*

*Определение*. Множество $X \subset R^n$ называется ***выпуклым***, если для всех $x_1, x_2 \in X$, $\alpha \in [0, 1]$ справедливо включение $\alpha x_1 + (1 - \alpha) x_2 \in X$. Пустое и одноточечное множества принимаются выпуклыми по определению.

Сформулируем без доказательства примеры некоторых операций с выпуклыми множествами, которые сохраняют выпуклость множеств.

***Теорема***. Пересечение любого числа выпуклых множеств выпукло.

*Определение*. Пусть $A_1, \ldots, A_m \subset R^n$ и $\lambda_1, \ldots, \lambda_m \subset R^1$. Множество

$$A = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i A_i = \left\{ a = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i a_i \mid a_i \in A_i, \quad i = 1,\ldots,m \right\}$$

называется алгебраической *линейной комбинацией* множеств $A_1, \ldots, A_m$ с коэффициентами $\lambda_1, \ldots, \lambda_m \subset R^1$.

***Теорема***. Любая линейная комбинация конечного числа выпуклых множеств выпукла.

*Определение*. Функция $F$: $X \to R^1$, где $X \subset R^n$ – выпуклое множество, называется ***выпуклой*** на этом множестве, если

$$F(\alpha x_1 + (1 - \alpha)\, x_2) \le \alpha F(x_1) + (1 - \alpha)\, F(x_2), \quad \forall x_1, x_2 \in X, \ \alpha \in [0, 1]. \tag{1.1.1}$$

Если в (1.1.1) при $x_1 \ne x_2$ равенство возможно только для $\alpha = 0$ и $\alpha = 1$, то функция $F$ называется ***строго выпуклой***. Функция $F$ называется ***вогнутой*** (***строго вогнутой***) на выпуклом множестве $X$, если функция $-F$ выпукла (строго выпукла) на множестве $X$.

Неравенство (1.1.1) отражает простое геометрическое свойство выпуклой функции: если соединить отрезком (хордой) две любые точки графика выпуклой функции, то он будет расположен не ниже соответствующего участка графика функции (рис. 1.1.2).

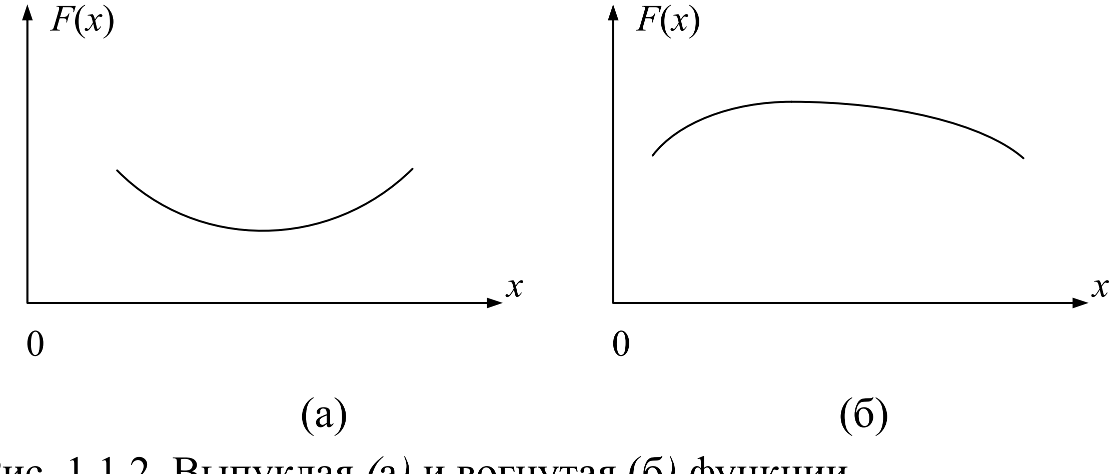



Рис. 1.1.2. Выпуклая *(*а*)* и вогнутая (б*)* функции

Простыми примерами выпуклых функций одного переменного являются:

- линейная функция $F(x) = ax + b$;
- квадратичная функция $F(x) = ax^2 + bx + c$ при $a > 0$;
- экспонента $F(x) = e^x$.

Перечислим некоторые простейшие свойства выпуклых функций. Пусть $X \subset R^n$ – выпуклое множество, а $f(x)$, $f_1(x)$, $f_2(x)$ – выпуклые на $X$ функции. Тогда:

- если $a \geq 0$, то функция $F(x) = af(x)$ выпукла на $X$;
- функция $F(x) = f_1(x) + f_2(x)$ выпукла на $X$;
- функция $F(x) = \max\{f_1(x), f_2(x)\}$ выпукла на $X$.

***Теорема*** (критерий выпуклости дважды дифференцируемой функции). Пусть функция $F(x)$ дважды дифференцируема в любой точке выпуклого множества $X$. Для того, чтобы она была выпуклой на $X$ необходимо и достаточно, чтобы ее гессиан $F''(x)$ являлся неотрицательно определенной матрицей в любой точке $x \in X$.

### *1.1.2. Метод неопределенных множителей Лагранжа*

Условия экстремума функции, рассматриваемые в математическом анализе, обычно посвящены нахождению так называемого безусловного экстремума. Однако в большинстве практических задач принятия решений существуют ограничения. Например, требуется максимизировать целевую функцию – вероятность недопущения нарушения границы при ограничениях в виде равенств. Такими ограничениями могут быть наличное количество личного состава, комплект технических средств и т. д.

Для решения таких задач в классическом анализе используется метод неопределенных множителей Лагранжа. Сами задачи получили название **задач на условный экстремум**. Пусть требуется найти экстремум функции $f(x)$, например, минимум:

$$f(x) \to \min,\ g_i(x) = 0,\ i = 1, \ldots, m, \qquad (1.1.2)$$

где: $x = (x_1, x_2, ..., x_n) \in R^n$ вектор $n$ переменных;

$R^n$ - $n$-мерное евклидово пространство;

$g_i(x) = 0$ – $i$-е ограничение-равенство.

Допустимое множество решений данной задачи записывается в виде:

$$X = \{x \in R^n \mid g_i(x) = 0, i = 1, ..., m\}.$$

Составляем регулярную функцию Лагранжа, равную:

$$L(x,\lambda) = f(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g_i(x), \tag{1.1.3}$$

где: $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_m) \in R^m$ вектор неизвестных параметров (по числу ограничений-равенств).

Решение задачи (1.1.2) нахождения условного экстремума функции $n$ переменных сводится к нахождению безусловного экстремума функции $n + k$ переменных. Необходимым условием локального экстремума функции (1.1.3) является равенство нулю частных производных.

Частные производные функции Лагранжа по координатам вектора $x$ имеют вид:

$$\frac{\partial L}{\partial x_j}(x,\lambda) = \frac{\partial f}{\partial x_j}(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial x_j}(x), \quad j = 1, ..., m. \tag{1.1.4}$$

Вектор, составленный из частных производных (1.1.4), обозначается так:

$$L'_x(x,\lambda) = f'(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g'_i(x). \tag{1.1.5}$$

***Пример 1.1.1***. При расчете оптимальных способов использования пограничных дозоров (БПЛА) решается следующая задача на условный экстремум [36]:

$$f(x,z) = \sum_{i=1}^{k} p_i x_i \left[ (1-a)\frac{m}{k} + z_i \right] \to \max \tag{1.1.6}$$

(при фиксированном $z$),

$$f(x,z) = \sum_{i=1}^{k} p_i x_i \left[ (1-a)\frac{m}{k} + z_i \right] \to \min$$

(при фиксированном $x$) и с ограничениями:

$$\sum_{i=1}^{k} x_i - n = 0, \quad \sum_{i=1}^{k} z_i - am = 0,$$

$$0 \le x_i \le 1, \quad 0 \le z_i \le 1,$$

где: $x_i$ – число дозоров на $i$-м интервале времени, $i = 1, \ldots, k$;

$z_i$ – число подготовленных нарушителей на $i$-м интервале времени;

$p_i$, $n$, $a$, $k$, $m$ – параметры задачи.

Решение. Составляем функции Лагранжа:

$$L(x) = f(x,z) + \lambda\left( \sum_{i=1}^{k} x_i - n \right), \lambda \in R,$$

$$L(z) = f(x,z) + \mu\left( \sum_{i=1}^{k} z_i - am \right), \mu \in R,$$

(в нашем случае имеется два ограничения–равенства, поэтому вектор неизвестных параметров состоит из двух элементов $\lambda$ и $\mu$).

Вычисляем частные производные, соответственно, по $x_i$ и $z_i$:

$$L'_{x_i} = p_i \left[ (1-a)\frac{m}{k} + z_i \right] + \lambda, \quad i = 1,\ldots,k$$

$$L'_{z_i} = p_i x_i + \mu, \quad i = 1,\ldots,k.$$

В точках экстремума частные производные функции Лагранжа равны нулю. Решим систему $2k + 2$ уравнений:

$$p_i \left[ (1-a)\frac{m}{k} + z_i \right] + \lambda = 0, \quad i = 1, \ldots, k,$$

$$p_i x_i + \mu = 0, \quad i = 1, \ldots, k,$$

$$\sum_{i=1}^{k} x_i - n = 0,$$

$$\sum_{i=1}^{k} z_i - am = 0.$$

Из 1-го уравнения системы следует:

$$z_i = (1-a)\frac{m}{k} - \frac{\lambda}{p_i}.$$

Подставляем последнее выражение в 4-е уравнение системы и находим $\lambda$:

$$\lambda = -m \Big/ \sum_{i=1}^{k} (1/p_i).$$

Аналогично вычисляем $\mu$:

$$\mu = -n \Big/ \sum_{i=1}^{k} (1/p_i).$$

Тогда, подставив $\lambda$ и $\mu$ в 1-е и 2-е уравнения системы, находим искомые решения:

$$x_i = \frac{n}{p_i \sum_{i=1}^{k} (1/p_i)}, \quad a \neq 0,$$

$$z_i = m\left(\frac{1}{p_i \sum_{i=1}^{k} (1/p_i)} - \frac{1-a}{k}\right), \quad a \neq 0.$$

Отметим, что тактический смысл полученного решения станет понятен после изучения теории игр. •

### *1.1.3. Теорема Лагранжа и ее применение при решении поисковых задач*

В практических задачах по поиску оптимальных решений на охрану границы часто встречается следующая задача математического программирования:

$$f(x) \to \min, \tag{1.1.7}$$

$$g_i(x) \le 0, \quad i = 1,\dots,k,$$

$$g_i(x) = 0, \quad i = k+1,\dots,m,$$

$$x \in F,$$

$$P = \{x \in R^n \mid x_j \geq 0, i = 1, ..., s\}.$$

Задача (1.1.7) является усложнением задачи (1.1.2):

- помимо ограничений-равенств введены ограничения-неравенства;
- на некоторые переменные накладывается ограничение неотрицательности.

Действительно, такие переменные, как: количество задействованного в операции личного состава, выделенные технические средства, – по своей природе не могут быть отрицательными. Ограничения-неравенства также тактически обоснованны и расширяют множество альтернатив (вариантов действий).

Если какой-либо тактический показатель (целевая функция) подлежит максимизации, то целевую функцию достаточно умножить на –1. Вот две эквивалентные записи одной и той же задачи:

$$f(x) \to \max,$$

$$-1 \cdot f(x) \to \min.$$

Аналогичная ситуация и с ограничениями-неравенствами. Запись $g_i(x) <= 0$ эквивалентна записи $-1 \cdot g_i(x) \geq 0$.

Допустимое множество решений задачи (1.1.7) записывается в виде:

$$X = \{x \in P \mid g_i(x) \leq 0, i = 1, ..., k; g_i(x) = 0, i = k+1, ..., m\}.$$

Для задачи (1.1.7) вводится регулярная функция Лагранжа:

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g_i(x),$$

$$x \in P, \qquad \lambda = (\lambda_1, ..., \lambda_m),$$

$$\lambda_i \geq 0, \ \ i = 1, ..., k, \qquad \lambda_i \in R, \ \ i = k+1, ..., m.$$

Будем по-прежнему использовать обозначение

$$L'_x(x, \lambda) = f'(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g'_i(x)$$

для вектора, составленного из частных производных по координатам вектора $x$:

$$\frac{\partial L}{\partial x_j}(x,\lambda)=\frac{\partial f}{\partial x_j}(x)+\sum_{i=1}^{m}\lambda_i\frac{\partial g_i}{\partial x_j}(x),\ j=1,...,n.$$

Прямым обобщением правила множителей Лагранжа является следующая теорема, занимающая центральное место в теории условной оптимальности.

**Теорема (принцип Лагранжа)**. Пусть в задаче (1.1.7) функции $f$, $g_1$, …, $g_k$ дифференцируемы в точке $\dot{x}\in X$, функции $g_1$, …, $g_k$ выпуклы на $P$, функции $g_{k+1}$, …, $g_m$ линейны. Предположим, что дополнительно выполняется хотя бы одно из следующих условий:

- (**условие Слейтера**) ограничения-равенства отсутствуют ($k = m$) и существует точка $\bar{x}\in X$ такая, что $g_i(\bar{x})<0,\quad i=1,...,m$;
- (**условие линейности**) функции $g_1$, …, $g_k$ линейны.

Если $\dot{x}\in X$ - локальное решение задачи (1.1.7), то существует вектор $\dot{\lambda}=\left(\dot{\lambda}_1,...,\dot{\lambda}_m\right)$ такой, что;

$$x_j\geq 0,\ \ \frac{\partial L}{\partial x_j}(\dot{x},\dot{\lambda})\geq 0,\ \ \dot{x}_i\frac{\partial L}{\partial x_j}(\dot{x},\dot{\lambda})=0,\quad j=1,...,s, \qquad (1.1.8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_j}(\dot{x},\dot{\lambda})=0,\quad j=s+1,...,n,$$

$$\lambda_i\geq 0; g_i(x)\leq 0;\quad \dot{\lambda}_i g_i(\dot{x})=0, i=1,...,k,$$

$$g_i(x)=0,\quad i=k+1,...,m.$$

В ряде случаев сформулированная теорема позволяет в явном виде найти решение задачи математического программирования. Последовательность действий здесь состоит из следующих этапов:

1. Составление функции Лагранжа.
2. Составление системы (1.1.8), характеризующей стационарные точки.
3. Решение системы (1.1.8).
4. Исследование стационарных точек в целях отбора среди них возможных решений.

Отметим, что на 1-м этапе задачу необходимо привести именно к виду (1.1.7). Так, если дана задача максимизации функции $f$, то ее следует рассматривать как задачу минимизации функции $-f$. Если имеются ограничения вида $g_i(x) \geq 0$, то их надо заменить на ограничения $-g_i(x) \leq 0$ и т. д.

Целевую функцию в ряде случаев можно упростить. Так, если функция имеет вид:

$$af(x) + b \to \min,$$

где $a$ и $b$ – параметры, не зависящие от вектора $x$, то вместо нее можно рассматривать эквивалентную функцию:

$$f(x) \to \min,$$

то есть решение не изменится, если целевую функцию умножить на некоторое число или прибавить любое число к целевой функции.

4-й этап в общем случае весьма непрост. Иногда удается воспользоваться громоздкими условиями оптимальности второго порядка. В некоторых случаях проще провести непосредственное исследование поведения целевой функции в стационарной точке. На данном этапе могут быть полезными разного рода специальные соображения. Так, если известно, что задача на минимум имеет глобальное решение, то им очевидно является та стационарная точка, в которой целевая функция принимает наименьшее значение. Иногда из некоторых соображений (геометрических или содержательных) удается выдвинуть гипотезу о том, что данная точка $x$ является решением задачи. Эта гипотеза затем может быть строго проверена путем подстановки $x$ в систему (1.1.8) и ее исследования на разрешимость относительно множителей Лагранжа.

***Пример 1.1.2***. Судно, ведущее незаконный промысел морепродуктов, может находиться в одном из $n$ районов с вероятностями $p_1,\ldots,p_n$ соответственно (вероятности существенно зависят от количества и качества морепродуктов в районах). Для поиска судна имеется общий ресурс времени $T$. Известно, что при поиске в $i$-м районе в течение времени $t_i$ вероятность обнаружения судна (при условии, что оно там находится) равна:

$$1-e^{-\alpha_i t_i},$$

где $\alpha_i > 0$ – интенсивность обнаружения судна в $i$-м районе (в общем случае зависит от размера района и других параметров). Требуется так распределить время наблюдения (поиска) по районам, чтобы максимизировать вероятность обнаружения судна. Математическая запись задачи оптимизации имеет вид:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i\left(1-e^{-\alpha_i t_i}\right) \to \max, \qquad (1.1.9)$$

$$\sum_{i=1}^{n} t_i \le T, \quad t_i \ge 0, \quad i=1,...,n.$$

Решение. Здесь допустимое множество решений равно:

$$X = \left\{t \in P; g_i(t) = \sum_{i=1}^{n} t_i - T \le 0\right\},$$

где $P = \{t_i \ge 0; i=1,...,n\}$.

Приведем задачу (1.1.9) к виду (1.1.7), записав ее как эквивалентную задачу оптимизации:

$$f(t) = \sum_{i=1}^{n} p_i e^{-\alpha_i t_i} \to \min, \qquad (1.1.10)$$

$$g_1(t) = \sum_{i=1}^{n} t_i - T \le 0, \quad t_i \ge 0, \quad i=1,...,n.$$

Для задачи (1.1.10) выписываем регулярную функцию Лагранжа:

$$L(t,\lambda) = f(t) + \lambda_1 g_1(t) = \sum_{i=1}^{n} p_i e^{-\alpha_i t_i} + \lambda_1\left(\sum_{i=1}^{n} t_i - T\right),$$

где имеется единственный множитель $\lambda_1$, так как в задаче только одно ограничение.

Система (1.1.8) здесь имеет вид ($k = 1$, $s = n$):

$$t_j \ge 0; \frac{\partial L}{\partial t_j} = -\alpha_j p_j e^{-\alpha_i t_i} + \lambda_1 \ge 0; t_i \frac{\partial L}{\partial x_j} = 0, j=1,...,n, \qquad (1.1.11)$$

$$\lambda_1 \geq 0; \sum_{i=1}^{n} t_i \leq T; \lambda_1 \left( \sum_{i=1}^{n} t_i - T \right) = 0. \qquad (1.1.12)$$

Из (1.1.11) следует, что $\lambda_1 > 0$ (свойство показательной функции) и, значит (см. равенство 1.1.12),

$$\sum_{i=1}^{n} t_i = T. \qquad (1.1.13)$$

Преобразуя неравенство из (1.1.11), имеем

$$t_j \geq \frac{1}{\alpha_j} \ln\left( \frac{\alpha_j p_j}{\lambda_1} \right),$$

причем здесь стоит знак равенства, если $t_j > 0$, а случай $t_j < 0$ не допускается (по смыслу задачи). Следовательно,

$$t_j = \max\left( 0, \frac{1}{\alpha_j} \ln\left( \frac{\alpha_j p_j}{\lambda_1} \right) \right); \; j = 1,...,n. \qquad (1.1.14)$$

Подставляя полученные выражения в (1.1.13), имеем уравнение для $\lambda_1$:

$$\sum_{j=1}^{n} \max\left( 0, \frac{1}{\alpha_j} \ln\left( \frac{\alpha_j p_j}{\lambda_1} \right) \right) = T. \qquad (1.1.15)$$

Найти $\dot{\lambda}_1$ из (1.1.15) в явном виде затруднительно. Для приближенного решения уравнения (1.1.15) относительно $\lambda_1$ следует использовать численные методы.

***Пример 1.1.3***. В условиях примера 1.1.2 судно–нарушитель может находиться в одном из $n = 3$ районов с вероятностями

$$p_1 = 0,5; \quad p_2 = 0,3; \quad p_3 = 0,2$$

соответственно, а интенсивности обнаружения судна беспилотным летательным аппаратом (БПЛА) в каждом из районов равны:

$$\alpha_1 = 1 \text{ час}^{-1}; \quad \alpha_2 = 0,7 \text{ час}^{-1}; \quad \alpha_3 = 3 \text{ час}^{-1}.$$

Суммарное время поиска во всех районах ограничено полетным временем $T = 2$ часа. При планировании поиска и составлении полетного задания требуется найти оптимальное распределение времени полета БПЛА над каждым из районов и оптимальную вероятность обнаружения судна.

Для решения уравнения (1.1.15) будем использовать Excel. В меню Сервис выбираем пункт Надстройки и делаем доступной надстройку Поиск решения.

Заполняем таблицу с исходными данными (рис. 1.1.3).

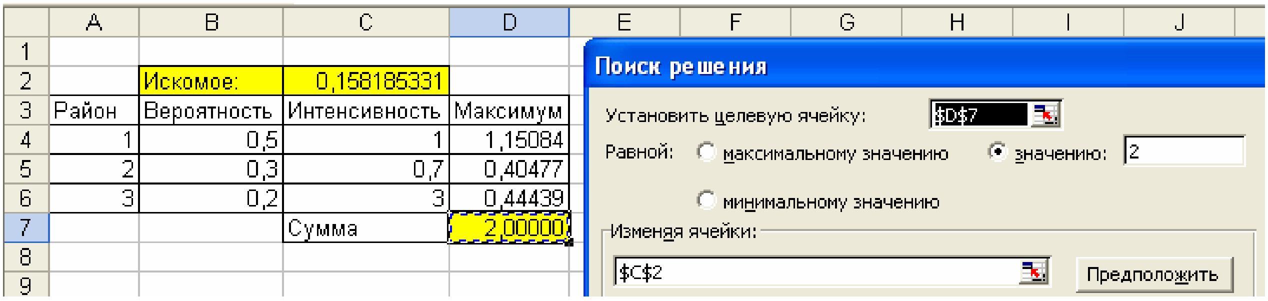



Рис. 1.1.3. Использование Excel для численного решения задачи *(*1.1.15*)*

В столбец D вводим Excel-формулу:

=МАКС(0;(1/C4)*LN(B4*C4/$C$2)).

В ячейку C2 записываем произвольное число, например, 0,1.

Меню Сервис, пункт «Поиск решения…». В диалоговой форме заполняем параметры, как показано на рис. 1.1.3, и нажимаем кнопку «Выполнить».

Результат решения отображается в ячейке C2, то есть $\dot{\lambda}_1$=0,158.

Найденное значение $\dot{\lambda}_1$ подставляем в выражения (1.1.14) и находим оптимальные значения времени патрулирования БПЛА в каждом районе:

$$\dot{t}_1 = \max\left(0, \frac{1}{\alpha_1}\ln\left(\frac{\alpha_1 p_1}{\lambda_1}\right)\right) = 1{,}15 \quad \text{час},$$

$$\dot{t}_2 = \max\left(0, \frac{1}{\alpha_2}\ln\left(\frac{\alpha_2 p_2}{\lambda_1}\right)\right) = 0{,}40 \quad \text{час},$$

$$\dot{t}_3 = \max\left(0, \frac{1}{\alpha_3}\ln\left(\frac{\alpha_3 p_3}{\lambda_1}\right)\right) = 0{,}45 \text{ час.}$$

При этом вероятность обнаружения судна-нарушителя будет равна:

$$p = f(\dot{t}) = \sum_{i=1}^{3} p_i\left(1 - e^{-\alpha_i t_i}\right) = 0{,}56.$$

Отметим, что в рассмотренной задаче неявно предполагается, что поисковые районы расположены недалеко друг от друга или время полета БПЛА к районам невелико по сравнению со временем поиска. Если это не так, то потребуется решать более общую задачу, учитывающую и время полета БПЛА к каждому из районов.

### *1.1.4. ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ. ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА*

*Линейное программирование* (ЛП) – это метод оптимизации моделей, в которых целевые функции и ограничения линейны. ЛП успешно применяется в экономике, военном деле, промышленности и других отраслях. Задачи линейного программирования помимо самостоятельной ценности и полезности лежат в основе других, более сложных математических моделей.

В теории и практике защиты и охраны границы наибольшее распространение получили так называемые *задачи транспортного типа*, являющиеся подклассом задач линейного программирования.

Классическая транспортная задача ЛП формулируется следующим образом. Имеется $m$ пунктов производства (поставщиков) и $n$ пунктов потребления (потребителей) однородного продукта. Заданы величины:

$a_i$ – объем производства (запас) $i$-го поставщика, $i=1,\ldots, m$;

$b_j$ – объем потребления (спрос) $j$-го потребителя, $j=1,\ldots, n$;

$c_{ij}$ – стоимость перевозки (транспортные затраты) единицы продукта от $i$-го поставщика к $j$-му потребителю.

Требуется составить такой план перевозок, при котором спрос всех потребителей был бы выполнен, и при этом общая стоимость всех перевозок была бы минимальна.

Математически транспортная задача формулируется так – минимизировать целевую функцию:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to \min, \tag{1.1.16}$$

с ограничениями:

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j; j = 1,...n, \tag{1.1.17}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i; i = 1,...m, \tag{1.1.18}$$

$$x_{ij} \geq 0; i = 1,...m; j = 1,...,n. \tag{1.1.19}$$

Транспортная задача (ТЗ), в которой суммарные запасы и суммарные потребности совпадают:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j, \tag{1.1.20}$$

называется *закрытой моделью*, в противном случае – *открытой*. При решении транспортных задач на предварительном этапе они приводятся к закрытой модели.

Если суммарные запасы превышают суммарные потребности:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j,$$

то вводится фиктивный ($n$ + 1)-й потребитель, потребности которого равны:

$$b_{n+1} = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j.$$

Если суммарные потребности превышают суммарные запасы, т.е.

$$\sum_{i=1}^{m} a_i < \sum_{j=1}^{n} b_j,$$

то вводится фиктивный ($m$ + 1)-й поставщик с запасами

$$a_{m+1} = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{i=1}^{m} a_i.$$

Стоимость перевозки единицы груза как до фиктивного потребителя, так и стоимость перевозки единицы груза от фиктивного поставщика полагают равными нулю, так как груз в обоих случаях не перевозится.

В транспортной задаче всего $n + m$ ограничений, причем линейно-независимых – $n + m – 1$, так как имеется *условие баланса* (1.1.20).

В силу специфики содержательной постановки транспортной задачи допустимое решение называется *планом*, оптимальное решение называется *оптимальным планом*. Отметим, что оптимальный план закрытой модели транспортной задачи существует всегда.

Отметим, что в ТЗ вместо условия (1.1.19) часто задается более сильное условие – *условие целочисленности*:

(1.1.21) $x_{ij} = 0, 1, 2, 3, \ldots; i = 1, \ldots, m; j = 1, \ldots, n.$

Если $b_j$ и $a_i$ являются целыми числами для любых $j$ и $i$, то среди всех оптимальных решений транспортной задачи по крайней мере одно решение будет удовлетворять требованию целочисленности.

Рассмотрим решение транспортной задачи с использованием MS Excel.

***Пример 1.1.4***. Имеется три пункта базирования ($m = 3$) пограничных кораблей (ПК) одного класса. В каждом из пунктов базируется следующее количество кораблей:

$$a_1 = 10,\ a_2 = 5, a_3 = 15.$$

Корабли надо распределить по 4-м районам несения службы ($n = 4$), направив в каждый район следующее количество кораблей:

$$b_1 = 5, b_2 = 10, b_3 = 8, b_4 = 7.$$

Известен расход горючего (в условных единицах) для перехода корабля в пункт назначения:

$$C = \left[c_{ij}\right] = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 11 & 7 \\ 1 & 2 & 6 & 1 \\ 5 & 8 & 15 & 9 \end{bmatrix}$$

(номер строки – номер пункта базирования, номер столбца – номер пункта назначения).

Решение. Заполняем Excel-таблицу (рис. 1.1.4).

| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | Решение транспортной задачи | | | | | |
| 2 | ПК - пограничный корабль | | | | | | | |
| 3 | Показатели | Пункты базирования | ПН-1 | ПН-2 | ПН-3 | ПН-4 | Сумма ПК | Ограничение |
| 4 | Распределение кораблей | ПБ-1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 10 |
| 5 | | ПБ-2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 |
| 6 | | ПБ-3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 15 |
| 7 | Сумма заявок | | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| 8 | Расход горючего | ПБ-1 | 2 | 3 | 11 | 7 | | |
| 9 | | ПБ-2 | 1 | 2 | 6 | 1 | | |
| 10 | | ПБ-3 | 5 | 8 | 15 | 9 | | |
| 11 | Ограничение | | 5 | 10 | 8 | 7 | | |
| 12 | Целевая функция | | 0 | | | | | |

Рис. 1.1.4. Исходные данные транспортной задачи

В ячейку «Сумма ПК» вводим сумму распределений по строке (ячейка G4):

=СУММ(C4:F4)

Копируем формулу в ячейки G5, G6. В ячейку «Сумма заявок» вводим сумму распределений по столбцу (ячейка C7):

=СУММ(C4:C6)

Копируем формулу в ячейки D7, E7, F7. В ячейку C12 со значением целевой функции вводим Excel-формулу:

=СУММПРОИЗВ(C4:F6;C8:F10)

В меню «Сервис» выбираем пункт «Поиск решения…» (если этого пункта нет, то выбрать Надстройки, где включить надстройку «Поиск решения»), рис. 1.1.5.

Заполняем поле «Изменяя ячейки» данными с неизвестными переменными $x_{ij}$ (ячейки C4-F6).

Вводим ограничения:

- четыре ограничения-равенства (C7=C11, D7=D11, E7=E11, F7=F11) – требования о полном удовлетворении заявок;

- три ограничения-неравенства (G4<=H4, G5<=H5, G6<=H6) – не должно выделяться кораблей больше из наличия по каждому ПБ.

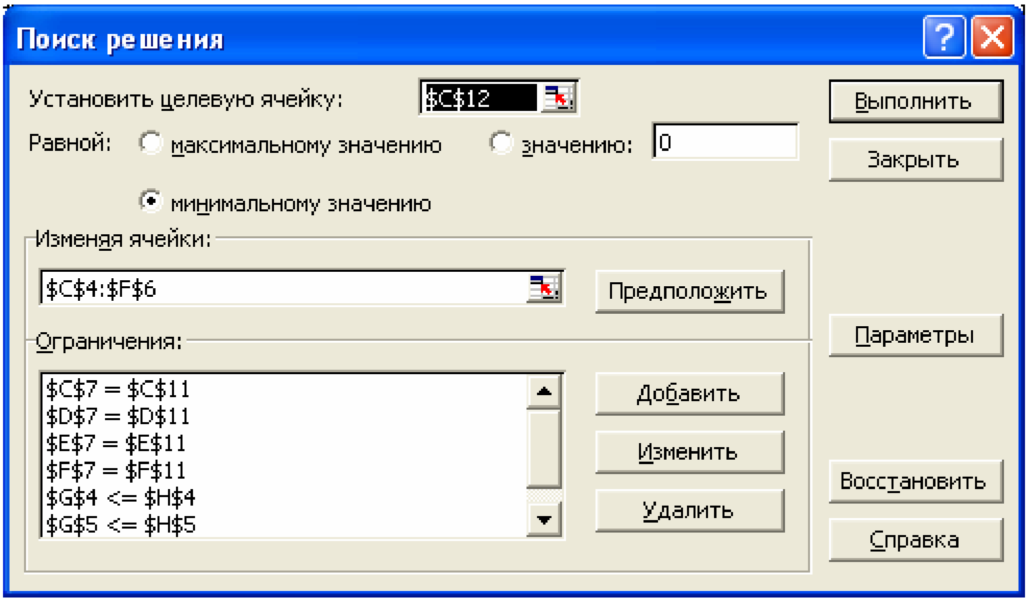



Рис. 1.1.5. Диалоговая форма Поиск решения

Нажимаем кнопку «Параметры» и в диалоговой форме (рис. 1.1.6) заполняем параметры.

Здесь необходимо указать, что модель является линейной и задать ограничения на неотрицательность значений переменных $x_{ij}$.

Нажимаем кнопку «ОК» и получаем решение задачи (при включенном флажке «Показывать результаты итераций» после каждой итерации ее результат будет отображаться на Excel-листе).

В результате расчетов получим следующий оптимальный план (рис. 1.1.7):

$$X = \left[x_{ij}\right] = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 5 & 0 & 3 & 7 \end{bmatrix},$$

то есть, из 1-го пункта базирования все корабли следует отправить во 2-й пункт назначения, из 2-го – в 3-й, из 3-го пункта базирования 5 кораблей в 1-й пункт назначения, 3 корабля – в 3-й и 7 кораблей – в 4-й.

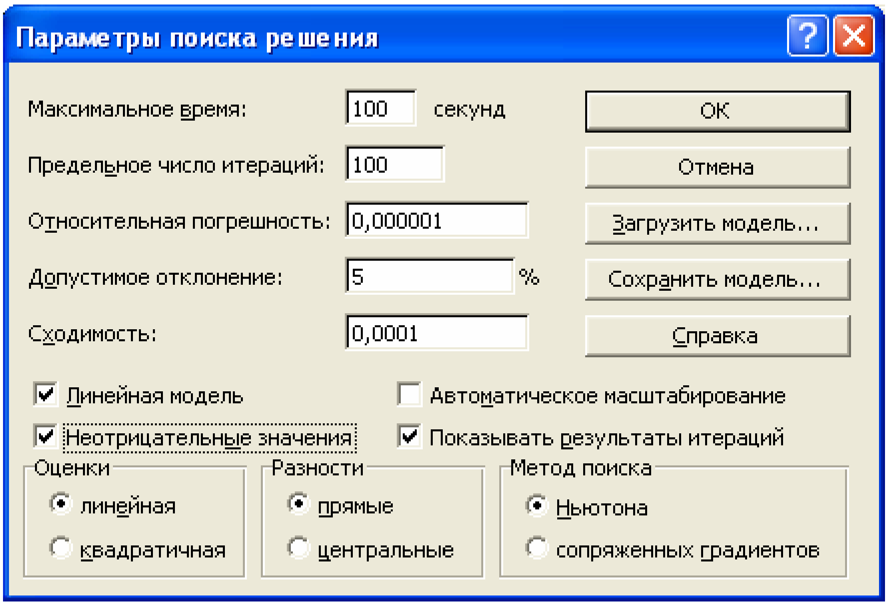



Рис. 1.1.6. Диалоговая форма параметров поиска решения

| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | Решение транспортной задачи | | | | | |
| 2 | ПК - пограничный корабль | | | | | | | |
| 3 | Показатели | Пункты базирования | ПН-1 | ПН-2 | ПН-3 | ПН-4 | Сумма ПК | Ограничение |
| 4 | Распределение кораблей | ПБ-1 | 0 | 10 | 0 | 0 | 10 | 10 |
| 5 | | ПБ-2 | 0 | 0 | 5 | 0 | 5 | 5 |
| 6 | | ПБ-3 | 5 | 0 | 3 | 7 | 15 | 15 |
| 7 | Сумма заявок | | 5 | 10 | 8 | 7 | | |
| 8 | Расход горючего | ПБ-1 | 2 | 3 | 11 | 7 | | |
| 9 | | ПБ-2 | 1 | 2 | 6 | 1 | | |
| 10 | | ПБ-3 | 5 | 8 | 15 | 9 | | |
| 11 | Ограничение | | 5 | 10 | 8 | 7 | | |
| 12 | Целевая функция | | 193 | | | | | |

Рис. 1.1.7. Оптимальное решение транспортной задачи

Заметим, что при использовании в расчетах MS Excel версии 2007 и выше надстройки задаются в кнопке Office, вкладка «Параметры Excel».

В реальных ситуациях в связи с изменением погоды или эксплуатационно-техническими особенностями конкретных кораблей расход горючего может меняться в некотором интервале. К тому же конечные точки прибытия в зависимости от обстановки также подвержены изменению. В этой связи актуальной является задача *анализа чувствительности* и *устойчивости* полученного оптимального решения. Для чего в матрицу С расхода горючего вносятся небольшие изменения и повторяются расчеты.

## 1.2. КАЛЕНДАРНО-СЕТЕВОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ В ПОГРАНИЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Теория глубоких операций, разработанная в СССР в 30-е гг. прошлого века, блицкриг, операции по охране и защите государственной границы имеют одно общее свойство – необходимость согласования по месту, времени и задачам действий разнородных сил и средств. То есть метод календарно-сетевого планирования и управления (КСПУ) предназначен не только для использования в проектной деятельности (проектирование пограничной безопасности государства, выработка новых тактических и оперативных способов действий, принятие на вооружение новых технических средств охраны границы и т.д.).

В основу метода КСПУ положены результаты теории графов. С точки зрения теории графов проект – совокупность операций и зависимостей между ними. Совокупность моделей и методов, использующих язык и результаты теории графов и ориентированных на решение задач управления проектами, получила название календарно-сетевого планирования и управления. В рамках КСПУ решаются задачи определения последовательности выполнения операций и распределения ресурсов между ними, оптимальных с точки зрения тех или иных критериев (времени выполнения проекта, затрат, риска и др.).

Планирование и управление комплексом работ представляет собой сложную и, как правило, противоречивую задачу. Техника решения подобных задач (Program Evaluation and Review Technique - PERT ) была разработана в 1958 году по заказу Подразделения специальных проектов ВМС США в составе Министерства Обороны США для проекта создания ракетной системы «Поларис». Проект «Поларис» был ответом на кризис, наступивший после запуска Советским Союзом первого космического спутника. Хотя идеи, сходные с идеями, положенными в основу системы PERT, были еще в 30-х годах предложены в советском капитальном строительстве (на строительстве Магнитогорского металлургического комбината). К сожалению, они не получили распространения, поскольку не были произведены необходимые математические разработки.

Развитие современных методов управления проектом началось с появления первых публикаций о сетевых методах в начале 1960-х гг. и выхода постановления Правительства СССР о применении сетевого планирования и управления в промышленности и строительстве (1964 г.).

### *1.2.1. Управление проектами*

*Проект* – это временное предприятие, предназначенное для создания уникальных продуктов или услуг.

Можно выделить четыре характеристики, отличающие проектную деятельность от других видов деятельности:

- направленность на достижение конкретных целей;
- координированное выполнение взаимосвязанных действий;
- ограниченная протяженность во времени, с определенным началом и концом;
- неповторимость и уникальность.

Проект невозможен без точного формулирования целей, начиная с целей верхнего уровня и вплоть до наиболее детализированных целей и задач. Проект может быть представлен как преследование целей.

Проектная деятельность сложна по самой своей сути, поскольку предполагает выполнение многочисленных взаимосвязанных действий. В случае нарушения синхронизации промежуточных заданий весь проект может быть поставлен под угрозу. Проект есть классическая реализация системного подхода – из отдельных элементов создается принципиально новое явление, не сводимое к сумме отдельных элементов. Проект – это система, причем система динамическая, и, следовательно, требующая особых подходов к управлению.

Проекты временны. Они имеют начало и конец. Проект заканчивается, как только реализованы его основные цели. Основная часть усилий при работе с проектом нацелена на то, чтобы он был завершен в намеченное время.

Проект – это ситуация уникального выбора. Почти все проекты в известной степени мероприятия неповторимые и однократные. Естественно, если мы регулярно проводим поисковые действия, степень уникальности их планирования и организации невелика. Основные источники уникальности заложены в конкретной оперативной и тактической обстановке, в условиях местности, в регламенте взаимодействия с подразделениями других ведомств. Ситуация становится резко уникальной, как только появляются новые технические средства, происходят институциональные изменения.

С другой стороны, если мы занимаемся проблемами формирования нового облика пограничной службы, проблемами информационного, мотивационного и институционального управления, то мы имеем дело с уникальной задачей. Мы делаем то, что никогда раньше не делалось. И поскольку прошлый опыт может в данном случае лишь ограниченно подсказывать нам, чего можно ожидать при выполнении проекта, он полон риска и неопределенности.

Проекты инициируются в силу возникновения потребностей, которые нужно удовлетворить. Однако, в условиях ограничений на ресурсы невозможно удовлетворить все потребности без исключения. Приходится делать выбор. Одни проекты выбираются, другие отвергаются. Решения принимаются исходя из наличия ресурсов, сравнительной важности удовлетворения одних потребностей и игнорирования других, сравнительной эффективности проектов. Решения по отбору проектов к реализации тем важнее, чем масштабнее предполагается проект, поскольку крупные проекты определяют направление деятельности на будущее (иногда на годы) и связывают имеющиеся людские, технические и финансовые ресурсы.

Планирование в том или ином виде производится в течение всего срока реализации проекта, начиная с проектной инициативы. Формальное и детальное планирование начинается после принятия решения о реализации проекта. Определяются ключевые точки проекта, формулируются задачи (работы) и их взаимная зависимость.

Как правило, план проекта не остается неизменным, и по мере осуществления проекта подвергается постоянной корректировке с учетом текущей ситуации.

Управление проектами подчиняется логике, которая связывает между собой различные области знаний и процессы управления проектами.

У проекта обязательно имеются одна или несколько целей. Под целями обычно понимаются не только конечные результаты проекта, но и выбранные пути достижения этих результатов (например, применяемые в проекте технологии, система управления проектом).

Достижение целей проекта может быть реализовано различными способами. Для сравнения этих способов необходимы критерии успешности достижения поставленных целей. Обычно в число основных критериев входят сроки и стоимость (привлекаемые средства).

Для управления проектами необходимы рычаги. Влиять на пути достижения результатов проекта, цели, качество, сроки и стоимость исполнения работ можно при наличии соответствующих полномочий у руководителя проекта, а также за счет выбора применяемых технологий, состава, характеристик и назначений ресурсов на выполнение тех или иных работ. Кроме этих основных существуют и вспомогательные средства. К ним можно отнести контракты и договора, которые позволяют привлечь нужные ресурсы в нужные сроки. Также для управления ресурсами необходимо обеспечить эффективную организацию работ. Это касается структуры управления проектом, организации информационного взаимодействия участников проекта и т.д.

Информация, используемая в управлении проектами, обычно не бывает абсолютно достоверной. Учет неопределенности исходной информации необходим и при планировании проекта и для грамотного заключения контрактов. Анализу и учету неопределенностей посвящен *анализ рисков*.

Любой проект в ходе своей реализации проходит различные стадии, называемые в совокупности *жизненным циклом проекта*. Для реализации различных функций управления проектом необходимы действия, которые именуются *процессами управления* проектами.

Перечислим основные группы процессов управления проектами:

- процессы инициации – принятие решения о начале выполнения проекта;
- процессы планирования – определение целей и критериев успеха проекта и разработка рабочих схем их достижения;
- процессы исполнения – координация людей и других ресурсов для выполнения плана;
- процессы анализа – определение соответствия плана и исполнения проекта поставленным целям и критериям успеха и принятие решений о необходимости применения корректирующих воздействий;
- процессы управления – определение необходимых корректирующих воздействий, их согласование, утверждение и применение;
- процессы завершения – формализация выполнения проекта и подведение его к упорядоченному финалу.

Метод календарно-сетевого планирования и управления используется в ходе реализации всех перечисленных процессов.

Выделим *основные этапы* календарно-сетевого планирования и управления:

- структурное планирование;
- календарное планирование;
- оперативное управление.

*Структурное планирование* начинается с разбиения проекта на четко определенные операции, для которых определяется продолжительность. Затем строится сетевой график, который представляет взаимосвязи работ проекта. Это позволяет детально анализировать все работы и вносить улучшения в структуру проекта еще до начала его реализации.

*Календарное планирование* предусматривает построение календарного графика, определяющего моменты начала и окончания каждой работы и другие временные характеристики сетевого графика. Это позволяет выявлять так называемые критические операции, которым необходимо уделять особое внимание, чтобы закончить проект в директивный срок. Во время календарного планирования определяются временные характеристики всех работ с целью проведения оптимизации сетевой модели, которая улучшает эффективность использования какого-либо ресурса.

В ходе *оперативного управления* используются сетевой и календарный графики для составления периодических отчетов о ходе выполнения проекта. При этом сетевая модель может подвергаться оперативной корректировке, вследствие чего будет разрабатываться новый календарный план остальной части проекта.

Рассмотрим проект, состоящий из набора операций (работ). Технологическая зависимость между операциями задается в виде сети (сетевого графика). Сетевой график изображается в виде ориентированного графа. При этом дуги сети соответствуют операциям, а вершины – событиям (моментам окончания одной или нескольких операций).

Основными понятиями сетевых моделей являются понятия события и работы.

*Работа* – это некоторый процесс, приводящий к достижению определенного результата и требующий затрат каких-либо ресурсов, имеет протяженность во времени.

По своей физической природе работы можно рассматривать как:

- *действие*: развертывание сил и средств на назначенном рубеже, строительно-монтажные работы, разработка приказа на охрану границы, изучение тактики действий нарушителей и т.д.;
- *процесс*: сбор статистических данных в ходе испытаний нового технического средства охраны границы, наблюдение на развернутом рубеже, полет беспилотного летательного аппарата;

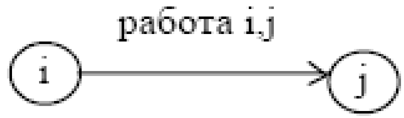
- *ожидание*: ожидание согласования приказа, ожидание прибытия колонны, ожидание завершения испытаний и т.д.

По количеству затрачиваемого времени работа может быть:

- *действительной*, т.е. требующей затрат времени;
- *фиктивной*, не требующей затрат времени и представляющей связь между какими-либо работами.

*Событие* – это момент времени, когда завершаются одни работы и начинаются другие. Событие представляет собой результат проведенных работ и, в отличие от работ, не имеет протяженности во времени. Например, силы и средства на назначенном рубеже развернуты, приказ на охрану границы разработан, полет беспилотного летательного аппарата завершен.

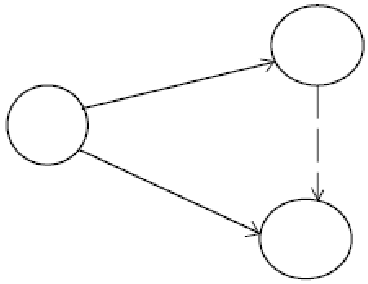
Таким образом, начало и окончание любой работы описываются парой событий, которые называются начальным и конечным событиями. Поэтому для идентификации конкретной работы используют код работы ($i$, $j$), состоящий из номеров начального ($i$-го) и конечного ($j$-го) событий:




На этапе структурного планирования взаимосвязь работ и событий изображаются с помощью сетевого графика, где работы изображаются стрелками, которые соединяют вершины, изображающие события. Работы, выходящие из некоторого события, не могут начаться, пока не будут завершены все операции, входящие в это событие.

Событие, не имеющее предшествующих ему событий, т.е. с которого начинается проект, называют *исходным событием*. Событие, которое не имеет последующих событий и отражает конечную цель проекта, называется *завершающим*.

Для действительных работ следует использовать сплошные стрелки, а для фиктивных – пунктирные:



Перечислим некоторые рекомендации:

- длина стрелки (дуги) обычно не зависит от времени выполнения работы;
- каждая операция должна быть представлена только одной стрелкой;
- не должно быть параллельных работ между одними и теми же событиями, для избежания такой ситуации используют фиктивные работы;
- не должно быть пересечения стрелок;
- не должно быть стрелок, направленных справа налево;
- номер начального события должен быть меньше номера конечного события;
- не должно быть висячих событий, кроме исходного;
- не должно быть тупиковых событий, кроме завершающего;
- не должно быть циклов.

Поскольку работы, входящие в проект могут быть логически связаны друг с другом, то необходимо всегда перед построением сетевого графика дать ответы на следующие вопросы:

- какие работы необходимо завершить непосредственно перед началом рассматриваемой работы?
- какие работы должны непосредственно следовать после завершения данной работы?
- какие операции могут выполняться одновременно с рассматриваемой работой?

В таблице 1.2.1 дан фрагмент плана специальной операции.

Структурное планирование можно считать завершенным, если получен сетевой график, имеющий одну точку входа (начало работ) и одну точку выхода (завершение работ) и в котором учтены все оперативные и технологические зависимости между работами.

В ходе структурного планирования может быть сразу выбран метод планирования: последовательное выполнение работ, параллельное выполнение работ или смешанное.

Таблица 1.2.1.

Фрагмент плана специальной операции

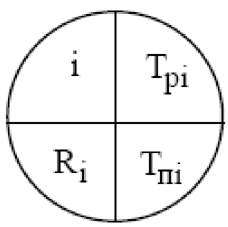
| Содержание работ | Срок выполнения | Предшествующие работы |
|---|---|---|
| Сбор информации об обстановке | 1 | |
| Ведение переговоров | 2 | 1 |
| Изоляция района | 5 | 1 |
| Захват преступников | 1 | 2, 3 |

После завершения структурного планирования переходят к календарному. Цель календарного планирования – определение сроков начала и окончания каждой операции (работы) и критического пути.

Для каждой вершины сетевого графика рассчитаем временные параметры:

- ***ранний срок*** наступления $i$-го события $T_р(i)$ – это время, необходимое для выполнения всех работ, предшествующих данному событию $i$;
- ***поздний срок*** наступления $i$-го события $T_п(i)$ – это такое время наступления события $i$, превышение которого вызовет аналогичную задержку наступления завершающего события сети;
- ***резерв времени*** наступления $i$-го события $R(i)$ – это такой промежуток времен, на который может быть отсрочено наступление этого события без нарушения сроков завершения разработки в целом.

Значения временных параметров записываются прямо в вершины на сетевом графике следующим образом:



**Методика расчета временных параметров событий:**

1) Для исходного события $T_р(i) = T_п(i) = 0$.
2) Для всех остальных событий $T_p(i) = \max\limits_{k<i}\left(T_p(k) + t(k,i)\right)$, где максимум берется по всем работам ($k$, $i$), входящим в событие $i$. Расчет ранних сроков свершения событий ведется от исходного к завершающему событию. Поздние сроки свершения событий рассчитываются от завершающего к исходному событию.
3) Для завершающего события $T_р(i) = T_п(i)$.
4) Для всех остальных событий $T_п(i) = \min\limits_{j>i}\left(T_п(\mathrm{j}) - t(i, j)\right)$, где минимум берется по всем работам ($i, j$), выходящим из события $i$.
5) $R(i) = T_п(i) - T_р(i)$.

Примечание. Если вершины не перенумерованы в соответствии с их порядком следования на графике, то в формулах вместо меньших индексов брать левые, вместо больших – правые.

На рис. 1.2.1 показаны результаты расчета временных параметров для вершин сетевого графика.

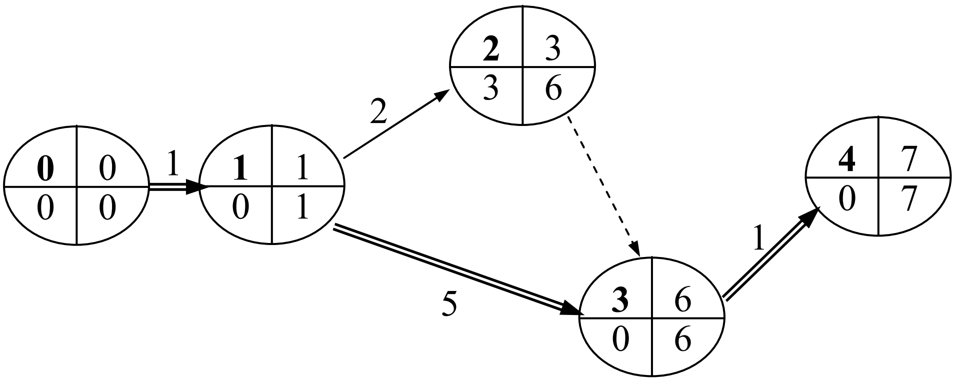



Рис. 1.2.1. Временные параметры вершин сетевого графика

На основе ранних и поздних сроков событий можно определить временные параметры работ сети. К наиболее важным временным параметрам работы относятся:

- ранний срок начала работы $T_{рн}(i, j) = T_р(i)$;
- ранний срок окончания работы $T_{ро}(i,\ j)\ = T_р(i)\ + t(i,j)$ или $T_{ро}(i,j)\ = T_{рн}(i,j)\ + t(i,j)$;

- поздний срок начала работы $T_{пн}(i,j) = T_{п}(j) - t(i,j)$ или $T_{пн}(i,j) = T_{по}(i,j) - t(i,j)$;
- поздний срок окончания работы $T_{по}(i,j) = T_{п}(j)$;
- полный резерв $R_{п}(i,j) = T_{п}(j) - T_{р}(i) - t(i,j)$;
- свободный резерв $R_{с}(i,j) = T_{р}(j) - T_{р}(i) - t(i,j)$.

Результаты расчетов представлены в таблице 1.2.2.

Последовательность заполнения столбцов: 1, 2, 3, 4, 6, 5, 7 и 8. Следует обратить внимание на заполнение последнего столбца: надо брать значение 3-го столбца кода *j*, из него вычитать значение 3-го столбца кода *i* и затем вычитать значение 2-го столбца.

Таблица 1.2.2.

Временные параметры сети работ

| Код работы | $t(i,j)$ | $T_{рн}(i,j) = T_{р}(i)$ | $T_{ро}(i,j)$ (3+2) | $T_{пн}(i,j)$ (6-2) | $T_{по}(i,j) = T_{п}(j)$ | $R_{п}(i,j)$ (6-3-2) | $R_{с}(i,j)$ (3j-3i-2) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 0; 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1–0–1=0 |
| 1; 2 | 2 | 1 | 3 | 5 | 7 | 4 | 3–0–2=1 |
| 1; 3 | 5 | 1 | 6 | 1 | 6 | 0 | 6–1–5=0 |
| 2; 3 | 0 | 3 | 3 | 6 | 6 | 4 | 6–3–0=3 |
| 3; 4 | 1 | 6 | 7 | 6 | 7 | 0 | – |

*Путь* – это любая последовательность работ в сетевом графике, в которой конечное событие одной работы совпадает с начальным событием следующей за ней работы. *Полный путь* – это путь от исходного до завершающего события. *Критический путь* – максимальный по продолжительности полный путь.

*Критическая работа* – любая работа на критическом пути. Особенность критических работ состоит в том, чтобы каждая из них начиналась точно в момент времени, когда закончилась предыдущая и, кроме того, продолжаться она должна не более того времени, которое ей отведено по плану. В противном случае критический путь увеличится. Следовательно, критический путь должен быть всегда под контролем руководителя проекта. *Подкритический путь* – полный путь, ближайший по длительности к критическому пути.

*Полный резерв времени работы*— это максимальный период времени, на который можно увеличить продолжительность данной работы, не изменяя при этом продолжительности критического пути. Важнейшее свойство полного резерва работы заключается в том, что если его использовать частично или полностью, то уменьшится полный резерв у работ, лежащих с работой на одних путях. Таким образом полный резерв времени принадлежит не одной данной работе, а всем работам, лежащим на путях, проходящим через эту работу.

*Свободный резерв времени работы* — максимальный период времени, на который можно увеличить продолжительность или отсрочить ее начало, не изменяя при этом ранних сроков последующих работ, при условии, что начальное событие этой работы наступило в свой ранний срок. Использование свободного времени на одной из работ не меняет величины свободных резервов времени остальных работ сети.

При поиске критических путей на сетевом графике используются следующие условия его критичности:

- *необходимое условие* – нулевые резервы *событий*, лежащих на критическом пути;
- *достаточное условие* – нулевые полные резервы *работ*, лежащих на критическом пути.

На рис. 1.2.1 критические работы выделены двойными стрелками. Общая продолжительность работ по проекту – 7 временных единиц.

Если указанное время нас не устраивает и требуется его сокращение, то в первую очередь необходимо сократить работы, лежащие на критическом пути. После сокращения продолжительности некоторых работ необходимо пересчитать критический путь (в современном программном обеспечении это делается автоматически). Другой способ сокращения общей продолжительности работ – их распараллеливание.

В том случае, когда принятые меры не дали желаемого результата, целесообразна разработка новых «технологий» выполнения отдельных мероприятий и плана в целом.

Рациональным примером повышения эффективности плана является разработка, анализ и оптимизация частных календарных планов участников проекта. Целесообразно вначале разработать и оптимизировать общий календарный план (при большом числе мероприятий — фрагментарно), а затем на основании полученных результатов составить календарные планы участников проекта.

Перед составлением плана необходимо выявить те мероприятия, которые выполняются одними и теми же исполнителями (подразделениями, организациями и т. д.), и в особенности те из них, которые на сетевом графике выступают как выполняемые параллельно.

### *1.2.2. Оперативное управление проектом*

С момента утверждения руководителем сетевого и календарного планов начинается этап их реализации. На этом этапе сетевая модель используется для обеспечения объективного контроля за ходом управляемого процесса, корректирования исходного или разработки нового плана. С точки зрения особенностей использования сетевого моделирования в процессе реализации плана управляемые процессы можно разделить на три группы.

*Первая группа* — процессы большой продолжительности (месяцы, годы). Имеется возможность систематически (еженедельно, ежеквартально и т. д.) подводить итоги работы, корректировать (разрабатывать новый) сетевой план, оптимизировать его, рассылать участникам откорректированные календарные планы и продолжать процесс. Примерами таких процессов являются процессы строительства и модернизации объектов, крупные организационные мероприятия, научно-исследовательские работы и т. д.

*Вторая группа* — процессы средней продолжительности (многие часы, сутки). Имеется возможность эпизодически, в связи с изменениями обстановки, корректировать сетевой план по результатам контроля за его исполнением, доводить результаты корректирования плана в нужном объеме до исполнителей. В качестве примера можно привести функционирование органов управления при принятии решения на охрану границы и доведения его до подчиненных.

*Третья группа* — процессы малой продолжительности (минуты, часы), когда корректирование сетевого плана невозможно. Сетевой план используется для первоначальной оптимизации процесса и для контроля за ходом управления, оценки целесообразности корректирования действий сил (участников). Примером таких процессов является проведение поисковой операции.

Следует отметить, что применение методов КСПУ входит в повседневную практику всех органов управления в связи с внедрением современных информационных технологий и специализированных автоматизированных систем. Если в ручном режиме для построения календарного плана и сетевого графика средней сложности требуется несколько дней, то применение ЭВМ позволяет уменьшить время до нескольких минут.

Наибольший эффект от использования методов КСПУ будет достигаться при выполнении следующих условий:

- элементы сетевого планирования и управления встроены в общую систему управления пограничными силами;
- измененные планы поступают исполнителям в режиме, близком к режиму реального времени;
- создана автоматизированная подсистема по мониторингу хода работ.

### *1.2.3. Методика освоенного объема*

В центральных органах управления одновременно могут быть в работе десятки и сотни проектов. Руководителю высокого ранга может просто физически не хватать времени для изучения календарных планов всех проектов, уяснения узких мест и определения нужных воздействий.

Методы КСПУ, хорошо применимые для руководителей проектов, перегружены деталями и подробностями для руководства высшего звена. Поэтому необходимы методы управления, которые, с одной стороны, минимизировали бы число показателей процесса реализации проекта, а с другой – позволяли бы принимать эффективные согласованные решения.

На рис. 1.2.2 показано агрегированное описание проекта в виде одной операции [168].

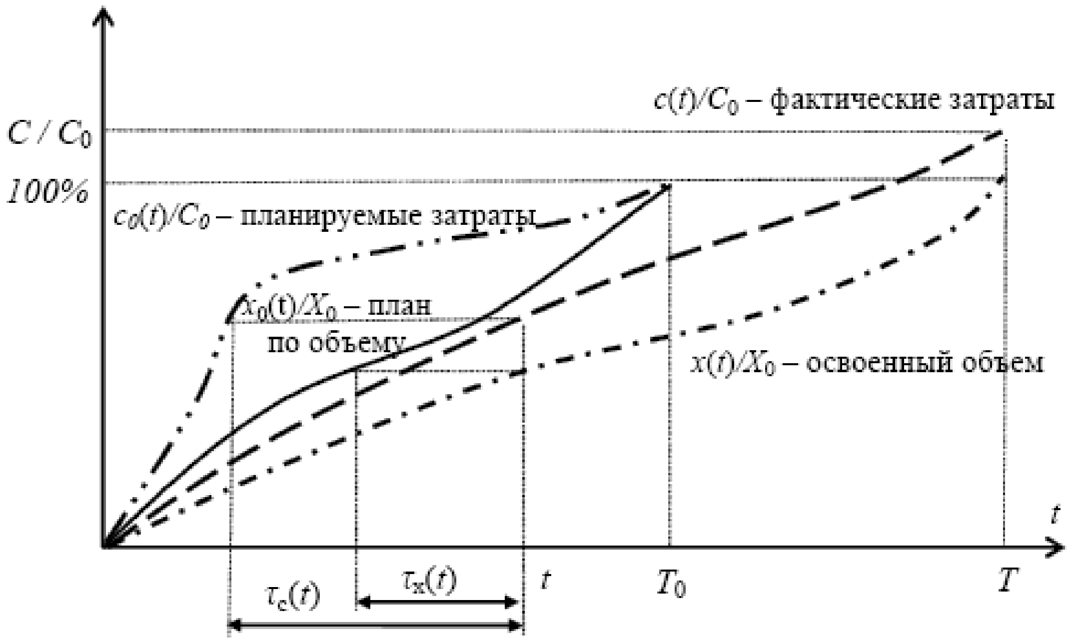



Рис. 1.2.2. Графическое представление показателей методики освоенного объема

***Методика освоенного объема*** – это совокупность методов принятия оперативных решений по управлению проектом на основании показателей освоенного объема.

Основные показатели освоенного объема [168, С. 95-101]:

- $C_0$ – планируемые суммарные затраты на проект;
- $T_0$ – планируемый срок завершения проекта;
- $X_0$ – суммарный объем работ по проекту;
- $c_0(t)$ – планируемая динамика затрат;
- $c(t)$ – фактическая динамика затрат;
- $x_0(t)$ – планируемая динамика объемов работ;

- $x(t)$ – освоенный объем;
- $T$ – фактический срок окончания проекта;
- $C$ – фактические суммарные затраты на проект.

Введенная система показателей освоенного объема обладает достаточной полнотой, то есть несет в себе необходимую количественную и качественную информацию о ходе реализации проекта и позволяет констатировать, например: недостаточность финансирования, перерасход средств, отставание от директивных сроков и т.п.

Основными преимуществами методики освоенного объема является то, что она оперирует теми же показателями, что и руководитель проекта, достаточно проста в использовании и позволяет принимать решения в реальном режиме времени.

***Фаза*** (I) ***планирования*** состоит из четырех основных этапов:

(1.1) определение полного объема работ по проекту,

(1.2) разработка структуры затрат по проекту,

(1.3) разработка детального графика проекта и

(1.4) оптимизация и согласование графика проекта.

После завершения фазы планирования начинается ***фаза*** (II) ***контроля***. Эта фаза состоит из следующих этапов:

(2.1) сбор фактической информации,

(2.2) сравнение фактического и директивного графиков,

(2.3) оценка показателей освоенного объема и

(2.4) перепланирование оставшихся работ.

Особенностью данной фазы является то, что именно здесь в явном виде появляются показатели освоенного объема. Исходный директивный график выполнения проекта, согласованный до начала реализации проекта, будет функционировать настолько хорошо, насколько хорошо отслеживаются внесения всех предлагаемых изменений по мере его реализации. Любой базовый проект быстро придет в несоответствие, если вовремя не вносить изменения в утвержденный график путем добавления или исключения дополнительных видов работ, а также корректировки параметров работ и технологии.

Специфика проектов в области обеспечения пограничной безопасности рассмотрена в работе [36].

## 1.3. ОБРАБОТКА ПОГРАНИЧНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Математическая статистика – это наука о статистических выводах. В определенном смысле математическая статистика решает задачи, обратные задачам теории вероятностей: она уточняет (выявляет) структуру моделей по результатам проводимых наблюдений.

Первыми крупными работами, относящимися к математической статистике, были исследования Я. Бернулли и П. Лапласа. К. Гаусс разработал теорию ошибок наблюдений. Научное обоснование закономерностей случайного рассеивания связано с именами русских математиков П.Л. Чебышева, А.А. Маркова и А.М. Ляпунова. Выдающийся вклад в развитие теории внесли Ф. Фишер, К. Пирсон, Г. Крамер, А.Н. Колмогоров, Б.В. Гнеденко, Н.В. Смирнов и другие.

В практике охраны границы некоторые положения математической статистики применяются свыше 50 лет. Сбор и обработка статистических данных помогают выявлять направления вероятного движения нарушителей границы, получать апостериорную оценку эффективности охраны границы и эффективности применения отдельных нарядов и технических средств.

### *1.3.1. ТОЧЕЧНЫЕ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ*

*Выборочными характеристиками* называются функции от наблюдений, приближенно оценивающие соответствующие числовые характеристики случайной величины. В случае равноточных измерений в качестве оценок математического ожидания и дисперсии принимаются следующие выборочные характеристики:

- выборочное среднее – $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$;

- выборочная дисперсия – $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2$ .

Эти характеристики не совпадают с соответствующими характеристиками генеральной совокупности, поскольку являются случайными величинами. Следует отметить, что вычисление названных выборочных характеристик оказывается полезным даже без предположения, что наблюдения представляют собой независимые и одинаково распределенные случайные величины.

***Точечными оценками параметров распределения*** называются функции от наблюдений, предназначенные для приближенного оценивания этих параметров. Если распределение параметризуется какими-то числовыми характеристиками (например, нормальное распределение однозначно задается своими математическим ожиданием и дисперсией), то соответствующие выборочные характеристики являются их точечными оценками.

Чтобы статистические оценки давали «хорошие» приближения оцениваемых параметров, они должны удовлетворять определенным требованиям. Эти требования заключаются в том, что оценка должна быть *состоятельной*, *несмещенной* и, желательно, *эффективной* [232].

### *1.3.2. Доверительные интервалы*

Точечная оценка неизвестного параметра, найденная по выборке объема $n$, не указывает, какую ошибку допускают, принимая вместо точного значения параметра $\theta$ его приближенное значение. Поэтому вводят интервальную оценку, которая определяется двумя числами – концами интервала, внутри которого с определенной вероятностью находится неизвестное значение параметра $\theta$, причем границы интервала не должны зависеть от искомого параметра. Отметим, что у некоторых законов распределения оцениваемый параметр один (показательное распределение, параметр $\lambda$), у других – несколько. Так, нормальное распределение имеет два параметра: $a$ и $\sigma$. В данном случае обозначение $\theta$ есть обозначение любого оцениваемого параметра.

*Доверительным интервалом* или *интервальной оценкой*, называется интервал $(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)$, который покрывает неизвестный параметр $\theta$ с заданной (достаточно высокой) доверительной вероятностью $0 < \gamma < 1$ (ее называют также *надежностью* доверительного интервала). Доверительный интервал может быть представлен в виде $(\hat{\theta} - \delta, \hat{\theta} + \delta)$, тогда величина δ (половина длины интервала) называется *точностью* оценки (точностью доверительного интервала). При заданном значении $\gamma$ точность $\delta$ зависит от объема выборки $n$. Очевидно, что чем меньше длина доверительного интервала, тем точнее оценка.

***Доверительные интервалы для нормально распределенных случайных величин***

Доверительные интервалы для нормально распределенных случайных величин называются *точными*. Предположим, что наблюдается нормально распределенная случайная величина $X \in N(a, \sigma)$. Для ее двух параметров строятся следующие доверительные интервалы.

1) Для неизвестного среднего $a$ при известной дисперсии $\sigma^2$:

$$\bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_\gamma < a < \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_\gamma, \tag{1.3.1}$$

где $u_\gamma$ определяется из соотношения $\Phi_0(u_\gamma) = \gamma/2$. Здесь $\Phi_0(x)$ – функция Лапласа.

2) Для неизвестного среднего $a$ при неизвестной дисперсии $\sigma^2$:

$$\bar{x} - \frac{s}{\sqrt{n}} t_\gamma < a < \bar{x} + \frac{s}{\sqrt{n}} t_\gamma, \tag{1.3.2}$$

где $s$ – оценка дисперсии, $t_\gamma$ – критическая точка распределения Стьюдента (для двусторонней области) с $n - 1$ степенями свободы и *уровнем значимости* $\alpha = 1 - \gamma$.

3) Для неизвестной дисперсии $\sigma^2$:

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}}, \tag{1.3.3}$$

где $\chi^2_{n-1}$ – критические точки хи-квадрат распределения с $n$ – 1 степенями свободы и соответствующими уровнями значимости $\alpha = 1 - \gamma$.

Для вычисления критических точек распределения Стьюдента существуют специальные таблицы или их можно вычислить с помощью Excel-функции:

=СТЬЮДРАСПОБР(Уровень значимости; Число степеней свободы)

Критические точки хи-квадрат распределения вычисляются с помощью Excel-функции:

=ХИ2ОБР(Уровень значимости; Число степеней свободы)

***Пример 1.3.1***. Среднеквадратическое отклонение дальности обнаружения цели с помощью радиолокационной станции (РЛС) равно $\sigma$ = 0,5 км. Для данных условий местности математическое ожидание дальности обнаружения цели неизвестна. Задана точность оценки неизвестного математического ожидания $\delta$ = 0,1 км и надежность оценки $\gamma$ = 0,95. Определить минимальное число опытов, которое надо провести для определения математического ожидания дальности обнаружения цели с заданной точностью и надежностью.

Решение. По определению доверительного интервала $(\hat{\theta} - \delta,\ \hat{\theta} + \delta)$ и с учетом формулы (1.3.1) получаем выражение $\delta = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_\gamma$, из которого следует $n = \frac{u_\gamma^2 \sigma^2}{\delta^2}$.

Для нахождения $u_\gamma$ из функции Лапласа по известной вероятности используем Excel-функцию:

=НОРМОБР(0,5+ γ/2;0;1)

В нашем примере $\gamma/2 = 0{,}95/2 = 0{,}475$.Тогда с использованием Excel находим $u_\gamma = 1{,}959963$.

Подставив данные задачи, вычисляем искомый результат:

$$n = \frac{u_\gamma^2 \sigma^2}{\delta^2} = 96{,}03635.$$

Поскольку число опытов (объем выборки) может быть только целым, то результат округляем в большую сторону и принимаем $n = 97$.

***Пример 1.3.2***. На участке пограничного формирования выбран типовой район местности, на котором проведены измерения дальности первого обнаружения учебного нарушителя с помощью ПНВ в ночное время при ясной погоде. Результаты $n = 12$ испытаний (км):

0,95 1,1 1,2 1,25 1,3 1,4 1,4 1,45 1.5 1,55 1,6 1,65

Оценить с надежностью 0,98 математическое ожидание дальности обнаружения нарушителя с помощью ПНВ.

Решение. Находим выборочные среднее (Excel-функция =СРЗНАЧ) и дисперсию (excel-функция =ДИСП):

$$\bar{x} = 1{,}3625,\ \ s^2 = 0{,}044148.$$

Находим для уровня значимости $\alpha = 1 - 0{,}98 = 0{,}02$ и числа степеней свободы $n - 1 = 11$ по таблице распределения Стьюдента (Excel-функция =СТЬЮДРАСПОБР) критическую точку: $t_\gamma = 2{,}718079$.

С учетом формулы (1.3.2) определяем границы доверительного интервала

$$\bar{x} - \frac{s}{\sqrt{n}} t_\gamma = 1{,}3625 - \frac{0{,}044148}{\sqrt{12}} 2{,}718079 = 1{,}32786 \text{ км},$$

$$\bar{x} + \frac{s}{\sqrt{n}} t_\gamma = 1{,}3625 + \frac{0{,}044148}{\sqrt{12}} 2{,}718079 = 1{,}39714 \text{ км}.$$

Таким образом, с надежностью 0,98 математическое ожидание дальности обнаружения нарушителя с помощью ПНВ находится на интервале от 1,328 км до 1,397 км. •

***Пример 1.3.3***. В условиях примера 1.3.2 найти с надежностью 0,90 доверительный интервал для среднеквадратического отклонения дальности обнаружения нарушителя с помощью ПНВ.

Решение. Доверительный интервал вычисляем по формуле (1.3.3). Предварительно находим критические точки (Excel-функция =ХИ2ОБР):

$$\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1} = \text{ХИ2ОБР}(0,1/2;11) = 19{,}675,$$

$$\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} = \text{ХИ2ОБР}(1\text{-}0,1/2;11) = 4{,}5748.$$

Подставив в формулу (1.3.3) необходимые величины, находим искомый доверительный интервал:

$$0{,}025 \text{ км}^2 < \sigma^2 < 0{,}106 \text{ км}^2 \text{ или } 0{,}157 \text{ км} < \sigma < 0{,}326 \text{ км.} \bullet$$

***Асимптотические доверительные интервалы***

*Асимптотическим доверительным интервалом* при оценивании параметра $\theta$ называется такой интервал ($\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$), что $P(\hat{\theta}_1 < \theta < \hat{\theta}_2) \to \gamma$ при $n \to \infty$.

Асимптотические доверительные интервалы используются для построения доверительных интервалов случайных величин, имеющих распределения, отличные от нормального. Их рекомендуется применять при достаточно больших объемах выборки (порядка сотен и более).

Доверительный интервал для вероятности успеха $p$ в $n$ испытаниях Бернулли имеет вид:

$$w - \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}u_\gamma < p < w + \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}u_\gamma, \qquad (1.3.4)$$

где $w$ – относительная частота события, $u_\gamma$ определяется из соотношения $\Phi_0(u_\gamma) = \gamma/2$. Здесь $\Phi_0(x)$ – функция Лапласа.

***Пример 1.3.4***. На участке пограничного формирования за год зафиксировано 300 попыток нарушений границы. В 250 случаях нарушители были задержаны. Найти доверительный интервал, покрывающий неизвестную вероятность задержания нарушителей границы с надежностью 0,95.

Решение. Сделаем допущение, что нарушители действуют независимо друг от друга и в каждом случае вероятность задержания нарушителей равна $p$ (и нам неизвестна). Тогда мы имеем распределение Бернулли, относительная частота вычисляется как отношение задержанных нарушителей к их общему числу (точнее, к числу зафиксированных случаев): $w = 250/300 \approx 0{,}83$. Число испытаний достаточно велико ($n$ = 300) и мы можем воспользоваться для вычисления доверительного интервала формулой (1.3.4).

Для нахождения $u_\gamma$ из функции Лапласа по известной вероятности используем Excel-функцию:

=НОРМОБР(0,5+ γ/2;0;1)

В нашем примере $\gamma/2 = 0{,}95/2=0{,}475$.Тогда с использованием Excel находим $u_\gamma \approx 1{,}96$.

$$p_1 = w - \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}u_\gamma \approx 0{,}79, \quad p_2 = w + \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}u_\gamma \approx 0{,}87.$$

Таким образом, вероятность задержания нарушителей на участке пограничного формирования с надежностью 0,95 находится на интервале от 0,79 до 0,87. •

Асимптотический доверительный интервал для параметра $\lambda$ показательного закона распределения вычисляется по формуле:

$$\frac{1}{\bar{x}}\exp\left(-\frac{u_\gamma}{\sqrt{n}}\right) < \lambda < \frac{1}{\bar{x}}\exp\left(\frac{u_\gamma}{\sqrt{n}}\right), \tag{1.3.5}$$

где $\exp(x)$ есть функция $e^x$.

***Пример 1.3.5***. На участке пограничного формирования используется 100 сигнализационных комплексов типа Гоби–ЕК. За год зафиксировано 50 случаев их выхода из строя. С надежностью 0,95 найти интенсивность выхода из строя сигнализационного комплекса типа Гоби–ЕК.

Решение. Вычисляем выборочный средний срок службы до первого выхода из строя (для отдельного комплекса) – оценка параметра $\theta = 1/\lambda$:

$$\bar{x} = 100/50 = 2.$$

Вычисляем границы интервала:

$$\frac{1}{\bar{x}}\exp\left(-\frac{u_\gamma}{\sqrt{n}}\right) = \frac{1}{2}e^{-\frac{1{,}96}{\sqrt{200}}} \approx 0{,}435, \quad \frac{1}{\bar{x}}\exp\left(\frac{u_\gamma}{\sqrt{n}}\right) = \frac{1}{2}e^{\frac{1{,}96}{\sqrt{200}}} \approx 0{,}574.$$

Таким образом, интенсивность выхода из строя отдельного комплекса с надежностью 0,95 находится в интервале от 0,435 год до 0,574 год. Необходимо дополнительно проанализировать, сколько и какие именно комплексы выходили из строя наиболее часто.

### *1.3.3. Проверка статистических гипотез*

***Статистической гипотезой*** называется любое предположение относительно генеральной совокупности. Гипотеза называется *параметрической*, если в ней содержится некоторое утверждение о параметрах распределения случайной величины (когда сам закон распределения считается известным) и *непараметрической* в иных случаях.

*Нулевой* (или *основной*) гипотезой $H_0$ называется предположение, которого придерживаются изначально, пока наблюдения не заставят признать обратное. Например, предположение о равновероятности движения нарушителей на некотором участке границы.

Альтернативной (или *конкурирующей*) гипотезой $H_1$ называется гипотеза, которая противоречит основной гипотезе $H_0$ и которую принимают, если отвергают основную гипотезу.

Случайная величина $T$, построенная по наблюдениям для проверки нулевой гипотезы, называется *статистикой критерия*.

При проверке критерия могут возникнуть ошибки двух типов.

*Ошибка первого рода* состоит в том, что основная гипотеза отвергается, хотя на самом деле она верна. Ее вероятность обычно обозначают α и называют *уровнем значимости* или размером критерия.

*Ошибка второго рода* состоит в том, что основная гипотеза принимается, хотя на самом деле она неверна. Ее вероятность обычно обозначают $\beta$. Вероятность $1 - \beta$ не совершить ошибку 2-го рода называют *мощностью* критерия.

Критерий называется *наиболее мощным*, если из всех возможных критериев с заданным уровнем значимости $\alpha$ он обладает наибольшей мощностью.

Пусть определена статистика критерия $T$ и пусть функция плотности вероятностей выборочной статистики $T$ при условии истинности нулевой гипотезы $H_0$ равна $f(T/H_0)$, медиана $T$ равна $T_0$. По заданному уровню значимости α определяют квантили1 $T_{\alpha/2}$ и $T_{1-\alpha/2}$ из условия:

$$P(T \le T_{\alpha/2}) = \int_{-\infty}^{T_{\alpha/2}} f(T/H_0)dT = \alpha/2,$$

$$P(T \ge T_{1-\alpha/2}) = \int_{T_{1-\alpha/2}}^{\infty} f(T/H_0)dT = \alpha/2,$$

где $\alpha$ полагают достаточно малым, чтобы попадание случайной величины $T$ за пределы интервала ($T_{\alpha/2}$; $T_{1-\alpha/2}$) можно было бы считать маловероятным событием (рис. 1.3.1). Заметим, что критическая область может быть одна (левосторонняя или правосторонняя).

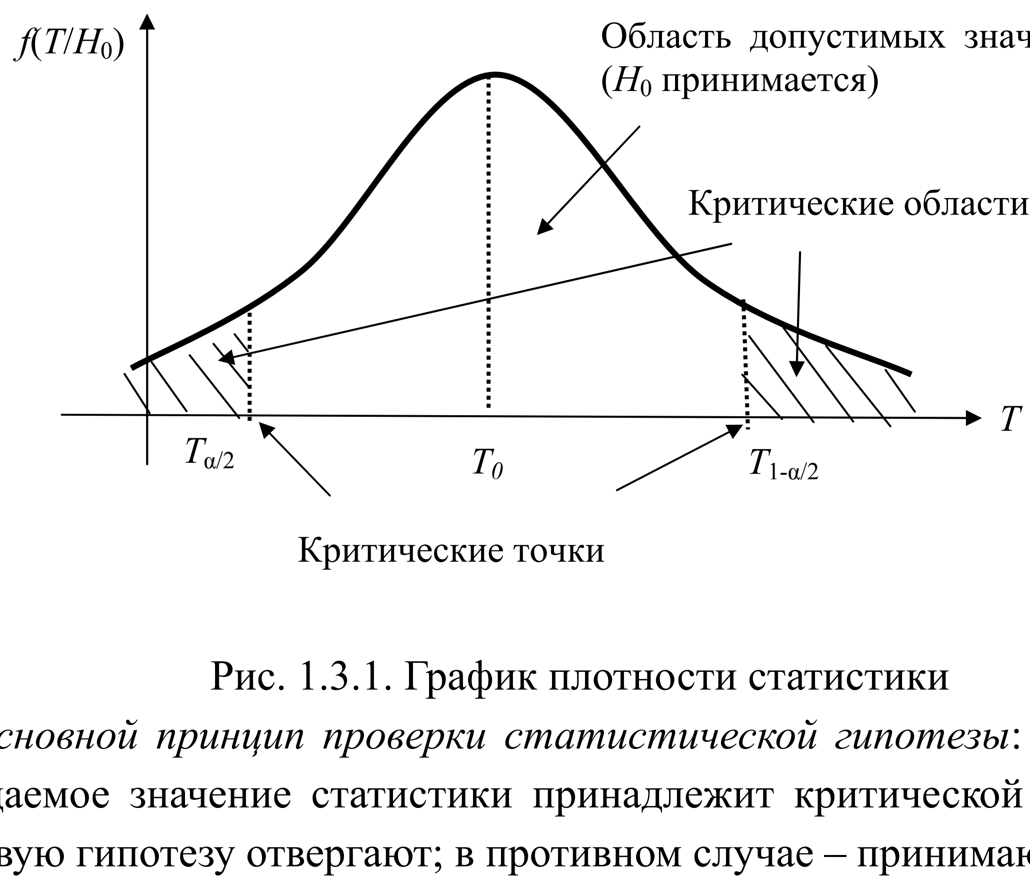



Рис. 1.3.1. График плотности статистики

*Основной принцип проверки статистической гипотезы*: если наблюдаемое значение статистики принадлежит критической области, нулевую гипотезу отвергают; в противном случае – принимают.

Рассмотрим методики проверки гипотез для одной выборки (соответствующие методики для двух выборок можно найти в работах [36; 232]).

1 $p$-квантиль $x_p$ – это корень уравнения $F(x) = p$.

***Гипотезы о неизвестном среднем а при известной дисперсии*** $\sigma^2$ **(*нормальное распределение*)**

Основная гипотеза $H_0$: $a = a_0$, альтернативная гипотеза $H_1$ может быть трех видов:

$$\text{А) } a \neq a_0; \ \text{ Б) } a > a_0; \ \text{ В) } a < a_0.$$

Во всех трех случаях для проверки используется следующая статистика:

$$T = \frac{\bar{x} - a_0}{\sigma}\sqrt{n},$$

где $n$ – объем выборки (число опытов).

В случае А) критическая точка $t_{кр}$ выбирается из условия $\Phi_0(t_{кр}) = (1 - \alpha)/2$. Если $|T| < t_{кр}$, гипотеза $H_0$ принимается, если $|T| > t_{кр}$ – отвергается. Здесь имеет место двусторонняя критическая область. Знак |…| – абсолютная величина числа, содержащегося внутри скобок.

В случаях Б) и В) критическая точка выбирается из условия $\Phi_0(t_{кр}) = 1/2 - \alpha$.

В случае Б), если $T < t_{кр}$, то гипотеза $H_0$ принимается, если $T > t_{кр}$ – отвергается.

В случае В), если $T > -t_{кр}$, то гипотеза $H_0$ принимается, если $T < -t_{кр}$ – отвергается.

В случаях Б) и В) имеют место односторонние критические области.

Данным методом можно пользоваться и в случае неизвестной дисперсии при больших объемах выборки (несколько сотен), когда оценку дисперсии можно принять за ее точное значение.

***Гипотезы о неизвестном среднем а при неизвестной дисперсии*** $\sigma^2$ **(*нормальное распределение*)**

Основная гипотеза $H_0$: $a = a_0$, альтернативная гипотеза $H_1$ может быть трех видов:

$$\text{А) } a \neq a_0; \ \text{ Б) } a > a_0; \ \text{ В) } a < a_0.$$

Во всех трех случаях для проверки используется следующая статистика:

$$T = \frac{\bar{x} - a_0}{s}\sqrt{n},$$

где $n$ – объем выборки (число опытов), $s$ – оценка среднеквадратического отклонения.

Для проверки берутся критические точки $t_{кр}$ распределения Стьюдента с $n - 1$ степенью свободы и уровнем значимости $\alpha$.

В случае А), если $|T| < t_{кр}$, гипотеза $H_0$ принимается, если $|T| > t_{кр}$ – отвергается.

В случае Б), если $T < t_{кр}$, то гипотеза $H_0$ принимается, если $T > t_{кр}$ – отвергается.

В случае В), если $T > -t_{кр}$, то гипотеза $H_0$ принимается, если $T < -t_{кр}$ – отвергается.

***Гипотезы о неизвестной дисперсии $\sigma^2$ (нормальное распределение)***

Обычно предполагается, что хотя дисперсия неизвестна, но дана ее несмещенная оценка $s^2$. Основная гипотеза $H_0$: $\sigma^2 = \sigma_0^2$. Альтернативная гипотеза $H_1$ может быть трех видов:

А) $\sigma^2 \neq \sigma_0^2$; Б) $\sigma^2 > \sigma_0^2$; В) $\sigma^2 < \sigma_0^2$.

Во всех трех случаях для проверки используется следующая статистика:

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}.$$

Для проверки берутся критические точки распределения хи-квадрат с $n - 1$ степенями свободы.

В случае А), если $\chi^2_{1-\alpha/2,n-1} < \chi^2 < \chi^2_{\alpha/2,n-1}$, гипотеза $H_0$ принимается, иначе отвергается.

В случае Б), если $\chi^2 < \chi^2_{\alpha/2,n-1}$, то гипотеза $H_0$ принимается, иначе отвергается.

В случае В), если $\chi^2 > \chi^2_{1-\alpha/2,n-1}$, то гипотеза $H_0$ принимается, иначе отвергается.

***Гипотеза о неизвестной вероятности успеха* (*распределение Бернулли*)**

Основная гипотеза $H_0$: $p = p_0$. Альтернативная гипотеза $H_1$ может быть трех видов:

$$\text{А) } p \neq p_0;\ \text{ Б) } p > p_0;\ \text{ В) } p < p_0.$$

Во всех трех случаях для проверки используется следующая статистика:

$$U = \frac{w - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}\sqrt{n},$$

где $w$ – относительная частота успехов в $n$ испытаниях.

Данной статистикой можно пользоваться, если число опытов достаточно велико (несколько десятков или сотен).

В случае А) гипотеза $H_0$ принимается, если $|U| < u_{кр}$, $\Phi_0(u_{кр}) = (1 - \alpha)/2$.

В случае Б) гипотеза $H_0$ принимается, если $U < u_{кр}$, $\Phi_0(u_{кр}) = 1/2 - \alpha$.

В случае В) гипотеза $H_0$ принимается, если $U > -u_{кр}$, $\Phi_0(u_{кр}) = 1/2 - \alpha$.

***Пример 1.3.6***. Охрана границы считается надежной, если задерживается не менее 90% ($p_0 = 0{,}9$) от числа обнаруженных нарушителей. За год на участке пограничного формирования было обнаружено 200 нарушителей, из них задержано 175. С уровнем значимости 0,05 проверить, следует ли считать охрану границы надежной?

Решение.

Относительная частота задержанных нарушителей $w = 175/200 = 0{,}875$.

Значение статистики равно:

$$U = \frac{w - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}\sqrt{n} = \frac{0{,}875 - 0{,}9}{\sqrt{0{,}9 \cdot 0{,}1}}\sqrt{200} = -1{,}1785.$$

Альтернативной гипотезой в данном примере является гипотеза: $p < p_0$ (случай В).

Из соотношения $\Phi_0(u_{кр}) = 1/2 - \alpha = 0{,}45$ находим $u_{кр} = 1{,}65$ и получаем $-1{,}1785 > -1{,}65$, то есть охрану границы можно считать надежной.

### *1.3.4. КРИТЕРИИ СОГЛАСИЯ*

Критерии проверки гипотезы о предполагаемом виде закона распределения случайной величины называют ***критериями согласия***. Причем проверяют не то, что случайная величина *действительно* имеет определенный закон распределения (например, экспоненциальный или нормальный), а лишь достаточно ли хорошо наблюдаемые данные согласуются с некоторым законом распределения, чтобы можно было использовать этот закон для прогнозирования поведения изучаемой случайной величины.

Гипотезы могут быть как простыми, так и сложными. Гипотеза называется *простой*, если проверяется соответствие некоторому закону распределения с заданными параметрами. Гипотеза называется *сложной*, если проверяется соответствие некоторому закону распределения с произвольными параметрами. В этом случае параметры оценивают по выборке.

Критерий согласия Пирсона (хи-квадрат) идеально подходит для проверки гипотез в полиномиальной схеме.

Пусть проводится $n$ независимых испытаний, каждое из которых может иметь $r$ различных исходов $A_1$, $A_2$,…,$A_r$. Требуется проверить гипотезу о том, что вероятности этих исходов равны $p_1$, $p_2$, …, $p_r$, если в последовательности испытаний они встретились $m_1$, $m_2$, …, $m_r$ раз.

***Теорема Пирсона***. Если основная гипотеза верна, то распределение статистики хи-квадрат

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r} \frac{(m_i - np_i)^2}{np_i}$$

при $n \to \infty$ стремится к распределению хи-квадрат с $r - 1$ степенями свободы. В противном случае эта статистика стремится к бесконечности.

Отсюда получаем *критерий* (применимый при больших $n$): если $\chi^2 < \chi^2_{\alpha,r-1}$, то основная гипотеза принимается, иначе – отвергается.

Если вероятности $p_1, p_2, \ldots, p_r$ зависят от неизвестных параметров $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_r$, которые можно оценить по $m_1, m_2, \ldots, m_r$, то их оценивают методом максимального правдоподобия, получают соответствующие оценки $p_1, p_2, \ldots, p_r$ и также вычисляют статистику хи-квадрат. Но в этом случае предельное распределение статистики имеет $r - k - 1$ степеней свободы. Тогда, если $\chi^2 < \chi^2_{\alpha,r-k-1}$, то основная гипотеза принимается, иначе – отвергается.

Критерий хи-квадрат для простой гипотезы, т.е. в случае известных параметров, называют также критерием ***хи-квадрат Пирсона***, а критерий хи-квадрат для сложной гипотезы (с оцениванием параметров) – критерием ***хи-квадрат Фишера***.

Критерий хи-квадрат применяется и в более общей схеме, для проверки распределений случайных величин. В этом случае в качестве исходов $A_1, A_2, \ldots, A_r$ берут попадания наблюдений в некоторые множества (интервалы) $\Delta_1, \Delta_2, \ldots, \Delta_r$. Для дискретных случайных величин это могут быть отдельные значения или их объединения. Для непрерывных случайных величин используют обычную группировку, т.е. подсчитывают числа попаданий в некоторые интервалы.

Если распределение не ограничено слева или справа, то крайние интервалы продолжают до бесконечности. Если числа попаданий в какие-то интервалы слишком малы (меньше 5), то такие интервалы объединяют с соседними интервалами. Всего желательно иметь не менее 50 наблюдений в выборке.

Рассмотрим *алгоритм проверки гипотезы*.

1. Из генеральной совокупности производим выборку объема $n$ (желательно $n$ не менее 50).
2. Составляем сгруппированный статистический ряд.
3. Весь диапазон наблюдаемых значений разбиваем на $r$ частичных интервалов (в каждом из которых должно быть минимум 5-8 наблюдений; хорошие результаты получаются при $np_i \geq 10$).

4. На основании гипотетической функции распределения $F_0(x)$ вычисляем вероятности попадания случайной величины $X$ в частичные интервалы:
$$p_i = P(C_{i-1} < X < C_i) = F_0(C_i) - F_0(C_{i-1}), \quad i = 1,...,r.$$
5. Умножая полученные вероятности $p_i$ на объем выборки, получаем теоретические частоты $np_i$, т.е. частоты, которые следует ожидать, если нулевая гипотеза справедлива.
6. Вычисляем статистику хи-квадрат: $\chi^2 = \sum_{i=1}^{r} \frac{(m_i - np_i)^2}{np_i}$.
7. По таблице критических точек распределения хи-квадрат по заданному уровню значимости $\alpha$ и числу степеней свободы $r - 1$ находим критические точки $\chi^2_{\alpha,r-1}$. В случае сложной гипотезы, когда неизвестны $k$ параметров $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k$, используем число степеней свободы $r - k - 1$ и находим критические точки $\chi^2_{\alpha,r-k-1}$.
8. Сравниваем наблюдаемые значения критерия $\chi^2$ с критической точкой $\chi^2_{\alpha,r-1}$ (или $\chi^2_{\alpha,r-k-1}$), принимаем одно из двух решений:

- Если $\chi^2 > \chi^2_{\alpha,r-1}$, то нулевая гипотеза отвергается в пользу альтернативной, т.е. считается, что гипотетическая функция распределения не согласуется с опытными данными.
- Если $\chi^2 < \chi^2_{\alpha,r-1}$, то нет оснований для отклонения нулевой гипотезы, т.е. гипотетическая функция $F_0(x)$ согласуется с опытными данными.

Пример применения критерия согласия для решения задач пограничной безопасности можно найти в работе [256].

## 1.4. Системы массового обслуживания в погранометрике

Практические требования науки и технологии привели к созданию в начале XX столетия теории массового обслуживания. На первичное развитие этой теории особое влияние оказали работы датского ученого и сотрудника Копенгагенской телефонной компании А.К. Эрланга. В последующем выяснилось, что задачи массового обслуживания возникают не только в телефонии, но и во многих других направлениях: в военном деле, в погранологии, технике, транспорте и т.д. Значительный вклад в создание и разработку общей теории массового обслуживания внес выдающийся русский советский математик Александр Яковлевич Хинчин (1984 – 1959).

В области охраны границы методы теории массового обслуживания используются, в частности, при анализе загруженности пунктов пропуска [128; 250] и при оценке эффективности технических средств охраны границы [128].

Теория массового обслуживания занимается изучением *систем массового обслуживания* (СМО), т.е. таких систем, в которых, с одной стороны, возникают массовые требования на выполнение каких-либо услуг, а с другой - происходит удовлетворение этих требований (по мере возможности). СМО включает в себя источник требований и обслуживающие каналы.

### *1.4.1. Классификация систем массового обслуживания*

Любая СМО включает в свою структуру некоторое число обслуживающих устройств (единиц, приборов, линий), которые называют *каналами обслуживания*. Роль каналов могут играть лица, выполняющие те или иные операции (контролер в кабине паспортного контроля, оператор РЛС, дежурный оператор и т.д.), тревожная группа и группа прикрытия, линии связи, автомашины, ремонтные бригады и т.д.

Каждая СМО предназначена для обслуживания (выполнения) некоторого потока *заявок* (или *требований*), поступающих на вход системы большей частью не регулярно, а в случайные моменты времени. Обслуживание заявок, в общем случае, также длится не постоянное, заранее известное, а случайное время. После обслуживания заявки канал освобождается и готов к приему следующей заявки. Случайный характер потока и времени их обслуживания приводит к неравномерной загруженности СМО. В некоторые промежутки времени на входе СМО могут скапливаться необслуженные заявки (они либо становятся в очередь, либо покидают СМО необслуженными), в другие же периоды при свободных каналах на входе СМО заявок не будет, что приводит к недогрузке СМО, т.е. к простаиванию каналов.

Схема СМО показана на рис. 1.4.1.

<u>1-й классификационный признак</u> – ограничение на поток заявок. Система называется *открытой*, если поток требований поступает извне. По окончании обслуживания требования покидают систему. Примеры открытых систем: обслуживание пассажиров в пунктах пропуска, обслуживание сигналов тревог, поступающих с сигнализационных комплексов и т.д. Система называется *замкнутой*, если у нее отсутствуют вход и выход. Требования на обслуживание циркулируют внутри системы. В качестве примера замкнутой системы можно указать систему обслуживания технических средств охраны границы в пограничном управлении.

<u>2-й классификационный признак</u> – по количеству этапов обслуживания. По количеству этапов обслуживания СМО делятся на однофазные и многофазные системы. Если каналы СМО однородны, т.е. выполняют одну и ту же операцию обслуживания, то такие СМО называются *однофазными*. Если каналы обслуживания расположены последовательно и они неоднородны, так как выполняют различные операции обслуживания (т.е. обслуживание состоит из нескольких последовательных этапов или фаз), то СМО называется *многофазной*. Примером работы многофазной СМО является обслуживание пасса-

жиров в аэропорту (доставка пассажиров в аэропорт; регистрация; таможенный, пограничный и иные виды досмотра и т.д.).

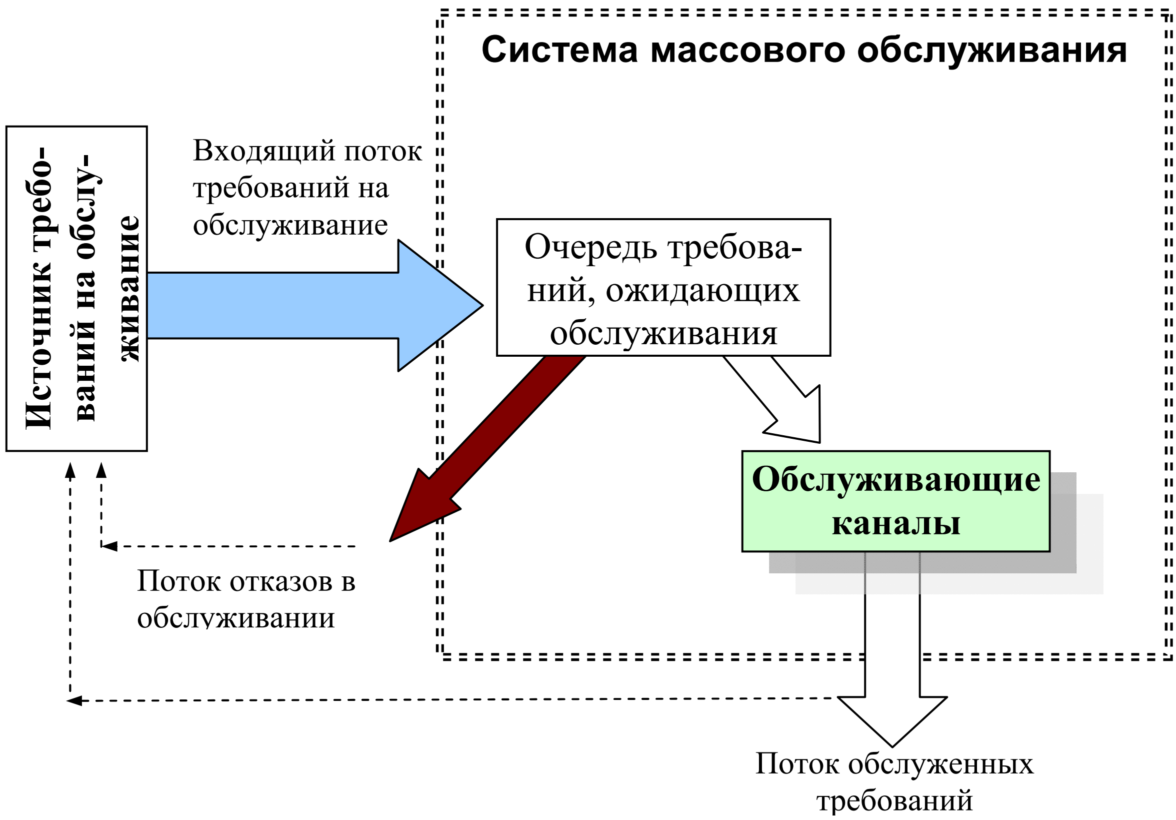



Рис. 1.4.1. Схема системы массового обслуживания

3-й классификационный признак – по числу каналов обслуживания. По числу каналов СМО подразделяют на *одноканальные* (когда имеется один канал обслуживания) и *многоканальные*, точнее *n*-канальные (когда количество каналов два и более). Здесь и далее будем полагать, что каждый канал одновременно может обслуживать только одну заявку и, если не оговорено специально, каждая находящаяся под обслуживанием заявка обслуживается только одним каналом. Многоканальные СМО могут состоять из однородных каналов, либо из разнородных каналов, отличающихся длительностью обслуживания одной заявки. Практически время обслуживания каналом одной заявки $T_{об}$ является непрерывной случайной величиной. В качестве многоканальной системы может выступать пункт пропуска, оборудованный несколькими кабинами паспортного контроля. Пример одноканальной системы обслуживания - линейное отделение (пограничная застава), действующая по сигналам тревог. Ее один канал обслуживания состоит из двух элементов – тревожной группы и группы прикрытия.

4-й классификационный признак - возможность ожидания обслуживания. По возможности ожидания заявками обслуживания системы подразделяются на системы с *отказами* и системы с *ожиданием*.

Если вновь поступившая заявка застает все каналы обслуживания занятыми и покидает систему необслуженной, мы имеем систему с отказами. При этом заявка может пропадать («необслуженный», т.е. не задержанный нарушитель) или через некоторое время вновь возвращаться в систему (если набранный телефонный номер занят, абонент может через некоторое время повторно попытаться дозвониться).

Системы с ожиданием в свою очередь подразделяются на системы с неограниченным ожиданием или с ограниченным ожиданием (ограничение возможно по длине очереди или по времени пребывания в очереди или в системе). Примером СМО с ограниченным временем пребывания в системе может служить поток раненных в ходе пограничного конфликта, когда жизнь пограничника зависит от времени транспортировки в госпиталь, осмотра врача, ожидания операции и времени самой операции.

5-й классификационный признак – дисциплина обслуживания. Дисциплиной обслуживания называется правило, согласно которому заявки выбираются из очереди на обслуживание. Различают следующие дисциплины обслуживания:

- обслуживание в порядке поступления или *дисциплина FIFO* (первым пришел, первым обслужился);
- обслуживание в обратном порядке или *дисциплина LIFO* (последним пришел, первым обслужился);
- *обслуживание в случайном порядке*, когда заявка выбирается случайным образом среди ожидающих заявок.

6-й классификационный признак – однородность нагрузки. Нагрузка системы считается *однородной*, если все заявки имеют одинаковые функции распределения как интервалов поступления, так и длительностей обслуживания. В общем случае нагрузка может быть *неоднородной*, когда заявки отличаются друг от друга законами распределения либо интервалов поступления, либо длительностей обслуживания. В качестве примера системы с неоднородной нагрузкой можно привести пункт пропуска, обслуживающий автобусы с пассажирами, легковые и грузовые автомашины.

7-й классификационный признак – наличие или отсутствие приоритета в обслуживании заявок. Под приоритетом понимается преимущественное право на обслуживание. По данному признаку системы различаются:

- *бесприоритетные системы* – между заявками отсутствует приоритет;
- *системы с относительными приоритетами*, когда приоритеты заявок учитываются только в моменты выбора их из очереди на обслуживание;
- *системы с абсолютными приоритетами*, когда приоритеты учитываются так же и во время обслуживания – высокоприоритетные заявки прерывают обслуживание низкоприоритетных требований;
- *системы со смешанными приоритетами*, когда заявки данного класса имеют к заявкам одних классов относительный приоритет, к заявкам других – абсолютный, а к заявкам третьих – нет приоритета.

8-й классификационный признак – используемые методы для изучения и моделирования систем массового обслуживания. Наиболее распространенными являются следующие методы:

- аналитический метод;
- метод стохастического (статистического) моделирования функционирования систем.

Можно указать и другие классификационные признаки (каналы обслуживания абсолютно надежны или периодически могут выходить из строя; обслуживание выполняется с ошибками или без оных и т.д.).

Наиболее простые аналитические выражения для расчета основных показателей систем массового обслуживания получаются в случае, когда поток заявок является *простейшим*, а время обслуживания заявки подчиняется показательному закону.

***Показатели эффективности функционирования СМО***

В качестве характеристик эффективности функционирования СМО можно выбрать три основные группы (обычно средних) показателей:

1. ***Показатели эффективности использования СМО***:

- абсолютная пропускная способность СМО – среднее число заявок, которое сможет обслужить СМО в единицу времени;
- относительная пропускная способность СМО – отношение среднего числа заявок, обслуживаемых СМО в единицу времени, к среднему числу поступивших за это же время заявок;
- средняя продолжительность периода занятости СМО;
- коэффициент использования СМО – средняя доля времени, в течение которого СМО занята обслуживанием заявок, и т.п.

2. ***Показатели качества обслуживания заявок:***

- среднее время ожидания заявки в очереди;
- среднее время пребывания заявки в СМО;
- вероятность отказа заявке в обслуживании без ожидания;
- вероятность того, что вновь поступившая заявка немедленно будет принята к обслуживанию;
- среднее число заявок, находящихся в очереди;
- среднее число заявок, находящихся в СМО, и т.п.

3. ***Показатели эффективности функционирования пары «СМО – клиент»***. Здесь под «клиентом» понимают всю совокупность заявок или некий их источник. К числу таких показателей относится, например, коэффициент технической готовности технических средств охраны границы, средний предотвращенный ущерб от незаконной добычи морепродуктов и т.п.

### 1.4.2. Простейший поток событий

*Простейший поток событий* (или стационарный пуассоновский) обладает следующими свойствами.

1) *Стационарность потока* означает, что для любого интервала времени ($a$, $b$) вероятность появления на нем ровно $k$ требований не изменится, если этот интервал сдвинуть во времени на какой-либо промежуток $t$, т.е. заменить интервалом ($a + t$, $b + t$).

2) *Отсутствие последействия* состоит в том, что вероятность поступления $k$ требований в течение промежутка времени ($T$, $T + t$) не зависит от того, сколько требований и как поступали до этого промежутка. Отсутствие последействия означает взаимную независимость появления того или иного числа требований в непересекающихся интервалах времени.

3) *Ординарность потока* требований означает практическую невозможность появления двух или более требований в один и тот же момент времени.

Экспериментальная проверка, предпринятая в различных областях знаний (физика, теория надежности, транспорт, погранометрика и т.д.), показала, что простейший поток событий наблюдается не так часто, как ранее предполагалось. Действительно, предположение стационарности потока в реальной обстановке является сильной абстракцией. Так, интенсивность сигналов тревог, поступающих с сигнализационных комплексов, существенно зависит от состояния погоды. В дождь эта интенсивность может резко возрастать. Интенсивность поступления пассажиров в кабины паспортного контроля существенно зависит от расписания полетов и меняется во времени суток. Однако, если рассматривать явления в сравнительно ограниченные промежутки времени, то предположение стационарности может служить достаточно удовлетворительным первым приближением. В частности, можно дать рекомендацию анализировать систему обслуживания пассажиров в пунктах пропуска отдельно для нескольких интервалов времени суток; систему обслуживания сигналов тревог сигнализационных комплексов – отдельно для различных состояний погоды.

Предположение ординарности потока во многих практических задачах не выполняется. Так, пассажиры, прибывшие на автобусе, поступают в кабины паспортного контроля группами. В этом случае в качестве заявки на обслуживание следует считать не отдельного пассажира, а группу пассажиров.

Несмотря на то, что три свойства простейшего потока, как правило, не выполняются со всей строгостью, они могут служить хорошим отправным пунктом для изучения реальных потоков требований.

Название «простейший» объясняется тем, что СМО с простейшими потоками имеет наиболее простое математическое описание. Между прочим, самый простой, на первый взгляд, *регулярный поток* не является «простейшим», так как обладает последействием: моменты появления событий в таком потоке связаны жесткой, функциональной зависимостью. Без специальных усилий по поддержанию его регулярности такой поток обычно не создается.

Простейший поток в качестве предельного возникает в теории случайных процессов столь же естественно, как в теории вероятностей нормальное распределение получается в качестве предельного для суммы случайных величин: при наложении (суперпозиции) достаточного большого числа $n$ независимых, стационарных и ординарных потоков (сравнимых между собой по интенсивностям $\lambda_i$, $i = 1, ..., n$) получается поток, близкий к простейшему с интенсивностью $\lambda$, равной сумме интенсивностей входящих потоков, т.е.

$$\lambda = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i .$$

Название «пуассоновский» связано с тем, что при соблюдении свойств простейшего потока число событий, попадающих на любой фиксированный интервал времени, будет распределено по закону Пуассона. Покажем это с помощью элементарных рассуждений.

Рассмотрим на оси времени $Ot$ простейший поток событий как неограниченную последовательность случайных точек (рис. 1.4.2).

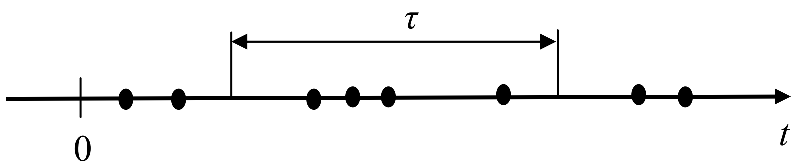



Рис. 1.4.2. Простейший поток событий

Пусть случайная величина $X$ выражает число событий (точек), попадающих на произвольный промежуток времени $\tau$. Интервал времени $\tau$ разобьем на $n$ равных элементарных отрезков $\Delta t = \tau / n$. Математическое ожидание числа событий, попадающих на элементарный отрезок $\Delta t$ равно (по определению интенсивности) $\lambda\Delta t$, где $\lambda$ – интенсивность потока. Согласно свойству ординарности потока можно пренебречь вероятностью попадания на элементарный (т.е. малый) отрезок двух и более событий. Поэтому математическое ожидание $\lambda\Delta t$ числа точек, попадающих на отрезок $\Delta t$, будет приближенно (с точностью до бесконечно малых высшего порядка при $\Delta t \to 0$) равно вероятности попадания на него одной точки (или, что в наших условиях равнозначно, хотя бы одной).

Будем считать элементарный отрезок $\Delta t$ «занятым», если в нем появилось событие потока, и «свободным», если не появилось. Вероятность того, что отрезок $\Delta t = \tau / n$ окажется «занятым», равна $\lambda\Delta t = \lambda\tau/n$; вероятность того, что он окажется «пустым» (противоположное событие), равна $1 - \lambda\tau/n$ (чем меньше $\Delta t$, тем точнее равенства).

Число занятых элементарных отрезков, т.е. число $X = m$ (будет занято $m$ отрезков) событий на всем временном промежутке $\tau$, можно рассматривать как случайную величину, имеющую биномиальный закон распределения (с параметрами $n$ и $p = \lambda\tau/n$), а, следовательно, по формуле Бернулли

$$P(X = m) = C_n^m \left(\frac{\lambda\tau}{n}\right)^m \left(1 - \frac{\lambda\tau}{n}\right)^{n-m}.$$

(Необходимое для возникновения биномиального закона условие независимости испытаний, в данном случае – независимость $n$ элементарных отрезков относительно события «отрезок занят», обеспечивается свойством отсутствия последействия потока).

Известно, что при неограниченном увеличении числа элементарных отрезков $\Delta t$, т.е. при $n \to \infty$, $p = \lambda\tau/n \to 0$ и постоянном значении произведения $np = \lambda\tau$ биномиальное распределение стремится к распределению Пуассона с параметром $a = \lambda\tau$:

$$P_m(\tau) = \frac{(\lambda\tau)^m}{m!} e^{-\lambda\tau}. \qquad (1.4.1)$$

В частности, вероятность того, что за время $\tau$ не произойдет ни одного события ($m = 0$), равна

$$P_0(\tau) = e^{-\lambda\tau}. \qquad (1.4.2)$$

В соответствии с формулой (1.4.2) вероятность того, что на участке времени длиной $t$ не появится ни одного из последующих событий, равна

$$P(T \geq t) = e^{-\lambda t},$$

а вероятность противоположного события, т.е. функция распределения случайной величины $T$, есть

$$F(t) = P(T < t) = 1 - e^{-\lambda t}. \qquad (1.4.3)$$

Функция распределения (1.4.3) определяет показательный (экспоненциальный) закон распределения.

Для простейшего потока с интенсивностью $\lambda$ вероятность попадания на элементарный (малый) отрезок времени $\Delta t$ хотя бы одного события потока равна согласно (1.4.3):

$$P_{\Delta t} = P(T < \Delta t) = 1 - e^{-\lambda\Delta t} \approx \lambda\Delta t. \qquad (1.4.4)$$

Поступление заявок в случайные моменты времени приводит к тому, что в определенные интервалы система обслуживания простаивает, тогда как в другие интервалы может поступить несколько заявок, что приведет к образованию очередей или потерям в обслуживании.

## 1.4.3. Одноканальные СМО

### *СМО с отказами*

Пусть имеется один канал обслуживания, на который поступает простейший поток заявок с интенсивностью $\lambda$. Поток обслуживаний имеет интенсивность $\mu$, которая подчиняется показательному закону распределения.

В предельном стационарном режиме система имеет следующие характеристики:

- относительная пропускная способность $Q$ системы (вероятность того, что заявка будет обслужена):

$$Q = \frac{\mu}{\lambda + \mu}; \tag{1.4.5}$$

- вероятность $P_{отк}$ отказа в обслуживании заявки:

$$P_{отк} = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}; \tag{1.4.6}$$

- абсолютная пропускная способность $A$ системы (среднее число заявок, обслуживаемых в единицу времени):

$$A = \lambda Q = \frac{\lambda\mu}{\lambda + \mu}. \tag{1.4.7}$$

***Пример 1.4.1***. Пограничный корабль имеет на своем борту одну досмотровую группу и способен проверить судно, ведущее промысел морепродуктов, в среднем за 6 час ($\mu = 4$ сут$^{-1}$). На маршруте несения службы интенсивность поступления заявок (судов для досмотра) равна $\lambda = 6$ сут$^{-1}$. Судно, застав корабль занятым проверкой другого судна, покидает район без обслуживания. Найти показатели, характеризующие эффективность использования пограничного корабля.

По формулам (1.4.5-1.4.6) вычисляем:

$$Q = 0{,}4;\ P_{отк} = 0{,}6;\ A = 2{,}4\ \text{сут}^{-1}.$$

Таким образом, вероятность «обслуживания» судна равна 0,4 (в среднем будет обслужено примерно 40 % судов), причем за сутки в среднем будет обслужено 2,4 судна.

***СМО с ожиданием и ограничением на длину очереди***

Заявка, поступившая в СМО в момент, когда канал занят, в отличие от СМО с отказами, не покидает систему, а становится в очередь и ожидает обслуживания. Далее полагаем, что в данной системе имеется ограничение на длину очереди, под которой понимается максимальное число мест в очереди, а именно, полагаем, что в очереди могут находиться максимум $m \geq 1$ заявок.

Обозначим $\rho = \lambda/\mu$ – интенсивность нагрузки канала.

Вероятность отказа в обслуживании заявки равна:

$$P_{отк} = \begin{cases} \dfrac{\rho^{m+1}(1-\rho)}{1-\rho^{m+2}}, & \rho \neq 1, \\ \dfrac{1}{m+2}, & \rho = 1. \end{cases} \tag{1.4.8}$$

Относительная пропускная способность, или доля обслуживаемых заявок, поступающих в единицу времени, определяется выражением:

$$Q = 1 - P_{отк} = \begin{cases} \dfrac{1-\rho^{m+1}}{1-\rho^{m+2}}, & \rho \neq 1, \\ \dfrac{m+1}{m+2}, & \rho = 1. \end{cases} \tag{1.4.9}$$

Причем относительная пропускная способность $Q$ совпадает со средней долей принятых (т.е. не получивших отказ) в систему заявок среди всех поступивших, поскольку попавшая в очередь заявка непременно будет обслужена.

Среднее число заявок $L_{оч}$, стоящих в очереди на обслуживание, определяется как математическое ожидание дискретной случайной величины $k$ – числа заявок, стоящих в очереди $L_{оч} = M(k)$, и равна:

$$L_{оч} = \begin{cases} \dfrac{\rho^2\left(1-\rho^m(m+1-m\rho)\right)}{(1-\rho)\left(1-\rho^{m+2}\right)}, & \rho \neq 1, \\ \dfrac{m(m+1)}{2(m+2)}, & \rho = 1. \end{cases} \tag{1.4.10}$$

Важной характеристикой СМО с ожиданием является среднее время ожидания заявки в очереди $T_{оч}$, которая вычисляется по *формуле Литтла*:

$$T_{оч} = \frac{L_{оч}}{\lambda}. \tag{1.4.11}$$

***Пример 1.4.2***. В условиях примера 1.4.1 судно, застав корабль занятым, становится в очередь на обслуживание, если в очереди находится не более $m$ = 3 судов. Найти показатели, характеризующие эффективность использования пограничного корабля.

По формулам (1.4.8 – 1.4.11) вычисляем:

$$\rho = 6/4 = 1{,}5;\ P_{отк} = 0{,}38;\ Q = 0{,}62;\ L_{оч} = 1{,}8;\ T_{оч} = 0{,}3 \text{ сут.}$$

Таким образом, вероятность отказа в обслуживании заявки снизилась до 0,38. Причем в очереди в среднем будет находиться 1,8 судна, а среднее время ожидания обслуживания составит около 8 часов.

***СМО с неограниченным ожиданием***

Проанализируем работу одноканальной СМО с ожиданием без ограничений на длину очереди и на время ожидания в очереди. По-прежнему будем предполагать, что входящий поток и поток обслуживаний являются простейшими и имеют интенсивности $\lambda$ и $\mu$ соответственно.

Такая система представляет собой предельный случай системы, рассмотренной в предыдущем пункте, при $m \to \infty$. То есть, длина очереди станет бесконечной и в соответствии с этим бесконечным станет число состояний СМО.

Если $\lambda > \mu$ ($\rho > 1$), т.е. среднее число заявок, поступивших в систему за единицу времени, больше среднего числа обслуживаемых заявок за то же время при непрерывно работающем канале, то очевидно, что очередь неограниченно растет. В этом случае предельный режим не устанавливается и предельных вероятностей состояний не существует.

В случае $\lambda = \mu$ ($\rho = 1$) только при условии, что входящий поток заявок и поток обслуживаний регулярные (т.е. заявки поступают в СМО через равные интервалы времени, и время обслуживания одной заявки является постоянным, равным интервалу времени между поступлениями заявок), очереди вообще не будет и канал будет обслуживать заявки непрерывно. Но как только входящий поток или поток обслуживаний перестает быть регулярным и приобретает элементы случайности, очередь начинает расти до бесконечности.

Поэтому далее при рассмотрении указанных систем будем предполагать, что $\lambda < \mu$ ($\rho < 1$). При этом условии с течением времени устанавливается предельный режим, и предельные вероятности состояний существуют.

В этом случае вероятность отказа равна нулю: $P_{отк} = 0$, а относительная пропускная способность равна единице: $Q = 1 - P_{отк} = 1$.

Для абсолютной пропускной способности $A$ (и интенсивности выходящего потока) будем иметь: $A = \lambda Q = \lambda$, т.е. интенсивности входящего и выходящего потоков совпадают.

*Среднее число заявок в очереди* вычисляется по формуле:

$$L_{оч} = \frac{\rho^2}{1-\rho}. \tag{1.4.12}$$

*Среднее время ожидания заявки в очереди* по формуле Литтла равно:

$$T_{оч} = \frac{L_{оч}}{\lambda} = \frac{\rho^2}{\mu(1-\rho)}. \tag{1.4.13}$$

*Среднее время пребывания заявки в СМО* складывается из среднего времени заявки в очереди и среднего времени обслуживания заявки:

$$T_{СМО} = T_{оч} + T_{обсл} = \frac{\rho^2}{\mu(1-\rho)} + \frac{1}{\mu} = \frac{\rho}{\lambda(1-\rho)}. \tag{1.4.14}$$

***Пример 1.4.3***. Пограничный корабль имеет на своем борту одну досмотровую группу и способен проверить судно, ведущее промысел морепродуктов, в среднем за 6 час ($\mu = 4$ сут$^{-1}$). На маршруте несения службы интенсивность поступления заявок (судов для досмотра) равна $\lambda = 3$ сут$^{-1}$. Судно, застав корабль занятым проверкой другого судна, становится в очередь. Найти показатели, характеризующие эффективность использования пограничного корабля.

По формулам (1.4.12 – 1.4.14) вычисляем ($\rho = 0{,}75$):

$$L_{оч} = 2{,}25;\ T_{оч} = 0{,}75 \text{ сут};\ T_{СМО} = 1 \text{ сут.} \bullet$$

***СМО с ограниченным временем ожидания***

В системе имеется один канал обслуживания. На вход поступает простейший поток требований с интенсивностью $\lambda$. Длительность обслуживания подчиняется показательному закону с параметром $\mu$. Каждое требование, поступившее в систему, остается в ней и либо начинает обслуживаться сразу, либо ожидает своей очереди на обслуживание. Но при этом ожидание ограничено временем $\tau$. Если требование за время $\tau$ со времени его поступления не начало обслуживаться, то оно теряется.

С такой постановкой задачи в практике охраны границы приходится сталкиваться достаточно часто. К примеру, если участок границы оборудован сигнализационным комплексом (источник заявок на обслуживание) и время упреждения нарушителей заслоном (иным нарядом) равно времени $\tau$, то мы имеем одноканальную систему с ограниченным временем ожидания.

Пусть время ожидания $\tau$ есть константа. Тогда вероятность отказа в обслуживании заявки равна:

$$p_{отк} = \begin{cases} \dfrac{\lambda}{\mu} e^{-(\mu-\lambda)\tau}; & \mu > \lambda, \\ 1; & \mu \le \lambda. \end{cases} \qquad (1.4.15)$$

## *1.4.4. Моделирование своевременности и качественности действий пограничного элемента по сигналам тревог*

Рассмотрим ситуацию, когда участок границы оборудован (или планируется оборудовать) сигнализационным комплексом. Сигнализационный комплекс имеет два важнейших тактико-технических показателя:

- интенсивность выдачи сигналов ложных тревог $\lambda$;
- вероятность выдачи сигнала тревоги при преодолении нарушителем линейной части комплекса $p_{обн}$.

Интенсивность выдачи сигналов ложных тревог зависит от физических принципов действия датчиков сигнализационного комплекса, состояния погоды, растительного покрова, миграции диких животных и т.д. Причем при увеличении вероятности выдачи сигнала тревоги обычно происходит рост интенсивности сигналов тревог. Актуальной проблемой является поиск оптимального соотношения вежду двумя указанными показателями, при котором эффективность применения в охране границы комплекса была бы максимальной.

Введем тактический показатель – вероятность $p_{ск}$ обнаружения нарушителя и своевременного его упреждения. Для того, чтобы интересующее нас событие наступило, необходимо выполнение двух условий:

- выдача сигнала тревоги при преодолении нарушителем линейной части комплекса – событие $A$;
- своевременный выезд поисковой группы и заслона на участок – событие $B$.

Своевременность и качественность действий по сигналам тревог в общем случае зависят от характеристик участка границы, тактики поисковых групп и заслонов, интенсивности сигналов тревог, напряженности служебной деятельности пограничников, психологического климата в коллективах и т.д., то есть как от количественных, так и от качественных факторов. Оценить влияние интенсивности сигналов тревог на своевременные и качественные действия поисковых групп и заслонов можно с помощью методов теории массового обслуживания.

Поисковая группа и заслон разными способами решают одну задачу (задержание нарушителя), действуют совместно и составляют один канал обслуживания.

Время $\tau$ упреждения нарушителей заслоном определяется по формуле:

$$\tau = t_{нг} - t_{зн},$$

где $t_{нг}$ – среднее время движения нарушителя от рубежа обнаружения (РОИС) до рубежа прикрытия, $t_{зн}$ – среднее время прибытия заслона на рубеж прикрытия.

Мы имеем одноканальную систему массового обслуживания с ограниченным временем ожидания. Для такого типа систем вероятность отказа в обслуживании заявки равна:

$$p_{отк} = \begin{cases} \dfrac{\lambda}{\mu} e^{-(\mu-\lambda)\tau}; & \mu > \lambda, \\ 1; & \mu \le \lambda, \end{cases}, \quad \mu = \frac{1}{t_{эд}},$$

где $\mu$ – интенсивность обслуживания заявки, $t_{эд}$ – среднее эффективное время действий по сигналу тревоги.

Возможны два способа формирования тревожной группы и заслона:

1. Обычный на практике способ, когда в названные группы назначается личный состав, свободный на текущий момент от службы по охране границы.
2. Как в пограничный наряд: время нахождения в составе названных групп считается временем службы, независимо от того, поступали сигналы тревог или нет.

При втором способе формирования среднее эффективное время действий по сигналу тревоги равно среднему времени действий:

$$t_{эд} = t_{д},$$

где $t_{д}$ вычисляется как время сбора, выезда на участок, обнаружения признаков нарушения границы, непосредственно действий по задержанию нарушителей и возвращения.

При первом способе формирования выезд по сигналам тревог производится за счет сокращения сна, срыва или сокращения времени обслуживания техники, приема пищи и т.д. Причем в таком режиме пограничники находятся длительное время, а не эпизодически. Среднее эффективное время действий по сигналу тревоги следует вычислять по формуле:

$$t_{эд} = t_{д} + \Delta t,\ \ \Delta t = 12\text{-}15 \text{ часов},$$

где $\Delta t$ есть время, ежедневно необходимое личному составу на сон, прием пищи, занятия, обслуживание техники и т.д.

***Пример 1.4.4***. Участок границы оборудован сигнализационным комплексом типа «Гоби-ЕК». В ходе обработки статистических данных по способам преодоления линейной части комплекса вычислены вероятности гипотез:

$P(H_1) = 0{,}01$ – вероятность преодоления нарушителями линейной части без ее касания (по воздуху или с использованием специальных приспособлений);

$P(H_2) = 0{,}6$ – вероятность преодоления нарушителями линейной части с касанием сетки;

$P(H_3) = 0{,}3$ – вероятность преодоления нарушителями линейной части через нити;

$P(H_4) = 0{,}09$ – вероятность преодоления нарушителями линейной части путем подкопа.

Из тактико-технических данных комплекса известны вероятности выдачи сигнала тревоги:

$P(A|H_1) = 0$;  $P(A|H_2) = 0{,}95$;  $P(A|H_3) = 0{,}7$;  $P(A|H_4) = 0$.

Интенсивность $\lambda_{СК}$ выдачи сигналов ложных тревог сигнализационным комплексом равна 0,1 сут$^{-1}$ (в среднем один сигнал ложной тревоги в 10 суток). Возможно оборудование рубежа противоподкопным датчиком с вероятностью выдачи сигнала тревоги при подкопе нарушителем рубежа $P(A|H_4) = 0{,}8$ и интенсивностью $\lambda_{Д}$ выдачи сигналов ложных тревог 0,08 сут$^{-1}$. Способ формирования тревожной группы и заслона обычный, среднее время упреждения нарушителей заслоном равно 2 часам. Среднее время действий по сигналу тревоги равно 3 часам.

Оценить эффективность использования противоподкопного датчика.

Решение. Найдем тактическую эффективность сигнализационного комплекса без использования противоподкопного датчика. Вероятность обнаружения нарушителя (выдачи сигнала тревоги) рассчитывается по формуле полной вероятности:

$$p_{обн(I)} = P(A|H_1) = 0{,}01\cdot 0 + 0{,}6\cdot 0{,}95 + 0{,}3\cdot 0{,}7 = 0{,}78.$$

Интенсивность обслуживания заявки равна:

$$\mu = \frac{1}{t_{эд}} = \frac{1}{3+13{,}5} = 1{,}45 \text{ сут}^{-1}.$$

Вероятность своевременных и качественных действий по сигналам тревог равна:

$$p_{сд(I)} = 1 - p_{отк} = 1 - \frac{\lambda}{\mu} e^{-(\mu-\lambda)\tau} = 1 - \frac{0{,}1}{1{,}45} e^{-(1{,}45-0{,}1)\cdot 2} = 0{,}9954.$$

Тогда вероятность $p_{ск}$ обнаружения нарушителя и своевременного его упреждения при использовании комплекса без противоподкопного датчика будет равна:

$$p_{СК(I)} = p_{обн(I)} p_{сд(I)} = 0{,}78\cdot 0{,}9954 = 0{,}77641.$$

Если участок оборудовать противоподкопным датчиком, то вероятность обнаружения нарушителя (выдачи сигнала тревоги) будет равна:

$$p_{обн(II)} = P(A|H_1) = 0{,}01\cdot 0 + 0{,}6\cdot 0{,}95 + 0{,}3\cdot 0{,}7 + 0{,}09\cdot 0{,}8 = 0{,}852.$$

Суммарная интенсивность выдачи сигналов ложных тревог равна $0{,}18$ сут$^{-1}$.

Вероятность своевременных и качественных действий по сигналам тревог равна:

$$p_{сд(II)} = 1 - p_{отк} = 1 - \frac{\lambda}{\mu} e^{-(\mu-\lambda)\tau} = 1 - \frac{0{,}18}{1{,}45} e^{-(1{,}45-0{,}18)\cdot 2} = 0{,}99.$$

Тогда вероятность $p_{ск}$ обнаружения нарушителя и своевременного его упреждения при использовании комплекса с противоподкопным датчиком будет равна:

$$p_{СК(II)} = p_{обн(II)} p_{сд(II)} = 0{,}852\cdot 0{,}99 = 0{,}8435.$$

Таким образом, установка противоподкопного датчика позволит повысить вероятность обнаружения нарушителя и своевременного его упреждения с 0,78 до 0,84.

### *1.4.5. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ*

Аналитически не всегда возможно с достаточной точностью описать реально существующие системы массового обслуживания. К примеру, пункт пропуска обычно состоит из неоднородных каналов обслуживания, заявки на вход поступают различных классов (пассажиры автобусов, пассажиры легковых автомашин и т.д.) и с разными законами распределения. Реальная интенсивность обслуживания не всегда подчиняется показательному закону.

*Сущность метода имитационного моделирования* применительно к задачам массового обслуживания состоит в следующем. Строятся алгоритмы, при помощи которых можно вырабатывать случайные реализации заданных потоков однородных событий, а также моделировать процессы функционирования обслуживающих систем. Эти алгоритмы используются для многократного воспроизведения реализации случайного процесса обслуживания при фиксированных условиях задачи. Получаемая при этом информация о состоянии процесса подвергается статистической обработке для оценки величин, являющихся показателями качества обслуживания.

Формирование на ЭВМ реализаций случайных объектов любой природы сводится к выработке и преобразованию случайных чисел. Для формирования возможных значений случайных величин с заданным законом распределения исходным материалом служат случайные величины, имеющие равномерное распределение в интервале (0, 1). При этом используются три метода:

- метод обратных функций;
- метод сверток;
- метод отбора.

Пусть необходимо получить значение $x$ случайной величины $X$, имеющую функцию распределения $0 \le F(x) \le 1$. Пусть $R$ – случайное число, полученное из равномерного на отрезке [0, 1] распределения (с помощью датчика случайных чисел), и пусть $F^{-1}$ – функция обратная к функции $F$. Метод обратных функций требует выполнения следующих действий:

- генерация случайного числа $R$ из интервала [0, 1];
- вычисление искомого случайного числа $x = F^{-1}(R)$.

Пусть время обслуживания пассажира в кабине паспортного контроля подчиняется равномерному распределению с минимальным временем $a$ = 0,3 мин и максимальным – $b$=5 минут. Тогда конкретное значение времени обслуживания некоторого пассажира находим по формуле:

$$t_{обсл} = a + R(b - a).$$

Пусть время между сигналами тревог, поступающих от сигнализационного комплекса, подчиняется показательному распределению с плотностью $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$, $t > 0$. Функция распределения случайной величины равна:

$$F(t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx = 1 - e^{-\lambda t}.$$

Искомое случайное число $t$ вычисляется по формуле:

$$t = -\ln(1 - R) / \lambda.$$

Для генерации случайного числа, подчиняющегося стандартному нормальному распределению $N$(0, 1), обычно необходимо сгенерировать и обработать несколько равномерно распределенных случайных чисел $R$. Существует эффективный алгоритм, позволяющий по двум реализациям $R_1$ и $R_2$ равномерно распределенного на отрезке [0, 1] случайного числа $R$ вычислить сразу два числа $x_1$ и $x_2$, подчиненных стандартному закону $N$(0,1):

$$x_1 = \sqrt{-2\ln(R_1)}\cos(2\pi R_2),\ x_2 = \sqrt{-2\ln(R_1)}\sin(2\pi R_2).$$

Число $y = \mu + \sigma x$ даст значение, подчиняющееся нормальному распределению $N(\mu, \sigma)$.

*Метод сверток* основан на свертке (суммировании) нескольких случайных величин с разными законами распределения для получения значения сложной случайной величины.

*Метод отбора* разработан для получения значений случайных величин со сложными функциями плотностей вероятностей, к которым нельзя применить названные выше методы. Общая идея данного метода сводится к замене сложной плотности $f(x)$ более удобной с аналитической точки зрения плотностью $h(x)$. Затем значения, соответствующие плотности $h(x)$, используются для получения значений, соответствующих исходной плотности $f(x)$.

***Пример 1.4.5***. Рассмотрим следующую систему массового обслуживания (пункт пропуска). Требования поступают в случайные моменты времени, при этом промежуток времени между любыми двумя последовательными требованиями имеет показательный закон с параметром $\mu$. Имеется $n$ одинаковых пронумерованных каналов обслуживания (кабин паспортного контроля). Время обслуживания отдельным каналом – равномерно распределенная случайная величина на интервале $[a, b]$. Система с отказами, т.е. требование, заставшее все каналы занятыми, покидает систему. Дисциплина обслуживания такова: если в момент поступления $k$-го требования первый канал свободен, то он приступает к обслуживанию требования; если этот канал занят, а второй свободен, то требование обслуживается вторым каналом, и т.д. Требуется оценить математические ожидания числа требований, обслуженных системой за время $T$ и получивших отказ.

Решение. За начальный момент расчета выберем момент поступления первого требования $T_1 = 0$. Введем следующие обозначения: $T_k$ – момент поступления $k$-го требования; $t_i$ – момент окончания обслуживания требования $i$-м каналом, $i = 1, 2, 3, ..., n$.

Предположим, что в момент $T_1$ все каналы свободны. Первое требование поступает на канал 1. Время обслуживания этим каналом имеет равномерное распределение на отрезке $[a, b]$. Поэтому конкретное значение $t_{обсл}$ этого времени находим по формуле:

$$t_{обсл} = a + R(b - a).$$

Канал 1 будет занят в течение времени $t_{обсл}$. Поэтому момент времени $t_1$ окончания обслуживания требования каналом 1 следует считать равным: $t_1 = T_1 + t_{обсл}$. Затем следует добавить единицу в счетчик обслуженных требований и перейти к рассмотрению следующего требования.

Предположим, что $k$ требований уже рассмотрено. Определим момент $T_{k+1}$ поступления $(k + 1)$-го требования. Для этого найдем значение $\tau$ промежутка времени между последовательными требованиями. Так как этот промежуток имеет показательный закон, то

$$\tau = -\ln(1 - R)/\mu .$$

Тогда момент поступления $(k+1)$-го требования равен $T_{k+1} = T_{k+\tau}$.

Свободен ли в этот момент первый канал? Для ответа на этот вопрос необходимо проверить условие $t_1 \le T_{k+1}$. Если это условие выполнено, то к моменту $T_{k+1}$ первый канал освободился и может обслуживать требование. В этом случае $t_1$ заменяем на $(T_{k+1} + t_{обсл})$, добавляем единицу в счетчик обслуженных требований и переходим к следующему требованию. Если $t_1 > T_{k+1}$, то первый канал в момент $T_{k+1}$ занят. В этом случае проверяем, свободен ли второй канал. Если условие $t_2 \le T_{k+1}$ выполнено, заменяем $t_2$ на $(T_{k+1} + t_{обсл})$, добавляем единицу в счетчик обслуженных требований и переходим к следующему требованию. Если $t_2 > T_{k+1}$, то проверяем условие $t_3 \le T_{k+1}$ и т. д. Если при всех $i$ от 1 до $n$ имеет $t_{\mathrm{i}} > T_{k+1}$, то в момент $T_{k+1}$ все каналы заняты. В этом случае прибавляем единицу в счетчик отказов и переходим к рассмотрению следующего требования. Каждый раз, вычислив $T_{k+1}$, надо проверить еще условие окончания реализации: $T_{k+1} \le T$. Если это условие выполнено, то одна реализация процесса функционирования системы воспроизведена и испытание заканчивается. В счетчике обслуженных требований и в счетчике отказов находятся числа $m_{обсл}$ и $m_{отк}$.

Повторив такое испытание $m$ раз (с использованием различных $R$) и усреднив результаты опытов, определим оценки математических ожиданий числа обслуженных требований и числа требований, получивших отказ:

$$M(m_{обсл}) \approx \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} m_{обсл}(i),\ M(m_{отк}) \approx \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} m_{отк}(i),$$

где $m_{обсл}(i)$ и $m_{отк}(i)$ – значения величин $m_{обсл}$ и $m_{отк}$ в $i$-м опыте. •

В работе [36] дополнительно рассматриваются сети массового обслуживания и методика оценки эффективности пограничного контроля в пунктах пропуска.

## 1.5. Особенности моделирования выбора субъектами альтернатив

В настоящем параграфе рассматриваются вопросы выбора субъектами (агентами) альтернатив в условиях риска и элементы теории дискретного выбора. Выдающиеся результаты в моделировании поведения субъекта (в экономике – агента, в политологии – актора) достигнуты благодаря усилиям математиков и экономистов (Д. Бернулли, Дж. фон Нейман, Д. Мак-Фадден, Г. Беккер и др.), психологов (Д. Канеман, А. Тверски, Дж. Коулмен), политологов (Э. Даунс) и представителей других наук.

### *1.5.1. Выбор в условиях риска*

***Нормативная теория***

Принимая то или иное решение, агент не всегда в состоянии однозначно оценить его последствия. Например, если организатор незаконного канала через границу вкладывает деньги в его организацию, он рассчитывает на получение определенного дохода в будущем. Однако обычно поток доходов отклоняется от ожидаемого. В таких случаях говорят, что агент рискует, что риск может оправдаться, а может и не оправдаться. Следует различать *ситуации риска* и *ситуации неопределенности*. Ситуация риска имеет место, если последствия носят случайный (вероятностный) характер, т.е. агенту известна функция или плотность вероятности. Если же известно лишь множество исходов (интервал), то ситуация характеризуется как неопределенная. Здесь мы будем рассматривать только ситуации риска.

Выбор агента в условиях риска впервые количественно описан Д. Бернулли в 1738 г. [37] в Санкт-Петербургской Академии Наук. Под богатством агента понимается суммарная ценность его имущества, а также его человеческий капитал («… все то, что может дать пищу, одежду, удобства, даже роскошь и возможность удовлетворять какие-либо желания» [37]).

Бернулли показал, что агент, сталкиваясь с риском, не стремится максимизировать математическое ожидание своего богатства. Для пояснения рассмотрим следующий пример [37].

***Пример 1.5.1***. Некий купец закупил в Амстердаме товары, которые он сможет продать в Петербурге за 10 тыс. руб. Предположим, что после отправки товаров морским путем у купца останется еще 5 тыс. руб. Известно, что из сотни судов, отправляющихся в это время года из Амстердама в Петербург, пять погибают. То есть груз будет доставлен с вероятностью $p = 0{,}95$. Купец решает, страховать или нет свой груз.

Страхование – сделка между купцом (страхователем) и страховщиком. Страховщик тоже решает вопрос: заключать договор с купцом или нет. Решение каждого участника сделки зависит от размера страхового платежа $z$.

В табл. 1.5.1 указан размер имущества купца при различных ситуациях.

Таблица 1.5.1.

Имущество купца в различных ситуациях (тыс. руб.)

| Случай | Без страхования | Со страхованием |
|---|---|---|
| Благоприятный | 15 | $15 - z$ |
| Неблагоприятный | 5 | $15 - z$ |

Математическое ожидание размера имущества купца без страхования равно $15 \cdot 0{,}95 + 5 \cdot 0{,}05 = 14{,}5$. Если имущество застраховано, то величина его неслучайна и равна $15 - z$. Если купец выбирает вариант исходя из максимизации математического ожидания величины его имущества, то он согласится страховать груз при условии, что $15 - z > 14{,}5$ или $z < 0{,}5$.

В табл. 1.5.2 указан доход страховщика при различных ситуациях.

Таблица 1.5.2.

Доход страховщика в различных ситуациях (тыс. руб.)

| Случай | Без страхования | Со страхованием |
|---|---|---|
| Благоприятный | 0 | $z$ |
| Неблагоприятный | 0 | $z - 10$ |

Математическое ожидание дохода страховщика при страховании равно $z \cdot 0{,}95 + (z - 10) \cdot 0{,}05 = z - 0{,}5$. Страховщику выгодно заключить договор с купцом, если эта величина больше нуля, т.е. при условии $z > 0{,}5$.

Как видим, сделка не может состояться при любой величине страхового платежа: условия, выгодные для купца, невыгодны для страховщика, и наоборот. Лишь при значении $z = 0{,}5$ никто не проигрывает и не выигрывает (при условии отсутствия трансакционных затрат: затраты на поиск партнера, заключение сделки, контроль условий ее выполнения и т.д.).

Итак, предположив, что агенты выбирают вариант, максимизирующий математическое ожидание дохода (размера имущества), мы пришли к выводу о невозможности страхования. Но страхование существует. Следовательно, наше предположение ложно.

Таким образом, *полезность* богатства, математическое ожидание которой стремится максимизировать агент, не совпадает с величиной богатства. Легко убедиться, что результаты будут теми же, если считать полезность пропорциональной величине богатства или отличающейся от нее на постоянную величину. То есть в общем случае функция полезности нелинейная.

Д. Бернулли предложил использовать функцию полезности вида $u(x) = \sqrt{x}$. В этом случае ожидаемая полезность купца при отказе от страхования равна

$U_0 = \sqrt{15} \cdot 0{,}95 + \sqrt{5} \cdot 0{,}05 = 3{,}79$.

В случае страхования его ожидаемая полезность равна:

$U_1 = \sqrt{15 - z}$.

Купец предпочтет страхование, если $U_1 > U_2$, т.е. при $z < 0{,}627$.

Предположим, что размер богатства страховщика равен 10.000 тыс. руб. Его полезность при отказе от договора составляет $\sqrt{10000} = 100$. В случае заключения договора она станет равной

$\sqrt{10000 + z} \cdot 0{,}95 + \sqrt{10000 - 10 + z} \cdot 0{,}05$.

Договор выгоден страховщику, если эта величина превышает 100. Решая неравенство, получим условие выгодности: $z > 0{,}5001$.

Таким образом, сделка выгодна обоим участникам в следующем интервале значений страхового взноса: $0{,}5001 < z < 0{,}627$.

***Пример 1.5.2***. Предположим, что контрабандист может затратить 20.000 руб. и получить прибыль 500.000 руб. с вероятностью 0,1. С вероятностью 0,9 он теряет деньги и несет дополнительное наказание в виде штрафа 30.000 руб. Соответствующая ожидаемая прибыль равна 500.000 × 0,1 – 50.000 × 0,9 = 5.000 руб. Хотя здесь ожидается прибыль в виде чистого дохода, разные контрабандисты могут по-разному интерпретировать данный результат. Рискованный агент может потратить 20.000 руб., чтобы получить с вероятностью 0,1 прибыль в 500.000 руб. Осторожный агент может посчитать, что риск для него чрезмерен. Как видим, разные агенты проявляют разное отношение к риску, т.е. они демонстрируют разную полезность к риску.

Отметим, что если речь идет об агенте – организаторе контрабанды, в распоряжении которого имеются десятки или сотни курьеров, то риск для него практически исчезает, он нейтрален к риску и полезность будет сходиться (по вероятности) к ожидаемой прибыли.

В нашем примере наихудший платеж равен –50.000 руб., наилучший – 500.000 руб. Установим шкалу полезности $u$, изменяющуюся в диапазоне от 0 до 100. Причем $u$(–50.000 руб.) = 0, $u$(500.000 руб.) = 100. Если агент $A$ нейтрален к риску (***рисконейтрал***), то его функция полезности является прямой линией (рис. 1.5.1), соединяющей точки (0, –50000) и (100, 500000).

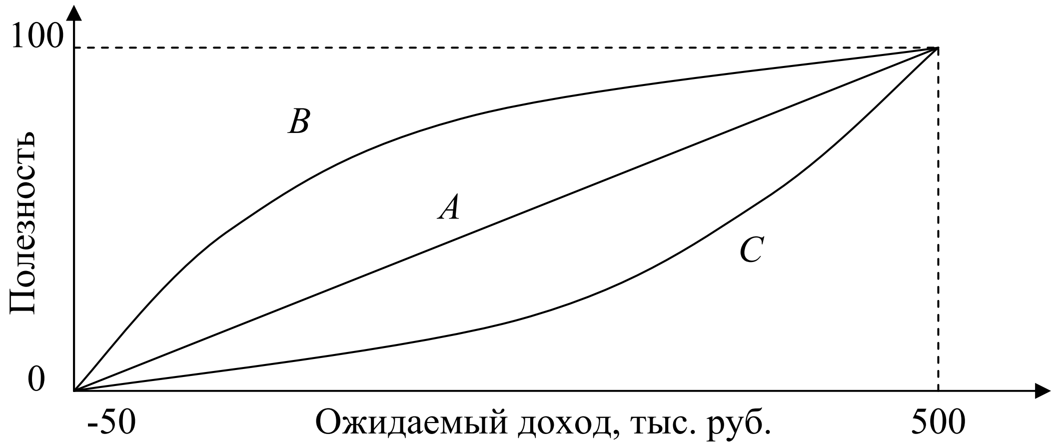



Рис. 1.5.1. Вид функции полезности для разных агентов

Не расположенный к риску агент $B$ проявляет повышенную чувствительность к риску (***рискофоб***) и график его функции полезности является вогнутой функцией. Агент $C$ настроен на риск (***рискофил***), график его функции полезности – выпуклая функция. •

Пусть $u = u(x)$ есть функция полезности, определяющая полезность для агента денежной суммы размера $x$. Функции полезности $u$ и $w$, различающиеся только выбором начала отсчета и единицы измерения, описывают одну и ту же систему предпочтений в отношении рискового выбора, то есть:

(1.5.1) $w(x) = a + b\,u(x), \quad b > 0,$

(в силу свойства математического ожидания

$M[w(x)] = M[a + b\,u(x)] = a + b\,M[u(x)]$ )

и поэтому тот из сравниваемых вариантов, которому соответствует большее значение $M[u(x)]$, характеризуется также большим значением $M[w(x)]$, а это значит, что обе функции представляют одно и то же отношение предпочтения).

В качестве функций полезности наиболее часто используются следующие функции [120].

Функция вида:

$$u(x) = Ax^{\alpha},\ 0 < \alpha < 1. \tag{1.5.2}$$

Функция вида:

$$u(x) = 1 - e^{-\alpha x},\ \ \alpha > 0. \tag{1.5.3}$$

Логарифмическая функция полезности (функция Бернулли)

$$u(x) = \log_{\alpha}(x+1),\ \ \alpha > 0,\ \alpha \neq 1. \tag{1.5.4}$$

Квадратичная функция полезности

$$u(x) = ax - bx^2, \qquad a, b > 0,\ \ x \in [0, a/2b]. \tag{1.5.5}$$

В таблице 1.5.3 представлены степенные функции полезности.

Таблица 1.5.3.

Степенные функции полезности

| Отношение агента к риску | Параметрическое семейство функций |
|---|---|
| Безразличие к риску | $u(x) = a + bx;\ \ b > 0$ |
| Несклонность к риску | $u(x) = a - be^{-cx};\ \ a, b, c > 0$ |
| Склонность к риску | $u(x) = a + be^{cx};\ \ \ b, c > 0$ |

Исследуя такие разные формы поведения людей в условиях риска, как страхование, участие в азартных играх и лотереях, М. Фридмен и Л. Сэвидж [238] пришли к выводу, что теория ожидаемой полезности совместима с такими, казалось бы, противоречащими ей факторами, как желание одних и тех же людей страховать свое имущество (несклонность к риску) и участвовать в азартных играх (склонность к риску).

На рис. 1.5.2 показана функция полезности таких агентов.

При значениях $x$, меньших или близких к имеющемуся у агента богатству $x_0$, он ведет себя как рискофоб и функция полезности вогнута (отрезок $AC$). На отрезке $CD$ функция выпукла и хорда $MN$ расположена выше соответствующей дуги. За небольшую плату агент готов участвовать в лотерее, сулящей крупный выигрыш (отрезок $BD$).

Нормативная теория полезности находит применение в пограничной безопасности при оценке потенциальными нарушителями (контрабандистами, нелегальными мигрантами и др.) своих альтернатив (пытаться нарушить границу или заняться законной деятельностью).

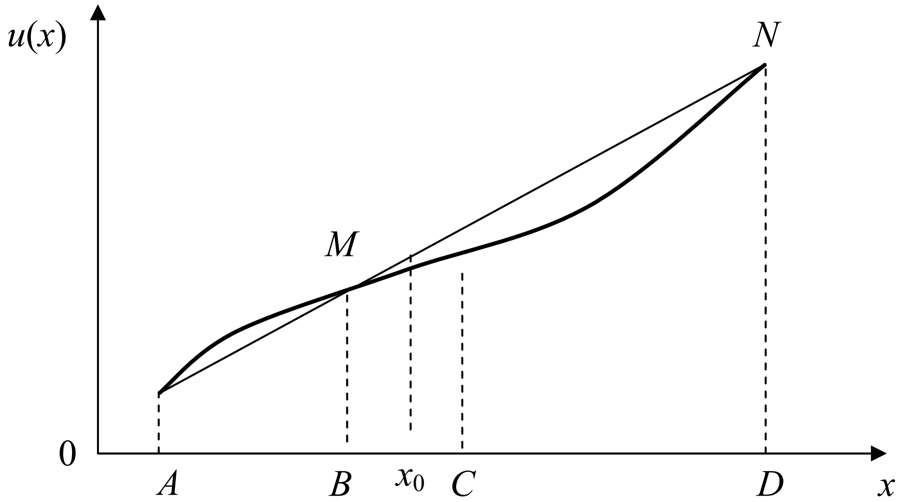



Рис. 1.5.2. Вид функции полезности агента с признаками противоположного отношения к риску

***Теория перспектив***

В 1944 г. фон Нейман и Моргенштерн сформулировали теорию ожидаемой полезности. Ее дополнением явилась теория рациональных ожиданий (агенты формируют свои ожидания, основываясь не на личном опыте, а на основании предоставленной им информации).

Теория перспектив (Prospect Theory), – ставшая альтернативой теориям ожидаемой полезности и рациональных ожиданий, – разработана Д. Канеманом и А. Тверски в 1979 г. на основе эмпирических наблюдений и свидетельств, т.е. имеет не нормативный, а описательный характер[1]. Основные положения теории перспектив и ее отличия от классических теорий заключаются в следующем [60]:

- в теории ожидаемой полезности полезность каждого результата взвешивается по соответствующей ему вероятности. В теории перспектив в качестве весов берутся значения нелинейной функции, представляемой как вероятность;

1 Нормативный анализ представляет собой поиск рациональных решений проблемы. описательный анализ занимается определением того, какие решения принимают субъекты в действительности, в реальных практических ситуациях.

- альтернативой функции полезности в теории перспектив выступает функция стоимости, которая определена не на итоговом благосостоянии объекта, а на величинах, которые являются в данной конкретной ситуации «выигрышами» и «проигрышами», разделяемыми «точкой безразличия».

В теории перспектив вычисляется *ожидаемая стоимость* или так называемая перспектива:

$$\sum_{i=1}^{k}\pi_i^-(p_i)U(x_i)+\sum_{j=k+1}^{n}\pi_j^+(p_j)U(x_j), \quad x_1 \le \ldots \le x_k \le 0 \le x_{k+1} \le \ldots \le x_n, \tag{1.5.6}$$

где: $p_i$ – вероятность получения результата $x_i$,

$\pi^+(\cdot)$ и $\pi^-(\cdot)$ – весовая функция дохода и потерь, описывающая, как воспринимается вероятность $p_i$,

$U(\cdot)$ – функция стоимости, отражающая восприятие результата, $U(0) = 0$.

Канеман и Тверски в 1992 г. ввели следующую функцию стоимости:

$$U(x)=\begin{cases} x^{\alpha}, & x \ge 0 \\ -\lambda(-x)^{\beta}, & x < 0 \end{cases}. \tag{1.5.7}$$

Эмпирически получены следующие значения параметров [276]:

$\alpha = 0{,}88$; $\beta = 0{,}88$; $\lambda = 2{,}25$ в 1992 г.,

$\alpha = 0{,}68$; $\beta = 0{,}74$; $\lambda = 3{,}2$ – вычислены в 2005 г.,

$\alpha = 0{,}86$; $\beta = 1{,}06$; $\lambda = 2{,}61$ – вычислены в 2008 г.

$\alpha = 0{,}859$; $\beta = 0{,}826$; $\lambda = 1{,}576$ – вычислены в 2009 г.

Весовая функция $\pi(\cdot)$ отражает тот факт, что люди переоценивают низкие вероятности и недооценивают высокие.

В 1987 г. Гольдштейн и Эйнхорн определили весовую функцию (GE-87):

$$\pi(p)=\frac{\delta p^{\gamma}}{\delta p^{\gamma}+(1-p)^{\gamma}}. \tag{1.5.8}$$

с параметрами [276]:

$\delta^{+}=$ 0,87; $\gamma^{+}$ = 0,51; $\delta^{-}$ = 1,07; $\gamma^{-}$ = 0,53 – вычислены в 2006 г.

$\delta^{+}=$ 0,772; $\gamma^{+}$ = 0,618; $\delta^{-}$ = 1,022; $\gamma^{-}$ = 0,592 – вычислены в 2009 г.

Второй вариант весовой функции (TK – 92):

$$\pi(p)=\frac{p^{\gamma}}{\left(p^{\gamma}+(1-p)^{\gamma}\right)^{1/\gamma}}, \qquad (1.5.9)$$

с параметрами:

$\gamma^{+}$ = 0,76; $\gamma^{-}$ = 0,76 – вычислены в 2006 г.,

$\gamma^{+}$ = 0,91; $\gamma^{-}$ = 0,91 – вычислены в 2009 г.

На рис. 1.5.3 показан график весовой функции (1.5.9).

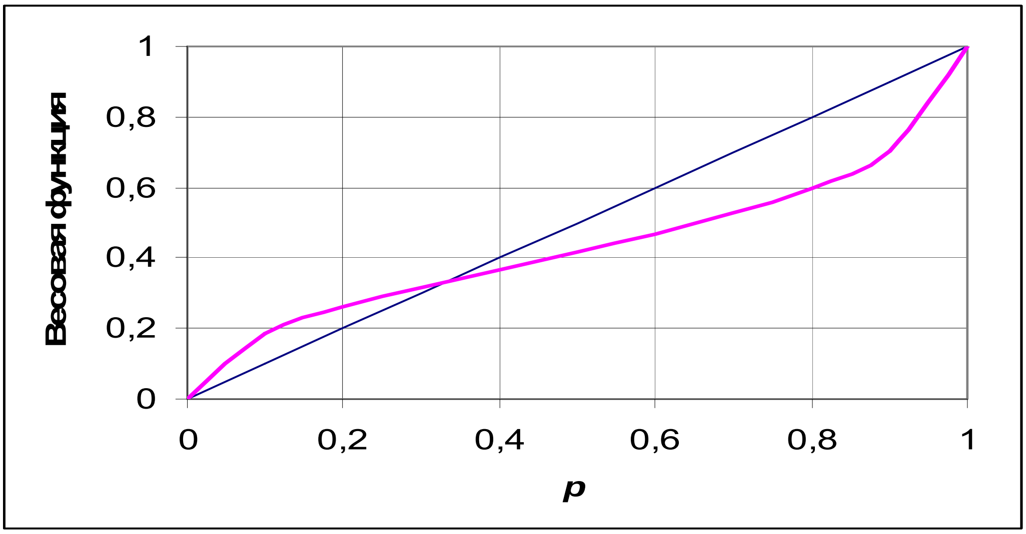



Рис. 1.5.3. Вид весовой функции

Третий вариант весовой функции (Prelec – 2):

(1.5.10) $\pi(p)=\exp\left(-\delta(-\ln p)^{\gamma}\right),\ 0<\gamma,\ \delta<1.$

с параметрами [276]:

$\delta=$ 1,76; $\gamma$ = 1,05 – вычислены в 2009 г.

Таким образом, теория перспектив установила, что:

- в условиях риска субъект обычно принимает решения последовательно, он оценивает выгоду и издержки от каждого шага, но не интегрирует их в единую выгоду или потерю и не оценивает влияние всей последовательности решений на свое благосостояние;

- психологически субъект переоценивает малые вероятности и недооценивает средние и большие.

Первый вывод актуален, например, при профилактике коррупции. Субъект часто готов получить сиюминутную выгоду, но не способен просчитать будущие издержки и потери.

Второй вывод говорит о том, что пограничный руководитель, имея невысокие результаты оперативно-служебной деятельности и, соответственно, малую вероятность недопущения нарушений границы на порученном участке, может самоуспокоиться и не стремиться к снижению латентности преступлений на границе.

Субъект зачастую воспринимает реальность с искажениями в силу эмоциональных особенностей. Например, в 70-80-х годах прошлого века в пограничных войсках шла дискуссия о неправомерности использования термина «вероятность нарушения границы», поскольку тем самым «планировались прорывы границы». Специалистами проведены оригинальные эксперименты, проливающие свет на человеческую неадекватность восприятия. Вот один из результатов эксперимента. Д. Канеман и А. Тверски студентам-математикам предлагали рассмотреть такую ситуацию.

Допустим, тонет авианосец с 600 моряками на борту (правда, в оригинальном условии задачи рассматривалась малоприятная в наши дни ситуация с заложниками). Вы получили сигнал SOS, и у вас есть всего два варианта их спасения. Если вы выберете первый вариант, то это значит, что поплывете на помощь на скором, но маловместительном крейсере и спасете ровно 200 моряков. А если второй – то поплывете на спасательном судне, которое малоскоростное, но вместительное, поэтому, с вероятностью 0,5 весь экипаж авианосца либо канет в бездну, либо все будут пить шампанское, в общем – 50 на 50. Топлива у вас хватает только на заправку одного корабля. Какой вариант спасения утопающих из этих двух предпочтительней – крейсер или судно?

Примерно 2/3 студентов-участников эксперимента (72%) выбирали вариант с крейсером. На вопрос, почему они выбрали его, студенты отвечали, что если плыть на крейсере, то гарантированно выживают 200 человек, а в случае с судном, возможно, все погибнут – не могу же я рисковать всеми моряками!

Затем, уже другой группе таких же студентов, ту же самую задачу сформулировали несколько иначе: У вас опять два варианта по спасению вышеупомянутых моряков. Если вы выберете крейсер, то ровно 400 из них погибнут, а если спасательное судно – то опять-таки 50 на 50, т.е, все или никто.

При такой формулировке 78% студентов выбрали уже спасательное судно. На вопрос, почему они это сделали, обычно давался такой ответ: в варианте с крейсером гибнет большая часть людей, а у судна есть неплохие шансы на спасение всех.

Как видим, условие задачи по существу не изменилось, просто в первом случае был сделан акцент на 200 выживших моряков, а во втором – на 400 погибших – что одно и то же.

Правильное же решение задачи таково. Вероятность 0,5 (которая в варианте с судном) умножаем на 600 моряков и получаем вероятное количество спасенных равное 300 (и, соответственно, такое же вероятное количество утонувших). Как видим, вероятное количество спасенных моряков в варианте со спасательным судном больше (а вероятное количество утонувших, соответственно, меньше), чем в варианте с крейсером ($300 > 200$ и $300 < 400$).

Поэтому, если отставить эмоции в сторону и правильно решать задачу, то вариант спасения судном предпочтительней. Большинство участников данного эксперимента принимали решение, основываясь на эмоциях – и это притом, что все они разбирались в законах вероятности лучше обывателей с улицы. Люди, знающие законы, не всегда могут воспользоваться ими на практике. Часто в силу того, что человека больше впечатляют потери, чем достижения.

## 1.5.2. Теория дискретного выбора

Под дискретным выбором понимается выбор субъекта (агента) из конечного набора альтернатив (нарушить границу или заняться законной деятельностью – две альтернативы; выбор участка границы – по числу участков и т.д.). В развитие теории наиболее существенный вклад внес нобелевский лауреат по экономике Д.Л. Мак-Фадден (физик по образованию). В его исследованиях проявилась способность к объединению экономической теории, статистических методов и эмпирических приложений. Теория дискретного выбора применяется для оценки эффективности пограничной безопасности [333].

***Определение дискретного выбора. Линейная модель вероятности***

Типичной в практике обеспечения пограничной безопасности является следующая задача. В сопредельной стране низкий уровень жизни населения. Известны средние доходы жителей этой страны по категориям и численность трудоспособного населения. Необходимо спрогнозировать, какой поток мигрантов следует ожидать из рассматриваемой страны. В случае принятия ограничений на въезд в нашу страну, необходимо оценить поток попыток нарушения границы этими потенциальными мигрантами.

Рассмотрим ситуацию, где имеется множество агентов $i = 1, \ldots, n$ – потенциальных мигрантов и для каждого агента $i$ известен средний годовой доход в стране проживания $u_{i0}$ и средний ожидаемый годовой доход в другой стране $u_{i1}$, включая расходы на переезд. Мы предполагаем, что решение агента $i$ ($y_i = 0$ – остаться в стране проживания или $y_i = 1$ – мигрировать в соседнюю страну) главным образом определяется двумя факторами (*объясняющими переменными*) $u_{i0}$ и $u_{i1}$. Отметим, что значения *объясняемой* (*индикаторной, дихотомической, бинарной*) *переменной* $y_i$ мы назначили произвольно. Возможно и иное назначение: $y_i = 1$ – остаться в стране проживания, $y_i = 0$ – мигрировать на заработки.

Следуя идеологии классической линейной модели [139; 181], можно попытаться объяснить значение (случайное) признака $y_i$ значениями факторов:

$$y_i = u_{i0}\beta_0 + u_{i1}\beta_1 + \varepsilon_i, \quad i = 1, \ldots, n, \qquad (1.5.11)$$

где: $\beta_0, \beta_1$ – неизвестные параметры;

$\varepsilon_i$ – случайная ошибка.

Факторов, на основании которых агенты принимают решение о миграции, может быть больше двух (образование, религия, возможность сделать карьеру и т.д.). При наличии $K$ факторов выражение (1.5.11) будет иметь вид:

$$y_i = u_{i0}\beta_0 + u_{i1}\beta_1 + \ldots + u_{iK-1}\beta_{K-1} + \varepsilon_i, \quad i = 1, \ldots, n, \qquad (1.5.12)$$

или в векторной записи:

$$y_i = u_i'\beta + \varepsilon_i, \quad i = 1, \ldots, n, \qquad (1.5.13)$$

где: $\beta = (\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_{K\text{-}1})'$ – вектор параметров;

$u_i' = (u_{i0}, u_{i1}, \ldots, u_{iK\text{-}1})'$ – вектор факторов.

Случайная ошибка $\varepsilon_i$ может возникнуть по следующим причинам [139]:

- модель (1.5.11) является упрощением действительности и на самом деле есть пропущенные факторы, от которых зависит $y_i$;
- присутствуют ошибки измерений.

Так как переменная $y_i$ принимает значения 0 или 1 и математическое ожидание ошибки $M(\varepsilon_i) = 0$, то

$$M(\varepsilon_i) = 1 \cdot P(y_i = 1) + 0 \cdot P(y_i = 0) = P(y_i = 1) = u_i'\beta$$

и выражение (1.5.13) можно записать в виде:

$$P(y_i = 1) = u_i'\beta, \quad i = 1, \ldots, n. \qquad (1.5.14)$$

Поэтому модель (1.5.13) называется *линейной моделью вероятности*.

Поскольку переменная $y_i$ может принимать только одно из двух значений, то мы не можем воспользоваться методом наименьших квадратов1 (МНК) для вычисления оценок неизвестных параметров

1 Метод наименьших квадратов разработан К. Гауссом (1809 г.) и А. Марковым

по ряду причин (см. в [139, С. 322-323; 172, С. 10-18] пояснения и примеры).

Из выражения (1.5.13) следует, что ошибка $\varepsilon_i$ для каждого агента может принимать только два значения: $\varepsilon_i = 1 - u_i'\beta$ с вероятностью $P(y_i = 1)$ и $\varepsilon_i = -u_i'\beta$ с вероятностью $1 - P(y_i = 1)$. Это, в частности, не позволяет считать ошибку $\varepsilon_i$ нормально распределенной или имеющей распределение, близкое к нормальному.

Самый серьезный недостаток линейной регрессионной модели заключается в том, что прогнозные (объясняемые) параметры $y_i$ могут лежать вне отрезка [0, 1], хотя по смыслу задачи они являются вероятностями.

***Логит-, пробит- и гомпит–модели***

Основной недостаток линейной модели вероятности есть следствие предположения о линейной зависимости вероятности $P(y_i = 1)$ от вектора параметров $\beta$. Его можно преодолеть, если считать, что

$$P(y_i = 1) = F(u_i'\beta), \quad i = 1, \ldots, n, \tag{1.5.15}$$

где: $F(\cdot)$ – некоторая функция, область значений которой лежит на отрезке [0, 1]. В частности, в качестве функции $F(\cdot)$ можно взять функцию распределения некоторой случайной величины.

Одна из возможных содержательных интерпретаций модели (1.5.15) состоит в следующем. Предположим, что существует некоторая количественная переменная $y_i^*$, связанная с факторами $u_i$ обычным регрессионным уравнением:

$$y_i = u_i'\beta + \varepsilon_i, \tag{1.5.16}$$

где ошибки $\varepsilon_i$ независимы и одинаково распределены с нулевым средним и дисперсией $\sigma^2$. Пусть также $F(\cdot)$ есть функция распределения нормированной случайной ошибки $\varepsilon_i/\sigma$. Величина $y_i^*$ является ненаблюдаемой (*латентной*), а решение, соответствующее значению $y_i = 1$, принимается тогда, когда $y_i^*$ превосходит некоторое пороговое

(1900 г.).

значение. Величину $y_i^*$ можно интерпретировать и как разность полезностей альтернативы 1 и альтернативы 0. Решающее правило может быть следующим:

$$y_i = \begin{cases} 1, & y_i^* \geq 0, \\ 0, & y_i^* < 0. \end{cases} \qquad (1.5.17)$$

Тогда, предполагая, что ошибки $\varepsilon_i$ симметричны (т.е. $F(x) = 1 - F(-x)$), получим:

$$P(y_i = 1) = P(y_i^* \geq 0) = P(u_i'\beta + \varepsilon_i \geq 0) = F\left(\frac{u_i'\beta}{\sigma}\right), \qquad (1.5.18)$$

что с точностью до нормировки совпадает с (1.5.15).

Заметим, что в модели (1.5.16 – 1.5.18) параметры $\beta$ и $\sigma$ участвуют только в виде отношения и по отдельности не могут быть идентифицированы, т.е. оценить можно только $\beta/\sigma$. Поэтому без ограничения общности в данном случае можно положить $\sigma = 1$.

Наиболее часто в качестве функции $F(\cdot)$ используют:

- функцию стандартного нормального распределения:

$$F(u) = \Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u} e^{-z^2/2} dz$$

и соответствующую модель называют пробит-моделью (probit);

- функцию логистического распределения:

$$F(u) = \Lambda(u) = \frac{e^u}{1 + e^u}$$

и соответствующую модель называют логит-моделью (logit);

- функцию стандартного распределения экстремальных значений (минимума) I-го типа (распределение Гомпертца):

$$F(u) = \mathrm{I}(u) = 1 - \exp\left(-e^z\right)$$

и соответствующую модель называют гомпит-моделью.

Заметим, что плотности первых двух распределений являются четными функциями (их графики симметричны относительно оси ординат). График плотности третьей функции асимметричен (скошен в сторону отрицательных значений аргумента).

На практике обычно используется логит- или пробит-модель. Практический опыт показывает, что для выборок с небольшим разбросом объясняющих переменных и при отсутствии существенного преобладания одной альтернативы над другой, количественные выводы, получаемые с помощью логит- или пробит-моделей, будут, как правило, совпадать [139, С. 324-325]. Поэтому далее рассмотрим только логит-модель.

***Стандартная мультиномиальная логит-модель***

Допустим, что у агента $i$ имеется $J$ альтернатив, которые занумеруем в произвольном порядке от 0 до $J - 1$, т.е. $j = 0, \ldots, J - 1$. В пограномометрике альтернативе, характеризующей отказ агента $i$ от незаконной деятельности, обычно присваивается номер 0. Если альтернатив только две (см. выражение (1.5.13)), то мы имеем *бинарный выбор*. Если же альтернатив больше двух – мультиномиальный выбор, для анализа которого используются соответствующие мультиномиальные модели. В общем случае может быть несколько характеристик ($K > 1$), с учетом которых агенты принимают решение о выборе: полезность богатства, риск для здоровья, потери времени и т.д. Занумеруем характеристики от 0 до $K - 1$ в произвольном порядке.

В стандартной мультиномиальной логит-модели случайная полезность $Y_{ij}$ является линейной функцией свойств альтернативы:

(1.5.19) $$Y_{ij} = U'_{ij}\beta + \varepsilon_{ij},$$

где: $U_{ij} = (U_{ij0}, U_{ij1}, \ldots, U_{ijK\text{-}1})'$ – вектор, содержащий характеристики агента $i$ и альтернативы $j$ (объясняющие переменные);

$\beta = (\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_{K\text{-}1})'$ – вектор параметров;

$\varepsilon_{ij}$ – случайные ошибки.

Полагается, что ошибки $\varepsilon_{ij}$ имеют независимые стандартные распределения экстремальных значений с функцией распределения:

$$F(\varepsilon_{ij}) = \exp(-\exp(-\varepsilon_{ij})), \tag{1.5.20}$$

и плотностью:

$$f(\varepsilon_{ij}) = \exp(-\varepsilon_{ij}) \cdot \exp(-\exp(-\varepsilon_{ij})). \tag{1.5.21}$$

В силу принципа максимизации полезности вероятность того, что агент $i$ выбирает альтернативу $j$, равна:

$$x_{ij} = P\{Y_{ij} \geq Y_{ir}, r = 0,1,\ldots,J-1\}. \quad (1.5.22)$$

Искомая вероятность имеет явное аналитическое решение [318]:

$$x_{ij} = \exp(U'_{ij}\beta) \Big/ \sum_{r=0}^{J-1} \exp(U'_{ir}\beta). \quad (1.5.23)$$

Благодаря столь привлекательной явной форме вероятности стандартная логит-модель популярна в эконометрике, погранометрике и тех дисциплинах, в которых используются модели выбора.

Вектор $U_{ij}$, характеризующий свойства альтернативы $j$ для агента $i$ может состоять из следующих компонент:

Ожидаемая полезность дохода $U_{ij0}$,

Ожидаемые потери времени $U_{ij1}$,

Возможная потеря здоровья $U_{ij2}$,

Возможность сделать карьеру $U_{ij3}$ и т.д. и т.п.

Если характеристики варьируются по альтернативам $j$, но не варьируются по агентам $i$, т.е. $x_{ij} = x_j$ для всех $j = 0, \ldots, J-1$, то вероятность того, что агент выберет альтернативу $j$, равна:

$$x_j = \exp(U'_j\beta) \Big/ \sum_{r=0}^{J-1} \exp(U'_r\beta), \quad (1.5.24)$$

для всех агентов. Следовательно, это есть вероятность того, что выбирается альтернатива $j$. При большом количестве агентов эта величина есть, например, поток нарушителей границы. В эконометрике – доля товара на рынке.

Заметим, что если числитель и знаменатель выражения (1.5.24) разделить на $\exp(U'_0\beta)$, то получим:

$$x_j = \frac{\exp(U'_j\beta - U'_0\beta)}{1 + \sum_{r=1}^{J-1} \exp(U'_r\beta - U'_0\beta)}.$$

Следовательно, вероятность $x_j$ зависит только от разностей. Это обстоятельство позволяет выполнить естественную нормализацию $U'_0\beta = 0$, так что тогда:

$$x_j = \frac{\exp(U'_j \beta)}{1 + \sum_{r=1}^{J-1} \exp(U'_r \beta)}.$$

Как видим, хотя выражение (1.5.24) легко доступно для практиков в вычислительном смысле, стандартная логит-модель имеет серьезный недостаток, связанный с тем, что полезности агентов зависят от скалярной функции характеристик, а не от всего вектора характеристик. Поэтому отношение вероятностей выбора двух альтернатив $j$ и $q$ не зависит от наличия и свойств других альтернатив, так как

$$x_j / x_q = \exp(U'_j \beta) / \exp(U'_q \beta).$$

«Это свойство известно как независимость от посторонних альтернатив. Это непривлекательное свойство, так как если мы добавляем новую альтернативу к набору всех альтернатив, которые являются близкими заменителями для $j$, но не для $q$, мы ожидаем, что $x_j$ снизится значительно сильнее, чем $x_q$» [318]. З. Шандор приводит следующий пример.

Предположим, что на рынке есть два товара со следующими свойствами $U_1 = (1, 1, 1)'$ и $U_2 = (0{,}5, 1{,}5, 1)'$, и это единственные альтернативы для выбора. Пусть $\beta = (1, 1, 1)'$. Тогда $x_1 = x_2 = 0{,}5$. Теперь введем третий продукт со свойствами $U_3 = (1, 1, 1)'$. В этой новой ситуации $x_1 = x_2 = x_3 = 1/3$. Этот вывод стандартной логит-модели неверен, так как приблизительно половина потребителей предпочитает продукт 1, который является близким заменителем товару 3. Так что часть потребителей, предпочитающих 1, должны переключиться на 3, а те, кто предпочитают 2, должны остаться с 2.

В подобных ситуациях можно воспользоваться смешанной логит-моделью, но она чрезвычайно сложна в вычислительном аспекте, так как не имеет явного выражения для расчета вероятностей выбора.

Оценивание параметров стандартной логит-модели (1.5.24) основано на идее о том, что мы находимся в ситуации мультиномиального выбора, когда вероятность $x_j$ того, что выбрана альтернатива $j$, известна. Тогда, если мы наблюдаем большое число выборов, частота альтернативы $j$, т.е.число раз, когда альтернатива $j$ выбрана, деленное на общее число выборов, должно равняться $x_j$. Обозначим частоту альтернативы $j$ за $h_j$. Пусть $n$ есть общее число выборов, т.е. агентов. Тогда $n \cdot h \equiv n \cdot (h_0, ..., h_{J-1})'$ имеет мультиномиальное распределение с параметрами $x_0$, $x_1$, …, $x_{J-1}$. Следовательно, вероятность того, что альтернативы 0, …, $J - 1$ встречаются с частотами $h_0$, $h_1$, …, $h_{J-1}$ соответственно, равна функции правдоподобия [318]:

$$L = C\left(x_0^{h_0} ... x_{J-1}^{h_{J-1}}\right)^n, \tag{1.5.25}$$

где $C$ – коэффициент, соответствующий мультиномиальному распределению. Так как этот коэффициент не зависит от интересующих нас параметров, то его можно игнорировать при записи логарифмической функции правдоподобия:

$$\ln L = n \sum_{j=0}^{J-1} h_j \ln x_j \,. \tag{1.5.26}$$

Оценивание параметров выполняется максимизацией логарифмической функции правдоподобия. Для вычисления оценок параметров можно также использовать, например, эконометрический пакет EVIEWS [172] или пакет Mathematica.

Если вектор $U_j = U_{ij}$ состоит из одного компонента $\{u_j\}$ (например, ожидаемая полезность дохода), то и вектор параметров будет состоять из одного компонента $\beta = \{\beta_0\}$ и выражение (1.5.24) примет вид:

$$x_j = \exp(u_j \beta) \Big/ \sum_{r=0}^{J-1} \exp(u_r \beta). \tag{1.5.27}$$

***Применение теории дискретного выбора в задачах пограничной безопасности***

Л. Вейн, У. Лю и А. Моцкин [333] в статье «Анализ национальной безопасности на американо-мексиканской границе» ввели две группы агентов (потенциальных нарушителей границы): $i$ = 1 – нарушители границы – мексиканцы и $i$ = 2 – жители других стран, пытающихся пересечь американо-мексиканскую границу. У агентов есть две альтернативы: $j$ = 0 – остаться в стране проживания и $j$ = 1 – попытаться незаконно проникнуть в США. В модели полагается, что агенты принимают решение с использованием только одной характеристики – ожидаемой полезности дохода $u_{ij}$. Но при расчете значения дохода учитываются риски и потери, связанные с задержанием.

Агенты разделены на две группы в связи с особенностями пограничной технологии США – мексиканские граждане после задержания обычно выдворяются в Мексику, т.е. ожидаемые полезности у этих двух групп разные.

Для агентов вероятности выбора альтернативы $j$ равны:

$$x_{ij} = \frac{\exp(u_{ij}\beta)}{\exp(u_{i0}\beta) + \exp(u_{i1}\beta)}, \quad i = 1,2, \quad j = 0, 1. \tag{1.5.28}$$

Если потенциальный мигрант остается дома, то его полезность дохода равна:

$$u_{i0} = w_0\tau = \$10.000, \quad i = 1, 2, \tag{1.5.29}$$

где: $w_0$ = \$5.000/год – ожидаемый годовой доход в стране проживания;

$\tau$ = 2 года – рассматриваемый период времени;

$\varepsilon_{ij}$ – случайные ошибки.

Полезность дохода в случае нелегального прибытия в США агентов равна:

$$u_{11} = \$42.351, \quad (i = 1),$$
$$u_{21} = \$43.141, \quad (i = 2).$$

В модели (1.5.28) полагается, что агенты пытаются нарушить границу по одному разу. Фактически они это могут делать неоднократно, поскольку, например, мексиканцы обычно выдворяются в Мексику спустя несколько часов после задержания. После учета повторных нарушений границы авторами получены следующие значения:

$$\beta = 6{,}83\times10^{-5}\ /\$, \quad x_{10} = 0{,}893, \quad x_{20} = 0{,}887.$$

Введем безразмерный параметр $\theta_i = \beta\cdot u_{i0}$ ($j$ = 0) и перепишем выражение (1.5.28) [254]:

$$x_{ij} = \frac{\exp(\theta_i u_{ij}/u_{i0})}{\exp(\theta_i) + \exp(\theta_i u_{i1}/u_{i0})}. \tag{1.5.30}$$

Параметр $\theta = \theta_i$ содержательно характеризует *степень рациональности* агентов. На рис. 1.5.4 приведен эскиз графика вероятности выбора законной деятельности при $u_{i0} = 100$ (полезность легальной деятельности, $j = 0$); изменении полезности от незаконной деятельности в интервале от 0 до 240 единиц и при различных значениях параметра рациональности.

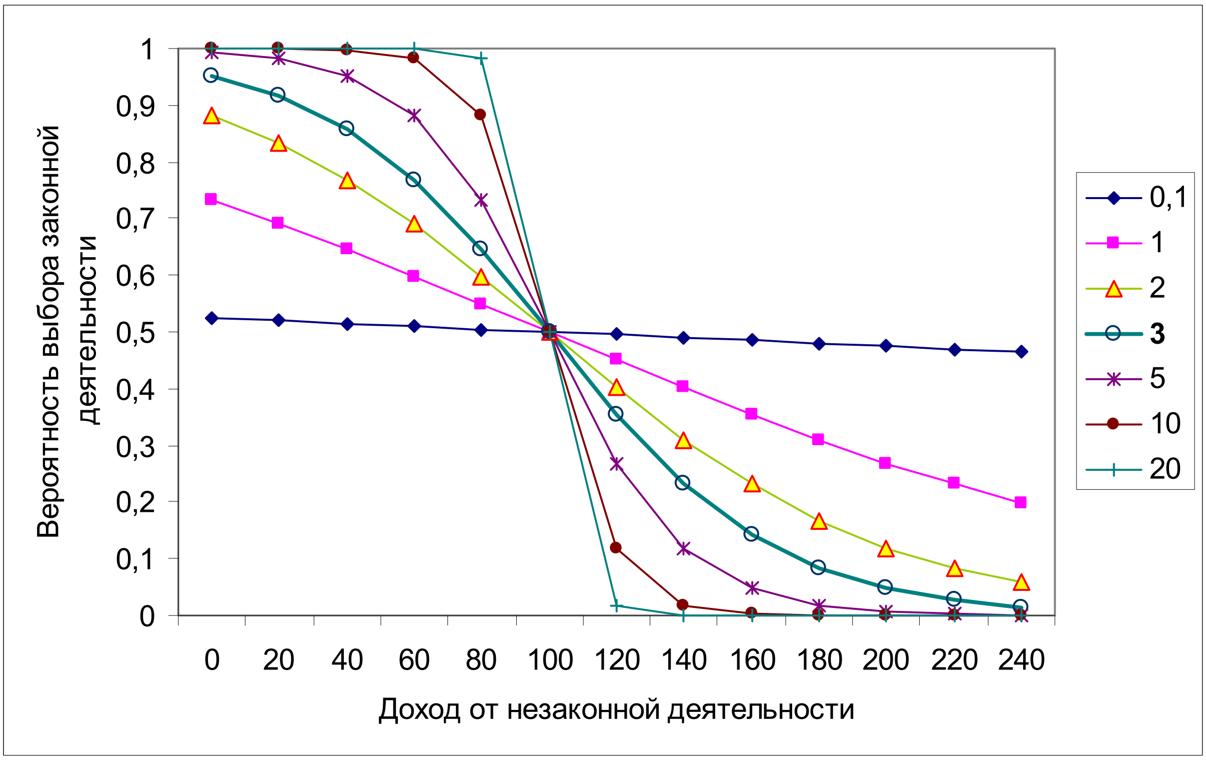



Рис. 1.5.4. Зависимость вероятности выбора законной деятельности от ожидаемой полезности незаконной деятельности и параметра мобильности

При значениях параметра $\theta \geq 20$ даже небольшое отклонение дохода от незаконной деятельности $u_{i1}$ относительно $u_{i0} = 100$ является основанием для принятия соответствующего решения практически всей группой агентов. Тогда как при $\theta \leq 0{,}1$ даже существенное отклонение дохода от незаконной деятельности от $u_{i0}$ приводит лишь к единичным изменениям выбора внутри группы агентов.

Значение нормированного параметра $\theta = 3$ примерно соответствует полученному Вейном, Лю и Моцкиным параметру $\beta = 6{,}83\times10^{-5}$ /$.

Параметр $\theta$ оценен в основном применительно к экономическим агентам.

Институциональные агенты $i$ принимают решение о пересечении границы, сравнивая представление $B(p_{i1})$ о вероятности задержания и наказания и представление $B(p_{i0})$ о пороговой вероятности. *Пороговая вероятность* $p_{i0}$ – это вероятность задержания и наказания, при которой агенты $i$ массово отказываются от попыток нарушения границы. Пороговая вероятность зависит от правоприменительной практики, тяжести наказания, профессиональных и социальных качеств, национальности агента и стабильна во времени.

Для институциональных агентов $i$ определим ожидаемые полезности

$$u_{i0} = 1 - B(p_{i0}), \quad u_{i1} = 1 - B(p_{i1}),$$

и вероятности выбора альтернативы $j$:

$$x_{ij} = \frac{\exp\left(\theta_i (1 - B(p_{ij}) / (1 - B(p_{i0}))\right)}{\exp(\theta_i) + \exp\left(\theta_i (1 - B(p_{i1}) / (1 - B(p_{i0}))\right)}. \tag{1.5.31}$$

В зависимости от характеристик и целей агентов $i$ пороговая вероятность находится в интервале от 0,05 до 0,35. Взяв в качестве расчетного значения $p_{i0}$ = 0,25, сформулируем *нормировочное условие*: при $p_{i0}$ = 0,25 и в отсутствии охраны границы ($p_{i1}$ = 0) абсолютное большинство агентов выберут незаконную деятельность. Нормировочному условию удовлетворяют значения $\theta \geq 6$, при которых свыше 88 % институциональных агентов выбирают незаконную деятельность.

В дальнейших расчетах для экономических агентов примем значение $\theta = 3$, для институциональных агентов – $\theta \geq 6$.

Зная вероятности выбора агентами альтернатив, можно количественно оценить эффективность пограничного сдерживания.

## 1.6. ТЕОРИЯ ИГР КАК ЯДРО ОПЕРАТИВНО-ТАКТИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

При принятии решений на охрану границы и исключительной экономической зоны руководители учитывают возможные действия противника и выбирают стратегии, при которых достигается наибольший эффект. Полагая, что противник разумен, ведет наблюдение за системой охраны границы, руководители стремятся принимать решения, исключающие шаблонность действий. По словам Н. Макиавелли: «Ничего не делает полководца более великим, как проникновение в замысел противника».

Одной из самых важных и трудных проблем, стоящих перед руководителями, была и остается проблема выбора наилучшего решения в условиях неопределенности. Такие задачи исследуются в теории игр.

Теория игр является сравнительно молодой наукой. Ее самостоятельная история насчитывает менее века [81]. В 1911 г. Э. Цермело описал теоретико-игровой подход к шахматной игре, в 1921 г. Э. Борель начал систематическое изучение матричных игр, в 1928 г. вышла в свет работа Дж. Фон-Неймана «К теории стратегических игр», содержащая основные идеи современной теории игр. В 1944 г., после публикации книги Дж. Фон-Неймана и О. Моргенштерна «Теория игр и экономическое поведение» теория игр окончательно сформировалась как самостоятельная наука.

Одно из оснований *системы классификаций* [81] теоретико-игровых задач – ***количество сторон*** (игроков), участвующих в конфликте (игре). Различают игры двух лиц и игры многих лиц. Игры двух лиц (например, пограничники и контрабандисты) являются наиболее исследованной моделью.

В зависимости от ***ограничений на выигрыши*** среди игр двух лиц различают *игры с нулевой суммой* (*антагонистические игры*), в которых сумма выигрышей игроков при каждом исходе равна нулю (или является константой), и *игры с произвольной суммой*, в которых сумма выигрышей игроков может отличаться от нуля (константы) для всех или некоторых исходов игры. Примером антагонистической игры является игра пограничники – нарушители, где цель пограничников – задержать нарушителей, а цель последних – не быть задержанными. Пример игры с произвольной суммой – игра подразделения береговой охраны и владельца судов, ведущих незаконный промысел в ИЭЗ (цель подразделения береговой охраны – минимизация ущерба государству, цель судовладельца – максимизация прибыли).

Следующее основание для классификации – ***информированность сторон***. Существуют *игры с полной информированностью* и *игры с неполной информированностью* о различных параметрах игры. Полная информированность не означает, что рассматривается задача принятия решения с полной информированностью, а лишь то, что в задаче имеется только игровая неопределенность[1], а остальные типы неопределенности отсутствуют.

По ***количеству повторений*** игры различают *однократные* и *динамические* игры. Динамические игры с дискретным временем называются *повторяющимися играми*. Динамические игры, в которых динамика описывается дифференциальными или разностными уравнениями, называются *дифференциальными играми*.

По ***мощности множества исходов и/или стратегий*** разделяют *дискретные* и *непрерывные* игры (в отличие от непрерывных игр, в дискретных играх множество исходов конечно).

По ***возможности совместных действий*** различают *некооперативные* и *кооперативные* игры. Некооперативные игры – это класс моделей теории игр, в постановке которых предполагается, что в процессе выработки решений игроки не могут действовать совместно. Это значит, что запрещены договоры между игроками, передача игро-

1 Игровая неопределенность – это неполная информированность о принципах поведения других субъектов.

ками друг другу ресурсов и информации, образование каких-либо коалиций и прочее.

На тактическом и оперативно-тактическом уровне преимущественно используются антагонистические игры, с помощью которых выполняется обоснование решений на охрану границы. На более высоких уровнях (взаимодействие между ведомствами, государствами и т.д.) широко используются кооперативные игры. В частности их применение в политике, политической экономии и международных отношениях обусловлено следующими причинами:

- стремление к реализации прагматического подхода и анализу выгод и потерь в каждом случае;
- конкуренция различных многосторонних организаций в решении глобальных и региональных проблем;
- распространение принципа «общей, но дифференцированной ответственности» (Киотский протокол и др.);
- учет коалиций при принятии решений и др.

В настоящей работе дается введение в теорию игр. Для углубленного изучения теории и ее приложений рекомендуется литература [56; 58; 81; 84; 170; 185; 189].

В большинстве игровых моделей принимается порядок функционирования, в соответствии с которым игроки выбирают стратегии *одновременно*. Рассмотрение ***последовательности ходов*** позволяет выделить *иерархические игры*. Теория иерархических игр занимается изучением игровых моделей, в которых фиксирован порядок ходов игроков, то есть предписана последовательность, в которой игроки выбирают свои действия. Выбор типа игры (одновременная или иерархическая) применительно к задачам обеспечения пограничной безопасности определяется продолжительностью цикла преступного поведения и цикла (тактического или проектного) пограничной деятельности. Если эти циклы примерно одинаковы по времени, то используется игровая модель, в которой игроки принимают решения одновременно, в противном случае используются иерархические игры.

В теории игр обычно различаются *коалиции действия* (стороны, игроки, принимающие участие в конфликте) и *коалиции интересов* (стороны, заинтересованные в исходах конфликта). Если не оговорено явно, мы далее будем предполагать, что эти коалиции совпадают.

В предыдущих разделах нами рассмотрены некоторые оптимизационные задачи, в которых находились оптимальные решения. В роли оптимальных решений выступали решения, при которых достигался экстремум (максимум или минимум) целевой функции. Однако применительно к конфликтам, когда число участвующих сторон две и более, такой подход уже не применим. Поэтому, прежде чем приступать к поиску оптимального решения, надо понять, а что мы ищем?

Мы должны в первую очередь сформировать представление о том, какое поведение игроков следует считать оптимальным (целесообразным, разумным и т.д.), выработать принципы оптимальности, выяснить реализуемость этих принципов, т.е. установить существование оптимальных с точки зрения принципа оптимальности ситуаций, и определить методику (алгоритмы) поиска этих оптимальных ситуаций.

В теории игр в основе принципа оптимальности лежит понятие ***равновесия***, при котором складывается такая ситуация, в нарушении которой не заинтересован ни один из игроков. Ситуации являются выгодными для каждого из игроков: в равновесной ситуации игрок получает наибольший выигрыш.

### *1.6.1. Итерационный метод решения матричных игр*

Идея итерационного метода заключается в том, чтобы мысленно смоделировать реальное практическое обучение игроков в ходе самой игры, когда каждый из них опытно уясняет ходы противника и отвечает на них наиболее выгодным для себя способом.

Метод был предложен Г.Брауном в 1949 г. В 1950 г. Дж. Робинсон опубликовала доказательство его сходимости.

***Пример 1.6.1***. Контрабандист (игрок $B$) может попытаться нарушить границу на левом фланге (стратегия $B_1$), в центре (стратегия $B_2$)

или на правом фланге (стратегия $B_3$) участка. У начальника пограничной заставы (отделения) есть три варианта решения (стратегии $A_1$, $A_2$ и $A_3$). В таблице (матрице игры) показаны вероятности задержания контрабандиста при всех возможных действиях сторон:

| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ |
|---|---|---|---|
| $A_1$ | 0,9 | 0,6 | 0,4 |
| $A_2$ | 0,5 | 0,95 | 0,45 |
| $A_3$ | 0,5 | 0,6 | 0,85 |

Например, при применении пограничниками первой стратегии ($A_1$), а контрабандистом – третьей ($B_3$), вероятность задержания будет равна 0,4.

С точки зрения принципа гарантированного результата пограничной стороне следует выбрать стратегию $A_3$, при которой обеспечивается вероятность 0,5:

$$\max_i \min_j a_{ij} = \max_i (0{,}4;0{,}45;0{,}5) = 0{,}5,$$

где $a_{ij}$ – вероятность задержания при применении пограничниками стратегии $i$ (номер строки игровой матрицы), а контрабандистом – стратегии $j$ (номер столбца).

Аналогично, для контрабандистов оптимальна стратегия $B_3$, при которой вероятность их задержания не будет выше 0,85:

$$\min_j \max_i a_{ij} = \min_j (0{,}9;0{,}95;0{,}85) = 0{,}85.$$

Итак, при применении чистой (регулярно повторяющейся) стратегии пограничники гарантируют вероятность задержания $\alpha$ = 0,5 (нижняя цена игры), а контрабандисты – $\beta$= 0,85 (верхняя цена игры). Возникает вопрос: как изменить технологию службы, чтобы гарантировать более высокий результат? Один из ответов – применить смешанную стратегию.

Предположим, что цель пограничников – задержать максимальное количество контрабандистов, а цель организатора нелегального канала – минимизировать это количество, то есть будем считать данную игру повторяющейся. Также положим для определенности, что первый ход делает игрок $A$ – пограничная сторона (табл. 1.6.1).

Таблица 1.6.1.

Итерационный метод решения матричной игры

| $n$ | $i$ | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $v_*(n)$ | $j$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $v^*(n)$ | $v(n)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) | (9) | (10) | (11) | (12) |
| 1 | 3 | **0,5** | 0,6 | 0,85 | 0,5 | 1 | **0,9** | 0,5 | 0,5 | 0,90 | 0,70 |
| 2 | 1 | 1,4 | **1,2** | 1,25 | 0,6 | 2 | **1,5** | 1,45 | 1,1 | 0,75 | 0,68 |
| 3 | 1 | 2,3 | 1,8 | **1.65** | 0,55 | 3 | 1,9 | 1,9 | **1,95** | 0,65 | 0,60 |
| 4 | 3 | 2,8 | **2,4** | 2,5 | 0,6 | 2 | 2,5 | **2,85** | 2,55 | 0,71 | 0,66 |
| 5 | 2 | 3,3 | 3,35 | **2,95** | 0,59 | 3 | 2,9 | 3,3 | **3,4** | 0,68 | 0,64 |
| 6 | 3 | **3,8** | 3,95 | 3,8 | 0,63 | 1 | 3,8 | 3,8 | **3,9** | 0,65 | 0,64 |
| 7 | 3 | **4,3** | 4,55 | 4,65 | 0,61 | 1 | **4,7** | 4,3 | 4,4 | 0,67 | 0,64 |
| 8 | 1 | 5,2 | 5,15 | **5,05** | 0,63 | 3 | 5,1 | 4,75 | **5,25** | 0,66 | 0,64 |
| 9 | 3 | **5,7** | 5,75 | 5,9 | 0,63 | 1 | **6** | 5,25 | 5,75 | 0,67 | 0,65 |
| 10 | 1 | 6,6 | 6,35 | **6,3** | 0,63 | 3 | 6,4 | 5,7 | **6,6** | 0,66 | 0,65 |
| 11 | 3 | 7,1 | **6,95** | 7,15 | 0,63 | 2 | 7 | 6,65 | **7,2** | 0,65 | 0,64 |
| 12 | 3 | 7,6 | **7,55** | 8 | 0,63 | 2 | 7,6 | 7,6 | **7,8** | 0,65 | 0,64 |
| 13 | 3 | **8,1** | 8,15 | 8,85 | 0,62 | 1 | **8,5** | 8,1 | 8,3 | 0,65 | 0,64 |
| 14 | 1 | 9 | **8,75** | 9,25 | 0,63 | 2 | **9,1** | 9,05 | 8,9 | 0,65 | 0,64 |
| 15 | 1 | 9,9 | **9,35** | 9,65 | 0,62 | 2 | 9,7 | **10** | 9,5 | 0,67 | 0,64 |
| 16 | 2 | 10,4 | 10,3 | **10,1** | 0,63 | 3 | 10,1 | **10,45** | 10,35 | 0,65 | 0,64 |

1-й шаг (заполняем 1-й столбец таблицы) – стратегия $A_3$ (2-й столбец таблицы – номер стратегии). Значения 3-й строки игровой матрицы записываем в столбцы 3-5 таблицы. Выделяем жирным шрифтом 3-й столбец (минимальный элемент), соответствующий стратегии $B_1$. Противник выбирает свою стратегию так, чтобы минимизировать выигрыш игрока $A$, т.е. стратегию $B_1$. В столбец 7 записываем номер стратегии. В столбцы 8-10 записываем значения 1-го столбца игровой матрицы. Выделяем среди них максимальный элемент.

2-й шаг (заполняем 2-ю строку таблицы).

Игрок $A$ выбирает свою стратегию так, чтобы его выигрыш при стратегии $B_1$ игрока $B$ был максимален. Ход игрока $A$ – стратегия $A_1$. В столбцы 3-5 2-й строки таблицы записываем *накопленный выигрыш* игрока $A$ (сумма элементов 3-й и 1-й строк матрицы), выделяя минимальный элемент:

$$(0{,}5 \quad 0{,}6 \quad 0{,}85)+(0{,}9 \quad 0{,}6 \quad 0{,}4)=(0{,}5+0{,}9=1{,}4 \quad \mathbf{1{,}2} \quad 1{,}25).$$

Игрок $B$ выбирает свою стратегию так, чтобы *накопленный выигрыш* игрока $A$ был бы минимален, т.е. стратегию $B_2$. Записываем ее номер в столбец 7.

В столбцы 8-10 записываем накопленный выигрыш при стратегиях $B_1$ и $B_2$ игрока $B$:

$$\begin{pmatrix} 0{,}9 \\ 0{,}5 \\ 0{,}5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0{,}6 \\ 0{,}95 \\ 0{,}6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0{,}9+0{,}6=1{,}5} \\ 1{,}45 \\ 1{,}1 \end{pmatrix},$$

и отмечаем максимальный элемент.

3-й шаг. Игрок $A$ выбирает свою стратегию так, чтобы его накопленный выигрыш был бы максимален, т.е. стратегию $A_1$. Номер стратегии записываем во 2-й столбец 3-й строки таблицы. В столбцы 3-5 записываем накопленные вероятности, прибавляя к значениям 2-й строки таблицы значения 1-й строки игровой матрицы:

$$(1{,}4 \quad 1{,}2 \quad 1{,}25)+(0{,}9 \quad 0{,}6 \quad 0{,}4)=(1{,}4+0{,}9=2{,}3 \quad 1{,}8 \quad \mathbf{1{,}65}),$$

выделяя среди них минимальный элемент.

Игрок $B$ выбирает свою стратегию так, чтобы *накопленный выигрыш* игрока $A$ был бы минимален, т.е. стратегию $B_3$.

В столбцы 8-10 записываем накопленные вероятности (данные строки 2 таблицы плюс 3-й столбец матрицы):

$$\begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 1{,}45 \\ 1{,}1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0{,}4 \\ 0{,}45 \\ 0{,}85 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1{,}5+0{,}4=1{,}9 \\ 1{,}9 \\ \mathbf{1{,}95} \end{pmatrix},$$

выделяя среди них максимальный элемент.

4-й шаг. Игрок $A$ выбирает свою стратегию так, чтобы его накопленный выигрыш был бы максимален, т.е. стратегию $A_3$. В столбцы 3-5 записываем накопленные вероятности, прибавляя к значениям 3-й строки таблицы значения 3-й строки игровой матрицы:

$$(2{,}3 \quad 1{,}8 \quad 1{,}65)+(0{,}5 \quad 0{,}6 \quad 0{,}85)=(2{,}8 \quad \mathbf{2{,}4} \quad 2{,}5).$$

По описанному алгоритму заполняем оставшиеся строки.

6-й столбец таблицы – минимальный средний выигрыш игрока $A$, равный минимальному накопленному им выигрышу за первые $n$ шагов, деленному на число этих шагов.

11-й столбец таблицы – максимальный средний выигрыш игрока $A$, равный максимальному накопленному им выигрышу за первые $n$ шагов, деленному на число этих шагов.

12-й столбец таблицы – среднее арифметическое столбцов 6 и 11 (цена игры).

После 16-го шага мы получаем значение цены игры 0,64. Частоты появления стратегий игрока $A$ ($P$) и игрока $B$ ($Q$):

$$P=\left\{\frac{6}{16}=0{,}375;\ \frac{2}{16}=0{,}125;\ \frac{8}{16}\approx 0{,}50\right\},$$

$$Q=\left\{\frac{5}{16}=0{,}3125;\ \frac{6}{16}=0{,}375;\ \frac{5}{16}=0{,}3125\right\}.$$

*Смешанные стратегии* сторон заключаются в чередовании чистых стратегий в случайном порядке (противник не должен спрогнозировать очередной ход), но с определенными частотами (вероятностями).

Хотя сходимость итераций весьма медленная, тем не менее, даже такой небольшой расчет дает возможность находить приближенное значение цены игры и доли чистых стратегий.

Вот два основных преимущества итерационного метода:

- итерационный метод прост и одновременно универсален. С его помощью можно находить решение любой матричной игры;
- объем и сложность вычислений сравнительно медленно растут по мере увеличения числа стратегий игроков.

Если игра повторяется много раз, то у игроков появляется возможность получить некоторые дополнительные сведения о противной стороне - какие именно она выбирает стратегии и какими принципами при этом руководствуется. На основании этих сведений и результатов предварительного анализа игры можно довольно точно оценивать противника. И если тот не придерживается компромиссного минимаксного подхода, внести соответствующие изменения в собственную линию поведения и увеличить выигрыш.

Отсюда следует, что противника необходимо классифицировать по целям его действий (степени опасности) и степени изучения им системы охраны границы. В случае получения оперативных данных о готовящейся попытке нарушения границы лицом определенной категории необходимо перестроить порядок охраны границы, который обеспечит максимальную эффективность наших действий.

### *1.6.2. Аналитический метод решения матричных антагонистических игр*

Рассмотрим игру, в которой участвует два игрока: командир бригады кораблей береговой охраны (для определенности его обозначим $A$) и владелец судов, ведущих незаконный промысел морепродуктов в исключительной экономической зоне (его мы обозначим $B$). Предположим, что имеется несколько районов добычи морепродуктов.

Пусть игрок $A$ имеет $m$ стратегий (распределения кораблей по районам добычи морепродуктов) – $A_1, A_2,\dots, A_m$, а игрок $B$ – $n$ стратегий (распределения суден по районам добычи морепродуктов) $B_1, B_2,\dots, B_n$.

Если корабль и судно оказались в одном районе, то выигрыш стороны $A$ есть сумма штрафов, предъявленных задержанному судну, тогда как под выигрышем стороны $B$ будем понимать уклонение от штрафа. Если судно оказалось в некотором районе и не задержано, то оно тем самым наносит экономический ущерб стороне $A$, само получая некоторую прибыль.

Будем считать, что выбор игроками стратегий $A_i$ и $B_j$ соответственно однозначно определяет исход игры – выигрыш $a_{ij}$ игрока $A$ и выигрыш $b_{ij}$ игрока $B$, причем эти выигрыши связаны равенством: $a_{ij} = -b_{ij}$.

Данное условие показывает, что выигрыш одного из игроков равен выигрышу другого, взятому с противоположным знаком. Здесь мы имеем так называемую *игру с нулевой суммой*. При анализе такой игры достаточно рассматривать только выигрыши одного из игроков. Пусть это будут, например, выигрыши игрока $A$.

Отметим, что для случая, когда выигрыши и проигрыши сторон выражаются вероятностями «успеха» («неудачи»), то связь между ними может быть следующего вида: $a_{ij} = 1 - b_{ij}$.

Если нам известны значения $a_{ij}$ выигрыша при каждой паре стратегий (в каждой ситуации) $\{A_i, B_j\}$, $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, n$, то их удобно записать в виде таблицы, в которой строки соответствуют стратегиям игрока $A$, а столбцы – стратегиям игрока $B$,

| | $B_1$ | $B_2$ | … | $B_n$ |
|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | $a_{11}$ | $a_{12}$ | … | $a_{1n}$ |
| $A_2$ | $a_{21}$ | $a_{22}$ | … | $a_{2n}$ |
| … | … | … | … | … |
| $A_m$ | $a_{m1}$ | $a_{m2}$ | … | $a_{mn}$ |

или в виде матрицы:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{bmatrix}.$$

Матрица $\boldsymbol{A}$ имеет размер $m$ x $n$ и называется *платежной матрицей* или *матрицей игры*.

Важно заметить, что само определение значений выигрышей сторон для каждой ситуации может оказаться достаточно трудной проблемой.

Предположим, что для рассматриваемого примера таблица игры имеет вид:

| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ |
|---|---|---|---|
| $A_1$ | 1 | 2 | 0 |
| $A_2$ | 2 | 1 | 1 |
| $A_3$ | 3 | 0 | 0,5 |

Определим для каждого игрока оптимальные стратегии.

Выполним последовательный анализ стратегий игрока $A$ в предположении, что его противник (сторона $B$) разумен и ответит на стратегию игрока $A$ своей стратегией так, чтобы максимизировать свой выигрыш (минимизировать выигрыш игрока $A$).

Так, на стратегию $A_1$ разумный противник ответит своей стратегией $B_3$, при которой выигрыш игрока $A$ будет минимальным; на стратегию $A_2$ – стратегией $B_2$ или $B_3$ и, наконец, на стратегию $A_3$ – стратегией $B_2$. Запишем эти минимальные выигрыши в новом столбце:

| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $\alpha_i$ |
|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | 1 | 2 | 0 | 0 |
| $\boldsymbol{A_2}$ | **2** | **1** | **1** | **1** |
| $A_3$ | 3 | 0 | 0,5 | 0 |

***Принцип максимина***. Игроку $A$ разумно остановить свой выбор на стратегии $A_2$, при которой его минимальный выигрыш максимален. Причем этот выигрыш гарантирован при любых действиях другого игрока. Итак, оптимальный выигрыш игрока $A$ равен:

$$\alpha = \max_{i=1,\dots,m} \min_{j=1,\dots,n} a_{ij} = \max_i \alpha_i = 1.$$

Число $\alpha$ называется ***нижней ценой игры***.

Аналогичные рассуждения можно провести и за игрока $B$. Так как игрок $B$ заинтересован обратить свой выигрыш в максимум, а, следовательно, обратить в минимум выигрыш игрока $A$ (его выигрыш представлен в игровой таблице), то ему надо проанализировать каждую свою стратегию с точки зрения выигрыша игрока $A$. Если игрок $B$ выберет свою стратегию $B_1$, то он, полагая противника разумным, должен ожидать, что на эту стратегию игрок $A$ ответит свой стратегией

$A_3$. На стратегию $B_2$ игрок $A$ ответит стратегией $A_1$, и стратегию $B_3$ – стратегией $A_3$. Эти выигрыши запишем в нижнюю строку таблицы:

| | $B_1$ | $B_2$ | $\boldsymbol{B_3}$ | $\alpha_i$ |
|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | 1 | 2 | **0** | 0 |
| $\boldsymbol{A_2}$ | **2** | **1** | **1** | **1** |
| $A_3$ | 3 | 0 | **0,5** | 0 |
| $\beta_j$ | 3 | 2 | **1** | |

***Принцип минимакса***. Игроку $B$ разумно остановить свой выбор на стратегии $B_3$, при которой его максимальный проигрыш минимален. Соответственно, этот проигрыш ему гарантирован, т.е. ни при каких действиях противника не может быть увеличен. Оптимальный проигрыш $B$ (соответственно и оптимальный выигрыш) игрока составит:

$$\beta = \min_{j=1,\dots,n} \max_{i=1,\dots,m} a_{ij} = \min_j \beta_j = 1.$$

Число $\beta$ называется ***верхней ценой игры***.

Итак, ***стратегии*** $A_2$ и $B_3$ являются ***оптимальными*** в следующем смысле: *при многократном повторении игры отказ от выбранной стратегии любым из игроков уменьшает его шансы на выигрыш (увеличивает шансы на проигрыш)*.

Если, к примеру, игрок $A$ вместо стратегии $A_2$ будет использовать стратегию $A_3$, то игрок $B$ это заметит и начнет применять стратегию $B_2$. Соответственно, если игрок $B$ отклонится от свой оптимальной стратегии $B_3$ и начнет использовать, к примеру, стратегию $B_2$, то его противник это заметит и ответит своей стратегией $A_1$.

Ситуация $\{A_2, \mathrm{B}_3\}$ оказалась ***равновесной***.

Нижняя и верхняя цены игры связаны соотношением:

$$\alpha \le \beta.$$

Доказательство.

Из того, что для любого $j$ справедливо:

$$\alpha_i = \min_j a_{ij} \le a_{ij}$$

и для любого $i$:

$$a_{ij} \le \max_i a_{ij} = \beta_j$$

вытекает неравенство:

$$\alpha_i \le \beta_j$$

справедливое для любых $i$ и $j$. Отсюда в силу произвольности $i$ получаем, что:

$$\alpha = \max_i \alpha_i \le \beta_j$$

и в силу произвольности $j$:

$$\alpha \le \min_j \beta_j = \beta.$$

Доказательство завершено.

Отметим, что для поиска оптимальных стратегий нам потребовалось $2mn - 1$ сравнений элементов матрицы $\boldsymbol{A}$.

Если нижняя и верхняя цена совпадают: $v = \alpha = \beta$,
или в подробной форме записи:

$$\max_i \min_j a_{ij} = a_{i*j*} = \min_j \max_i a_{ij},$$

то ситуация $\{A_{i*}, B_{j*}\}$ оказывается ***равновесной*** и ни один из игроков не заинтересован в ее нарушении.

В этом случае общее значение верхней и нижней цен игры просто называется *ценой игры* $v$. Значение цены игры совпадает с элементом $a_{i*j*}$ матрицы $\boldsymbol{A}$, расположенным на пересечении $i^*$-й строки и $j^*$-го столбца.

Элемент $a_{i*j*}$ называется седловой точкой матрицы $\boldsymbol{A}$, а про игру говорят, что она имеет ***седловую точку*** или ***точку равновесия***.

Заметим, что седловых точек в матричной игре может быть несколько, но все они имеют одно и то же значение. Наиболее типичным является случай, когда нижняя и верхняя цены игры не совпадают, т.е. когда имеется строгое неравенство: $\alpha < \beta$.

***Пример 1.6.2***. Контрабандист (игрок $B$) может попытаться нарушить границу на левом фланге (стратегия $B_1$), в центре (стратегия $B_2$)

или на правом фланге (стратегия $B_3$) участка. Участок оборудован сигнализационным комплексом и дополнительно может быть выставлен радиолокационный пост (также на левом фланге – стратегия $A_1$, в центре – стратегия $A_2$ или на правом фланге участка – стратегия $A_3$). Вероятности задержания контрабандиста представлены в следующей игровой таблице:

| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ |
|---|---|---|---|
| $A_1$ | 0,9 | 0,6 | 0,4 |
| $A_2$ | 0,5 | 0,95 | 0,45 |
| $A_3$ | 0,5 | 0,6 | 0,85 |

Находим верхнюю и нижнюю цену игры:

$$\alpha = \max_{i=1,\dots,m} \min_{j=1,\dots,n} a_{ij} = \max_i \alpha_i = 0{,}5;$$

$$\beta = \min_{j=1,\dots,n} \max_{i=1,\dots,m} a_{ij} = \min_j \beta_j = 0{,}85.$$

Итак, игрок $A$ (пограничная сторона) гарантированно обеспечивает вероятность задержания нарушителя не ниже 0,5, применяя стратегию $A_3$. Причем этот показатель эффективности достигается независимо от степени знания нарушителями системы охраны границы. Эту стратегию можно применять шаблонно - изо дня в день и почти не заботясь о мероприятиях по маскировке и введению противника в заблуждение.

Если игроку $B$ станет известно, что игрок $A$ постоянно применяет одну и ту же стратегию $A_3$, то он будет применять свою стратегию $B_1$. То есть *ситуация* $\{A_3, B_3\}$ *не является равновесной*.

Возникает естественный вопрос: как поступить с разницей 0,85-0,5=0,35, т.е. как ее поделить между игроками? Для поиска компромиссного распределения разности $\beta - \alpha$ между игроками будем считать, что игра повторяется многократно.

Назовем случайную величину, значениями которой являются стратегии игроков, ***смешанной стратегией***. Задание смешанной стратегии игрока состоит в расчете и указании тех вероятностей, с которыми выбираются его чистые стратегии.

Поскольку игрок $A$ в общем случае имеет $m$ стратегий, то его смешанная стратегия может быть описана набором $m$ неотрицательных чисел:

$$p_1 \geq 0, \quad p_2 \geq 0, \ldots, p_m \geq 0$$

причем $\sum_{i=1}^{m} p_i = 1$.

Аналогично, смешанная стратегия игрока $B$ определяется набором $n$ неотрицательных чисел:

$$q_1 \geq 0, \quad q_2 \geq 0, \ldots, q_n \geq 0$$

причем $\sum_{j=1}^{n} q_j = 1$.

Задав два набора

$$P = \{p_1, p_2, \ldots, p_m\},\ Q = \{q_1, q_2, \ldots, q_n\},$$

мы оказываемся в ***ситуации смешанных стратегий***, которую обозначим $\{P, Q\}$.

Каждая обычная (в области чистых стратегий) ситуация $\{A_i, B_j\}$ является случайным событием и ввиду независимости $P$ и $Q$, (независимости выбора игроками своих стратегий, отсутствии сговора между ними) реализуется (по теореме умножения вероятностей) с вероятностью $p_i q_j$. Тогда математическое ожидание выигрыша игрока $A$ в смешанных стратегиях $P$ и $Q$ равно

$$H(P, Q) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_i q_k .$$

Это число и принимается за средний выигрыш игрока $A$ в области смешанных стратегий $\{P, Q\}$.

*Определение*. Стратегии

$$P^* = \{p_1^*, p_2^*, \ldots, p_m^*\},\ Q^* = \{q_1^*, q_2^*, \ldots, q_n^*\},$$

называются ***оптимальными смешанными стратегиями*** игроков $A$ и $B$ соответственно, если для любых стратегий $P$ и $Q$ выполнено соотношение

$$H(P,Q^*) \le H(P^*,Q^*) \le H(P^*,Q),$$

а ситуация $\{P^*, Q^*\}$ называется ***равновесной***.

Равновесную в области смешанных стратегий ситуацию можно пояснить так: стратегия $P^*$ (стратегия $Q^*$) оптимальна, если отклонение от нее игрока $A$ ($B$) при условии, что игрок $B$ ($A$) сохраняет свой выбор, приводит к тому, что средний выигрыш отклонившегося игрока не может увеличиться (а скорее уменьшится). То есть мы имеем равновесную ситуацию, отклонение от которой невыгодно любому из игроков.

Набор $\{P^*, Q^*, v\}$, состоящий из оптимальных смешанных стратегий игроков и цены игры

$$v = H(P^*,Q^*),$$

называется ***решением матричной игры в области смешанных стратегий***.

*Основная теорема (Дж. фон Неймана) теории матричных игр.*

Для матричной игры с любой матрицей $\boldsymbol{A}$ величины

$$\max_P \min_Q H(P,Q), \ \ \min_Q \max_P H(P,Q)$$

существуют и равны между собой:

$$\max_P \min_Q H(P,Q) = \min_Q \max_P H(P,Q).$$

Более того, существует хотя бы одна ситуация в смешанных стратегиях $\{P^*, Q^*\}$, для которой выполняется соотношение:

$$\max_P \min_Q H(P,Q) = H(P^*,Q^*) = \min_Q \max_P H(P,Q).$$

Решение любой матричной игры сводится к решению стандартной задачи линейного программирования. При этом объем вычислений напрямую зависит от числа чистых стратегий игроков. Поэтому любые приемы предварительного анализа игры, позволяющие уменьшить размерность матрицы игры или как-то ее упростить, на практике очень полезны.

*Правило доминирования*

В ряде случаев анализ платежной матрицы может показать, что некоторые чистые стратегии не могут внести никакого вклада в искомые оптимальные смешанные стратегии и потому их можно не принимать во внимание. Отбрасывание подобных стратегий позволяет уменьшить размерность исходной матрицы.

Будем говорить, что $i$-я строка $m \times n$ матрицы $\boldsymbol{A}$

$$a_{i1} \quad a_{i2} \quad \ldots \quad a_{in}$$

*не больше* $j$-й строки этой матрицы

$$a_{j1} \quad a_{j2} \quad \ldots \quad a_{jn}$$

если *одновременно* выполнены следующие $n$ неравенств:

$$a_{i1} \le a_{j1}, \quad a_{i2} \le a_{j2}, \quad \ldots, \quad a_{in} \le a_{jn}.$$

При этом говорят, что $j$-я строка *доминирует* $i$-ю строку, или что стратегия $A_j$ доминирует стратегию $A_i$.

Игрок $A$ поступит разумно, если будет избегать стратегий, которым в матрице игры соответствуют доминируемые строки. Доминируемую ($i$-ю) строку можно отбросить, положив соответствующую ей вероятность $p_i = 0$.

Аналогичные рассуждения можно провести относительно столбцов и исключить доминируемые столбцы.

$j$-й столбец матрицы *не меньше* $i$-го столбца, если одновременно выполнены следующие условия:

$$a_{1j} \ge a_{1i}, \quad a_{2j} \ge a_{2i}, \quad \ldots, \quad a_{mj} \ge a_{mi}.$$

При этом говорят, что $i$-й столбец доминирует $j$-й столбец.

Игроку $B$ разумно избегать использования стратегий, которым в матрице игры соответствуют доминируемые столбцы.

***Пример 1.6.3***. Рассмотрим игру с матрицей

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Видим, что 4-я строка матрицы совпадает с 1-й строкой, т.е. стратегия $A_4$ дублирует стратегию $A_1$. что позволяет, не нанося ущерба решению, любую из этих строк вычеркнуть

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Поэлементно сравнивая 1-ю и 2-ю строки полученной матрицы, замечаем, что 1-я строка доминирует 2-ю. Это позволяет вновь уменьшить число строк матрицы, исключив 2-ю строку

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Замечая, что 4-й столбец полученной матрицы доминирует ее 3-й столбец, приходим к игре с 2x3 матрицей:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

*Аффинное правило*

Если элементы матриц **A** и **C** связаны равенствами:

$$c_{ij} = \lambda a_{ij} + \mu, \quad i = 1,...,m; \quad j = 1,...,n,$$

где $\lambda > 0$, а $\mu$ – произвольное число, то оптимальные стратегии у соответствующих матричных игр имеют одинаковые равновесные ситуации (либо в чистых, либо в смешанных стратегиях), а их значения (цены игры) удовлетворяют следующему условию:

$$v_C = \lambda v_A + \mu.$$

Отметим ***основные этапы поиска решения матричной игры***:

1-й этап. Проверка наличия или отсутствия равновесия в чистых стратегиях. Если равновесие достигается в области чистых стратегий, то указываются соответствующие оптимальные чистые стратегии и цена игры.

2-й этап. Поиск доминирующих стратегий. При их наличии выполнить исключение доминируемых строк и столбцов в исходной матрице.

3-й этап. Замена игры на ее смешанное расширение и отыскание оптимальных смешанных стратегий и цены игры.

***Аналитическое решение 2 × 2 матричной игры***

Пусть имеется $2 \times 2$-игра с матрицей **A**:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}.$$

Если игрок *A* придерживается своей оптимальной смешанной стратегии, то его выигрыш останется неизменным и равным ожидаемой цене игры независимо от действий игрока *B*. Тогда получаем систему равенств:

$$a_{11}p_1 + a_{21}p_2 = v,\ \ a_{12}p_1 + a_{22}p_2 = v,\ \ p_1 + p_2 = 1,$$

откуда при $a_{11} + a_{22} \neq a_{12} + a_{21}$ следует:

$$p_1 = \frac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}},\ p_2 = 1 - p_1,\ v = \frac{a_{22}a_{11} - a_{12}a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}. \quad (1.6.1)$$

Проведя аналогичные рассуждения за игрока *B*, получим:

$$a_{11}q_1 + a_{12}q_2 = v,\ \ a_{21}q_1 + a_{22}q_2 = v,\ \ q_1 + q_2 = 1,$$

и

$$q_1 = \frac{a_{22} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}},\ q_2 = 1 - q_1. \quad (1.6.2)$$

***Сведение решения матричной игры к задаче линейного программирования***

Пусть имеется $m \times n$-игра с матрицей **A** = $(a_{ij})$. Без ограничения общности можно считать, что все ее элементы положительны (что легко добиться, применив аффинное правило). Тогда искомая цена игры $v$ – положительное число.

Существует *теорема*: Решение матричной игры с положительной матрицей **A** = $(a_{ij})$ равносильно решению двойственных задач линейного программирования.

*Задача А.*

Найти неотрицательные величины $x_1$, …, $x_m$, удовлетворяющие неравенствам:

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_i \geq 1,\ j = 1, \ldots, n, \tag{1.6.3}$$

и такие, что их сумма минимальна,

$$\sum_{i=1}^{m} x_i \to \min. \tag{1.6.4}$$

*Задача B.*

Найти неотрицательные величины $y_1, \ldots, y_n$, удовлетворяющие неравенствам:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_j \leq 1,\ i = 1, \ldots, m, \tag{1.6.5}$$

и такие, что их сумма максимальна,

$$\sum_{j=1}^{n} y_j \to \max. \tag{1.6.6}$$

При этом цена игры

$$v = 1/W; \qquad W = \sum_{i=1}^{m} x_i^* = \sum_{j=1}^{n} y_j^*, \tag{1.6.7}$$

а оптимальные искомые значения $p_i^*$ и $q_j^*$ связаны с оптимальными $x_i^*$ и $y_j^*$ равенствами:

$$p_i^* = \frac{x_i^*}{W},\ i = 1, \ldots, m,\ \ q_j^* = \frac{y_j^*}{W}, j = 1, \ldots, n. \tag{1.6.8}$$

***Пример 1.6.4***. В условиях примера 1.6.2 найти оптимальные стратегии сторон и цену игры.

Игровая матрица:

| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ |
|---|---|---|---|
| $A_1$ | 0,9 | 0,6 | 0,4 |
| $A_2$ | 0,5 | 0,95 | 0,45 |
| $A_3$ | 0,5 | 0,6 | 0,85 |

Задача А:

$$x_1 + x_2 + x_3 \to \min,$$

$$a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + a_{31}x_3 \geq 1,$$

$$a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + a_{32}x_3 \geq 1,$$

$$a_{13}x_1 + a_{23}x_2 + a_{33}x_3 \geq 1.$$

Задача B:

$$y_1 + y_2 + y_3 \to \max,$$

$$a_{11}y_1 + a_{12}y_2 + a_{13}y_3 \leq 1,$$

$$a_{21}y_1 + a_{22}y_2 + a_{23}y_3 \leq 1,$$

$$a_{31}y_1 + a_{32}y_2 + a_{33}y_3 \leq 1.$$

Оптимальные решения этих задач легко найти с помощью надстройки «Поиск решения» Excel:

$$x_1 = 0{,}5532,\ x_2 = 0{,}1872,\ x_3 = 0{,}8170,\ W = 1{,}557447;$$

$$y_1 = 0{,}5362,\ y_2 = 0{,}5447,\ y_3 = 0{,}4766,\ W = 1{,}557447.$$

Цена игры равна $v = 1/W = 0{,}642$.

Оптимальные вероятности (частоты применения чистых стратегий):

$$p_1 = x_1/W = 0{,}355,\ p_2 = x_2/W = 0{,}120,\ p_3 = x_3/W = 0{,}525;$$

$$q_1 = y_1/W = 0{,}344,\ q_2 = y_2/W = 0{,}350,\ q_3 = y_3/W = 0{,}306.$$

Таким образом, переход от использования чистых стратегий (шаблонного построения охраны границы) в область смешанных стратегий позволяет повысить вероятность задержания нарушителей границы с 0,5 до 0,642. Реализация смешанных стратегий игрока *A* возможна с использованием датчика случайных чисел. Заполняем Excel-таблицу (рис. 1.6.1) и в ячейку C13 записываем Excel-формулу:

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 11 | | | |
| 12 | Дата | Сл.число | Вариант решения |
| 13 | 01.янв | 0,6370 | РЛС на ПФ |
| 14 | 02.янв | 0,2989 | РЛС на ЛФ |
| 15 | 03.янв | 0,3943 | РЛС в центре |
| 16 | 04.янв | 0,9045 | РЛС на ПФ |
| 17 | 05.янв | 0,8339 | РЛС на ПФ |
| 18 | 06.янв | 0,7817 | РЛС на ПФ |
| 19 | 07.янв | 0,5944 | РЛС на ПФ |
| 20 | 08.янв | 0,5391 | РЛС на ПФ |
| 21 | 09.янв | 0,4345 | РЛС в центре |
| 22 | 10.янв | 0,1820 | РЛС на ЛФ |
| 23 | 11.янв | 0,8626 | РЛС на ПФ |
| 24 | 12.янв | 0,9705 | РЛС на ПФ |
| 25 | 13.янв | 0,3250 | РЛС на ЛФ |
| 26 | 14.янв | 0,5657 | РЛС на ПФ |
| 27 | 15.янв | 0,5641 | РЛС на ПФ |

Рис. 1.6.1. Реализация смешанной стратегии

=ЕСЛИ(B13<=0,355;"РЛС на ЛФ";
ЕСЛИ( И(B13>0,355;B13<=(0,355+0,12));"РЛС в центре";"РЛС на ПФ"))

Примечание. В ячейке B13 записана Excel-функция случайного числа СЛЧИС().

### *1.6.3. Иерархические игры в задачах пограничной безопасности*

Правильная интерпретация пограничной статистики невозможна без оценки возможностей пограничных подразделений, в том числе и математическими методами. Рассмотрим показатели, характеризующие эффективность охраны государственной границы США. Меры, предпринятые Правительством США (табл. 1.6.2), вызвали дискуссии – что считать критерием пограничной деятельности [292].

Таблица 1.6.2.

Статистические данные по пограничной безопасности

| Год | Финансируемых мест для задержанных | Пограничных агентов | Протяженность заграждений | Задержано, млн. чел. |
|---|---|---|---|---|
| 2000 | н/д | 9 212 | 66,9 | 1,815 |
| 2001 | 19 702 | 9 821 | 72,7 | 1,387 |
| 2002 | 21 109 | 10 045 | 81,2 | 1,062 |
| 2003 | 19 444 | 10 717 | 81,2 | 1,046 |
| 2004 | 19 444 | 10 819 | 87,2 | 1,264 |
| 2005 | 18 500 | 11 264 | 119,4 | 1,291 |
| 2006 | 20 800 | 12 349 | 139,4 | 1,206 |
| 2007 | 27 500 | 14 923 | 264,2 | 0,961 |
| 2008 | 32 000 | 17 499 | 357,4 | 0,792 |
| 2009 | 33 400 | 20 119 | 636,5 | 0,556 |

За 10 лет количество пограничных агентов увеличилось в 2 раза, протяженность заграждений выросла в 10 раз. Количество задержаний (преимущественно нелегальных мигрантов) на границе и внутри страны снизилось более чем в 3 раза. Поскольку поименный учет за-

держаний не ведется, то в этих данных один и тот же нарушитель может быть зафиксирован несколько раз – по числу попыток пересечения границы за год. Здесь мы видим *эффект сдерживания* – увеличение надежности охраны границы привело к снижению потока нарушителей границы.

Дополнительный анализ нарушений по секторам (рис. 1.6.2) показывает, что использование «профилактики через сдерживание» привел к уходу нарушителей с уязвимых направлений на другие направления, где нарушителям сложнее действовать и где имеются более высокие возможности по их задержанию [292].

В начале 90-х годов на Калифорнию и Техас приходилось 90 % всех задержаний. После реализации политики «профилактики через сдерживание», включая строительство пограничного ограждения в Сан-Диего и развертывание пограничных агентов непосредственно на границе в большом числе населенных пунктов и вблизи них, процент задержаний в Калифорнии и Техасе стал неуклонно снижаться. Одновременно произошел рост процента задержаний в Аризоне. При этом попытки нарушений границы стали ухищренными и нарушителями больше внимания уделяется поиску уязвимостей на границе.

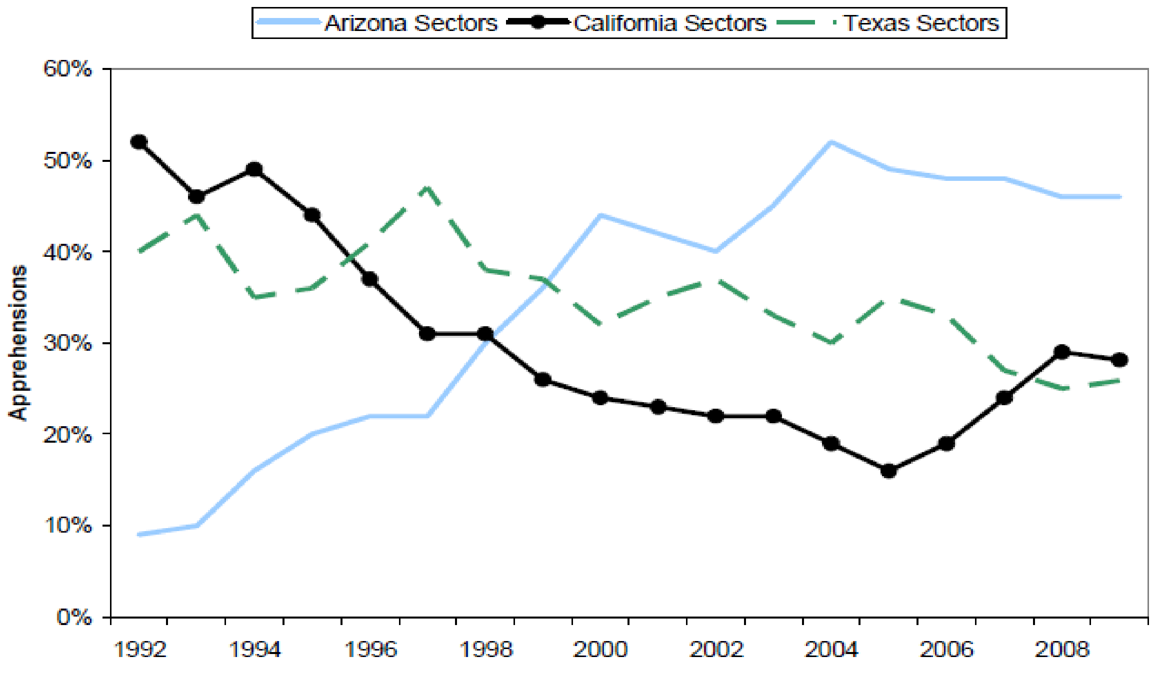



Рис. 1.6.2. Динамика задержаний (в процентах) по секторам

При моделировании действий по задержанию нарушителей границы исследователи рассматривают модель задержания как иерархическую игру, в которой первый шаг делает Правительство США, размещая некоторым образом силы и средства на границе с Мексикой протяженностью 1933 мили [333]. Нарушители, оценивая плотность охраны границы, выбирают менее охраняемые участки (второй шаг). Правительство будет перераспределять пограничные патрули на те участки, где недавно зафиксированы нарушения (третий шаг).

Выбор для моделирования обустройства границы теории иерархических игр объясняется существенными различиями цикла преступного поведения (продолжительность – часы, дни, месяцы) и цикла обустройства границы (месяцы, годы, десятилетия).

В иерархических играх считается, что первый игрок (центр, пограничная служба) всегда делает ход первым. Пусть $w_1 = f_1(x_1, x_2)$ есть целевая функция (критерий эффективности) первого игрока. Здесь $x_1 \in X_1$ ($x_2 \in X_2$) – действие первого (второго) игрока, $X_1$ и $X_2$ – допустимые множества действий игроков. Соответственно, $w_2 = f_2(x_1, x_2)$ есть целевая функция второго игрока (агента, нарушителя).

Иерархические игры в общем случае не являются антагонистическими. Так, критерием эффективности пограничной службы может быть математичекое ожидание предотвращенного ущерба общественной безопасности, математическое ожидание количества задержанных нарушителей и так далее. Целевой функцией агентов (потенциальных нарушителей границы) может быть ожидаемая полезность, вероятность их незадержания и так далее.

Иерархическая игра, в которой нет обмена информацией между игроками о своих действиях, обозначается $\Gamma_1$.

Определение. Пара действий $(x_1^*, x_2^*)$ в игре $\Gamma_1$ называется ***равновесием Штакельберга***, если [81, С. 120]:

$$x_1^* \in \operatorname*{Arg\,max}_{x_1 \in X_1, x_2 \in R_2(x_1)} f_1(x_1, x_2), \tag{1.6.9}$$

$$x_2^* \in R_2(x_1^*) = \operatorname*{Arg\,max}_{x_2 \in X_2} f_2(x_1, x_2), \tag{1.6.10}$$

то есть $R_2(x_1)$ – функция наилучшего ответа агента (второго игрока) на действие центра (первого игрока).

Здесь запись Argmax есть значение (множество значений) аргумента, при котором данное выражение достигает максимума. Другими словами, $\operatorname{Arg}\max_x f(x)$ есть значение $x$, при котором $f(x)$ достигает своего наибольшего значения. Например $\operatorname{Arg}\max_x(-x^2) = 0$.

Равновесие по Штакельбергу реализуется, если агент выбирает действие, максимизируя свой выигрыш при известном ему на момент принятия решения действии центра, а центр, зная о таком поведении агента, выбором действия $x_1$ максимизирует свой выигрыш, считая заданной реакцию агента на свои действия.

Считается, что множество равновесий Штакельберга является решением игры $\Gamma_1$.

***Пример 1.6.5***. В приграничном регионе выделяется пять участков. На первых трех местность ровная и открытая и имеется развитая сеть дорог, на четвертом участке местность преимущественно лесная, на пятом – болотистая и труднопроходимая. Агенты (контрабандисты, 2-й игрок) имеют цель максимизацию полезности, которая зависит от риска быть задержанным и от трансакционных издержек, связанных с преодолением полосы местности, контролируемой пограничной службой. Пограничному формированию поставлена задача подготовить предложения по оборудованию местности техническими и другими средствами охраны границы.

Результаты проделанной работы по анализу потенциальных нарушителей и участков границы представлены в табл. 1.6.3.

Таблица 1.6.3.

Биматрица иерархической игры

| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | $B_5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | 100/0,5 | 100/0,5 | 100/0,5 | 60/0,5 | 20/0,5 |
| $A_2$ | 120/0,4 | 120/0,4 | 110/0,45 | 50/0,6 | 10/0,7 |
| $A_3$ | 70/0,65 | 80/0,6 | 80/0,6 | 45/0,4 | 75/0,1 |

В каждой ячейке таблицы записаны два числа: первое (левое) – ожидаемая полезность нарушителей, второе (правое) – вероятность их задержания.

При 1-м варианте решения (стратегия $A_1$) обеспечивается на всех участках одинаковая вероятность задержания нарушителей (за счет б**о**льшей их концентрации на 4-м и 5-м участках). При 2-м варианте созданы повышенные плотности сил и средств на на 4-м и 5-м участках.

По формуле (1.6.10) найдем оптимальные стратегии контрабандистов.

Для стратегии пограничников $A_1$ оптимальная стратегия контрабандистов состоит из трех элементов ($B_1$, $B_2$ и $B_3$), при которых их полезность равна 100:

$$R_2(A_1) = \operatorname{Arg}\max\{100;100;100;60;20\} = \{B_1, B_2, B_3\}.$$

Для стратегии пограничников $A_2$ получим:

$$R_2(A_2) = \operatorname{Arg}\max\{120;120;110;50;10\} = \{B_1, B_2\}.$$

И наконец для $A_3$:

$$R_2(A_3) = \operatorname{Arg}\max\{70;80;80;45;75\} = \{B_2, B_3\}.$$

Зная наилучшие ответы контрабандистов, по формуле (1.6.9) найдем оптимальную стратегию пограничной стороны:

$$x_1^* \in \operatorname{Arg}\max\{0,5;0,4;0,6\} = A_3.$$

Таким образом, оптимальная стратегия пограничной стороны – это стратегия $A_3$, при которой обеспечивается вероятность задержания нарушителей 0,6 (контрабандистам в данном случае выгодно выбирать стратегию $B_2$ или $B_3$).

Заметим, что в данной задаче применение смешанных стратегий лишено содержательного смысла (их применяют на более низком тактическом уровне).

## 1.7. Многокритериальные задачи в пограНометрике

С точки зрения системного подхода пограничная система должна обеспечивать гарантированное достижение множества ультимативных целей, причем этот набор целей со временем может меняться: добавляться новые цели, некоторые цели переводиться в менее важную категорию и т.д. Следовательно, соответствующие пограНометрические модели должны позволять решать ***многокритериальные задачи*** (или ***задачи с векторным критерием***).

Даже на низшем уровне управления (линейное отделение, пограничная застава) мы сталкиваемся с множеством целей, которые необходимо достичь: обеспечить безопасность несения службы, собственную безопасность, недопущение противоправного изменения прохождения государственной границы, соблюдение режима границы и содержание границы и т.д.

При проектировании пограничной безопасности нам опять приходится руководствоваться множеством критериев. Желательно, чтобы эффективность достижения поставленных целей охраны границы была бы максимальной (к примеру, задерживать нарушителей с как можно более высокой вероятностью), затрачиваемые ресурсы - минимальны.

Раньше подобные задачи считались не решаемыми. Рекомендовалось часть целей перевести в ограничения, другие цели – «свернуть» в одну обобщенную цель. Методы свертки могли быть различными: произведение критериев, сумма с определенными весовыми коэффициентами и т.д. В большинстве случаев такой подход недопустим, поскольку исследователь, разработчик модели тем самым вторгается в сферу компетенции лица, принимающего решение. В частных случаях такой подход правомочен. К примеру, речь идет о принятии на вооружение одного из двух типов сигнализационных или разведывательных комплексов, имеющих различные вероятности обнаружения целей и интенсивности сигналов ложных тревог. Эти два технических показателя подлежат учету в тактической модели как параметры.

При наличии одного критерия (например, вероятность задержания нарушителей) иногда удается построить адекватную действительности математическую модель и найти оптимальное решение единственно возможным образом. В таких ситуациях руководитель (лицо, принимающее решения – ЛПР) может не принимать участия в работе по поиску оптимального решения, а только выступать в роли заказчика и предоставлять недостающую информацию. Но даже в однокритериальных задачах все равно присутствует субъективность, проявляясь хотя бы в выборе показателя эффективности. В частности, используя показатель «вероятность задержания нарушителей», мы получим одно оптимальное решение, воспользовавшись показателем «вероятность недопущения нарушений границы» – другое.

Когда говорят о решении многокритериальной задачи, обычно имеют в виду какой-нибудь компромисс между изначально противоречивыми требованиями. Поскольку почти любая многоцелевая ситуация допускает различные компромиссные разрешения, то и подходы к их поиску разнообразны. Суть любого подхода к решению многокритериальных задач замечательно поясняется следующей цитатой Н. Макиавелли «Государь»: «Пусть никто не думает, будто можно всегда принимать безошибочные решения, напротив, всякие решения сомнительны; ибо в порядке вещей, что, стараясь избежать одной неприятности, попадаешь в другую. Мудрость заключается только в том, чтобы, взвесив все возможные неприятности, наименьшее зло почесть за благо».

Многокритериальная ситуация – это компромисс. Оптимальность искомого решения уже не столь очевидна, как в однокритериальных задачах. Поэтому возникает необходимость в выборе еще одного, нового критерия, ***критерия оптимальности***, и предъявлении достаточно веских доводов в его пользу.

### *1.7.1. История проблемы. Множество Парето*

Впервые метод решения многокритериальных задач была разработан в США в конце 1950-х гг. Этот метод получил название «эффективность-стоимость» и состоит из трех основных этапов:

- построение модели эффективности;
- построение модели стоимости;
- синтез оценок эффективности и стоимости.

Пример типичной модели для анализа построения военно-технических и пограметрических систем показан на рис. 1.7.1.

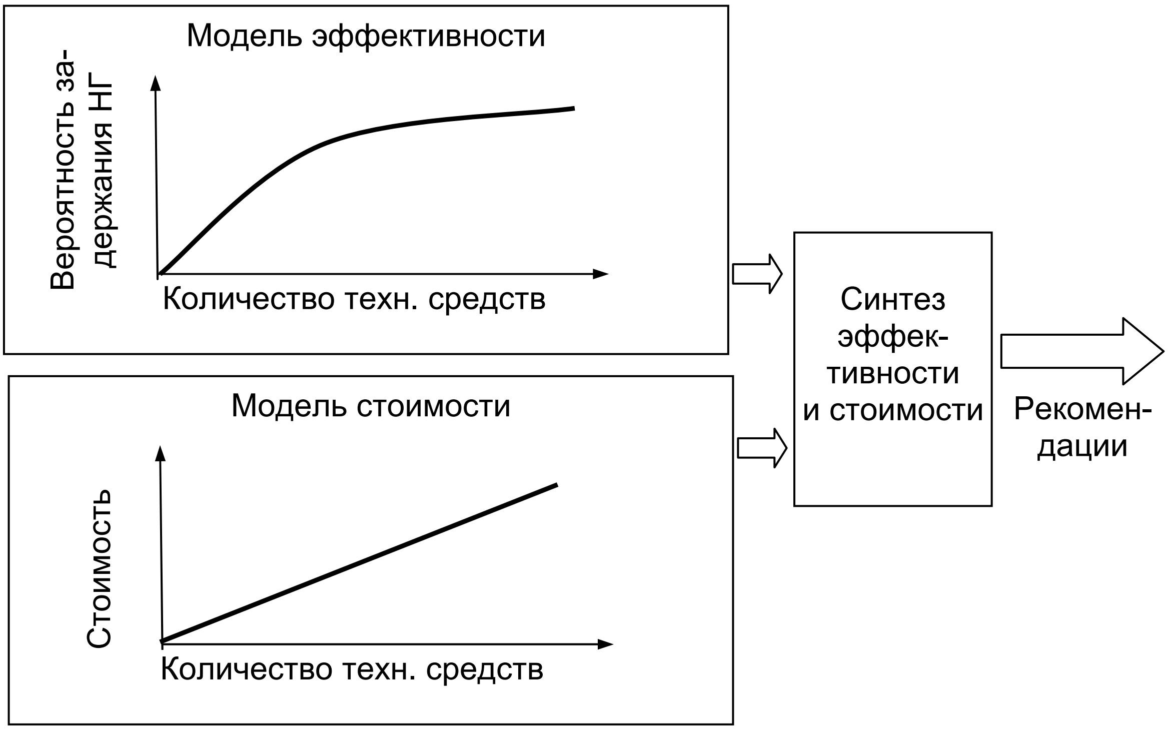



Рис. 1.7.1. Модели, используемые в методе «эффективность-стоимость»

Показанная на рис. 1.7.1 ситуация принципиально отличается от однокритериальных задач тем, что при синтезе эффективности и стоимости появляются *субъективные суждения*.

Первый подход заключается в использовании одного из двух методов на этапе синтеза:

- зафиксировать на некотором уровне эффективность и искать минимально возможную стоимость (поиск самой дешевой альтернативы, обладающей заданной эффективностью);
- зафиксировать стоимость и искать максимально эффективную альтернативу (случай бюджетных ограничений).

Смысл этих двух методов очевиден – перевод одного из критериев в ограничение, то есть сведение многокритериальной задачи к однокритериальной. Но тут сразу возникает проблема: на каком уровне установить ограничение на один из критериев? На практике ни требуемая эффективность, ни бюджетные ограничения жестко не устанавливаются. Когда аналитик (исследователь) сам переводит все критерии, кроме одного, в ограничения, то тем самым он совершает ничем не оправданный с точки зрения руководителя произвол.

Некоторые исследователи предлагают использовать отношение «Эффективность / Стоимость» и максимизировать его. Авторы метода предостерегают от подобного механистического подхода, указывая, что отношение может быть одним и тем же при разных абсолютных значениях числителя и знаменателя.

Третий подход к синтезу эффективности и стоимости приводит к построению множества Парето1.

Далее методы решения многокритериальных задач будем демонстрировать в основном на примере двух критериев лишь по причине графической наглядности основных идей.

***Пример 1.7.1***. В пограничном формировании готовится план обустройства некоторого участка границы. Вышестоящее руководство требует максимально высокие уровни достижения следующих целей:

- не допустить противоправного изменения прохождения границы[2];

---

1 Принцип оптимальности, по словам В. Парето, звучит так: «Всякое изменение, которое не приносит убытков, а которое некоторым людям приносит пользу (по их собственной оценке), является улучшением».

2 Вообще, понятие «незаконное изменение прохождения границы» следует отнести к бессмысленным. Прохождение государственной границы устанавливается межгосударственным договором, и как незаконно изменить такой договор, ответить никто не может. По сути в данном случае имеется ввиду ситуация изменения положения знаков, отмечающих на местности прохождение границы. Видимо законодатель, внося соответствующие положения в уголовное и уголовно-процессуальное законодательство, не нашел подходящей терсминологической единицы, и ввел в оборот бессмысленную. (Прим. редактора).

- обеспечить соблюдение режима границы (не допускать ведения хозяйственной и промысловой деятельности лицами сопредельной стороны и т.д.);
- обеспечить задержание нарушителей как с нашей, так и с сопредельной стороны;
- обеспечить собственную безопасность.

Новые штаты подразделений и комплект технических средств утверждены.

Орган управления выполнил анализ поставленных задач и разделил все цели на конкурирующие. В группу $U$ записаны цели, требующие приближения пограничных средств ближе к границе, в группу $V$ – те цели, для реализации которых требуется максимально возможное удаление средств от границы. По распоряжению руководителя проведена рекогносцировка участка и подготовлено 16 вариантов решения. Каждый $i$-й вариант решения (вектор)

$$X_i = (x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n),\ i = 1,\dots, m,$$

характеризуется $n$ параметрами (рис. 1.7.2):

- места дислокации подразделений;
- возможные рубежи заградительных и контролирующих средств;
- позиции средств наблюдения;
- рубежи и районы несения службы пограничными нарядами и т.д.

Штабом выполнены оперативно-тактические расчеты и для каждого варианта решения получены значения двух критериев $U$ и $V$ (точка на критериальной плоскости).

В силу технических, организационных, тактических и иных ограничений наши возможности конечны, что находит выражение в следующем: точки решения на критериальной плоскости расположены в пределах некоторого замкнутого множества $\Omega$.

Прежде чем приступить к решению примера, дадим несколько определений.

Рассмотрим на плоскости ($U$, $V$) произвольное множество $\Omega$ (рис. 1.7.3). Каждая точка плоскости обладает одним из следующих трех свойств:

- либо все точки, ближайшие к ней, принадлежат множеству Ω (точка называется *внутренней точкой* множества Ω);
- либо все точки, ближайшие к ней, множеству Ω не принадлежат (такая точка называется *внешней точкой* по отношению к множеству Ω);
- либо сколь угодно близко от нее расположены как точки множества Ω, так и точки, множеству Ω не принадлежащие (такие точки называются *граничными точками* множества Ω).

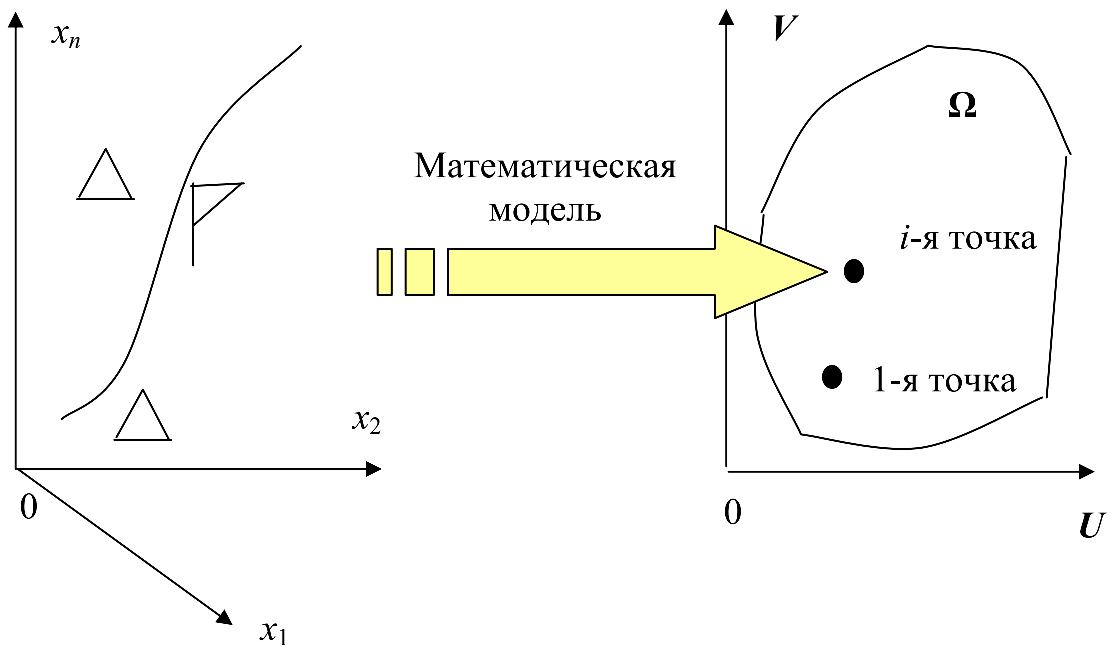



Рис. 1.7.2. Преобразование вектора решения в точку на критериальной плоскости

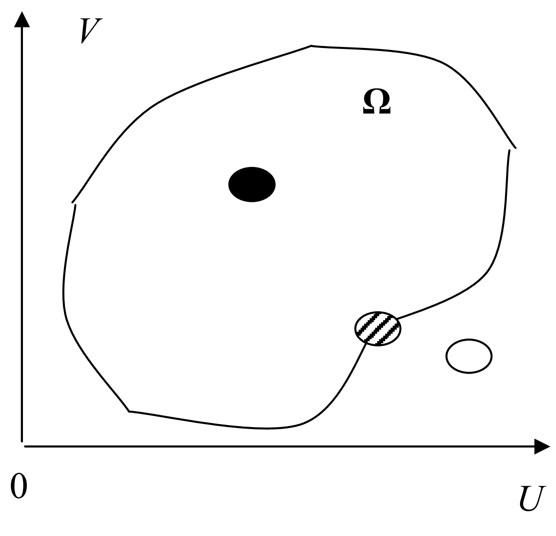



Рис. 1.7.3. Положение точек на множестве

Множество всех граничных точек множества называется его ***границей*** $\delta\Omega$. Граничная точка может как принадлежать множеству $\Omega$, так и не принадлежать.

Пусть $M$ – произвольная точка множества $\Omega$, а $U$ и $V$ – ее координаты. Зададимся вопросом: можно ли, оставаясь в пределах множества $\Omega$, переместиться из точки $M$ в близкую точку так, чтобы при этом одновременно увеличились обе координаты? Если $M$ – внутренняя точка множества, то такое возможно (рис. 1.7.4.а). Если эта точка граничная, то указанное перемещение не всегда возможно.

Например, перемещая точки $M_1$ и $M_2$, можно увеличить обе координаты каждой из них (рис. 1.7.4.б). Однако, перемещая точку $M_3$ по вертикальному отрезку $AB$ вверх (рис. 1.7.4.в), мы увеличиваем лишь координату $V$, $U$ остается при этом неизменной. Соответственно, перемещая точку $M_4$ по горизонтальному отрезку $CD$ вправо, мы увеличиваем только координату $U$.

Что касается точек дуги $BD$, то стремясь увеличить одну из координат, мы непременно уменьшаем вторую. Т.е. на дуге $BD$ лежат точки, одновременного увеличения обоих координат которых можно достичь, лишь выйдя за пределы множества $\Omega$ (рис. 1.7.5.а).

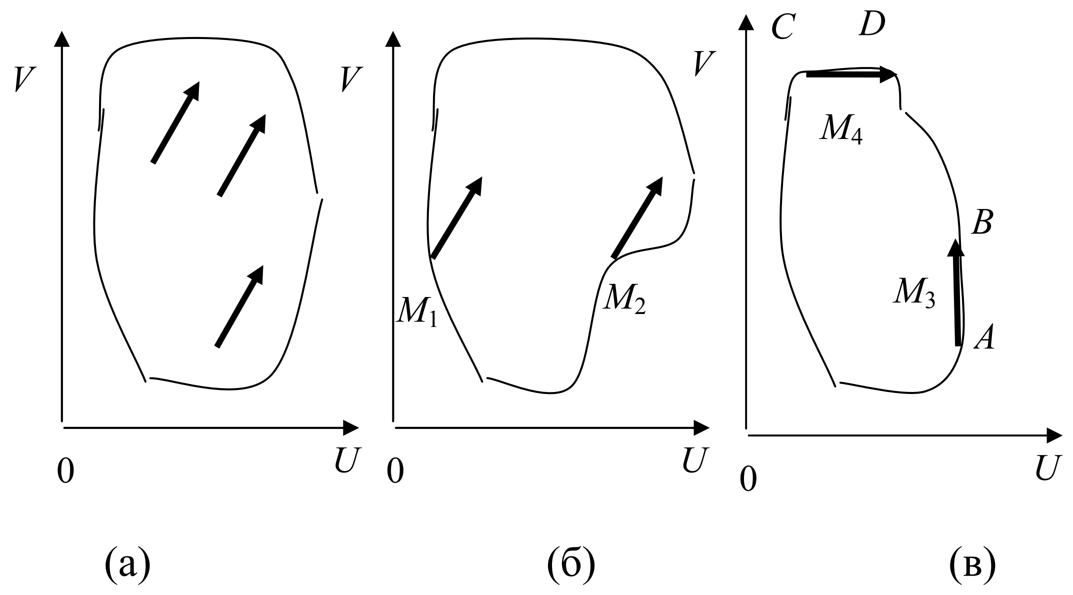
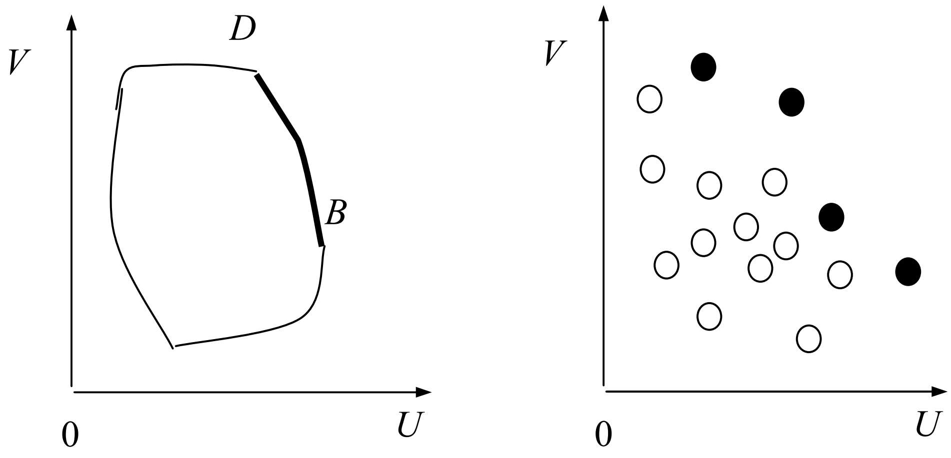



Рис. 1.7.4. Перемещение точек

Во множестве Ω, состоящем из 16-ти точек (рис. 1.7.5.б), этим свойством обладают четыре выделенных точки.




(а) (б)

Рис. 1.7.5. Оптимальность по Парето

Множество граничных точек, перемещение которых вдоль границы множества Ω уменьшает одну из координат при одновременном увеличении другой, называется ***границей*** (***множеством***) ***Парето*** данного множества Ω.

Вернемся к примеру 1.7.1. На рис. 1.7.5.б показаны оценки критериев для 16-ти вариантов решения. Какие из этих вариантов исключить из дальнейшего рассмотрения как заведомо невыгодные?

Существует простое геометрическое правило, посредством которого из заданного плоского множества выделяется его граница Парето (рис. 1.7.6).

Возьмем прямой угол, стороны которого сонаправлены координатным осям $U$ и $V$. Положение этого прямого угла на плоскости однозначно определяется его вершиной $Q$. Перемещая пробный угол (параллельно самому себе), мы будем собирать только те точки заданного множества Ω, которые можно совместить с точкой $Q$ так, чтобы ни одна другая точка множества Ω не попадала ни внутрь этого угла, ни на одну из его сторон. Совокупность всех таких точек и будет искомой границей Парето для множества Ω.

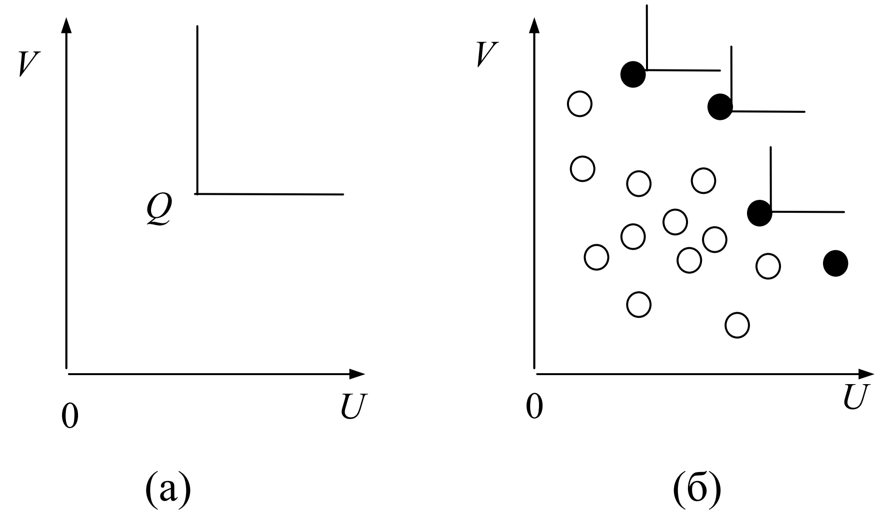



Рис. 1.7.6. Определение границы Парето

В примере 1.7.1 нам были заданы 4 цели, которые мы свели к двум конкурирующим. Такая группировка целей не всегда возможна или целесообразна. Пусть мы имеем $n$ целей и, соответственно, $n$ критериев $U_1$, …, $U_n$. Этим целям соответствует $n$-мерное критериальное пространство.

Определение. ***Граница Парето*** множества Ω допустимых решений в пространстве $\mathbf{R}^n$ определяется как совокупность точек

$$(U_1,...,U_n) \in \Omega \subset \mathbf{R}^\mathbf{n},$$

с декартовыми координатами $U_1$, …, $U_n$, обладающих следующим свойством: из серии неравенств

$$U_1 \le V_1,...,U_n \le V_n$$

где $V$ – любая точка, принадлежащая множеству Ω с декартовыми координатами $V_1$,…, $V_n$, неизбежно вытекает, что

$$U_1 = V_1,...,U_n = V_n.$$

### *1.7.2. МЕТОД УСТУПОК*

***Пример 1.7.2***. Пусть на плоскости $(x, y)$ задано множество $\omega$ возможных позиций средств наблюдения, районов несения службы нарядов и т.д. (рис. 1.7.7).

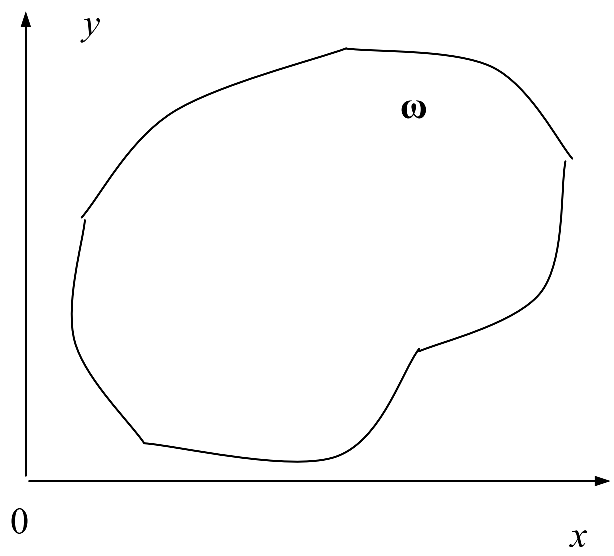



Рис. 1.7.7. Множество вариантов решений

Офицером управления выполнены расчеты и для каждой точки множества ω определены две непрерывных функции:

$U = \Phi(x, y)$ – вероятность задержания нарушителей границы, идущих с нашей стороны;

$V = \Xi(x, y)$ – интенсивность незаконной деятельности лицами с сопредельной стороны.

Требуется на множестве ω найти такую точку $(x^*, y^*)$ (вариант размещений позиций и районов), в которой $\Phi(x^*, y^*)$ $\to$ max и $\Xi(x^*, y^*)$ $\to$ min. Обычно это требование записывается так

(1.7.1) $\Phi(x, y) \to \max$, $\Xi(x, y) \to \min$, $(x, y) \in \omega$.

Отметим, что в общем случае множество $\omega$ может не включать граничные точки. В этом случае требование (1.7.1) будет иметь вид:

(1.7.2) $\Phi(x, y) \to \sup$, $\Xi(x, y) \to \inf$, $(x, y) \in \omega$.

Поскольку задача $\Xi(x, y) \to \min$ аналогична задаче $\Psi(x, y) = -\Xi(x, y) \to \max$, то без ограничения общности мы можем переписать требование (1.7.1) так:

(1.7.3) $\Phi(x, y) \to \max$, $\Psi(x, y) \to \max$, $(x, y) \in \omega$.

После выполнения расчетов мы получим критериальное пространство (рис. 1.7.8)

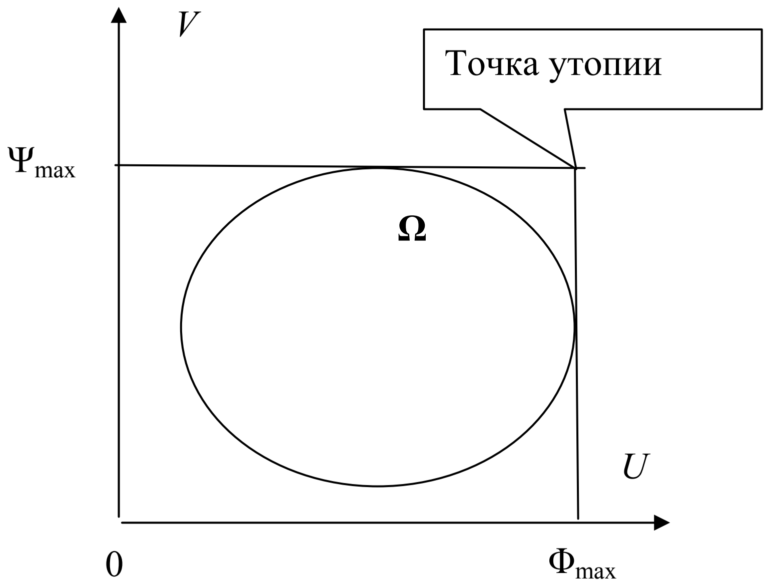



Рис. 1.7.8. Критериальное пространство

Из рис. 1.7.8 видно, что точка утопии (точка с координатами ($\Phi_{max}$, $\Psi_{max}$) лежит вне множества Ω. Это означает, что наибольшее значение функции $U$ и наибольшее значение функции $V$ достигаются в разных точках множества Ω. Тем самым удовлетворить обоим требованиям одновременно невозможно.

***Метод (последовательных) уступок*** является одним из наиболее простых методов решения задачи с двумя критериями. Этот метод состоит в том, что руководитель, работая в режиме диалога с оператором (аналитиком), последовательно сужает множество точек на границе Парето и в конце концов соглашается остановиться на некоторой компромиссной паре значений критериев.

На рис. 1.7.9 показано, как последовательно, шаг за шагом, руководитель выходит на компромиссное решение.

1-й шаг, 1-я уступка. Руководитель соглашается немного ослабить свои первоначальные требования по 1-му критерию и заменить $\Phi_{max}$ на $\Phi_1$. Аналитик при помощи границы Парето показывает ему, что соответствующее значение 2-го критерия не может быть больше $\Psi_1$.

Скорее всего, руководитель не сочтет полученную пару ($\Phi_1$, $\Psi_1$) приемлемой, но согласится немного ослабить требования на значение 2-го критерия, что приведет к необходимости второго шага.

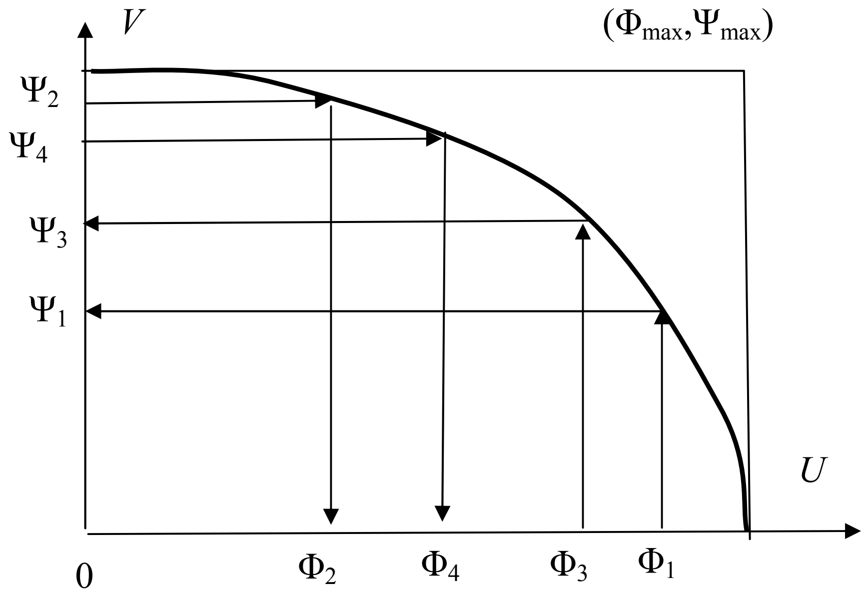



Рис. 1.7.9. Поиск компромиссного решения

2-й шаг, 2-я уступка. Руководитель соглашается заменить $\Psi_{max}$ на $\Psi_2$. Аналитик при помощи границы Парето показывает ему, что соответствующее значение 1-го критерия не может быть больше $\Phi_2$. Скорее всего, руководитель не сочтет полученную пару ($\Phi_2$, $\Psi_2$) приемлемой, но согласится немного ослабить требования на значение 1-го критерия, что приведет к необходимости третьего шага.

Очевидно, что с каждым шагом просматриваемая часть границы Парето будет сокращаться, и когда пара ($\Phi_n$, $\Psi_n$), полученная на *n*-м шаге, покажется руководителю приемлемой, процесс поиска можно считать завершенным. Останется лишь найти решение системы

$$\Phi(x, y) = \Phi_n, \quad \Psi(x, y) = \Psi_n.$$

Полученная в результате пара чисел $x^*$ и $y^*$ и будет оптимальным решением, полученным методом уступок.

Аналитику желательно на каждом *i*-м шаге демонстрировать руководителю в текстовом виде, графически или на карте решение (вариант распределения сил и средств), которому соответствует пара ($\Phi_i$, $\Psi_i$).

### *1.7.3. Метод идеальной точки*

Другой подход, также использующий множество Парето, называется ***методом идеальной точки***. Он состоит в отыскании на границе Парето точки, ближайшей к *точке утопии*, задаваемой руководителем. Как правило, руководитель формулирует цель в виде желаемых значений показателей и часто в качестве координат целевой точки выбирается сочетание наилучших значений обоих критериев. При заданных ограничениях эта точка обычно не достигается, поэтому и называется идеальной.

***Пример 1.7.3***. Пусть на множестве $\omega$ плоскости $(x, y)$, определяемом системой неравенств

$$\begin{cases} 0 \le x \le 2 \\ 0 \le y \le 2 \end{cases},$$

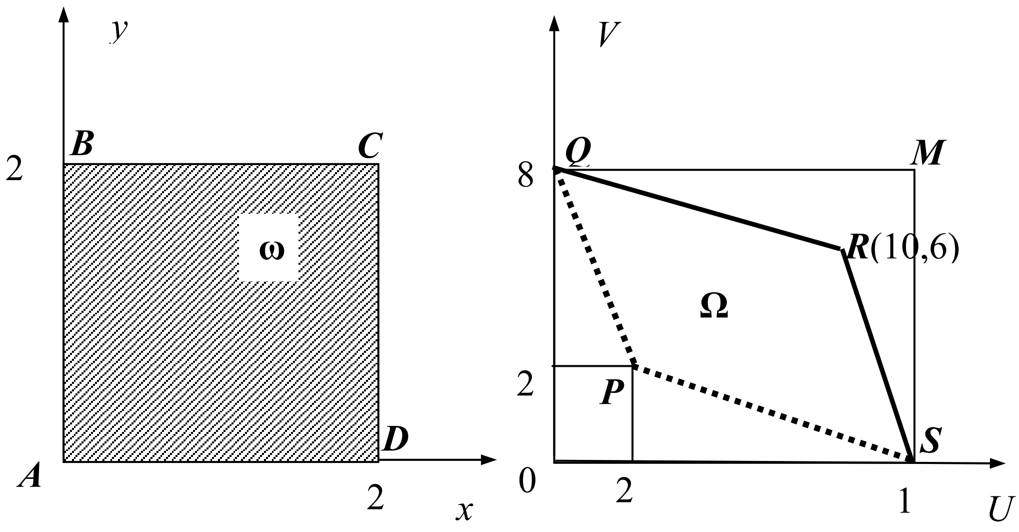
заданы две линейные функции

(1.7.4) $U = 5x - y + 2, \quad V = -x + 3y + 2.$

Требуется найти решение задачи

$$U \to \max, \quad V \to \max, \quad (x, y) \in \omega.$$

Множество ω представляет собой квадрат (рис. 2.7.10.a).




(а) (б)

Рис. 1.7.10. Множество вариантов решений и критериальное пространство

Линейные функции (1.7.4) задают критериальное множество – параллелограмм $PQRS$ (рис. 1.7.10.б). Граница Парето состоит из двух отрезков $QR$ и $RS$. Точка утопии $M^*(12, 8)$ считается заданной. Точка, ближайшая к точке утопии, должна лежать на одном из составляющих границу Парето отрезков. Если с точки утопии опустить перпендикуляр на прямую $QR$, то точка перпендикуляра окажется правее правой границы отрезка $QR$, т.е. за пределами границы Парето. Перпендикуляр, опущенный на прямую $RS$, окажется левее левой границы отрезка $RS$.

Возьмем окружность с центром в точке $M^*$ столь малого радиуса, чтобы она не пересекалась с границей множества Ω, и будем постепенно увеличивать ее радиус до тех пор, пока она не коснется множества Ω.

Окружность встретит границу Парето в точке $R(10,6)$, которая и будет ближайшей к точке утопии $M^*$, т.е. *идеальной точкой*. Найденная идеальная точка отстоит от точки утопии на расстоянии

$$\sqrt{(12-10)^2+(8-6)^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}\,.$$

Соответствующее оптимальное решение легко находится из системы линейных уравнений (1.7.4):

$$U = 10 = 5x - y + 2, \quad V = 6 = -x + 3y + 2,$$

или

$$y = 5x - 8, \;\; x = 3(5x - 8) - 4, \;\; 14x = 28, \;\; x^* = 2, \;\; y^* = 2.$$

### *1.7.4. Методы свертывания и ограничений*

Рассматривая метод уступок и метод идеальной точки, мы предполагали, что заданные критерии $U$ и $V$ по степени важности неразличимы. На практике встречаются ситуации, когда равноправие критериев нарушено и каждому критерию задается свой ***вес*** (важность).

Следует заметить, что этот вес каждого критерия обычно полагается неизменным на всем критериальном множестве. Такое предположение можно считать допустимым, если мы имеем ***линейную многокритериальную задачу***. Для нелинейных многокритериальных задач такой подход может оказаться неприменим. Действительно, если один из критериев – вероятность недопущения нарушений границы, и его значение меняется в диапазоне от 0,4 до 0,995, то в указанном диапазоне можно выделить несколько поддиапазонов (например, 0,4–0,6 и 0,99–0,995), которые различаются ***качественно***. Им нельзя присвоить один и тот же вес.

Рассмотрим ***линейную многокритериальную задачу***. Предположим заданными область ω изменения допустимых значений переменных $x_1, \ldots, x_n$, определяемую совокупностью линейных уравнений и неравенств, и набор критериев $Cr_1, \ldots, Cr_m$, оценивающих качество искомого решения.

Будем считать, что каждый из этих критериев *линейно* связан с переменными $x_1, \ldots, x_n$,

$$Cr_i = \sum_{k=1}^{n} \gamma_{ik} x_k ,$$

где $\gamma_{ik}$ – известные числа.

В области (множестве) $\omega$ требуется найти такой набор переменных $(x_1, \ldots, x_n)$, при котором по всем критериям достигались бы максимальные значения,

$$Cr_1 \to \max, \ldots, Cr_m \to \max.$$

***Метод свертывания***. Руководитель из некоторых, часто только ему доступных соображений назначает веса критериев,

$$w_1, \ldots, w_i, \ldots, w_m,$$

$$w_1 \geq 0, \ldots, w_i \geq 0, \ldots, w_m \geq 0,$$

$$\sum_{i=1}^{m} w_i = 1,$$

что позволяет свернуть заданные критерии в один ***глобальный критерий***,

$$Cr_G = w_1 Cr_1 + \ldots + w_i Cr_i + \ldots + w_m Cr_m, \qquad (1.7.5)$$

и свести исходную задачу к обычной задаче линейного программирования с одним критерием: найти в области ω такой набор переменных $(x_1, \ldots, x_n)$, при котором глобальный критерий достигает максимума:

$$Cr_G \to \max.$$

В литературе [74] рассматриваются и другие способы свертывания критериев в один глобальный. Рассмотренный выше метод свертывания называется еще суммированием критериев или «экономическим» способом соединения.

*Способ разбиения критериев на удовлетворительные и неудовлетворительные*

Удовлетворительными объявляются только те критерии, для которых

$$Cr_i^0 \geq Cr_i \ , \ i = 1, \dots, m. \tag{1.7.6}$$

При этом глобальный критерий имеет вид:

$Cr_G = 1$ при выполнении (1.7.6) и $Cr_G = 0$ в противном случае.

Данный способ не предполагает линейности многокритериальной задачи. Здесь существует проблема назначения пороговых значений $Cr_i^0$. Они могут оказаться недостижимыми для всех критериев и способ свертывания потребует решения задачи методом идеальной точки или методом уступок.

*Логическое объединение целей*

Предполагается, что частные критерии могут принимать значения 0 или 1. Этого можно добиться, объявив, что при превышении некоторого порогового значения критерий равен 1, в противном случае – нулю.

Тогда:

А) глобальная цель состоит в выполнении всех частных целей:

$$Cr_G = \prod_{i=1}^{m} Cr_i \, ,$$

Б) глобальная цель состоит в выполнении хотя бы одной из частных целей:

$$Cr_G = 1 - \prod_{i=1}^{m} \left(1 - Cr_i\right).$$

***Метод ограничений***

Руководитель определяет веса заданных критериев, опираясь только на количественную информацию о степени их важности, которую он получает в ходе изучения поставленной задачи. В отличие от метода свертывания здесь у руководителя нет никаких предварительных сведений о сравнительной важности критериев.

С описанием алгоритма решения линейной многокритериальной задачи методом ограничений и соответствующими примерами можно ознакомиться в литературе [195; 247].

### *1.7.5. Психологические аспекты принятия решений*

***Теория поиска доминантной структуры***

Г. Монтгомери и О. Свенсон выдвинули гипотезу о том, что при выборе лучшей из нескольких альтернатив ЛПР стремится создать доминантную структуру. Путем попарного сравнения всех (или части) альтернатив ЛПР хочет найти альтернативу, которая:

- лучше каждой из прочих хотя бы по одному критерию;
- ее недостатки менее существенны, чем недостатки сравниваемых с ней альтернатив.

ЛПР в процессе принятия решения охватывает взглядом все имеющиеся альтернативы и выбирает ту, которая по первому впечатлению может оказаться доминирующей. Затем он попарно сравнивает с выбранной прочие альтернативы. Если при этих сравнениях выбранная альтернатива оказалась лучшей, то доминантная структура построена, и ЛПР может объяснить свой выбор. Если при каком-либо из сравнений иная альтернатива окажется лучшей, то уже она рассматривается как потенциально доминирующая, и с ней сравниваются все прочие альтернативы.

***Теория конструирования стратегий***

Д. Пейн предположил, что в процессе решения задачи используется не одна, а несколько стратегий и эвристик. Сравнивая альтернативы, люди могут сначала пренебречь различиями в оценках по некоторым критериям, затем использовать стратегию аддитивных разностей[1], далее – стратегию исключения[2] и т.д.

---

1 Стратегия аддитивных разностей – ЛПР как бы «суммирует» разности оценок альтернатив по критериям и выбирает лучшую альтернативу.

2 Стратегия исключения по аспектам – ЛПР исключает из рассмотрения альтер-

На этапах сравнений альтернатив правила выбора могут меняться в зависимости от усилий, затрачиваемых человеком при применении правила, и в зависимости от желаемой точности выбора. Люди могут совершать ошибочный выбор под влиянием тех или иных характеристик альтернатив.

***Возможности человека в задачах классификации многомерных объектов***

При решении многих практических задач человек сталкивается с необходимостью классификации объектов и многомерных ситуаций.

При формировании облика пограничной службы среди многочисленных задач решается и такая задача: классифицировать предлагаемые промышленностью сигнализационные средства, т. е. разделить их на классы (малопригодные, эффективные, высоко эффективные и т.д.). Причем классификация может быть отдельной для каждого региона.

В подобных примерах человек решает задачу отнесения объекта, имеющего набор характеристик (оценки по многим критериям) к одному из нескольких классов решений. Иначе говоря, человек совершает многомерную классификацию.

Был проведен эксперимент, в котором рассматривались возможности опытных специалистов по классификации. При решении новых, не повторяющихся в их практике задач классификации, сложность которых превышает границы их возможностей, специалисты стремились, прежде всего, быть последовательными и непротиворечивыми. Для этого они упрощали задачу, отбрасывая часть критериев из рассмотрения, переводя их в ограничения. Существенно упрощая при этом задачу, они практически решали вместо исходной задачи другую, приспособленную к их возможностям.

---

нативы, не удовлетворяющие требованиям хотя бы по одному аспекту (критерию). Стратегия исключения по уровням требований – ЛПР исключает альтернативы, не удовлетворяющие минимальным требованиям по всем критериям. Стратегия аддитивной полезности – ЛПР как бы «суммирует» оценки альтернативы по критериям в один образ и затем сравнивает альтернативы.

Один из способов повышения интеллектуальных возможностей руководителей заключается в применении математического моделирования, которое позволяет перейти от сравнения нескольких альтернатив по десяткам и сотням параметров к сравнению по нескольким критериям.

## 1.8. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

***Задача 1.8.1***. Незаконный промысел водных биоресурсов (ВБР) может вестись на участке речной границы либо на левом фланге с вероятностью $p_1$ (точка $A$), либо в центре (с вероятностью $p_2$), либо на правом фланге (точка $B$). Протяженность участка равна $L$ км. В распоряжении пограничной стороны имеется один катер для реализации обстановки и БПЛА для наблюдения за обстановкой. Условия местности позволяют выбрать пункт базирования (ПБ) катера в любом месте вдоль реки. Требуется так разместить ПБ, чтобы прибытие катера в район незаконной деятельности происходило как можно быстрее.

Выбрать пункт базирования пограничного катера для двух случаев:

А) $p_1 = 0{,}25, p_2 = 0{,}5$; Б) $p_1 = 0{,}5, p_2 = 0{,}25$.

Решение. Выберем ось $X$ и ее масштаб так, чтобы точка $A$ совпала с началом координат 0, а точке $B$ соответствовало положительное $x = 1$. Тогда в качестве стратегий пограничной стороны выступают значения $0 \le x \le 1$ (или $x \in E^1$). В качестве критерия пограничной стороны возьмем расстояние от точки $x$ до места незаконного промысла $z$:

$$W(x, z) = |x - z|.$$

Учитывая, что $z$ – случайный вектор с распределением

$$p(z = 0) = p_1, p(z = 0{,}5) = p_2, p(z = 1) = 1 - p_1 - p_2,$$

проведем осреднение критерия по $z$, в результате чего получим оценку эффективности произвольной стратегии $x$ ($w(x) = \overline{W}(x)$):

$$w(x) = p_1\, W(x, 0) + p_2\, W(x, 0{,}5) + (1 - p_1 - p_2)W(x, 1)$$

или

$$w(x) = p_1\, |x| + p_2\, |x - 0{,}5| + (1 - p_1 - p_2)\, |x - 1|.$$

В случае А)

$$w(x) = 0{,}25\,|x| + 0{,}5\,|x - 0{,}5| + 0{,}25\,|x - 1|.$$

Анализируя четыре случая:

$$x < 0, \quad x \geq 1, \;\; 0 \leq x < 0{,}5, \quad 0{,}5 \leq x < 1,$$

определяем, что минимальное значение $w(x)$ достигается при $x^* = 0{,}5$ и равно $w(x^*) = 0{,}25$. Заметим, что реальное расстояние получим умножением найденного расстояния на $L$.

В случае Б)

$$w(x) = 0{,}5\,|x| + 0{,}25\,|x - 0{,}5| + 0{,}25\,|x - 1|.$$

Аналогично предыдущему, анализируя те же промежутки изменения $x$, получаем $w(x^*) = 3/8$, причем $0 \leq x \leq 0{,}5$.

Таким образом, расположение пункта базирования пограничного катера может быть выбрано в любом месте вдоль реки от левого фланга (точка $A$) до середины участка. При этом будет обеспечено минимальное среднее время прибытия катера к месту незаконной деятельности. Заметим, что в задаче скорость катера полагается постоянной.

***Задача 1.8.2***. Возможны два маршрута следования заслона на назначенный рубеж: через населенные пункты и в объезд их. Время в пути через населенные пункты зависит от транспортного потока в них и равно:

$t_{11} = 30$ мин., если транспортный поток в населенных пунктах разреженный;

$t_{12} = 60$ мин., если поток плотный;

$t_{13} = 180$ мин., если в населенных пунктах «пробки».

При движении по объездному пути время в пути составляет $t_2 = 90$ мин.

Каким маршрутом воспользоваться заслону, если вероятность наличия «пробки» равна 0,2, а наличие плотного и разреженного потоков равновероятно? Как изменится решение, если у заслона к моменту выезда будет информация о транспортном потоке в населенных пунктах?

Решение. У заслона две стратегии: $x_1$ – ехать через населенные пункты и $x_2$ – ехать по объездному пути. В качестве случайного фактора $z$ выступает транспортная обстановка в населенных пунктах. Положим:

$z = 1$, если поток в населенных пунктах разреженный;

$z = 2$, если поток плотный;

$z = 3$, если в населенных пунктах «пробки».

Критерий эффективности для рассматриваемой задачи – время $T(x, z)$ в пути, которое требуется минимизировать.

Пусть сначала у заслона нет дополнительной информации о транспортном потоке.

Тогда, если заслону требуется срочно прибыть в район назначения, то ему следует воспользоваться ***принципом наилучшего гарантированного результата*** для матрицы:

$$T(x,z) = \begin{pmatrix} 30 & 60 & 180 \\ 90 & 90 & 90 \end{pmatrix},$$

и выбрать из худшего (значения в строках) лучшее (минимальное значение)

$$T^G = \min_x \max_z T(x,z) = \min(180{,}90) = 90 \text{ мин.},$$

то есть выехать по второму маршруту (в объезд).

В противном случае допускается осреднение критерия по случайному фактору $z$. Тогда маршрут следует выбирать из условия минимизации:

$$t(x) = \overline{T}(x) = \sum_{i=1}^{3} T(x, z_i)\, p(z_i).$$

Имеем

$$t(x_1) = 30 \cdot 0{,}4 + 60 \cdot 0{,}4 + 180 \cdot 0{,}2 = 72 \text{ мин.},\ t(x_2) = 90 \text{ мин.},$$

то есть минимальное время движения достигается при первом маршруте (через населенные пункты).

Если к моменту выезда заслону становится известной транспортная обстановка, то оптимальная стратегия ищется из условия:

$$x^* = \begin{cases} x_1, & z = 1 \cup z = 2, \\ x_2, & z = 3. \end{cases}$$

***Задача 1.8.3***. Ожидаемый доход контрабандиста в приграничном регионе равен $S$ = 100.000 руб. Вероятность его задержания и наказания равна $p$ = 0,2 и известна субъекту. Денежная величина потерь в случае наказания равна $D$ = 500.000 руб. Доход от занятий легальной деятельностью равен $S_0$ = 35.000 руб. Воспользовавшись моделью Г. Беккера, найти полезность законной и незаконной деятельности субъекта для трех случаев: А) субъект рискофил; Б) рисконейтрал и В) рискофил. Какова должна быть вероятность задержания и наказания, при которой контрабандисты (рискофилы) будут отказываться от незаконной деятельности?

***Задача 1.8.4***. Разработать календарно-сетевой план подготовки подразделений к выполнению приказа на охрану границы на двух уровнях: пограничный отряд – пограничная комендатура. Для разработки плана, корректировки изменений и последующего его улучшения использовать программу MS Project.

***Задача 1.8.5***. В пограничный отряд поступила партия тепловизоров. С целью определения возможностей тепловизоров на типовом участке местности были проведены измерения дальности первого обнаружения учебного нарушителя в ночное время при ясной погоде. Результаты $n$ = 20 испытаний (км):

4,95 4,1 4,2 4,25 4,3 4,4 4,4 4,45 4.5 4,55
4,6 4,65 4,35 4,15 4,2 4,25 4,3 3,8 3,9 4,05

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание дальности обнаружения нарушителя с помощью тепловизора.

***Задача 1.8.6***. На участке пограничного отряда за год зафиксировано 200 попыток нарушений границы. В 130 случаях нарушители были задержаны. Найти доверительный интервал, покрывающий неизвестную вероятность задержания нарушителей границы (при условии обнаружения признаков нарушения границы) с надежностью 0,95.

***Задача 1.8.7***. Охрана границы считается надежной, если задерживается не менее 50% ($p_0 = 0,5$) от числа обнаруженных нарушителей. За год на участке пограничного формирования было обнаружено 200 нарушителей, из них задержано 145. С уровнем значимости 0,05 проверить, следует ли считать охрану границы надежной?

***Задача 1.8.8***. Пограничный корабль имеет на своем борту одну досмотровую группу и способен проверить судно, ведущее промысел морепродуктов, в среднем за 6 час ($\mu = 4$ сут$^{-1}$). На маршруте несения службы интенсивность поступления заявок (судов для досмотра) равна $\lambda = 3,5$ сут$^{-1}$. Судно находится в районе промысла в среднем $\tau = 5$ сут. Найти показатели, характеризующие эффективность использования пограничного корабля. Как изменятся эти показатели при изменении времени $\tau$ от 1 до 10 суток?

# ГЛАВА 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОГРАНИЧНЫХ ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Недостаточно принять грамотное решение на охрану границы. Зачастую за грамотными декларациями следует набор действий и мероприятий, имеющих отдаленное отношение к принятым задачам. В масштабах государства это проявляется в том, что принятые законы не работают, в масштабах предприятия (части, подразделения) – в том, что распоряжения руководства приводят к результатам, которые противоположны запланированным. Причина заключается в том, что мало принять закон или отдать распоряжение – необходимо предусмотреть механизмы их реализации [160].

Настоящая глава является введением в теорию управления пограничными организационными системами. В ней рассматриваются вопросы моделирования механизмов управления, а также экспертные оценки и процедуры в пограничных исследованиях.

## 2.1. Механизмы планирования

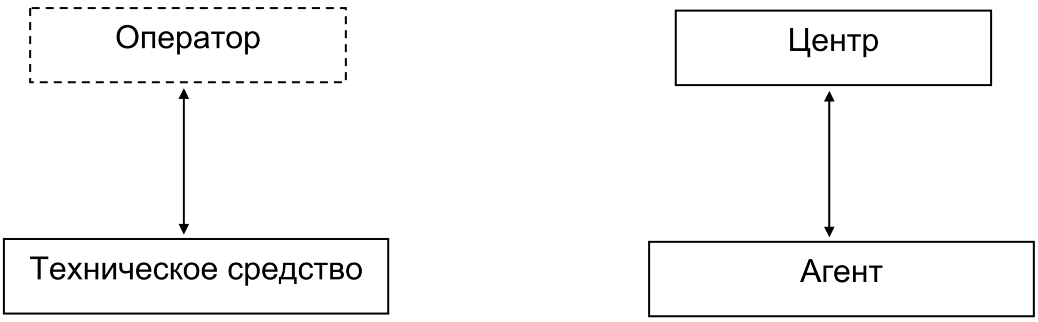
Специфика механизмов планирования в организационных системах состоит в том, что в них Центр (руководитель) принимает решения в условиях неполной информированности и с учетом сообщений агентов (подчиненных), которые способны к манипулированию, то есть сообщению недостоверной информации.

### *2.1.1. Модели активного и пассивного агентов*

В пограничной системе в качестве объекта управления (рис. 2.1.1) может выступать техническое средство или человек.

Если в качестве объекта управления выступает техническое средство (рис. 2.1.1.а), то фактически речь идет об *автоматическом* (без участия человека в контуре управления, САУ) или *автоматизирован-*

*ном* (с участием человека в контуре управления, АСУ) *управлении*. В таких системах управление основано на использовании обратной связи и подразделяется на управление по принципу: отклонения управляемой переменной, компенсации возмущений или комбинированного управления. В оперативно-тактических и экономических расчетах иногда и оператор рассматривается как придаток технического средства или не рассматривается совсем. Например, вероятность обнаружения нарушителя пограничным нарядом «Пост технического наблюдения» в некотором секторе при отсутствии зон невидимости полагается равной единице или некоторой константе (0,8–1).




(а) (б)

Рис. 2.1.1. Техническое средство (а) и человек (б) в контуре управления

При включении человека в контур управления в качестве субъекта управления (рис. 2.1.1.б) возникает необходимость учитывать его активность [149]:

- человек (такого объекта управления будем далее называть *агентом*) субъективирован и действует в соответствии с собственными предпочтениями (*принцип рациональности*);
- агент не полностью известен субъекту управления (*Центру*) – *принцип ассиметричной информированности*;
- агент может обманывать и не делать того, что от него хотят.

Простейший вариант описания агента как объекта управления – представить его в качестве машины и считать, что он всегда будет в точности выполнять указания Центра, не проявляя никакой инициативы и не уклоняясь от любой работы. Такое предположение условно называется *гипотезой пассивности*. В случае управления пассивным агентом цикл управления очень прост: Центр отдает агенту распоряжение (план) и наблюдает результат (факт).

Способность агентов (подчиненных) к целеполаганию, самостоятельному выбору действий отражает *концепция активности* объектов управления в организационных системах[1]. Проявлениями активности являются: искажение информации; выбор состояния, не совпадающего с запланированным или указанным; недобросовестное поведение и т.д. Для эффективного управления активными агентами необходимо моделировать их поведение, то есть прогнозировать их реакцию на те или иные управленческие воздействия [149].

Структура деятельности активного агента [149]:

- агент описывается информированностью (информацией о существенных параметрах организационной системы и внешней среды);
- на вход агента поступают информация об окружающей среде и других агентах, а также управляющие воздействия в виде выбранного Центром механизма управления;
- действием агента («выходом») является сообщаемая Центру и/или другим агентам информация, а также выбранное им действие.

Основное отличие Центра от агента состоит в том, что он обладает властью – имеет право сделать ход первым, установив для агента условия деятельности.

Деятельность агента осуществляется посредством двух тесно связанных свойств человека – дееспособности[2] и работоспособности[3]. В

1 Системы, элементы (все или часть) которых активны, получили название *активных систем*. Понятие «активный элемент» в научный оборот введено В. Н. Бурковым в 1969 г., послужившее началом создания теории активных систем.

2 Дееспособность – способность лица осуществлять действия, дающая возможность наделять его правами и возлагать на него ответственность, обязанности.

3 Работоспособность – состояние человека, определяемое возможностью физиологических и психических функций организма, которое характеризует его

физиологии рассматриваются следующие фазы работоспособности, отражающие динамику функционального состояния человека в процессе деятельности [200]:

1. *Фаза мобилизации* – исходное, предрабочее, «предстартовое» состояние. Суть этой фазы – подготовка к выполнению конкретной задачи и мобилизация функциональных возможностей организма. Как правило характеризуется генерализованной активацией большинства структур мозга.
2. *Фаза врабатывания* – нарастание работоспособности – первичная реакция организма на испытываемую нагрузку, недостаточно высокая эффективность работы, поиск адекватного реагирования на предъявляемую нагрузку. Характеризуется неустойчивостью динамического взаимодействия отдельных структур мозга.
3. *Фаза гиперкомпенсации* – кратковременная чрезмерно высокая работоспособность за счет нерационального нарастания напряженности физиологических процессов, лежащих в основе деятельности.
4. *Фаза оптимальной работоспособности* – высокий уровень работоспособности с полной компенсацией затрат организма.
5. *Фаза субкомпенсации* – сохранение высокого уровня работоспособности при неполной компенсации затрат организма, нарастание утомления, снижение эффективности работы.
6. *Фаза декомпенсации* (начальная фаза утомления). Появляются выраженные вегетативные реакции, снижается внимание, восприятие, память, нарушаются точность и координация ответных реакций. При продолжении работы эта фаза может внезапно перейти в фазу срыва.
7. *Фаза срыва* (утомления) характеризуется значительным расстройством регуляторных механизмов организма и завершается отказом от деятельности, нарушением внимания, восприятия, памяти,

---

способность выполнять конкретное количество работы заданного качества за требуемый интервал времени.

мышления. В некоторых случаях в конце работы может появиться кратковременное возрастание, «всплеск» работоспособности (фаза конечного порыва) в результате эмоционального воздействия и возросшей мотивации скорейшего успешного завершения деятельности. В этот момент физиологическая «цена деятельности» максимальна.

Продолжительность и выраженность перечисленных фаз зависит от многих факторов: возраст, характер работы, организация деятельности, тип высшей нервной деятельности, опыт работы, мотивация (стимулирование) и т. д.

Важнейшим принципом эффективного управления организационными системами является *согласование интересов* участников системы – Центра и агента. Интересы участников выражены их целевыми функциями (функциями полезности).

В качестве целевой функции агента (в общем случае векторной) могут выступать:

- добиться некоторого результата с минимальными затратами;
- информировать Центр о недостатке ресурсов для выполнения поставленной задачи и т. д.

Примеры целевых функций Центра:

- максимизировать предотвращенный ущерб в пограничном пространстве;
- сократить цикл принятия управленческого решения на охрану государственной границы, не снижая качества решения и т. д.

На рис. 2.1.2 показаны графики целевых функций Центра и агента [149]. По горизонтальной оси отложено количественно выраженное действие агента (продолжительность или эффективность несения службы, время прибытия и развертывания на некотором рубеже и т. д.). По вертикальной оси – целевые функции Центра и агента.

Пусть максимум целевой функции агента достигается при выборе им точки *A*. Тогда как Центру выгодно действие *B*. Если Центр назначит агенту *план* (поставит задачу) – точку *B*, то агент такой план не выполнит, в силу его невыгодности.

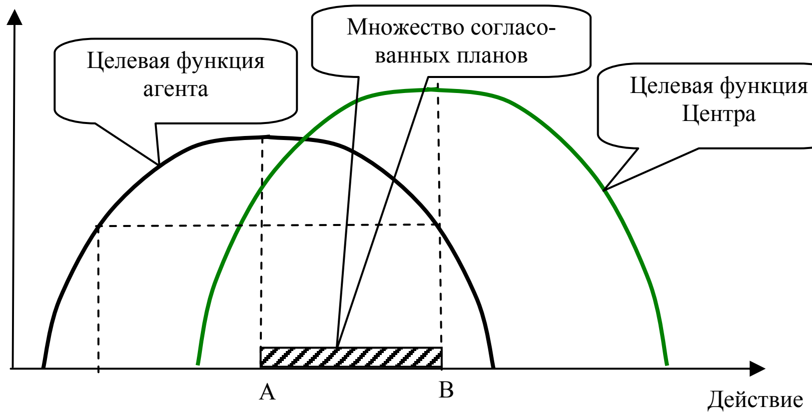



Рис. 2.1.2. Рассогласование интересов Центра и агента

Для выполнения агентом плана *B* Центру необходимо: изменить технологию деятельности агента (повысить дисциплину и ответственность; предоставить новые и более эффективные технические или иные средства), создать моральную и/или материальную систему стимулирования.

### *2.1.2. МЕХАНИЗМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ*

Данный механизм следует применять, когда Центру априори неизвестно количество ресурсов, необходимое каждому агенту. Предполагается, что распределяемый ресурс обладает свойством неограниченной делимости. Его нельзя применять в случаях, когда недостаток ресурса может повлечь катастрофические последствия (техногенные катастрофы, социальные волнения, угроза здоровью и безопасности граждан и персонала).

Цель Центра – распределить ресурсы между агентами, минимизируя потери, связанные со своей неполной информированностью о требуемом каждому агенту количестве ресурсов. Цель агента – получить требуемое количество ресурсов.

Распределение ресурса (кадровый ресурс, технические, финансовые и иные средства) выполняется с учетом приоритетов агентов (их значимости для Центра). Различают три вида распределения ресурсов [149]:

1. *Механизм абсолютных приоритетов* – приоритет агента фиксируется заранее и не зависит от заявки. Механизм обеспечивает достоверность сообщаемых агентами заявок.
2. *Механизм обратных приоритетов* (приоритет убывает с ростом заявки) обеспечивает сообщение заявок не выше достоверных.
3. *Механизм прямых приоритетов* (приоритет возрастает с ростом заявки) порождает тенденцию роста заявок (искусственный дефицит).

Для определения приоритетов агентов можно использовать механизмы экспертизы и механизмы комплексного оценивания, для контроля эффективного распределения ресурсов – механизмы опережающего самоконтроля и механизмы стимулирования.

***Пример 2.1.1***. *Анонимный механизм*[1] *последовательного распределения ресурсов*. Предположим, что требуется разделить 100 млн. руб. между тремя пограничными организациями. Все три организации одинаково важны для Центра. Агенты – руководители организаций – сообщают свои заявки на финансирование:

| Организация | А | Б | В |
|---|---|---|---|
| Приоритет | 1 | 1 | 1 |
| Заявка | 15 | 45 | 60 |

Предварительно распределяем имеющуюся сумму поровну, поскольку приоритеты организаций одинаковы. Наименьшие заявки удовлетворяем в первую очередь:

| Организация | А | Б | В |
|---|---|---|---|
| Относительный приоритет | 1/3 | 1/3 | 1/3 |
| Заявка | 15 | 45 | 60 |
| Предварительное распределение | 33,33 | 33,33 | 33,33 |
| Получено ресурса | 15 | 42,5 | 42,5 |

1 Механизм распределения ресурсов называется анонимным, если агенты, сообщившие одинаковые заявки, получают одинаковое количество ресурсов.

Остаток в сумме 85 млн. руб. распределяется между оставшимися организациями. Каждой организации (в силу равенства их приоритетов) полагается по 42,5 млн. руб. Распределение ресурса завершено. •

***Пример 2.1.2***. *Неанонимный механизм последовательного распределения ресурсов*. Пусть пограничные организации имеют разные приоритеты (соединение В в три раза важнее первых двух):

| Организация | А | Б | В |
|---|---|---|---|
| Приоритет | 1 | 1 | 3 |
| Заявка | 15 | 45 | 60 |

Тогда предварительное распределение ресурса будет таким:

| Организация | А | Б | В |
|---|---|---|---|
| Относительный приоритет | 1/5 | 1/5 | 3/5 |
| Заявка | 15 | 45 | 60 |
| Предварительное распределение | 20 | 20 | 60 |
| Получено ресурса | 15 | 25 | 60 |

Организации А и В попали в группу обеспеченных (получат ресурс в заявленном количестве). Распределение ресурса завершено.

### *2.1.3. Механизм активной экспертизы*

Экспертиза – это выявление свойств объекта или процесса путем опроса экспертов. Руководитель (Центр) не может быть универсалом и обладать исчерпывающей информацией по всем вопросам, поэтому вынужден зачастую привлекать экспертов. Экспертизы полезно проводить и с целью вовлечения подчиненных в процесс принятия решения, повышая тем самым их ответственность за реализацию принятого решения. Механизм экспертизы состоит в опросе мнений экспертов и в их обработке с помощью заранее объявленной процедуры для выработки итогового решения (результата экспертизы).

Эксперты могут быть заинтересованы в предпочтительных для каждого из них результатах. Поэтому любой эксперт может сообщать недостоверную информацию, стараясь тем самым приблизить итоговое значение к предпочтительному для себя.

Экспертиза, в результатах которой заинтересованы эксперты, называется *активной*. Механизмы активной экспертизы, которые делают выгодным сообщение экспертами достоверной информации, называются *неманипулируемыми* [149]. Многие, часто используемые механизмы экспертизы (усреднение мнений и т. д.) не гарантируют неманипулируемости. Этими свойствами обладают *медианные схемы* (выбирается либо одно из мнений, либо одна заранее фиксированная оценка).

Порядок проведения экспертизы:

- Центр сообщает агентам процедуру обработки их заявок.
- Агенты сообщают свои оценки.
- Центр в соответствии с объявленной процедурой определяет результат экспертизы.

***Пример 3.1.3***. *Искажение информации*. Предположим, что эксперты – функциональные заместители руководителя. Требуется разделить бюджет 100 млн. руб. по двум проектам развития: закупка АСУ и закупка других технических средств охраны границы, – опираясь на мнения трех экспертов.

Пусть *истинные* мнения экспертов выглядят так:

| Эксперт | А | Б | В |
|---|---|---|---|
| На закупку АСУ надо выделить (млн. руб.) | 20 | 40 | 50 |

Если Центр будет принимать решение о распределении денег на основе среднего арифметического сообщенных мнений экспертов, то при сообщении истинных мнений результат будет следующим: на закупку АСУ потратить (20 + 40 + 50) / 3 = 36,67 млн. руб. Эксперт В может солгать, сказав, что, по его мнению, на АСУ надо потратить все 100 млн. руб. Тогда будет получен следующий результат: (20 + 40 + 100) / 3 = 53,33 млн. руб. •

Для исключения манипулируемости применим медианную[1] схему.

***Пример 3.1.4***. *Медианная схема*. В условиях примера 3.1.3 Центр выбирает в качестве итогового значения второе по величине мнение. Тогда при честном сообщении мнений результатом экспертизы будет мнение эксперта Б – выделить 40 млн. руб. Причем эксперт В не сможет путем манипуляций изменить результат – если он будет завышать результат, эксперт Б все равно останется вторым. Если В занизит результат, указав 38 млн. руб., он станет вторым, но в итоге проиграет. •

В общем случае механизм активной экспертизы на основе медианных схем предполагает использование Центром заранее фиксированных дополнительных сообщений – *фантомных экспертов*. Это как бы сообщения несуществующих экспертов.

Рассмотрим ситуацию, когда каждый эксперт знает, какой результат экспертизы оптимален для него, и Центру известны истинные мнения экспертов. Также предположим, что все эксперты доверяют Центру.

***Пример 3.1.5***. *Манипулирование результатами экспертизы со стороны Центра*. Пусть имеются три эксперта А, Б и В, оценивающие объем выделения денег на закупку АСУ. Центр в качестве результата экспертизы использует среднее арифметическое:

| Эксперт | А | Б | В |
|---|---|---|---|
| Истинные мнения | 20 | 40 | 60 |
| Сообщения Центру | 20 | 40 | 60 |
| Результаты экспертизы | (20 + 40 + 60) / 3 = 40 | | |

1 Медиана – это мнение среднего эксперта, например второе по величине при трех экспертах или четвертое при семи.

Полученный результат полностью устраивает эксперта Б, но не устраивает других. Если все эксперты знают мнения друг друга, то они легко могут вычислить устойчивый результат экспертизы, при котором эксперт А дает заниженную оценку, а В – завышенную:

| Эксперт | А | Б | В |
|---|---|---|---|
| Истинные мнения | 20 | 40 | 60 |
| Сообщения Центру | 0 | 40 | 100 |
| Результаты экспертизы | (0 + 40 + 100) / 3 = 46,67 | | |

При этом результат изменился незначительно.

Предположим, что Центру необходимо, чтобы в результате экспертизы было принято решение о выделении на закупку АСУ суммы 70 млн. руб. Добиться этого можно, убедив:

- Первого эксперта в том, что истинные мнения других экспертов равны 5 и они считают, что его мнение также равно 5;
- Второго эксперта в том, что истинные мнения других экспертов равны 15 и они считают, что его мнение также равно 15;
- Третьего эксперта в том, что истинные мнения других экспертов равны 50 и они считают, что его мнение также равно 50.

При такой информированности получим следующий устойчивый результат экспертизы:

| Эксперт | А | Б | В |
|---|---|---|---|
| Истинные мнения | 20 | 40 | 60 |
| Вычисления экспертов | (x+5+5)/3=20, x = 40 | (x+15+15)/3=40, x = 90 | (x+50+50)/3=60, x = 80 |
| Сообщения Центру | 40 | 90 | 80 |
| Результат экспертизы | (40 + 90 + 80) / 3 = 70 | | |

В результате получено требуемое Центру решение.

### *2.1.4. КОНКУРСНЫЙ МЕХАНИЗМ*

Наблюдаемая в настоящее время «мода» на использование всевозможных конкурсов наталкивает на мысль – может действительно честное соревнование является панацеей от всех бед при распределении любых ресурсов? Однако, при использовании конкурсов, как и в большинстве процедур принятия решений приходится сталкиваться, по крайней мере, с двумя проблемами [149, С. 110]:

- как обеспечить достаточную эффективность конкурсного механизма (определяемую как отношение суммарного эффекта к затраченным ресурсам);
- как обеспечить его объективность (неманипулируемость – минимальную подверженность результатов: искажению информации со стороны участников конкурса; действиям организатора конкурса, преследующего собственные, не всегда благородные интересы).

Конкурс является частным случаем *механизмов распределения ресурса*. В качестве ресурса могут быть объемы финансирования проектов, выделяемые средства, вакантные должности и т. д.

Эффект от внедрения механизма:

- повышение эффективности использования распределяемого ресурса;
- снижение субъективности принимаемых решений;
- побуждение участников увеличивать эффективность своей деятельности.

Конкурсные механизмы обычно применяются для распределения неделимых ограниченных ресурсов (вакантную должность нельзя разделить между двумя участниками, победитель должен быть один). Они эффективны в случае конкуренции претендентов примерно равной силы. Если среди потенциальных участников конкурса выделяются «монополисты», то вместо конкурса целесообразно использовать противозатратные механизмы распределения ресурса [149].

Конкурсы подразделяются на *дискретные* (участник получает ресурс ровно в требуемом объеме или не получает ничего) и *непрерыв-*

*ные* (заявка может быть удовлетворена частично, при этом достигается ненулевой эффект).

*Тендер* – это дискретный конкурс, в котором участнику требуется вполне определенное количество ресурса и любое меньшее количество ресурса его не удовлетворяет – приводит к нулевой эффективности. Например, проект закупки нового технического средства охраны границы фиксированной стоимости либо реализуется (если он попал в число победителей конкурса), либо нет (в противном случае).

Основная идея *простого* дискретного конкурса заключается в упорядочении участников в порядке убывания эффективностей и выделении им ресурса в требуемом объеме последовательно, пока не закончится весь ресурс.

*Прямые* конкурсные механизмы считаются более эффективными по сравнению с простыми. В прямом конкурсе организатор, используя сообщенные участниками оценки затрат, решает задачу о ранце, т.е. ищет оптимальную с точки зрения суммарного эффекта комбинацию победителей.

***Конкурсный механизм на основе математических моделей***

***Пример 2.1.6***. В результате анализа правоприменительной практики установлено, что на ряде участков резко возросло количество незаконных пересечений государственной границы, что рассматривается как общественная опасность, заключающаяся в посягательстве на неприкосновенность государственной границы. Уголовно наказуемым является пересечение только охраняемой государственной границы. Поэтому для привлечения к ответственности по статье 322 «Незаконное пересечение Государственной границы» УК РФ имеет значение осведомленность лица об охране конкретного участка границы. Если отсутствуют признаки пограничной охраны (посты, патрули), нет ясно видимых пограничных знаков, пересечение государственной границы может быть и невиновным [114].

В целях обеспечения неприкосновенности государственной границы и снижения количества ее незаконных пересечений принято решение об оборудовании участков сигнализационными средствами заградительного и информирующего типа. Предположим, что два поставщика предлагают пограничной службе закупить сигнализационные комплексы:

| Поставщик | 1 | 2 |
|---|---|---|
| Стоимость (млн. руб. на 1 км) | 70 | 100 |
| Вероятность выдачи сигнала тревоги | 0,98 | 0,9 |
| Интенсивность сигналов ложных тревог, мес$^{-1}$ | 3 | 12 |

Для принятия обоснованного решения о выборе поставщика можно использовать экспертов, но при этом решение получится субъективным и не исключена манипулируемость.

Более обоснованное решение можно получить с использованием математической модели оценки эффективности сигнализационного средства, в которой два технических показателя (вероятность выдачи сигнала тревоги и интенсивность сигналов ложных тревог) сводятся к одному тактическому [252]. На втором шаге с использованием математической модели для обоснования уровней пограничной безопасности государства [254] вычисляется значение критерия «математическое ожидание предотвращенного ущерба» и выполняется выбор поставщика.

Разумеется, исходные данные должны быть полными и включать конкретные регионы планируемого развертывания сигнализационных средств и общую протяженность оборудуемых рубежей. При неполных исходных данных возможно, в частности, манипулирование результатами конкурса со стороны Центра.

***Пример 2.1.7***. Проводится конкурс на выбор подрядчика по оборудованию границы сигнализационными средствами. Первый поставщик – крупная фирма, реализующая сложные проекты с использованием дорогостоящих комплексных систем. Экономическая отдача предлагаемых ею решений простых задач, не требующих больших капиталовложений (с экономическим эффектом $Э_1$) не очень высока (рис. 2.1.3, точка *B*) – не очень высока. Если же реализуется крупный проект, то для них эта фирма может предложить более эффективное решение (точка *C*).

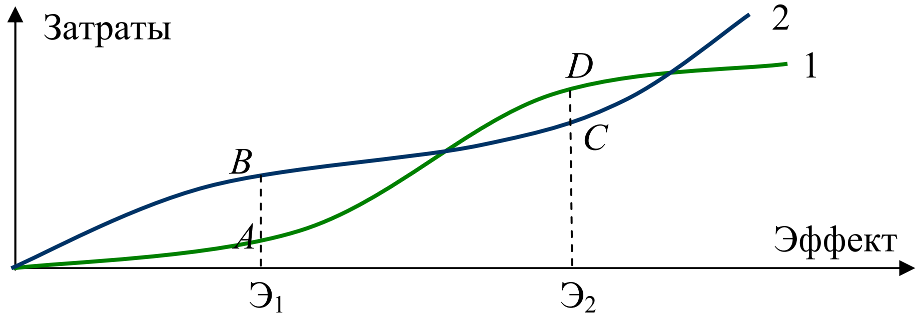



Рис. 2.1.3. Затраты и эффект участников конкурса *[149]*

Вторая фирма специализируется на внедрении более простых систем. Ее эффективность при решении простых задач выше, чем у первого участника (точка *A*), но для решения крупномасштабных задач предлагаемые ею технологии обладают меньшей эффективностью, чем у первого участника (точка *D*).

Если организатор в конкурсной документации установит необходимость обеспечения эффекта $Э_1$, то победителем будет первая фирма. При эффекте $Э_2$ – вторая. Варьируя условия конкурса, организатор может сделать победителем любого участника [149].

## 2.2. Механизмы стимулирования

Исследование формальных моделей стимулирования1 началось одновременно и независимо в СССР и за рубежом примерно в конце 60-х гг. прошлого века (теория активных систем – ИПУ РАН, теория иерархических игр – ВЦ РАН, теория контрактов на западе).

*Стимулированием* называется побуждение (осуществляемое посредством воздействия Центра на предпочтения – целевую функцию –

1 Стимулирование (от латинского stimulus – остроконечная палка, которой погоняли животных) – внешнее воздействие на организм, личность или группу людей, побуждение к совершению некоторого действия.

агента) к совершению определенных действий [167, С. 47]. В формальных моделях полагается, что система стимулирования (она включает в себя механизм стимулирования) полностью определяется функцией стимулирования. *Функция стимулирования* задает зависимость вознаграждения агента, получаемого им от Центра, от выбираемых действий [167].

Механизмы материального стимулирования предназначены для побуждения агента к выбору действий, выгодных для Центра. Центр влияет на выгодность для агента выбора тех или иных действий, обещая ему денежные *выплаты* за выбор требуемых действий или денежные *штрафы* за выбор действий, в которых Центр не заинтересован (или которые наносят ущерб Центру).

### *2.2.1. МЕХАНИЗМ СТИМУЛИРОВАНИЯ ЗА ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ*

Целями Центра могут быть:

- максимизация эффективности пограничной деятельности за счет рационального использования премиального фонда;
- повышение порядка и дисциплины и др.

Цель агента – повышение своей полезности (разницы между получаемым от Центра вознаграждением и затратами, понесенными в связи с выбором действий) или снижение денежных потерь.

Порядок функционирования механизма [149, С. 137]:

1. Центр сообщает агенту механизм стимулирования – зависимость размера вознаграждения агента от его действия.
2. Агент выбирает свое действие.
3. Центр получает информацию о действии агента.
4. Центр выплачивает агенту вознаграждение в соответствии с механизмом управления.

Полагается, что агенту на момент выбора действия известна функция стимулирования, а также его собственная функция затрат (его издержки при выборе того или иного действия, выраженные в деньгах) и ограничения на множество допустимых действий. Центру на момент определения механизма стимулирования известна функция затрат агента и ограничения на премиальный фонд.

Существуют ограничения на применимость рассматриваемого механизма. Механизм стимулирования за индивидуальные результаты применяется, когда можно пренебречь взаимосвязями (технологическими и иными) между агентами. Центр должен точно знать, за какую денежную компенсацию агент готов выполнять то или иное действие, то есть знать функцию затрат агента. При этом действие агента должно наблюдаться центром.

Рассмотрим типы функций стимулирования. На рис. 2.2.1 показана ***скачкообразная*** функция стимулирования, равная нулю при действии агента, меньшем плана, и равная постоянной премии при действии равном или большем требуемого.


Рис. 2.2.1. Скачкообразная функция стимулирования

При ***компенсаторной*** функции стимулирования (рис. 2.2.2) Центр выплачивает агенту вознаграждение, равное его затратам, в случае, если действия агента совпадают с планом, в противном случае вознаграждение не выплачивается.

На рисунке затраты агента показаны наклонной пунктирной линией. При действии ниже плана функция стимулирования равна нулю. При действиях равных плану или выше, функция стимулирования совпадает с функцией затрат. Как правило, компенсаторная функция стимулирования используется в основном при взаимодействии заказчиков и исполнителей.

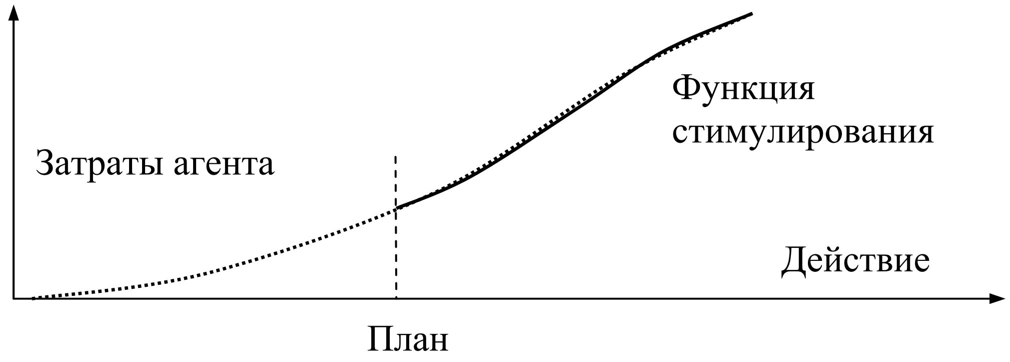



Рис. 2.2.2. Компенсаторная функция стимулирования

На рис. 2.2.3 показана линейная функция стимулирования с минимальным планом.

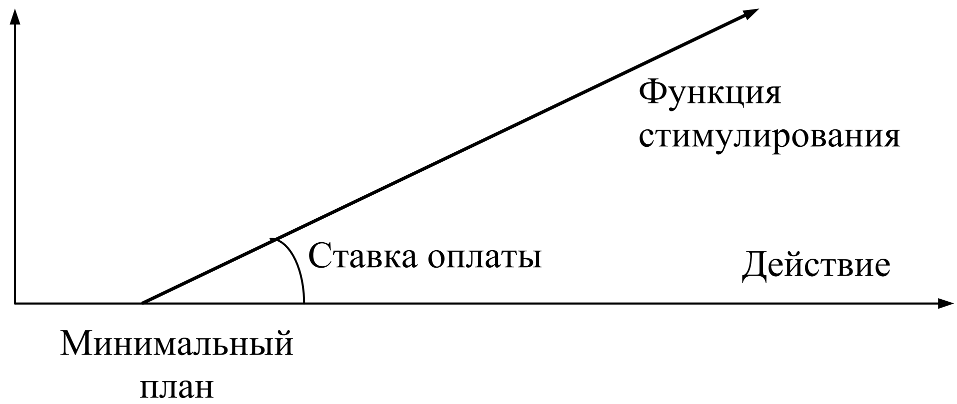



Рис. 2.2.3. Линейная функция стимулирования

Алгоритм применения механизма индивидуального стимулирования [149]:

1. Выбрать тип функции стимулирования (скачкообразная, компенсаторная, линейная и т. д.).
2. Настроить параметры функции (размер премии, ставка оплаты и т.д.) под конкретного агента (его функцию затрат) таким образом, чтобы агенту было выгодно выполнять план при минимальных выплатах со стороны Центра. Для этого решается задача условной минимизации – ищется минимальная сумма выплат за выполнение плана при условии, что агенту выгодно этот план выполнять. Результат данного шага – зависимость минимальных затрат Центра на стимулирование от плана.
3. Среди множества всех возможных плановых действий агента выбрать плановое действие из условия максимизации эффективности

деятельности Центра. Для определения оптимального плана необходимо решить задачу оптимизации.

4. Сообщить агенту вычисленную на 2-м этапе функцию стимулирования с подставленным в нее вычисленным на 3-м этапе планом.
5. Определить фактическое действие агента.
6. Выплатить агенту вознаграждение в соответствии с объявленной схемой.

### *2.2.2. Механизм стимулирования встречных планов*

При стимулировании агента только за выполнение и перевыполнение назначенного Центром плана агент не заинтересован в получении большего, то есть более «напряженного» плана, так как выполнение последнего требует от него приложения больших усилий (затрат). Кроме того, на практике Центр не всегда знает то значение плана, который агенту выгодно выполнять. Это часто приводит к срыву выполнения установленных Центром планов [149].

Под ***встречным планом*** понимается предложение агента по величине плана [149, С. 143]. В механизме стимулирования встречных планов агент поощряется за сообщение Центру более выгодного для Центра (согласованного с интересами Центра), но напряженного для себя встречного плана. Чем ближе встречный план к наиболее выгодному для Центра значению плана, тем большее поощрение должно быть назначено агенту. Очевидно, что агент выберет более напряженный встречный план только в том случае, если получит более высокое материальное поощрение за сообщаемый план, нежели за перевыполнение назначенного плана.

Отметим, что бывают ситуации, когда перевыполнение плана для Центра оказывается невыгодным. Например, некоторая группа прибыла в назначенный район значительно раньше назначенного срока, когда он еще не подготовлен в оперативном или ином отношении. Тогда как механизм встречных планов помогает разрешать подобные коллизии – Центр узнает о планируемом действии заранее и способен провести подготовительные мероприятия.

Стимулирование за перевыполнение плана состоит из двух частей – стимулирование за результат и штраф за то, что этот результат не запланирован (штраф за перевыполнение). Показано, что отношение норматива штрафа за перевыполнение плана к сумме нормативов штрафов за невыполнение и перевыполнение равно напряженности плана – вероятности его невыполнения. Меняя соотношение нормативов штрафов, Центр может управлять уровнем напряженности плана [149].

Опишем порядок функционирования:

1. Центр сообщает агенту зависимость его вознаграждения от сообщенного им плана и выбранного действия.
2. Агент сообщает Центру «встречный план».
3. Центр принимает этот план и назначает его агенту.
4. Агент выбирает действие (интенсивность работы и т.д.). при этом действие может совпадать с планом, может быть ниже, а может быть и выше плана.
5. Центр получает информацию о действии агента.
6. Центр выплачивает агенту вознаграждение в зависимости от назначенного плана и выбранного агентом действия.

Условия применения рассматриваемого механизма характеризуются неполной ассиметричной информированностью: агент знает свои возможности по выполнению тех или иных планов, а Центр не знает. Далее, условия должны быть таковы, чтобы агент смог точно предсказать ожидаемый доход от своей деятельности в зависимости от назначенного ему плана. Результат агента должен быть количественно измеримым. Для настройки параметров механизма (вознаграждения за сообщение более высокого плана, штрафа за невыполнение плана и премии за выполнение) могут применяться механизмы экспертизы.

Алгоритм применения механизма встречных планов:

1. Найти измеряемую численную характеристику деятельности агента (срок выполнения задания, продолжительность рабочего времени и т. д.).

2. Настроить функцию стимулирования под возможности конкретного агента, то есть выбрать уровень фиксированной зарплаты, ставку вознаграждения за напряженность плана, премию за перевыполнение и штраф за недовыполнение плана.
3. Сообщить агенту систему стимулирования.
4. Получить от агента предлагаемый им план, либо некоторую информацию, на основе которой Центр может определить предпочитаемый агентом план.
5. Получить информацию о действии агента.
6. Выплатить вознаграждение или удержать штраф в соответствии с назначенной системой стимулирования.

На рис. 2.2.4 показана функция стимулирования встречных планов. Точка О, лежащая на прямой АГ, определяет размер вознаграждения за выполнение встречного плана. С увеличением (уменьшением) плана точка О перемещается вверх (вниз) по прямой АГ.

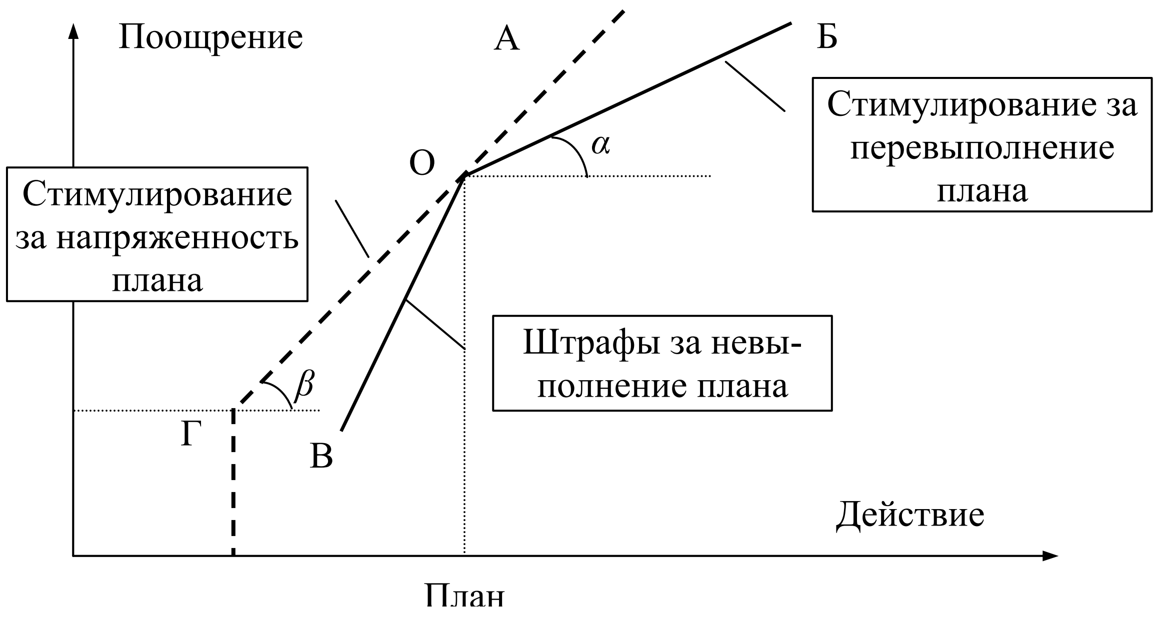



Рис. 2.2.4. Функция стимулирования встречных планов

Наклон прямой АГ соответствует ставке премиальных за напряженность плана. Крайне важно, чтобы ставка премиальных за перевыполнение плана (наклон отрезка БО) была меньше ставки премиальных за напряженность плана (наклона прямой АГ), а норматив штрафов за недовыполнение плана (наклон отрезка ВО) превышал ставку премиальных за напряженность планов (наклон прямой АГ).

Если, например, потери Центра от невыполнения плана (на одну единицу) в два раза превышают его выигрыш от перевыполнения плана (на одну единицу), то норматив штрафа за невыполнение плана должен быть в два раза больше норматива премии за его перевыполнение. Что обеспечивает полное согласование интересов – план, выгодный для агента, является оптимальным для Центра.

Параметры оптимальной для Центра функции стимулирования зависят от неизвестной Центру точно функции затрат агента и поэтому подбираются экспериментально с учетом следующих соображений:

- размер поощрения за выполнение и перевыполнение плана должен компенсировать затраты агента;
- размер поощрения не должен приводить к потерям Центра, которые превышают выигрыш Центра за счет выбранной системы стимулирования.

### *2.2.3. Механизм стимулирования за коллективные результаты*

Если у Центра нет возможности наблюдать результаты действий каждого агента в отдельности, то эффективная мотивация достигается применением механизма стимулирования за коллективные результаты. Если Центр может определить минимальные затраты, которые должны понести агенты для достижения какого-либо общего результата, то эффективная система стимулирования будет иметь следующий вид – каждому агенту компенсируются его минимальные затраты при условии, что результат коллективной деятельности удовлетворяет требованиям Центра.

В результате применения механизма стимулирования за коллективные результаты достигаются следующие цели:

- эффективное использование ресурсов, выделяемых на мотивацию сотрудников;

- побуждение сотрудников к командной (автономной и согласованной) деятельности;
- снижение информационной нагрузки на Центр;
- демократизация управления.

Порядок функционирования механизма:

1. Центр сообщает агентам механизм стимулирования – зависимость размера вознаграждения каждого из агентов от результатов коллективной деятельности.
2. Каждый агент выбирает свое действие. В результате выбора всеми агентами действий определяется результат их коллективной деятельности.
3. Центр узнает результат коллективной деятельности агентов.
4. Центр выплачивает агентам вознаграждение в соответствии с сообщенным ранее механизмом стимулирования.

Механизм применяется для стимулирования деятельности рабочих групп, проектных команд, осуществляющих совместную целенаправленную деятельность.

Алгоритм применения механизма стимулирования за коллективные результаты:

1. Для каждого результата коллективной деятельности определить рациональные действия агентов, то есть действия, минимизирующие суммарные затраты агентов по достижению заданного результата. Оптимальная система стимулирования состоит в том, чтобы компенсировать агентам их затраты при рациональных действиях в том случае, когда агенты достигают планового результата. В противном случае компенсация равна нулю.
2. Выбрать плановый результат из условия максимизации или достижения требуемой эффективности Центра.
3. Сообщить агентам плановый результат и функцию стимулирования.
4. «Измерить» результат деятельности агентов.
5. Выплатить агентам вознаграждение за коллективное действие в соответствии с ранее объявленной схемой.

### *2.2.4. МЕХАНИЗМ УНИФИЦИРОВАННОГО СТИМУЛИРОВАНИЯ*

При унифицированном стимулировании зависимость вознаграждений от действий одинакова для всех агентов. Иногда такое стимулирование неэффективно, так как не позволяет учитывать индивидуальные особенности агентов. В ряде случаев унификация не приводит к потере эффективности и фонд стимулирования расходуется рационально.

Возможны следующие эффекты от внедрения механизма унифицированного стимулирования:

- рациональное использование ресурсов, выделяемых на мотивацию и стимулирование сотрудников;
- снижение информационной нагрузки на управляющий орган;
- демократизация управления.

Порядок функционирования механизма:

1. Центр сообщает агентам механизм стимулирования – одинаковую для всех агентов зависимость размера индивидуального вознаграждения от действия.
2. Каждый агент выбирает свое действие.
3. Центр получает информацию о деятельности агентов.
4. Центр выплачивает агентам вознаграждения в соответствии с механизмом стимулирования.

В персонифицированных системах индивидуального и коллективного стимулирования Центр устанавливает для каждого агента свою зависимость вознаграждения от его действий (механизм стимулирования за индивидуальные результаты), действий других агентов (механизм бригадной оплаты труда) или результатов их совместной деятельности (механизм коллективного стимулирования). Кроме персонифицированных, существуют унифицированные системы стимулирования, в которых зависимость вознаграждения от тех или иных параметров одинакова для всех агентов. Необходимость использования унифицированного стимулирования может быть следствием институциональных ограничений, а может возникнуть в результате стремления Центра к созданию для всех агентов равных возможностей и т. д. Кроме того, использование единых для всех агентов принципов и механизмов управления существенно снижает информационную нагрузку на Центр.

Унификация не тождественна «уравниловке», поскольку унификация предполагает не одинаковость размеров вознаграждений для всех агентов, а одинаковую зависимость размеров вознаграждений агентов от их действий, и агенты, выбравшие различные действия, получают различные вознаграждения.

## 2.3. Механизмы оценки и контроля

### *2.3.1. Механизм комплексного оценивания*

Для выработки эффективных решений и управляющих воздействий, начиная с этапа целеполагания и заканчивая этапом реализации, управляющему органу (Центру) необходимо обладать достаточной информацией о поведении управляемых субъектов, в частности – относительно результатов их деятельности. В сложных пограничных системах (многоэлементных, многоуровневых, деятельность которых описывается многими критериями) в силу ограниченности возможностей управляющего органа по переработке информации или в силу отсутствия детальной и оперативной информации целесообразно использование механизмов комплексного оценивания, которые позволяют осуществлять свертку показателей, то есть агрегировать информацию о результатах деятельности отдельных элементов системы.

Пограничные системы включают большое количество разнородных элементов (подсистем), имеют сложную иерархическую структуру. Результат деятельности системы в целом сложным образом зависит от действий всех ее элементов. Сложность начинается уже с простого вопроса: что понимать под успешным функционированием системы, по каким критериям ее оценивать?

**Процедура и система комплексного оценивания**. Процедура перехода от исходного набора частных показателей (оценок по частным критериям) к агрегированным показателям (оценкам по агрегированным критериям) называется *процедурой комплексного оценивания*. Совокупность исходных и конечных показателей, совместно с процедурой агрегирования, называется *системой комплексного оценивания* [51].

Для успешного функционирования системы в целом, как правило, необходимо решить ряд задач (обеспечить успешное функционирование подсистем более низкого уровня). Решение этих задач требует решения еще более частных задач и т. д.

Последовательно детализируя структуру задач системы, получим дерево, которое называют деревом целей. Корневой его вершиной будет агрегированный показатель качества функционирования системы в целом (например, повышение могущества государства или предотвращенный ущерб от деятельности трансграничной преступности), висячими вершинами – показатели деятельности отдельных структурных подразделений, агентов и т. д. Степень достижения каждой из целей (вершины построенного дерева) будем оценивать по некоторой дискретной шкале.

Имея систему комплексного оценивания, можно ставить и решать задачи управления. Если заданы процедура агрегирования частных показателей и затраты на их изменение, то можно искать оптимальные (с точки зрения затрат, рисков и т.д.) комбинации частных показателей, приводящие к требуемому значению агрегированного показателя.

Наибольшее распространение в последние годы получили матричные процедуры комплексного оценивания, в которых существует набор частных показателей, измеряемых в дискретной шкале, которые сворачиваются попарно (дихотомическая – бинарная – процедура), а агрегированные значения определяются так называемыми матрицами свертки.

Рассмотрим иллюстративный пример. Пусть проект заключается в развитии пограничной системы (ПС) некоторого пограничного региона. Предположим, что комплексным качественным показателем является «уровень развития ПС», который определяется «качеством пограничного сдерживания» и «уровнем жизни сотрудников ПС». Предположим, что качество пограничного сдерживания определяется критериями «качество пограничного сдерживания на границе» и «качество пограничного сдерживания в пунктах пропуска».

Дерево целей ПС (дихотомическое представление) показано на рис. 2.3.1.

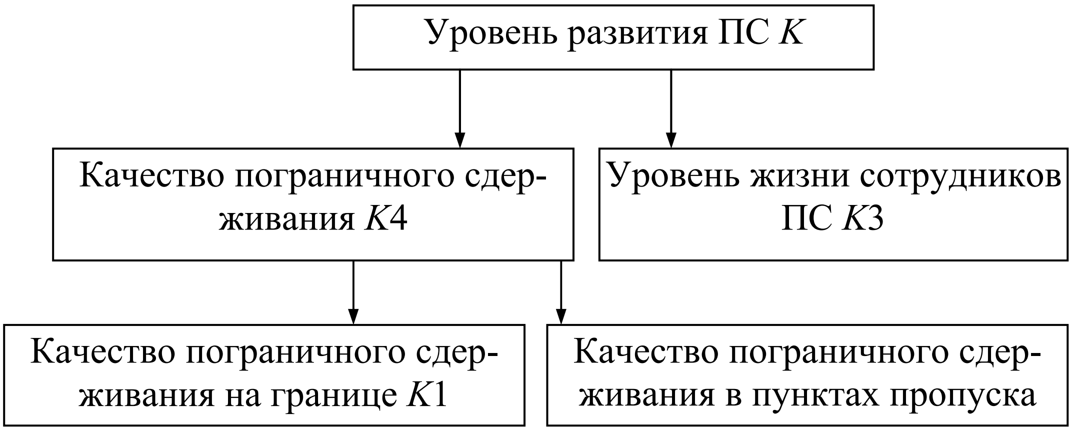



Рис. 2.3.1. Дерево целей пограничной системы

Особенностью дихотомического представления является многошаговая процедура агрегирования, причем на каждом шаге производится агрегирование только двух оценок. Здесь мы сталкиваемся с чисто психологической проблемой. Человек способен эффективно оценить (соразмерить) только ограниченное число целей и лучше всего, если на каждом шаге приходится сравнивать не более двух критериев.

Для определения оценки на некотором уровне необходимо знать правила ее получения из оценок более низкого уровня. Оценки самого нижнего уровня определяются экспертно или в соответствии с некоторой заранее установленной процедурой «перевода» имеющейся количественной или качественной информации в дискретную шкалу.

Для достижения определенных значений оценок элементами системы ее руководство должно выделить им соответствующие кадровые, финансовые, технические, материальные и другие ресурсы. Следовательно, возникает задача – определить, как затраты на реорганизацию ПС в целом зависят от затрат элементов (подсистем) в смысле соответствующих оценок.

Введем для каждого из критериев дискретную шкалу, состоящую из четырех возможных оценок – плохо (1), удовлетворительно (2), хорошо (3) и отлично (4).

Первая задача – определение правила агрегирования оценок. Пусть оценка по некоторому обобщенному (агрегированному) критерию зависит от оценок по двум (агрегируемым) критериям нижнего уровня. Введем матрицу А = $\|a(i, j)\|$, где $a(i, j)$ – оценка по агрегированному критерию при оценках $i$ и $j$ по агрегируемым критериям. Размерность матрицы и число ее попарно различных элементов определяются соответствующими шкалами. Если для рассматриваемого примера взять матрицу свертки, приведенную на рис. 2.3.2, то, например, при получении оценки «хорошо» (3) по критерию $K1$ – «качество пограничного сдерживания на границе» и оценки «удовлетворительно» (2) по критерию $K2$ – «качество пограничного сдерживания в пунктах пропуска» мы получаем агрегированную оценку «удовлетворительно» по критерию $K4$ – «качество пограничного сдерживания».

$$K1 \quad \begin{array}{c|cccc} 4 & 3 & 3 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & \mathbf{2} & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ & \overline{1} & \overline{2} & \overline{3} & \overline{4} \end{array} \quad \to K4$$

$$K2$$

Рис. 2.3.2. Матрицы свертки критериев К1 и К2

Элементами матрицы являются результаты попарного сравнения двух критериев. Например, если по критерию $K1$ имеется оценка 3 балла, то в зависимости от значения оценки по критерию $K2$ (1, 2, 3, 4), агрегированная оценка по критерию $K4$ будет равна соответственно 2, 2, 3, 4. Правила агрегирования могут быть самыми различными (среднее, минимальное значение и т. д.) [53].

На рис. 2.3.3 показана матрица свертки в предположении одинаковой важности критериев $K1$ и $K2$.

$$K1\quad \begin{array}{r|cccc} 4 & 1 & 2 & 3 & 4\\ 3 & 1 & \mathbf{2} & 3 & 3\\ 2 & 1 & 2 & 2 & 2\\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1\\ & \overline{1} & \overline{2} & \overline{3} & \overline{4} \end{array} \quad \to K4$$

$$K2$$

Рис. 2.3.3. Матрицы свертки критериев К1 и К2 (минимум)

На рис. 2.3.4 показана матрица свертки по критериям $K3$ и $K4$.

$$K3\quad \begin{array}{r|cccc} 4 & 2 & \mathbf{3} & 4 & 4\\ 3 & 2 & 3 & 3 & 3\\ 2 & 1 & 2 & 2 & 3\\ 1 & 1 & 1 & 2 & 2\\ & \overline{1} & \overline{2} & \overline{3} & \overline{4} \end{array} \quad \to K$$

$$K4$$

Рис. 2.3.4. Матрицы свертки критериев К3 и К4

Если по критерию $K3$ – «уровень жизни сотрудников ПС» была достигнута оценка «отлично», то итоговая оценка по критерию $K$ – «уровень развития ПС» будет – «хорошо» (3).

Как видим, система матриц легко модифицируется с учетом изменения приоритетов. С другой стороны, приходится признать, что процедура принципиально не может быть избавлена от субъективизма.

**Анализ затрат**. Имея дерево целей (рис. 2.3.1) и набор логических матриц (рис. 2.3.2 и 2.3.4) для каждой из возможных итоговых оценок необходимо определить приводящие к ним наборы оценок для элементов нижнего уровня. Для этого, спускаясь по дереву целей сверху вниз, определяем на каждом уровне, какими комбинациями оценок нижнего уровня может быть получена данная оценка. Для рассматриваемого примера значение $K = 4$ может быть получено следующими комбинациями оценок по критериям ($K1$, $K2$, $K3$):

(4; 4; 4); (3; 4; 4); (4; 1; 4); (4; 2; 4); (4; 3; 4); (3; 3; 4); (2; 3; 4); (2; 4; 4).

Такие же деревья строятся и для всех других значений оценок по агрегированному критерию $K$ (итоговых оценок).

Набор оценок нижнего уровня, приводящих к достижению требуемой итоговой комплексной оценки, называют вариантом развития или просто вариантом. Имея деревья оценок и затраты на достижение каждой из оценок нижнего уровня, можно решить задачу минимизации затрат на реализацию той или иной итоговой оценки. Для этого, начиная с самого нижнего уровня дерева оценок, считая заданными затраты на достижение этой фиксированной оценки, двигаясь вверх, определяем вариант минимальной стоимости. Затраты на получение каждой агрегированной оценки считаются как сумма затрат на достижение агрегируемых оценок. Затраты в точке ветвления (когда есть несколько альтернатив) определяются как минимум среди затрат альтернатив, дающих требуемое значение оценки. Вариант минимальной стоимости определяется методом обратного хода (сверху вниз).

Так как каждый вариант оценивается по критериям качества и затрат, то понятие «оптимальный вариант» неоднозначно и в рамках предложенной модели возникает целый класс оптимизационных задач.

Рассмотрим алгоритм поиска допустимых значений качества и затрат, называемый методом построения напряженных планов [167, С. 285]. Напряженным называется такой вариант развития, что недостижение оценки хотя бы по одному критерию приводит к недостижению требуемого значения комплексной оценки. Для оценки $K = 4$ напряженным является вариант:

$$(K3 = 4;\ K4 = 3).$$

Соответственно для получения значения оценки $K4 = 3$ напряженными являются варианты:

($K1 = 4$; $K2 = 1$) и ($K1 = 2$; $K2 = 3$).

Напряженные варианты обладают рядом достоинств. Во-первых, число возможных комбинаций сразу резко ограничивается (для рассматриваемого примера необходимо анализировать уже два варианта, а не восемь). Во-вторых, так как при использовании напряженных вариантов в системе отсутствует «избыточность», в том смысле, что сбой в одном из элементов приводит к срыву всего их комплекса, есть веские основания считать, что напряженные варианты являются вариантами минимальной стоимости (и минимального риска). Использование напряженных вариантов особенно удобно для решения задачи минимизации величины финансирования, необходимого для достижения требуемого значения комплексной оценки.

**Процедуры нечеткого комплексного оценивания**

Под нечеткими процедурами комплексного оценивания понимаются четкие процедуры (отображения) нечеткой информации в нечеткую информацию [26].

Предположим, что необходимо оценить уровень системы противодействия терроризму в некотором регионе на условном примере (рис. 2.3.5).

Предположим, что для оценки уровней по каждому из критериев используется четырех балльная шкала (1 – «плохо», 2 – «удовлетворительно», 3 – «хорошо» и 4 – «отлично»).

Требуется, имея оценки по критериям $X11$, $X12$, $X21$, $X22$ нижнего уровня, получить агрегированную оценку по критерию $X$.

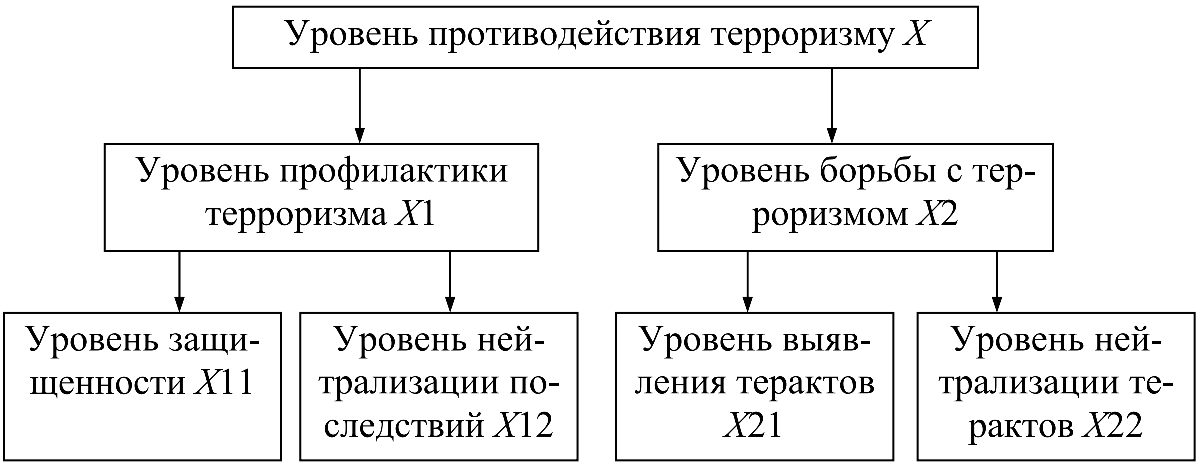



Рис. 2.3.5. Дерево критериев

Мы имеем бинарное дерево, и для свертки критериев будем использовать матрицы свертки (рис. 2.3.6).

| $X2$ | | | | | $X$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | |
| 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | |
| 3 | 2 | 2 | 3 | 4 | |
| 4 | 2 | 3 | 3 | 4 | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | $X1$ |

| $X12$ | | | | | $X1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | |
| 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | |
| 3 | 2 | 3 | 3 | 4 | |
| 4 | 2 | 3 | 3 | 4 | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | $X11$ |

| $X22$ | | | | | $X2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | |
| 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | |
| 3 | 1 | 2 | 3 | 4 | |
| 4 | 2 | 2 | 3 | 4 | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | $X21$ |

Рис. 2.3.6. Матрицы свертки

Для рассматриваемых матриц при $X11 = 4$, $X12 = 3$, $X21 = 2$, $X22 = 3$ получим: $X1 = 4$, $X2 = 2$, $X = 3$ (табл. 2.3.1).

Таблица 2.3.1.

Агрегирование четких оценок

| Критерии | Четкие значения |
|---|---|
| $X$ | 3 |
| $X1$ | 4 |
| $X2$ | 2 |
| $X11$ | 4 |
| $X12$ | 3 |
| $X21$ | 2 |
| $X22$ | 3 |

В общем случае оценки по каждому из критериев могут быть нечеткими. Пусть $\tilde{x}_1$ – нечеткая оценка по первому критерию, задаваемая функцией принадлежности $\mu_{\tilde{x}_1}(x_1)$ на множестве {1, 2, 3, 4}; $\tilde{x}_2$ – нечеткая оценка по второму критерию, задаваемая функцией принадлежности $\mu_{\tilde{x}_2}(x_2)$. Нечеткая оценка $\tilde{x}$ определяется функцией принадлежности:

(2.3.1) $$\mu_{\tilde{x}}(x) = \sup_{\{(x_1,x_2) \| f(x_1,x_2)=x\}} \min\{\mu_{\tilde{x}_1}(x_1), \mu_{\tilde{x}_2}(x_2)\}.$$

Пусть для рассматриваемого примера нечеткие оценки по критериям нижнего уровня принимают значения, приведенные в таблице 2.3.2. Используя матрицы свертки, приведенные на рис. 2.3.6 и выражение (2.3.1), получаем нечеткие оценки по агрегированным критериям.

Таблица 2.3.2.

Агрегирование нечетких оценок

| Критерии | Нечеткие значения | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 |
| *X* | 0 | 0,2 | 0,7 | 0,3 |
| *X*1 | 0 | 0,1 | 0,4 | 0,7 |
| *X*2 | 0,2 | 0,9 | 0,3 | 0,1 |
| *X*11 | 0 | 0,2 | 0,4 | 0,7 |
| *X*12 | 0 | 0,1 | 1 | 0,4 |
| *X*21 | 0,2 | 0,9 | 0,3 | 0,1 |
| *X*22 | 0 | 0,3 | 0,95 | 0,4 |

Нечеткие оценки по критериям *X*, *X*1 и *X*2 приведены на рис. 2.3.7 (график построен в MS Excel по данным табл. 2.3.2).

По аналогии с напряженными вариантами в системах четкого комплексного оценивания можно рассматривать нечеткие напряженные варианты. Пусть задан нечеткий вектор оценок агрегированного критерия (в рассматриваемом примере это вектор *X* = (0; 0,2; 0,7; 0,3)).

Напряженными назовем минимальные вектора агрегируемых оценок, приводящие к заданному нечеткому вектору агрегированных оценок. Легко убедиться, что в рассматриваемом примере это вектора $X1 = (0; 0; 0{,}2; 0{,}7)$ и $X2 = (0{,}2; 0{,}7; 0{,}3; 0)$. Напряженному варианту будет соответствовать следующий набор значений оценок нижнего уровня:

$$X11 = (0; 0; 0{,}2; 0{,}7),\quad X12 = (0; 0; 0{,}7; 0),$$

$$X21 = (0{,}2; 0{,}7; 0{,}3; 0),\quad X22 = (0; 0; 0{,}7; 0).$$

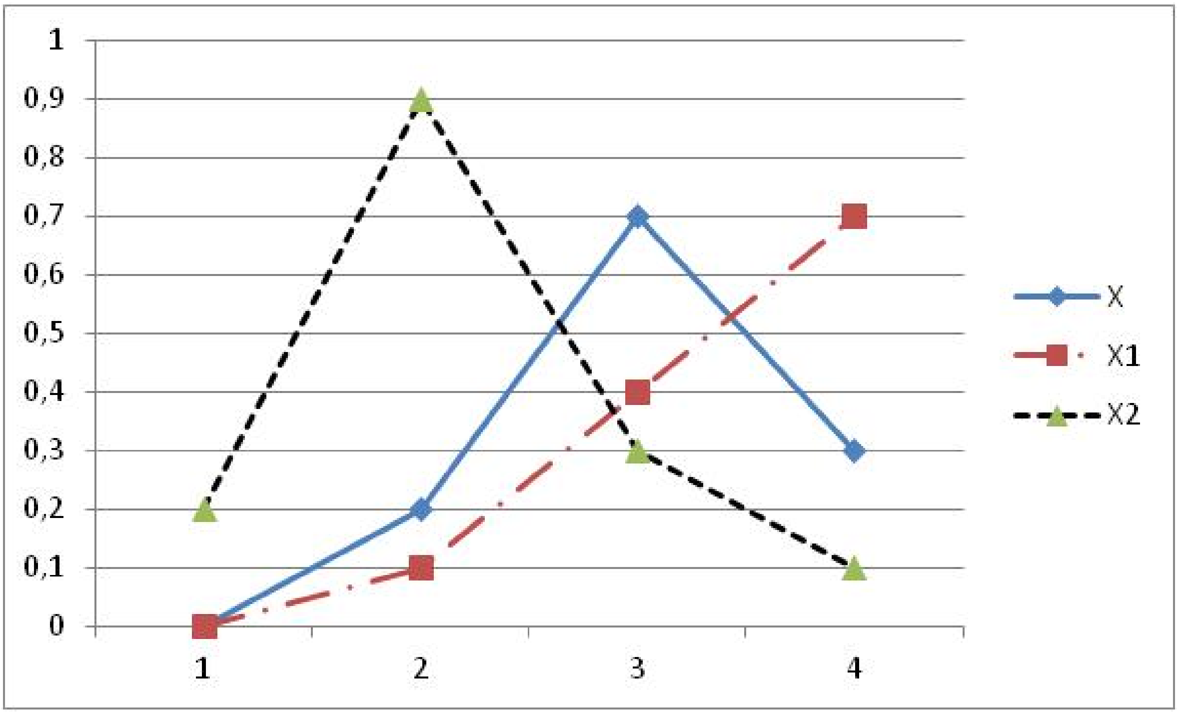



Рис. 2.3.7. Нечеткие оценки по критериям

Разности между приведенными в табл. 2.3.1 значениями оценок и напряженными можно считать резервами по соответствующим критериям, что позволяет ставить и решать задачи оптимизации резервов, затрат и риска.

## *2.3.2. Механизм опережающего самоконтроля*

Механизм опережающего самоконтроля предназначен для своевременного информирования руководителя (Центра) о возможных отклонениях от плана. Чем раньше руководитель узнает от исполнителей (агентов) о возможных срывах в выполнении планового задания (по срокам, затратам и т. д.), тем более эффективное решение он может принять (корректировка плана, дополнительные меры по ликвидации отклонений и уменьшению потерь).

Суть механизма состоит в том, что штрафы исполнителей при корректировке плана тем меньше, чем раньше они сообщают об этой корректировке, и эти штрафы меньше, чем штрафы за невыполнение плана.

Алгоритм применения механизма:

1. Центр сообщает исполнителям параметры механизма (нормативы, штрафы за невыполнение плана и за корректировку плана).
2. Исполнители, исходя из прогноза реализации плана и принятой системы стимулирования, определяют величину необходимой корректировки плана и сообщают ее Центру.
3. Центр утверждает корректировку плана (или принимает меры по ликвидации отклонений от плана) и рассчитывает величину штрафных санкций.

На рис. 2.3.8 показаны возможные зависимости штрафа от величины корректировки плана.

Штрафные санкции зависят от разности плана и его скорректированной величины. Рекомендуется ***линейная зависимость*** штрафов от величины корректировки плана [149, С. 179].

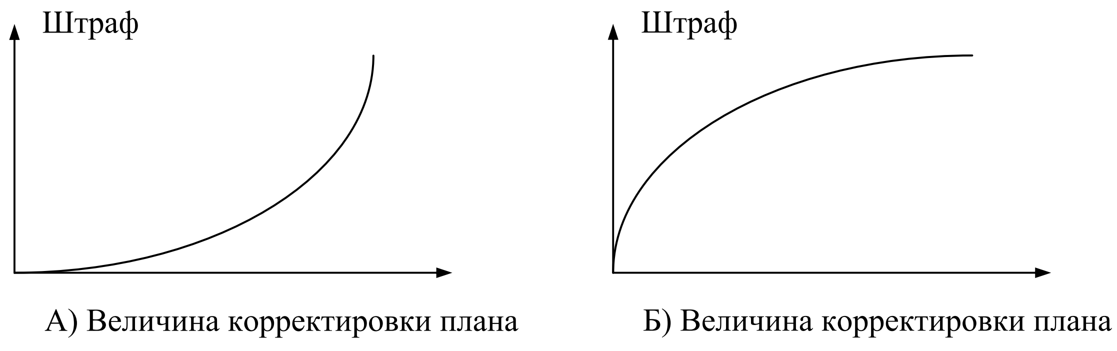



Рис. 2.3.8. Выпуклая (А) и вогнутая (Б) зависимости

Дело в том, что при выпуклой зависимости исполнителям становится выгодно распределять величину необходимой корректировки на несколько периодов (малыми порциями), что ведет к уменьшению величины штрафов. При вогнутой зависимости поведение исполнителей становится нестабильным, поскольку им выгодно либо вообще не корректировать план, либо корректировать его на максимальную величину.

## 2.4. Механизмы экспертизы в управлении проектами

В пограничной практике руководители регулярно сталкиваются с проектной деятельностью и календарно-сетевым планированием (защита государственной границы, управление пограничными конфликтами, организационные, образовательные, научные и инновационные проекты) [36, С. 238-248]

В большинстве работ по управлению проектами считается, что вся предоставленная для планирования информация «достоверна» (в том смысле, что не производилось умышленного ее искажения), и руководитель (или специалисты по планированию), должен решить оптимизационную задачу календарно-сетевого планирования в различных ее постановках [44].

Бондарик В.Н., Колосова Е.В. и Коргин Н.А. [44] рассмотрели иной аспект данной проблемы: информация, необходимая для календарного планирования в полном объеме отсутствует, но может быть получена от подчиненных. Руководитель спрашивает у подчиненных – насколько каждый из них может сократить время выполнения своих работ. На основании сообщений подчиненных, руководитель определяет, кто и как должен будет сократить время выполнения своей работы. Типовой проблемой для подобных методов решения задач планирования, является *проблема манипулирования* – каждый из подчиненных может не достоверно сообщать о своих возможностях, тем самым пытаясь манипулировать итоговым решением, предпринимаемым руководителем. Механизмы планирования, которые позволяют избежать манипулирования со стороны подчиненных, получили название неманипулируемых механизмов планирования.

Возможны два подхода. В первом, руководитель спрашивает у каждого из подчинённых его собственные возможности по сокращению времени выполняемых работ. А для решения применяется *неманипулируемые механизмы распределения ресурсов* (и затрат) [44; 49].

Во втором подходе, каждого подчиненного спрашивают о том, как именно каждый из исполнителей должен сократить время выполнения своих операций. Итоговое решение принимается руководителем на основе *неманипулируемого механизма многокритериальной активной экспертизы* [44; 50].

Формальная постановка задачи. Проект состоит из *n* работ, составляющих критический путь или цепь (часть пути). Вышестоящий руководитель потребовал, чтобы суммарное время выполнения проекта не превышало *T*. Для упрощения предположим, что после сокращения работ на критическом пути сам критический путь не изменится.

Предполагается, что непосредственный исполнитель (агент) каждой из работ $i \in \{1,...,n\}$ может обладать информацией о том, как лучше распределить требуемое сокращение между всеми работами $\tau^i = (\tau_1^i,...,\tau_n^i)$: $\sum_{j=1}^{n} \tau_j^i \geq T$.

Руководитель (Центр), запрашивает эту информацию у исполнителей и на ее основании принимает решение о том, каким будет итоговое сокращение работ по проекту $t = (t_1,...,t_n)$: $\sum_{j=1}^{n} t_j \geq T$.

### *2.4.1. Сокращение времени выполнения проекта как задача распределения ресурсов*

***Пример 2.4.1***. Предположим, что требуется сократить продолжительность выполнения плана оборудования границы на $\Delta T = 10$ дней. Критический путь состоит из пяти работ ($n = 5$), за которые отвечают соответствующие исполнители. Все работы критического пути считаются одинаково значимыми, поэтому для распределения выбирается анонимный механизм последовательного сокращения, в котором в любой группе работ время, на которое должны быть сокращены работы в ней, делится поровну.

*Этап 1*.

Предположим, что исполнители сообщили следующие значения, на сколько можно сократить время работ: 4, 4, 1, 0, 0 (четвертый и пятый исполнители сообщили о неготовности сокращения работ).

*Этап 2*.

Шаг 1. Время, на которое исполнители первых двух работ согласны их сократить, не меньше чем $\Delta T / n = 10 / 5 = 2$ дня. Поэтому первые две работы сокращаются на время, заявленное их исполнителями.

Шаг 2. Между оставшимися тремя работами ($n^{(1)} = 3$) остается к распределению $\Delta T^{(1)} = 10 - 8 = 2$ дня. Третья работа получает заявленное сокращение на 1 день, так как $1 > \Delta T^{(1)} / n^{(1)} = 2/3$.

Шаг 3. Заявленные времена сокращения работ 4 и 5 меньше чем $\Delta T^{(2)} / n^{(2)} = 1/2$ дня.

Поэтому оставшийся день делится поровну между работами 4 и 5. А итеративная процедура останавливается.

Итоговое сокращение времен выполнения работ проекта:

4, 4, 1, 1/2, 1/2.

***Пример 3.4.2***. В условиях примера 2.4.1 полагается, что 5-я работа настолько важна, что ее сокращение сверх того времени, на который согласен исполнитель, не допустимо. Все остальные работы одинаково значимы. Поэтому на первом этапе фиксируются следующие приоритеты работ:

1/4, 1/4, 1/4, 1/4, 0 (пятая работа сокращению не подлежит).

Исполнители сообщают те же времена, что и в примере 1.

*Этап 2*.

Шаг 1. Время, на которое исполнители согласны сократить первые две работы не меньше чем $\Delta T / (n - 1) = 10/4 = 2$ дня. Им назначается заявленное время сокращения.

Шаг 2. Между работами 3 и 4 ($n^{(1)} = 2$) остается к распределению $\Delta T^{(1)} = 10 - 8 = 2$ дня. Приоритеты работ – $\{1/2, 1/2\}$.Третья работа получает заявленное сокращение на 1 день, так как 1 = 2 / 2. Оставшийся день сокращается за счет работ 3 и 4. А итеративная процедура останавливается.

Итоговое сокращение времен выполнения работ проекта:

4, 4, 1, 1, 0.

Продемонстрированные на примерах 1 и 2 процедуры сокращения времени выполнения проекта являются сбалансированными (сумма сокращений времени выполнения работ в точности совпадает с требуемым сокращением времени выполнения проекта) и оптимальными по Парето [44].

Описанные в этом подразделе механизмы распределения времени сокращения проекта  являются *неманипулируемыми* только при условии, что каждому исполнителю существенно лишь время, на которое будет сокращена его работа. В случае, если для какой-либо работы так же будет играть роль (например отражаться на качестве самой работы или затратах на ее выполнение), то, на сколько будут сокращены другие работы, данные механизмы перестают быть неманипулируемыми. В следующем подразделе описаны подходы, которые могут быть применены для построения неманипулируемых механизмов в этих условиях.

### *2.4.2. Сокращение времени выполнения проекта как задача активной экспертизы*

В данном случае каждый исполнитель работ выступает в роли эксперта, сообщая руководителю желаемое распределение времени сокращения проекта *по всем* работам критического пути.

Потребуем, чтобы правило сокращения проекта на основе сообщаемых исполнителями работ вариантов сокращения удовлетворяло следующим требованиям:

1. Выполнялось *условие единогласия* – если все исполнители сообщили одинаковый вариант сокращения, то должен быть выбран именно этот вариант.

2. Время сокращения любой из работ должно непрерывно и монотонно зависеть от компоненты заявки любого из исполнителей по данной работе.

***Пример 2.4.3***. Продолжительность пяти работ надо сократить на 10 дней. Мнения исполнителей, как и сами работы для проекта одинаково значимы, поэтом  будем применять анонимную[1] симметричную[2] медианную схему. Настройкой механизма предусмотрено наличие $n$ – 1 виртуальных заявок (заявок от несуществующих экспертов), а результатом выбора будет *медиана* среди $2n$ – 1 реальных исполнителей и этих виртуальных экспертов.

Исполнители работ предлагают следующие варианты сокращения: первый – (*0*, 2, 2, 3, 3), второй – (2, *0*, 2, 3, 3), третий – (3, 2, *0*, 2, 3), четвертый – (3, 2, 2, *0*, 2), пятый – (3, 3, 2, 2, *0*). Наклонным шрифтом выделены заявки исполнителей по своим работам. Для каждой из работ заданы виртуальные заявки: 2, 4, 6, 8.

Варианты сокращения работ расположим в порядке возрастания предложений (виртуальные заявки выделены жирным шрифтом) и для каждой работы найдем медиану (подчеркнуто):

0, **2**, 2, 3, $\underline{3}$, 3, **4**, **6**, **8**

0, **2**, 2, 2, $\underline{2}$, 3, **4**, **6**, **8**

0, **2**, 2, 2, $\underline{2}$, 2, **4**, **6**, **8**

0, **2**, 2, 2, $\underline{3}$, 3, **4**, **6**, **8**

0, **2**, 2, 3, $\underline{3}$, 3, **4**, **6**, **8**

Выбирая в каждой работе медиану, получаем итоговое сокращение времени по работам – (3, 2, 2, 3, 3). То есть проект будет сокращен в сумме на 13 дней. •

Данный пример иллюстрирует тот факт, что в случае, когда число сокращаемых работ больше двух, неманипулируемые механизмы ак-

---

1 Схема называется анонимной, если решение о распределении зависит от количества исполнителей в группе, но не от ее состава.

2 Схема называется симметричной, если для определения того, как должна быть сокращена каждая работа, используется одно и тоже правило.

тивной экспертизы обеспечивают сокращение времени, строго больше требуемого практически для большинства возможных сообщений исполнителей.

Также следует заметить, что далеко не все обобщенные медианные схемы можно применять для решения задачи сокращения времени выполнения проекта. Приведем пример правила, которое является обобщенной медианной схемой, но не позволяет обеспечить требуемое время сокращения проекта даже при условии, что все исполнители предложили варианты, которые обеспечивают требуемое время сокращения.

***Пример 2.4.4***. Пусть проект, состоящий из пяти работ, должен быть сокращен на 10 дней. Применяется анонимная симметричная медианная схема, которая выбирает в качестве сокращения для каждой работы медиану из предложений исполнителей (медианой пяти заявок будет третья в их упорядочении). Виртуальные заявки на сокращения каждой из работ в этой схеме выглядят следующим образом – 0, 0, 10, 10.

Исполнители предлагают следующие варианты сокращения. Первый – (*0*, 1, 1, 4, 4), второй – (1, *0*, 1, 1, 7), третий – (1, 1, *0*, 1, 7), четвертый – (7, 1, 1, *0*, 1), пятый – (4, 4, 1, 1, *0*).

Варианты сокращения работ расположим в порядке возрастания предложений (виртуальные заявки выделены жирным шрифтом) и для каждой работы найдем медиану (подчеркнуто):

**0**, **0**, 0, 1, $\underline{1}$, 4, 7, **10**, **10**
**0**, **0**, 0, 1, $\underline{1}$, 1, 4, **10**, **10**
**0**, **0**, 0, 1, $\underline{1}$, 1, 4, **10**, **10**
**0**, **0**, 0, 1, $\underline{1}$, 1, 4, **10**, **10**
**0**, **0**, 0, 1, $\underline{4}$, 7, 7, **10**, **10**

Итоговое сокращение будет (1, 1, 1, 1, 4). То есть проект будет сокращен в сумме только на 8 дней.

## 2.5. МОДЕЛИ СДЕРЖИВАНИЯ КОРРУПЦИИ

Под коррупцией будем понимать двустороннюю сделку между организатором (представителем) нелегального канала (ОНК) и сотрудником пограничной системы (коррупционером). Предмет сделки – незаконный пропуск через границу агентов (нарушителей границы) и/или контрабанды. Исключим из рассмотрения недобросовестное и оппортунистическое поведение коррупционеров.

Необходимо отметить, что ущерб от коррупции нельзя оценивать, исходя лишь из количества и размера взяток. Его составляющие – это миллиарды таможенных пошлин, не выплаченных государству, это тысячи людей, погибших в результате употребления наркотиков, некачественными продуктами и алкоголем. Адекватная оценка должна включать все компоненты снижения общественного благосостояния [57].

### *2.5.1. МОДЕЛЬ ПОИСКА ОПТИМАЛЬНЫХ РАСХОДОВ НА ОБЕСПЕЧЕНИЕ СОБСТВЕННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ*

Вероятность задержания и наказания коррупционера зависит главным образом от технологии службы по охране границы, от количества взяток и расходов пограничной системы (центра) на обеспечение собственной безопасности. Под технологией службы применительно к рассматриваемой задаче будем понимать, в частности, следующие факторы:

- наличие возможности у отдельного должностного лица (потенциального коррупционера) бесконтрольного провода агента через границу;
- частота и способы проверок пограничных нарядов и должностных лиц;
- наличие или отсутствие средств автоматического документирования действий должностных лиц и др.;
- порядок назначения должностных лиц в районы несения службы (непредсказуемый или регулярный) и т. д.

Можно выделить несколько зон действий коррупционеров (на участке границы, в пункте пропуска, в исключительной экономической зоне и т. д.). Агентов и ОНК можно классифицировать по степени их опасности (потенциальному ущербу), массовости, виду действий и другим основаниям.

Для некоторой выделенной зоны и группы агентов введем следующие обозначения. Пусть $N$ есть потенциальное количество коррупционеров в зоне, $N_A$ – поток агентов (взяткодателей) в рассматриваемой зоне (за год или иной период). Тогда среднее количество агентов, по которым предлагаются взятки коррупционеру, равно:

$$m = N_A / N . \qquad (2.5.1)$$

*Гипотеза 1.*

Примем гипотезу, что вероятность $p_z$ задержания (раскрытия) коррупционера подчиняется показательному закону:

$$p_z = 1 - \exp\left(-\lambda (m)^b\right), \quad \lambda > 0, \quad 0 < b < 1, \qquad (2.5.2)$$

где: $\lambda$ – параметр, характеризующий технологию службы и расходы центра на обеспечение собственной безопасности,

$b$ – параметр, характеризующий степень трудности раскрытия коррупционера.

*Гипотеза 2.*

Примем гипотезу о логарифмической зависимости параметра $\lambda$ от расходов центра на обеспечение собственной безопасности и от технологии службы:

$$\lambda = a \ln(\mu y_0 + 1), \quad \mu > 0, \quad a > 0, \qquad (2.5.3)$$

где: $\mu$ – параметр, характеризующий эффективность затрат на обеспечение собственной безопасности; $a$ – параметр, характеризующий вклад должностных лиц (прямые начальники, коллеги) в раскрытие коррупционера; $y_0$ – расходы на службу собственной безопасности.

Объединив формулы (2.5.2) и (2.5.3), получим:

$$p_z = 1 - \exp\left\{- a \ln(\mu y_0 + 1) m^b\right\}. \qquad (2.5.4)$$

Вероятность раскрытия и наказания коррупционера вычисляется по формуле:

$$p = p_z p_s, \tag{2.5.5}$$

где $p_s$ – вероятность наказания коррупционера в случае его раскрытия (определяется статистически, на основе правоприменительной практики).

Ожидаемый доход коррупционера вычисляется по формуле:

$$S = mz, \tag{2.5.6}$$

где $z$ – средний размер взятки.

У коррупционера имеется две альтернативы: $j = 0$ – отказ от коррупционной деятельности, $j = 1$ – заниматься коррупционной деятельностью. В условиях полной рациональности коррупционер сравнивает полезность законной деятельности $u_0$ (зарплата и другие официальные источники дохода) и полезность незаконной деятельности $u_1$:

$$u_1 = u_0 + U(S - pD), \tag{2.5.7}$$

где: $U(\cdot)$ – функция полезности (имеет различный вид для рисконейтралов, рискофилов и рискофобов),

$D$ – денежная величина потерь коррупционера (в случае наказания).

Вероятность выбора коррупционером альтернативы $j = 0$ в условиях полной рациональности равна:

$$x_0^{(R)} = \begin{cases} 1, & u_0 \geq u_1, \\ 0, & u_0 < u_1. \end{cases} \tag{2.5.8}$$

В условиях ограниченной рациональности эта же вероятность вычисляется, например, с использованием логит-модели:

$$x_0^{(N)} = \frac{\exp(\theta)}{\exp(\theta) + \exp(\theta u_1 / u_0)}, \qquad \theta = 3. \tag{2.5.9}$$

Пусть $R$ есть ожидаемый потенциальный ущерб от одного агента (взяткодателя). То есть ущерб $R$ есть наносимый агентом вред общественному благосостоянию. В модели полагается, что в после дачи взятки коррупционеру агент совершает противоправное действие.

Ущерб считается предотвращенным, если агент обратился к коррупционеру и получил отказ. Тогда предотвращенный ущерб равен:

$$w = RN_A\left(\beta x_0^{(R)} + (1-\beta)x_0^{(N)}\right), \qquad (2.5.10)$$

где $\beta$ – доля коррупционеров, обладающих полной рациональностью.

Повысить рациональность потенциальных коррупционеров можно, в частности, за счет проведения разъяснительной работы и доведения до них (по каждой группе отдельно) денежной величины потерь в случае совершения противоправных действий.

В условиях полной рациональности коррупционеров ($\beta = 1$) и отсутствия информационных воздействий зафиксируем технологии службы и денежную величину $D$ потерь и найдем оптимальные расходы на собственную безопасность, при которых сдерживается коррупция.

Условие отказа от коррупционных действий запишем в виде неравенства:

$$U\left(mz - pD\right) \le 0, \qquad (2.5.11)$$

которое следует из (2.5.7) и (2.5.8). Его можно преобразовать к виду:

$$mz - pD \le U_T, \qquad (2.5.12)$$

или с учетом выражений (2.5.4) и (2.5.5)

$$mz - p_s\left[1 - \exp\left\{-a\ln\left(\mu y_0 + 1\right)m^b\right\}\right]D \le U_T, \qquad (2.5.13)$$

где $U_T = 0$ для коррупционеров рисконейтралов, $U_T > 0$ для рискофобов и $U_T < 0$ для рискофилов. Конкретное значение $U_T$ определяется видом функции полезности коррупционера.

Дополнительно необходимо учесть следующие ограничения в форме неравенств:

- Расходы на собственную безопасность не должны превышать предотвращаемый ущерб, то есть:

$$y_0 \le RN_A, \qquad (2.5.14)$$

- Взятки коррупционерам не должны превышать ожидаемый доход ОНК (агента):

$$zN \le rN_A \text{ или } z \le rN_A / N = rm. \tag{2.5.15}$$

***Утверждение 1.***

Оптимальные расходы на собственную безопасность равны [254]:

$$y_0^* = \begin{cases} \hat{y}_0, & \hat{y}_0 \le RN_A, \\ 0, & \hat{y}_0 > RN_A, \end{cases}$$

$$\hat{y}_0 = -\mu^{-1}\left(\left(1 - \frac{m^2 r - U_T}{p_s D}\right)^{m^b/a} - 1\right)\left(1 - \frac{m^2 r - U_T}{p_s D}\right)^{-m^b/a}. \tag{2.5.16}$$

При этом доход ОНК (агента) отсутствует. Если расходы $\hat{y}_0$ на собственную безопасность превышают предотвращенный ущерб, то эту группу потенциальных коррупционеров нет смысла проверять или следует изменить технологию службы.

Доказательство утверждения непосредственно следует из неравенств (2.5.13–2.5.14) и с учетом равенства $z = rm$ (отсутствие дохода ОНК).

***Пример 2.5.1***. При следующих исходных данных:

- параметр эффективности затрат на службу безопасности $\mu = 0{,}00000005$;
- параметр степени трудности раскрытия коррупционера $b = 0{,}25$;
- параметр участия непосредственных должностных лиц меняется в интервале $a = (0{,}05;\ 0{,}25)$;
- количество потенциальных коррупционеров $N = 2.000$;
- количество агентов $N_A = 10.000$;
- потенциальные коррупционеры рисконейтралы, т.е. $U_T = 0$;
- вероятность наказания коррупционера в случае его раскрытия $p_s = 0{,}9$;
- денежная величина потерь коррупционера $D_1 = 10.000.000$;
- ожидаемый ущерб от одного агента $R = 1.000.000$;
- ожидаемый доход от одного агента $r = 100.000$

найти оптимальный расход $y^*$.

Результаты расчетов показаны на рис. 2.5.1.

При малых значениях параметра $a$ (вклад непосредственных должностных лиц минимален) и при малом ущербе от отдельного агента (взяткодателя) расходы на собственную безопасность неэффективны. Службе собственной безопасности целесообразно сосредоточить усилия на других группах агентов.

По группам агентов, где расходы на собственную безопасность эффективны, им невыгодно давать взятки и заниматься противоправной деятельностью в рассматриваемой зоне. Политику расходов на собственную безопасность не следует подстраивать под текущее поведение агентов, поскольку это приведет к изменению их стратегий.

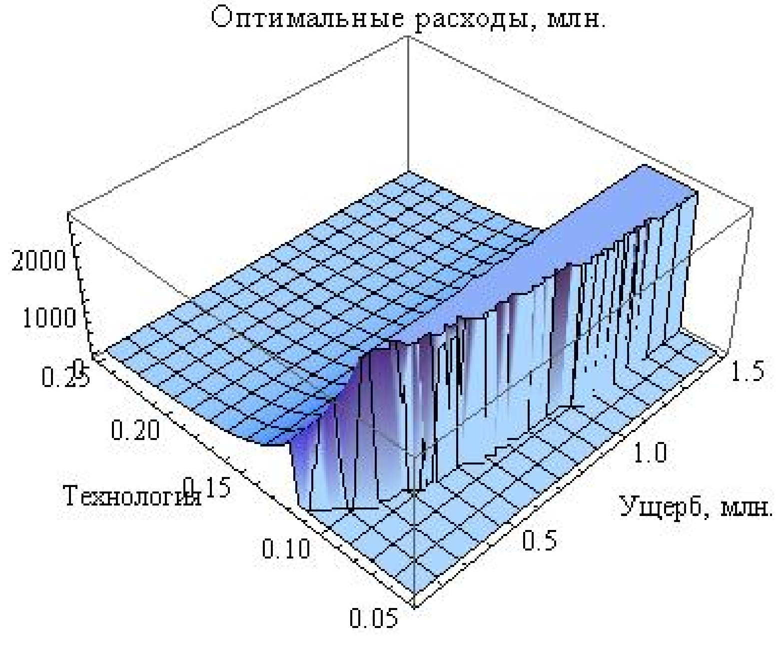



Рис. 2.5.1. Зависимость оптимальных расходов от технологии службы и ущерба отдельного агента

Для дальнейшего развития рассмотренной модели необходимо разработать методики для расчета величины потерь потенциального коррупционера.

## *2.5.2. Теоретико-игровая модель сдерживания коррупции*

В настоящем подразделе дается краткое описание модели, разработанной Васиным А. А., Картуновой П. А. и Уразовым А. С. [57].

Рассмотрим организацию контроля за ввозом запрещенного товара (оружие, наркотики) на пункте пропуска. Пусть за сутки через пункт пропуска проходит $M$ человек, среди которых по паспортным данным или иным признакам выделяется $n$ типов. Каждый из них характеризуется долей $l_i$ в общей численности и априорной вероятностью $q_i$ оказаться потенциальным перевозчиком запрещенного товара, $i = 1, \ldots, n$. Стратегия проверки задается вектором $\bar{p} = (p_1, \ldots, p_n)$, где $p_i$ – вероятность досмотра для пассажира типа $i$. Обозначим через затраты $c_i$ на досмотр. Ограничимся простейшим случаем, когда процедура досмотра всегда выявляет наличие запрещенного товара. Пусть товар перевозится одинаковыми порциями и доход перевозчика типа $i$ в случае успешного пересечения границы составляет $w_i$. В случае обнаружения товара денежный штраф, поступающий в бюджет, составляет $F_i$, а полный денежный эквивалент наказания перевозчика равен $F_i + \Delta F_i$. Тогда потенциальный перевозчик типа $i$ принимает решение, исходя из максимизации своей функции полезности: если $w_i\,(1 - p_i) > p_i\,(F_i + \Delta F_i)$, то он берется за перевозку товара, в противном случае – нет.

Таким образом, пороговое значение вероятности проверки, предотвращающее попытки провоза товара агентами типа $i$, равно:

$$\hat{p}_i = w_i / (w_i + F_i + \Delta F_i).$$

Пусть ущерб от ввоза одной порции запрещенного товара на территорию страны в денежном эквиваленте равен $d$. Тогда суммарное снижение общего благосостояния за счет ввоза товара и затрат на проверку потенциальных перевозчиков типа $i$ составляет:

$$D_i(p_i) = \begin{cases} Ml_i\left[p_i(c_i - q_i F_i) + (1 - p_i) q_i d\right], & p_i < \hat{p}_i, \\ Ml_i p_i c, & p_i \geq \hat{p}_i. \end{cases}$$

Задача выбора оптимальной стратегии проверки состоит в том, чтобы найти:

$$p_i^* \to \min_{0 \leq p \leq 1} D_i(p), \quad i = 1, \ldots, n.$$

Исследуем данную задачу для заданного $i$, опуская этот индекс. Если в условиях активности перевозчиков (то есть при $p < \hat{p}$) выполняется условие $c > q\ (F + d)$, то есть проверки выгодно проводить с точки зрения общего благосостояния. Тогда $D(p)$ убывает по $p$ при $p < \hat{p}$.

В реальной ситуации доход $w$ перевозчика заведомо меньше ущерба $d$ от доставки товара. Поэтому при переходе вероятности проверки через пороговое значение $\hat{p}$ ущерб $D(p)$ скачком падает, как показано на рис. 2.5.2, и оптимальная стратегия $p^* = \hat{p}$.

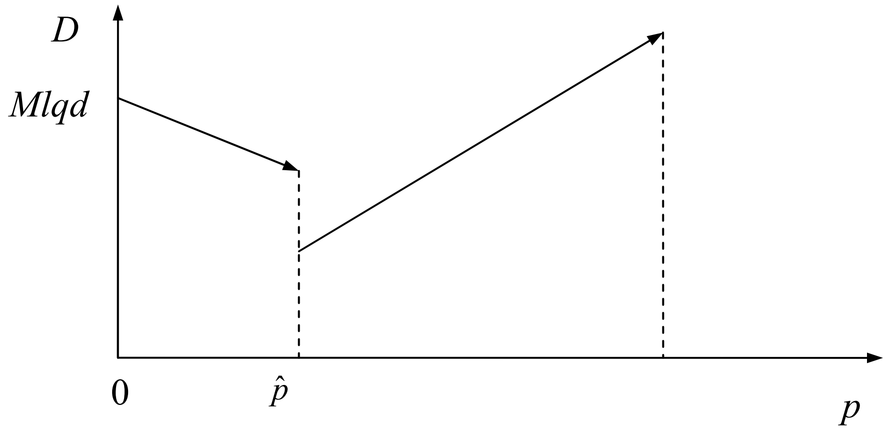



Рис. 2.5.2. Типовая зависимость ущерба D от вероятности проверки p

В случае $c > q\ (F + d)$ ущерб $D(p)$ возрастает по $p$ при $p < \hat{p}$. Однако, если ожидаемый ущерб в отсутствие проверки достаточно велик по сравнению с затратами на проверку, так что $qd < \hat{p}c$, то и в этом случае $p^* = \hat{p}$.

**Теорема**. В данной модели оптимальная стратегия проверки, минимизирующая ущерб общественному благосостоянию, состоит в проверке пассажиров типа $i$ с вероятностью $\hat{p}_i$, если $q_i d > \hat{p}_i c_i$. Если же выполнено обратное неравенство $q_i d < \hat{p}_i c_i$, то есть средние издержки превышают средний ущерб от ввоза товара, то нет смысла проверять пассажиров данного типа ($p_i^* = 0$).

Из рассмотренной модели следует, что классификация потока пассажиров по группам и математические расчеты по каждой группе будут способствовать повышению эффективности пограничной и таможенной деятельности в пунктах пропуска.

## 2.6. ТЕОРИЯ ИЗМЕРЕНИЙ И ЭКСПЕРТНЫЕ ОЦЕНКИ В ПОГРАНИЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

В пограничной деятельности иногда приходится принимать решения, последствия которых в полной мере можно оценить лишь спустя годы и десятилетия после их реализации. Достаточно надежных и точных прогнозов на такой период быть не может.

Для принятия обоснованных и взвешенных решений руководитель зачастую опирается на опыт и знания экспертов. После второй мировой войны стала быстро развиваться самостоятельная дисциплина – теория и практика экспертных оценок. Методы экспертных оценок – это методы организации работы со специалистами-экспертами и обработки мнений экспертов [178, С. 8]. Эти мнения обычно выражены частично в количественной, частично в качественной форме. При проведении экспертизы существенен ее регламент. В «Капитанской дочке» А. С. Пушкин приводит слова, с которыми генерал, комендант Оренбурга, обратился к членам военного совета:

«Теперь, господа, – продолжал он, – надлежит решить, как нам действовать противу мятежников: наступательно или оборонительно? Каждый из оных способов имеет свою выгоду и невыгоду. Действие наступательное представляет более надежды на скорейшее истребление неприятеля; действие оборонительное более верно и безопасно.… Итак, начнем собирать голоса по законному порядку, то есть, начиная с младших по чину. Г-н прапорщик! – продолжал он, обращаясь ко мне. – Извольте объяснить нам ваше мнение».

Военный совет в данном случае – это собрание экспертов (военных специалистов). Председатель собрания четко поставил задачу: надо выбрать либо наступление, либо оборону. Обсуждение идет в однозначно заданном порядке – от младших к старшим. Младшие могут спокойно высказывать свои мысли, не боясь, что их предложения будут противоречить мнению старших. Старшие имеют возможность учесть высказанные аргументы и сделать свои выступления более обоснованными [178].

Наиболее известный в истории России военный совет состоялся 1 сентября 1812 г. в Филях, вскоре после Бородинского сражения. Обсуждался вопрос: «Дать французам сражение под Москвой или оставить Москву без боя?» Решение должен был принять главнокомандующий (и одновременно министр обороны) генерал-фельдмаршал М. И. Кутузов. Военный совет, как и любая комиссия экспертов – совещательный орган, а окончательные решения принимает тот, кому это поручено. В современной литературе такой человек обозначается как лицо, принимающее решение, сокращенно ЛПР (по первым буквам). В данном случае Кутузов поступил вопреки мнению большинства экспертов. Значит ли это, что работа экспертной комиссии пропала впустую? Однозначно нет. М. И. Кутузов принял во внимание продемонстрированный русскими генералами боевой дух и готовность сражаться с врагом, но решение принял с учетом всех факторов, в том числе и тех, которые не могли знать эксперты.

Под ***теорией измерений*** понимается дисциплина, изучающая проблемы измерения в тех случаях, когда результаты последнего не являются действительными числами[1]. Толчком к ее развитию послужили потребности социологических наук. Основоположником теории измерений считается известный американский психолог С. С. Стивенс, который первым попытался четко ответить на вопрос о том, в каком смысле числа, с которыми имеет дело исследователь, получающий информацию от респондента, например по порядковой шкале, можно использовать при анализе как действительные числа в математическом смысле этого термина. Далее идеи Стивенса были восприняты математиками (П. Суппес, И. Пфанцагль, Д. Кранц и др.), переведшими содержательные соображения на формальный язык и создавшими соответствующую математическую теорию.

1 Социологический словарь. www.slovari-online.ru

### *2.6.1. Шкалы измерения*

Используемые в повседневной практике числа не всегда подразумевают выполнение арифметических операций над ними. Действительно, что бы вы сказали о человеке, занимающемся сложением или умножением телефонных номеров? Сумма знаний двоечника и троечника не равна сумме знаний отличника, то есть для оценок 2 + 3 не равно 5.

Прежде чем оперировать цифрами в пограничной деятельности и погранологии (погранометрике), их необходимо подвергнуть методологическому анализу. В первую очередь необходимо выяснить, в какой *шкале* выполнены измерения.

Рассмотрим основные шкалы измерений и связанные с ними допустимые преобразования шкалы.

**Шкала наименований (номинальная шкала)**. В этой шкале числа используются лишь как метки. В шкале наименований измерены номера телефонов, паспортов, ИНН, пол человека (мужской или женский), национальность, цвет глаз и т. д. Арифметические операции над соответствующими числами лишены какого-либо смысла. Сравнивать буквы М и Ж и говорить, какая из них лучше, так же никто не будет. Единственное, для чего годятся измерения в шкале наименований – это различать объекты. Во многих случаях только это от них и требуется [178].

Например, телефонные номера нужны, чтобы отличать одного абонента от другого. При таком способе измерения используется только *одно отношение между числами – равенство* (два объекта описываются либо равными числами, либо различными).

Особым подвидом шкалы наименований является ***дихотомическая шкала***, которая кодируется двумя взаимоисключающими значениями (0 и 1). Пол человека является типичной дихотомической переменной.

**Порядковая шкала**. В порядковой шкале числа используются не только для различения объектов, но и для установления порядка между объектами. Простейшим примером являются оценки знаний учащихся.

Порядковые шкалы соответствуют эмпирическим системам, в которых, кроме отношения равенства (эквивалентности) элементов, есть отношение (нестрогого) порядка между элементами этих систем.

Обычно мнения экспертов выражаются в порядковой шкале. Связано это с физиологическими и иными особенностями человека. Как показали многочисленные опыты, человек более правильно (и с меньшими затруднениями) отвечает на вопросы качественного, например, сравнительного, характера, чем количественного. Так, ему легче сказать, какая из двух гирь тяжелее, чем указать их примерный вес в граммах [178].

Перечислим некоторые используемые в повседневной практике порядковые шкалы:

- шкала Мооса, по которой минералы классифицируются согласно критерию твердости (тальк имеет балл 1, гипс – 2, кальций – 3, флюорит – 4, апатит – 5, ортоклаз – 6, кварц – 7, топаз – 8, корунд – 9, алмаз – 10);
- бофортова[1] шкала ветров (0 – штиль, 1 – тихий, 2 – легкий, 3 – слабый, 4 – умеренный, 5 – свежий, 6 – сильный, 7 – крепкий, 8 – очень крепкий, 9 – шторм, 10 – сильный шторм, 11 жестокий шторм, 12 – ураган);
- шкала силы землетрясений (в России и США используется модифицированная шкала Меркалли);
- шкала стадий гипертонической болезни (по Мясникову).

При оценке качества продукции и услуг[2] популярны порядковые шкалы: сортность, годность и т. д.

Уровни террористических угроз (повышенный – «синий», высокий – «желтый», критический – «красный») выражены в порядковой шка-

1 Шкала разработана английским адмиралом Ф. Бофортом в 1806 году.

2 Квалиметрия [qualimetry] — научная дисциплина, изучающая и реализующая методы количественной оценки качества продукции.

ле. Повышенный уровень вводится в случае поступления оперативной информации о готовящемся теракте. Высокий уровень вводится, если подтвердилась информация о готовящемся теракте, но место и время неизвестно. Критический («красный») уровень террористической опасности вводится, если стали известны место и время теракта или он уже произошел.

**Шкала интервалов**. По шкале интервалов измеряют величину потенциальной энергии, координату точки на прямой (а также координаты точки на плоскости или в пространстве), географическую долготу (отсчитываемую в настоящее время от произвольно выбранного меридиана Гринвичской обсерватории в Великобритании), температуру по Цельсию, Фаренгейту или Реомюру. Во всех этих случаях на шкале нельзя отметить ни естественное начало отсчета, ни естественную единицу измерения. Исследователь должен сам задать точку отсчета и сам выбрать единицу измерения. Часто путем соглашения договариваются о выборе определенной единицы измерения, фиксируют начало отсчета, но произвольность подобного договора очевидна (например, в случае географической долготы) [178].

Допустимыми преобразованиями в шкале интервалов являются линейные возрастающие преобразования, т. е. линейные функции. Температурные шкалы Цельсия и Фаренгейта связаны именно такой зависимостью:

$$^{0}C = \frac{5}{9}\left(^{0}F - 32\right), \tag{2.6.1}$$

где $^{0}C$ – температура в градусах по шкале Цельсия, а $^{0}F$ – температура по шкале Фаренгейта.

При допустимых преобразованиях в школе интервалов сохраняется отношение длин интервалов:

$$\frac{x_1 - x_2}{x_3 - x_4} = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{f(x_3) - f(x_4)}, \quad f(x) = ax + b, \; a > 0, \tag{2.6.2}$$

где $x_1, \ldots, x_4$ – результаты измерений, а $f(\cdot)$ – допустимое преобразование.

**Шкала отношений**. Шкала отношений является наиболее распространенной в науке и на практике шкалой. В ней есть естественное начало отсчета – нуль, то есть отсутствие величины, но нет естественной единицы измерения. По шкале отношений измерены большинство физических единиц: масса тела, длина, работа, мощность, заряд, напряжение, а также цены в экономике. В педагогических измерениях шкала отношений будет иметь место, например, когда измеряется время выполнения того или иного задания (в секундах, минутах, часах и т. п.), количество ошибок или число правильно решенных задач.

Допустимыми преобразованиями в шкале отношений являются подобные (изменяющие только масштаб). Другими словами, линейные возрастающие преобразования без свободного члена. Примером является пересчет цен из одной валюты в другую по фиксированному курсу [178].

При допустимых преобразованиях в школе отношений сохраняется отношение измеряемых величин:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{f(x_1)}{f(x_2)}, \quad f(x) = ax, \; a > 0, \tag{2.6.3}$$

где $x_1$, $x_2$ – результаты измерений, а $f(\cdot)$ – допустимое преобразование.

**Шкала разностей**. В шкале разностей есть естественная единица измерения, но нет естественного начала отсчета. Допустимыми преобразованиями в шкале разностей являются сдвиги. Время измеряется по шкале разностей, если год (или сутки – от полудня до полудня) принимаем естественной единицей измерения, и по шкале интервалов в общем случае. На современном уровне знаний естествен ого начала отсчета времени указать нельзя. Дату сотворения мира различные авторы рассчитывают по-разному, равно как и момент рождества Христова [178].

При допустимых преобразованиях в школе разностей сохраняется разность измеряемых величин:

$$x_1 - x_2 = f(x_1) - f(x_2), \quad f(x) = x + b. \tag{2.6.4}$$

**Абсолютная шкала**. Только в этой шкале результаты измерений – числа в обычном смысле слова. Примером является число людей в комнате. Для абсолютной шкалы допустимым является только тождественное преобразование:

$$f(x) = x. \qquad (2.6.5)$$

Отметим, что согласно теории измерений до применения тех или иных алгоритмов анализа данных необходимо установить, в шкалах каких типов измерены рассматриваемые величины. Причем в процессе развития соответствующей области знания тип шкалы измерения конкретной величины может меняться. Так, сначала температура измерялась по порядковой шкале (холоднее – теплее). Затем – по интервальной (использовались шкалы Цельсия, Фаренгейта, Реомюра). Наконец, после открытия абсолютного нуля температуру можно считать измеренной по шкале отношений (шкала Кельвина). Среди специалистов иногда имеются разногласия по поводу того, по каким шкалам следует считать измеренными те или иные реальные величины. Другими словами, процесс измерения включает в себя, как необходимый этап, и определение типа шкалы (вместе с обоснованием выбора определенного типа шкалы) [178].

В погранологии надежность охраны границы первоначально измерялась по порядковой шкале (высокая, низкая), затем по абсолютной шкале (вероятность задержания нарушителей) и шкале отношений (математическое ожидание предотвращенного ущерба).

### *2.6.2. Инвариантные алгоритмы и средние величины*

В физике *инвариантность* (от лат. invarians – неизменяющийся) является фундаментальным понятием, выражающим независимость физических закономерностей от конкретных ситуаций, в которых они устанавливаются, и от способа описания этих ситуаций [234]. Философская энциклопедия под инвариантностью понимает свойство некоторых существенных для системы соотношений не меняться при ее определенных преобразованиях.

Основное требование к алгоритмам анализа данных формулируется в теории измерений так: выводы, сделанные на основе данных, измеренных в шкале определенного типа, не должны меняться при допустимом преобразовании шкалы измерения этих данных. Другими словами, выводы должны быть *инвариантны* по отношению к допустимым преобразованиям шкалы [178].

Среди всех методов анализа данных важное место занимают алгоритмы усреднения. Еще в 70-х гг. удалось полностью выяснить, какими видами средних можно пользоваться при анализе данных, измеренных в тех или иных шкалах.

Пусть $x_1$, $x_2$, …, $x_n$ – выборка объема $n$. В расчетах часто используют *среднее арифметическое*:

$$x_c = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}. \qquad (2.6.6)$$

Использование среднего арифметического настолько привычно, что второе слово в термине часто опускают. И говорят о средней зарплате, среднем доходе и других средних для конкретных экономических данных, подразумевая под «средним» среднее арифметическое. Такая традиция может приводить к ошибочным выводам.

***Пример 2.6.1***. Для оценки потенциального потока контрабандистов в пограничном регионе требуется сравнить уровень зарплаты в двух сопредельных государствах. Рассмотрим типовое предприятие и вычислим для него среднюю зарплату. В табл. 2.6.1 представлены исходные данные по условному предприятию [178].

Таблица 2.6.1.

Численность работников, их заработная плата и доходы (в условных единицах)

| Категория работников | Число работников | Заработная плата | Суммарные доходы |
|---|---|---|---|
| Низкоквалифицированные рабочие | 40 | 100 | 4000 |
| Высококвалифицированные рабочие | 30 | 200 | 6000 |

| Категория работников | Число работников | Заработная плата | Суммарные доходы |
|---|---|---|---|
| Инженеры и служащие | 25 | 300 | 7500 |
| Менеджеры | 4 | 1000 | 4000 |
| Генеральный директор (владелец) | 1 | 18500 | 18500 |
| Всего | 100 | | 40000 |

Фонд оплаты труда составляет 40000 единиц, работников всего 100, следовательно, средняя заработная плата составляет 40000/100 = 400 единиц. Однако из 100 работников лишь 5 имеют заработную плату, ее превышающую, а зарплата остальных 95 существенно меньше средней арифметической. Интуитивно понятно, что полученным значением средней зарплаты пользоваться нецелесообразно. Среднее арифметическое можно применять лишь для достаточно однородных совокупностей.

Для оценки среднего помимо среднего арифметического могут использоваться мода[1] и медиана[2].

Для данных табл. 2.6.1 *медиана* – это среднее арифметическое 50-го и 51-го работника, если их зарплаты расположены в порядке возрастания. Медиана попадает на высококвалифицированных рабочих (они пронумерованы с 41 по 70) и равна 200. У 50-ти работников зарплата не превосходит 200, и у 50-ти – не менее двухсот. Медиана показывает «центр», вокруг которого группируются исследуемые величины.

Для расчета моды выделяем самую многочисленную категорию (низкоквалифицированные рабочие) и берем их зарплату (100 единиц).

1 Мода – значение признака, имеющее наибольшую частоту в статистическом ряду распределения.

2 Медиана – это такое значение признака, которое разделяет ранжированный ряд распределения на две равные части – со значениями признака меньше медианы и со значениями признака больше медианы. Для нахождения медианы, нужно отыскать значение признака, которое находится на середине упорядоченного ряда.

Таким образом, для описания зарплаты мы имеем три средних величины:

- среднее арифметическое – 400 единиц;
- медиана – 200 единиц;
- мода – 100 единиц.

В таблице 2.6.2 представлены исходные данные по условному предприятию сопредельного государства.

Таблица 2.6.2.

Численность работников, их заработная плата и доходы на предприятии сопредельного государства

| Категория работников | Число работников | Заработная плата | Суммарные доходы |
|---|---|---|---|
| Низкоквалифицированные рабочие | 40 | 50 | 2000 |
| Высококвалифицированные рабочие | 30 | 75 | 2250 |
| Инженеры и служащие | 25 | 80 | 2000 |
| Менеджеры | 4 | 150 | 600 |
| Генеральный директор (владелец) | 1 | 200 | 200 |
| Всего | 100 | | 7050 |

Выполнив аналогичные расчеты, получаем:

- среднее арифметическое – 70,5 единиц;
- медиана – 75 единиц;
- мода – 50 единиц.

Следует предположить, что контрабандой могут заниматься в первую очередь категории работников с малой зарплатой (низко- и высококвалифицированные рабочие) в расчете повысить свой доход. В данном случае в качестве нижней оценки средней зарплаты следует использовать моду, а в качестве верхней – медиану.

Помимо указанных величин для вычисления среднего используются:

- среднее геометрическое:

$$g = \sqrt[n]{x_1 x_2 \ldots x_n}\,; \qquad (2.6.7)$$

- среднее гармоническое:

$$h = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \ldots + \frac{1}{x_n}}; \qquad (2.6.8)$$

- среднее квадратическое:

$$s = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2}{n}}\,. \qquad (2.6.9)$$

Средние значения подразделяются на *простые* и *взвешенные*. Простые вычисляются по не сгруппированным данным, взвешенные – по сгруппированным.

Для вычисления простого среднего арифметического мы делили суммарные доходы на число работников. Среднее арифметическое взвешенное вычисляется по формуле:

$$x_c = \sum_{i=1}^{n} w_i x_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} w_i\,, \qquad (2.6.10)$$

где: $x_1, x_2, \ldots, x_n$ – выборка объема $n$;

$w_1, w_2, \ldots, w_n$ – веса.

Для расчета среднего по сгруппированным данным (табл. 2.6.2) воспользуемся формулой (2.6.10):

$$x_c = \frac{100 \cdot 40 + 200 \cdot 30 + 300 \cdot 25 + 1000 \cdot 4 + 18500 \cdot 1}{40 + 30 + 25 + 4 + 1} = 400.$$

Общее понятие средней величины введено французским математиком О. Коши: средней величиной является любая функция $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ такая, что при всех возможных значениях аргументов значение этой функции не меньше, чем минимальное из чисел $x_1, x_2, \ldots, x_n$ и не больше, чем максимальное из этих чисел.

Известное правило «скорость эскадры определяется скоростью самого тихоходного корабля» (в качестве среднего берется минимальное значение из чисел $x_1, x_2, \ldots, x_n$) является средним по Коши.

При допустимом преобразовании шкалы значение средней величины, очевидно, меняется. Но выводы о том, для какой совокупности среднее больше, а для какой – меньше, не должны меняться [178].

*Вариационный ряд* – это последовательность каких-либо чисел, расположенная в порядке возрастания их величин. Например, вариационный ряд чисел 1, –3, 8, 2 имеет вид –3, 1, 2, 8. Промежуток между крайними членами вариационного ряда называют интервалом варьирования, а длину этого интервала — размахом.

***Теорема 1***. Из всех средних по Коши допустимыми средними в порядковой шкале являются только члены вариационного ряда (порядковые статистики).

Согласно теореме 1, в качестве среднего для данных, измеренных в порядковой шкале, можно использовать, в частности, медиану (при нечетном объеме выборки). При четном же объеме целесообразно применять один из двух центральных членов вариационного ряда – как их иногда называют, левую медиану или правую медиану. Моду тоже можно использовать – она всегда является членом вариационного ряда. Можно применять минимум и максимум и т. п. Но теорема 1 запрещает использовать при анализе порядковых данных среднее арифметическое, среднее геометрическое и т. д.

Таким образом, не рекомендуется разрабатывать управленческое решение на основе среднего арифметического или среднего геометрического мнений экспертов, поскольку такие мнения обычно измерены в порядковой шкале.

Определение. Для чисел $x_1, x_2, \ldots, x_n$ *средним по Колмогорову* является:

$$G\left(\frac{F(x_1)+F(x_2)+\ldots+F(x_n)}{n}\right), \qquad (2.6.11)$$

где $F$ – строго монотонная функция (т. е. строго возрастающая или строго убывающая), $G$ – функция, обратная к $F$.

Если $F(x) = x$, то среднее по Колмогорову есть среднее арифметическое, если $F(x) = \ln x$, то среднее геометрическое и т. д.

Средние по Колмогорову – частный случай средних по Каши. В частности, мода и медиана не представимы в виде средних по Колмогорову.

***Теорема 2***. При справедливости некоторых внутриматематических условий регулярности *в шкале интервалов* из всех средних по Колмогорову допустимым является только среднее арифметическое.

То есть среднее геометрическое (или гармоническое) температур (в шкале Цельсия или Кельвина), потенциальных энергий или координат точек не имеют смысла. В качестве среднего надо применять среднее арифметическое. Также можно использовать моду и медиану – они не входят в число средних по Колмогорову.

***Теорема 3***. При справедливости некоторых внутриматематических условий регулярности *в шкале отношений* из всех средних по Колмогорову допустимым является только степенные средние с $F(x) = x^c$, $c \neq 0$ и среднее геометрическое.

## 2.7. Применение теории измерения в пограничных экспериментах

В пограничной деятельности часто применяются эксперименты, направленные на поиск оптимальных (рациональных) тактических приемов или механизмов управления. К пограничным экспериментам также относятся педагогические эксперименты, задачей которых является поиск оптимального содержания, методов, форм и средств обучения.

Для оценки эффективности пограничного эксперимента обычно выделяется *контрольная группа* (участок границы, подразделение, пункт пропуска и т.д.) и *экспериментальная группа*. В ходе пограничного эксперимента на экспериментальную группу оказывается *новое воздействие*, тогда как на контрольную группу – *воздействие традиционное*.

Целью любого пограничного эксперимента является эмпирическое подтверждение или опровержение гипотезы исследования, то есть обоснование того, что новое воздействие, будучи примененным к одному и тому же объекту управления (пограничному подразделению, учебной группе и т.д.), даст другие результаты, чем традиционное воздействие.

Задача пограничного эксперимента заключается в проведении двух сравнений и доказательстве того, что при первом сравнении (до начала педагогического эксперимента) характеристики экспериментальной и контрольной группы совпадают, а при втором (после окончания эксперимента) – различаются.

Так как объектом пограничного (педагогического) эксперимента, как правило, являются люди, а каждый человек индивидуален, то говорить о совпадении или различии характеристик экспериментальной и контрольной групп можно лишь в чисто формальном, статистическом смысле. Для того, чтобы выяснить, являются ли совпадения или различия случайными, используются статистические методы, которые позволяют на основании данных, полученных в результате эксперимента, принять обоснованное решение о совпадениях или различиях [165].

Далее в качестве примера будем рассматривать анализ педагогического эксперимента.

### *2.7.1. Типовые задачи анализа данных*

Предположим, что имеется экспериментальная группа, состоящая из $N$ человек, и контрольная группа, состоящая из $M$ человек (где $N$ и $M$ – целые положительные числа, например, $N = 25$, $M = 30$). Пусть в результате измерения одного и того же показателя с помощью одной и той же процедуры измерений были получены следующие данные:

$x = (x_1, x_2, \ldots, x_N)$ – выборка для экспериментальной группы;

$y = (y_1, y_2, \ldots, y_M)$ – выборка для контрольной группы,

где: $x_i$ – значение исследуемого показателя (признака) у $i$-го члена экспериментальной группы, $i = 1, 2, \ldots, N$;

$y_j$ – значение исследуемого показателя (признака) у $j$-го члена контрольной группы, $j = 1, 2, \ldots, M$.

В зависимости от того, в какой шкале – шкале отношений или порядковой шкале – производились измерения, получаем следующие два случая.

***Случай 1*** (измерения выполнены в шкале отношений).

Предположим, что характеристикой слушателя (признаком) является число правильно решенных задач. В табл. 2.7.1 приведены результаты измерений уровня знаний в контрольной и экспериментальной группах до и после эксперимента [165]. Строки таблицы соответствуют членам групп (отдельным слушателям).

***Случай 2*** (измерения выполнены в порядковой шкале).

Результаты эксперимента могут быть получены и в порядковой шкале (или переведены из шкалы отношений в порядковую), поэтому рассмотрим представление данных в порядковой шкале.

Таблица 2.7.1.

Число правильно решенных задач в группах

| Контрольная группа, до начала эксперимента | Экспериментальная группа, до начала эксперимента | Контрольная группа, после окончания эксперимента | Экспериментальная группа, после окончания эксперимента |
|---|---|---|---|
| 15 | 12 | 16 | 15 |
| 13 | 11 | 12 | 18 |
| 11 | 15 | 14 | 12 |
| 18 | 17 | 17 | 20 |
| 10 | 18 | 11 | 16 |
| 8 | 6 | 9 | 11 |
| 20 | 8 | 15 | 13 |
| 7 | 10 | 8 | 7 |
| 8 | 16 | 6 | 14 |
| 12 | 12 | 13 | 17 |
| 15 | 15 | 17 | 19 |
| 16 | 14 | 19 | 16 |
| 13 | 19 | 15 | 12 |
| 14 | 13 | 11 | 15 |
| 14 | 19 | 9 | 19 |

| Контрольная группа, до начала эксперимента | Экспериментальная группа, до начала эксперимента | Контрольная группа, после окончания эксперимента | Экспериментальная группа, после окончания эксперимента |
|---|---|---|---|
| 19 | 12 | 19 | 18 |
| 7 | 11 | 8 | 14 |
| 8 | 16 | 6 | 13 |
| 11 | 12 | 9 | 18 |
| 12 | 8 | 12 | 13 |
| 15 | 13 | 11 | 13 |
| 16 | 7 | 17 | 15 |
| 13 | 15 | 10 | 18 |
| 5 | 8 | 8 | 9 |
| 11 | 9 | 8 | 14 |
| 19 | | 20 | |
| 18 | | 19 | |
| 9 | | 6 | |
| 6 | | 14 | |
| 15 | | 10 | |

Если использовалась порядковая шкала (шкала рангов) с $L$ градациям (например, в 4-бальной учебной шкале $L = 4$), то будем считать, что $\{x_i\}$ и $\{y_j\}$ – натуральные числа, принимающие одно из значений: 2, 3, 4 или 5. Тогда характеристикой группы будет число ее членов, набравших заданный балл. То есть, для экспериментальной группы вектор баллов есть $n = (n_1, n_2, \ldots, n_L)$, где $n_k$ – число членов экспериментальной группы, получивших $k$-ый балл, $k = 1, 2, \ldots, L$. Для контрольной группы вектор баллов есть $m = (m_1, m_2, \ldots, m_L)$, где $m_k$ – число членов контрольной группы, получивших $k$-ый балл, $k = 1, 2, \ldots, L$. Очевидно, что $n_1 + n_2 + \ldots + n_L = N$, $m_1 + m_2 + \ldots + m_L = M$.

Пусть в рассматриваемом примере (в котором ($N = 25$, $M = 30$) выделены три уровня знаний ($L = 3$):

- низкий (число решенных задач меньше либо равно 10);
- средний (число решенных задач строго больше 10, но меньше или равно 15);

- высокий (число решенных задач строго больше 15).

Сформируем в Microsoft Excel таблицу 2.7.2, в которой указаны верхние границы диапазонов [165].

Таблица 2.7.2.

Переход от шкалы отношений к порядковой шкале

| Уровень знаний | Максимальное число правильно решенных задач |
|---|---|
| Низкий | 10 |
| Средний | 15 |
| Высокий | 20 |

Поставим в соответствие уровням знаний (низкому, среднему и высокому) баллы – 1, 2 и 3. Вычислим на основании данных таблицы 2.7.1, например, сначала для контрольной группы до начала эксперимента число ее членов, получивших балл, принадлежащий тому или иному диапазону: $m_1 = 9$ (то есть, 9 членов контрольной группы до начала эксперимента продемонстрировали низкий уровень знаний), $m_2 = 14$, $m_3 = 7$. Результаты занесем в таблицу 2.7.3.

Таблица 2.7.3.

Уровни знаний членов контрольной группы до эксперимента

| Уровень знаний | Частота (число человек) |
|---|---|
| Низкий (1 балл) | 9 |
| Средний (2 балла) | 14 |
| Высокий (3 балла) | 7 |

Для каждого из столбцов таблицы 2.7.1 по аналогии с таблицей 2.7.3 определяем распределение членов экспериментальной и контрольной групп по уровням знаний и получаем таблицу 2.7.4 [165].

Таблица 2.7.4 построена по таблице 2.7.1 введением диапазонов значений числа правильно решенных задач, попадание в которые считалось соответствующим уровням знаний. При подобном переходе от шкалы отношений к порядковой шкале часть информации теряется – в рассматриваемом примере одному и тому же уровню знаний соответствуют несколько различных чисел правильно решенных задач.

Следовательно, труднее становится устанавливать совпадения и различия характеристик исследуемых объектов. Поэтому, рекомендуется использовать всю имеющуюся информацию, то есть, если при измерениях использовалась шкала отношений, то и обрабатывать данные следует в этой шкале.

Таблица 2.7.4.

Результаты измерений уровня знаний в контрольной и экспериментальной группах до и после эксперимента

| Уровень знаний | Контрольная группа до начала эксперимента (чел.) | Экспериментальная группа до начала эксперимента (чел.) | Контрольная группа после окончания эксперимента (чел.) | Экспериментальная группа после окончания эксперимента (чел.) |
|---|---|---|---|---|
| Низкий | 9 | 7 | 12 | 2 |
| Средний | 14 | 12 | 10 | 13 |
| Высокий | 7 | 6 | 8 | 10 |

Однако во многих случаях на практике измерения производят в порядковой шкале (например, оценивают знания в баллах), и результаты эксперимента сразу имеют вид таблицы типа таблицы 2.7.4. Поэтому для задач анализа результатов измерений, произведенных в шкале отношений, будем считать, что данные эксперимента имеют вид таблицы 2.7.1, а для задач анализа результатов измерений, произведенных в шкале порядка, будем считать, что данные эксперимента имеют вид таблицы 2.7.4.

С точки зрения анализа данных можно выделить три типа задач [165]:

- описание данных (компактное и информативное отражение результатов измерений характеристик исследуемых объектов);
- установление совпадения характеристик двух групп;
- установление различия характеристик двух групп.

Два типа шкал (отношений и порядка) и три названных задачи позволяют выделить шесть базовых или типовых задач (табл. 2.7.5).

Перечисленные шесть задач являются базовыми по следующим причинам [165]:

- они включают большинство (порядка 90 %) задач анализа данных, встречающихся в экспериментальных исследованиях по педагогическим наукам;
- они сформулированы для простейшей схемы организации педагогического эксперимента – когда состояние исследуемых объектов описывается одним показателем и измеряется два раза – до начала и после завершения воздействия.

Таблица. 2.7.5.

Типовые задачи анализа данных

| | 1. Шкала отношений | 2. Шкала порядка |
|---|---|---|
| 1. Описание данных | Задача 1.1 | Задача 2.1 |
| 2. Установление совпадения характеристик двух групп | Задача 1.2 | Задача 2.2 |
| 3. Установление различия характеристик двух групп | Задача 1.3 | Задача 2.3 |

Если возникает многокритериальность (объекты описываются одновременно по нескольким критериям), то описание и сравнение экспериментальной и контрольной групп по каждому из критериев может производиться независимо в рамках одной из базовых задач.

Аналогично, если возникает динамика (то есть, состояния объектов измеряются более чем два раза), то описание и сравнение групп может производиться несколько раз независимо (в каждый момент времени) в рамках одной из базовых задач 1.1–2.3.

### *2.7.2. Алгоритм выбора статистического критерия*

В первом приближении этот алгоритм очень прост: *если данные получены в результате измерений в шкале отношений, то следует использовать критерий Вилкоксона-Манна-Уитни (ВМУ), если в порядковой шкале, то критерий* $\chi^2$. Алгоритм выбора статистического критерия показан на рис. 2.7.1 [165].

Для шкалы отношений следует решить, состоит ли решаемая задача в обнаружении различия средних значений (математических ожиданий). Если – да, то можно использовать критерий *Крамера-Уэлча*. Если же следует обнаружить произвольные различия характеристик выборок, то следует использовать критерий Вилкоксона-Манна-Уитни или критерий $\chi^2$.

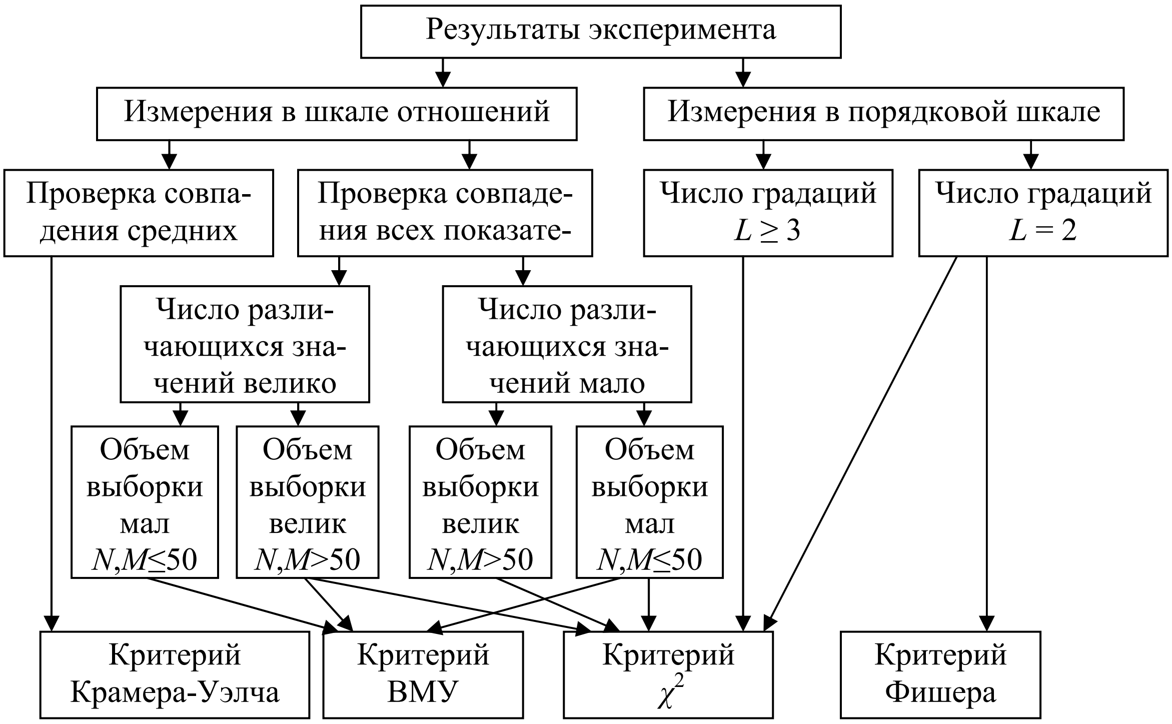



Рис. 2.7.1. Алгоритм выбора статистического критерия

Если число различающихся между собой значений в сравниваемых выборках велико (более десяти), то целесообразно использование критерия Вилкоксона-Манна-Уитни (ВМУ).

Если число различающихся между собой значений в сравниваемых выборках мало (менее десяти), то, произведя группировку результатов измерений (то есть, перейдя от шкалы отношений к порядковой шкале), можно использовать критерий $\chi^2$.

Далее, аналогично рассуждая, если объем выборок мал ($N$, $M \leq 50$), то следует использовать критерий Вилкоксона-Манна-Уитни (при малом числе различающихся значений в этом случае можно использовать и критерий $\chi^2$).

Если объем выборок велик, то, опять же с помощью группировки результатов измерений, имеет смысл использовать критерий $\chi^2$.

Для порядковой шкалы в случае, когда число градаций (различных баллов) больше либо равно трем, используется критерий $\chi^2$, если же применялась дихотомическая шкала, то можно использовать либо критерий $\chi^2$, либо критерий Фишера.

### *2.7.3. ОБЩИЕ ПОДХОДЫ К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ДОСТОВЕРНОСТИ СОВПАДЕНИЙ И РАЗЛИЧИЙ*

Для результатов измерений в шкале отношений показатели описательной статистики можно разбить на несколько групп [165]:

- *показатели положения* описывают положение экспериментальных данных на числовой оси (максимальный и минимальный элементы выборки, среднее арифметическое значение, медиана, мода и т. д.);
- *показатели разброса* описывают степень разброса данных относительно своего центра (выборочная дисперсия[1], размах выборки и т. д.);
- *показатели асимметрии* (положение медианы и моды относительно среднего и т. д.);
- *гистограмма* и др.

Среднее арифметическое $\bar{x}$ выборки $\{x_i\}_{i=1,\dots,N}$ (выборочное среднее) рассчитывается по формуле:

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i \ , \qquad (2.7.1)$$

а выборочная дисперсия равна:

$$D_x = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \ . \qquad (2.7.2)$$

Стандартная ошибка вычисляется по формуле:

$$m_x = \frac{\sqrt{D_x}}{\sqrt{N}} \ . \qquad (2.7.3)$$

1 Выборочная дисперсия рассчитывается как средняя сумма квадратов разностей между элементами выборки и средним значением.

Когда мы наблюдаем дискретную случайную величину, она может принимать одни и те же значения по многу раз. Поэтому для экономии места и повышения наглядности каждое значение записывают только один раз, но с указанием, сколько раз оно появилось. Число $n_i$, показывающее, сколько раз появилось значение $x_i$ в $n$ наблюдениях, называют частотой данного значения, а отношение $w_i = n_i / n$ – относительной частотой. Число $k$ различных значений в $n$ наблюдениях всегда конечно и $k \le n$. Очевидно, что имеют место равенства $\sum_{i=1}^{k} n_i = n$ и $\sum_{i=1}^{k} w_i = 1$.

В случае непрерывной случайной величины при большом числе опытов часто применяют группировку: весь интервал наблюдаемых значений разбивают на $k$ частичных интервалов равной длины $h$ и затем подсчитывают числа попаданий наблюдений на эти интервалы, которые принимают за частоты $n_i$ (для некоторой новой, уже дискретной случайной величины). В качестве новых значений $x_i$ обычно берут середины интервалов (либо в таблице указывают сами интервалы). Группировка может применяться и в случае дискретных случайных величин, если шаг, с которым меняются их значения, нам кажется слишком мелким.

Рекомендуемое число разбиения $k \approx 1 + \log_2 n$, а длины частичных интервалов $h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k}$.

Набор вариантов $x_i$ (или частичных интервалов) и их относительных частот называют *статистическим рядом*. Графически статистические ряды могут быть представлены в виде полигона, гистограммы или графика накопленных частот [232].

Для установления совпадений и различий формулируются статистические гипотезы:

- гипотеза об отсутствии различий (так называемая *нулевая гипотеза*);

- гипотеза о значимости различий (*альтернативная гипотеза*).

Для принятия решений о том, какую из гипотез (нулевую или альтернативную) следует принять, используют решающие правила – статистические критерии1. То есть, на основании информации о результатах наблюдений (характеристиках членов экспериментальной и контрольной группы) вычисляется число, называемое эмпирическим значением критерия. Это число сравнивается с известным (например, заданным таблично) эталонным числом, называемым критическим значением критерия.

Критические значения приводятся, как правило, для нескольких уровней значимости. *Уровнем значимости* называется вероятность ошибки, заключающейся в отклонении (не принятии) нулевой гипотезы, то есть вероятность того, что различия сочтены существенными, а они на самом деле случайны. Обычно используют уровни значимости (обозначаемые $\alpha$), равные 0,05, 0,01 и 0,001. В педагогических исследованиях обычно ограничиваются значением 0,05, то есть, грубо говоря, допускается не более чем 5 % возможность ошибки.

Если полученное исследователем эмпирическое значение критерия оказывается меньше или равно критическому, то принимается нулевая гипотеза – считается, что на заданном уровне значимости (то есть при том значении α, для которого рассчитано критическое значение критерия) характеристики экспериментальной и контрольной групп совпадают. В противном случае, если эмпирическое значение критерия оказывается строго больше критического, то нулевая гипотеза отвергается и принимается альтернативная гипотеза – характеристики экспериментальной и контрольной группы считаются различными с достоверностью различий $1 - \alpha$. Например, если $\alpha = 0{,}05$ и принята альтернативная гипотеза, то достоверность различий равна 0,95 или 95 %.

---

1 В математической статистике исторически сложилось называть статистическими критериями не только решающие правила, но и методы расчета определенного числа (используемого в решающих правилах), а также само это число.

Другими словами, чем меньше эмпирическое значение критерия (чем левее оно находится от критического значения), тем больше степень совпадения характеристик сравниваемых объектов. И наоборот, чем больше эмпирическое значение критерия (чем правее оно находится от критического значения), тем сильнее различаются характеристики сравниваемых объектов.

В дальнейшем мы ограничимся уровнем значимости $\alpha = 0{,}05$, поэтому, если эмпирическое значение критерия оказывается меньше или равно критическому, то можно сделать вывод, что «характеристики экспериментальной и контрольной групп совпадают с уровнем значимости 0,05». Если эмпирическое значение критерия оказывается строго больше критического, то можно сделать вывод, что «достоверность различий характеристик экспериментальной и контрольной групп равна 95 %».

### *2.7.4. Методика определения достоверности совпадений и различий для данных, измеренных в шкале отношений*

Для данных, измеренных в шкале отношений, для проверки гипотезы о совпадении характеристик двух групп целесообразно использование либо критерия Крамера-Уэлча, либо критерия Вилкоксона-Манна-Уитни. Критерий Крамера-Уэлча предназначен для проверки гипотезы о равенстве средних (строго говоря – математических ожиданий) двух выборок, критерий Вилкоксона-Манна-Уитни является более «тонким» (но и более трудоемким) – он позволяет проверять гипотезу о том, что две выборки «одинаковы» (в том числе, что совпадают их средние, дисперсии и все другие показатели).

***Критерий Крамера-Уэлча.*** Эмпирическое значение данного критерия рассчитывается на основании информации об объемах $N$ и M выборок x и y, выборочных средних $\bar{x}$ и $\bar{y}$ и выборочных дисперсиях $D_x$ и $D_y$ сравниваемых выборок (эти значения могут быть вычислены в Microsoft Excel) по следующей формуле:

$$T_e = \frac{\sqrt{M \cdot N}\left|\bar{x} - \bar{y}\right|}{\sqrt{M \cdot D_x + N \cdot D_y}} \;. \tag{2.7.4}$$

***Алгоритм*** определения достоверности совпадений и различий характеристик сравниваемых выборок для экспериментальных данных, измеренных в шкале отношений, с помощью критерия Крамера-Уэлча заключается в следующем:

1. Вычислить для сравниваемых выборок $T_e$ – эмпирическое значение критерия Крамера-Уэлча по формуле (2.7.4).
2. Сравнить это значение с критическим значением $T_{0.05} = 1,96$. Если $T_e \le 1,96$, то сделать вывод: «характеристики сравниваемых выборок совпадают на уровне значимости 0,05»; если $T_e > 1,96$, то сделать вывод: «достоверность различий характеристик сравниваемых выборок составляет 95 %».

В таблице 2.7.6 представлены результаты расчета точечных параметров для таблицы 2.7.1.

Таблица 2.7.6.

Результаты расчета точечных параметров

| Группа | Объем выборки | Выборочное среднее | Выборочная дисперсия | Эмпирическое значение критерия |
|---|---|---|---|---|
| КГ до начала | 30 | 12,6 | 17,28275862 | 0,037132323 |
| ЭГ до начала | 25 | 12,64 | 14,07333333 | |
| КГ по окончании | 30 | 12,3 | 18,49310345 | 2,358716386 |
| ЭГ по окончании | 25 | 14,76 | 10,44 | |

Выборочное среднее рассчитано с помощью функции Excel:

=СРЗНАЧ(A2:A31),

выборочная дисперсия с помощью функции:

=ДИСП(A2:A31),

эмпирическое значение критерия с помощью функции:

=КОРЕНЬ(A34*B34)*ABS(A32-B32)/КОРЕНЬ(A34*A33+B34*B33).

Из результатов расчетов делаем выводы:

1. *Гипотеза о совпадении характеристик* контрольной и экспериментальной групп до начала эксперимента *принимается* на уровне значимости 0,05.
2. *Достоверность различий характеристик* контрольной и экспериментальной групп после окончания эксперимента *составляет 95 %.*

Итак, начальные (до начала эксперимента) состояния экспериментальной и контрольной групп совпадают, а конечные (после окончания эксперимента) – различаются. Следовательно, можно сделать вывод, что эффект изменений обусловлен именно применением экспериментальной методики обучения.

Отметим, что мы не рассматриваем вопрос о том, «в какую сторону» экспериментальная группа отличается от контрольной, то есть, улучшились или ухудшились (с содержательной точки зрения, не имеющей отношения к статистическим методам и являющейся прерогативой педагогики) исследуемые характеристики.

***Критерий Вилкоксона-Манна-Уитни.*** Возьмем две выборки: $\{x_i\}_{i=1\ldots N}$ и $\{y_j\}_{j=1\ldots M}$ и для каждого элемента первой выборки $x_i$, $i = 1\ldots N$, определим число $a_i$ элементов второй выборки, которые превосходят его по своему значению (то есть число таких $y_j$, что $y_j > x_i$), а также число $b_i$ элементов второй выборки, которые по своему значению равны ему (то есть число таких $y_j$, что $y_j = x_i$). Сумма

$$U = a_1 + a_2 + \ldots + a_N + \frac{1}{2}\left(b_1 + b_2 + \ldots + b_N\right) = \sum_{i=1}^{N} a_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} b_i \qquad (2.7.5)$$

по всем $N$ членам первой выборки называется *эмпирическим значением критерия Манна-Уитни* и обозначается $U$.

Определим *эмпирическое значение критерия Вилкоксона*:

$$W_e = \frac{\left|N \cdot M/2 - U\right|}{\sqrt{N \cdot M \cdot (N + M + 1)/12}} \ . \qquad (2.7.6)$$

***Алгоритм*** определения достоверности совпадений и различий для экспериментальных данных, измеренных в шкале отношений, с помощью критерия Вилкоксона-Манна-Уитни заключается в следующем:

1. Вычислить для сравниваемых выборок $W_e$ – эмпирическое значение критерия Вилкоксона по формуле (2.7.6).
2. Сравнить это значение с критическим значением $W_{0.05} = 1{,}96$. Если $W_e \le 1{,}96$, то сделать вывод: «характеристики сравниваемых выборок совпадают с уровнем значимости 0,05»; если $W_e > 1{,}96$, то сделать вывод: «достоверность различий характеристик сравниваемых выборок составляет 95 %».

Применим алгоритм к данным таблицы 3.7.1. Для чего сначала сравним числа правильно решенных задач в группах до начала эксперимента.

На рис. 2.7.2 показаны результаты расчетов.

D2 =СЧЁТЕСЛИ($B$2:$B$31;">12")+СЧЁТЕСЛИ($B$2:$B$31;"=12")/2

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | № члена экспер-й группы $i$ | Контрольная группа, до начала эксперимента | Эксперим-я группа, до начала эксперимента | $a_i + b_i / 2$ | | |
| 2 | 1 | 15 | 12 | 17 | | |
| 3 | 2 | 13 | 11 | 19,5 | | |
| 4 | 3 | 11 | 15 | 9 | | |
| 5 | 4 | 18 | 17 | 5 | | |
| 6 | 5 | 10 | 18 | 4 | | |
| 7 | 6 | 8 | 6 | 28,5 | | |
| 8 | 7 | 20 | 8 | 24,5 | | |

Рис. 2.7.2. Методика расчета критерия Манна-Уитни

В первом столбце записаны номера $i$ членов экспертной группы от 1 до 25. Второй (третий) столбец – количество правильно решенных задач контрольной (экспериментальной) группой до начала эксперимента. В четвертом столбце вычисляется число членов контрольной группы, правильно решивших большее число задач, чем член экспериментальной группы. Формула в ячейке состоит из двух слагаемых. Первое слагаемое:

СЧЁТЕСЛИ($B$2:$B$31;">12")

подсчитывает число членов контрольной группы, правильно решивших строго большее число задач, чем текущий член экспериментальной группы.

Второе слагаемое:

СЧЁТЕСЛИ($B$2:$B$31;"=12")/2

вычисляет половину количества членов контрольной группы, правильно решивших такое же количество задач, что и текущий член экспериментальной группы.

Сумма всех 25 чисел в столбце $D$ дает эмпирическое значение критерия Манна-Уитни $U = 373$. Вычисляем по формуле (2.7.6) значение $W_e = 0{,}0338 \leq 1{,}96$. Следовательно, гипотеза о том, что сравниваемые выборки совпадают, принимается на уровне значимости 0,05.

Аналогично вычисляется эмпирическое значение критерия для рассматриваемых групп после окончания эксперимента. Для этих групп получим $W_e = 2{,}1974 > 1{,}96$. Следовательно, достоверность различий сравниваемых выборок после завершения эксперимента составляет 95 %.

### 2.7.5. *Методика определения достоверности совпадений и различий для данных, измеренных в порядковой шкале*

Рассмотрим случай, когда используется порядковая шкала с $L$ различными баллами. Характеристикой группы будет число ее членов, набравших тот или иной балл. Для экспериментальной группы вектор баллов есть $n = (n_1, n_2, \ldots, n_L)$, где $n_k$ – число членов экспериментальной группы, получивших $k$-ый балл, $k = 1, 2, \ldots, L$. Для контрольной группы вектор баллов есть $m = (m_1, m_2, \ldots, m_L)$, где $m_k$ – число членов контрольной группы, получивших $k$-ый балл, $k = 1, 2, \ldots, L$. Для рассматриваемого нами числового примера ($L = 3$ – «низкий», «средний» или «высокий» уровень знаний) данные приведены в таблице 2.7.4.

Для данных, измеренных в порядковой шкале, целесообразно использование критерия однородности $\chi^2$ (название критерия читается: «хи-квадрат»), эмпирическое значение $\chi_e^2$ которого вычисляется по следующей формуле:

$$\chi_e^2 = N \cdot M \cdot \sum_{i=1}^{L} \frac{\left(n_i/N + m_i/M\right)^2}{n_i + m_i} \quad . \qquad (2.7.7)$$

Критические значения $\chi_{0,05}^2$ критерия $\chi^2$ для уровня значимости 0,05 даны в таблице 2.7.7.

Таблица 2.7.7.

Критические значения критерия $\chi^2$ для уровня значимости 0,05

| $L$–1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\chi_{0,05}^2$ | 3,84 | 5,99 | 7,82 | 9,49 | 11,07 | 12,59 | 14,07 | 15,52 | 16,92 |

***Алгоритм*** определения достоверности совпадений и различий для экспериментальных данных, измеренных в порядковой шкале:

1. Вычислить для сравниваемых выборок эмпирическое значение $\chi_e^2$ по формуле (2.7.7).
2. Сравнить полученное значение с критическим значением из таблицы 2.7.7. Если $\chi_e^2 \leq \chi_{0,05}^2$, то сделать вывод: «характеристики сравниваемых выборок совпадают с уровнем значимости 0,05»; если $\chi_e^2 > \chi_{0,05}^2$, то сделать вывод: «достоверность различий характеристик сравниваемых выборок составляет 95 %».

Применительно к данным таблицы 2.7.4 для двух групп после окончания эксперимента имеем:

- экспериментальная группа: $N = 25$, $n_1 = 2$, $n_2 = 13$, $n_3 = 10$;
- контрольная группа: $M = 30$, $m_1 = 12$, $m_2 = 10$, $m_3 = 8$.

Подставляя данные в формулу (2.7.7), получаем $\chi_e^2 = 7{,}36$.

Аналогичным образом вычисляются все оставшиеся из 16 возможных результатов парных сравнений групп (экспериментальная и контрольная группы, до начала и после окончания эксперимента). Результаты вычислений приведены в таблице 2.7.8.

Ячейки таблицы содержат эмпирические значения критерия $\chi^2$ для сравниваемых групп, соответствующих строке и столбцу. Жирным шрифтом выделены результаты сравнения характеристик экспериментальной и контрольной группы до начала и после окончания эксперимента. Например, эмпирическое значение критерия $\chi^2$, получаемое при сравнении характеристик контрольной группы до начала эксперимента (вторая строка таблицы) и экспериментальной группы до начала эксперимента (третий столбец таблицы), равно 0,03.

В рассматриваемом примере $L = 3$ (выделены три уровня знаний – «низкий», «средний» и «высокий»). Следовательно, $L - 1 = 2$. Из таблицы 2.7.7 получаем для $L - 1 = 2$: $\chi^2_{0,05} = 5{,}99$. Тогда из таблицы 2.7.8 видно, что все эмпирические значения критерия $\chi^2$, кроме результата $\chi^2_e = 7{,}36$ сравнения экспериментальной и контрольной групп после окончания эксперимента, меньше критического значения.

Таблица 2.7.8.

Эмпирические значения критерия $\chi^2$

| | Контрольная группа до начала эксперимента | Экспериментальная группа до начала эксперимента | Контрольная группа после окончания эксперимента | Экспериментальная группа после окончания эксперимента |
|---|---|---|---|---|
| Контрольная группа до начала эксперимента | 0 | **0,03** | 1,16 | 4,6 |
| Экспериментальная группа до начала эксперимента | 0,03 | 0 | 1,34 | 3,82 |
| Контрольная группа после окончания эксперимента | 1,16 | 1,34 | 0 | **7,36** |
| Экспериментальная группа после окончания эксперимента | 4,6 | 3,82 | 7,36 | 0 |

Следовательно «характеристики всех сравниваемых выборок, кроме экспериментальной и контрольной групп после окончания эксперимента, совпадают с уровнем значимости 0,05». Так как $\chi^2_e = 7{,}36 > 5{,}99 = \chi^2_{0,05}$, то «достоверность различий характеристик экспериментальной и контрольной групп после окончания эксперимента составляет 95 %».

Итак, начальные (до начала эксперимента) состояния экспериментальной и контрольной групп совпадают, а конечные (после окончания эксперимента) – различаются. Следовательно, можно сделать вывод, что эффект изменений обусловлен именно применением экспериментальной методики обучения.

### *2.7.6. Методика определения достоверности совпадений и различий для данных, измеренных в дихотомической шкале*

В дихотомической шкале имеется всего два различных упорядоченных балла: «высокий уровень» – «низкий», «прошел тест» – «не прошел» и т. д. Характеристикой группы, помимо общего числа ее членов, будет число членов (или доля, процент от общего числа), набравших заданный, например – максимальный, балл (в общем случае – число членов, обладающих заданным признаком).

Для экспериментальной группы, описываемой двумя числами ($n_1$, $n_2$), где $n_1$ – число членов рассматриваемой группы, набравших низкий балл, $n_2$ – набравших высокий балл, $n_1 + n_2 = N$, доля $p$ ее членов, набравших максимальный балл, равна: $p = n_2 / N$. Для контрольной группы, описываемой двумя числами ($m_1$, $m_2$), где $m_1 + m_2 = M$, доля $q$ ее членов, набравших максимальный балл, равна: $q = m_2 / M$.

Рассмотрим пример (табл. 2.7.9).

Таблица 2.7.9.

Результаты дихотомических измерений уровня знаний

| | Контрольная группа до начала эксперимента | Экспериментальная группа до начала эксперимента | Контрольная группа после окончания эксперимента | Экспериментальная группа после окончания эксперимента |
|---|---|---|---|---|
| Доля, которую составляют учащиеся, не усвоившие материал | 0,3 | 0,28 | 0,4 | 0,08 |
| Доля, которую составляют учащиеся, усвоившие материал | 0,7 | 0,72 | 0,6 | 0,92 |

Для данных, измеренных в дихотомической шкале целесообразно использование критерия Фишера, для которого эмпирическое значение $\varphi_e$ вычисляется по следующей формуле:

$$\varphi_e = \left|2\mathrm{acr}\sin\sqrt{p} - 2\mathrm{acr}\sin\sqrt{q}\right|\sqrt{\frac{N \cdot M}{N + M}} \ . \qquad (2.7.8)$$

Критическое значение $\varphi_{0,05}$ критерия Фишера для уровня значимости 0,05 равно 1,64.

***Алгоритм*** определения достоверности совпадений и различий для экспериментальных данных, измеренных в дихотомической шкале, заключается в следующем:

1. Вычислить для сравниваемых выборок $\varphi_e$ – эмпирическое значение критерия Фишера по формуле (2.7.8).
2. Сравнить это значение с критическим значением $\varphi_{0,05} = 1,64$. Если $\varphi_e \le 1,64$, то сделать вывод: «характеристики сравниваемых выборок совпадают с уровнем значимости 0,05»; если $\varphi_e > 1,64$, то сде-

лать вывод «достоверность различий характеристик сравниваемых выборок составляет 95 %».

Для экспериментальной группы ($N$ = 25) после окончания эксперимента $p$ = 0,92; контрольной группы ($M$ = 30) – $q$ = 0,6. По формуле (2.7.8) получим $\varphi_e$ = 2,94.

Аналогичным образом вычисляются все оставшиеся из 16 возможных результатов парных сравнений групп (экспериментальная и контрольная группы, до начала и после окончания эксперимента). Результаты вычислений приведены в табл. 2.7.10.

Таблица 2.7.10.

Эмпирические значения критерия Фишера

| | Контрольная группа до начала эксперимента | Экспериментальная группа до начала эксперимента | Контрольная группа после окончания эксперимента | Экспериментальная группа после окончания эксперимента |
|---|---|---|---|---|
| Контрольная группа до начала эксперимента | 0 | **0,16** | 0,81 | 2,16 |
| Экспериментальная группа до начала эксперимента | 0,16 | 0 | 0,94 | 1,92 |
| Контрольная группа после окончания эксперимента | 0,81 | 0,94 | 0 | **2,94** |
| Экспериментальная группа после окончания эксперимента | 2,16 | 1,92 | 2,94 | 0 |

Ячейки таблицы содержат эмпирические значения критерия Фишера для сравниваемых групп, соответствующих строке и столбцу.

Жирным шрифтом выделены результаты сравнения характеристик экспериментальной и контрольной группы до начала и после окончания эксперимента.

Например, эмпирическое значение критерия Фишера, получаемое при сравнении характеристик контрольной группы до начала эксперимента (вторая строка таблицы) и экспериментальной группы до начала эксперимента (третий столбец таблицы), равно 0,16. Следовательно «состояния экспериментальной и контрольной групп до начала эксперимента совпадают с уровнем значимости 0,05».

Теперь аналогичным образом сравним характеристики экспериментальной и контрольной групп после окончания эксперимента. Так как $\varphi_e = 2{,}94 > 1{,}64 = \varphi_{0{,}05}$, то «достоверность различий состояний экспериментальной и контрольной групп после окончания эксперимента составляет 95%».

Итак, начальные (до начала эксперимента) состояния экспериментальной и контрольной групп совпадают, а конечные (после окончания эксперимента) – различаются. Следовательно, можно сделать вывод, что эффект изменений обусловлен именно применением экспериментальной методики воздействия (обучения).

Следует отметить, что, несмотря на то, что выше обсуждалось применение статистических методов к уже полученным в результате проведения пограничного (педагогического) эксперимента данным, знание этих методов позволяет планировать эксперимент на стадии его подготовки. Например, формулы (2.7.4–2.7.8), определяющие эмпирические значения критериев, совместно с фиксированными критическими их значениями, позволяют заранее (до проведения эксперимента) оценивать необходимый объем выборки и другие важные параметры. Кроме того, если до начала эксперимента выявлено статистически значимое различие характеристик экспериментальной и контрольной групп по интересующему исследователя критерию (например, по успеваемости), то проводить эксперимент не имеет смысла, так как никакие результаты сравнения характеристик этих групп после окончания эксперимента, не позволят выявить вклада сравниваемого с традиционным воздействия [165].

## 2.8. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

***Задача 2.8.1***. Опишите неманипулируемую процедуру распределения ресурсов.

***Задача 2.8.2***. Опишите ситуации, в которых целесообразно применение механизма встречных планов.

***Задача 2.8.3***. Назовите конкретные виды деятельности и должности сотрудников, для которых целесообразно применение механизмов индивидуального и унифицированного стимулирования.

***Задача 2.8.4***. Постройте дерево целей для пограничного формирования. Опишите, в каких шкалах измерения могут быть оценены критерии, характеризующие каждую цель.

***Задача 2.8.5***. Требуется сократить продолжительность выполнения плана оборудования границы на $\Delta T = 8$ дней. Критический путь состоит из пяти работ ($n = 4$), за которые отвечают соответствующие исполнители. Все работы критического пути считаются одинаково значимыми. Исполнители сообщили следующие значения, на сколько можно сократить время работ:

$$3, 2, 1, 0$$

(четвертый исполнитель сообщил о неготовности сокращения работ).

# ГЛАВА 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОГРАНИЧНЫХ КОНФЛИКТОВ И ОПЕРАЦИЙ

С исторической точки зрения первым применением методов «исследования операций» к конфликтам считается деятельность Архимеда при организации обороны Сиракуз [162]. В годы Первой Мировой войны созданы модели Ф. Ланчестера. Прорыв в области применения количественных методов для исследования военных операций и конфликтов произошел в годы Второй Мировой войны (начиная с 1939 года), когда были созданы специальные исследовательские группы с участием математиков, физиков, психологов и других специалистов. В пограничных войсках, в частности, начиная с Великой Отечественной войны 1941-1945 гг., стал применяться метод календарного и сетевого планирования.

В настоящей главе рассматривается классификация и характеристика моделей пограничных конфликтов и операций.

## 3.1. Классификация моделей пограничных конфликтов и операций

При моделировании пограничных конфликтов и операций необходимо учитывать следующие принципы:

1. Сотрудничество сопредельных государств, а также регулярная и эффективная деятельность по охране границы (пограничный менеджмент) и мониторингу обстановки являются сдерживающим фактором, снижающим интенсивность возникновения, напряженность и масштаб конфликтных ситуаций.
2. Пограничные ведомства должны использовать стационарные и мобильные силы и средства охраны границы и иметь обученный и подготовленный резерв.
3. Конфликту обычно предшествует информационная стадия, целями которой являются: доказать необходимость и «гуманность»

конфликта в глазах общественного мнения; подорвать волю сопредельной стороны к адекватным и своевременным действиям, ввести ее в заблуждение.

4. Необходимость заблаговременной подготовки местности, пограничных сил и средств к конфликту.

Пограничные операции и конфликты по масштабу классифицируются на локальные, региональные, государственные, группы государств. Конфликты могут протекать в форме пограничного инцидента[1], вооруженного или пограничного конфликта[2], политической, военной или невооруженной провокации [194].

Пограничные операции по задачам подразделяются на [194]:

- операции по отражению (пресечению) вооруженного нападения, вторжения войсковых групп и бандитских формирований с территории соседнего государства, в т.ч. вооруженных провокаций со стороны моря;
- операции по отражению (пресечению) вторжения гражданского населения сопредельных стран и населения своей страны в приграничную зону и попытки пересечения государственной границы;
- операции по контролю за промысловой деятельностью и пресечение незаконного ее ведения в территориальном море, исключительной экономической зоне и континентальном шельфе, как иностранными, так и своими нарушителями установленного режима;
- операции по поиску и ликвидации диверсионно-разведывательных групп, бандитских и других формирований на приграничной территории;
- операции по поиску и задержанию агентуры противника и других нарушителей государственной границы.

1 Пограничный инцидент – это происшествие на государственной границе, возникшее в результате незаконных действий граждан, военнослужащих или местных властей той или иной стороны, выражающихся в различных нарушениях положений международных договоров и пограничных соглашений.

2 Пограничный конфликт – это столкновение между гражданскими лицами или пограничными формированиями сопредельных стран на государственной границе и ее нарушение.

Пограничные ведомства могут принимать участие в контртеррористических и иных операциях, войнах и военных конфликтах.

Модели пограничных конфликтов и операций подразделяются на:

- концептуальные (когнитивные) модели;
- математические модели;
- имитационные модели (включая военные игры, командно-штабные учения и тренировки).

На основе перечисленных моделей может разрабатываться программное обеспечение и автоматизированные (информационные) системы.

Математические модели пограничных конфликтов и операций подразделяются на [162]:

- описательные модели;
- оптимизационные модели;
- модели принятия решений.

*Описательные модели* основываются на методах математического анализа, дифференциальных уравнениях, теории вероятностей и статистической теории решений (принятие решений в условиях «природной» неопределенности), теории надежности и теории массового обслуживания, теории поиска, теории экспертных оценок. К описательным моделям можно отнести и качественный анализ соответствующих динамических систем, исследование их структурной устойчивости.

*Оптимизационные модели* используют аппарат линейного и динамического программирования, теории оптимального управления, дискретной оптимизации (включая теорию графов и методы календарно-сетевого планирования и управления (КСПУ) применительно к планированию пограничных действий и управлению силами) и отчасти теории массового обслуживания и теории управления запасами [162].

*Модели принятия решений* можно условно разделить на модели индивидуального и коллективного принятия решений. В первых основной акцент обычно делается на многокритериальное принятие решений, во вторых – на использование теории игр (принятие решений в условиях игровой неопределенности) [162].

Отметим принципы моделирования пограничных конфликтов и операций:

1. Разнообразие используемых методов и моделей должно быть не меньше разнообразия действий при подготовке и в ходе пограничных конфликтов и операций.
2. Модели должны оперировать данными, измеренными в различных шкалах измерения (количественными и качественными данными).
3. Модели должны соответствовать циклам деятельности.
4. Модели, предназначенные для практической реализации, должны быть многоуровневыми.

## 3.2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

В теории управления рассматривают три вложенных класса моделей: информационного влияния, информационного управления и информационного противоборства [52; 80; 169; 170; 241].

Модели *информационного влияния* дают возможность исследовать зависимость поведения агента от его информированности (информационных воздействий). Задача *информационного управления* заключается в нахождении информационных воздействий со стороны центра, обеспечивающих требуемое поведение агента. *Информационное противоборство* – это взаимодействие нескольких центров, обладающих несовпадающими интересами и осуществляющих информационные воздействия на один и тот же управляемый субъект [80, С. 16].

Информационные воздействия высокоэффективны. Президент США Р. Никсон во время одного из своих выступлений сказал: 1 доллар, вложенный в пропаганду и информацию, более ценен, чем 10 долларов, вложенных в создание систем оружия, ибо последнее вряд ли будет когда-либо употреблено в дело, в то время как информация работает ежечасно и повсеместно [133, С. 6].

В содержательном аспекте информационные воздействия основаны на нужде человека в информации для удовлетворения своих базовых потребностей. Природа и механизмы информационных воздействий изучаются специалистами по психологии, социологии, военному делу, журналистике и др.

Учитывая, что основные угрозы в пограничном пространстве создаются спецслужбами и иными организациями иностранных государств, а также трансграничной организованной преступностью, можно говорить об информационной войне, направленной на пограничные ведомства и граждан государства. Информационные воздействия, как правило, организуются в форме PR–воздействий или психологических операций. Они используют практически одни и те же инструменты и методы.

Цикл психологической операции состоит из трех этапов: Оценка – Планирование – Исполнение, или в развернутом виде [198]:

- сбор разведывательной информации;
- анализ целевой аудитории;
- разработка продукта;
- отбор медиа;
- производство медиа;
- распространение.

Дж. Уэбстер предложил три модели описания медиааудитории с указанием соответствующих областей коммуникационных исследований [47, С. 401-402]:

- аудитория–как–масса (рейтинги аудитории, ее преимущества, массовое поведение, медиасобытия);
- аудитория–как–объект (исследования воздействий, пропаганда, изменение установок и др.);
- аудитория–как–агент (процессы отбора, теория использования и удовлетворения, читательский отклик, культурные исследования, интерпретирующие сообщества).

А. Дугин пишет: «Сетевой принцип даёт возможность отнимать суверенитет и политическую независимость у целых государств и народов. Их превращают в жестко контролируемые механизмы и делают частью плана прямого планетарного контроля, мирового господства нового типа, в котором управлению подлежат не отдельные субъекты, а их содержание, их мотивации, действия и намерения» [207].

В последние годы социальные сети1 становятся объектами и средствами информационного управления и ареной информационного противоборства. По утверждению С.В. Силкова [214] сетевой способ ведения информационной борьбы гораздо эффективнее обычного. Живучесть боевой сетевой системы несравнима с традиционными видами иерархически организованных боевых систем «человек – машина». У сетевой организации наблюдается существенная способность расти более чем в геометрической прогрессии. Здесь имеются в виду принципиально иные формы деятельности и принятия решений в военных и гражданских сообществах, когда происходит трансформация новейших информационных технологий в мегамашины двойного (в том числе и идеологического) назначения.

На рис. 3.2.1 показаны базовые понятия модели социальной сети [80]:

- влияние – это способность воздействовать на чьи-либо представления или действия (посредством убеждения или внушения);
- репутация – это создавшееся общее мнение о достоинствах или недостатках кого-либо, чего-либо, общественная оценка.

Репутация рассматривается, во-первых, как ожидаемая (другими агентами) норма деятельности агента – какого поведения от него ожидают остальные. Во-вторых, как «весомость» мнения агента, определяемая предшествуемой оправдываемостью его суждений и/или эффективностью его деятельности [80, С. 151].

1 Социальная сеть – это: 1) социальная структура, предназначенная для удовлетворения социальных потребностей; 2) ее специфическая интернет-реализация.

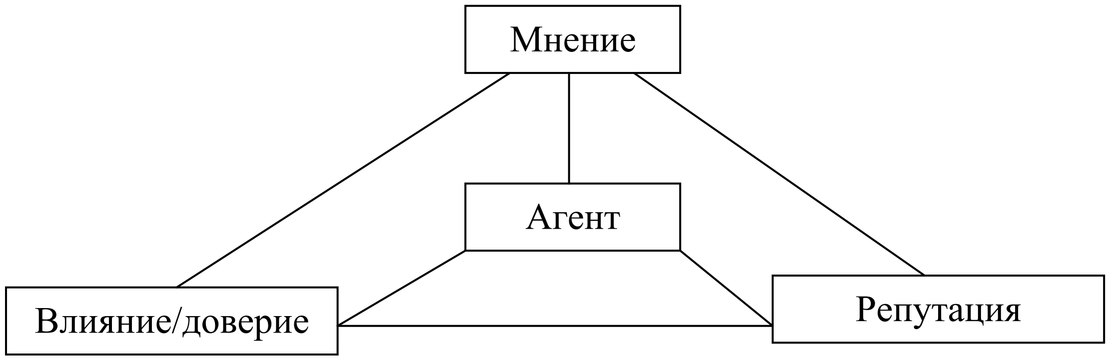



Рис. 3.2.1. Базовые понятия модели социальной сети

На рис. 3.2.2 показаны основные факторы, влияющие на поведение агента в социальной сети[1]: индивидуальный, социальный и административный [80, С. 15].

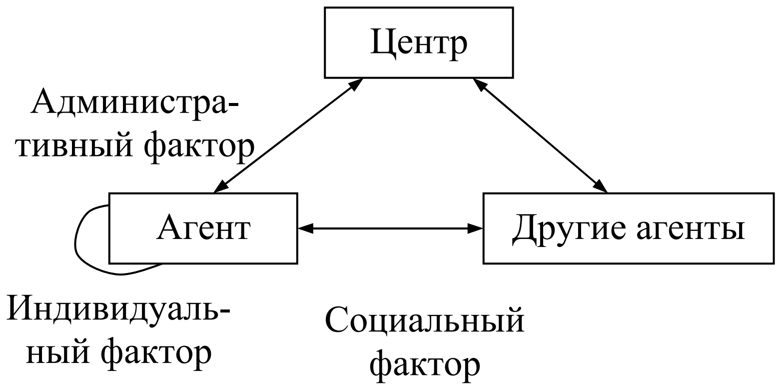



Рис. 3.2.2. Факторы, влияющие на поведение агента в социальной сети

Под индивидуальным фактором понимается внутренняя склонность (предпочтения) агента выбрать то или иное действие в отсутствии внешнего влияния. Социальный фактор определяется взаимодействием (взаимовлияниями) с другими агентами сети; административный – результатом воздействия на агента (управлением) со стороны управляющего органа – центра.

### *3.3.1. Модели информационного влияния*

В литературе рассматриваются следующие классы моделей информационного влияния [80]:

1 Социальная сеть – это: 1) социальная структура, предназначенная для удовлетворения социальных потребностей; 2) ее специфическая интернет-реализация.

- модели с порогами, в которых агент – узел социальной сети (вершина графа) – переходит из неактивного состояния в активное в зависимости от выбранного им порога (число на отрезке [0, 1]) и количества агентов-соседей, перешедших в активное состояние;
- модели независимых каскадов – активный агент на следующем шаге с некоторой вероятностью активирует своего соседа;
- модели просачивания и заражения;
- модели Изинга (математическая модель, описывающая возникновение намагничивания материала);
- модели на основе клеточных автоматов;
- модели на основе цепей Маркова;
- модели взаимной информированности и другие.

Как правило, задача информационного влияния сводится к отысканию ожидаемого количества агентов, перешедших в активное состояние спустя некоторое время (непрерывное или дискретное).

В *задаче конкурирующих инноваций* рассматривается проблема максимизации влияния для случая двух конкурирующих нововведений $A$ и $B$ (существуют игрок $A$ и игрок $B$) для модели независимых каскадов. Соответственно, агент в сети может находиться в одном из трех состояний: принятие нововведения $A$, принятие нововведения $B$, решение не принято. Рассматривается задача максимизации влияния игрока $A$ с использованием:

- *модели, основанной на расстоянии*, в которой агент принимает соответствующее нововведение от ближайшего активированного соседа;
- *волновой модели* – агент активируется, выбирая равномерно случайно одного из соседей, находящихся на расстоянии, пропорциональном номеру шага.

**Марковская модель информационного влияния**

Пусть $N = \{1, 2, \dots, n\}$ есть множество агентов, входящих в социальную сеть. Агенты влияют друг на друга и степень влияния задается $n \times n$ матрицей прямого влияния $\mathrm{A} = \| a_{ij} \|$, где $a_{ij} \geq 0$ обозначает степень доверия $i$-го агента $j$-му агенту. Понятия доверие и влияние противоположны в следующем смысле: выражение «степень доверия $i$-го агента $j$-му равна $a_{ij}$» тождественно по смыслу выражению «степень влияния $j$-го агента на $i$-го равна $a_{ij}$» [80].

На рис. 3.2.3 показано графическое представление доверия в социальной сети.

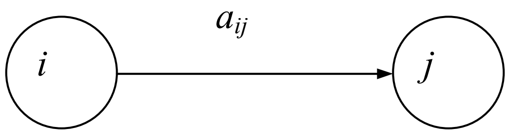



Рис. 3.2.3. Прямое (непосредственное) доверие

Считается, что агент $i$ достоверно знает только свою ($i$-ю) строку матрицы $A$ – кому и насколько он доверяет. Также полагается, что выполнено условие нормировки:

$$\forall i \in N \quad \sum_{j=1}^{n} a_{ij} = 1, \tag{3.2.1}$$

то есть суммарное доверие агента равно единице. Данное условие означает, что матрица $A$ является стохастической.

Если $i$-й агент доверяет $j$-му, а $j$-й доверяет $k$-му (рис. 3.2.4), то это означает следующее: $k$-й агент косвенно влияет на $i$-го (хотя $i$-й агент может даже не знать о его существовании).

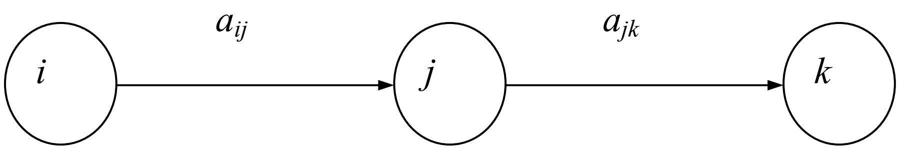



Рис. 3.2.4. Косвенное доверие (влияние)

Возможности влияния одних агентов на других существенно зависят от репутации[1]. Репутацию можно рассматривать, во-первых, как ожидаемую (другими агентами) норму деятельности агента – какого поведения от него ожидают остальные. Во-вторых, как «весомость» мнения

1 Репутация – создавшееся общее мнение о достоинствах или недостатках кого-либо, чего-либо, общественная оценка.

агента, определяемую предшествуемой оправдываемостью его суждений и/или эффективностью его деятельности [80]. Репутация может возрастать и снижаться, быть индивидуальной или коллективной.

Пусть $r_i \geq 0$ – параметр, описывающий репутацию $i$-го агента. Предполагая, что в сети всегда существуют агенты с ненулевой репутацией, степень доверия $i$-го агента $j$-му агенту можно определить как [80]:

$$a_{ij} = \frac{r_j}{\sum_{k \in N} r_k}, \; i, j \in N,$$

то есть степень влияния каждого агента пропорциональна его относительной репутации.

Пусть у каждого агента в некий начальный момент времени имеется мнение по некоторому вопросу, мнение $i$-го агента отражает вещественное число $x_i^0, i \in N$. Мнение всех агентов сети отражает вектор $x^0$ мнений размерности $n$.

Агенты в социальной сети взаимодействуют, обмениваются мнениями. Этот обмен приводит к тому, что мнение каждого агента меняется в соответствии с мнениями агентов, которым данный агент доверяет. Будем считать это изменение линейным, то есть предположим, что мнение агента в следующий момент времени является взвешенной суммой мнений агентов, которым он доверяет (весами являются степени доверия $a_{ij}$) [80]:

$$x_i^\tau = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j^{\tau-1}, \; i \in N, \tag{3.2.2}$$

где индекс $\tau$ обозначает момент времени.

В векторной записи вектор мнений агентов в первый момент времени равен: $x^1 = Ax^0$. Если обмен мнениями продолжается, то вектор мнений в последующие моменты времени становится равным $x^2 = (A)^2x^0$, $x^3 = (A)^3x^0$ и т.д.

*Матрицей результирующего влияния* называется предел вида $A^\infty = \lim_{\tau \to \infty} (A)^\tau$. В условиях существования предела вектор $X$ итоговых мнений равен:

$$X = A^{\infty} x^{0}, \qquad (3.2.3)$$

где: $x^0$ – вектор начальных мнений; $A^{\infty}$ – матрица результирующего влияния.

На рис. 3.2.5 приведен пример преобразования прямого доверия (влияния) в результирующее [80].

Из рис. 3.2.5.б видно, что все результирующее доверие агентов сети сосредоточено на двух агентах с номерами 3 и 6. Именно они определяют мнение в данной сети.

Результирующее доверие зависит от степеней доверия и от структуры ориентированного графа. Определим некоторые понятия.

*Сообществом* называется множество агентов, которые не подвергаются влиянию агентов извне. *Группа* – сообщество агентов, которые взаимодействуют таким образом, что любые два агента влияют друг на друга прямым или косвенным образом. *Спутник* – агент, подвергающийся влиянию агентов тех или иных групп, однако не оказывающий влияния ни на одну из них (ни на одного из агентов ни одной из групп). Это агент, не входящий ни в одну из групп [80].

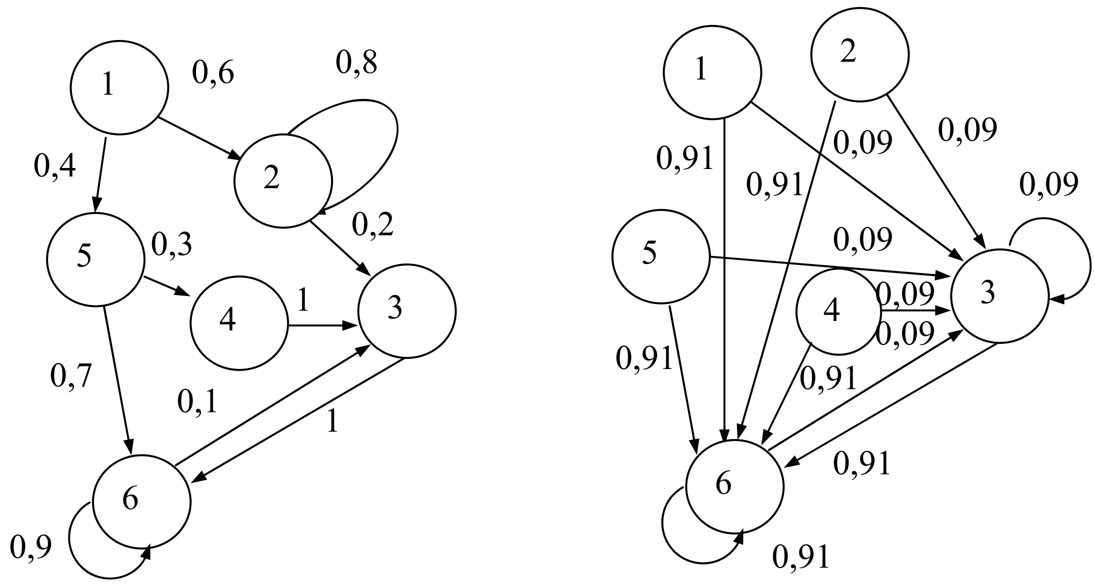



Рис. 3.2.5. Преобразование прямого доверия *(*а*)* в результирующее *(*б*)*

Таким образом, каждый агент либо принадлежит ровно одной группе, либо является спутником. Причем агент может принадлежать нескольким вложенным друг в друга сообществам.

На рис. 3.2.5 агенты 3 и 6 образуют группу, агенты 2, 3, 4, 6 – сообщество, агенты 1 и 5 – спутники. Содержательно членами группы могут быть руководители трансграничной преступной группы, члены группы образуют сообщество, а пособники являются спутниками.

### *3.3.2. МОДЕЛИ ИНФОРМАЦИОННОГО УПРАВЛЕНИЯ*

**Статическая модель**

Имея основное уравнение (3.2.2), связывающее начальные и итоговые мнения агентов, можно ставить и решать задачу управления – воздействия на агентов социальной сети с целью формирования требуемых их мнений.

Предположим, что управляющему органу (Центру) известна матрица влияния (доверия), а управляющее (информационное) воздействие заключается в изменении Центром начальных мнений агентов $x^0$ путем добавления вектора управлений $u \in \Re^n$. Содержательно управление заключается в изменении мнения $i$-го агента с $x_i$ на $x_i + u_i$, $i \in N$.

На управления наложены ограничения, то есть $u_i \in U_i$, $i \in N$ и обозначим

$$U = \prod_{i \in N} U_i .$$

Тогда итоговые мнения будут определяться следующим уравнением [80]:

$$X = A^\infty \left(x^0 + u\right), \tag{3.2.4}$$

или в покоординатном виде:

$$X_{ui} = \sum_{j \in N} A_{ij}^\infty x_j^0 + \sum_{j \in N} A_{ij}^\infty u_j , \; i \in N.$$

Пусть целевая функция центра $\Phi(X, u)$ – *критерий эффективности управления* – зависит от итоговых мнений агентов и вектора управлений. Тогда задача управления будет заключаться в выборе допустимого вектора управлений, максимизирующего критерий эффективности:

$$\Phi\Big(A^{\infty}(x^0+u),u\Big)\to\max_{u\in U}.$$

В целевой функции Центра обычно можно выделить две аддитивные компоненты [80]: $\Phi(X, u) = H(X) - c(u)$, где $H(\cdot)$ – выигрыш (доход) Центра, $c(\cdot)$ – затраты на управляющие воздействия.

В качестве функции дохода Центра могут использоваться:

$\frac{1}{n}\sum_{i\in N} X_i$ – среднее мнение коллектива агентов (например, проводится референдум среди жителей приграничного региона о целесообразности введения пограничной зоны);

$\sum_{i\in N}\lambda_i X_i$ – взвешенное ($\lambda_i \ge 0$, $\sum_{i\in N}\lambda_i = 1$) мнение коллектива агентов (проводится опрос руководителей различного уровня о целесообразности введения пограничной зоны) и др.

***Пример 3.2.1***. Пусть $H(X)=\frac{1}{n}\sum_{i\in N} X_i$, а затраты Центра однородны и линейны по управляющим воздействиям: $c(u)=\beta\sum_{i\in N}u_i$. Содержательно $\beta$ есть стоимость единичного изменения мнения любого агента. Пусть ресурсы Центра ограничены величиной $R \ge 0$:

(3.2.5) $\beta\sum_{i\in N}u_i \le R$.

Задача управления примет вид следующей задачи линейного программирования:

$$\frac{1}{n}\left(\sum_{i\in N}\sum_{j\in N}A_{ij}^{\infty}x_j^0+\sum_{i\in N}\sum_{j\in N}A_{ij}^{\infty}u_j\right)-\beta\sum_{i\in N}u_i\to\max_{\{u_i\ge 0\},(3.5)}.$$

Обозначив $\frac{1}{n}\sum_{i\in N}A_{ij}^{\infty}$, $j\in N$, запишем рассматриваемую задачу в виде:

$$\sum_{j\in N}\left(F_j-\beta\right)u_j\to\max_{\{u_i\ge 0\},(3.5)}. \qquad (3.2.6)$$

Решение задачи (3.2.6) очевидно – необходимо весь ресурс вкладывать в изменение мнения агента, для которого величина $F_j$ максимальна [80]. Содержательно величина $F_j$ есть средняя степень итогового доверия всех агентов $j$-му агенту.

**Унифицированное информационное управление в однородных сетях**

Будем считать, что кроме агентов существуют средства массовой информации (СМИ), влияющие на мнения членов социальной сети.

Пусть каждый агент с некоторой (одинаковой для всех агентов) степенью $\alpha \in (0; 1]$ доверяет сам себе, с некоторой (тоже одинаковой для всех агентов) степенью $\beta \in (0; 1]$ ($\alpha + \beta \leq 1$) он доверяет СМИ, а «остаток доверия» $(1 - \alpha - \beta)$ агент делит поровну между теми агентами, с которыми он непосредственно связан. СМИ сообщает всем агентам одинаковое мнение $u \in \Re^1$. Тогда динамика мнений агентов (в моменты времени $k$) описывается следующим выражением [80]:

$$x^k = u\left(1-(1-\beta)^k\right)+x^0(1-\beta)^k, \quad k=1,2,... \tag{3.2.7}$$

В рассматриваемой модели управление является постоянным (не зависящим от времени) и унифицированным (одинаковым для всех агентов).

Задача управления заключается в нахождении управления $u(x^*, x^0, T)$, которое при известных начальных мнениях $x^0$ агентов в заданный момент времени $T$ приводит агентов к требуемому мнению $x^*$. Если ограничения на управление отсутствуют, то решение задачи (3.2.7) имеет вид:

$$u(x^*, x^0, T) = \frac{x^* - x^0(1-\beta)^T}{1-(1-\beta)^T}. \tag{3.2.8}$$

При $T \to \infty$ управление (3.2.8) стремится к итоговому мнению $x^*$.

### *3.3.3. Модели информационного противоборства*

**Теоретико-игровая модель информационного противоборства**

Пусть существует множество игроков, имеющих возможность влиять на начальные мнения агентов и заинтересованных в формировании определенных их итоговых мнений. В рассматриваемой модели агенты пассивны – они меняют свои мнения в соответствии с заданным линейным законом, учитывая мнения других агентов. Игроки активны, они имеют собственные интересы и выбирают действия, обеспечивающие влияние на агентов. Естественно, конкретные субъекты могут совмещать обе роли – игрока и агента.

Пусть $M = \{1, 2, \ldots, m\}$ – множество игроков; $u_{ij} \in U_{ij} = [-r_{ij}; R_{ij}]$ – действие $j$-го игрока по изменению мнения $i$-го агента; $r_{ij}, R_{ij} \geq 0$, $\mathbf{u} = \| u_{ij} \|$, $\mathbf{u_j} = (u_{1j}, u_{2j}, \ldots, u_{nj}) \in U_j = \prod_{i \in N} U_{ij}$, $u_i = \sum_{j \in M} u_{ij}$, $u = (u_1, u_2, \ldots, u_n)$ – вектор воздействий, $g_j(X)$: $\Re^n \to \Re^1$ – целевая функция $j$-го игрока, $i \in N$, $j \in M$.

В предположении, что воздействия игроков на мнение каждого из агентов аддитивны, получим итоговое мнение [80]:

$$X_i(\mathbf{u}) = \sum_{j \in N} A_{ij}^{\infty} x_j^0 + \sum_{j \in N} A_{ij}^{\infty} \sum_{k \in M} u_{jk}, \; i \in N. \tag{3.2.9}$$

Обозначая $G_j(\mathbf{u}) = g_j\,(X_1(\mathbf{u}), X_2(\mathbf{u}), \ldots, X_n(\mathbf{u}))$, $j \in M$, и считая, что игроки выбирают свои действия однократно, одновременно и независимо, получим игру $\Gamma = \left(M, \{U_j\}_{j \in M}, \{G_j(\cdot)\}_{j \in M}\right)$ в нормальной форме, определяемую заданием соответственно множества игроков, их множеств допустимых действий и целевых функций.

**Информационные эпидемии и защита от них**

7 июля примерно в 3:00 на город Крымск и ближайшие селения бурным потоком с гор обрушилась вода. Город за 10 минут буквально погрузился под воду. По официальной версии причиной стал аномальный объем осадков – за сутки выпала норма нескольких месяцев. По данным МЧС, число жертв наводнения перевалило за 170 человек [41].

Подобные природные трагедии, вызывающие резонанс на федеральном уровне, происходят не впервые. Однако впервые столь серьезное участие в освещении этих событий играют рядовые пользователи интернета и профессиональные блогеры. Задало тенденцию уже то, что масштабы бедствия стали понятны именно благодаря кадрам, снятым не журналистами, а самими жителями Крымска. Уже в первой половине дня 7 июля в социальных сетях появились сообщения со ссылкой на анонимные источники о том, что причины трагического потопа вовсе не природные (информация зародилась в «народном» «ВКонтакте»).

Согласно, например, сообщению некой Юлии Андроповой, в ночь с 6 на 7 июля в присутствии ее отца (ни имя, ни должность не названы) некой комиссией (опять-таки без уточнения) было принято решение спустить воду из местного Неберджаевского водохранилища, находящегося над Крымском. Сделано это было якобы для того, чтобы обезопасить от масштабного наводнения Новороссийск, где много дорогих коттеджей. Достоверности этому фейку в глазах пользователей добавил тот факт, что аккаунт пользователя был удален через 3 часа после публикации сообщения. Это было однозначно трактовано как прессинг со стороны властей. Впрочем, «давление власти» не помешало в тех же соцсетях зародиться целому сонму новых не менее шокирующих версий.

Постепенно сообщения приобрели откровенно пугающий характер. Например, активно распространялся пост некоего Дмитрия Бикетова из Крымска, который утверждал, что «в городе спецмашины, глушат все сигналы, чтоб информация не утекала».

Не переломил ситуацию даже беспрецедентный полет краснодарского губернатора Александра Ткачева вместе с пятью добровольцами из числа пострадавших к злополучному Неберджаевскому водохранилищу, чтобы люди лично убедились, что масштабный сброс воды на город невозможен технически. Днем 9 июля каждый из участников полета, даже те, кто по-прежнему относились к действиям властей критически, это подтвердили.

В понедельник распространители катастрофических сообщений в соцсетях сменили тактику. Тезис о состоявшемся спуске воды, утратив актуальность, был заменен на «экстренное сообщение» о том, что дамбу водохранилища вот-вот прорвет, и город затопит пуще прежнего. Опровергать эту «новость» в экстренном порядке и успокаивать запаниковавших жителей пришлось сотрудникам полиции, МЧС и даже отдельным популярным блогерам.

Президент фонда «Петербургская политика» Михаил Виноградов убежден, что происходящее в СМИ – это настоящая «информационная война», которую власть пока проигрывает. «Власть еще спасло то, что эта кампания против нее так полноценно и не началась. Однако и так стало ясно, что понимания, как правильно реагировать в подобных ситуациях, у нее нет», – говорит эксперт.

При моделировании социальных сетей возникает необходимость рассмотрения распространения мнений агентов в сети, то есть когда мнение распространяется в сети от одного агента (активного) к другому агенту (пассивному). В этом случае выделяются два управляющих субъекта с несовпадающими интересами: *защитник* и *атакующий*, а также управляемые объекты – узлы в сети. Для каждого субъекта объект обладает своей ценностью. Защитник должен выбрать интервал сканирования сети и отслеживать состояние узлов, а атакующий – выбрать узел для атаки. Возникает информационное противоборство, и для его исследования необходимо найти решение игры таких субъектов, то есть множества их равновесных действий.

Формальное описание названной задачи и ее сведение к биматричной игре приведено в [80]. Модели информационного противоборства являются иерархическими моделями (табл. 3.2.1).

Таблица. 3.2.1.

Модель информационного противоборства [162]

| Уровень иерархии | Моделируемые явления (процессы) | Аппарат моделирования |
|---|---|---|
| 1 | Анализ сети в целом | Статистические методы, методы семантического анализа и др. |
| 2 | Анализ структурных свойств сети | Теория графов |
| 3 | Информационное взаимодействие агентов | Марковские модели, конечные автоматы, модели диффузии инноваций, модели заражения и др. |

| Уровень иерархии | Моделируемые явления (процессы) | Аппарат моделирования |
|---|---|---|
| 4 | Информационное управление | Оптимальное управление, дискретная оптимизация |
| 5 | Информационное противоборство | Теория игр, теория принятия решений |

Д.А. Новиков отмечает [162], что на каждом уровне имеется большой набор возможных моделей и методов, совокупность которых может рассматриваться как своеобразный конструктор, пользуясь элементами которого исследователь собирает инструмент для решения поставленной перед ним задачи. С одной стороны, возможно адаптированное использование тех или иных известных моделей и методов. С другой стороны, специфика объекта заставляет на каждом уровне разрабатывать и развивать свои специфические методы, учитывающие большую размерность объекта управления, его распределенность и неполную наблюдаемость, наличие многих взаимодействующих объектов и субъектов управления, обладающих различными интересами и так далее.

### *3.3.4. Моделирование информационного противоборства в пограничном пространстве*

Информационные войны, конфликты и воздействия в пограничном пространстве могут иметь самый различный характер. Перечислим некоторые из них:

- информационные воздействия, направленные на отторжение части территории;
- информационные воздействия, направленные на недопущение оборудования пограничной полосы (демонтаж существующих средств);
- информационные воздействия, направленные на разобщение действий сторон по совместному обеспечению пограничной безопасности;
- информационные воздействия, направленные на искажение состояния пограничной безопасности и др.

Информационные воздействия можно разделить на два класса:

- воздействия *проектного* типа;
- воздействия *процессного* типа.

Информационные воздействия проектного типа характеризуются ограниченным сроком проведения, имеют характер информационных эпидемий и обычно являются подготовительным этапом пограничных или военных конфликтов. Применительно к таким воздействиям можно говорить как о сетевых играх (network games), так и об играх формирования сетей[1] (network formation games). Используемые средства воздействия и медиаканалы характеризуются непостоянством, их моделирование может выполняться с применением случайных[2] и эволюционных графов [302; 337].

Информационные воздействия процессного типа обычно являются составной частью мероприятий по профилактике и сдерживанию трансграничной преступности и проводятся на регулярной основе штатными или специально выделенными силами.

Информационные воздействия по характеру подразделяются на *конструктивные* (способствуют гармонии, воспитанию людей в соответствии с традиционными ценностями) и *деструктивные* (разжигание вражды, эскалация конфликтов и др.).

В сети интернет отмечаются следующие особенности информационных воздействий и пропаганды:

- анонимность, что создает благоприятные условия для ведения серой и черной пропаганды;
- возможность множественного воздействия – чтение одной и той же информации в разных местах создает иллюзию ее естественности и очевидности;
- сильная кластеризация сообществ, что предполагает разработку отдельных воздействий (как продуктов) для каждого сообщества;

1 Результатом игр формирования сетей является сеть, связывающая игроков, тогда как в сетевых играх сеть фиксирована.

2 Случайный граф – это некоторый класс графов $\mathfrak{I} = \{G\}$, на котором задано распределение вероятностей.

- основную роль при формировании мнения играют не столько новостные блоки, сколько живое общение в блогах и на форумах;
- для эффективного продвижения идей и мнений в интернете необходимы серьезные ресурсы (множество сайтов и специалистов).

А. Снайдер, выпустивший книгу «Бойцы дезинформации», приводит примеры работы не только против стран Варшавского договора, но и в Европе: «При Картере ЦРУ реализовало секретный проект, выплачивая деньги европейским журналистам, поддерживающим в прессе идею размещения на континенте американских нейтронных бомб. Подобная практика существовала и прежде. Успех дезинформации определяет не география или иные факторы, а деньги и только деньги. За первые полтора года «Солидарности» Лех Валенса получил из западных источников около 1 миллиона долларов, которые разместил на частных счетах в зарубежных банках» [198].

Пусть $M = \{1, 2, \ldots, m\}$ – множество игроков (пограничные службы, организаторы трансграничной преступности, спецслужбы других государств и т.д.); $N = \{1, 2, \ldots, n\}$ – множество групп субъектов воздействия (агентов). Обычно полагается, что внутри одной группы агенты однородны [254]. При реализации профилактической (предупреждающей) функции агенты – это не столько члены преступных группировок и их пособники, сколько законопослушные граждане.

Во множестве $N$ агентов можно выделить два подмножества: $N_S$ – множество групп агентов, занимающихся незаконной деятельностью или готовящиеся к ней, и $N_P$ – множество групп агентов, из числа которых возможно рекрутирование потенциальных правонарушителей, причем $N_S \cap N_P = \varnothing$; $N_S \cup N_P = N$.

На рис. 3.2.6 показана схема жизненного цикла агентов (вариант).

Эффективность профилактической и предупредительной деятельности может быть охарактеризована критерием – количеством субъектов (агентов) – потенциальных правонарушителей, подлежащим минимизации. Частный критерий профилактической деятельности – в условиях информационного противоборства обеспечить нужные государству и обществу мнения.

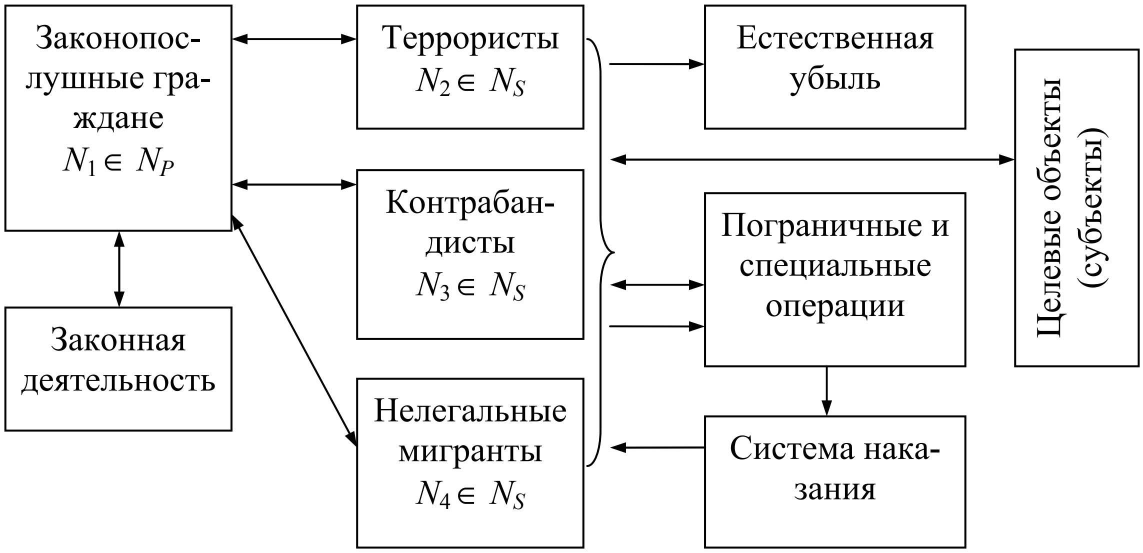



Рис. 3.2.6. Схема жизненного цикла агентов

Решения о виде деятельности принимаются агентами на основе представлений об эффективности деятельности пограничных и других правоохранительных ведомств, полезности законной и незаконной деятельности, действующей системе наказания и т.д.

С точки зрения моделирования информационные воздействия направлены на:

- изменение мнений (представлений о среде);
- переориентацию с краткосрочных целей на долгосрочные (или наоборот);
- изменение целевых функций агентов (не максимизация полезности, а культурная образованность и др.).

**Аксиомы представления о параметре**

Обозначим $\Theta_i = (\Theta_{1i}, \Theta_{2i})$, $\Theta_{1i}, \Theta_{2i} \in \mathfrak{R}$, $\Theta_{1i} < \Theta_{2i}$ – ограниченное непрерывное множество значений, которое может принимать мнение агента о $i$-м параметре (параметр, характеризующий состояние природы или зависящий от состояния природы и действий субъектов), $i = 1, ..., P_1$. Множество значений $\Theta_i$ может иметь вероятностную (известна плотность распределения) или интервальную (плотность распределения не существует) природу. Без ограничения общности можно считать, что $\Theta_i = [0; 1]$, чего легко добиться масштабированием и линейным сдвигом.

Ориентация на краткосрочные (долгосрочные) цели предполагает наличие определенного временного горизонта (полгода, год, десятилетия), для которого агентом рассчитываются выгоды и издержки. Формально указанная ориентация может быть охарактеризована набором $\Theta_i = [0; 1]$, $i = P_1+1, \ldots, P_2$, где 0 означает значение параметра, принимаемого в расчет при ориентации на краткосрочные (долгосрочные) цели, 1 – значение параметра, на которое ориентируются при долгосрочном (краткосрочном) планировании.

При принятии решения агент оперирует вектором целей, которым соответствуют целевые функции $\Phi_i$, $i = P_2+1, \ldots, P_3$. В качестве целей могут выступать, например, следующие: максимизация полезности, снижение трансакционных издержек, сохранение здоровья, стремление добиться успеха и т.д. Пусть $\Theta_i = (0, 1)$ есть важность $i$-й цели.

*Представлением* $B(\theta)$ агента о параметре $\theta$ в условиях внешних информационных воздействий со стороны некоторого игрока назовем функцию:

$$B(\theta) = B(\theta, \eta, y) = f(\theta, \eta, y), \quad -1 \le \eta \le 1, \eta \ne 0, \ y \ge 0, \ y \in Y, \qquad (3.2.10)$$

где: $\eta$ – параметр направленности и репутации источника внешних информационных воздействий;
$y$ – действие (расходы на информационные воздействия и т.д.);
$Y$ – множество допустимых действий.

Если $\eta < 0$, то действия игрока направлены на снижение представления о параметре, при $\eta > 0$ – на увеличение. Если $|\eta| \to 0$, то репутация источника (а, следовательно, и эффективность) минимальна, при $|\eta| = 1$ – максимальна.

Функция $B(\cdot)$ обладает следующими свойствами (аксиомы представления):

1. $0 \le B(\theta) \le 1$ – аксиома нормировки (значения представления о параметре находится внутри диапазона возможных значений параметра).

$f(\theta, \eta, 0) = \theta$ – аксиома рациональности (при отсутствии внешних информационных воздействий представление агента о параметре совпадает со значением параметра или агент своими силами способен получить недостающую информацию).

$\forall \theta, \xi \quad \theta > \xi \Leftrightarrow f(\theta, \eta, y) > f(\xi, \eta, y)$ – аксиома объективности (б**о**льшему значению параметра соответствует б**о**льшее значение представления при прочих равных условиях).

$\forall \eta_1, \eta_2 \quad \eta_1 > \eta_2 \Leftrightarrow f(\theta, \eta_1, y) > f(\theta, \eta_2, y)$ – аксиома направленности (воздействие всегда направлено на увеличение или уменьшение значения представления; игрок с более высокой репутацией оказывает более эффективные воздействия).

$\forall y_1, y_2 \quad y_1 > y_2 \Leftrightarrow sign(\eta) f(\theta, \eta, y_1) > sign(\eta) f(\theta, \eta, y_2)$ – аксиома действия (б**о**льшие по стоимости или в ином выражении усилия приводят к б**о**льшему отклонению мнения агента).

Дополнительно определим следующие операции с представлениями:

2. $B_k(\theta \cdot \xi) = B_l(\theta) \cdot B_m(\xi)$ – для независимых информационных воздействий, направленных на изменение представления агента о параметре $\theta$ и $\xi$, представление о произведении параметров равно произведению представлений.

   Аксиома суммирования информационных воздействий:

$$B(\theta, \{\eta\}, \{y\}) = \sum_{l=1}^{L} \hat{\eta}_l B_l(\theta, \eta_l, y_l),$$

где: $\eta = \sum_{l=1}^{L} \eta_l$, $\quad \hat{\eta}_l = |\eta_l| \Big/ \sum_{l=1}^{L} |\eta_l|$. В условиях информационных воздействий на агента со стороны множества источников ($l = 1, \ldots, L$), результирующее представление агента о параметре $\theta$ вычисляется по аксиоме суммирования.

Аксиома непрерывности:

$$\forall \beta \in [0,1] \quad B_k(\beta\theta + (1-\beta)\xi) = \beta B_l(\theta) + (1-\beta) B_m(\xi).$$

Если известна степень $\beta$ подверженности агента информационному воздействию, то результирующее представление о параметре вычисляется в соответствии с аксиомой непрерывности.

Зависимость представления $B(\theta)$ о параметре $\theta$ при $\eta > 0$ от затраченных средств $y$ имеет следующие свойства (рис. 3.2.7, сплошная линия):

- выпуклая и монотонно возрастающая функция;
- при неограниченном возрастании затрат значение функции приближается к 1.

Соответственно, зависимость представления $B(\theta)$ о параметре $\theta$ при $\eta < 0$ (если требуется обеспечить значение представления о параметре ниже реального значения) от затраченных средств $y$ имеет следующие свойства (рис. 3.2.7, пунктирная линия):

- выпуклая и монотонно убывающая функция;
- при неограниченном возрастании затрат значение функции приближается к 0.

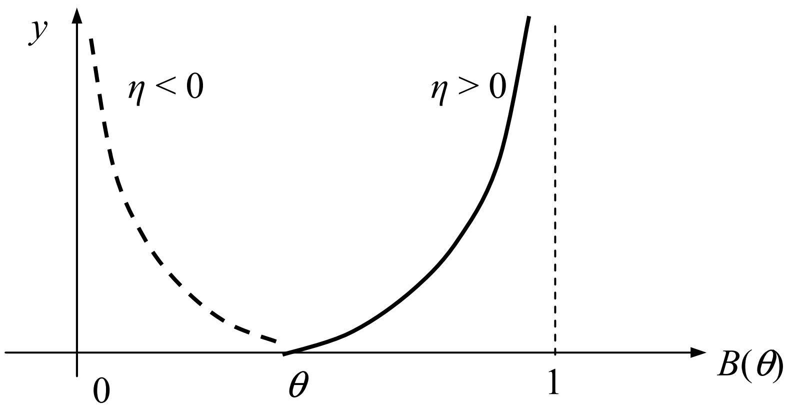



Рис. 3.2.7. Зависимость расходов на информационное управление от значения представления B(θ) о параметре θ

В частности, аксиомам 1-5 удовлетворяет логарифмическая функция, используя которую при $\eta > 0$ получим следующую зависимость расходов $y_{I+}$, направленных на обеспечение значения представления выше реального значения параметра (мнения):

$$y_{+} = k\left(\log_a(1-\theta) - \log_a\left(1 - B(\theta)\right)\right),\ \eta > 0, \tag{3.2.11}$$

где: $a > 1$ – параметр производственной функции информационных воздействий;

$K = 1 / k > 0$ – коэффициент эффективности информационных воздействий.

Если информационное управление направлено на то, чтобы обеспечить условие $B(\theta) < \theta$, то получим следующую зависимость:

$$y_+ = k\left(\log_a(\theta) - \log_a\left(B(\theta)\right)\right), \quad \eta < 0. \tag{3.2.12}$$

При этом соответствующие представления о параметре будут равны:

$$B(\theta) = 1 - (1-\theta)a^{-Ky_+}, \quad \eta > 0, \tag{3.2.13}$$

$$B(\theta) = \theta a^{-Ky_-}, \quad \eta < 0. \tag{3.2.14}$$

Применительно к функции сдерживания трансграничной преступности представления о параметрах используются в соответствующих математических моделях [254].

Рассмотрим математическую модель для оценки эффективности профилактики и предупреждения трансграничной преступности.

**Теоретико-игровая модель информационного противоборства в пограничном пространстве**

Множество *M* игроков, оказывающих информационные воздействия на агентов, можно свести к двум группам: государство и его ведомства, имеющие задачу снижения трансграничной преступности (игрок *A*) и спецслужбы других государств (руководители преступных группировок, выгодоприобретатели и т.д.), имеющие задачу увеличения трансграничной преступности (игрок *B*).

Информационные воздействия направлены на законопослушных граждан, у которых есть несколько альтернатив: заниматься законной деятельностью, пополнить ряды преступных группировок и т.д.

Предположим, что задача игрока *A* заключается в изменении мнений агентов в сторону увеличения их значений, а игрока *B* – в сторону уменьшения. Например, игроку *A* желательно добиваться, чтобы представление $B_A(p_z)$ о вероятности $p_z$ задержания и наказания было не менее этой вероятности: $B_A(p_z) \geq p_z$. Вместе с тем, желательно обеспечить, чтобы представление $B_A(p_0)$ о пороговой вероятности [254] было не более этой вероятности: $B_A(p_0) \leq p_0$. По параметрам $\theta_i'$, $\tau \in \mathrm{P}^-$, мнения о которых игроку *A* целесообразно уменьшать, выполним преобразования $\theta_i = 1 - \theta_i'$. Тогда формально задача игрока $A$ будет заключаться в изменении мнений агентов в сторону увеличения значений, а игрока $B$ – в сторону уменьшения:

$$B_A(\theta_i) = \theta_i + u_i,\ 0 \le (\theta_i + u_i) \le 1,\ i \in \mathrm{P},\ u_i \ge 0,$$

$$B_B(\theta_i) = \theta_i - v_i,\ 0 \le (\theta_i - v_i) \le 1,\ i \in \mathrm{P},\ v_i \ge 0.$$

Пусть $C_{Ai} \ge 0$ ($C_{Bi} \ge 0$) – ценность параметра $i$ ($i \in \mathrm{P}$) для игрока $A$ ($B$); $R_A$ ($R_B$) – ресурсы игрока $A$ ($B$). Обозначим $x_i$ – распределение ресурсов игрока $A$ по параметрам, причем:

$$\sum_{i \in \mathrm{P}} x_i = R_A, \quad x_i \ge 0; \tag{3.2.15}$$

$y_i$ – распределение ресурсов игрока $B$ по параметрам, причем:

$$\sum_{i \in \mathrm{P}} y_i = R_B, \quad y_i \ge 0. \tag{3.2.16}$$

С учетом выражений (3.2.13 – 3.2.14) и аксиомы 7 целевая функция (функция выигрыша) игроков в условиях информационного противоборства будет равна:

$$\Phi(x, y) = \frac{1}{\eta_A + \eta_B} \sum_{i \in \mathrm{P}} \left( C_{Ai}\eta_A \left(1 - (1 - \theta_i) a^{-K_A x_i}\right) + C_{Bi}\eta_B \theta_i a^{-K_B y_i} \right), \tag{3.2.17}$$

результирующее представление об $i$-м параметре:

$$B(\theta_i) = \frac{\eta_A \left(1 - (1 - \theta_i) a^{-K_A x_i}\right) + \eta_B \theta_i a^{-K_B y_i}}{\eta_A + \eta_B},$$

$$x = (x_1, \ldots, x_{\mathrm{P3}}), \quad y = (y_1, \ldots, y_{\mathrm{P3}}),$$

где: $\eta_A$, $\eta_B > 0$ – абсолютные значения репутаций игрока $A$ ($B$);

$K_A$, $K_B$ – коэффициент эффективности информационных воздействий игрока $A$ ($B$).

Цель игрока $A$ заключается в максимизации функции $\Phi(x, y)$, игрок $B$ стремится ее минимизировать. Полагаем, что игроки распределяют свои ресурсы по параметрам однократно, одновременно и независимо друг от друга.

В случае одного параметра решение игры тривиально. Целевая функция равна:

$$\Phi(R_A, R_B) = \frac{C_{Ai}\eta_A\left(1-(1-\theta_i)a^{-K_A x_i}\right) + C_{Bi}\eta_B\theta_i a^{-K_B y_i}}{\eta_A + \eta_B}.$$

***Пример 3.2.2***. При $\eta_A = \eta_B = 1$, $C_{Ai} = C_{Bi} = 1$, $K_A = K_B = 0{,}05$, $R_a = R_b = 10$, $a = 2$ и изменении мнения $\theta_i$ в интервале от 0,01 до 0,99 найти значения целевой функции и представить их в табличном виде (табл. 3.2.2).

Таблица 4.2.2.

Зависимость целевой функции (представления) от параметра

| $\theta_i$ | 0,01 | 0,1 | 0,2 | 0,35 | 0,5 | 0,65 | 0,8 | 0,9 | 0,99 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $B(\theta_i)$ | 0,15 | 0,22 | 0,29 | 0,39 | 0,5 | 0,61 | 0,71 | 0,78 | 0,85 |

Поскольку ценность параметра одинакова для обоих игроков и равна единице, значение целевой функции совпадает с представлением $B(\theta_i)$ агента о параметре $\theta_i$. Из таблицы видно, что в условиях разнонаправленных информационных воздействий одинаковой эффективности агенты переоценивают низкие значения параметра и недооценивают высокие.

Данный вывод совпадает с положениями теории перспектив (Prospect Theory) [276; 60], разработанной Д. Канеманом и А. Тверски на основе эмпирических наблюдений и свидетельств, согласно которой люди переоценивают низкие вероятности и недооценивают высокие.

Если игрок $A$ ($B$) стремится увеличить (уменьшить) значение представления, то при прочих равных условиях ему надо выбирать параметры, значения которых меньше (больше) 0,5.

Исследуем целевую функцию (3.2.17). Поскольку $0 < \theta_i < 1$, $a > 1$, то функция $C_{Ai}\eta_A\theta_i a^{-K_A x_i}$ выпуклая и монотонно убывающая, а функция $C_{Bi}\eta_B\left(1-(1-\theta_i)a^{-K_B y_i}\right)$ – вогнутая и монотонно возрастающая.

Допустимое множество решений игроков образует компакт метрического пространства (замкнутое ограниченное множество евклидова пространства). Сумма монотонно возрастающих вогнутых (убывающих выпуклых) на допустимом множестве функций также является вогнутой (выпуклой). Целевая функция при любом фиксированном $y$ вогнута по $x$ и при любом фиксированном $x$ выпукла по $y$. Тогда по известной теореме антагонистических игр [58, С. 16] целевая функция имеет седловую точку (в области чистых стратегий).

Известно, что решение задачи выпуклого программирования:

$$f(x_1,...,x_n) \to \min,$$

$$g_j(x_1,...,x_n) = 0,\ j = 1, \ldots, m,$$

$$x_1,...,x_n \geq 0,\ i = 1, \ldots, n$$

находится с использованием условий Куна-Таккера:

а) $L'_{x_i} \geq 0,\ i = 1, \ldots, n,$

б) $x_i L'_{x_i} = 0,\ i = 1, \ldots, n,$

в) $x_i \geq 0,\ i = 1, \ldots, n,$

г) $L'_{\lambda_j} = 0,\ j = 1, \ldots, m,$

где $L = f(x_1,...,x_n) + \sum\limits_{j=1}^{m} \lambda_j g_j(x_1,...,x_n)$ – функция Лагранжа.

Условие (б) является условием дополняющей нежесткости: если $x_i = 0$, то $L'_{x_i} > 0$ и наоборот, из $x_i > 0$ следует $L'_{x_i} = 0$.

Для нахождения решения игры составляем функции Лагранжа:

$$L(x,\lambda) = -\Phi(x,y) + \lambda\left(\sum_{i=1}^{\mathrm{P}_3} x_i - R_A\right),$$

(меняем знак целевой функции, поскольку в стандартной постановке вычисляется минимум),

$$L(y,\mu) = \Phi(x,y) + \mu\left(\sum_{i=1}^{\mathrm{P}_3} y_i - R_B\right),$$

и вычисляем их частные производные:

$$L'_{x_i} = -d_i a^{-K_A x_i} + \lambda,\quad d_i = C_{Ai}\eta_A(1-\theta_i)K_A \ln a/(\eta_A + \eta_B),$$

$$i = 1, \ldots \mathrm{P}_3,$$

$$L'_\lambda = \sum_{i=1}^{\text{Р}_3} x_i - R_A,$$

$$L'_{y_i} = -e_i a^{-K_B y_i} + \mu, \quad e_i = C_{Bi}\eta_B \theta_i K_B \ln a/(\eta_A + \eta_B), \; i = 1, \dots \text{Р}_3,$$

$$L'_\mu = \sum_{i=1}^{\text{Р}_3} y_i - R_B,$$

где $d_i$ и $e_i$ – вспомогательные переменные.

В соответствии с условием Куна-Таккера имеем следующую систему уравнений и неравенств:

$$\lambda - d_i a^{-K_A x_i} \geq 0, \; i = 1, \dots \text{Р}_3, \tag{3.2.18}$$

$$x_i\left(\lambda - d_i a^{-K_A x_i}\right) = 0, \; i = 1, \dots \text{Р}_3, \tag{3.2.19}$$

$$\sum_{i=1}^{\text{Р}_3} x_i = R_A, \tag{3.2.20}$$

$$\mu - e_i a^{-K_B y_i} \geq 0, \; i = 1, \dots \text{Р}_3, \tag{3.2.21}$$

$$y_i\left(\mu - e_i a^{-K_B y_i}\right) = 0, \; i = 1, \dots \text{Р}_3, \tag{3.2.22}$$

$$\sum_{i=1}^{\text{Р}_3} y_i = R_B, \tag{3.2.23}$$

$$x_i \geq 0, \; i = 1, \dots \text{Р}_3. \tag{3.2.24}$$

Обозначим $I(i)$ множество индексов $i$, для которых $x_i > 0$. Тогда выражения (3.2.18) и (3.2.19) можно преобразовать к виду:

$$\lambda = d_i a^{-K_A x_i} \text{ при } i \in I(i) \text{ и } \lambda > d_i a^{-K_A x_i} \text{ при } i \notin I(i). \tag{3.2.25}$$

Соответственно, пусть $J(i)$ есть множество индексов $i$, для которых $y_i > 0$. Тогда:

$$\mu = e_i a^{-K_B y_i} \text{ при } i \in J(i) \text{ и } \mu > e_i a^{-K_B y_i} \text{ при } i \notin J(i). \tag{3.2.26}$$

Из (3.2.25) и (3.2.26) находим

$$x_i = \begin{cases} \left(\log_a d_i - \log_a \lambda\right)/K_A, & i \in I(i), \\ 0, & i \notin I(i), \end{cases} \tag{3.2.27}$$

$$y_i = \begin{cases} \left(\log_a e_i - \log_a \mu\right)/K_B, & i \in J(i), \\ 0, & i \notin J(i). \end{cases} \tag{3.2.28}$$

Полученные значения $x_i$ и $y_i$ подставляем в (3.2.20) и (3.2.23):

$$\lambda = a^{\left(\sum\limits_{i\in I(i)}\log_a d_i - K_A R_A\right)\Big/|I(i)|}, \tag{3.2.29}$$

$$\mu = a^{\left(\sum\limits_{i\in J(i)}\log_a e_i - K_B R_B\right)\Big/|J(i)|}, \tag{3.2.30}$$

где | · | – мощность (количество элементов) множества.

При $Р_3 = 2$ множества $I(i)$ и $J(i)$ могут состоять из следующих элементов: {1}, {2}, {1; 2}. При $Р_3 = 3$ получим: {1}, {2}, {3}, {1; 2}, {1; 3}, {2; 3}, {1; 2; 3}, то есть количество элементов множества равно $2^{Р_3} - 1$.

Найдем решение задачи при $Р_3 = 2$. Получим следующий набор возможных решений:

$$\lambda^{\{1\}} = d_1 a^{-K_A R_A};\ \lambda^{\{2\}} = d_2 a^{-K_A R_A};\ \lambda^{\{1;2\}} = \sqrt{d_1 d_2}\, a^{-K_A R_A/2};$$

$$\mu^{\{1\}} = e_1 a^{-K_B R_B};\ \mu^{\{2\}} = e_2 a^{-K_B R_B};\ \mu^{\{1;2\}} = \sqrt{e_1 e_2}\, a^{-K_B R_B/2};$$

$$x_i^{\{1\}} = \begin{cases} R_A, & i = 1, \\ 0, & i = 2, \end{cases} \quad x_i^{\{2\}} = \begin{cases} 0, & i = 1, \\ R_A, & i = 2, \end{cases}$$

$$x_i^{\{1;2\}} = \left(K_A R_A / 2 + \log_a d_i - \log_a \sqrt{d_1} - \log_a \sqrt{d_2}\right)\Big/ K_A,\ i = 1, 2;$$

$$y_i^{\{1\}} = \begin{cases} R_B, & i = 1, \\ 0, & i = 2, \end{cases} \quad y_i^{\{2\}} = \begin{cases} 0, & i = 1, \\ R_B, & i = 2, \end{cases}$$

$$y_i^{\{1;2\}} = \left(K_B R_B / 2 + \log_a e_i - \log_a \sqrt{e_1} - \log_a \sqrt{e_2}\right)\Big/ K_B,\ i = 1, 2.$$

***Пример 3.2.3***. Пограничная служба (игрок $A$) и противостоящая ей организация (игрок $B$) имеют высокую репутацию и степень доверия ($\eta_A = \eta_B = 1$). Информационные воздействия направлены в основном на законопослушных граждан (агентов), имеют цель профилактики трансграничной преступности и характеризуются эффективностью $K_A = 0{,}05$; $K_B = 0{,}09$; $a = 2$ и выделенными ресурсами: $R_A = 25$ и $R_B = 10$.

Задачи информационных воздействий: изменить имеющиеся у агентов представление о вероятности задержания и наказания $\theta_1 = 0{,}2$ и представление о важности ориентации на долгосрочные цели при планировании ожидаемых доходов $\theta_2 = 0{,}7$. Игрок $A$ имеет цель увеличить представления агентов о параметрах, игрок $B$ – уменьшить. Ценность (относительная) параметра $\theta_1$ для игроков равна $C_{A1} = C_{B1} = 1$, ценность второго параметра равна $C_{A2} = C_{B2} = 5$.

Найти оптимальное распределение ресурсов игроками и значение игры.

Решение. Вычислим набор возможных решений:

$$x_i^{\{1\}} = \begin{cases} 25, & i=1, \\ 0, & i=2, \end{cases} \quad x_i^{\{2\}} = \begin{cases} 0, & i=1, \\ 25, & i=2, \end{cases} \quad x_1^{\{1;2\}} = 3{,}43,\ x_2^{\{1;2\}} = 21{,}57;$$

$$y_i^{\{1\}} = \begin{cases} 10, & i=1, \\ 0, & i=2, \end{cases} \quad y_i^{\{2\}} = \begin{cases} 0, & i=1, \\ 10, & i=2, \end{cases} \quad y_1^{\{1;2\}} = -17{,}94,\ y_2^{\{1;2\}} = 27{,}94.$$

Значения $y_1^{\{1;2\}} = -17{,}94$, $y_2^{\{1;2\}} = 27{,}94$ являются недопустимыми – нарушается условие неотрицательности переменных. Вычислим значения целевой функции:

$$\Phi\left(x^{\{1\}}, y^{\{1\}}\right) = 3{,}885,\ \Phi\left(x^{\{2\}}, y^{\{1\}}\right) = 4{,}088,\ \Phi\left(x^{\{1;2\}}, y^{\{1\}}\right) = 4{,}093;$$

$$\Phi\left(x^{\{1\}}, y^{\{2\}}\right) = 3{,}12,\ \Phi\left(x^{\{2\}}, y^{\{2\}}\right) = 3{,}32,\ \Phi\left(x^{\{1;2\}}, y^{\{2\}}\right) = 3{,}33.$$

Решение игры определяется из условия:

$$\max_i \min_j \Phi(x^{\{i\}}, y^{\{j\}}) = 3{,}33,$$

то есть равновесными являются стратегия игрока $A$: $x_1^* = 3{,}43$, $x_2^* = 21{,}57$, и стратегия игрока $B$: $y_1^* = 0$, $y_2^* = 10$.

При этом представления агентов о параметрах в условиях информационного противоборства игроков будут равны:

$$B^*(\theta_1) = 0{,}245,\ B^*(\theta_2) = 0{,}62.$$

Заметим, что если игрок $A$ (как и $B$) выделит все ресурсы на увеличение представления агентов о втором параметре, то результат будет следующим:

$$B(\theta_1) = \theta_1 = 0{,}2,\ B(\theta_2) = 0{,}6245.$$

В таблице 3.2.2 представлены этапы цикла психологической операции и этапы моделирования информационных воздействий [253].

Таблица 3.2.2.

Этапы цикла психологической операции и моделирование информационных воздействий

<table>
<tr><th>Этап цикла психологической операции</th><th>Этап моделирования информационных воздействий</th></tr>
<tr><td>Сбор разведывательной информации</td><td rowspan="2">1. Описание множества управляемых субъектов (агентов), их допустимых действий и целевых функций.<br>2. Формализация неопределенного параметра, значение которого не является общим знанием между агентами.<br>3. Определение множества информационных структур, которые могут быть сформированы управляющим органом (центром)</td></tr>
<tr><td>Анализ целевой аудитории</td></tr>
<tr><td>Разработка продукта</td><td>4. Вычисление информационного равновесия – зависимости между информационной структурой и действиями агентов.<br>5. Исследование стабильности[1] информационного равновесия.<br>6. Определение наиболее целесообразной постановки задачи информационного управления и нахождение информационной структуры, являющейся ее решением.<br>7. Разработка информационного воздействия (специалистами по психологии и социологии)</td></tr>
</table>

При осуществлении информационных воздействий часто возникает проблема стабильности: если центр сообщает агенту некоторую информацию, на основании которой последний принимает решение, то это решение является для агента в каком-либо смысле наилучшим, то есть приводящим к наиболее желательному результату. Если, далее, после реализации решения результат оказывается достаточно да-

---

1 Свойство стабильности и согласованности информационного воздействия требует совпадения реальных действий или выигрышей агентов с ожидаемыми действиями или выигрышами.

лек от ожидаемого агентом, то доверие к сообщениям центра окажется сильно поколебленным, или даже потерянным, что весьма затруднит центру осуществление информационного управления в дальнейшем [169, С. 53].

В ряде случаев свойством стабильности можно пренебречь (информационная война Запада в Ираке или Ливии). Если информационные компании нацелены на одну целевую аудиторию и периодически повторяются, то данным свойством пренебрегать нельзя.

## 3.3. Моделирование пограничных конфликтов

Моделирование пограничных конфликтов выполняется преимущественно заблаговременно с целью расчета потребных сил и средств, повышения готовности сил к действиям в конфликте, подготовки района и т.д. [255]. Используются методы календарно-сетевого планирования и управления [67; 128; 209], теоретико-игровые и вероятностные модели [128; 162], Ланчестеровские [123] и другие модели.

Уровни моделирования могут быть следующими (основание классификации – функциональная структура субъектов конфликта) [162]:

- физический уровень – учет технических (физических) характеристик средств, участвующих в конфликте, и внешней среды (электронные карты местности);
- операционный уровень – учет тактических характеристик средств и когнитивных возможностей отдельных субъектов;
- тактический уровень – учет тактических возможностей формирований, участвующих в конфликте, когнитивных возможностей командования сторон;
- оперативно-тактический уровень – учет возможностей взаимодействующих в конфликте ведомств (подразделения министерства обороны, МВД, МИД и др.);
- стратегический уровень – учет принятия основных решений в конфликте;

- уровень целеполагания – учет геополитических и региональных факторов, определяющих состав участников конфликта, его цели и напряженность.

### *3.3.1. Функции технологии конфликта*

Для расчета потребных сил и средств могут использоваться функции технологии конфликта (contest success function, CSF), подразделяемые на два класса: соотношения сил (ratio function) и разницы сил (difference function).

Пусть имеется множество $N = \{1, \ldots, n\}$ целей (объектов), которые могут быть атакованы. Обозначим через $x = (x_1, \ldots, x_n)$ – действие атакующего, через $q = (q_1, \ldots, q_n)$ – действие защитника, где $x_i \geq 0$ ($q_i \geq 0$) – количество бесконечно делимого ресурса, выделенного атакующим (защитником) на объект $i = 1, \ldots, n$. Ценность $i$-го объекта для атакующего (защитника) обозначим через $X_i$ ($Q_i$). На ресурсы наложены ограничения:

$$\sum_{i\in N} x_i \leq R_x, \quad \sum_{i\in N} q_i \leq R_y. \tag{3.3.1}$$

При использовании функции соотношения сил вероятность победы атакующего на объекте $i$ пропорциональна количеству выделенного на этот объект ресурса и обратно пропорциональна взвешенной сумме ресурсов, выделенными на этот объект обоими игроками [288]:

$$p_A(x_i, q_i) = \frac{\alpha_i (x_i)^{r_i}}{\alpha_i (x_i)^{r_i} + (q_i)^{r_i}}, \quad r_i \in (0;\, 1],\ \alpha_i > 0, \tag{3.3.2}$$

$$p_A(0,0) = \frac{\alpha_i}{\alpha_i + 1},$$

где $\alpha_i$ характеризует соотношение эффективностей использования игроками ресурсов на объекте $i$, $r_i$ – отражает решительность (эффективность) конфликта.

Соответственно, вероятность победы защитника на объекте $i$ равна:

$$p_B(x_i, q_i) = 1 - p_A(x_i, q_i). \tag{3.3.3}$$

Если количество ресурсов измеряется в людских единицах, то параметр $\alpha_i$ содержательно означает отношение боевых потенциалов игроков. Причем это отношение зависит не только от вооружения и экипировки участников конфликта, но и от способов тактических действий. Находясь в обороне, субъект, при прочих равных условиях, обычно (но не всегда) имеет боевое преимущество перед наступающим [288]. Например, находясь в засаде, террористы обстреливают колонну автомашин.

Вероятность победы атакующего может вычисляться и с использованием логит-модели (функция разности сил) [288]:

$$p_A(x_i, q_i) = \frac{\exp(kx_i)}{\exp(kx_i) + \exp(kq_i)} = \frac{1}{1 + \exp(k(q_i - x_i))},\ k > 0. \qquad (3.3.4)$$

При использовании выражений (3.3.2 – 3.3.4) предполагается, что бой продолжается до полного уничтожения одной из сторон, то есть ничья считается почти невозможным исходом. К тому же в данных выражениях не учитывается известный из военной теории факт, что одна из сторон выходит из боя при достижении определенного уровня потерь [77]. В частности, небоеспособными признаются части и подразделения при наличии в них менее 40% боевого состава [66].

На отдельных этапах пограничных конфликтов могут быть ситуации, когда после атаки стороны оказываются в том же состоянии, что и до нее. То есть ничья является разумным выходом из тупика. Для фиксации подобных возможностей вводятся следующие функции конфликта [288]:

$$p_A(x_i, q_i) = \frac{f_A(x_i, q_i)}{1 + f_A(x_i, q_i) + f_B(x_i, q_i)}, \qquad (3.3.5)$$

$$p_B(x_i, q_i) = \frac{f_B(x_i, q_i)}{1 + f_A(x_i, q_i) + f_B(x_i, q_i)},$$

где $f_A(\cdot)$ и $f_B(\cdot)$ неотрицательные возрастающие функции.

Единицу в знаменателе можно рассматривать как участие в игре третьей стороны – «природы». При использовании данных функций вероятность ничейного исхода всегда положительна:

$$1 - p_A(x_i, q_i) - p_B(x_i, q_i) = \frac{1}{1 + f_A(x_i, q_i) + f_B(x_i, q_i)} > 0. \qquad (3.3.6)$$

Ю.Б. Гермейером предложена следующая функция технологии конфликта (модель «нападение-оборона») [74] – количество средств нападения, прорвавшиеся через *i*-й объект:

$$\max[x_i - \mu_i q_i, 0],$$

где $\mu_i$ – количество средств нападения, которое может уничтожить одна единица средств обороны на *i*-м объекте. Параметр $\mu_i$ характеризует относительную боевую эффективность защитника и учитывает тактические свойства местности.

***Пример 3.3.1***. Ожидается переход через границу группы террористов в составе $x = 5$ человек. Для предотвращения нарушения границы в ожидаемый район выслан подвижная группа пограничников в составе $q = 10$ человек. Террористы и пограничники вооружены стрелковым оружием. Пограничники дополнительно оснащены приборами ночного видения и тепловизорами. Соотношение эффективности использования террористами оружия и тактических приемов против пограничников равно: днем $\alpha_d = 1$, ночью $\alpha_n = 0{,}75$. Решительность конфликта характеризуется параметром $r = 1$. Функции технологии конфликта – выражения (3.3.2–3.3.3). Найти вероятность победы в боестолкновении пограничников. Определить состав группы пограничников, при котором обеспечивается вероятность $p$ недопущения нарушения границы террористами не ниже 0,8. Вероятность обнаружения террористов и наведения на них группы захвата (уничтожения) равна: днем $p_{0d} = 0{,}98$, ночью $p_{0n} = 0{,}95$.

Решение. Вероятность победы пограничников равна:

днем: $p_{Bd}(x, q) = 1 - p_{Ad}(x, q) = \dfrac{q}{\alpha_d x + q} = \dfrac{10}{5 + 10} = 0{,}67$;

ночью: $p_{Bn}(x, q) = \dfrac{q}{\alpha_n x + q} = \dfrac{10}{0{,}75 \cdot 5 + 10} = 0{,}73$.

Поскольку неизвестно время нарушения границы террористами (имеется интервальная неопределенность), то вероятность победы пограничников вычисляем с использованием принципа гарантированного результата:

$$p_B(x,q) = \min[p_{Bd}(x,q); p_{Bn}(x,q)] = 0{,}67.$$

Террористы не смогут нарушить границу в случае их обнаружения и победы пограничников. Тогда:

$$p = \min[p_{0d}\, p_{Bd}(x,q); p_{0n}\, p_{Bn}(x,q)] = 0{,}8. \qquad (3.3.7)$$

Из условия (3.3.7) находим требуемое количество пограничников днем:

$$0{,}98 \frac{q_d}{x + q_d} = 0{,}8, \; q_d = 22{,}2,$$

и ночью:

$$0{,}95 \frac{q_n}{0{,}75x + q_n} = 0{,}8, \; x_n = 20.$$

Таким образом, для обеспечения вероятности недопущения нарушения границы террористами в группе захвата необходимо иметь не менее 23 пограничников.

### *3.3.2. Теоретико-игровая модель «нападение-оборона»*

Модель «нападение-оборона» [74; 58] является разновидностью игры полковника Блотто [291], для случая, когда ресурсы сторон бесконечно делимы (непрерывная игра), объекты $N = \{1, \ldots, n\}$ имеют одинаковую ценность для сторон конфликта, а функция технологии конфликта на объекте $i$ определяется как количество средств атакующего, прорвавшихся через объект $i$:

$$\max[x_i - \mu_i q_i, 0],$$

где $\mu_i$ – количество средств нападения, которое может уничтожить одна единица средств обороны на $i$-м объекте.

Решения о распределении ресурса между объектами нападающим и обороняющимся принимаются однократно, одновременно и независимо (не зная выбора оппонента).

Выигрыш наступающего – общее количество средств нападения, прорвавшиеся через все объекты:

$$F(x,q)=\sum_{i\in N}\max[x_i-\mu_i q_i,0]. \tag{3.3.8}$$

Существует решение игры в области чистых стратегий при [58, С. 70]:

$$R_q \ge R_x \sum_{k\in N} 1/\mu_k . \tag{3.3.9}$$

В этом случае для нападающего безразлично, какой объект выбрать для нападения. Оптимальное решение обороняющейся стороны – распределение ресурсов по объектам в соответствии с формулой:

$$q_i^* = R_q\left(\mu_i \sum_{k\in N} 1/\mu_k\right)^{-1}. \tag{3.3.10}$$

Если условие (3.3.9) не выполняется, то оптимальное решение ищется в области смешанных стратегий. Оптимальное решение обороняющейся стороны остается прежним – см. (3.3.10) (принадлежит области чистых стратегий). Оптимальное решение нападающего – применять чистые стратегии $x_i$ (все силы направить на $i$-й объект) с вероятностями:

$$p_i^* = \left(\mu_i \sum_{k\in N} 1/\mu_k\right)^{-1}. \tag{3.3.11}$$

Расширения игры полковника Блотто применительно к пограничным и военным конфликтам могут быть следующими:

Учет тактики действий сторон в пограничном конфликте.

Учет мероприятий по маскировке и введению противника в заблуждение посредством выделения для этой цели части ресурсов и использования в расчетах представления о параметре [254] (о количестве средств на объекте $i$).

Учет наличия резерва у обороняющегося и поиск его оптимального значения и местоположения.

Целью конфликта может быть не прорыв обороны, а, например, охват (окружение) части объектов обороняющихся.

Разбиение операции на составляющие и моделирование этапов.

В зависимости от вида пограничного конфликта может использоваться следующий цикл: планирование – выдвижение – развертывание – блокирование – выдворение – ликвидация последствий, или его разновидности. На каждом этапе желательно опережать противника в действиях и иметь превосходство в силах и средствах. Оптимизация (рационализация) цикла возможна с использованием механизма «затраты-эффект» [149] и методов решения многокритериальных задач, основанных на принципе равенства, максимина или квазиравенства.

***Пример 3.3.2***. Группа террористов в составе $R_x = 10$ человек может нарушить границу на одном из пяти участков, тактические характеристики которых характеризуются параметрами: $\mu_1 = 2$; $\mu_2 = 2$; $\mu_3 = 1{,}5$; $\mu_4 = 1{,}2$; $\mu_5 = 1$. У пограничников имеется $R_q = 50$ человек для прикрытия участков. Найти оптимальные решения сторон.

Решение. По формуле (3.3.10) вычисляем оптимальное распределение пограничников по участкам:

$$q_1^* = 7{,}14;\ q_2^* = 7{,}14;\ q_3^* = 9{,}52;\ q_4^* = 11{,}9;\ q_5^* = 14{,}29.$$

Поскольку нельзя выделить дробное количество человек на участок, то выполним округление:

$$q_1^* = 7;\ q_2^* = 7;\ q_3^* = 10;\ q_4^* = 12;\ q_5^* = 14.$$

Сумма округленных значений равна $R_q = 50$.

Проверяем выполнение условия (3.3.9):

$$R_q = 50 \geq R_x \sum_{k \in N} 1/\mu_k = 10 \cdot 3{,}5 = 35.$$

Поскольку нами выполнено округление, то для каждого участка границы необходимо выполнить проверку, не прорвется ли через него нападающий. Для первого участка имеем:

$$\max[R_x - \mu_1 q_1, 0] = \max[10 - 2 \cdot 7; 0] = 0.$$

Выполнив аналогичные вычисления для оставшихся объектов, замечаем, что террористы не в состоянии прорваться ни на одном из участков. Следовательно, решение игры лежит в области чистых стратегий, причем террористам в данном случае безразлично, какой из участков выбрать для прорыва.

### *3.3.3. Ланчестеровские модели*

Пусть имеются две противоборствующие стороны. Обозначим через $x(t)$ ($y(t)$) численность войск первой (второй) стороны в момент времени $t \geq 0$. Начальные условия (численности в нулевой момент времени) – $x_0$ и $y_0$ соответственно. Скорость изменения численности войск каждой из сторон определяется тремя факторами:

- операционными потерями (пропорциональными численности своих войск);
- боевыми потерями (пропорциональными численности войск противника или произведению численностей войск обеих сторон);
- вводом резервов (выводом в резерв).

*Обычное сражение* описывается следующей системой дифференциальных уравнений (слагаемые соответствуют вышеперечисленным факторам):

$$\dot{x}(t) = -ax(t) - by(t) + u(t), \tag{3.3.12}$$

$$\dot{y}(t) = -cx(t) - dy(t) + v(t), \tag{3.3.13}$$

где $\dot{x}(t) = dx/dt$, $\dot{y}(t) = dy/dt$; $a$, $b$, $c$ и $d$ – положительные константы; $u(t)$ и $v(t)$ – темпы ввода резервов.

Аналогично описывается *партизанская война*[1]:

$$\dot{x}(t) = -ax(t) - gx(t)y(t) + u(t), \tag{3.3.14}$$

$$\dot{y}(t) = -cx(t) - hx(t)y(t) + v(t), \tag{3.3.15}$$

где $g$ и $h$ – положительные константы, и *смешанная война*:

$$\dot{x}(t) = -ax(t) - gx(t)y(t) + u(t), \tag{3.3.16}$$

$$\dot{y}(t) = -cx(t) - dy(t) + v(t). \tag{3.3.17}$$

Модели отличаются учетом боевых потерь. Предполагается, что в обычном сражении каждая сторона в единицу времени поражает чис-

1 Название условное.

ло противников, пропорциональное своей численности – коэффициенты $b$ и $c$, называемые *коэффициентами боевой эффективности*, могут измеряться как число выстрелов, производимое одним сражающимся в единицу времени, умноженное на вероятность поражения одним выстрелом одного противника. Другой тип сражения – «партизанский», или «стрельбы по площадям», когда потери противника зависят как от интенсивности огня, так и от концентрации его войск, что отражается «смешанными» слагаемыми, пропорциональными $x(t)y(t)$. Существует и другая (так называемая дуэльная) интерпретация модели (3.3.14) – (3.3.15), в соответствии с которой сражение рассматривается как война в древнем мире – набор индивидуальных попарных поединков между воинами (в условиях невозможности локализации и концентрации поражающих факторов). Можно говорить не о типах сражений, а о типах ведения огня:

- прицельный огонь по рассредоточенным целям;
- прицельный огонь по сосредоточенным целям;
- стрельба по площадям.

В литературе рассматриваются и более общие модели, в которых скорости изменения численностей войск пропорциональны произведению численностей, возведенных в определенные степени (так называемые фрактальные модели Ланчестера).

Следует заметить, что выше речь идет только о массовом применении традиционного оружия (боевые единицы с низкой вероятностью поражения в отдельном выстреле и высокой концентрацией на поле боя): применение современного высокоточного оружия, разведывательно-огневых и разведывательно-ударных комплексов описывают другими моделями [123; 162].

Рассмотрим простейший (ставший хрестоматийным) случай отсутствия резервов и операционных потерь, когда выражения (3.3.12) – (3.3.13) превращаются в

$$\dot{x}(t) = -by(t),\ \dot{y}(t) = -cx(t). \qquad (3.3.18)$$

Решением системы (3.3.18) является так называемая квадратичная модель динамики численности войск:

$$b\left(y^2(t) - y_0^2\right) = c\left(x^2(t) - x_0^2\right). \qquad (3.3.19)$$

Траекториями (3.3.19) в координатах ($x$, $y$) будут гиперболы (прямая при $by_0^2 = cx_0^2$). Проигравшей признается та сторона, чья численность войск первая обратится в ноль (поэтому Ланчестеровские модели иногда называют *моделями истощения*). Если $by_0^2 > cx_0^2$, то побеждает вторая сторона, при $by_0^2 < cx_0^2$ побеждает первая. Условие «равенства сил» имеет вид:

$$y_0 = x_0\sqrt{c/b}\,. \qquad (3.3.20.а)$$

Отметим некоторую условность выражений типа (3.3.20.а). Во-первых, уравнения (3.3.18) описывают динамику боя только на начальных его стадиях, когда средние численности сторон еще не малы по сравнению с их начальными численностями [61, С. 332]. Во-вторых, условие (4.3.20.а) не учитывает известного факта, что существует определенный критический процент потерь, при которых сторона отказывается от продолжения боя. Этот факт в военной науке называется боеспособностью войск [66], в военной статистике [76; 77] – моральным духом или выдерживаемым процентом «кровавых» потерь, в математическом моделировании – фактором Л.Н. Толстого [186].

Головин Н.Н. отмечает, что важнейшим фактором победы войска в бою является процент «кровавых» потерь (потери раненными и убитыми), при котором войско все еще не утрачивает боеспособность (моральный дух). «… можно установить, что для сражений второй половины XVIII и всего XIX века пределом наибольшей, моральной упругости войск, после которого они не способны уже к победе, являются кровавые потери в 25%. … Моральный эффект равного процента потерь для каждого из сражающихся далеко не одинаков. Те же размеры потерь подавляют дух одного и вызывают более быстрый процесс морального разложения нежели у другого, а тогда, этот другой и становится победителем...» [77, С. 164-165]. Относительно низкий пороговый процент потерь фактически является сдерживающим фактором, не позволяющим достичь победы над более сильным в моральном отношении противником.

Обозначим $0 < \alpha < 1$ ($0 < \beta < 1$) показатель боевого духа (выдерживаемый процент кровавых потерь) первой (второй) стороны. Тогда, полагая $x = (1-\alpha)x_0$ и $y = (1-\beta)y_0$, из выражения (3.3.19) найдем условие равенства сил сторон с учетом их боевого духа [186]:

$$y_0 = x_0 \sqrt{\frac{c\left((1-\alpha)^2 - 1\right)}{b\left((1-\beta)^2 - 1\right)}}. \tag{3.3.20.б}$$

На рис. 3.3.1 при $x_0 = 1$, $b = 1$, $c = 1$, $\alpha = 0{,}3$ показана зависимость начального количества $y_0$ войск второй стороны от изменения ее боевого духа $\beta$, обеспечивающая равенство сил сторон.

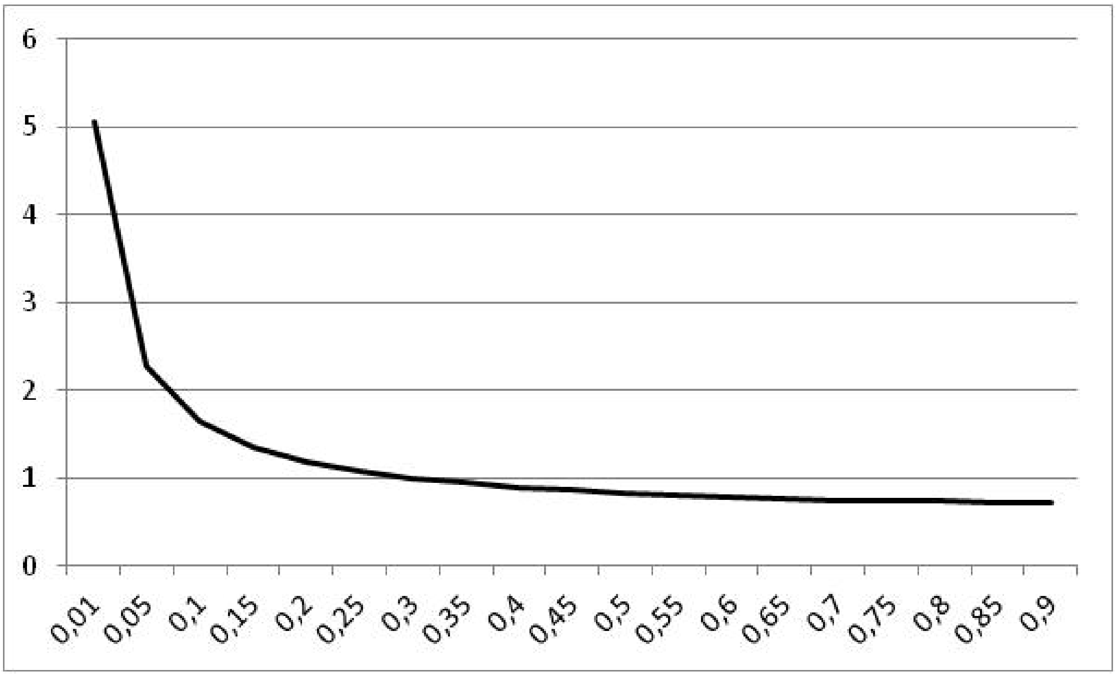



Рис. 3.3.1. Зависимость начальной численности войск второй стороны от изменения ее боевого духа, при которой обеспечивается равенство боевых потенциалов сторон

В частности, при одинаковой эффективности боевых единиц сторон ($b = c$) и при $\beta = 0{,}01$ второй стороне для победы над первой необходимо иметь превосходство $y_0 > 5{,}06\ x_0$, тогда как при $\beta = 0{,}5$ второй стороне достаточно иметь $y_0 > 0{,}825\ x_0$.

По аналогии, рассмотрев (3.3.14) – (3.3.15) в отсутствии операционных потерь и резервов, получим:

$$\dot{x}(t) = -gx(t)y(t),\ \dot{y}(t) = -hx(t)y(t). \tag{3.3.21}$$

Решением системы (3.3.21) является прямая $g(y(t)-y_0) = h(x(t)-x_0)$, а условием «равенства сил»

$$y_0 = x_0\, h/g. \tag{3.3.22}$$

Смешанная война (см. (3.3.16) – (3.3.17)) в отсутствии операционных потерь и резервов описывается системой

$$\dot{x}(t) = -gx(t)y(t),\ \dot{y}(t) = -cx(t). \tag{3.3.23}$$

Решением системы (3.3.23) является $g(y^2(t)-y_0^2) = 2c(x(t)-x_0)$.

Рассмотрим ситуацию, когда стороны могут делить свои войска на части и осуществлять последовательный боевой контакт своих частей с частями противника.

Из условия (3.3.22) можно получить следующее выражение численности войск первой стороны, оставшейся после победы над противником:

$$x(x_0, y_0) = x_0 - \delta y_0, \tag{3.3.24}$$

где $\delta = g / h$ – отношение коэффициентов боевой эффективности соответственно второй и первой сторон в модели (3.3.21). В силу линейности выражения (3.3.24) исход боя определяется только начальными количествами войск и отношением $\delta$ и не зависит от того, как стороны разделили свои войска на части, какие части сражаются с какими и в какой последовательности. Ситуация становится более разнообразной в рамках модели (3.3.18).

Из условия (3.3.19) получим следующее выражение численности войск первой стороны, оставшейся после победы над противником (без учета боевого духа сторон):

$$x(x_0, y_0) = \sqrt{x_0^2 - \gamma y_0^2}, \tag{3.3.25}$$

где $\gamma = b / c$ – отношение коэффициентов боевой эффективности соответственно второй и первой сторон в модели (3.3.18). Пусть $\gamma <$

1 и $x_0 < y_0\sqrt{\gamma}$, то есть первая сторона более эффективна, но обладает начальной численностью войск, недостаточной для того, чтобы одержать победу над второй стороной при вводе ими в действие одновременно всех своих сил.

Предположим, что имеется $n$ участков, по которым вторая сторона уже распределила свои силы. Обозначим через $y_i \geq 0$ численность войск второй стороны на $i$-м участке, $i = 1, \ldots, n$, $\sum_{i=1}^{n} y_i = y_0$. Без ограничения общности предположим, что участки пронумерованы так, что $y_1 \leq y_2 \leq \ldots \leq y_n$. Пусть первая сторона, используя все имеющиеся у нее на текущий момент силы, может последовательно сражаться на различных участках. Определим, какова оптимальная для первой стороны последовательность сражений и при каких условиях (значениях $x_0$ и $\gamma$, а также векторе $y =( y_1, \ldots, y_n)$) она может последовательно победить на всех участках. Ответ на этот вопрос тривиален – конечная численность первой стороны не зависит от последовательности участков, а победа в рамках модели (3.3.25) возможна в случае, когда

$$x_0 \geq \sqrt{\gamma \sum_{k=1}^{n} y_k^2}\,. \tag{3.3.26}$$

Так как сумма квадратов неотрицательных чисел не превышает квадрата их суммы, то из (3.3.26) следует, что первой стороне в рассматриваемой модели всегда выгодно дробление войск противника – их равномерное распределение между $n$ участками снижает их «эффективную численность» в $\sqrt{n}$ раз. Хрестоматийным примером последовательного разгрома превосходящих сил противника является Трафальгарская битва.

Модель Ланчестера имеет массу вариаций и обобщений [162]:

- введение переменных (зависящих от времени) коэффициентов боевой эффективности;
- учет особенностей боевых действий различных типов – засад, перестрелок, осад и т.д.;

- рассмотрение дискретных моделей залпового огня;
- многоуровневые модели, в которых на нижнем уровне методом Монте-Карло имитируется взаимодействие отдельных боевых единиц, на среднем уровне взаимодействие описывается марковскими моделями, а на верхнем (агрегированном, детерминированном) уровне используются дифференциальные уравнения. Такой подход удобен для идентификации реальных задач и более адекватного учета специфики конкретной моделируемой ситуации;
- рассмотрение дифференциальных игр, в которых управлениями являются темпы ввода резервов, а критериями эффективности – разность между численностями войск в заданный момент времени;
- анализ моделей длительных (многостадийных) конфликтов с учетом ввода резервов;
- модели агрегированного описания театра военных действий, состоящего из нескольких областей, сражения в каждой из которых описываются квадратичным законом Ланчестера;
- модели военных конфликтов с использованием нескольких видов вооружений;
- модели разоружений Ричардсона;
- модели, учитывающие неопределенность в виде стохастических слагаемых – переход к марковским моделям, стохастическим дифференциальным уравнениям и др.

Добавление в уравнения Ланчестера управляющих переменных (отражающих ввод резервов, распределение сил и средств и т.д.) приводит уже к оптимизационным моделям, то есть к соответствующим задачам оптимального управления.

### *3.3.4. Иерархии моделей конфликта*

Сложность и многообразие реальных ситуаций требуют для их адекватного отражения в математических моделях гибкости и универсальности последних. Эти свойства неизбежно приходят в противоречие с общностью и обоснованностью результатов моделирования.

Поэтому при решении тех или иных реальных задач неизбежно использование комплексов моделей, в которых «выход» одной модели является «входом» для другой и т.д. Совокупность подобных моделей может рассматриваться в виде *иерархии* (обычно более низким уровням иерархии соответствует более высокая степень детализации описания моделируемых систем) или *горизонтальной цепочки*, в каждом элементе которой степень детализации примерно одинакова. Подобный подход к моделированию зародился и активно развивался в 60-70-х годах XX века [162].

Рассмотрим возможную иерархию моделей конфликта. Если противники однократно и одновременно принимают решения о распределении своих сил в пространстве (между участками), то получаем игру полковника Блотто, в которой победитель на каждом из участков определяется в результате решения соответствующих уравнений Ланчестера. Сложность аналитического исследования таких иерархических моделей обусловлена тем, что в большинстве случаев для игры полковника Блотто трудно найти аналитическое решение.

Для моделей Ланчестера также можно использовать иерархический подход – на нижнем уровне методом Монте-Карло имитируется взаимодействие отдельных боевых единиц, на среднем уровне взаимодействие описывается марковскими моделями, а на верхнем уровне используются собственно дифференциальные уравнения. Над этими моделями, вводя в них управляемые параметры, можно надстраивать задачи управления в терминах управляемых динамических систем, дифференциальных и/или повторяющихся игр и др.

В результате получим иерархическую модель конфликта (табл. 3.3.1).

Таблица 3.3.1.

Модель конфликта [162]

| Уровень иерархии | Моделируемые явления/процессы | Аппарат моделирования |
|---|---|---|
| 5 | Распределение сил и средств в пространстве | Игра полковника Блотто и ее модификации |

| Уровень иерархии | Моделируемые явления/процессы | Аппарат моделирования |
|---|---|---|
| 4 | Распределение сил и средств во времени | Оптимальное управление, повторяющиеся игры и др. |
| 3 | Динамика численности | Уравнения Ланчестера и их модификации |
| 2 | «Локальное» взаимодействие подразделений | Марковские модели |
| 1 | Взаимодействие отдельных боевых единиц | Имитационное моделирование, метод Монте-Карло |

Модели вида горизонтальной цепочки могут строиться, основываясь на циклах деятельности (например, цикл Дж. Бойда).

## 3.4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОГРАНИЧНЫХ И СПЕЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАЦИЙ

В соответствии с теорией оперативно-розыскной деятельности (далее, ОРД) специальные операции по задержанию преступников включают три группы мероприятий [222]:

- мероприятия, направленные на получение информации о преступниках, их связях, местах сосредоточения, вооруженности, намерениях и т.д.;
- мероприятия по блокированию, оцеплению места нахождения преступников с целью недопущения их ухода и перекрытия путей поступления к ним людей и вооружения, недопущения попадания в район проведения специальной операции мирных граждан (режимные действия);
- мероприятия по задержанию или ликвидации преступников, то есть непосредственно боевые действия.

Отметим, что первая группа мероприятий является важнейшей функцией пограничной службы.

МВД, ФСБ, ГТК, Госнаркоконтроль выполняют сходные функции, действуя в едином правовом и криминальном пространстве, имеют единые цели и задачи и ответственность за конкретные участки работы [222]. В этой связи представляется актуальной задача выработки единого методологического подхода к борьбе с организованной преступностью, включая выявление «пограничных» проблем, по которым необходимы тесная координация, взаимодействие, обмен информацией и сотрудничество.

В табл. 3.4.1 показаны возможные методы моделирования действий основных групп и нарядов (их виды и задачи – см. [222]) в ходе специальной (пограничной) операции.

Таблица 3.4.1.

Методы моделирования действий основных групп и нарядов в ходе специальной (пограничной) операции

| Группа | Задачи | Методы моделирования |
|---|---|---|
| Организационно-аналитическая группа | Сбор информации об оперативной обстановке, обобщение и анализ данных, подготовка предложений и проектов решений | Методы информатики, теории реляционных баз данных, OLAP-анализа, методы обнаружения знаний в базах данных (основаны на применении деревьев решений, искусственных нейронных сетей, генетических алгоритмов, эволюционного программирования, ассоциативной памяти, нечеткой логики), статистические методы (дескриптивный анализ, корреляционный и регрессионный анализ, факторный анализ, дисперсионный анализ, дискриминантный анализ, анализ временных рядов), методы теории вероятностей, методы календарно-сетевого планирования и управления и др. |
| Группа взаимодействия со СМИ | Информирование общественности об обстановке и угрозах, информационное управление и противобор- | Статистические методы, методы семантического анализа, теория графов, марковские модели, модели диффу- |

| Группа | Задачи | Методы моделирования |
|---|---|---|
| | ство | зии инноваций, модели заражения, оптимальное управление, теория игр, теория принятия решений и др. |
| Группа ведения переговоров | Ведение переговоров с целью склонения преступников к отказу от продолжения противоправных действий, разрядить стрессовую ситуацию и агрессивность преступников | |
| Группа разведки | Осуществление мероприятий разведывательного характера с целью получения сведений о преступниках, их вооруженности, местах укрытия, об оперативной обстановке в районе операции, о заложниках | Теория поиска, теория вероятностей, теория массового обслуживания, теория графов, теория игр и ее разделы применительно к моделированию задач безопасности (Border Game, Barrier Game, Security Game), теория оптимального управления и др. |
| Группа блокирования | Изоляция определенного района | |
| Временные розыскные посты | Выставляются на направлениях вероятного движения преступников | |
| Группа преследования | Направляется по маршрутам вероятного движения преступников с целью их розыска и задержания | |
| Поисковая группа | Розыск и задержание вооруженных преступников, направляется навстречу группе преследования | |
| Группа кинологов | Преследование и захват преступников | |
| Фильтрационный пункт | Проверка задержанных | |
| Группа организации дорожного движения | Обеспечение режимных мероприятий, организация дорожного движения | |
| Группа захвата | Захват (задержание) преступников, в исключительных случаях – их уничтожение | Иерархические модели военных (боевых) действий |
| Группа прикрытия | Обеспечение прикрытия | |

| Группа | Задачи | Методы моделирования |
|---|---|---|
| | боевых действий группы захвата, отвлечение внимания преступников, эвакуация пострадавших, охрана места происшествия до прибытия следственно-оперативной группы | |
| Группа применения спецсредств | Нейтрализация лиц, оказывающих вооруженное сопротивление, за счет применения спецсредств | |
| Снайперская группа | Наблюдение, разведка и ведение снайперского огня по указанным целям и объектам | |
| Группа разграждения | Проделывание проходов в места укрытия преступников | |
| Штурмовая группа | Создается при ликвидации бандформирований, а также для пресечения захвата важных объектов. Должно быть обеспечено превосходство в силах и средствах над преступниками не менее, чем в три раза | |
| Группа окружения | Блокирование и захват при ликвидации бандформирования, подготовившегося к обороне и имеющего тяжелое вооружение | |
| Группа конвоирования | Конвоирование захваченных преступников (группа может не создаваться) | |
| Группа проведения неотложных аварийно-спасательных работ | Проведение неотложных аварийно-спасательных работ (группа может не создаваться) | |
| Следственно-оперативная груп- | Выявление источников доказательств и процессуаль- | Теория поиска, теория массового обслуживания, тео- |

| Группа | Задачи | Методы моделирования |
|---|---|---|
| па | ное их оформление | рия вероятностей, календарно-сетевое планирование и управление |
| Группа документирования | Документирование противоправных действий | |
| Группа тылового и технического обеспечения | Тыловое и техническое (материально-техническое) обеспечение | Теория вероятностей, теория надежности, теория массового обслуживания, теория графов, календарно-сетевое планирование и управление |
| Резерв | Решение внезапно возникающих задач | Теория вероятностей, теория массового обслуживания, теория графов, календарно-сетевое планирование и управление, теория игр |

Пограничные и специальные операции могут проводиться в рамках цикла борьбы с терроризмом, бандитскими и преступными формированиями (планирование – предотвращение – реагирование – восстановление), являясь этапом реагирования данного цикла. В свою очередь цикл операции состоит из следующих этапов:

- сбор информации и заблаговременная подготовка;
- режимные действия;
- поисковые действия;
- нейтрализация;
- оказание помощи пострадавшим.

Каждый из этапов обычно включает мероприятия по информационному управлению и информационным воздействиям.

Пограничные и специальные операции могут быть классифицированы по следующим основаниям:

- цели операции (борьба с терроризмом; с подразделениями и специальными службами других государств; борьба с экономической преступностью, нелегальной миграцией и др.);
- масштаб преступного формирования: борьба с малочисленным (до 5 человек), средней численности (до 15 человек), большой числен-

ности (до 50 человек), многочисленным (до 100 человек); гигантским (до 500 и более человек) преступным формированием;

- правовой режим: борьба с преступным формированием на территории с национальным правовым режимом, смешанным и международным правовым режимом;
- географическая среда: пограничные и специальные действия на сухопутной, речной, водной территории, действия в особых климатических условиях. В свою очередь рассматриваются следующие особенности действий на сухопутной территории: действия в городской среде, пустынной, горной, лесной и иной местности.

Цели операции и масштаб преступного формирования определяют главным образом напряженность действий и виды групп, привлекаемых для поиска и нейтрализации преступников. Правовой режим и географическая среда являются ограничивающими факторами на допустимые действия и состав используемых средств.

Рассмотрим комплексную модель борьбы с повстанческой (террористической) активностью в приграничном регионе.

На рис. 3.4.1 показана условная схема региона повстанческой активности [320].

В любой момент времени $t > 0$ количество $N(t)$ повстанцев в регионе равно их начальному количеству $N_0$ в момент времени $t = 0$, плюс количество повстанцев $S(t)$, успешно преодолевших границу, плюс количество повстанцев $R(t)$, набранных действующими повстанцами среди местного населения, минус их количество $K(t)$, выбывшее по тем или иным причинам.

Ситуация в некоторый момент времени $t > 0$ может быть описана следующими дифференциальными уравнениями [320]:

(3.4.1) $\dot{N}(t) = \dot{S}(t) + \dot{R}(t) - \dot{K}(t)$,

(3.4.2) $\dot{S}(t) = (1 - E)\dot{T}(t)$,

(3.4.3) $\dot{R}(t) = \rho N(t)$,

(3.4.4) $\dot{K}(t) = \gamma N(t)$,

где: $\dot{N}(t) = dN/dt$, $\dot{S}(t) = dS/dt$, $\dot{R}(t) = dR/dt$, $\dot{K}(t) = dK/dt$, $\dot{T}(t) = dT/dt$;

$T(t)$ – количество повстанцев, пытавшихся нарушить границу к моменту времени $t$;

$E$ – эффективность системы пограничной безопасности (вероятность задержания повстанцев на границе);

$\rho$ – коэффициент, характеризующий эффективность рекрутинга новых повстанцев в регионе;

$\gamma$ – коэффициент, характеризующий эффективность нейтрализации повстанцев в регионе.

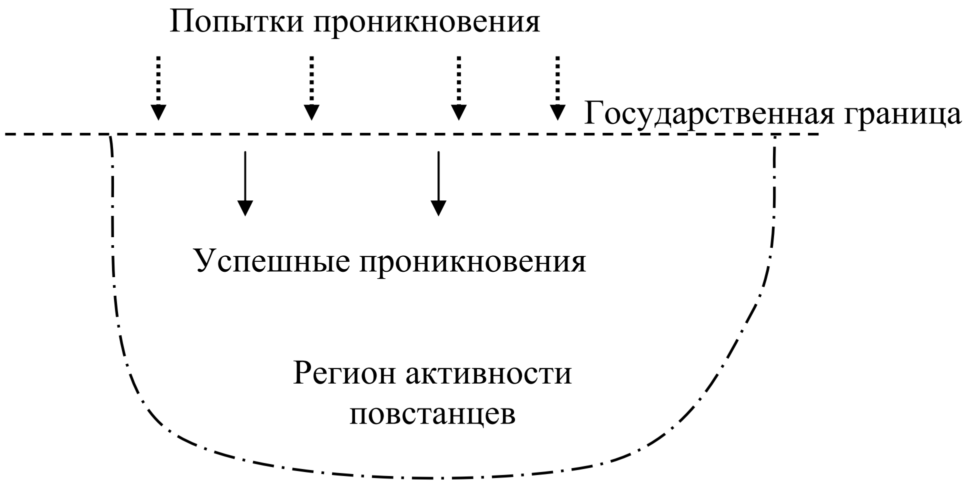



Рис. 3.4.1. Условная схема региона повстанческой активности

Заметим, что уравнение $\dot{K}(t) = \gamma N(t)$ относится к классу моделей истощения. Параметр $\gamma$ может зависеть только от численности $M(t)$ местного населения в регионе ($\gamma = \nu M(t)$) или от численности повстанцев и местного населения: $\gamma = \nu N(t) M(t)$.

Подставив выражения (3.4.2-3.4.4) в (3.4.1), получим [320]:

(3.4.5) $$\dot{N}(t) = (1 - E)\dot{T}(t) - (\gamma - \rho)N(t).$$

Из выражения (3.4.5) можно получить семейство уравнений, если во все переменные ввести индексы $i$, отражающие конкретный тип повстанцев (вооруженные террористы, представители спецслужб иностранных государств, контрабандисты и др.), социально-политические и другие характеристики участков границы и т.д.

При постоянной интенсивности попыток нарушения границы $dT/dt = \mu$ и интенсивности успешных проникновений $dS/dt = \sigma = (1 - E)\mu$ имеем следующие решения задачи (3.4.5) [320]:
количество повстанцев в регионе в момент времени $t$:

$$N(t) = \frac{\sigma}{\gamma - \rho} - \left(\frac{\sigma}{\gamma - \rho} - N_0\right)e^{-(\gamma-\rho)t}; \qquad (3.4.6)$$

количество повстанцев, успешно пересекших границу к моменту времени $t$:

$$S(t) = \sigma t; \qquad (3.4.7)$$

количество повстанцев, пытавшихся пересечь границу к моменту времени $t$:

$$T(t) = \frac{S(t)}{1 - E}; \qquad (3.4.8)$$

количество повстанцев, рекрутированных в регионе к моменту времени $t$:

$$R(t) = \frac{\rho}{\gamma - \rho}\left(N_0 + \sigma t - \frac{\sigma}{\gamma - \rho} + \left(\frac{\sigma}{\gamma - \rho} - N_0\right)e^{-(\gamma-\rho)t}\right); \qquad (3.4.9)$$

количество повстанцев, нейтрализованных в регионе к моменту времени $t$:

$$K(t) = \frac{\gamma}{\gamma - \rho}\left(N_0 + \sigma t - \frac{\sigma}{\gamma - \rho} + \left(\frac{\sigma}{\gamma - \rho} - N_0\right)e^{-(\gamma-\rho)t}\right). \qquad (3.4.10)$$

Условие, при котором численность повстанцев в регионе постоянна [320]:

$$\sigma = (\gamma - \rho)N_0. \qquad (3.4.11)$$

Если $\sigma > (\gamma - \rho)N_0$, то численность повстанцев растет, при $\sigma < (\gamma - \rho)N_0$ – убывает.

Г. Шиллингом рассмотрен ряд возможных стратегий повстанцев. В частности, для стратегии повстанцев, заключающейся в поддержании на постоянном уровне их численности в регионе, имеем:

$$\dot{N}(t) = 0;\ N(0) = N_0;\ (1 - E)\dot{T}(t) - (\gamma - \rho)N(t) = 0;$$

$$\dot{S}(t) = (\gamma - \rho)N_0 \equiv \sigma;\ \dot{T}(t) = \frac{\gamma - \rho}{1 - E} N_0 \equiv \mu .$$

Следовательно, интенсивность попыток нарушений границы должна быть равна:

$$\mu = \frac{\gamma - \rho}{1 - E} N_0 .$$

Кроме того, руководители повстанческих группировок могут попытаться «настроить» интенсивность вербовки новых повстанцев в районе:

$$\rho = \gamma - \frac{\sigma}{N_0} .$$

Условие (3.4.11) можно переписать в следующем виде:

$$(1 - E)\mu = (\theta - \rho)N_0 . \tag{3.4.12}$$

Ряд работ посвящен подбору параметров моделей ланчестеровского типа [152; 153; 279]. Другой способ их идентификации заключается в использовании моделей нижнего уровня. В качестве примера найдем потребные расходы на охрану границы, при которых обеспечивается условие (3.4.11).

Нарушение границы повстанцами считается предотвращенным в двух случаях: а) повстанцы отказались от попытки нарушения границы в связи с чрезмерными рисками (функция пограничного сдерживания) и б) были задержаны при попытке нарушения границы (результат пограничных мер) [254].

Вероятность $p_{ref}$ отказа от попытки нарушения границы повстанцами, преследующими неэкономические цели (политические, религиозные и другие мотивы) в условиях ограниченной рациональности вычисляется с использованием логит-модели [254]:

$$p_{ref} = \frac{\exp(\theta_L p_{thr})}{\exp(\theta_L p_{thr}) + \exp(\theta_L p_{de})}, \tag{3.4.13}$$

где: $\theta_L$ – параметр логит-модели (степень рациональности повстанцев);

$p_{thr}$ – пороговая вероятность (вероятность задержания или нейтрализации, при которой повстанцы массово отказываются от попыток нарушения границы, примерно равна 0,2-0,3);

$p_{de}$ – вероятность задержания и наказания повстанцев.

Вероятность $p_{de}$ определяется $p_{de} = p_Z\, p_S$, где $p_Z$ есть вероятность задержания (нейтрализации), а $p_S$ – вероятность наказания (при условии задержания) повстанцев. Вероятность $p_Z$ задержания описывается пограничной производственной функцией [254; 259]:

$$p_Z = 1 - \exp(-\lambda_Z y_N), \tag{3.4.14}$$

где: $\lambda_Z$ – параметр производственной функции; $y_N$ – расходы на охрану границы (на единицу протяженности).

Тогда 1 – $E$ в модели Г. Шиллинга (вероятность проникновения повстанцев через границу) можно вычислить по формуле:

$$1 - E = (1 - p_{ref})(1 - p_Z) = \frac{\exp(\theta_L p_{de})\exp(-\lambda_Z y_N)}{\exp(\theta_L p_{thr}) + \exp(\theta_L p_{de})}, \tag{3.4.15}$$

Откуда находим минимальные расходы на охрану границы в регионе повстанческой активности:

$$y_G = \frac{L_G}{\lambda_Z}(\theta_L p_{de} + \ln\mu - \ln(\theta - \rho) - \ln N_0 - \ln[\exp(\theta_L p_{thr}) + \exp(\theta_L p_{de})]), \tag{3.4.16}$$

где $L_G$ есть протяженность границы в регионе.

Выражение (3.4.16) справедливо в условиях однородного рельефа и других факторов на границе региона повстанческой активности. Если это не так, то границу региона следует разделить на тактические участки, для каждого из которых вычислить параметр $\lambda_{Zl}$, $l = 1, \ldots, N_l$, $N_l$ – количество участков на границе региона. Переход от тактических участков к уровню региона (устранение неопределенности) выполняется с использованием пограномметрического критерия [36].

Таким образом, даже ограниченное использование иерархии моделей позволяет перейти от трудно идентифицируемых параметров к другим, по которым выполнена их оценка на нижнем уровне моделирования.

***Пример 3.4.1***. В приграничном регионе государства в начальный момент времени было $N_0 = 20$ повстанцев и террористов. Ежемесячно с территории сопредельного государства пытаются нарушить границу 600 потенциальных террористов ($\mu = 600$ мес$^{-1}$). В регионе проводятся специальные мероприятия по борьбе с терроризмом, характеризуемые интенсивностью нейтрализации террористов $\gamma = 50$ мес$^{-1}$. Эффективность рекрутинга новых террористов в регионе характеризуется интенсивностью $\rho = 30$ мес$^{-1}$. Найти вероятность $E$ задержания нарушителей границы, при которой обеспечивается снижение численности террористов и повстанцев в регионе.

Из формулы (3.4.11) находим $\sigma < (50-30)\cdot 20 = 400$. Учитывая, что $\sigma = (1 - E)\mu$, получим: $1 - E < 2/3$ или $E > 0{,}33$.

Таким образом, при вероятности задержания нарушителей более 0,33 численность террористов и повстанцев в регионе будет снижаться.

При моделировании пограничной безопасности ланчестеровские модели могут применяться, начиная с оперативно-тактического уровня. Причем оценка параметров моделей выполняется на предыдущих уровнях моделирования.

## 3.5. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

***Задача 3.5.1***. Дайте качественное описание модели информационного противоборства при решении задач охраны водных биоресурсов в исключительной экономической зоне.

***Задача 3.5.2***. Пограничная служба (игрок $A$) и противостоящая ей организация (игрок $B$) имеют высокую репутацию и степень доверия ($\eta_A = \eta_B = 1$). Информационные воздействия направлены в основном на законопослушных граждан (агентов), имеют цель профилактики трансграничной преступности и характеризуются эффективностью $K_A = 0{,}08$; $K_B = 0{,}09$; $a = 2$ и выделенными ресурсами: $R_A = 25$ и $R_B = 20$.

Задачи информационных воздействий: изменить имеющиеся у агентов представление о вероятности задержания и наказания $\theta_1 = 0{,}4$ и представление о важности ориентации на долгосрочные цели при планировании ожидаемых доходов $\theta_2 = 0{,}7$. Игрок $A$ имеет цель увеличить представления агентов о параметрах, игрок $B$ – уменьшить. Ценность (относительная) параметра $\theta_1$ для игроков равна $C_{A1} = C_{B1} = 2$, ценность второго параметра равна $C_{A2} = C_{B2} = 4$.

Найти оптимальное распределение ресурсов игроками и значение игры.

***Задача 3.5.3***. Ожидается переход через границу группы террористов в составе $x = 15$ человек. Для предотвращения нарушения границы в ожидаемый район выслан подвижная группа пограничников в составе $q = 25$ человек. Террористы и пограничники вооружены стрелковым оружием. Пограничники дополнительно оснащены приборами ночного видения и тепловизорами. Соотношение эффективности использования террористами оружия и тактических приемов против пограничников равно: днем $\alpha_d = 1$, ночью $\alpha_n = 0{,}75$. Решительность конфликта характеризуется параметром $r = 1$. Функции технологии конфликта – выражения (3.3.2–3.3.3). Найти вероятность победы в боестолкновении пограничников. Определить состав группы пограничников, при котором обеспечивается вероятность $p$ недопущения нарушения границы террористами не ниже 0,8. Вероятность обнаружения террористов и наведения на них группы захвата (уничтожения) равна: днем $p_{0d} = 0{,}98$, ночью $p_{0n} = 0{,}95$.

***Задача 3.5.4***. Группа террористов в составе $R_x = 25$ человек может нарушить границу на одном из пяти участков, тактические характеристики которых характеризуются параметрами: $\mu_1 = 2$; $\mu_2 = 2$; $\mu_3 = 1{,}5$; $\mu_4 = 1{,}2$; $\mu_5 = 1$. У пограничников имеется $R_q = 60$ человек для прикрытия участков. Найти оптимальные решения сторон.

***Задача 3.5.5***. В приграничном регионе государства в начальный момент времени было $N_0 = 500$ повстанцев и террористов. Ежемесячно с территории сопредельного государства пытаются нарушить границу 1200 потенциальных террористов ($\mu = 1200$ мес$^{-1}$). В регионе проводятся специальные мероприятия по борьбе с терроризмом, характеризуемые интенсивностью нейтрализации террористов $\gamma$ = 500 мес$^{-1}$. Эффективность рекрутинга новых террористов в регионе характеризуется интенсивностью $\rho$ = 100 мес$^{-1}$. Найти вероятность $E$ задержания нарушителей границы, при которой обеспечивается снижение численности террористов и повстанцев в регионе.

# ГЛАВА 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОГРАНИЧНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

Специалистами по безопасности, в частности, выделяются следующие принципы охраны границы [306; 314; 336]:

- сочетание стационарных и мобильных сил охраны границы;
- интеллектуальный подход к обеспечению пограничной безопасности за счет использования до некоторой степени избыточных слоев безопасности; учет эффектов взаимодействия реализуемых программ и мер;
- примат профилактических и предупредительных мер.

Исходя из перечисленных принципов содержание данной главы построено следующим образом. В первом разделе рассматриваются вопросы моделирования разнородных пограничных средств, во втором – тактические модели нижнего уровня, в последующих разделах – моделирование пограничной безопасности региона и комплексные модели, включая модели пограничного сдерживания.

## 4.1. Модели уровня пограничного средства

Модели уровня пограничного средства относятся к классу операционных моделей [253]. Основная задача моделирования – переход от технических и других характеристик к тактическим возможностям пограничных средств.

Моделирование разведывательно-поисковых и иных действий пограничных средств (нарядов, кораблей, бесплотных летательных аппаратов и т.д.) выполняется с учетом или без учета свойств местности (подстилающей поверхности), с учетом физических принципов действия (физиологических свойств персонала) и с учетом характеристик объекта поиска. При моделировании используются геометрический подход, теория игр, теория поиска, теория вероятностей и теория массового обслуживания, оптимальное управление и другие методы.

### *4.1.1. Моделирование средств наблюдения*

Применительно к радиолокационным и другим средствам наблюдения выделяются следующие тактические характеристики [32; 34; 36]:

- зона обзора (область пространства, в которой производится обнаружение целей с заданными характеристиками);
- вероятность p0 правильного обнаружения цели;
- вероятность pt ложной тревоги;
- разрешающая способность (возможность раздельного наблюдения и измерения координат и параметров движения близко расположенных целей);
- точность измерения координат и параметров цели;
- помехозащищенность (складывается из помехоустойчивости[1] и скрытности работы[2]);
- пропускная способность (способность средства обеспечить одновременную работу по нескольким целям);
- коэффициент технической готовности (зависит от надежности средства и существующей системы эксплуатации);
- степень автоматизации съема и обработки информации.

Дополнительно рассматриваются характеристики платформы средства наблюдения (стационарная, подвижная, воздушная и т.д.).

Зона обзора зависит от технических характеристик средства, используемых физических полей, характеристик среды и цели. В качестве цели обычно рассматривается человек, автомашина, на морском пространстве выделяются большие, средние, малые и сверхмалые цели.

Если решение об обнаружении цели принимает человек, то в расчетах вероятностью ложной тревоги обычно пренебрегают, а под вероятностью правильного обнаружения понимают надежность системы «человек – техническое средство», которая зависит от степени

1 Помехоустойчивость – способность средства противостоять внешним помехам, создаваемым противником и средой.

2 Скрытность работы – способность средства противостоять технической или иной разведке противника.

приспособленности рабочего места для несения службы; технологии, частоты и методов контроля несения службы и других факторов.

В теории радиолокации рассматриваются следующие виды обработки радиолокационной информации [32; 34]:

1. Первичная обработка. Заключается в обнаружении цели, присвоении ей номера и определении ее координат.
2. Вторичная обработка включает: определение параметров движения целей и их сопровождение (слежение за траекторией цели).
3. Третичная обработка (обработка информации от нескольких средств обнаружения). Главной задачей третичной обработки является решение вопроса – сколько целей в действительности находится в зоне ответственности.

При моделировании средств обнаружения мы имеем дело со следующими неопределенностями [167]:

- *объективная неопределенность* (неполная информированность относительно параметров обстановки);
- *субъективная или игровая неопределенность* (неполная информированность о принципах поведения нарушителей, их пособников, пограничных нарядов и др.).

Неопределенность относительно параметров, описывающих пограничную систему, называется *внутренней неопределенностью*, относительно внешних параметров (среда, нарушители) – *внешней неопределенностью*. Внешняя объективная неопределенность называется *неопределенностью природы*.

Введем следующие обозначения: $v(\cdot)$ – функция полезности [120; 254] пограничного элемента (средства, системы); результат деятельности $z \in A_0$ элемента зависит от действия $y \in A$ и обстановки $\theta \in \Theta$: $z = w(y, \theta)$, где $w(\cdot)$ есть технология функционирования пограничного элемента (отображение, связывающее действия и обстановку с результатами деятельности).

Рассмотрим способы устранения объективной неопределенности (в зависимости от ее вида) [167]:

- интервальная неопределенность (известно множество возможных значений обстановки $\theta \in \Theta$: состояния погоды, место и время попытки нарушения границы и др.) устраняется использованием максимального гарантированного результата (МГР) $f(y) = \min_{\theta \in \Theta} v(w(y,\theta))$, гипотезы благожелательности $f(y) = \max_{\theta \in \Theta} v(w(y,\theta))$, их комбинаций и т.д.;
- вероятностная неопределенность (известно распределение вероятностей $p(\theta)$ на множестве $\Theta$: дальность обнаружения цели определенного типа и др.) устраняется использованием математического ожидания: $f(y) = \int_{\theta \in \Theta} v(w(y,\theta))p(\theta)d\theta$;
- нечеткая неопределенность (известна функция $\mu_\Theta(\theta)$ принадлежности нечеткого множества $\Theta$: тип цели и др.) обычно устраняется выделением множества максимально недоминируемых действий [167, С. 533-536].

Рассмотрим некоторые особенности, подлежащие учету при моделировании подвижных средств наблюдения.

А.Г. Чхартишвили, Е.В. Шикин и др. [242; 248; 332] обратили внимание специалистов на комплексное решение поисковых задач – сочетание математических методов и компьютерных технологий, дав обзор геометрических методов и конструкций, рекомендуемых к использованию в решении задач динамического поиска.

Если поисковая система покоится, то ее осведомленность о цели ограничивается кругом (сектором при секторном обзоре), центр которого совпадает с поисковой системой. При движении системы эта область увеличивается: впереди образуется *упреждающая область*, сзади – *остаточная область*. Объединение этих областей образует *следящую область*, показывающую степень осведомленности поисковой системы о цели (рис. 4.1.1) [248].

Из рис. 4.1.1. видно, что при прочих равных условиях подвижные средства обнаружения имеют преимущество перед неподвижными и это преимущество тем существеннее, чем выше скорость подвижного средства.

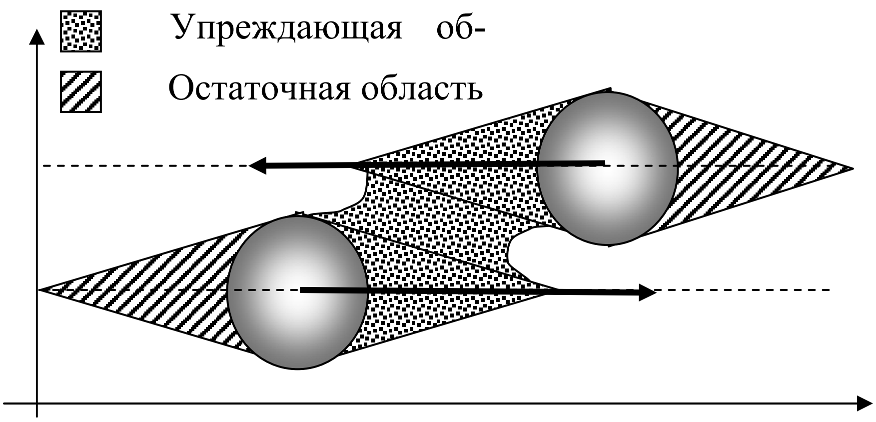



Рис. 4.1.1. Взаимодействие упреждающих областей поисковой системы

Рассмотрим охрану морского (речного) участка границы. Поисковые системы (дозоры) имеют следующие характеристики: $V$ – максимальная скорость, $r$ – дальность обнаружения искомого объекта, и следуют друг за другом на расстоянии $S$. Искомые объекты пытаются пересечь охраняемый рубеж со скоростью $U$. По формуле Купмана вероятность обнаружения цели равна:

$$P = \min\left(1, \frac{2r}{SU}\sqrt{V^2 + U^2}\right). \qquad (4.1.1)$$

А. Уошберн показал, что цель может бесконтрольно пересечь охраняемый рубеж при $P = 1$ (рис. 4.1.2, 4.1.3) в области разрыва упреждающей и остаточной областей [332] и описал траекторию пересечения целью контролируемого рубежа – любая траектория внутри штрихованного конуса (рис. 4.1.4), где точки $-b$ и $b$ – границы отрезка $B$ (рис. 4.1.2), $g$ вычисляется по формуле:

$$g = \frac{S}{2} - r\frac{\max(U,V)}{U}. \qquad (4.1.2)$$

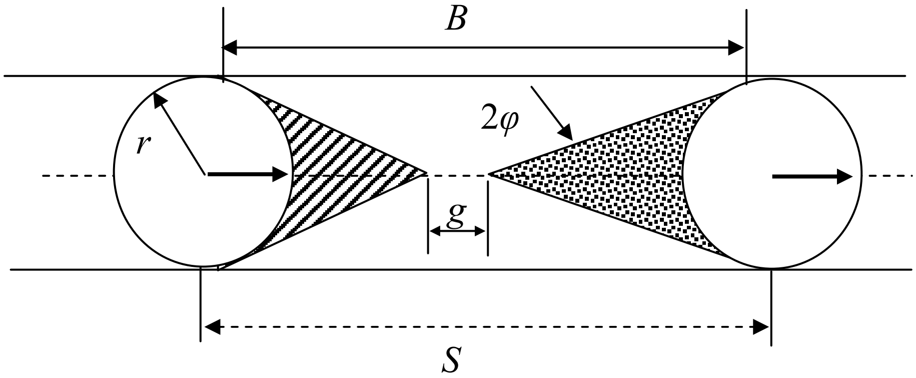



Рис. 4.1.2. Контроль рубежа поисковыми системами

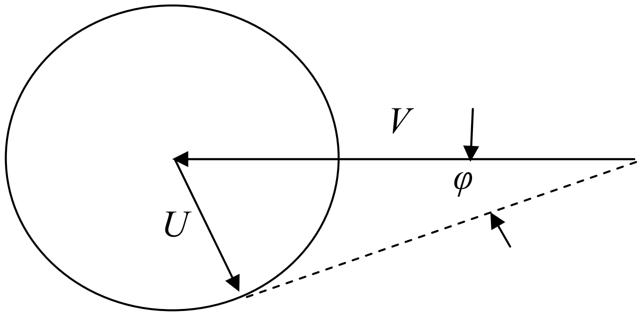



Рис. 4.1.3. Конус возможных направлений

Вероятность успешного пересечения контролируемого рубежа равна $g$ / $b$. Заметим, что величины $g$ и $b$ связаны выражением:

$$b = g + \frac{2r}{tg(\varphi)} = g + \frac{2r}{U}\sqrt{V^2 - U^2}, \tag{4.1.3}$$

а среднее время пересечения рубежа равно:

$$\tau = \left(2\frac{S}{U} + \frac{4rV}{U\sqrt{V^2 - U^2}}\right)\left(1 + \frac{r\sqrt{V^2 - U^2}}{g}\right). \tag{4.1.4}$$

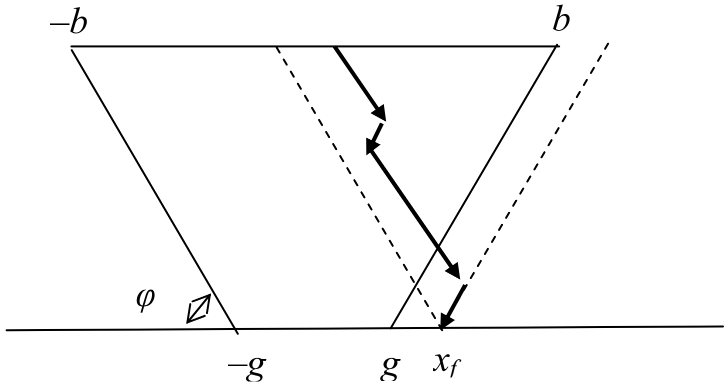



Рис. 4.1.4. Маршруты преодоления контролируемого рубежа

***Поисковые модели***

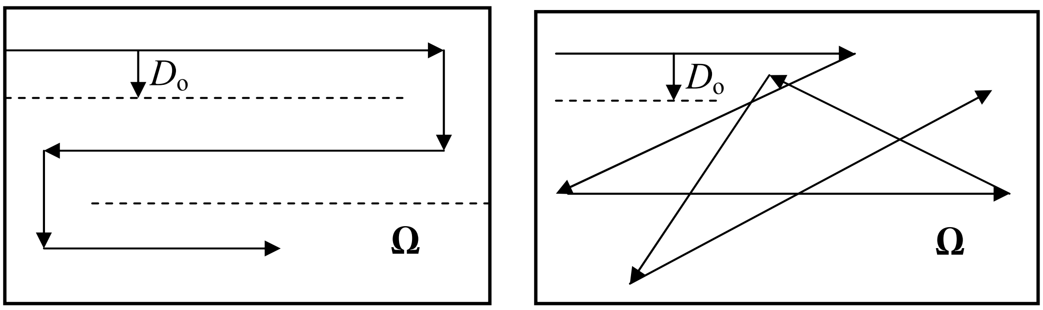
Поисковые действия характерны для всех задач охраны границы и ИЭЗ. Проблемой поиска объектов (подводных лодок) начали заниматься в годы второй мировой войны. В последующем прикладные поисково-игровые задачи стали предметом изучения в исследовании операций. Эти задачи делились на три группы [106].

*Дискретный поиск*. Пусть имеется $n \geq 2$ пронумерованных ячеек, в одной из которых прячется цель. Априорная вероятность того, что цель находится в $i$-й ячейке, равна $p_i$ и $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$. При поиске в $i$-й ячейке цель (при условии, что она там находится) может быть обнаружена с вероятностью $\alpha_i$ ($0 \leq \alpha_i < 1$, $i = 1,\ldots, n$). Вероятности $p_i$ и $\alpha_i$ поисковой системе известны. Требуется определить оптимальный (минимизация среднего времени, средней стоимости) алгоритм поиска. Эта и подобные задачи (включая случаи перемещения цели) решены Староверовым, Аркиным, Блечменом, Келиным, Брауном и другими.

*Непрерывный поиск*. Купман рассмотрел задачу поиска на площади, на которой цели распределены равномерно и их курсовые углы неизвестны (с равной вероятностью принимают значения из $[0; 2\pi]$). При условии, что поисковая система движется с постоянной скоростью, он определил среднее число целей, попадающих за единицу времени в заданный круг. Купман так же решил ряд задач закономерного и случайного поиска; нашел оптимальное распределение заданных поисковых усилий, при котором максимизируется вероятность обнаружения стационарной цели при известном априорном распределении положения и экспоненциальной условной функции обнаружения. Существенный вклад в решение задач непрерывного поиска внесли Беллман, Избелл, Мак-Куин, Миллер, Аркин, Хеллман и др.

*Игровая задача поиска*. Одна из первых игровых задач поиска (Морз и Кимбелл) состоит в следующем: поисковая система (самолет) производит поиск цели (подводной лодки), которая проходит через пролив переменной шириной и достаточно большой длины; цель не может находиться в погруженном состоянии в течение всего времени перехода. Требуется определить оптимальное распределение поисковых усилий для поисковой системы и плотность распределения места погружения или всплытия для цели.

Исходя из поисковой ситуации, рассматривают *поиск на площади* (в заданном районе) и *поиск на линии* (на рубеже). По характеру просмотра участков района поиска различают *поиск закономерный* и *поиск случайный* (рис. 4.1.5). По периодичности просмотра наблюдателем среды поиска поиск подразделяется на *непрерывный поиск* или *дискретный поиск*. В зависимости от возможности достижения конечного результата поиска – обнаружения объекта, – поиск бывает *достоверным* и *недостоверным*.




(а) (б)

Рис. 4.1.5. Закономерный (а) и случайный (б) поиск

При закономерном поиске предполагается, что цель неподвижна, ее место не меняется за все время поиска. Наилучший способ действия поисковой системы в этом случае – последовательно обследовать весь район. В предположении, что цель может находиться в любом подрайоне с равной плотностью, вероятность обнаружения цели за время $T$ при этом равна:

$$P_o^z(T) = \begin{cases} \dfrac{2D_o v_b T}{S_\Omega}\rho, & 2D_o v_b T < S_\Omega \\ \rho & 2D_o v_b T \geq S_\Omega \end{cases} \qquad (4.1.5)$$

где $D_o$ – дальность обнаружения цели наблюдателем, $v_b$ – скорость наблюдателя, $S_\Omega$ – площадь района, $\rho$ – контактная вероятность обнаружения (вероятность обнаружения цели в пределах дальности действия приборов обнаружения).

При случайном поиске предполагается, что траектория наблюдателя длиной $L = v_b T$ настолько беспорядочна, что всю ее можно разделить на $M$ равных участков и считать случайные события, заключающиеся в обнаружении цели на различных участках, независимыми. Вероятность обнаружения цели (в предположении, что контактная вероятность $\rho = 1$) на отдельном участке равна:

$$p = \frac{2D_o L / M}{S_\Omega}, \tag{4.1.6}$$

а за все время поиска становится равной:

$$P_o^S(T) = \rho\left(1 - p^M\right) = \rho\left(1 - \left(1 - \frac{2D_o L / M}{S_\Omega}\right)^M\right). \tag{4.1.7}$$

При $M \to \infty$ получим:

$$P_o^S(T) = \rho\left(1 - \exp\left(-\frac{2D_o v_b}{S_\Omega} T\right)\right) = \rho\left(1 - e^{-\gamma T}\right), \tag{4.1.8}$$

причем математическое ожидание времени поиска составит:

$$M(T) = \frac{\rho}{\gamma} = \frac{\rho S_\Omega}{2D_o v_b}. \tag{4.1.9}$$

Формула (4.1.8) получена в предположении, что сколь бы беспорядочно не двигалась цель, случайные события (обнаружение цели на элементарном участке) независимы. Однако, необнаружение цели на первых элементарных участках означает, что площадь возможного нахождения цели уменьшилась по сравнению с первоначальной. Если же цель движется, то неверна формула (4.1.6), а, следовательно, и формула (4.1.7).

Для того, чтобы выражение (4.1.7) было верно, поиск должен быть организован следующим образом: в течение времени $T/M$ цель остается неподвижной, а наблюдатель движется прямолинейно со скоростью $v_b$; в момент окончания указанного временного интервала цель «перепрыгивает» на любое другое место, координаты которого равномерно распределены в районе независимо от предыдущего места, а наблюдатель продолжает прямолинейное движение либо тем курсом, либо изменив его. Процесс повторяется $M$ раз. Очевидно, что подобная модель нереализуема. Возможен и такой ход рассуждений: по окончании каждого участка мы забываем, какую территорию мы уже обследовали, и чем это закончилось (цель обнаружена или нет) и на следующем элементарном участке начинаем поиск как бы сначала. Разумеется, что и в такой трактовке идея случайного поиска является надуманной [35].

По Купману закономерный поиск (4.1.5) расценивается как лучший по эффективности из всех возможных, а случайный (4.1.8) как наихудший. М. Беляева и М. Митрофанов предлагают для оценки эффективности поиска использовать следующее выражение [35]:

$$P_o = \beta P_o^Z + (1-\beta) P_o^S, \ 0 \le \beta \le 1, \tag{4.1.10}$$

где параметр $\beta$ может уточняться в ходе сбора и обработки данных о результатах поиска судов, оборудованных техническими средствами контроля.

Если один и тот же район обследуется несколькими независимыми наблюдателями, то общая вероятность обнаружения цели вычисляется по формуле:

$$P_{oS} = 1 - \prod_{j=1}^{N} \left(1 - P_{oj}\right), \tag{4.1.11}$$

где $P_{oj}$ – вероятность обнаружения цели $j$-й системой поиска, $j = 1, \ldots, N$.

***Пример 4.1.1***. Скорость пограничного корабля равна $v_b = 30$, дальность обнаружения цели (судна-нарушителя) $D_o = 10$, площадь района поиска $S_\Omega = 1000$, контактная вероятность $\rho = 1$, параметр поиска $\beta = 0{,}5$. Определить время поиска, при котором вероятность обнаружения цели будет не ниже 0,8.

В формулу (4.1.10) подставляем формулы (4.1.5) и (4.1.8) (проверяя по ходу расчетов выполнение условия $2D_o v_b T < S_\Omega$):

$$P_o = 0{,}5\frac{2D_o v_b T}{S_\Omega} + 0{,}5\left(1 - \exp\left(-\frac{2D_o v_b}{S_\Omega}T\right)\right)$$

или

$$1{,}6 = \frac{2 \cdot 10 \cdot 30 \cdot T}{1000} + 1 - \exp\left(-\frac{2 \cdot 10 \cdot 30 \cdot T}{1000}\right),$$

$$0{,}6 = 0{,}6T - \exp(-0{,}6T).$$

Из последнего выражения с помощью пакета Mathematica и встроенной функции Solve находим $T$:

```
Solve[0.6*t - Exp[-0.6*t] == 0.6, t]
```

Численное решение уравнения равно $T = 1{,}63$.

Наряду с классическими задачами поиска и преследования [18; 19; 106] существует класс задач патрулирования (problems of patrolling) рубежа, периметра, протяженных объектов, различающихся средами, в которых ведется патрулирование (в водной и подводной среде, на земле, в воздухе); номенклатурой физических полей, применяемых для обнаружения; предположениями об информации, доступной сторонам; количеством патрулирующих объектов и другими факторами. Оптимизация законов патрулирования в общем случае сводится к отысканию: размеров и расположения участков патрулирования; траекторий патрулирования и законов изменения скоростей объектов. В работе [72] дан краткий обзор полученных результатов и определены вид, параметры траектории маневрирования и скорость патрулирования применительно к поиску объектов по сигналам первичного гидроакустического поля.

В работах [254; 257] описаны модели оценки эффективности преследования нарушителей поисковой группой и задержания заслоном. Оптимизация применения в охране границы дозоров и беспилотных летательных аппаратов рассмотрена в работах [258; 297].

***Теоретико-игровая модель дозора***

Рассмотрим пограничное средство типа дозор (это может быть пограничный наряд «Дозор» [2] или беспилотный летательный аппарат – БПЛА), выполняющее несколько задач (рис. 4.1.6): проверка состояния контролирующих и сигнализационных средств; осмотр прилегающей местности; обнаружение признаков нарушения границы и т.д.

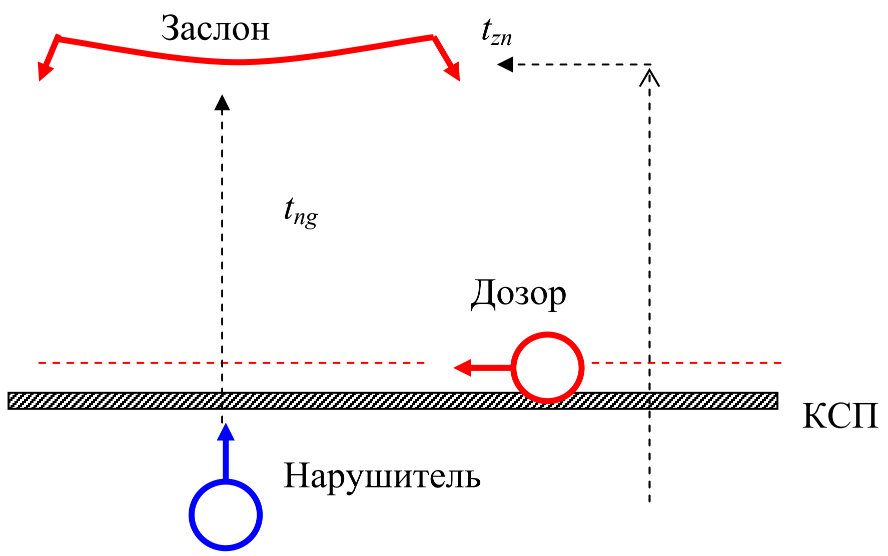



Рис. 4.1.6. Условная схема действий нарушителя и пограничного наряда

В случае обнаружения признаков нарушения границы на КСП (линейной части сигнализационного средства) начинает действовать заслон (пограничный наряд «Заслон», подразделения МО и МВД, представители сопредельной стороны, с которыми налажено сотрудничество, и т.д.), перекрывающий рубеж на пути вероятного движения нарушителя.

Среднее время упреждения $t_y$ в перекрытии рубежа определяется как разность времени движения до рубежа нарушителя $t_{ng}$ и заслона $t_{zn}$. При нулевом или отрицательном времени $t_y$ соответствующие участки считаются не упреждаемыми, дозор при любом способе его использования не обеспечивает своевременное обнаружение нарушителей.

Под своевременным обнаружением признаков нарушения границы будем понимать обнаружение признаков не позднее времени $t_y$ с момента пересечения нарушителем контролируемой полосы.

Примем следующие предположения и допущения:

1. Нарушители не кооперируются, не имеют пособников, действуют поодиночке или единой небольшой группой.
2. Подготовленными нарушителями будем считать нарушителей, изучающих систему охраны границы и выбирающих место и время нарушения на участке заставы, исходя из оценки действий пограничных сил.
3. Полагаем, что дозор способен обнаружить нарушителей на дальности, не меньшей, чем дальность обнаружения нарушителей дозором. Также предположим, что длительное нахождение нарушителя вблизи КСП в ожидании прохождения дозора нецелесообразно в связи с высоким риском быть обнаруженным этим дозором, другими средствами или местным населением. Тактика подготовленного нарушителя может быть следующей: на значительном расстоянии в течение нескольких дней (недель) вести наблюдение с целью прогнозирования времени появления дозора на участке.
4. Цель пограничной стороны (игрока $A$) – своевременно обнаружить признаки нарушения границы, создав тем самым условия для их задержания, цель подготовленных (игрока $B$) нарушителей – преодолеть контролируемый пограничными силами и средствами рубеж.

Сформулированные предположения позволяют принять за основу следующую модель: стороны принимают решения о своем действии одновременно, – и воспользоваться для поиска оптимальных стратегий равновесием Нэша.

Среднее время $t_y$ упреждения нарушителей заслоном в зависимости от особенностей участка может составлять от долей часа до нескольких часов. Укажем некоторый период времени $T$, характеризующий минимальную периодичность планирования охраны границы и периодичность смены времени суток (состояний погоды). Обычно этот интервал равен суткам ($T = 24$ часа).

Период $T$ разобьем на $k$ интервалов:

$$k = \left\lceil \frac{T}{t_y} \right\rceil,$$

где $\lceil ... \rceil$ есть знак округления в большую сторону.

Предполагается, что на отдельном временном интервале конкретный участок границы проверяется не более, чем одним дозором. Вектор числа дозоров:

$$x = (x_1, ..., x_i, ..., x_k) \in X = R^k,$$

где: $x_i = \{0,1\}$ – число дозоров в $i$-м интервале времени;

$R^k$ – $k$-мерное евклидово пространство.

На вектор $x$ наложено ограничение:

(4.1.12) $\sum_{i=1}^{k} x_i = n,$

где: $n < k$ – число дозоров, высылаемых на участок в течение периода $T$.

Предположим, что в течение периода $T$ (сутки) возможно нарушение границы подготовленными нарушителями (группой нарушителей). Если число нарушителей $m$ неизвестно, то можно положить $m$ = 1 (мы ожидаем действий и принимаем соответствующие меры).

Вектор числа подготовленных нарушителей границы:

$$y = (y_1, ..., y_i, ..., y_k) \in Y = R^k,$$

где: $y_i = \{0,1\}$ – число подготовленных нарушителей в $i$-м интервале времени.

На вектор $y$ наложено ограничение:

(4.1.13) $\sum_{i=1}^{k} y_i = m.$

Своевременное обнаружение признаков нарушения возможно:

- при действиях нарушителя и дозора на одном временном интервале в половине случаев дозор пройдет по участку позже нарушителя и своевременно обнаружит его признаки с вероятностью $\rho_i$;
- при действиях нарушителя на предыдущем временном интервале ($i$-1) в половине случаев дозор пройдет по участку не позже времени $t_y$ и своевременно обнаружит его признаки с вероятностью $\rho_i$.

Выигрыш стороны $A$ – математическое ожидание числа нарушителей, признаки которых будут своевременно обнаружены первым проходящим дозором:

$$H(x,y)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k}\rho_i x_i y_i+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k}\rho_i x_i y_{i-1}\approx\sum_{i=1}^{k}\rho_i x_i y_i\,, \qquad (4.1.14)$$

где $\rho_i$ есть вероятность обнаружения признаков на КСП дозором на $i$-м интервале времени. Предполагается, что $y_0 = y_k$ и на отдельном небольшом интервале времени плотности движения нарушителей и нарядов подчиняются закону равной вероятности.

Итак, получили биматричную игру вида $C_k^n \times k$ (у стороны $A$ число стратегий равно числу сочетаний из $k$ элементов по $n$, у нарушителей – $k$ стратегий), которая сводится к антагонистической [258].

Совместим начало отсчета времени с началом темного времени суток. Возможности дозора по обнаружению признаков нарушений границы на КСП обычно полагаются одинаковыми для всех интервалов времени дня и для всех интервалов времени ночи:

$$\rho_1=\rho_i, i=1,\dots,l,$$

$$\rho_2=\rho_i, i=l+1,\dots,k,$$

$$l=\left\lceil\frac{kT_1}{T}\right\rceil,$$

где: $l$ – число интервалов времени ночи и дневного времени с ненастной погодой, при которой затруднено обнаружение признаков нарушений;

$T_1$ – продолжительность темного времени суток и ненастной погоды;

$T_2 = (T - T_1)$ – продолжительность светлого времени суток за вычетом ненастной погоды;

$\rho_1$ – вероятность обнаружения признаков нарушений дозором ночью и в ненастную погоду;

$\rho_2$ – вероятность обнаружения признаков нарушений дозором днем при благоприятной погоде.

Среди $k$ стратегий стороны $B$ есть две различные (выбор ночного интервала и выбор дневного), остальные ($k-2$) стратегий дублируют названные. То есть имеется $l$ ночных стратегий и ($k-l$) дневных.

Если

$$n \le \min(l, k-l), \tag{4.1.16}$$

то у стороны $A$ имеется ($n$+1) различных стратегий со следующими выигрышами:

1) все дозоры идут ночью (число таких стратегий равно $C_l^n C_{k-l}^0$)

$$H_1 = \frac{n}{l}\rho_1 + 0,$$

2) ($n-1$) дозор ночью, 1 дозор днем (с числом стратегий $C_l^{n-1} C_{k-l}^1$)

$$H_2 = \frac{n-1}{l}\rho_1 + \frac{1}{k-l}\rho_2,$$

…

$i$) ($n-i+1$) дозор ночью, $i-1$ днем (с числом стратегий $C_l^{n-i+1} C_{k-l}^{i-1}$)

$$H_i = \frac{n-i+1}{l}\rho_1 + \frac{i-1}{k-l}\rho_2, \tag{5}$$

…

$n$+1) все дозоры днем (с числом стратегий $C_l^0 C_{k-l}^n$)

$$H_{n+1} = 0 + \frac{n}{k-l}\rho_2.$$

Получаем следующую ($n+1$)×2 матрицу игры:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{n}{l}\rho_1 & 0 \\ \dots & \dots \\ \frac{n-i+1}{l}\rho_1 & \frac{i-1}{k-l}\rho_2 \\ \dots & \dots \\ 0 & \frac{n}{k-l}\rho_2 \end{bmatrix}. \tag{4.1.17}$$

Уравнение прямой (рис. 4.1.7), проходящей через две точки $(0, y_1)$ и $(1, y_2)$ имеет вид

$Ax + By + C = 0$ или $(y_1 - y_2)x + y - y_1 = 0$.

Для любых $i \neq j$ точка пересечения двух прямых, образованных $i$-й и $j$-й строками матрицы (4.1.17), имеет координаты:

$$x = -\frac{C_i B_j - C_j B_i}{A_i B_j - A_j B_i} = \frac{(k-l)\rho_1}{(k-l)\rho_1 + l\rho_2}, \tag{4.1.18}$$

$$y = -\frac{A_i C_j - A_j C_i}{A_i B_j - A_j B_i} = \frac{\rho_1 \rho_2 n}{(k-l)\rho_1 + l\rho_2}. \tag{4.1.19}$$

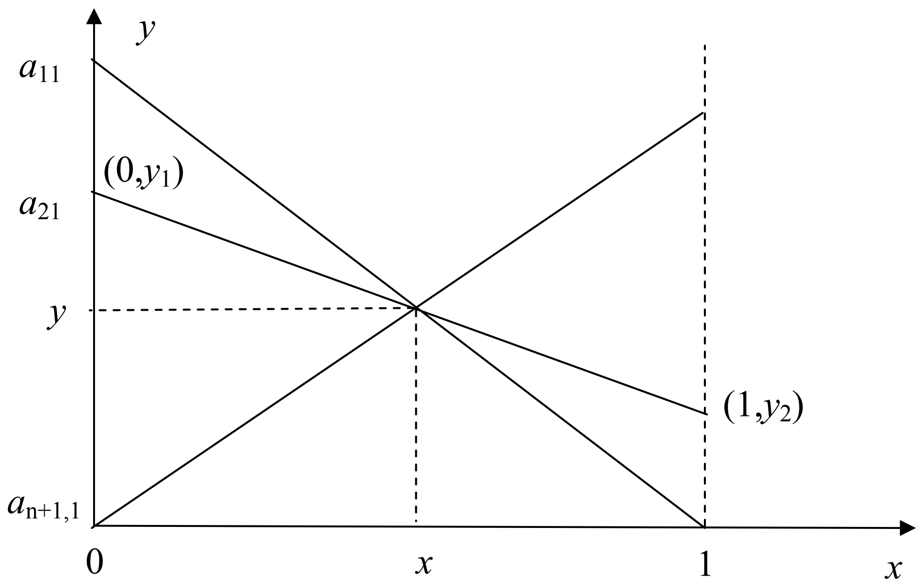



Рис. 4.1.7. Геометрическая интерпретация задачи (4.1.17)

Прямая, соответствующая $i$-ой строке, возрастает при $i > D$ (убывает при $i < D$),

$$D = \frac{(k-l)\rho_1(n+1) + l\rho_2}{(k-l)\rho_1 + l\rho_2}. \tag{4.1.20}$$

Из выражений (4.1.18–4.1.19) следует, что оптимальная смешанная стратегия сторон $A$ ($p_1$, $p_2$ – вероятности высылки дозоров преимущественно ночью и днем) и $B$ ($q_1$, $q_2$ – вероятности выбора нарушителем, соответственно, темного или светлого времени суток) равна [185]:

$$p_1 = q_1 = 1 - x \approx \frac{\rho_2 T_1}{\rho_1 T_2 + \rho_2 T_1}, \quad p_2 = q_2 = 1 - p_1, \tag{4.1.21}$$

цена игры:

$$\nu = y \approx \frac{n t_y \rho_1 \rho_2}{\rho_1 T_2 + \rho_2 T_1}. \tag{4.1.22}$$

Оптимальное распределение дозоров по времени суток (выражение 4.1.21) не зависит от времени упреждения, т.е. от конфигурации рубежей и направления движения нарушителей (к нам или от нас), а зависит только от продолжительности темного (светлого) времени суток и возможностей дозоров по обнаружению признаков днем и ночью.

***Пример 4.1.2***. Рассмотрим реализацию оптимальной смешанной стратегии при следующих исходных данных:

- число дозоров в сутки $n = 2$;
- продолжительность ночи $T_1 = 14$ ч., начало ночного времени – 20:00;
- время упреждения $t_y = 2$ ч.;
- вероятность обнаружения признаков ночью $\rho_1 = 0{,}6$;
- вероятность обнаружения признаков днем $\rho_2 = 0{,}9$.

Предположим, что нарушитель не может вести непрерывное наблюдение за временем выхода дозоров более 10 суток (в связи с высоким риском быть обнаруженным).

По формулам (4.1.21–4.1.22) вычисляем:

$$p_1 = \frac{0{,}9 \cdot 14}{0{,}6 \cdot 10 + 0{,}9 \cdot 14} \approx 0{,}68, p_2 \approx 0{,}32,\ \nu \approx 0{,}12.$$

В таблице 4.1.1 показан вариант распределения дозоров по времени суток, полученный в Excel с использованием датчика случайных чисел.

Таблица 4.1.1.

Вариант распределения дозоров

| Дата | Всего дозоров | Ночью | | | Днем | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Дозоров | 1-й дозор | 2-й дозор | Дозоров | 1-й дозор | 2-й дозор |
| 01.фев | 3 | 2 | 2:00 | 8:00 | 1 | 16:00 | нет |
| 02.фев | 1 | 1 | 10:00 | нет | 0 | нет | нет |
| 03.фев | 1 | 1 | 2:00 | нет | 0 | нет | нет |
| 04.фев | 2 | 1 | 20:00 | нет | 1 | 12:00 | нет |
| 05.фев | 2 | 1 | 10:00 | нет | 1 | 18:00 | нет |
| 06.фев | 3 | 2 | 22:00 | 8:00 | 1 | 14:00 | нет |
| 07.фев | 2 | 1 | 0:00 | нет | 1 | 14:00 | нет |
| 08.фев | 3 | 2 | 22:00 | 4:00 | 1 | 12:00 | нет |
| 09.фев | 2 | 1 | 6:00 | нет | 1 | 18:00 | нет |
| 10.фев | 1 | 1 | 2:00 | нет | 0 | нет | нет |
| Итого | 20 | 13 | | | 7 | | |

Высылать ежедневно строго два дозора нецелесообразно, поскольку появляется «уязвимое окно» с момента прохода 2-го дозора и до окончания дневного времени суток. Поэтому в ежедневное число высылаемых дозоров внесен элемент случайности. Число ночных дозоров берется как 0,68 от их суточного числа с округлением до целого. При указанной технологии использования дозоров вероятность своевременного обнаружения признаков нарушения границы будет равна 0,12.

Таким образом, эффективность действий дозоров существенно зависит от субъективной неопределенности (модели принятия решений пограничной стороной и нарушителями). Если нарушители не изучают систему охраны границы (таких – абсолютное меньшинство), то способ высылки нарядов может быть любым. В условиях отсутствия информационного превосходства регулярный способ высылки дозоров даст нулевую эффективность; в режим их службы необходимо вводить элемент случайности и вычислять оптимальные стратегии с использованием равновесия Нэша.

## *4.1.2. Моделирование средств тактического сдерживания*

Тактическое сдерживание, в частности, реализуется посредством демонстративных действий пограничных нарядов (патрулей) и информирования агентов (нарушителей) о пограничной зоне и полосе.

Рассмотрим две модели тактического сдерживания:

- психологическое воздействие на агентов с целью отказа от попытки нарушения границы или ухода на менее уязвимые участки;
- сдерживание в форме информирования о прохождении пограничной полосы.

***Модель психологического воздействия на агентов***

Психологическое воздействие на агентов оказывается, в частности, посредством применения в ночное время светотехнических средств (прожекторных станций). Воздействие светотехнических средств на агентов основано на том факте, что прожектор излучает мощный поток световой энергии, создавая на сетчатке глаза нарушителя определенный уровень светового ощущения. Плотность светового потока по освещаемой поверхности характеризуется освещенностью $E$. Известно, что если агент находится внутри прожекторного пучка, то общая освещенность его поверхности является суммой трех слагаемых [121, С. 413-421]:

- освещенности $E_1$, создаваемой непосредственным световым потоком от прожектора;
- освещенности $E_2$, создаваемой атмосферным фоном, расположенным перед нарушителем и получившим яркость за счет первичного рассеяния;
- освещенности $E_3$, создаваемой атмосферным фоном, расположенным перед нарушителем и получившим яркость за счет вторичного рассеяния.

Первая составляющая освещенности рассчитывается по формуле:

$$E_1 = \frac{I_\alpha}{L^2} e^{-KL}, \qquad (4.1.23)$$

где: $I_\alpha$ – сила света прожектора в направлении, характеризуемым углом $\alpha$ (угол между оптической осью прожектора и направлением на агента), Кд;

$L$ – расстояние между прожектором и агентом, км;

$K$ – коэффициент, выражающий ослабление светового потока атмосферой, 1/км.

В охране границы многих стран применяются прожекторные станции типа АПМ-90 (осевая сила света 130 МКд) и Б-200 (осевая сила света 1900 МКд). В таблице 4.1.2 показаны значения 1-й составляющей освещенности, создаваемой прожектором типа АПМ-90 при нормальной погоде ($K = 0{,}05$ км$^{-1}$) на объекте, расположенном перпендикулярно к источнику света.

Таблица 4.1.2.

Значения 1-й составляющей освещенности, создаваемой прожектором

| Расстояние между прожектором и объектом, м | Освещенность, лк | Примечание |
|---|---|---|
| 35 | 105 937 | Освещенность солнечными лучами в полдень |
| 100 | 12 935 | Освещенность при киносъемке в студии |
| 350 | 1 043 | Освещенность в пасмурный день |
| 500 | 507 | Освещенность на рабочем столе для тонких работ |
| 1900 | 33 | Освещенность, необходимая для чтения |
| 17500 | 0,18 | Освещенность от полной луны |

Вторая составляющая обратно пропорциональна расстоянию между нарушителем и прожектором. При расположении агента на оптической оси прожектора она вычисляется по формуле:

$$E_2' = \frac{2{,}36KF}{\pi L \alpha_m} e^{-KL},$$

где: $F$ – световой поток прожектора;

$\alpha_m$ – угловой размер пучка, в пределах которого сила света прожектора постоянна.

Если агент расположен за пределами светового пучка, то вторая составляющая рассчитывается так:

$$E_2'' = \frac{0{,}36KF}{l} e^{-KL},$$

где: $l$ – расстояние между агентом и оптической осью прожектора.

Третья составляющая освещенности нарушителя возникает за счет того, что некоторый объем пространства освещается всеми элементами светового пучка, рассеивающими часть светового потока в его направлении. В свою очередь, этот объем сам рассеивает световой поток в направлении к агенту, создавая на нем некоторую освещенность.

В зависимости от угла α между оптической осью прожектора и агентом, третья составляющая вычисляется по формуле:

$$E_3 = \begin{cases} 0{,}27\dfrac{K^2FL}{I}e^{-KL}, & ,\alpha > 2{,}1\sqrt{\alpha_m}, \\ 0{,}258\dfrac{K^2F}{\sqrt{\alpha_m}}e^{-KL}, & ,\alpha \le 2{,}1\sqrt{\alpha_m}. \end{cases}$$

На основе статистической обработки данных о нарушениях границы в период с 1970 г. по 1989 г. был получен статистический закон психологического воздействия светотехнических средств на потенциальных нарушителей границы [256]. Вероятность отказа агентов от попытки нарушения контролируемого рубежа вычисляется по формуле:

$$(4.1.24)\quad P_{op} = \exp\left\{-\left(\frac{\Pi_o}{I_0K_rR_o} + K\right)L\right\}, \quad \Pi_o = 0{,}17\cdot 10^8 \text{ Кд/км},$$

где: $\Pi_o$ – статистический коэффициент;

$I_0$ – осевая сила света прожектора, Кд;

$K_r$ – коэффициент учета рельефа;

$L$ – расстояние между прожектором и агентом, км;

$K$ – коэффициент ослабления светового потока атмосферой;

$R_0$ – режим освещения местности (доля времени, в течение которого прожектор светит, к общему времени нахождения прожектора на позиции).

В первом приближении для ровной открытой местности следует считать $K_r$ = 1, для слабопересеченной или равнинной, но покрытой кустарником, высокой травой местности целесообразно принять $K_r$ = 0,5. Коэффициент $K$ ослабления светового потока атмосферой полагается для нормальной погоды равным 0,05 $км^{-1}$, для осадков – 0,22 $км^{-1}$.

***Модель информирующего сдерживания***

В соответствии со статьей 322 УК России «1. Пересечение Государственной границы Российской Федерации без действительных документов на право въезда в Российскую Федерацию или выезда из Российской Федерации либо без надлежащего разрешения, полученного в порядке, установленном законодательством Российской Федерации, – наказывается штрафом в размере до двухсот тысяч рублей или в размере заработной платы или иного дохода осужденного за период до восемнадцати месяцев либо лишением свободы на срок до двух лет. 2. Незаконное пересечение Государственной границы Российской Федерации, совершенное группой лиц по предварительному сговору или организованной группой либо с применением насилия или с угрозой его применения, – наказывается лишением свободы на срок до пяти лет».

Часть 1 статьи определяет наказание в явной денежной форме (штраф до 200 тысяч рублей и т.д.) либо предусматривает лишение свободы на срок до двух лет. В части 2 статьи 322 срок наказания увеличен до пяти лет.

Государственная (общественная) опасность рассматриваемого преступления состоит в том, что оно посягает на неприкосновенность государственной границы РФ [114].

Уголовно наказуемым является пересечение только *охраняемой* государственной границы РФ. Поэтому для привлечения к ответственности по комментируемой статье имеет значение осведомленность лица об охране конкретного участка границы. Если отсутствуют признаки пограничной охраны (посты, патрули), нет ясно видимых пограничных знаков, пересечение государственной границы может быть и невиновным [114]. Состав преступления отсутствует, если лицо не знало и по обстоятельствам дела не могло знать, что оно пересекает государственную границу РФ.

Преступление считается оконченным с момента фактического пересечения государственной границы РФ (пешеходным способом, на любом транспорте, тайно или открыто, легально или нелегально). Все иные действия, совершаемые до момента непосредственного пересечения границы или предъявления подложных документов, при установлении на это умысла виновного, должны рассматриваться как приготовление к совершению преступления. Но, в соответствии с действующим законодательством, приготовление наказуемо только к совершению тяжкого или особо тяжкого преступления. Преступления, предусмотренные ст. 322 УК РФ, относятся к категории преступлений небольшой (ч. 1) и средней тяжести (ч. 2), поэтому приготовительные действия к ним ненаказуемы.

Из рассмотрения комментариев к статье 322 УК РФ можно сформулировать определенные выводы и рекомендации, направленные на сдерживание потока незаконных пересечений границы:

1. Статья 322 направлена главным образом на сдерживание нарушителей границы, идущих с сопредельной территории. Задержание нарушителя, идущего с нашей стороны, до пересечения им государственной границы не является уголовно наказуемым. Для привлечения к уголовной ответственности нарушителей, идущих с нашей стороны, необходимо наладить эффективное сотрудничество с пограничной службой сопредельного государства.
2. В комментариях к статье 322 определяются условия привлечения к ответственности: присутствуют признаки пограничной охраны (посты, патрули), установлены ясно видимые пограничные знаки. Если нарушение границы совершается в неясную погоду или ночью,

то сложно доказать умышленный характер нарушения. К тому же комментариями предъявляются ограничивающие требования к форме действий пограничной службы – патрулирование границы должно быть регулярным и носить демонстративный характер. С экономической точки зрения более целесообразно использовать информирующие средства.

В модели Г. Беккера ожидаемая полезность $EU$ от правонарушения зависит от вероятности $p$ задержания и наказания агента, а также от тяжести наказания $F$ (в денежном эквиваленте). Вероятность $p$ может быть представлена в виде:

$$p = p_z\, p_s, \tag{4.1.25}$$

где: $p_z$ – вероятность задержания агента;

$p_s$ – вероятность наказания агента (при условии его задержания).

В большинстве случаев можно положить, что вероятность[1] $p_s$ наказания нарушителя границы (уголовного, административного или иного) близка к единице, за исключением единственного случая: не доказан факт другого преступления (контрабанда и т.д.) и граница нарушена неумышленно. Поскольку любое незаконное нарушение границы является посягательством на суверенитет страны, рассмотрим этот случай.

Вероятность $p_s$ зависит от множества факторов, включая следующие: направление движения агентов (к нам $J_\downarrow$ или от нас $J_\uparrow$, $J = \{J_\downarrow, J_\uparrow\}$) и наличия информирующих признаков границы $I$:

$$p_s = f(J, I). \tag{4.1.26}$$

Поскольку направление движения главным образом определяет вид наказания (уголовное или административное), то можно записать:

$$p_s = f(I). \tag{4.1.27}$$

Под информирующими признаками границы будем понимать: а) несение службы пограничными нарядами в демонстративной форме,

1 Отметим, что под вероятностью наказания нами здесь и далее понимается не вероятность исхода судебного процесса, а вероятность создания полной доказательной базы.

б) наличие информирующих знаков и заграждений. Основное требование к информирующим признакам – непрерывность их проявлений по направлениям, времени суток и состояниям погоды.

Нарушители выбирают самое уязвимое время (темное время суток) и место (где нет нарядов) [129], поэтому вероятность наказания при наличии информирующих признаков в форме нарядов (патрулей) может быть вычислена по формулам:

$$p_{s(n)} = K_P = \min(K_{PL}, K_{PT}), \tag{4.1.28}$$

$$K_{PL} = \min_l N_l, \quad K_{PT} = \min_t N_t, \quad N_l, N_t \in [0, 1], \tag{4.1.29}$$

где: $K_P$ – коэффициент перекрытия участка границы по месту и времени;

$K_{PL}$ – коэффициент перекрытия участка границы по месту;

$K_{PT}$ – коэффициент перекрытия участка границы по времени;

$N_l$ – наличие или отсутствие или частота появления признаков наряда на $l$-м направлении;

$N_t$ – наличие или отсутствие или частота появления признаков наряда в $t$-м интервале времени.

Вероятность наказания при наличии информирующих признаков в форме знаков вычисляется по формулам:

$$p_{s(Z)} = \min(K_{PZL}, K_{PZT}), \tag{4.1.30}$$

$$K_{PZL} = \min_l Z_l, \quad K_{PZT} = \min_t Z_t, \quad Z_l, Z_t \in [0, 1], \tag{4.1.31}$$

где: $Z_l$ – наличие или отсутствие информирующих знаков на $l$-м направлении;

$Z_t$ – видимость знака в $t$-м интервале времени.

***Пример 4.1.3***. Рассмотрим участок границы протяженностью $L$ = 100 км. Днем информационные возможности одного патруля в среднем равны 10 км, ночью – 1 км. Продолжительность дня и ночи равна 12 часам, время службы патруля – 6 часов. Расходы (за год) на один патруль в среднем равны 300 тыс. руб. Участок границы может быть оборудован информационными знаками (светящимися ночью за счет солнечных батарей) с годовой стоимостью владения 10 млн. руб. Выбрать решение, обеспечивающее доказательную базу незаконного пересечения границы.

Для постоянного информирования посредством пограничных патрулей их потребуется:

$$N = N_n + N_d = 2 \cdot 100/10 + 2 \cdot 100/1 = 20 + 200 = 220$$

с расходами на содержание 220 · 300.000 р. = 660.000.000 р.

Эта сумма значительно выше годовой стоимости владения информирующими средствами.

### *4.1.3. Моделирование поиска, преследования и блокирования нарушителей*

Задачи поиска и преследования возникают при охране рубежей, районов и объектов. Модели различаются средами, в которых ведется поиск и преследование (в водной среде, на суше, в воздухе); номенклатурой физических полей, привлекаемых для обнаружения; предположениями о характере и объеме информации, доступной сторонам; количеством средств поиска и преследования и другими факторами. В последние годы достаточно много работ посвящено моделированию применения беспилотных и роботизированных средств для охраны объектов и рубежей [270; 304].

***Особенности преследования с использованием розыскных собак***

Розыскная собака работает по следу человека (цели). Под следом человека понимаются мельчайшие частицы запаха, излучаемые человеком через поры его тела и оставляемые им на вещах или на пути своего следования. Тактике поиска объектов с использованием служебных собак, их возможностям и дрессировке посвящено множество работ [30, 101, 140, 201, 263].

В. Карпов провел опыты [101] по проработке собаками следов бегущего человека и человека, двигающегося шагом. Их результаты представлены в табл. 4.1.3.

Низкая вероятность правильных действий собаки, работающей на поводке, по следу от бегущего человека объясняется тем, что собака подходит к каждому следующему запаховому отпечатку с запаздыванием, т.е. идет не увеличение концентрации запаха, а снижение; каждый новый отпечаток как бы «старее» предыдущего. Отсюда следует, что собака всегда должна двигаться по следу со значительно большей скоростью, чем преследуемый ею человек [101].

Таблица 4.1.3.

Результаты опытов по проработке собаками следов человека

| Условия работы собак | Верные действия собак, % | |
|---|---|---|
| | след проложен бегом | след проложен шагом |
| Собака работает на поводке | 37±8 | 73±7 |
| Собака работает без поводка | 84±6 | 86±5 |

Проведенные опыты объясняют поведение собаки при ее постановке на след: когда она делает петлеобразные движения в разные стороны, в том числе движется обратно, пока не определит по изменению концентрации запаха правильного направления. Вероятно, сначала собака проводит «качественный» анализ запахов, удостоверяется в наличии пахучего следа на данном участке местности. А двигаясь по следу вперед и назад, проводит «количественный» анализ, то есть определяет увеличение концентрации запаха или, иначе говоря, в какую сторону интенсивность запаха увеличивается [101].

Розыскные собаки могут прорабатывать следы, проложенные недавно (горячий след – след давности до одного часа), средней (нормальный след давностью 1-3 часа) и большой давности (холодный след давностью до 10-12 часов и более) и на большом расстоянии (до 25-30 км).

Наличие повышенной влажности воздуха и в почвенном покрове содействует более длительному сохранению запаха, а следовательно, облегчает следовую работу собаки, но чрезмерная влажность, как выпадение дождя и т. д., отрицательно влияет на следовую работу, так как смывает запах со следа. Почвенный покров также имеет большое значение: луговой, лесной, степной, взрыхленный (чернозем), глинистый, торфяной благоприятствуют стойкости и длительности сохранения запаха следа. Каменистый, песчаный (сухой), глинистый грунт в дождливую погоду затрудняет работу собаки по следу. Наиболее усложняется следовая работа собаки в населенных пунктах и на дорогах [140].

Весьма большое значение для следовой работы собаки имеет ветер. Сила ветра, прежде всего, влияет на длительное сохранение запаха следа. Чем сильнее ветер, тем быстрее выветривается запах следа, а это затрудняет работу собаки. Направление ветра также весьма влияет на следовую работу. Наиболее благоприятным для следовой работы является легкий попутный ветер, который побуждает собаку пользоваться нижним чутьем. Встречный ветер менее благоприятен, так как собака при ветре переходит на верхнее чутье и менее тщательно прорабатывает след. Однако встречный ветер облегчает обнаружить укрывшегося человека при непосредственной его близости. Весьма неблагоприятен встречный ветер при наличии пыли и песчаной почвы, так как в этих условиях нос собаки забивается песком и пылью, вследствие чего работа анализатора обоняния затрудняется [140].

Розыскная собака способна обнаружить и проработать след под снегом на глубине 10–15 см и более.

Преследователь 1-типа – это преследователь, способный двигаться по следу цели и в случае контакта с ней может пресечь ее действия (пограничный наряд с собакой). Второй тип преследователя – это устройство (например, БПЛА), способное двигаться по следу и передавать информацию о своем текущем положении или о положении цели.

***Модель преследования цели по следу***

Поисковая система состоит из преследователя 1-го типа и заслона. Сделаем следующие допущения и предположения. Скорости преследователя $v_P$ и цели $v_E$ постоянны, т.е. их отношение $0 < \beta = v_E / v_P < 1$

есть константа. Цель выбирает маршрут движения в определенном направлении с учетом рельефа местности, наличия населенных пунктов и водных преград. Преследователь движется по следу, при его потере совершает движение по спирали или иное, стремясь найти след.

Пусть случайная величина $T$ есть время существования следа, подчиняющаяся показательному распределению:

$$P(T < t) = 1 - \exp(-\lambda t), \tag{4.1.32}$$

где: $\lambda = 1 / t_0$ – параметр распределения;

$t_0$ – среднее время давности взятия следа.

Тогда вероятность того, что время $T$ будет не меньше, чем $t$, то есть за время $t$ след не пропадет, есть вероятность взятия следа:

(4.1.33) $$P(T > t) = 1 - P(T < t) = \exp(-\lambda t).$$

После взятия следа начинается преследование цели. Пусть случайная величина $R$ есть проходимое по следу расстояние, после которого след не теряется. Она зависит от характеристик местности, людности, давности обнаружения следа и т.д. и подчиняется показательному распределению:

$$P(R < r) = 1 - \exp(-\mu r), \tag{4.1.34}$$

где: $\mu = 1 / r_0$ – параметр распределения;

$r_0$ – среднее расстояние, после прохождения которого след еще не теряется.

Расстояние существенно $r_0$ зависит от давности обнаружения следа, поэтому целесообразно выполнять его оценку отдельно по горячим, холодным и нормальным следам.

Тогда вероятность того, что след в ходе преследования не потеряется, то есть расстояние $R$ будет не меньше, чем $r$, равна:

$$P(R > r) = \exp(-\mu r). \tag{4.1.35}$$

Преследуемое расстояние обычно ограничено некоторой линией или выходом к крупному населенному пункту: $0 \le r \le r_M$.

Преследование считается завершенным в случае выхода преследователя на расстояние $d_0 \ge 0$ звукового контакта и эффективной дальности стрельбы из табельного оружия. Обычно величиной $d_0$ можно пренебречь, поскольку она незначительна в сравнении с расстоянием преследования и, кроме того, возможны ситуации, когда оружие применять нельзя. Положим, что $d_0 = 0$.

Пусть $t_S$ есть давность обнаружения следа. За время $t_S$ цель пройдет расстояние $D_0 = v_E t_S$ (рис. 4.1.8).

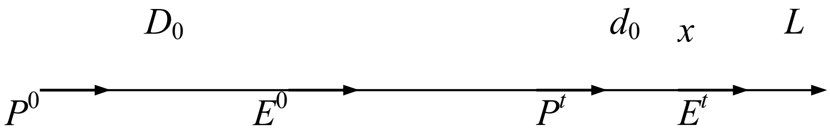



Рис. 4.1.8. Расстояния, проходимые целью и преследователем

Условие контакта между преследователем и целью:

$$\begin{cases} L - d_0 = v_P t, \\ L - D_0 = v_E t, \end{cases} \tag{4.1.36}$$

где $L$ есть расстояние, пройденное целью с момента оставления следа (за время $t$).

Преследователю для установления контакта необходимо преодолеть расстояние

$$r_k = L - d_0 = \frac{v_P D_0 - v_E d_0}{v_P - v_E}. \tag{4.1.37}$$

При $d_0 = 0$ значение $r_k$ равно:

$$r_k = L = \frac{v_P v_E t_S}{v_P - v_E} = \frac{v_P v_E t_S}{\Delta v}, \ \ \Delta v = v_P - v_E. \tag{4.1.38}$$

Тогда вероятность не потери следа в ходе преследования равна:

$$p_{G\mu} = \begin{cases} \exp(-\mu r_k), & r_k \le r_M \\ 0, & r_k > r_M \end{cases}. \tag{4.1.39}$$

Следовательно, вероятность успешного преследования равна:

$$p_G = p_{G\lambda} p_{G\mu} = \exp(-\lambda t_S) \cdot \begin{cases} \exp(-\mu r_k), & r_k \le r_M, \\ 0, & r_k > r_M. \end{cases} \tag{4.1.40}$$

Обозначим $r' = \min(r_k, r_M)$ и вычислим математическое ожидание расстояния $Ml$, проходимого преследователем в ходе преследования (до момента потери следа):

$$Ml = \int_0^{r'} x\mu e^{-\mu x}dx = \frac{1}{\mu}\left[-\mu r' e^{-\mu r'} - e^{-\mu r'} + 1\right]. \qquad (4.1.41)$$

***Модель контакта с целью на контролируемом рубеже***

Предположим, что местность однородна и средства охраны контролируют некоторую полосу, находящуюся между двумя рубежами (информационным рубежом и рубежом прикрытия, рис. 4.1.9). Поместим начало координат в точку оставления следа целью на информационном рубеже, ось $0Y$ совместим с кратчайшим расстоянием до контролируемого рубежа.

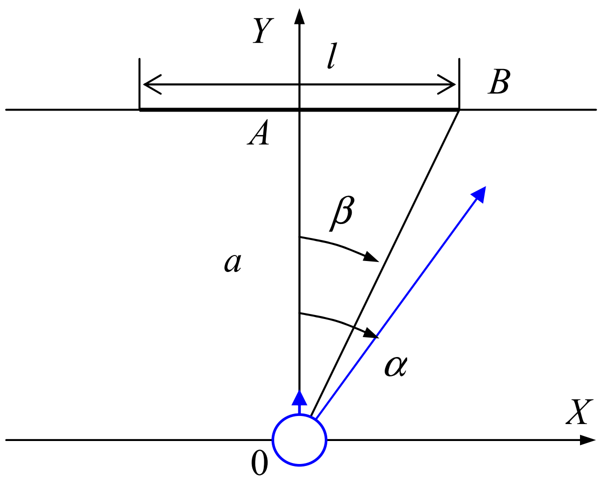



Рис. 4.1.9. Схема охраны контролируемого рубежа

Спустя время $t_S$ в начало координат прибывает преследователь, а спустя время $t_Z$ участок рубежа прикрытия протяженностью $l$ перекрывается заслоном. Ось 0Y делит участок $l$ пополам. Заслон и преследователь между собой не взаимодействуют. Протяженность перекрываемого участка $l$ меняется от $l_e$ до $kl_e$:

$$l_e \le l \le kl_e, \quad k > 1. \qquad (4.1.42)$$

Условная вероятность контакта заслона с целью (ее задержания) зависит от протяженности перекрываемого участка $l$ (при своевременном занятии рубежа):

$$p_{Z\beta}(k,\alpha)=\begin{cases}\dfrac{p_e l_e}{l}=\dfrac{p_e}{k}, & \alpha\le\beta,\\ 0, & \alpha>\beta,\end{cases} \tag{4.1.43}$$

где: $\beta=\operatorname{arctg}\dfrac{l}{2a}$ – угол между осью $0Y$ и правой границей участка $l$;

$p_e$ – вероятность контакта с целью при блокировании участка ($l = l_e$);

$l_e$ – протяженность участка, при котором цель блокируется.

Безусловная вероятность контакта цели и заслона определяется по формуле:

$$p_Z(k,\alpha)=\begin{cases}p_{Z\beta}(k,\alpha), & t_Z\le t_C=\dfrac{a}{v_E\cos\alpha},\\ 0, & t_Z>t_C,\end{cases} \tag{4.1.44}$$

где: $t_C$ – время выхода цели на контролируемый рубеж.

При выборе целью больших значений угла $\alpha$ увеличивается время преодоления контролируемого рубежа и возрастает риск контакта с другими элементами системы охраны.

Введем функцию штрафа $0 \le R(\alpha) \le 1$. В качестве функции штрафа могут использоваться, например, функции вида:

$$R(\alpha)=\chi[\sin(\alpha)]^{\sigma},\quad \sigma\ge 1,\quad 0<\chi<1, \tag{4.1.45}$$

$$R(\alpha)=\chi\left[1-e^{-\sigma|\alpha|}\right],\quad \sigma>0,\quad 0<\chi<1. \tag{4.1.46}$$

Тогда вероятность контакта цели и заслона с учетом функции штрафа равна:

$$p_{ZR}(k,\alpha)=p_Z(k,\alpha)+R(\alpha)-p_Z(k,\alpha)R(\alpha). \tag{4.1.47}$$

Вероятность контакта преследователя и цели зависит от угла $\alpha$:

$$p_G(\alpha)=\begin{cases}p_G, & r'\le\dfrac{a}{\cos\alpha},\\ 0, & r'>\dfrac{a}{\cos\alpha}.\end{cases} \tag{4.1.48}$$

Эффективность действий системы охраны будем оценивать вероятностью контакта цели с одним из элементов системы охраны:

$$p_{ZE}(k,\alpha) = p_{ZR}(k,\alpha) + p_G(\alpha) - p_{ZR}(k,\alpha)p_G(\alpha). \qquad (4.1.49)$$

***Пример 4.1.4***. При следующих исходных данных: $r_M = 50$, $t_0 = 4$, $r_0 = 20$, $v_E = 6$, $v_P = 12$, $a = 6$, $l_e = 2$, $p_e = 0{,}95$, $t_S = 0{,}5$, $t_Z = 0{,}5$, $\chi = 0{,}7$, $\sigma = 4$, функция штрафа вида (4.1.45), – выполнены расчеты в пакете Mathematica. Цель выбирает угол движения $-\alpha_0 \le \alpha \le \alpha_0$, заслон – протяженность перекрываемого рубежа. Протяженность (коэффициент $k$ прикрытия) меняется от $l_e$ до 3-х $l_e$.

На рис. 4.1.10 показана зависимость вероятности контакта с целью от угла $\alpha$ и коэффициента $k$ прикрытия.

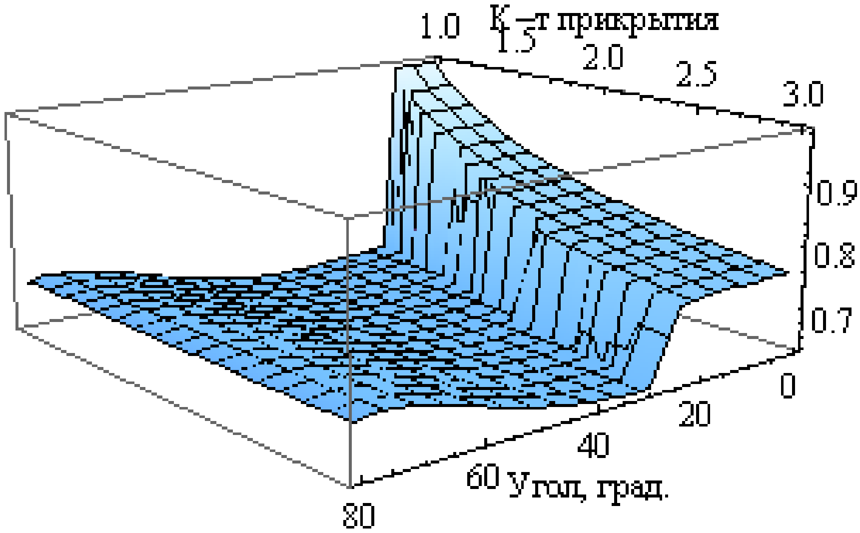



Рис. 4.1.10. Зависимость вероятности контакта с целью от угла $\alpha$ и коэффициента k

***Теоретико-игровое решение задачи преследования и блокирования***

*Случай 1 (игра с природой)*

Предположим, что цель не имеет информации о возможностях преследователя и заслона, стремится преодолеть контролируемый рубеж за кратчайшее время, но в ходе движения под воздействием различных факторов меняет направление движения (цель без навигатора). В данных условиях распределение угла $\alpha$ подчиняется нормальному закону $N(0,\sigma_\alpha)$ [257].

Вероятность выхода цели на заслон вычисляется по формуле:

$$R_E(k) = \frac{1}{\sigma_\alpha\sqrt{2\pi}} \int_{-\beta(k)}^{\beta(k)} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma_\alpha}\right) d\alpha, \quad \beta(k) = \operatorname{arctg}\frac{kl_e}{2a}. \qquad (4.1.50)$$

Оптимальное значение параметра $k$ находится из условия (максимизация вероятности выхода цели на рубеж l и контакта заслона с целью):

$$R_E(k^*)\frac{p_e}{k^*} \to \max. \qquad (4.1.51)$$

*Случай 2 (заслон меняет протяженность занимаемого рубежа)*

Предположим, что имеется общее знание, то есть каждой стороне известна целевая функция оппонента и множество его допустимых стратегий. Также предположим, что решения сторонами принимаются однократно и одновременно.

Дополнительно введем следующие технические допущения:

- цель имеет возможность двигаться в выбранном направлении (например, имеет навигатор);
- контролируемый рубеж упреждаем заслоном (в противном случае оптимальное решение цели очевидно – двигаться под углом $\alpha = 0$);
- отсутствует ограничение на преследование: $r_M \to \infty$;
- преследователь имеет или не имеет возможность установить контакт с целью до выхода последней на рубеж прикрытия независимо от угла $\alpha$.

Тогда целевая функция примет вид:

$$F(k,\alpha) = p_Z(k,\alpha) + R(\alpha) - p_Z(k,\alpha)R(\alpha) + const, \qquad (4.1.52)$$

$$p_Z(k,\alpha) = \begin{cases} \dfrac{p_e}{k}, & \alpha \le \operatorname{arctg}(kl_e/2a), \\ 0, & \alpha > \operatorname{arctg}(kl_e/2a), \end{cases}$$

с ограничениями:

$$k \in K, \quad K = [1, k_0], \qquad \alpha \in \mathrm{A}, \quad \mathrm{A} = [-\alpha_0, \alpha_0], \quad \alpha_0 < \pi/2,$$

где $R(\alpha)$ – монотонно возрастающая функция, то есть $\alpha_2 > \alpha_1 \Leftrightarrow R(\alpha_2) > R(\alpha_1)$.

Отметим, что в соответствии с аффинным правилом седловая точка не изменится, если мы значение целевой функции увеличим или уменьшим на некоторую константу. То есть для нахождения седловой точки в выражении (4.1.52) константу можно исключить:

$$F_1(k,\alpha) = p_Z(k,\alpha) + R(\alpha) - p_Z(k,\alpha)R(\alpha). \qquad (4.1.53)$$

Покажем, что игра $\Gamma_1 = \langle K, \mathrm{A}, F_1(k,\alpha)\rangle$ имеет решение в чистых стратегиях $(k^*, \alpha^* = 0, v = F_1(k^*, \alpha^*))$. Значение $k^*$ вычисляется из условия:

$$R(\alpha_*) = \frac{p_e}{k^*}, \qquad (4.1.54)$$

где $\alpha_*$ – значение угла, при котором функция штрафа равна вероятности $p_Z(k^*, \alpha_*)$.

Содержательно условие (4.1.54) означает: значение $k^*$ должно быть такое, чтобы для любого $\alpha$ обеспечивалось или ненулевое значение вероятности $p_Z(k^*,\alpha)$ или значение риска (рис. 4.1.11):

$$R(\alpha) \geq p_Z(k^*, \alpha).$$

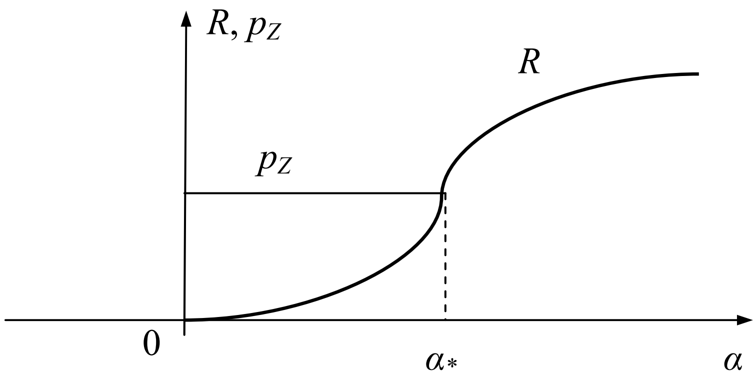



Рис. 4.1.11. Графическая интерпретация условия наличия седловой точки

По определению седловой точки [58, С. 8]:

$$F_1(k,\alpha^*) \leq F_1(k^*,\alpha^*) \leq F_1(k^*,\alpha), \quad k \in K, \ \alpha \in \mathrm{A}. \qquad (4.1.55)$$

Рассмотрим неравенство:

$$F_1(k,\alpha^*) \leq F_1(k^*,\alpha^*), \qquad (4.1.56)$$

или в развернутой форме:

$$p_Z(k,\alpha^*) + R(\alpha^*) - p_Z(k,\alpha^*)R(\alpha^*) \leq p_Z(k^*,\alpha^*) + R(\alpha^*) - p_Z(k^*,\alpha^*)R(\alpha^*).$$

Его можно преобразовать к виду:

$$p_Z(k,\alpha *) \le p_Z\left(k^*,\alpha *\right),$$

$$\begin{cases} \dfrac{p_e}{k}, & \alpha^* \le \operatorname{arctg}(kl_e/2a) \\ 0, & \alpha^* > \operatorname{arctg}(kl_e/2a) \end{cases} \le \begin{cases} \dfrac{p_e}{k^*}, & \alpha^* \le \operatorname{arctg}\left(k^*l_e/2a\right) \\ 0, & \alpha^* > \operatorname{arctg}\left(k^*l_e/2a\right) \end{cases}.$$

На интервале $1 \le k < k^*$ выполняется единственное неравенство:

$$\alpha^* = \operatorname{arctg}\left(k^*l_e/2a\right) > \operatorname{arctg}(kl_e/2a),$$

следовательно

$$p_Z(k,\alpha *) = 0 \le p_Z\left(k^*,\alpha *\right) = \frac{p_e}{k^*}, \quad 1 \le k < k^*.$$

На интервале $k^* \le k < k_0$ также выполняется единственное неравенство:

$$\alpha^* = \operatorname{arctg}\left(k^*l_e/2a\right) \le \operatorname{arctg}(kl_e/2a),$$

следовательно

$$p_Z(k,\alpha *) = \frac{p_e}{k} \le p_Z\left(k^*,\alpha *\right) = \frac{p_e}{k^*}, \quad k^* \le k < k_0.$$

Таким образом, левая часть неравенства (4.1.55) доказана. Рассмотрим ее правую часть:

$$F_1\left(k^*,\alpha^*\right) \le F_1\left(k^*,\alpha\right), \tag{4.1.57}$$

или в развернутой форме (учитывая, что $R(\alpha^*) = 0$):

$$p_Z\left(k^*,\alpha^*\right) \le p_Z\left(k^*,\alpha\right) + R(\alpha) - p_Z\left(k^*,\alpha\right)R(\alpha).$$

В силу симметрии достаточно рассмотреть только положительные значения $\alpha$. На интервале $\alpha^* = 0 \le \alpha < \alpha_*$ имеем $p_Z\left(k^*,\alpha^*\right) = p_Z\left(k^*,\alpha\right)$ (рис. 4.1.11), следовательно:

$$0 \le R(\alpha) - p_Z\left(k^*,\alpha\right)R(\alpha) \text{ или } p_Z\left(k^*,\alpha\right)R(\alpha) \le R(\alpha).$$

На интервале $\alpha_* \le \alpha < \alpha_0$ имеем $p_Z\left(k^*,\alpha\right) = 0$, следовательно (рис. 4.1.11):

$$p_Z\left(k^*,\alpha^*\right) \le R(\alpha).$$

Нами доказаны обе части неравенства (4.1.55). Следовательно, равновесие по Нэшу существует в области чистых стратегий.

В частности, для функции штрафа вида (4.1.45) значение $k^*$ вычисляется из условия:

$$\begin{cases} \chi[\sin(\alpha_*)]^\sigma = \dfrac{p_e}{k^*} \\ \mathrm{tg}\alpha_* = \dfrac{l_e k^*}{2a} \end{cases}.$$

*Случай 3 (случай 2 и учет преследователя)*

В условиях случая 2 положим, что при углах движения цели

$$\chi \in \mathrm{B}_P, \quad \mathrm{B}_P = [-\beta_P, \beta_P], \ \ \beta_P < \beta_0$$

преследователь не имеет возможности контакта с целью, а при больших углах этот контакт обеспечивается.

Запишем целевую функцию в следующем виде:

$$F(k,\beta) = p_Z(k,\beta) + R_G(\beta) - p_Z(k,\beta)R_G(\beta),$$

$$R_G(\beta) = p_G(\beta) + R(\beta) - p_G(\beta)R(\beta).$$

Функция $R_G(\beta)$ неубывающая при $\beta > 0$ (невозрастающая при $\beta < 0$). В точках $-\beta_P$ и $\beta_P$ имеется разрыв первого рода. Следовательно, случай 3 сводится к случаю 2 заменой $R(\beta)$ на $R_G(\beta)$.

***Моделирование преследования и блокирования в условиях информационного взаимодействия***

Информационное взаимодействие между элементами поисковой системы заключается в передаче информации преследователем заслону о своем местонахождении. Поскольку преследователь движется по следу, то местонахождение преследователя есть координаты цели в некоторый ранний момент времени (рис. 4.1.12).

Предположим, что в момент времени $t$ преследователь сообщил свои координаты. Выполним перенос осей координат в точку нахождения преследователя $0_t$. Полагаем, что заслон способен оперативно переместиться с рубежа $CB$ на рубеж $C_tB_t$.

Найдем математическое ожидание нового расстояния $a_t$ между положением цели и центром заслона. Из формул (4.1.40–4.1.41) следует, что с вероятностью $p_{G\lambda}$ преследователь пройдет по следу расстояние

$Ml$. Из опытных данных известно, что цель отклоняется от выбранного направления в силу различных причин со значением $\sigma_\alpha = 24{,}7^0$ [257]. С вероятностью 0,5 реальное отклонение цели не превысит угла $\alpha_t = 0{,}6745 \cdot \sigma_\alpha$. Расстояние $a_t$ вычисляется по формуле:

$$a_t = \max[a - p_{G\lambda} Ml \cos \alpha_t ; 0]. \tag{4.1.58}$$

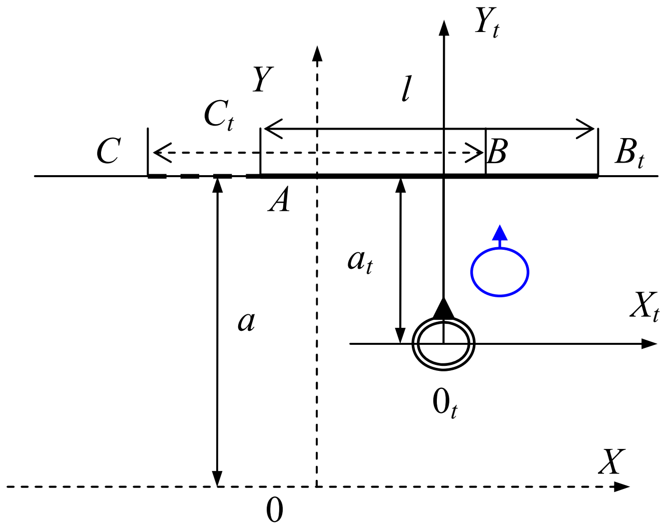



Рис. 4.1.12. Взаимодействие между преследователем и заслоном

Вычисленное значение $a_t$ используется вместо $a$ в формулах, начиная с (4.1.50).

Математические модели пограничных элементов являются основой для построения моделей уровня подразделения и более высоких уровней.

## 4.2. Модели уровня подразделения и региона

Примерно до 1950-х гг. в СССР и до 1970-х гг. в США основные задачи охраны границы (обнаружение, реагирование, распознавание, пресечение или перехват нарушителей) выполнялись преимущественно пограничными нарядами (патрулями). Возможности пограничного ведомства характеризовались количеством пограничных нарядов (патрулей), высылаемых на границу [158, 292]. В последующие годы на вооружение пограничных служб были приняты разнообразные технические средства и решение основных задач переместилось на уровень подразделения. На макроуровне основным ресурсным показателем стал выделяемый бюджет на содержание персонала, закупку и поддержание в готовности к применению средств охраны границы.

### *4.2.1. МОДЕЛИ УРОВНЯ ПОГРАНИЧНОГО ПОДРАЗДЕЛЕНИЯ*

***Показатели эффективности охраны границы***

Модели уровня подразделения являются *пограничными производственными функциями* и предназначены для вычисления вероятности задержания нарушителей границы и оптимизации структуры пограничных сил и средств [254].

В работах [319; 320] эффективность охраны границы оценивается с использованием уравнений Ланчестера и методов теории вероятностей. В работе [257] описана математическая модель охраны границы, учитывающая рельеф и конфигурацию участка границы, а также тактические функции основных средств охраны границы (табл. 4.2.1).

При моделировании обычно используются следующие показатели эффективности охраны границы [193]:

- количество личного состава (*штатное и фактическое);*
- *номенклатура средств охраны границы, инфраструктуры и совокупная стоимость владения ими;*
- *обеспечение собственной безопасности;*
- *недопущение нарушений границы;*
- *создание доказательной базы для последующего* привлечения агентов к ответственности.

Первые два показателя в тактических моделях являются ограничениями, в моделях оптимизации пограничных структур – целевыми функциями.

Таблица 4.2.1.

Задачи, функции и показатели эффективности охраны границы

| Задача, функция | Показатель | Методы расчета |
|---|---|---|
| Своевременное обнаружение агентов | Вероятность своевременного обнаружения агентов (нарушителей) | Методы теории вероятностей и теории игр, расчет линии позднего обнаружения, участок границы |

| Задача, функция | Показатель | Методы расчета |
|---|---|---|
| | | разбивается на элементарные ячейки |
| Своевременное обнаружение признаков нарушения границы | Вероятность своевременного обнаружения признаков нарушения границы | Методы теории игр |
| Обнаружение, преследование и задержание агентов | Вероятность обнаружения и задержания агентов | Методы теории вероятностей и теории поиска |
| Наведение, преследование и задержание (пресечение действий) агентов | Вероятность задержания агентов | Методы теории вероятностей, теории поиска и теории массового обслуживания |
| Информирующая функция | Вероятность создания информирующих признаков | Методы теории вероятностей |
| Заградительная функция | Конфигурация линии позднего обнаружения | Методы теории вероятностей |
| Тактическое сдерживание | Вероятность отказа от движения по избранному маршруту за счет воздействия на агентов светотехнических средств | Модель распространения светового потока в атмосфере, математическая статистика |

Уровень обеспечения собственной безопасности задается опосредованно – в форме требований приказов, инструкций, уставов. В модели он учитывается в форме ограничений (минимальное количество человек в пограничном патруле или наряде, вооружение, наличие наряда на подступах к пункту дислокации и т.д.).

На тактическом уровне цель: недопущение нарушений границы, – достигается двумя способами:

- созданием условий, вынуждающих потенциальных нарушителей уходить на другие участки *границы или отказываться от своих замыслов;*
- *обнаружением и пресечением* их действий.

Недопущению нарушений границы соответствует показатель – вероятность недопущения нарушений границы $P$, а сформулированным способам действий:

- вероятность отказа от попытки нарушения границы на выбранном участке или изменения маршрута движения $p_0$,
- вероятность пресечения действий агентов $p_n$.

Отказ от попытки нарушения границы в тактических моделях учитывается двояко: а) отказ за счет воздействия светотехнических средств – непосредственно; б) отказ за счет других факторов – опосредованно, через различные плотности движения агентов на различных участках границы приграничного региона.

Для учета особенностей рельефа, характера местности и других особенностей участок границы разбивается на элементарные ячейки.

***Производительность действий по охране границы***

Производительность действий по охране границы характеризуется абсолютной пропускной способностью $A$ пограничной системы. В общем случае пограничная система является сетью массового обслуживания (СеМО) с одним источником заявок и тремя узлами (системами массового обслуживания, далее СМО), рис. 4.2.1.

Обнаруженные агенты (простейший поток событий) поступают на вход системы задержания, откуда с вероятностью задержания (при условии обнаружения) поступают в следующий узел и с вероятностью незадержания теряются. Время обслуживания на первом узле может составлять от долей часа до нескольких суток. Поток обслуживаний – экспоненциальный. Количество каналов обслуживания – один и более.

Второй узел (система сбора доказательств) может состоять из одного и более каналов. «…примерно в 90% случаев незаконного пересечения государственной границы РФ началу расследования уголовного дела предшествует административно-служебная деятельность должностных лиц пограничных войск, и … успех последующей деятельности органов дознания и следственных органов по делам о незаконном пересечении государственной границы в значительной мере зависит о того, насколько квалифицированно проведены эти действия пограничниками» [129]. В случае задержания нарушителя начальник заставы обязан [129]:

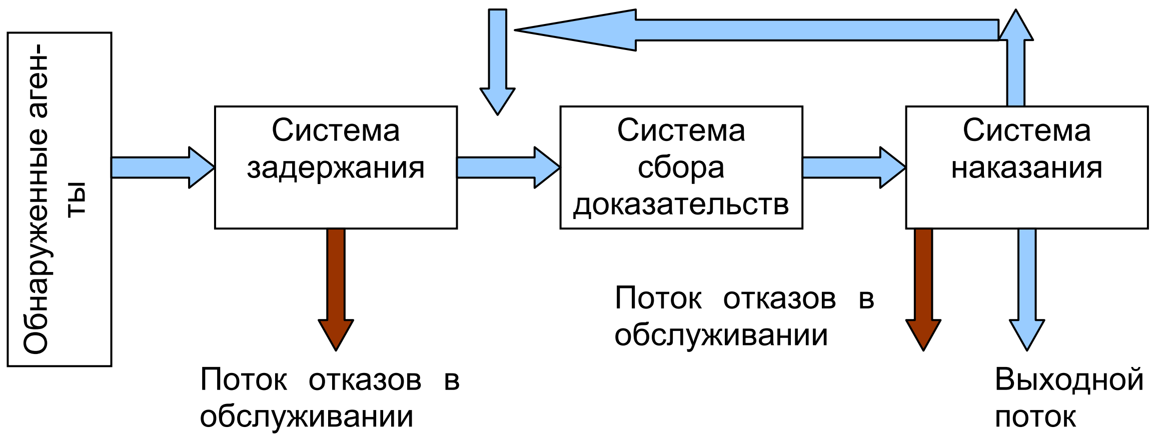



Рис. 4.2.1. Пограничная система как сеть массового обслуживания

- проработать следы, осмотреть маршрут движения нарушителя границы и прилегающую местность, принять меры к сохранению следов и других признаков нарушения;
- составить протокол о нарушении (попытке нарушения) государственной границы Российской Федерации и схему осмотренной местности;
- произвести в присутствии лиц, задержавших нарушителя, его личный досмотр, изъять все предметы и документы и занести их в опись;
- взять письменное объяснение у нарушителя режима границы;
- получить рапорта от военнослужащих, задержавших нарушителя (от местных жителей - письменные объяснения);
- написать начальнику отряда рапорт, в котором изложить обстоятельства незаконного пересечения государственной границы Российской Федерации и задержания нарушителя.

Третий узел обычно не входит в компетенцию пограничной системы.

Расчет основных характеристик СеМО может выполняться аналитически (в простейших случаях) или с использованием имитационных моделей.

На первом этапе исследования реальную СеМО можно заменить одно- или многоканальной СМО. В обычном режиме на большинстве участков границы используется одноканальная СМО, в усиленном режиме на некоторых участках – двухканальная. Абсолютная пропускная способность системы вычисляется по формуле:

$$A = \lambda(1 - P_o), \tag{4.2.1}$$

где $\lambda$ – интенсивность потока агентов, $P_o$ – вероятность отказа в обслуживании заявки (агента).

Поскольку в обслуживании заявки (включая сбор доказательной базы преступления) принимают непосредственное участие должностные лица пограничного подразделения и все нужные действия должны быть выполнены в ограниченное время, примем допущение, что СМО является системой с ограниченным временем ожидания. Тогда вероятность отказа в обслуживании заявки равна:

$$P_o = \begin{cases} \dfrac{\lambda}{\mu} e^{-(\mu-\lambda)\tau}; & \mu > \lambda, \\ 1; & \mu \le \lambda, \end{cases} \tag{4.2.2}$$

где $\mu$ – интенсивность обслуживания (подчиняется показательному закону), $\tau$ – время ожидания обслуживания.

Интенсивность обслуживания может быть увеличена за счет привлечения сил и средств старшего начальника.

***Пограничная производственная функция***

Пограничная производственная функция[1] (ППФ) предназначена для 1) поиска оптимального соотношения между персоналом, технологиями и инфраструктурой и 2) определения оптимальных уровней обеспечения пограничной безопасности государства [254].

1 Производственная функция – зависимость между количеством используемых факторов производства и максимально возможным при этом выпуском продукции.

Математические модели пограничного подразделения учитывают сотни и тысячи факторов, влияющих на результативность действий, имеют комплексный характер (сложные аналитические выражения, алгоритмы обработки геоинформации и т.д.). Для поиска оптимальных структур формально можно решить оптимизационные задачи для каждого участка пограничного подразделения. Но это далеко не лучший вариант в силу следующих причин:

- потребуется большой объем по сбору исходных данных по каждому участку;
- обстановка и внешние факторы могут измениться, что обесценит выполненные расчеты;
- трудно найти оптимальное соотношение между краткосрочными и долгосрочными целями и задачами и т.д.

Возможен следующий подход к поиску оптимальных структур. На первом этапе проводятся отсеивающие эксперименты [92; 143; 257] с целью получения относительно короткого списка значимых факторов.

Выполненные расчеты с использованием математической модели охраны границы на участке подразделения [257] позволяют для различных типовых характеристик среды (рельеф, конфигурации рубежей охраны, типовые комплекты сил и средств и т.д.) представить производственную функцию

$$p_{ij} = 1 - e^{-\lambda_{ij} y_i} \tag{4.2.3}$$

или

$$\ln(1 - p_{ij}) = -\lambda_{ij} y_i \tag{4.2.4}$$

в следующем виде:

$$\ln(1 - p_{ij}) = -\theta_{ij0} y_0 - \theta_{ij1} y_1 - \theta_{ij2} y_2 - \ldots - \theta_{ijk} y_k, \tag{4.2.5}$$

где: $p_{ij}$ – вероятность недопущения нарушений на участке $i$-го подразделения по $j$-му агенту;

$\theta_{ijl}$ – вес $l$-го фактора ($l = 0, \ldots, k$) на участке $i$ по агенту $j$;

$y_l$ – значение (стоимость) $l$-го фактора.

***Пример 4.2.1***. В ходе вычислительного эксперимента (табл. 4.2.2) для некоторого типового участка границы и агента *i* получены веса факторов (для простоты индексы *i* и *j* опущены). Оценить эффективность использования перечисленных средств в охране границы.

Таблица 4.2.2.

Факторы и их веса

| № фактора | Описание фактора | Вес фактора $\theta_l$ |
|---|---|---|
| 0 | Среднее значение ($y_0 \equiv 1$) | 0,13 |
| 1 | Наличие сигнализационного комплекса | 0,5 |
| 2 | Наличие оптико-радиолокационного комплекса | 0,65 |
| 3 | Полеты БЛА с периодичностью 2 раза в сутки | 0,12 |
| 4 | Установка противоподкопного датчика | -0,05 |
| 5 | Пост наблюдения | 0,1 |
| 6 | Пост технического наблюдения | 0,2 |

Решение. Производственная функция будет иметь вид:

$$\ln(1-p_{ij}) = -0{,}13 - 0{,}5y_1 - 0{,}65y_2 - 0{,}12y_3 + 0{,}05y_4 - 0{,}1y_5 - 0{,}2y_6 .$$

Наибольший вклад в увеличение эффективности охраны границы вносят первый и второй факторы, вклад четвертого фактора отрицателен – установка противоподкопного датчика снижает эффективность охраны границы.

Производственная функция вида (4.2.5) проста в применении и наглядна. Основной ее недостаток – неучет взаимозависимостей между факторами. Этот недостаток легко устраняется переходом к нелинейной модели наблюдений.

При проектировании пограничной безопасности важнейшим показателем пограничных средств является их стоимость (полная стоимость владения, стоимость закупки и эксплуатации и т.д.).

***Пример 4.2.2***. Заданы стоимости пограничных элементов (табл. 4.2.3). В условиях примера 4.2.1 найти с использованием механизма «затраты-эффект» [149] рассчитать эффективность применения указанных ресурсов.

Таблица 4.2.3.

Эффект факторов

| № | Фактор | Стоимость $R$ | Вес $\theta$ | Эффект $\theta / R$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Сигн. комплекс | 1 | 0,5 | 0,5 |
| 2 | ОРК | 0,7 | 0,65 | 0,93 |
| 3 | Полеты БЛА | 0,1 | 0,12 | 1,2 |
| 4 | ППД | 0,01 | -0,05 | -5 |
| 5 | ПН | 0,1 | 0,1 | 1 |
| 6 | ПТН | 0,2 | 0,2 | 1 |

Рассчитаем для каждого фактора эффект как отношение веса $\theta$ к стоимости $R$.

Перенумеруем факторы, так чтобы самый эффективный из них получил номер 1, следующий по эффективности – номер 2 и т.д. При новой нумерации получим таблицу 4.2.4, в которой исключен фактор с отрицательным весом.

Таблица 4.2.4.

Эффективность факторов

| № | Фактор | Стоимость $R$ | Вес $\theta$ | Эффект $\theta / R$ | Эффективность $p$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | Минимально необходимые средства | | 0,13 | | 0,12 |
| 1 | Полеты БЛА | 0,1 | 0,12 | 1,2 | 0,22 |
| 2 | ПН | 0,1 | 0,1 | 1 | 0,3 |
| 3 | ПТН | 0,2 | 0,2 | 1 | 0,42 |
| 4 | ОРК | 0,7 | 0,65 | 0,93 | 0,7 |
| 5 | Сигн. комплекс | 1 | 0,5 | 0,5 | 0,82 |

При этом производственная функция примет вид:

$$\ln(1-p) = -0{,}13 - 0{,}12 y_1 - 0{,}1 y_2 - 0{,}2 y_3 - 0{,}65 y_4 - 0{,}5 y_5 .$$

Эффективность рассчитываем нарастающим итогом. Для первого фактора эффективность равна:

$\ln(1-p) = -0{,}13 - 0{,}12$, $p = 0{,}22$,

для первых двух:

$\ln(1-p) = -0{,}13 - 0{,}12 - 0{,}1$, $p = 0{,}295$,

для первых трех:

$\ln(1-p) = -0{,}13 - 0{,}12 - 0{,}1 - 0{,}2$, $p = 0{,}42$ и т.д.

По данным о количестве пограничных патрулей, бюджете пограничной службы, вероятности задержания (MMFRP Probability) нарушителей за 30 лет (с 1980 по 2010 г.) на американо-мексиканской границе [277; 281; 284] построен график зависимости вероятности незадержания нарушителей от бюджета (рис. 4.2.2). Искусственно добавлена одна точка: вероятность незадержания при нулевом бюджете, равная 1.

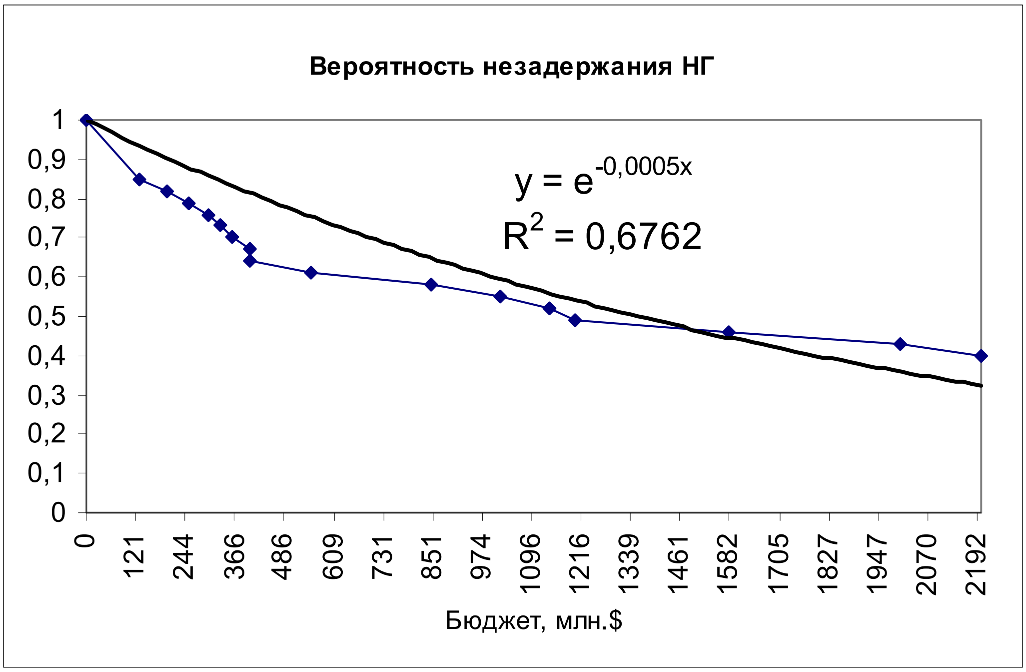



Рис. 4.2.2. Зависимость вероятности незадержания нарушителей от бюджета пограничной службы *(*млн. долл.*)*

С помощью MS Excel выполнена аппроксимация графика экспонентой, т.е. вероятность задержания нарушителей равна:

$$p = 1 - \exp(-\lambda y),\quad \lambda = 0{,}0005 \text{ млн. } \$^{-1}, \tag{4.2.6}$$

где $y$ – бюджет пограничной службы, млн. $.

Производственная функция вида (4.2.6) соответствует неоклассическим критериям (является неубывающей, однородной и вогнутой функцией). Экспоненциальный характер функции означает, что для достижения ненулевой вероятности задержания, например $p = 0{,}2$, требуется значительно меньше средств, чем на увеличение этой же вероятности, например, с 0,2 до 0,4. Еще больше средств потребуется, чтобы увеличить $p$ с 0,6 до 0,8.

В приграничном регионе[1] разные участки границы имеют различные особенности, характеризуются определенными социально-экономическими, географическими и иными факторами. В этой связи возникает проблема сведения показателей эффективности на участках отдельных пограничных подразделений к единому показателю $p_R$, характеризующему эффективность охраны границы в приграничном регионе. Это устранение неопределенности можно выполнить множеством способов, учитывая существующие виды неопределенностей (вероятностная, интервальная, нечеткая, игровая). Один из возможных способов – использование пограноментрического критерия [252]:

$$p_R = (1-\phi)\left[\delta \min_{k=1,\ldots,K} p_k + (1-\delta) \sum_{k=1,\ldots,K} \pi_k p_k\right] + \phi \sum_{k=1,\ldots,K} \pi_k^{(R)} p_k^{(R)}, \qquad (4.2.7)$$

где: $p_k$ – показатель эффективности охраны границы на участке $k$-го подразделения,

$K$ – количество подразделений в регионе,

$\delta \in [0,\ 1]$ – доля агентов, способных выполнить обследование всех участков (и пунктов пропуска) региона (лично или получить информацию) и выбрать наименее *охраняемый* участок,

$\phi \in [0,\ 1]$ – доля агентов, по которым есть *информация* об их возможных действиях,

$\pi_k$ – вероятность выбора агентом $k$-го участка (зависит от наличия оперативной информации, природных факторов, режима по-

1 Приграничным регионом называется крупная индивидуальная территориальная единица, граничащая с одним или несколькими однородными государствами (или выходящая к открытому морю).

граничной зоны, транспортной инфраструктуры, плотности населения и т.д.),

$\pi_k^{(R)}$ – вероятность выбора агентом $k$-го участка по оперативной информации,

$p_k^{(R)}$ – показатель эффективности охраны границы на участке $k$-го подразделения после получения информации о возможных действиях агентов на данном участке (например, в усиленном варианте несения службы).

Отметим, что $p_k$ – это не эффективность пограничного подразделения, а эффективность охраны границы на участке этого подразделения, т.е. определяется с учетом возможностей старшего начальника (беспилотные летательные аппараты, резервы и т.д.). Также заметим, что и на участке подразделения в свою очередь выполняется устранение неопределенности, но уже с использованием других критериев.

Выражение (4.2.7) отражает важнейшие принципы охраны границы – непрерывность ее охраны, сочетание сторожевой и оперативной деятельности и соответствует концепции ограниченной рациональности [231]: не все агенты обладают требуемым интеллектуальным ресурсом для поиска оптимального решения.

Знание пограничной производственной функции позволяет, в частности, более обоснованно прогнозировать направления и время вероятных действий нарушителей (НВДНГ).

### *4.2.2. ПРОГНОЗ НАПРАВЛЕНИЙ И ВРЕМЕНИ ДЕЙСТВИЙ НАРУШИТЕЛЕЙ*

***Оценка НВДНГ с использованием равновесия Нэша***

Предполагается, что в конфликте участвуют две стороны (игрока): пограничное формирование (подразделение) и агент (нарушитель границы). Игра с нулевой суммой (сумма выигрышей игроков при любом исходе равна нулю или постоянна): цель пограничников – задержать агента, цель агента – не быть задержанным. Выбор действия (альтернативы) игроками совершается однократно и одномоментно, независимо друг от друга, не зная выбора оппонента. После выбора всех действий реализуется определенный исход. Каждому исходу соответствуют значения полезности игроков, их выигрыши. Всем игрокам известны как зависимость их выигрышей от исхода игры, так и выигрыши противника [81].

Одномоментность выбора содержательно означает, что циклы деятельности сторон сопоставимы по времени. Например, если действие пограничной стороны заключается в оборудовании участка границы инженерными заграждениями, в развертывании сети сенсоров, то по времени данный цикл продлится несколько месяцев или лет. Если же речь идет о планировании времени и маршрута вылета БПЛА или подвижного наряда (патруля), то есть все основания считать об одномоментности выбора альтернатив.

*Требование о незнании выбора оппонента* означает, что стороны исключили действия по шаблону и/или действуют скрытно. То есть, сколько бы времени агент не вел наблюдение за системой охраны границы (сам или с помощью пособников), он не должен предсказать (спрогнозировать) решение пограничной стороны. Отметим, что в условиях войскового способа охраны границы и при сплошном перекрытии участка сигнализационными средствами шаблонность действий незначительно снижала (или не снижала) эффективность охраны границы.

***Пример 4.2.3***. Участок оборудован сигнализационным комплексом. Левый фланг не упреждаем. На нем несет службу ночью пост технического наблюдения, днем – пост наблюдения.

В данном случае «шаблонное» решение (сосредоточение нарядов на левом фланге) обеспечивает непрерывность охраны границы – примерно одинаковую вероятность задержания на всем участке в светлое и темное время суток.

***Пример 4.2.4***. Участок оборудован КСП со временем упреждения нарушителей 2 часа. Местность (или инженерные заграждения) не позволяют движение нарушителей на автомашине. Подразделение может выслать на участок за сутки три наряда по проверке КСП (дозора) с вероятностью обнаружения признаков днем 0,9, ночью – 0,7. Вероятность задержания нарушителей при условии своевременного обнаружения признаков днем 0,7, ночью – 0,5. Дозоры высылаются на участок:

- первый – с рассветом в 6:00;
- второй – перед наступлением темноты в 18:00;
- третий – поочередно, в одни сутки днем в 12:00 (вариант 1), в следующие сутки ночью в 2:00 (вариант 2).

Если нарушитель изучает систему охраны границы (сам или с помощью пособников), то он будет действовать через некоторое время после прохода дозора по участку, гарантируя себе нулевую вероятность задержания (рис. 4.2.3). Если множества действий игроков конечны, то действия каждого игрока можно последовательно пронумеровать. Выигрыши первого игрока можно представить в виде матрицы, в которой он выбирает действие – номер строки, а его противник выбирает действие – номер столбца. На пересечении строки и столбца находится число, соответствующее выигрышу первого игрока.

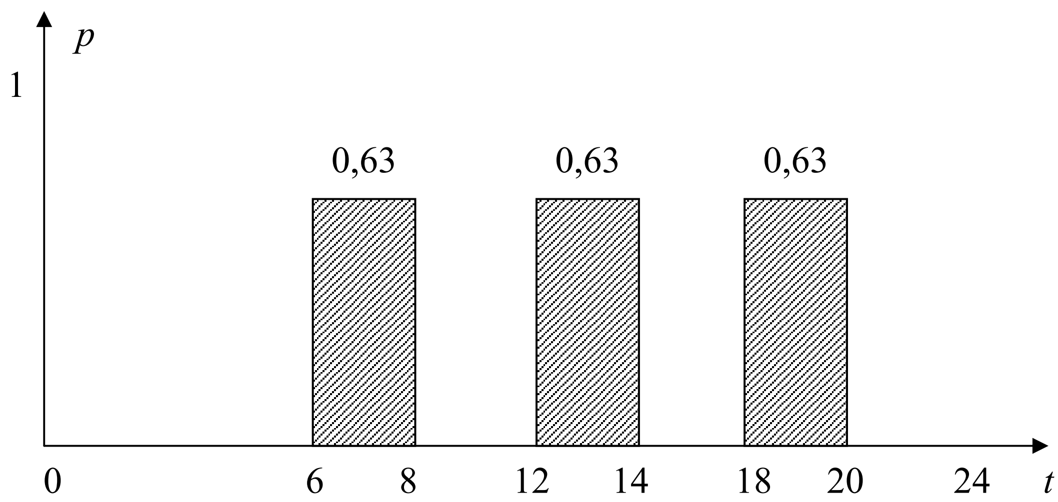



Рис. 4.2.3. Вероятности задержания нарушителя
(пример 4.2.4, вариант 1)

НВДНГ количественно может быть охарактеризована плотностью движения СВ (нарушителей) по направлениям и времени. На рис. 4.2.4 для варианта 1 показана плотность движения нарушителей по времени суток.

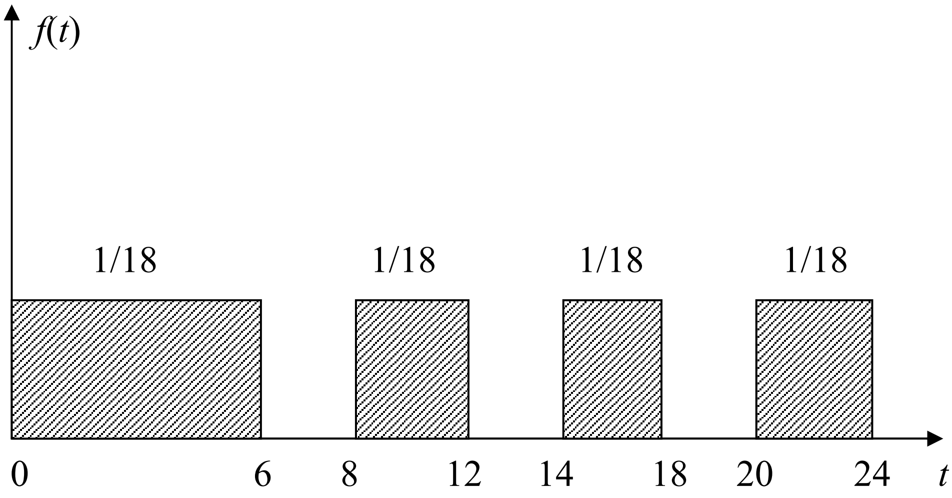



Рис. 4.2.4. Плотность движения нарушителей (пример 4.2.4, вариант 1)

Ситуация игры[1] называется ситуацией *равновесия по Нэшу*, если отклонение от нее одним игроком не может увеличить его выигрыша. Ситуация равновесия по Нэшу устойчива относительно индивидуального отклонения игроков [81, С. 69].

Использование *чистых стратегий* (как видно из примера 4.2.4) не всегда позволяет обеспечить равновесие в игре. Тогда следует использовать *смешанные стратегии*. Содержательный пример использования смешанной стратегии описан в Руководстве силами морской пехоты флота «Борьба с терроризмом» [287]. Руководство требует изменять шаблоны действий антитеррористических и военных подразделений с целью дезориентации террористов и повышения их риска. Рекомендуется повышать вероятность случайных действий путем изменения районов, маршрутов и графиков патрулирования; выборочной проверки пассажиров и транспортных средств, организуемой с использованием случайного чередования признаков (цифры номера машины, количество пассажиров и т.д.).

1 Ситуация игры – вектор действий всех игроков.

Формально смешанные стратегии сторон определяются как вероятности $p_1, \ldots, p_m$ и $q_1, \ldots, q_m$ применения стратегий соответственно пограничной стороной $x_1, \ldots, x_m$ и агентом $y_1, \ldots, y_m$.

В работе [258] рассмотрена теоретико-игровая модель применения подвижных пограничных средств. В частности, для средств из примера 4.2.4 (возможности которых различны для темного и светлого времени суток) вероятности применения стратегий равны:

$$p_1 = q_1 = \frac{\rho_2 T_1}{\rho_1 T_2 + \rho_2 T_1}, \quad p_2 = q_2 = 1 - p_1, \tag{4.2.8}$$

где: $p_1$ ($p_2$) – вероятность применения дозоров ночью (днем);

$q_1$ ($q_2$) – вероятность выбора нарушителями темного (светлого) времени суток;

$\rho_1$ ($\rho_2$) – вероятность обнаружения признаков и задержания агента ночью (днем);

$T_1$ ($T_2$) – продолжительность темного (светлого) времени суток.

При этом цена игры (вероятность задержания агента) равна:

$$\nu = \frac{n t_y \rho_1 \rho_2}{\rho_1 T_2 + \rho_2 T_1}, \tag{4.2.9}$$

где: $n$ – количество назначенных дозоров на сутки;

$t_y$ – время упреждения.

При $n = 3$, $T_1 = 10$ час., $t_y = 2$ час., $\rho_1 = 0{,}35$, $\rho_2 = 0{,}63$ получим:

$$p_1 = q_1 = \frac{0{,}63 \cdot 10}{0{,}35 \cdot 14 + 0{,}63 \cdot 10} \approx 0{,}56,\ p_2 = q_2 \approx 0{,}44,\ \nu \approx 0{,}12.$$

Применение пограничной стороной смешанной стратегии дает существенный прирост эффективности охраны границы (с 0 до 0,12). При этом нарушители с вероятностью 0,56 будут выбирать темное время суток и с вероятностью 0,44 – светлое.

***Оценка НВДНГ с использованием равновесия Штакельберга***

Рассмотрим игру класса Security game. Пусть имеется агент (в терминологии Security game – attacker) и пограничная сторона (defender).

Имеется множество участков пограничных подразделений $T = (t_1, \ldots, t_n)$. Агент может выбрать один из участков. Цель пограничной стороны – не допустить безнаказанного нарушения границы, распределяя ограниченные ресурсы между участками из множества $R = (r_1, \ldots, r_K)$. В качестве ресурса может выступать, например, автоматизированная система контроля (АСК) в различных конфигурациях.

***Пример 4.2.5***. Имеется $n$ = 6 участков пограничных подразделений. Цель экономических агентов – максимизация полезности, вычисляемой по формуле Г. Беккера [274]:

$$u_{ij} = (1 - B(p_{ij})) \cdot u(S - G_j) + B(p_{ij}) \cdot u(S - G_j - D), \qquad (4.2.10)$$

где: $B(\cdot)$ – представление о вероятности;

$u(\cdot)$ – функция полезности;

$p_{ij}$ – вероятность задержания и наказания агента при $i$-м варианте распределения ресурсов на $j$-м участке;

$S$ – доход агента, например, от продажи контрабандного товара (оружия, наркотиков);

$D$ – денежная величина потерь в случае наказания;

$G_j$ – дополнительные расходы, связанные с выбором $j$-го участка (изучение системы охраны границы, удлинение маршрута транспортировки и т.д.).

Цель пограничной стороны – максимизация вероятности задержания агентов. В табл. 4.2.5 показаны значения критериев сторон при различных вариантах конфигурации АСК и местах его установки (стратегии пограничной стороны) и участках границы (стратегии агентов).

В данном примере мы имеем иерархическую игру, в которой первый ход делает пограничная сторона, выбирая вариант оборудования границы.

Поиск равновесия следует искать на основе принципа равновесия Штакельберга. Оптимальная стратегия $x^*$ пограничной стороны равна:

$$x^* \in Arg \max_{x \in X} \min_{y \in Y(x)} F(x, y), \qquad (4.2.11)$$

где $Y(x) \in Arg\max_{y \in Y} G(x, y)$, а $F$ и $G$ – функции выигрыша соответственно пограничной стороны и агента.

Таблица 4.2.5.

Матрица игры

| Стратегии ПС | Участки границы | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | |
| | $p_{ij}$ | $u_{ij}$ | $p_{ij}$ | $u_{ij}$ | $p_{ij}$ | $u_{ij}$ | $p_{ij}$ | $u_{ij}$ | $p_{ij}$ | $u_{ij}$ | $p_{ij}$ | $u_{ij}$ |
| $i = 1$ | 0,1 | **10** | 0,1 | **15** | 0,5 | **0** | 0,5 | **0** | 0,3 | **7** | 0,2 | **9** |
| $i = 2$ | 0,2 | **5** | 0,2 | **7** | 0,4 | **2** | 0,4 | **2** | 0,3 | **7** | 0,2 | **9** |
| $i = 3$ | 0,5 | **0** | 0,5 | **0** | 0,3 | **12** | 0,2 | **14** | 0,2 | **12** | 0,1 | **12** |
| $i = 4$ | 0,1 | **10** | 0,1 | **15** | 0,2 | **20** | 0,4 | **2** | 0,5 | **1** | 0,5 | **0** |
| $i = 5$ | 0,3 | **7** | 0,3 | **10** | 0,3 | **12** | 0,3 | **12** | 0,3 | **7** | 0,3 | **10** |

Воспользовавшись определением (4.2.11) принципа равновесия Штакельберга и обозначениями, принятыми в Security game, решим задачу в два этапа. На первом этапе для каждой стратегии пограничников найдем оптимальные стратегии агентов. При $i = 1$ получим:

$$Y(1) = Arg\max_{j} u_{1j}(x, y) = Arg\max(10;15;0;0;7;9) = 2$$

(мы перебрали в первой строке значения $u_{1j}$ и взяли номер участка, при котором полезность СВ максимальна).

Повторив вычисления для оставшихся строк, находим:

$$Y(2) = 6;\ \ Y(3) = 4;\ Y(4) = 3;\ Y(5) = \{3;\ 4\}.$$

Спрогнозировав действия агента, для каждой стратегии пограничников найдем соответствующие вероятности задержания:

$$p_1 = p_{12} = 0{,}1;\ \ p_2 = p_{26} = 0{,}2;\ p_3 = p_{34} = 0{,}2;\ \ p_4 = p_{43} = 0{,}2;$$

$$p_5 = \min\{\, p_{53}; p_{54}\} = 0{,}3.$$

Находим оптимальную вероятность задержания, взяв максимальное значение:

$$p^* = \max\{0{,}1;\ 0{,}2;\ 0{,}2;\ 0{,}2;\ 0{,}3\} = 0{,}3.$$

Ей соответствует оптимальная стратегия ПС $x^* = i^* = 5$.

Таким образом, оптимальный вариант конфигурации АСК – пятый. При этом рациональные агенты *после развертывания комплекса* будут выбирать для нарушения границы третий и четвертый участки.

***Оценка НВДНГ в условиях ограниченной рациональности агентов***

Не владея всей полнотой информации или принимая решение в условиях ограничений по времени, агенты допускают ошибки в оценке альтернатив. Показано [333], что вероятность $x_j$ выбора альтернативы $j$ ограниченно рациональным субъектом вычисляется по формуле:

$$x_j = \frac{\exp(\beta u_j)}{\sum_{i=1}^{n} \exp(\beta u_i)}, \qquad (4.2.12)$$

где: $\beta > 0$ – параметр распределения, а $u_i$ – полезность $i$-й альтернативы.

Применительно к участку приграничного региона, полезность выбора субъектом $j$-го участка границы главным образом определяется вероятностями задержания на этих участках. Тогда выражение (4.2.12) можно переписать [254, С. 120]:

$$x_j = \frac{\exp(\theta(1-p_j)/(1-p_1))}{\exp(\theta) + \sum_{i=2}^{n} \exp(\theta(1-p_i)/(1-p_1))}, \qquad (4.2.13)$$

где: $\theta > 0$ – степень рациональности агента, а $p_i$ – вероятность задержания агента на $i$-м участке.

***Пример 4.2.6***. Вероятности $p_j$ задержания нарушителей представлены в таблице 4.2.6. Степень рациональности нарушителя $\theta = 3$ [254, С. 119]. Найти распределение нарушителей по участкам.

Таблица 4.2.6.

Вероятности задержания нарушителей

| Показатель | Номер участка (пограничного подразделения) | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $p_j$ | 0,1 | 0,3 | 0,2 | 0,5 | 0,5 | 0,2 | 0,1 | 0,2 |

По формуле (4.2.13) вычисляем искомые вероятности (табл. 4.2.7).

Таблица 4.2.7.

Вероятности задержания нарушителей и вероятности выбора ими участков границы

| Показатель | Номер участка (пограничного подразделения) | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $p_j$ | 0,1 | 0,3 | 0,2 | 0,5 | 0,5 | 0,2 | 0,1 | 0,2 |
| $x_j$ | 0,193 | 0,099 | 0,138 | 0,051 | 0,051 | 0,138 | 0,193 | 0,138 |

На рис. 4.2.5 показана плотность движения нарушителей по участкам границы.

Таким образом, с точки зрения нормативной теории полезности[1] (фон Нейман и Моргенштерн) и с точки зрения описательного анализа (теория перспектив, равновесие дискретного выбора) НВДНГ есть следствие принятого пограничным начальником решения на охрану границы, а не исходные данные для принятия решения.

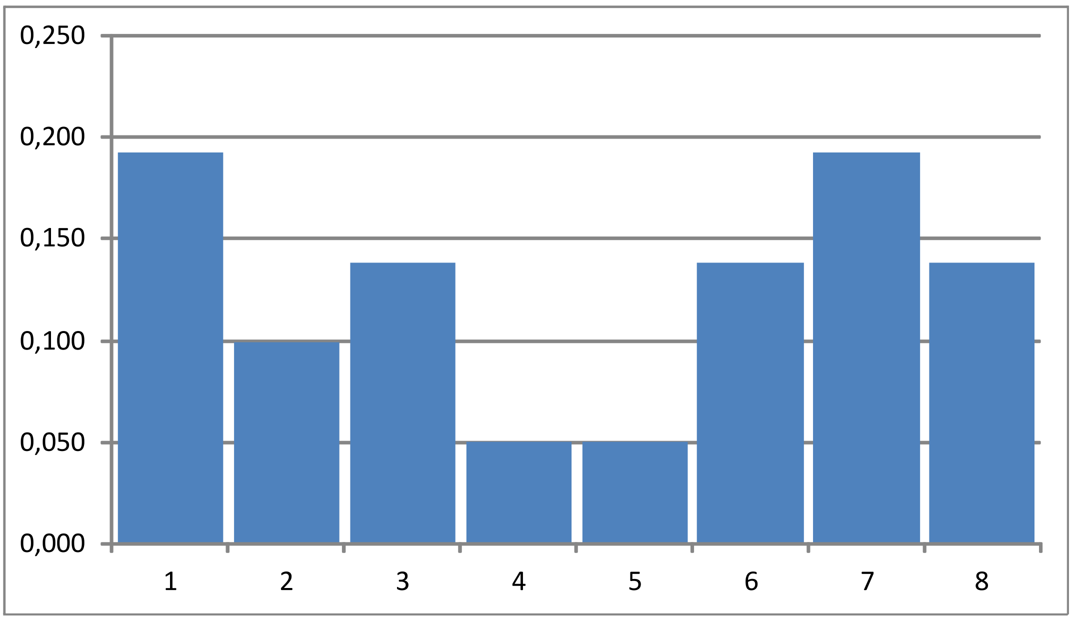



Рис. 4.2.5. Плотность движения нарушителей (пример 4.2.6)

1 Нормативный анализ представляет собой поиск рациональных решений проблемы. Описательный анализ занимается определением того, какие решения принимают субъекты в действительности, в реальных практических ситуациях.

На этапе оценки обстановки и выработки решения необходимо анализировать агентов в первую очередь по следующим параметрам: мотивация, степень рациональности и т.д.

***Оценка НВДНГ методами математической статистики***

Предположим, что за несколько лет на участке приграничного региона получена статистика о количестве нарушений на участках границы $x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_n$, где $x_i$ – это номер участка (время суток, года), выбранный $i$-м агентом для нарушения границы. В терминах математической статистики мы имеем выборку объема $n$. Полученные данные называют *наблюдениями случайной величины* $X$, а также говорят, что случайная величина $X$ «принимает значения» $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

*Основная задача пограничной* [254, С. 40] *и математической статистики* – сделать научно обоснованные выводы о распределении одной или более неизвестных случайных величин или их взаимосвязи между собой.

Конкретная случайная выборка $x_1, x_2, \ldots, x_n$ получена в результате действия множества факторов: возможности пограничных подразделений, социально-экономические и политические факторы, внешняя среда и т.д. Даже если за несколько лет перечисленные факторы не изменились (что обычно крайне маловероятно), то в последующие годы в силу случайности распределение нарушителей будет иным. Поэтому без предварительной математической обработки пользоваться полученной статистикой не рекомендуется.

С помощью методов математической статистики можно, в частности, решать следующие задачи:

Проверка гипотезы о том или ином законе распределения попыток нарушений по участкам границы и/или времени суток.

Проверка гипотезы для двух выборок (например, до оборудования границы новыми техническими средствами и после).

Первая задача обычно решается с использованием критерия хи-квадрат. При этом желательно, чтобы объем выборки был не менее 50 наблюдений. Например, имеется выборка о количестве нарушений по времени суток (четыре временных интервала: 0–6 час., 6–12 час., 12–18 час. и 18–24 час.). В качестве *нулевой гипотезы* может быть выбрана, например, гипотеза о равномерном распределении нарушителей по времени суток. В результате сравнения вычисленных значений статистики и критической точки нулевая гипотеза или принимается, или отвергается.

Решение 2-й задачи рассмотрим на ***примере 4.2.7***. На участке региона (10 подразделений) обработана за год статистика о доли задержанных нарушителей $x_i$. Затем все подразделения укомплектовали новыми техническими средствами. После комплектации повторно собрана за год и обработана статистика о результатах охраны границы (доля задержанных нарушителей) $y_i$ (табл. 4.2.8). Требуется на уровне значимости 0,05 проверить, повысилась ли эффективность охраны границы после укомплектования линейных отделений новыми техническими средствами (используя нормальное приближение).

Таблица 4.2.8.

Распределение попыток нарушений границы по участкам до и после укомплектования

| № отделения | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_i$ | 0,7 | 0,6 | 0,65 | 0,75 | 0,7 | 0,8 | 0,65 | 0,7 | 0,75 | 0,7 |
| $y_i$ | 0,8 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,85 | 0,7 | 0,7 | 0,75 | 0,75 | 0,7 |
| $d_i = y_i - x_i$ | 0,1 | 0,1 | 0,05 | -0,05 | 0,15 | -0,1 | 0,05 | 0,05 | 0,0 | 0 |

Решение. Вычисляем разности $d_i = y_i - x_i$. Вычисляем суммы:

$$\sum_{i=1}^{10} d_i = 0{,}35, \quad \sum_{i=1}^{10} d_i^2 = 0{,}0625.$$

Находим выборочное среднее и среднеквадратическое отклонение:

$$\bar{d} = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} d_i = 0{,}035, \quad s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{10} d_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{10} d_i\right)^2\right)} = 0{,}005583.$$

Проверяем гипотезу $H_0$: $a_d = 0$ против гипотезы $H_1$: $a_d > 0$.

Найдем значение статистики:

$$T = \frac{\bar{d}\sqrt{n}}{s} = \frac{0{,}035\sqrt{10}}{0{,}005583} \approx 198{,}23.$$

С использованием Excel или таблицы распределения Стьюдента для *односторонней области* по уровню значимости 0,05 и числу степеней свободы $k = n - 1 = 9$ определяем:

$$t_{кр}\,(0{,}05;\,9) = 1{,}83.$$

Поскольку $T > t_{кр}$, то следует отвергнуть нулевую гипотезу и признать, что эффективность охраны границы улучшилась.

## 4.3. Модели обеспечения безопасности объектов

Объекты (аэропорты и др. объекты транспортной инфраструктуры, места массового скопления населения, военные и пограничные городки и т.д.) могут быть подвержены угрозам двух видов:

- природные и техногенные катастрофы;
- нападения террористов, повстанцев и др.

В первом случае мы имеем ситуацию вероятностного риска (probabilistic risk), во втором – стратегического риска (strategic risk). Названные ситуации принципиально различны – природа не поступает нам «назло», тогда как террористы зачастую имеют доступ к ряду объектов, ведут за ними наблюдение и выбирают те из них, где в результате атаки максимизируется ущерб государственной и общественной безопасности. Принятое в США распределение ресурсов для обеспечения безопасности, пропорциональное численности населения в штатах, подверглось справедливой критике со стороны сенаторов и специалистов [290]. Последние утверждают, что для защиты от террористических атак приоритетными объектами должны являться национальные символы и стратегически важные объекты.

### *4.3.1. Модели распределения ресурсов для обеспечения безопасности объектов*

Боуз Голэни и др. предложили концепции и механизмы выделения государственных ресурсов на внутреннюю безопасность страны [290].

***Модель распределения ресурсов в условиях вероятностного риска***

Введем следующие обозначения:

- $\pi_i$ – вероятность того, что $i$-й объект ($i = 1, \ldots, n$) подвергнется удару стихии;
- $0 \le p_i < 1$ – (условная) вероятность того, что объект $i$ будет разрушен в случае атаки на него при отсутствии мер по защите;
- $C_i > 0$ – нанесенный ущерб объекту $i$;
- $\alpha_i > 0$ – коэффициент эффективности использования ресурсов на объекте $i$.

В случае отсутствия каких-либо действий по защите объекта $i$ *ожидаемый ущерб* равен $\pi_i p_i C_i$. Ожидаемый ущерб может быть уменьшен за счет выделения ресурсов.

Пусть $B$ есть объем ресурса, который может выделить государство (ведомство) на защиту объектов. Обозначим $x_1, x_2, \ldots, x_n$ – ресурсы, выделенные на защиту объектов $i = 1, 2, \ldots, n$.

Цель государства (ведомства) – свести к минимуму суммарный ущерб. Получим следующую оптимизационную задачу [290]:

$$\psi = \sum_{i=1}^{n} \pi_i C_i (p_i - \alpha_i x_i) \to \min_{x}, \qquad (4.3.1)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \le B, \qquad (4.3.2)$$

$$0 \le x_i \le p_i / \alpha_i, \ i = 1, \ldots, n. \qquad (4.3.3)$$

Перенумеруем объекты так, чтобы выполнялось неравенство:

$$\pi_{i_1} C_{i_1} \alpha_{i_1} \ge \ldots \ge \pi_{i_n} C_{i_n} \alpha_{i_n}. \qquad (4.3.4)$$

Тогда оптимальное распределение ресурсов заключается в следующем. На первый объект необходимо выделить

$x_{i_1}^* = \min\left(p_{i_1} / \alpha_{i_1}, B\right)$, на второй $x_{i_2}^* = \min\left(p_{i_2} / \alpha_{i_2}, B - x_{i_1}^*\right)$ и т.д. до исчерпания ресурса или обеспечения защиты всех объектов.

***Модель распределения ресурсов в условиях стратегического риска***

Предположим, что противник (террористы) имеет полную информацию о состоянии объектов и стремится нанести государству максимальный ущерб.

В условиях стратегического риска задача поиска оптимального распределения ресурсов имеет вид [290]:

$$\theta = \max_{i=1,\dots,n} C_i (p_i - \alpha_i x_i) \to \min_x, \tag{4.3.5}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \le B, \tag{4.3.6}$$

$$0 \le x_i \le p_i / \alpha_i, \; i = 1, \dots, n. \tag{4.3.7}$$

Обозначим $\theta^*$ – значение целевой функции при оптимальном распределении ресурсов. Ожидаемый ущерб при оптимальном распределении ресурса соответствует условию:

$$C_i (p_i - \alpha_i x_i^*) = \begin{cases} \theta^*, & C_i p_i \ge \theta^*, \\ C_i p_i, & C_i p_i < \theta^*, \end{cases} \tag{4.3.8}$$

или в эквивалентной записи:

$$x_i^* = \begin{cases} \left(C_i p_i - \theta^*\right) / C_i \alpha_i, & C_i p_i \ge \theta^*, \\ 0, & C_i p_i < \theta^*. \end{cases} \tag{4.3.9}$$

Заметим, что из (4.3.8) следует:

$$C_i (p_i - \alpha_i x_i^*) \le \theta^*, \; i = 1, \dots, n. \tag{4.3.10}$$

Перенумеруем объекты так, чтобы выполнялось неравенство:

$$C_{i_1} p_{i_1} \ge \dots \ge C_{i_n} p_{i_n}. \tag{4.3.11}$$

Обратите внимание, что данное условие отличается от условия (4.3.4).

Алгоритм выделения ресурса в условиях стратегического риска следующий [290]. На самый важный $i_1$-й объект выделяем ресурс до тех пор, пока он не исчерпается или ожидаемые потери на нем станут равными потерям на объекте $i_2$:

$$x^*_{i_1,1} = \min\left(\left(C_{i_1} p_{i_1} - C_{i_2} p_{i_2}\right) / C_{i_1} p_{i_1}, B\right).$$

На втором этапе распределяем ресурсы таким образом, чтобы сумма ожидаемых потерь на объектах $i_1$ и $i_2$ стала равной потерям на объекте $i_3$ и т.д.

Введя фиктивный объект $n + 1$, для которого $p_{n+1} = 0$, $C_{n+1} = \alpha_{n+1} = 1$, получим выражение для оптимального значения целевой функции:

$$\theta^* = \begin{cases} C_{i_{t^*}} p_{i_{t^*}} + \dfrac{B - \sum\limits_{s=1}^{t^*} \left(C_{i_s} p_{i_s} - C_{i_{t^*}} p_{i_{t^*}}\right) / C_{i_s} \alpha_{i_s}}{\sum\limits_{s=1}^{t^*} C_{i_s} \alpha_{i_s}}, & t^* \le n, \\ 0, & t^* = n+1, \end{cases} . \qquad (4.3.12)$$

$$t^* \equiv \max\left( t = 1,\ldots,n+1 : \sum_{s=1}^{t^*} \frac{C_{i_s} p_{i_s} - C_{i_t} p_{i_t}}{C_{i_s} \alpha_{i_s}} \le B \right). \qquad (4.3.13)$$

Таким образом, оптимальное управленческое решение существенно зависит от вида риска.

### *4.3.2. МОДЕЛИ ОБЕСПЕЧЕНИЯ БЕЗОПАСНОСТИ ОБЪЕКТОВ*

По оценке Д. Ю. Каталевского [103] модели, отвечающие запросам руководителей, обычно включают от 30 до 3000 переменных. Нижний предел близок к тому минимуму, который отражает основные типы поведения системы, интересующие тех, кто принимает решения. Верхний предел ограничивается нашими возможностями восприятия системы и всех ее взаимосвязей. В этой связи на практике обычно используются комплексные модели с параметрами, измеренными в различных шкалах [178]. Рассмотрим теоретико-игровую модель [310] для обеспечения безопасности в международном аэропорту г. Лос-Анджелес, на основе которой разработана и введена в эксплуатацию автоматизированная система «Помощник для рандомизированного контроля маршрутов» (ARMOR – Assistant for Randomized Monitoring over Routes). Безопасность в основных местах социально-экономической и политической активности является ключевой во всем мире, особенно с учетом угрозы терроризма. Вместе с тем, ограниченные ресурсы не позволяют силам безопасности круглосуточно контролировать все объекты и маршруты. Террористы способны вести наблюдение и выбирать не охраняемые маршруты и объекты для атаки, если силы безопасности не используют рандомизированную тактику патрулирования и мониторинга.

Авторы формулируют основные требования к «Помощнику»:

«Помощник» должен учитывать веса охраняемых объектов. Если нападение на первый объект приведет к экономическому ущербу, а на второй – к человеческим жертвам, то больший вес должен быть присвоен второму объекту. Веса оцениваются экспертами и выражаются в порядковой шкале;

«Помощник» должен учитывать всю имеющуюся у службы безопасности информацию о противнике;

«Помощник» не должен предлагать жесткий график несения службы. У пользователей должна быть возможность вносить корректировки, учитывая тем самым дополнительные сведения.

«Помощник» эксплуатируется с августа 2007 года. M. Taylor и др. описали тесты для его проверки [330]:

- анализ теории игр (тип теста – Mathematic): при известных матрицах выигрышей вычисляется выигрыш агента (террориста) и вероятность отказа от попытки правонарушения;
- распределение ресурсов (тип теста – Mathematic): теория игр помогает найти ожидаемый выигрыш агента при различных стратегиях защитника;
- стоимость защиты (тип теста – Mathematic): теория игр помогает найти ожидаемые выигрыши сторон при изменении технологии охраны (ввод в эксплуатацию новых технических средств охраны или нового процесса проверки багажа);
- имитация атаки (тип теста – Simulation): использование дополнительных имитационных моделей;

- пуски учебных нарушителей (тип теста – Human): исследования психологии человека в условиях физиологических стрессов помогают имитировать поведение агентов. Недостаток таких тестов – учебные нарушители не принадлежат той же среде, что и реальные агенты;
- экспертные оценки (тип теста – Qualitative): специалисты служб безопасности способны оценить многие факторы для их последующего учета в модели в качестве параметров.

С 2009 г. «Помощник» стал использоваться для планирования службы воздушных патрульных (Marshals Service) с задачей оптимального распределения 3.000-4.000 патрульных (аэромаршалов) по 29.000 ежедневных самолето-вылетов.

Проектные решения, связанные с масштабированием системы на территорию страны (400 аэропортов), описаны в работе [311]. Основные проблемы:

- сотни разнородных пунктов охраны;
- разнообразие угроз;
- частично централизованный подход к обучению персонала и развитию системы.

Формальная постановка задачи поиска оптимальных стратегий охраны аэропорта:

$$\max_{x,q,a} \sum_{i\in X}\sum_{l\in L}\sum_{j\in Q} p^l R_{ij}^l x_i q_j^l \ , \tag{4.3.14}$$

$$\sum_{i\in X} x_i = 1, \quad \sum_{j\in Q} q_j^l = 1, \ 0 \le \left( a^l - \sum_{i\in X} C_{ij}^l x_i \right) \le \left(1 - q_j^l\right) M ,$$

$$x_i \in [0...1], \ q_j^l \in \{0,1\}, \ a \in \Re ,$$

где: $x$ – вектор-стратегия защитника ($x_i$ – доля времени, в течение которого используется $i$-я стратегия);

$q^l$ – вектор-стратегия атакующего типа $l$;

$R^l$ и $C^l$ – матрицы выигрышей защитника и атакующего типа $l$;

$M$ – большое положительное число;

$p^l$ – априорная вероятность атакующего типа $l$.

Первое и четвертое ограничения определяют множество возможных действий защитника как распределение вероятностей на множестве $X$. Второе и пятое ограничения определяют множество возможных действий атакующего типа $l$. Каждый атакующий $l$ имеет строго одну единичную стратегию. Третье ограничение работает следующим образом:

- левая часть неравенства означает, что $a^l$ есть верхняя граница выигрыша атакующего $l$;
- для действия $q_j^l = 1$ правая часть неравенства означает, что это действие должно быть оптимальным для атакующего $l$.

Задача защитника – проверять объекты аэропорта и контролировать транспортные потоки на пунктах пропуска (имеется $n$ дорог к аэропорту). Применительно к пунктам пропуска опишем множество $X$. Если защитник в одно время может выставить только один пункт пропуска, то $X = \{1, \ldots, n\}$; при двух пунктах пропуска $X = \{(1, 2), (1, 3) \ldots (n - 1, n)\}$ и т.д. Каждый атакующий $l \in L = \{1, \ldots, m\}$ может принять решение использовать для атаки одну из дорог или не атаковать совсем. Тогда его множество всех действий $Q = \{1, \ldots, n, none\}$.

Если защитник выбрал дорогу $i$ для проверки, а атакующий $l$ – дорогу $j$, то защитник получает вознаграждение $R^l_{ij}$, а атакующий – $C^l_{ij}$. Если защитник задерживает атакующего, то его выигрыш положителен, а выигрыш атакующего отрицателен. Интенсивность потока машин на дорогах и ценность этих дорог для атакующих учитываются посредством назначений значений выигрышей.

Заменой $z^l_{ij} = x_i q^l_j$ задача (4.3.14) сводится к задачам целочисленного линейного программирования.

### *4.3.3. Игры безопасности на сетях и графах*

В играх безопасности используются конструкции и результаты теории графов:

- структура принятия решений в игре безопасности в развернутой форме задается древовидным графом [286];

- выявление террористической группы по телефонным вызовам с использованием моделей анализа социальной сети [273];
- на графе в дискретном времени осуществляются игры поиска и игры патрулирования [267] и т.д.

С конца 70-х гг. прошлого века развивается теория сетевых игр (network games) – раздел теории игр, акцентирующий внимание на формировании сетевых структур – устойчивых связей между игроками – в условиях несовпадения интересов и/или различной информированности последних [161].

Игры на сетях подразделяются на [161, С. 109]:

- игры маршрутизации (networking games);
- «когнитивные игры» (cognitive maps games);
- игры на социальных сетях (social networks games);
- игры на сетевых графиках.

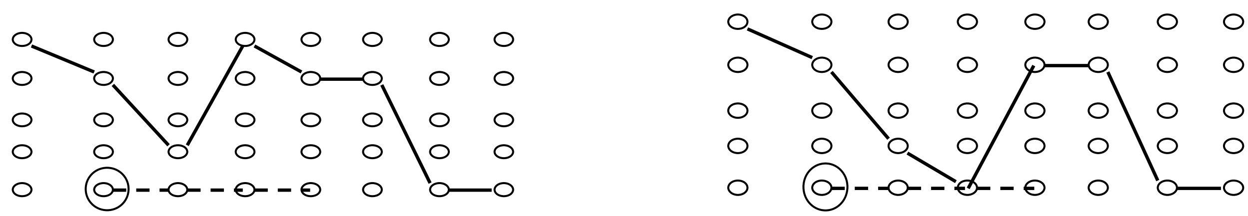
В играх безопасности, поиска и патрулирования на графах рассматривается игра на графе $Q = (N, E)$, где $N$ – множество вершин ($N = \{1, 2, \ldots, n\}$), $E$ – множество дуг. Временной период цикла игры разбивается на дискретные периоды $t = 1, \ldots, T$.

Атакующий выбирает для атаки узел $i$ и стадию $\tau$. Атакующий действует $m$ периодов ($m \le T$). Его смешанная стратегия – $p(i, \tau)$. Защитник выбирает маршрут $w$ патрулирования продолжительностью $T$ периодов и его действия считаются успешными, если выполняется перехват атакующего. Смешанная стратегия защитника – $p(w)$.

На рис. 4.3.1 показан пример игры патрулирования [269] при $n = 5$, $T = 8$, $m = 4$ (атакующий – пунктирная линия, защитник – сплошная).

В случае (а) маршрут защитника: $w$ = 1-2-4-1-2-2-5-5, маршрут атакующего: $(i, \tau) = (5, 2)$. Маршруты не пересеклись, что свидетельствует об успешности атаки. В случае (б): $w$ = 1-2-4-5-2-2-5-5, $(i, \tau) = (5, 2)$; атака неуспешна.

Игра патрулирования с нулевой суммой в нормальной форме записывается в виде $G(Q, T, m)$ с выигрышем защитника (вероятностью перехвата атакующего) $V(Q, T, m)$. В статье «Patrolling games» приведены аналитические выражения функции выигрыша для графов различных типов.



(а) (б)

Рис. 4.3.1. Игра патрулирования: (а) атака успешна, (б) – неуспешна

В работе «Computing Time-Dependent Policies for Patrolling Games with Mobile Targets» [278] рассматривается игра между защитником и одним атакующим на ориентированном графе. Задача мобильного защитника – патрулирование территории, на которой расположены подвижные или неподвижные объекты, представляющие интерес для нападающих. Район патрулирования представляется графом с произвольной топологией. Атакующий способен вести наблюдение за действиями защитника. Авторами построена теоретико-игровая формулировка задачи и найдены оптимальные стратегии сторон.

Первоначально для решения подобных задач использовались игры патрулирования периметра [267], но они мало применимы в среде с более общей топологией.

## 4.4. Модели пограничного сдерживания

Сдерживание (deterrence) есть состояние ума, вызванное существованием реальной угрозы ответных действий [287].

Под *пограничным сдерживанием* понимается деятельность пограничного ведомства, направленная на создание условий, при которых потенциальные правонарушители отказываются от попыток незаконных действий в пограничном пространстве. Пограничное сдерживание является составной частью государственной (межгосударственной) системы сдерживания трансграничной преступности [254].

Пограничное сдерживание как деятельность пограничного ведомства можно классифицировать по следующим основаниям [254]:

1. *Масштаб реальных систем*. Пограничное сдерживание на уровне государства, региона, пограничного подразделения, пограничного наряда (корабля, пограничного средства).
2. *Пограничная специфика*. Сдерживание на государственной границе, в пограничной зоне, в пунктах пропуска, в прилежащей зоне, в исключительной экономической зоне, на континентальном шельфе и т.д.
3. *Мотивация действий субъектов воздействия*. Сдерживание экономических и неэкономических агентов.
4. *Форма действий*. Сдерживание в форме физических, административно-правовых, экономических, информационно-психологических и иных действий.
5. *Предмет сдерживания*:

- сдерживание, направленное на изменение (сокращение) *состава* преступных групп, уменьшение количества потенциальных агентов;
- сдерживание, направленное на изменение *структуры* преступных групп (дезорганизация, раскол, сокращение множества возможных действий и т.д.);
- *мотивационное* сдерживание (изменение функции полезности агентов),
- *информационное* сдерживание (изменение информации, которую агенты используют при принятии ими решений о выбираемых действиях).

6. *Метод моделирования*. Теоретико-игровые, оптимизационные и другие модели.

Сдерживание основано на способности пограничного ведомства создавать угрозы и риски в пограничном пространстве.

### *4.4.1. Концептуальная модель пограничного сдерживания*

Используя концептуальную модель безопасности границы Г. Уиллиса [334], рассмотрим модель пограничного сдерживания (рис. 4.4.1). На рисунке потоки людей (грузов и т.д.) действия показаны сплошной линией, информационные потоки – пунктирной линией.

К субъектам воздействия пограничной системы можно отнести выгодоприобретателей, организаторов незаконных каналов через границу, собственно нарушителей границы и пособников (*первое основание* для классификации – организационная роль).

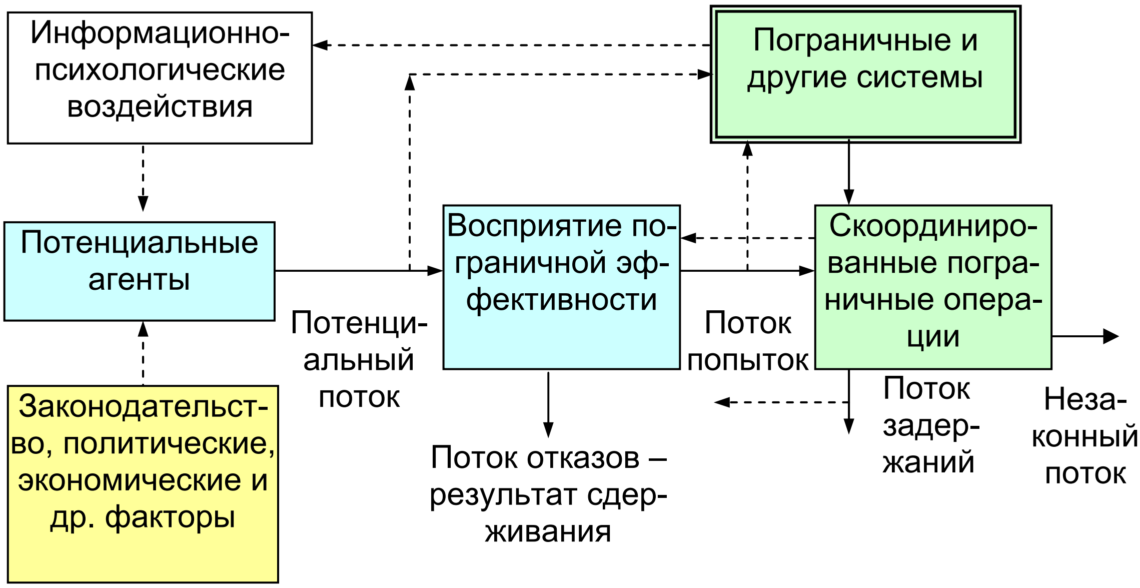



Рис. 4.4.1. Концептуальная модель пограничного сдерживания

По данному основанию выделим следующие классы субъектов:

- организаторов незаконных каналов через границу – субъекты воздействия 1-го класса (обозначение – СВ);
- нарушителей границы (режима границы, режима в пунктах пропуска) – субъекты воздействия 2-го класса (агенты), – действующих самостоятельно (и/или пользующихся услугами СВ) или по приказам СВ.

СВ можно классифицировать по следующим основаниям:

- вид выгодоприобретателей (государство или блок государств, международная преступная группировка и т.д.);
- мотивация действий (материальная выгода или иные соображения).

Множество $M$ СВ разделим на два непересекающихся подмножества:

- множество $M_E$ СВ, действующих исходя из материальной выгоды (международная преступная группировка, организаторы каналов через границу);

- множество $M_P$ СВ, действующих исходя из нематериальных побуждений (государственная организация, террористическая группировка и т.д.).

Множество СВ не будем разделять по направлениям действий (нарушение границы с нашей или сопредельной стороны) по следующим причинам: а) СВ могут «обслуживать» агентов, нарушающих границу с той и другой стороны; б) подчиненные агенты могут нарушить границу дважды, до выполнения задания и после.

Основания для классификации агентов могут быть следующими:

- мотивация действий (действуют по распоряжениям СВ или самостоятельно, исходя из материального или иного интереса);
- степень знания ими системы охраны границы;
- вид правонарушения;
- вид юридической ответственности за совершенное правонарушение;
- степень государственной (общественной) опасности (и/или потенциальный экономический ущерб);
- направление движения (к нам или от нас) и т.д.

Множество $N$ групп агентов разделим на три непересекающихся подмножества:

- множество $N_E$ агентов, действующих самостоятельно и исходя из материальной выгоды;
- множество $N_P$ агентов, действующих самостоятельно и исходя из нематериальных побуждений;
- множество $N_M$ агентов, действующих по приказу СВ.

В свою очередь, каждое из указанных множеств можно разделить на два непересекающихся подмножества: $N_{E\downarrow}$ (к нам) и $N_{E\uparrow}$ (от нас), $N_{P\downarrow}$ и $N_{P\uparrow}$, $N_{M\downarrow}$ и $N_{M\uparrow}$. Для агентов, фактически нарушающих границу в обоих направлениях, в качестве расчетного направления выберем государство, куда направлены его действия (совершение теракта, ввоз контрабанды и т.д.). Обозначим символом «↔» (взамен «↓» или «↑») принадлежность агента к одному из них. Тогда $N = N_{\downarrow} \cup N_{\uparrow}$ и т.д.

Применительно к задачам охраны границы можно выделить следующие зоны правонарушения:

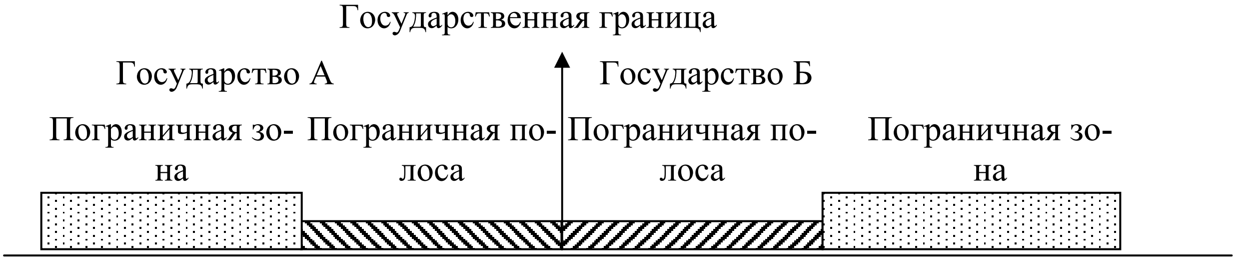
- отказ от попытки нарушения границы ($j = 0_{\downarrow}$ – к нам, $j = 0_{\uparrow}$ – от нас), выбор «нулевой» зоны $j \in J_0$ или $j = 0$;
- самостоятельное пересечение в пунктах пропуска ($j = 1_{\downarrow}$ – к нам, $j = 1_{\uparrow}$ – от нас) или пересечение границы ($j = 2_{\downarrow}$ – к нам, $j = 2_{\uparrow}$ – от нас), $j \in J_S$;
- пересечение в пунктах пропуска ($j = 3_{\downarrow}$ – к нам, $j = 3_{\uparrow}$ – от нас) или пересечение границы ($j = 4_{\downarrow}$ – к нам, $j = 4_{\uparrow}$ – от нас) с получением информации о режиме в пунктах пропуска или надежности охраны границы, $j \in J_I$;
- пересечение в пунктах пропуска ($j = 5_{\downarrow}$ – к нам, $j = 5_{\uparrow}$ – от нас) или пересечение границы ($j = 6_{\downarrow}$ – к нам, $j = 6_{\uparrow}$ – от нас) с использованием канала правонарушения, $j \in J_C$.

Дополнительно множество зон $J = (0_{\downarrow}, 0_{\uparrow}, 1_{\downarrow}, 1_{\uparrow}, \ldots, 6_{\downarrow}, 6_{\uparrow})$ разобьем на два непересекающиеся подмножества:

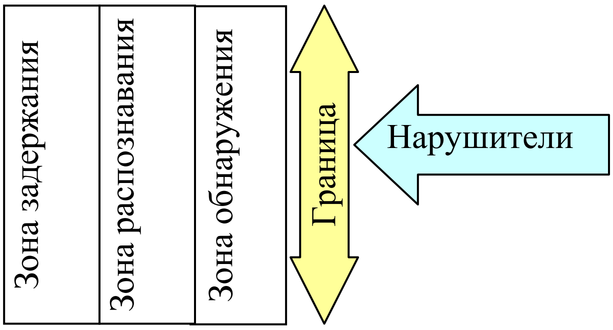
- $J_{\downarrow} = (0_{\downarrow}, 1_{\downarrow}, 2_{\downarrow}, \ldots, 6_{\downarrow})$ – движение агентов к нам (со стороны сопредельного государства);
- $J_{\uparrow} = (0_{\uparrow}, 1_{\uparrow}, 2_{\uparrow}, \ldots, 6_{\uparrow})$ – движение агентов от нас (в сторону сопредельного государства или в сторону открытого моря).

Обозначим $J_{\leftrightarrow}$ – множество $J_{\downarrow}$ или $J_{\uparrow}$. Предполагается, что любая группа агентов $i$ принадлежит строго к одному из них.

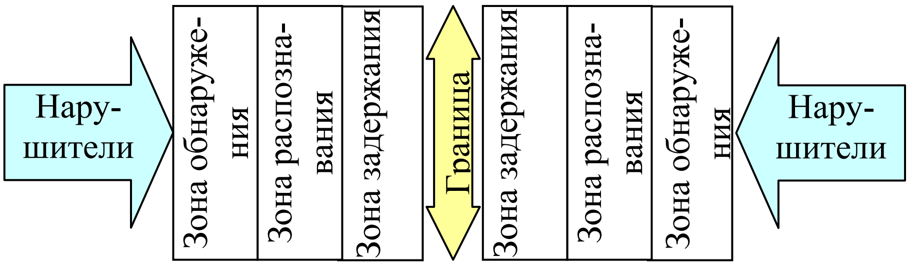
На рис. 4.4.2 показана упрощенная схема системы охраны границы.




(а) Пограничная полоса и пограничная зона




(б) Метафора «крепости»




(в) Метафора «взаимосвязанного организма»

Рис. 4.4.2. Упрощенная схема системы охраны границы

Граница может быть двусторонней или односторонней (выход к открытому морю), в разных государствах пограничная полоса и пограничная зона могут иметь различное название или их может и не быть.

С. Хаддал [292] выделяет две модели пограничной политики:

- метафора «крепости» – односторонняя защита с использованием охраняемого периметра,
- метафора «взаимосвязанного организма» – взаимозависимость, гибкость, упор не на войсковые действия, а на оперативные, сотрудничество с сопредельной стороной.

Частным критерием, характеризующим эффективность пограничного сдерживания, может быть вероятность отказа субъектов воздействия от попыток нарушения границы.

### *4.4.2. Модель выбора агентом канала проникновения*

Агент *i*-й группы имеет множество альтернатив, показанное на рис. 4.4.3. Получим модель дискретного выбора, в которой агент *i*, выбирая альтернативу $j$, приобретает случайную полезность $u_{ij}$, напрямую не наблюдаемую.

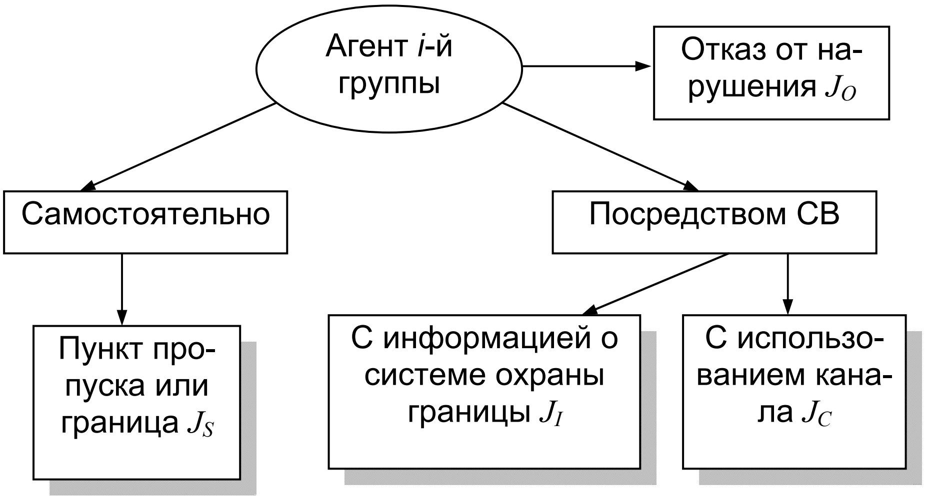



Рис. 4.4.3. Выбор агента

Ситуацию выбора агентом некоторого действия из конечного числа альтернатив можно описать стандартной логит-моделью, в которой полезность $u_{ij}$ является линейной функцией свойств альтернативы:

$$u_{ij} = \chi_{ij}^T \theta + \varepsilon_{ij}, \tag{4.4.1}$$

где $\chi_{ij}$ – вектор, содержащий характеристики агента $i$ и альтернативы $j$, $\theta$ – вектор параметров, а ошибки $\varepsilon_{ij}$ предполагаются независимыми случайно распределенными величинами, например, с функцией распределения

$$F(\varepsilon_{ij}) = \exp(-\exp(-\varepsilon_{ij})).$$

В стандартной логит-модели вероятность выбора агентом $i$ альтернативы $j$ вычисляется по формуле:

$$x_{ij} = \exp\left(\theta u_{ij}^T\right) \Big/ \sum_j \exp\left(\theta_i u_{ij}^T\right). \tag{4.4.2}$$

Вектор $\chi_{ij}$, характеризующий свойства альтернативы $j$ для агента $i$ может состоять из следующих компонент:

- ожидаемые денежные приобретения $\chi_{ij(1)}$;
- ожидаемые потери времени $\chi_{ij(2)}$;
- возможная потеря здоровья $\chi_{ij(3)}$;
- возможность сделать карьеру $\chi_{ij(4)}$ и т.д. и т.п.

В общем случае не всегда удается корректно свести разные компоненты к одному. Но поскольку к настоящему времени нет необходимого объема статистических данных для оценки значения вектора параметров $\theta$, в настоящей работе далее будем использовать однокомпонентную функцию полезности.

Основываясь на положениях теории организационных систем и теории полезности дискретного выбора, сформулируем *принцип рационального поведения агента*. Будем считать, что агент $i$ максимизирует свою случайную полезность, выбирая $j$ таким образом, чтобы получить максимальное значение $u_{ij}$.

Тогда вероятность выбора агентом $i$ альтернативы (зоны) $j$ равна:

$$x_{ij} = \exp\left(\theta_i u_{ij} / u_{i0}\right) \Big/ \sum_{j \in J_{\leftrightarrow}} \exp\left(\theta_i u_{ij} / u_{i0}\right),\ \theta_i > 0, \qquad (4.4.3)$$

где $\theta_i$ – степень рациональности агента $i$.

Вероятность отказа агента $i$ от попытки нарушения границы равна вероятности выбора нулевой зоны:

$$x_{i0} = \exp\left(\theta_i\right) \Big/ \sum_{j \in J_{\leftrightarrow}} \exp\left(\theta_i u_{ij} / u_{i0}\right). \qquad (4.4.4)$$

Ожидаемую полезность для экономических агентов ($i \in N_E$) определим, основываясь на модели Г. Беккера:

$$u_{ij} = \left(1 - B\left(p_{ij}\right)\right) S_i + B\left(p_{ij}\right)\left(S_i - D_i\right) - \hat{G}_{ij} = S_i - B\left(p_{ij}\right) D_i - G_{ij}, \qquad (4.4.5)$$

где: $p_{ij}$ – вероятность задержания и наказания агента $i$ в зоне $j$;

$B(\cdot)$ – представление агента о вероятности;

$S_i$ – математическое ожидание дохода агента $i$;

$D_i$ – денежная величина потерь в случае наказания за нарушение границы;

$G_{ij}$ – ожидаемые расходы агента $i$, связанные с использованием зоны $j$ ($G_{i0} = 0, j \in J_0$).

Если агент действует самостоятельно ($j \in J_S$) и поддерживается режим пограничной зоны, то $G_{ij}$ есть сумма денежных расходов агента на самостоятельное обследование участков границы (пунктов пропуска) региона. При $j \in J_I$ $G_{ij}$ есть расходы агента на получение информации от СВ о состоянии системы охраны границы, при $j \in J_C$ – плата за использование канала правонарушения. Во втором и третьем случаях размер платы устанавливает СВ.

Для неэкономических агентов ожидаемую полезность определим [254]:

$$u_{ij} = 1 - B(p_{ij}). \tag{4.4.6}$$

Подчиненным неэкономическим агентам ($i \in N_{M\leftrightarrow}$) нет необходимости нести расходы, связанные с использованием зоны проникновения (за них это делают СВ). Для самостоятельных неэкономических агентов ($i \in N_{P\leftrightarrow}$) введем параметр $0 \le \delta_{ij} \le 1$ – доля агентов $i$-й группы, способных оплатить расходы за пользование зоны $j$. Для остальных агентов положим $\delta_{ij} = 1$.

Неэкономические агенты ($i \in N \backslash N_{E\leftrightarrow}$) принимают решение о выборе зоны проникновения, сравнивая представления о вероятности задержания и наказания в них с представлением о пороговой вероятности $B(p_{i0})$, $j \in J_0$. *Пороговая вероятность* $p_{i0}$ – это вероятность задержания и наказания, при которой агенты массово отказываются от попыток нарушения границы. Пороговая вероятность зависит от правоприменительной практики, тяжести наказания, профессиональных и социальных качеств, национальности агента.

### *4.4.3. КРИТЕРИЙ ПОГРАНИЧНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ*

Воспользовавшись производственной функцией вида (4.2.6) и зависимостями представления о параметрах (3.2.13–3.2.14) от расходов, мы можем в явном виде определить критерий пограничной безопасности.

Пусть $u_i$ есть ожидаемый ущерб общественной безопасности от одного агента $i$-й группы. Тогда математическое ожидание предотвращенного ущерба $w_i$ от действий агентов $i$-й группы вычисляется по формуле:

$$w_i = u_i A_i \left( x_{i0} + \sum_{j \in J_{\leftrightarrow} \backslash J_0} x_{ij} p_{zij} \right), \tag{4.4.7}$$

где $A_i$ – потенциальное количество (интенсивность) агентов $i$-й группы. То есть потенциальный ущерб является предотвращенным в следующих случаях: а) агент отказался от попытки нарушения границы (вероятность отказа – $x_{i0}$); б) агент сделал попытку нарушения и был задержан.

Соответственно, математическое ожидание ущерба от действий агентов $i$-й группы равно:

$$U_i = u_i A_i - w_i. \qquad (4.4.8)$$

Критерий пограничной безопасности определяется как предотвращенный ущерб за вычетом расходов на пограничные и информационные воздействия 1-3-го видов:

$$W = \sum_{i=1,\dots,n} w_i - y_0 - y_{1+} - y_{2+} - y_{3-}, \qquad (4.4.9)$$

где: $y_0$ – расходы на пограничные воздействия;

$y_{1+}$ – расходы на информационные воздействия 1-го типа (представление о вероятности наказания выше реальной вероятности);

$y_{2+}$ – расходы на информационные воздействия 2-го типа (представление о вероятности задержания выше реальной вероятности);

$y_{3-}$ – расходы на информационные воздействия 3-го типа (представление о пороговой вероятности ниже реальной вероятности).

В работе «Модели пограничного сдерживания» [254] выполнены расчеты для трех групп агентов (террористы, контрабандисты и нелегальные мигранты). Модель пограничного сдерживания позволяет вычислять оптимальные значения критерия пограничной безопасности на участке приграничного региона. На рис. 4.4.4 показаны показатели пограничной безопасности.

Из рисунка видно, что оптимальное значение критерия достигается при расходах на охрану границы $y_0$ = 900 млн. При этом значении критерия вероятность задержания контрабандистов равна 0,3, представление о вероятности задержания – 0,49, примерно 89 % контрабандистов выбирают законную деятельность.

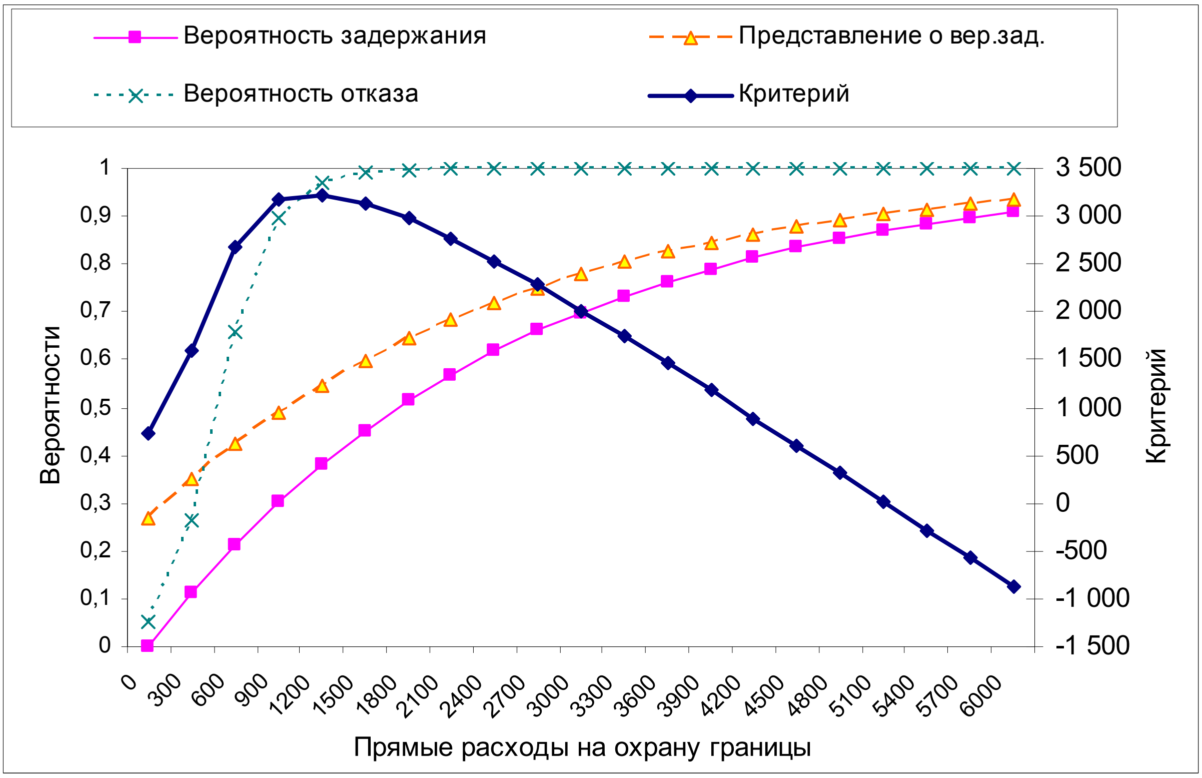



Рис. 4.4.4. Показатели пограничной безопасности в условиях информационных воздействий (только по контрабандистам)

Расчеты по анализу чувствительности модели показывают, что точность расчетов на 30–40 % определяется точностью учета следующих факторов [254]:

- ожидаемое количество потенциальных нарушителей;
- ожидаемый ущерб от одного нарушителя.

### *4.4.4. Теоретико-игровой подход к задаче пограничного сдерживания*

В работе [118] рассмотрена задача распределения пограничных ресурсов с использованием равновесия Штакельберга. Опишем задачу пограничного сдерживания в терминологии игры полковника Блотто [162].

***Модель пограничной системы и субъектов воздействия***

Пограничная система (далее, ПС) может иметь неограниченный бесконечно делимый ресурс, денежный эквивалент которого равен $R$ (денежные средства, оборудование, расходные материалы и т.п.). Множество $X$ допустимых действий – распределение ресурса по множеству пограничных участков $N = \{1, \ldots, n\}$ (подразделений, каналов):

$$X = \left\{ x \in \Re^n : x_j \geq 0, \ \sum_{j=1}^{n} x_j = R < +\infty \right\}, \quad (4.4.10)$$

где $x_i$ – выделяемый $i$-му подразделению ресурс.

Имеется два класса агентов (субъектов воздействия со стороны пограничной службы), пытающихся с сопредельной территории проникнуть в регион:

$A$ – количество агентов, действующих из экономических побуждений (экономические агенты);

$B$ – количество агентов, действующих из неэкономических побуждений (институциональные агенты).

Предположим, что известно их количественное распределение по $l$ и $m$ группам соответственно:

$$\sum_{i=1}^{l} A^i = A, L = \{1, \ldots, l\}, \quad (4.4.11)$$

$$\sum_{i=1}^{m} B^i = B, M = \{1, \ldots, m\}. \quad (4.4.12)$$

В случае успешного нарушения границы агент $i$-й группы наносит ущерб общественному благосостоянию в размере $u^i$ и $v^i$ соответственно. Отметим, что ущерб $v^i$ от неэкономических агентов в денежном выражении иногда оценить трудно, поскольку их действия могут привести к краху существующего политического режима.

Пусть $y_j^i \in [0, A^i]$ ($z_j^i \in [0, B^i]$) – количество экономических (неэкономических) агентов группы $i$, выбравших участок $j$ или отказавшихся от попытки нарушения границы ($j = 0$). Множество допустимых действий агентов есть:

$$Y = \left\{ y \in \Re_l^{n+1} : y_j^i \geq 0, j \in N \cup \{0\}, \sum_{j \in N \cup \{0\}} y_j^i = A^i, i \in L \right\}, \quad (4.4.13)$$

$$Z = \left\{ z \in \Re_m^{n+1} : z_j^i \geq 0, j \in N \cup \{0\}, \sum_{j \in N \cup \{0\}} z_j^i = B^i, i \in M \right\}. \quad (4.4.14)$$

***Модель охраны границы***

Действия экономических агентов традиционно рассматриваются как угрозы среднего уровня, борьба с ними обычно ведется в рамках охраны границы (Border Control).

Эффективность охраны границы на участке $j$ может быть охарактеризована пограничной производственной функцией, то есть вероятность задержания экономических агентов на участке $j$ равна [254; 259]:

$$p_j = 1 - \exp(-\lambda_j x_j), \tag{4.4.15}$$

где $\lambda_j$ – параметр производственной функции.

Полезность альтернатив для экономического агента $i$ может быть определена на основе модели Г. Беккера [274]:

$$U_j^i = \left(1 - p_j P^i\right) S^i + p_j P^i \left(S^i - D^i\right) - G_j + \Delta S^i,$$

или

$$U_j^i = S^i - p_j P^i D^i - G_j + \Delta S^i,\ j = 1,\ldots, n, \tag{4.4.16}$$

где: $S^i$ – ожидаемый доход от незаконной деятельности агента $i$;

$D^i$ – денежный эквивалент наказания агента $i$ в случае его задержания и наказания;

$P^i$ – вероятность наказания агента $i$ в случае его задержания;

$G_j$ – трансакционные издержки, связанные с выбором участка $j$;

$\Delta S^i$ – дополнительная полезность, характеризующая отношение агентов $i$ к риску.

Трансакционные издержки $G_j$ определяются выбором участка (канала) и позволяют учесть риски, связанные с потерей времени (особенности рельефа и проходимости местности, транспортная доступность) и здоровья (особенности и правила применения оружия и т.д.).

Американский экономист М. Сесновиц [321] на основе статистики преступлений вычислил, что средний ожидаемый чистый доход преступников, занимающихся кражей с взломом, является отрицательной величиной. Данный факт говорит о том, что преступники, как правило, рискофилы, то есть их функция полезности выпукла. А.А. Васин и др. [57] показали, что при достаточно общих предположениях плотность функции $\Delta S^i$ унимодальна, а ставка риска монотонно убывает по $\Delta S^i$.

Полезность законной деятельности ($j = 0$) для агента $i$ равна:

$$U_0^i \equiv s^i, \tag{4.4.17}$$

где: $s^i$ – ожидаемый доход от законной деятельности агента $i$.

Сравнивая ожидаемую полезность $U^i = \max\limits_{j=1,\ldots,n} U_j^i$ от незаконной деятельности с полезностью законной $s^i$, агент $i$ принимает решение:

- отказаться от попытки нарушения границы (с вероятностью $Q^i = 1$), если $s^i \geq U^i$;
- попытаться нарушить границу ($Q^i = 0$), если $s^i < U^i$.

Формально вероятность $Q^i$ есть вероятность выбора нулевого участка (альтернативы) $j = 0$.

Цель ПС заключается в максимизации критерия эффективности охраны границы – предотвращенного ущерба за вычетом расходов на охрану границы [254]:

$$F(x,y) = \sum_{i=1}^{l} u^i \left( y_0^i + \sum_{j=1}^{n} p_j(x_j) y_j^i \right) - R \to \max. \tag{4.4.18}$$

Поскольку внутри одной группы агенты однородны, то каждую группу будем считать отдельным игроком, имеющим целью максимизацию полезности:

$$f_i(x,y) = s^i y_0^i + \sum_{j=1}^{n} U_j^i y_j^i \to \max. \tag{4.4.19}$$

В общем случае мы имеем игру ($l + 1$) лиц: $m$ игроков (субъектов воздействия) наблюдают распределение пограничных сил и средств по участкам $j = 1, \ldots, n$ и выбирают свои действия (выбор альтернативы $j = 0, 1, \ldots, n$). ПС «просчитывает» действия каждого из субъектов воздействия, определяет их распределения по участкам и, исходя из этого, максимизирует свою полезность. Мы имеем игру $\Gamma_1$, решение которой (равновесие Штакельберга) находится обратной индукцией и для двух игроков имеет вид [81]:

$$x^* \in \operatorname*{Arg\,max}_{x \in X,\, y \in R_y(x)} F(x, y), \tag{4.4.20}$$

$$y^* \in R_y(x^*) = \operatorname*{Arg\,max}_{y \in Y} f(x, y),$$

где $R_y(x)$ есть функция отклика (наилучшего ответа) субъекта воздействия на действия ПС.

Полагая, что субъекты воздействия не взаимодействуют между собой, получим правило для нахождения равновесия в игре $\Gamma_1$ $(l + 1)$ лиц:

$$x^* \in \operatorname*{Arg\,max}_{x \in X,\, y^1 \in R_{y^1}(x), \ldots, y^l \in R_{y^l}(x)} F(x, y), \tag{4.4.21}$$

$$y^{i*} \in R_{y^i}(x^*) = \operatorname*{Arg\,max}_{y^i \in Y^i} f_i(x, y),\ i = 1, \ldots, l.$$

***Решение игры охраны границы для двух игроков***

Если в приграничном регионе почти все агенты однородны (преимущественно мигранты или контрабандисты) то мы вправе рассмотреть игру двух лиц, опуская индекс $i$.

Предположим, что для всех $j = 1, \ldots, n$ выполняется неравенство:

$S - G_j + \Delta S > 0$

(то есть участок местности проходим для агентов). В противном случае такие участки исключаем из рассмотрения (на них не требуется выделение пограничных средств).

Наилучшим ответом ПС будет такое распределение ресурса, при котором на всех участках обеспечивается равенство полезности для каждого агента [119]. Тогда для нахождения оптимального распределения ресурса ПС необходимо решить задачу (агенты с одинаковой вероятностью выбирают любой из участков):

$$F(x, y) = uA\left(Q + \frac{1-Q}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(1 - e^{-\lambda_j x_j}\right)\right) - R \to \max, \tag{4.4.22}$$

$$U = S - (1 - e^{-\lambda_j x_j})PD - G_j + \Delta S,\ \ j = 1, \ldots, n, \tag{4.4.23}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = R, \tag{4.4.24}$$

$$Q = \begin{cases} 1, & s \geq U, \\ 0, & s < U. \end{cases} \tag{4.4.25}$$

Выражение (4.4.22) непосредственно следует из (4.4.18), выражение (4.4.23) есть требование обеспечения одинаковой полезности для агентов на всех участках (следует из (4.4.16)).

Подставив (4.4.23-4.4.24) в (4.4.22), получим целевую функцию ПС, зависящую от $U$ и $Q$:

$$F(U,Q) = uA\left(Q + \frac{1-Q}{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{S-U-G_j+\Delta S}{PD}\right) +$$

$$+\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{\lambda_j}\ln\left(1-\frac{S-U-G_j+\Delta S}{PD}\right) \to \max. \tag{4.4.26}$$

***1-й случай***. Предположим, что местность однородная и возможности ПС на всех участках одинаковы, то есть: $\lambda_j = \lambda$, $G_j = G$, $j = 1, \ldots, n$.

При $Q = 1$ полагаем, что сдерживание агентов выполняется при условии $U = s$ и выражение (4.4.26) примет вид:

$$F(s,1) = uA + \frac{n}{\lambda}[\ln(PD - S + s + G - \Delta S) - \ln PD], \tag{4.4.27}$$

$$PD - S + s + G - \Delta S > 0.$$

При этом оптимальные расходы ПС будут равны:

$$R^* = \frac{n}{\lambda}[\ln PD - \ln(PD - S + s + G - \Delta S)]. \tag{4.4.28}$$

Например, при $n$ = 10, $\lambda$ = 0,0001, $P$ = 0,5, $D$ = 1000, $S$ = 300, $s$ = 100, $G$ = 10, $\Delta S$ = 5 получим $R^*$ = 49.430.

Если легальный доход агентов невелик, то их сдерживание может оказаться трудной задачей. При $Q$ = 0 получим:

$$F(U,0) = \frac{uA}{PD}(S - U - G + \Delta S) +$$

$$+\frac{n}{\lambda}[\ln(PD - S + U + G - \Delta S) - \ln PD]. \qquad (4.4.29)$$

Вычислив производную по $U$ и приравняв ее к нулю, из (5.4.29) получим:

$$U^* = \frac{PDn}{\lambda u A} - PD + S - G + \Delta S.$$

Найденное значение $U^*$ получено в предположении, что $U^* < s$ и функция сдерживания не работает. Данная ситуация оправданна, например, в силу незначительного количества агентов или небольшого ожидаемого ущерба общественной безопасности.

Подставив найденное значение $U^*$ в (4.4.23), получим значение оптимальных расходов ПС:

$$R^* = \frac{n}{\lambda}[\ln\lambda + \ln u + \ln A - \ln n]. \qquad (4.4.30)$$

Оптимальные расходы определяются параметром $\lambda$ производственной функции, ожидаемым количеством $A$ агентов и ожидаемым ущербом $u$ общественной безопасности.

Например, при $n = 10$, $\lambda = 0{,}0001$, $A = 500$, $u = 1000$ получим $R^* = 160.944$.

Алгоритм вычисления оптимальных расходов в случае 1 заключается в вычислении оптимальных значений целевых функций $F(U, 0)$ и $F(U, 1)$, зависящих от легального дохода $s$, и вычислении оптимальных расходов ПС для большего из полученных значений целевой функции.

***2-й случай***: неоднородная местность и разные возможности пограничных подразделений на участках.

При $Q = 1$ имеем следующее значение целевой функции:

$$F(s,1) = uA + \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{\lambda_j} \ln\left(1 - \frac{S - s - G_j + \Delta S}{PD}\right),$$

причем оптимальные расходы по участкам вычисляются из условия:

$$s = S - (1 - e^{-\lambda_j x_j})PD - G_j + \Delta S, \; j = 1, \ldots, n,$$

и равны:

$$x_j = \frac{1}{\lambda_j}\left(\ln PD - \ln(PD - S + s + G_j - \Delta S)\right), \; j = 1, \ldots, n.$$

При $Q = 0$ получим:

$$F(U,0) = \frac{uA}{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{S - U - G_j + \Delta S}{PD} + \sum_{j=1}^{n}\frac{1}{\lambda_j}\ln\left(1 - \frac{S - U - G_j + \Delta S}{PD}\right),$$

$$F'(U,0) = \frac{-uA}{PD} + \sum_{j=1}^{n}\frac{1}{\lambda_j(PD - S + U + G_j - \Delta S)} = 0.$$

Из последнего выражения оптимальное значение $U^*$ находится численным методом. Тогда оптимальные расходы ПС по участкам будут равны:

$$x_j = \frac{1}{\lambda_j}\left(\ln PD - \ln(PD - S + U^* + G_j - \Delta S)\right), \; j = 1, \ldots, n.$$

Мы получили теоретико-игровое подтверждение справедливости важнейшего принципа охраны границы – непрерывности охраны по направлениям, времени и задачам. В условиях, когда организаторы трансграничных преступных групп не создают нелегальные каналы через границу, а только предоставляют информацию агентам о системе охраны границы в приграничном регионе (то есть сообщают место и время, где вероятность их задержания минимальна), оптимальная стратегия пограничной системы заключается в обеспечении одинаковой полезности агентов на всех участках. При этом ресурс распределяется неравномерно, поскольку имеются различия в физико-географических и тактических особенностях участков границы приграничного региона. При такой стратегии распределения ресурса у агентов отпадает потребность обращаться к организаторам трансграничной преступности для получения информации о системе охраны границы, что потенциально служит снижению вызовов и угроз пограничной безопасности.

***3-й случай***. Положим, что агенты (самостоятельно или с помощью организаторов нелегальных каналов через границу) правильно определяют возможности пограничных подразделений и точно оценивают транспортную доступность местности, но сравнение полезностей от законной и незаконной деятельности выполняют с ошибками. Такое поведение агентов достаточно типично при планировании ими своей деятельности на несколько лет вперед, когда приходится сталкиваться с различными неопределенностями.

В случае ограниченной рациональности агентов вероятность отказа от попытки нарушения границы равна [318; 333; 254]:

$$Q = \frac{e^{\theta}}{e^{\theta} + e^{\theta U/s}}, \tag{4.4.31}$$

где $\theta > 0$ – степень рациональности агентов. Для экономических агентов можно положить $\theta = 3$ [254].

Тогда выражение (4.4.26) можно записать в следующем виде:

$$F(U) = uA\left(\frac{e^{\theta}}{e^{\theta} + e^{\theta U/s}} + \frac{e^{\theta U/s}}{n\left(e^{\theta} + e^{\theta U/s}\right)}\sum_{j=1}^{n}\frac{S - U - G_j + \Delta S}{PD}\right) +$$

$$+\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{\lambda_j}\ln\left(1 - \frac{S - U - G_j + \Delta S}{PD}\right) \to \max. \tag{4.4.32}$$

Оптимальное значение $U^*$ находится численным методом.

***Замечание***. Все вышеизложенные рассуждения справедливы и для неэкономических агентов, если предположить, что последние максимизируют вероятность незадержания, то есть для неэкономических агентов [254]:

$$U_j = 1 - (1 - p_j)(1 - p_{Gj}),\ j = 1, \dots, n,$$

$$U_0 = 1 - p_0,$$

где: $p_0$ – пороговая вероятность (значение вероятности задержания и наказания, при которой агенты отказываются от попыток нарушения границы);

$p_{Gj}$ – вероятность задержания (нейтрализации) агентов на маршруте непосредственно после преодоления охраняемого рубежа.

***Решение игры охраны границы для нескольких игроков***

***4-й случай***. Рассмотрим условия случая 1 (однородность местности и одинаковые возможности ПС на всех участках: $\lambda_j = \lambda$, $G_j = G$, $j = 1, \ldots, n$), когда имеется $l_e$ групп рациональных экономических агентов. Агенты $i$-й группы ($i = 1, \ldots, l_e$) стремятся максимизировать полезность, выбирая альтернативу $j$.

Наилучший ответ ПС – такое распределение ресурса, при котором для каждой группы агентов обеспечивается равенство полезности на всех участках. Для нахождения оптимального распределения ресурса ПС необходимо решить задачу:

$$F(x,y) = \sum_{i=1}^{l_e} u^i A^i \left( Q^i + \frac{1-Q^i}{n} \sum_{j=1}^{n} \left(1 - e^{-\lambda x_j}\right) \right) - R \to \max, \quad (4.4.33)$$

$$U^i = S^i - (1 - e^{-\lambda x_j}) P^i D^i - G + \Delta S^i, \quad j = 1, \ldots, n, \; i = 1, \ldots, l_e, \quad (4.4.34)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = R, \quad (4.4.35)$$

$$Q^i = \begin{cases} 1, & s^i \geq U^i, \\ 0, & s^i < U^i, \end{cases} \quad (4.4.36)$$

где выражение (4.4.34) есть требование обеспечения одинаковой полезности на всех участках для каждой группы агентов.

Из выражения (4.4.34) следует, что одинаковая полезность внутри каждой группы достигается при $x_1 = \ldots = x_n = R/n$, то есть:

$$U^i(R) = S^i - (1 - e^{-\lambda R/n}) P^i D^i - G + \Delta S^i.$$

Для каждой $i$-й группы агентов найдем значение $R^i$, при котором обеспечивается равенство $U^i(R^i) = s^i$:

$$R^i = \frac{n}{\lambda}\left(\ln P^i D^i - \ln(s^i - S^i + P^i D^i + G - \Delta S^i)\right).$$

Множество $i = 1, \ldots, l_e$ групп агентов разобьем на непересекающиеся подмножества $i_1, i_2, \ldots, i_n$ исходя из условия:

$$R^{i_1} < R^{i_2} \ldots < R^{i_n}.$$

Целевая функция (4.4.33) в полученных точках имеет разрыв 1-го рода и равна:

$$F(R)=\sum_{i=1}^{l_e}u^i A^i\left(1+(Q^i-1)e^{-\lambda R/n}\right)-R,$$

или

$$F(R<R^{i_1})=\sum_{i=1}^{l_e}u^i A^i(1-e^{-\lambda R/n})-R,$$

$$F(R^{i_1}\le R<R^{i_2})=\sum_{i\in i_1}u^i A^i+\sum_{i\in(i_2,\dots,i_n)}u^i A^i(1-e^{-\lambda R/n})-R,$$

$$\dots$$

$$F(R=R^{i_n})=\sum_{i=1}^{l_e}u^i A^i-R.$$

Поиск локального максимума на каждом интервале тривиален и сводится к вычислению производной и приравниванию ее к нулю.

При этом количество агентов, успешно преодолевших границу, будет равно:

$$R^*<R^{i_1}:\ a=e^{-\lambda R^*/n}\sum_{i=1}^{l_e}A^i,$$

$$R^{i_1}\le R^*<R^{i_2}:\ a=e^{-\lambda R/n}\sum_{i\in(i_2,\dots,i_n)}A^i,$$

$$\dots$$

$$R^*=R^{i_n}:\ a=0.$$

Заметим, что в качестве параметров модели мы использовали ожидаемые количества агентов по каждой группе ($A^i$ и $B^i$) и ожидаемый потенциальный ущерб ($u^i$ и $v^i$) общественной безопасности от действий одного агента $i$-й группы.

В общем случае потенциальный ущерб существенно зависит от количества агентов, проникших через границу в приграничный регион. Так, при небольшом количестве нелегальных мигрантов ущерб от их деятельности может сводиться к неуплате налогов и одиночным уголовным преступлениям. При значительном количестве нелегальных мигрантов возможно возникновение межнациональных конфликтов со значительными моральными и материальными потерями.

Еще более катастрофичными могут оказаться последствия от массового проникновения террористов, повстанцев и представителей спецслужб других государств, что видно на примере некоторых стран Северной Африки.

## 4.5. КОМПЛЕКСНЫЕ МОДЕЛИ БЕЗОПАСНОСТИ

Рассмотренные выше модели пограничной безопасности уровней пограничный элемент – пограничное подразделение – приграничный регион ориентированы на повышение эффективности нейтрализации угроз низшего и среднего уровня. На уровне региона, в частности, учитывались потенциальные и реальные потоки нарушителей границы, их распределение по каналам (пункты пропуска или граница), уровень сотрудничества с пограничным ведомством сопредельного государства, плотность и лояльность приграничного населения, социально-экономические и другие факторы.

Модели более высокого уровня предназначены для оптимизации действий нескольких ведомств в борьбе с угрозами высшего уровня.

### *4.6.1. МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ РАСХОДОВ МЕЖДУ НЕСКОЛЬКИМИ ВЕДОМСТВАМИ*

В статье «Анализ национальной безопасности США – мексиканская граница» [333] авторами описана теоретико-игровая модель, учитывающая действия пограничной охраны на сухопутных участках границы вне пунктов пропуска и действия служб по контролю нелегальной миграции. Работа интересна тем, что на основе статистических данных о действиях правонарушителей и пограничной службы найдены статистические оценки всех параметров модели.

Модель включает в себя следующие подмодели:

- *подмодель выбора* – агенты (потенциальные нарушители границы) принимают решение о выборе альтернативы (нарушить границу или нет) исходя из максимизации ожидаемой полезности в условиях ограниченной рациональности. Авторами использовалась логит-модель, для которой они методом максимального правдоподобия нашли оценку параметра (степени рациональности агентов);

- *подмодель задержания* рассматривается как иерархическая игра, в которой первый шаг делает Правительство США, размещая некоторым образом силы и средства на границе. Подмодель позволяет учесть тактику действий правительства, которая заключается в следующем: правительство будет перераспределять пограничные патрули на те участки, где недавно зафиксированы нарушения; в свою очередь нарушители будут уходить на менее охраняемые участки границы;
- *подмодель выдворения* задержанных нарушителей рассматривается как система массового обслуживания. Заявками системы являются задержанные нарушители или лица, получившие судебное предписание о выдворении (среди таковых только 13% реально выдворяются за пределы США);
- *подмодель рынка нелегального труда* основана на использовании производственной функции Кобба-Дугласа с двумя факторами (неквалифицированные рабочие и капитал).

В ходе расчетов при существующей технологии охраны границы (15% границы с Мексикой контролируются техническими средствами наблюдения, в каждый момент времени на границе несут службу 1636 пограничных патрулей) вероятность бесконтрольного преодоления границы потенциальными террористами равна примерно 0,973.

Анализ расчетов показывает, что увеличение количества пограничных патрулей экономически более выгодно, чем увеличение числа инспекторов, проверяющих предприятия. Причем этот вывод справедлив как при реализации цели борьбы с незаконной миграцией, так и цели, заключающейся в пресечении террористов.

### *4.6.2. Модели противодействия терроризму*

***Классификация и обзор моделей***. В США разработка соответствующих исследований координируется и финансируется Министерством внутренней безопасности (DHS). Обзор важных с точки зрения DHS моделей анализа и синтеза дан в работе «A Survey of Operations Research Models and Applications in Homeland Security» [335]. Модели классифицированы по следующим основаниям:

- циклы деятельности (*planning* – планирование, *prevention* – предотвращение, *response* – реагирование, *recovery* – восстановление);
- категории:
  - *countermeasures* – контрмер: Biological, Chemical, Radiological and nuclear, high explosives – физические модели;
  - *component support* – эффективность направлений: border security, airline security, port and rail, truck; critical infrastructure protection – защита критически важной инфраструктуры;
  - *cyber security* – компьютерная и интернет-безопасность;
  - *emergency preparedness and response* – готовность к чрезвычайным ситуациям и реагирование).

В обзоре охарактеризованы и классифицированы более 60-ти работ. В частности, T. J. Sullivan и W. L. Perry [329] разработали основу для развития классификации террористических групп химического, биологического, радиологического и ядерного оружия с использованием эвристического метода распознавания образов, метода деревьев классификации и дискриминантного анализа.

Применительно к системам безопасности на транспорте ряд работ посвящен анализу устройств с целью повышения вероятности обнаружения и снижения интенсивности ложных тревог.

E. Pate-Cornell [309] с использованием байесовского анализа разработал метод ранжирования угроз и назначения приоритетов мерам безопасности и объектам.

В соответствии с федеральным законом [16] противодействие терроризму включает следующие направления деятельности:

- предупреждение терроризма, в том числе выявление и устранение причин и условий, способствующих совершению террористических актов (*профилактика терроризма*);

- выявление, предупреждение, пресечение, раскрытие и расследование террористического акта (*борьба с терроризмом*);
- минимизация и (или) *ликвидация последствий* проявлений терроризма.

В США используется трехуровневая концепция борьбы с терроризмом (разработка процедур государственной политики и управления; координация и контроль; оперативные процедуры для *сдерживания*, *предотвращения*, *противодействия* и *прогнозирования* террористической деятельности).

### 4.6.3. Методология географического профилирования и ее применение в задачах безопасности

В криминологии, теории безопасности и оперативно-розыскной деятельности применяется метод профилирования правонарушителей [280], под которым понимается поведенческий и следственный инструмент, который предназначен для оказания помощи следователям, чтобы профилировать преступника или правонарушителя. Частным случаем профилирования правонарушителей является *географическое профилирование* [316, 317] – розыскная методология анализа мест совершения серии преступлений с целью выявления места проживания преступника. Включает качественные и количественные методы. Используется для поиска субъектов, совершивших серийные убийства, изнасилования, поджоги, взрывы бомб и т.д.

Профилирование основывается на общенаучном методе абдукции [322], под которым понимается познавательная процедура принятия гипотез [159]. Абдукция впервые явно выделена Ч.С. Пирсом, который рассматривал абдукцию наряду с индукцией и дедукцией. Ч.С. Пирс считал, что, отбирая среди необозримого множества гипотез наиболее существенные, исследователи реализуют «абдукционный инстинкт», без которого невозможно было бы развитие науки. Согласно Пирсу, методология науки должна пониматься как взаимодействие 1) абдукции, осуществляющей принятие объяснительных правдоподобных гипотез, 2) индукции, реализующей эмпирическое тестирование выдвинутых гипотез, и 3) дедукции, посредством которой из принятых гипотез выводятся следствия [159].

В ряде случаев (бытовые преступления) определение места жительства преступника является тривиальной задачей. В других случаях, когда место совершения преступления целиком зависит от места положения цели (обстрел колонны, должностного лица) географическое профилирование невозможно. Географическое профилирование применяется, когда имеется множество целей преступления, которые более или менее равномерно распределены в пространстве и характер преступлений таков, что преступник должен совершать поездки от места жительства (тайника с СВУ и т.д.) до места преступления. Причем существует уверенность, что преступление совершено одним преступником (группой) [280].

На рис. 4.5.1 показана экспериментальная зависимость количества преступлений от расстояния между местом жительства (базы) преступника и местом преступления [280, P. 350].

Чтобы не демаскировать свое жилище, преступники крайне редко совершают преступления вблизи места жительства (тайника с оружием и т.д.). Зона вблизи места жительства преступника с очень низким количеством преступлений (или их отсутствием) называется *буферной зоной B*.

Вид distance-decay-функции объясняется теорией рационального выбора [274]. Г. Беккер утверждал, что преступники выбирают альтернативы исходя из анализа полезности (с учетом затрат). Если преступник выберет цель вблизи жилища, то высоки риски обнаружения и задержания. При значительном удалении цели от места жительства высоки транспортные и иные издержки.

С точки зрения теории ограниченной рациональности [164, 231, 254, 327] преступники не знают реальной прибыли, риска и издержек.

Их решения основываются на предполагаемой стоимости и представлении о риске.

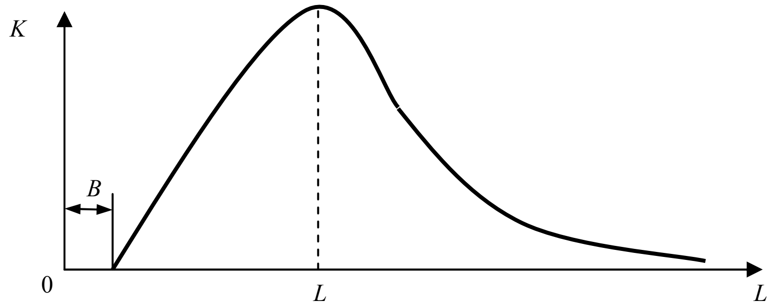



Рис. 4.5.1. Зависимость количества K преступлений от расстояния L между местом жительства преступника и местом преступления (distance-decay function)

Мода[1] $L_0$ distance-decay-функции зависит от пола и возраста преступника, его расы, характера преступления, транспортной инфраструктуры и других факторов. В частности, для коммерческих грабежей в Нидерландах эта величина равна 3,5 км [280].

На практике для определения вероятных мест базирования правонарушителей используются, как правило, следующие методы:

1. Метод окружности. Через две точки – координаты самых удаленных мест преступлений, проводится окружность. Центр окружности принимается за место жительства преступника.
2. Метод «центра масс». Вычисляется среднее арифметическое координат мест преступлений.
3. Метод с использованием формулы Rossmo.
4. Теоретико-игровой подход.

Территория с использованием электронной карты покрывается сеткой с квадратными ячейками. Вероятность того, что преступник находится в ячейке ($i$ – номер строки, $j$ – номер столбца) может быть вычислена по формуле Rossmo [316]:

$$P_{i,j} = k\sum_{c=1}^{T}\left[\frac{\phi}{\left(|x_i - x_c| + |y_i - y_c|\right)^f} + \frac{(1-\phi)B^{g-f}}{\left(2B - |x_i - x_c| - |y_i - y_c|\right)^g}\right], \qquad (4.5.1)$$

1 Мода – наиболее вероятное значение случайной величины.

где: $f = g = 1{,}2$ – параметры;

$k$ – параметр, обеспечивающий значение вероятности на отрезке [0, 1];

$T$ – количество преступлений;

$0 \le \phi \le 1$ – весовой коэффициент;

$B$ – радиус буферной зоны.

П. Шакариан и его коллеги в работе «Adversarial Geospatial Abduction Problems» [322] предложили теоретико-игровой подход к проблеме географического профилирования. Созданная на основе математической модели компьютерная программа SKARE прошла апробирование в Ираке для борьбы с повстанцами и террористами.

Тактика применения самодельных взрывных устройств (СВУ) террористами и повстанцами заключается в следующем [313]. Нападения с использованием СВУ осуществляются мелкими группами. В группе есть специалист по изготовлению СВУ, специалист по логистике и переносчик СВУ. Так же выделяется лицо, ответственное за установку и подрыв СВУ. Группы пользуются услугами информаторов и пособников из числа местного населения. Члены диверсионных групп не хранят СВУ дома. Для хранения используются склады (тайники, укрытия), к которым предъявляются определенные требования. Расстояние между складом и местом диверсии не может быть слишком малым, что чревато его раскрытием и уничтожением. С другой стороны, это расстояние не может быть слишком большим, поскольку велик риск быть обнаруженным на маршруте доставки. Обычно перевозка СВУ выполняется ночью, причем время доставки СВУ к месту диверсии не превышает одного-двух часов.

В программу SKARE введено ограничение – определенные нападения и тайники приписываются к одной диверсионной группе (или семейству групп). Для тестирования программы были взяты данные о диверсионных актах, совершенных в Багдаде (27х25 км) и его пригороде Садр-Сити (7х7 км) (табл. 4.5.1).

Точность определения координат тайника с СВУ по Багдаду составила 0,72 км. Низкая точность может быть объяснена значительной неоднородностью кварталов Багдада. Для более однородного по условиям совершения терактов пригорода точность составила 0,35 км [324].

Таблица 4.5.1.

Данные о диверсионных актах и их параметрах [324]

| Область | Число диверсионных актов | Минимальное расстояние $\alpha$, км | Максимальное расстояние $\beta$, км |
|---|---|---|---|
| Багдад | 73 | 0,6 | 1,98 |
| Садр-Сити | 40 | 0 | 1,06 |

Программа SKARE приспособлена для выявления тайников в городских кварталах, но мало пригодна для решения той же задачи в масштабе провинции Афганистана.

П. Шакариан внес доработки в теоретико-игровую модель, позволившую учитывать особенности рельефа двух провинций (площадь 580 на 430 км), социально-культурные аспекты (разные племена, живущие в провинциях), возможности и режим полетов бесплотных летательных аппаратов и других средств войсковой разведки [323]. Для тестирования доработанной программы SKARE2 в нее были введены данные по 203 террористическим актам (103 случая использовались для определения границ интервалов [$\alpha$, $\beta$] и 100 случаев для проверки точности прогнозирования мест СВУ). Программа SKARE2 позволяет определять местонахождение террористов и СВУ с точностью до 100 кв. км (в среднем это 4,6 села).

## 4.6. Обоснование состава пограничных средств для охраны ВБР в ИЭЗ

В соответствии со ст. 55 и ст. 57 Конвенции[1] ООН по морскому праву 1982 года *исключительная экономическая зона* (ИЭЗ) – это собой район, находящийся за пределами территориального моря и прилегающий к нему, и который подпадает под особый (смешанный) правовой режим. Внешняя граница исключительной экономической зоны

1 http://www.un.org/ru/documents/decl_conv/conventions/pdf/lawsea.pdf

не должна находиться далее 200 морских миль, отсчитываемых от исходных линий, от которых отмеряется ширина территориального моря. Прибрежное государство в ИЭЗ имеет суверенные права только в целях разведки, разработки и сохранения природных ресурсов (как живых, так и неживых) в водах, покрывающих морское дно, на морском дне и в его недрах.

Охрана водных (морских) биоресурсов (ВБР) возлагается на службу береговой охраны (США и др. страны) или иные государственные ведомства. Наряду с охраной ВБР (обеспечением исполнения требований законодательства о рыболовстве) на службы береговой охраны возлагаются и другие задачи, связанные с обеспечением национальной безопасности [331]: обеспечение безопасности портов, водных путей и побережья; противодействие противоправному ввозу наркотиков; борьба с нелегальной миграцией и др.

Моделирование действий подразделений береговой охраны обычно выполняется на следующих уровнях:

- операционный – оптимизация действий отдельных тактических единиц (корабль, самолет, беспилотное средство и т.д.);
- тактический – планирование и оптимизация действий подразделений (группы тактических единиц);
- стратегический – обоснование структуры и состава формирований береговой охраны.

В частности, в работе [325] отмечается, что при планировании на тактическом уровне нельзя опускаться на операционный уровень и планировать действия корабля в назначенном районе, поскольку это противоречит принципам управления. В основу моделирования действий по обеспечению национальной безопасности в морском пространстве положен теоретико-игровой подход, хорошо себя зарекомендовавший в задачах охраны сухопутных участков границы [333], международных аэропортов и воздушных рейсов [310]. Выполненные в области моделирования национальной безопасности исследования позволяют говорить о наличии специального класса задач (Security

Games) [300; 311], основанных на вычислении равновесия по Штакельбергу.

В работе [325] описана модель охраны морских портов и других объектов на побережье, основанная, в частности, на следующих идеях:

- для составления графиков патрулирования используется граф $G(V, E)$, вершины $V$ которого есть объекты охраны, а дуги $E$ – районы патрулирования; сокращение возможных графиков патрулирования достигается путем исключения доминируемых стратегий и объединения эквивалентных графиков (графиков с одинаковым значением выигрышей сторон);
- злоумышленники полагаются ограниченно рациональными, вероятности выбора им своих стратегий вычисляются с использованием логит-модели.

Отметим, что в настоящее время существует актуальная потребность в моделировании действий по охране ВБР в морских пространствах [10], но работ в данной области крайне мало и в них преимущественно рассматриваются аспекты, связанные с теорией рыболовства [33; 171; 208; 122].

### *4.6.1. Пограничная система и субъекты воздействия в ИЭЗ*

Нарушения в сфере охраны ВБР [79] можно разделить на два вида (основание классификации – тип пограничного средства, позволяющий выявить нарушение):

- нарушения, выявляемые в ходе досмотра группой, высаживаемой с пограничного корабля (вылов ВБР без разрешения, промысел обезличенными орудиями лова и т.д.);
- нарушения, выявляемые средствами наблюдения (ведение промысла без выдачи навигационных сигналов и др.).

Основными субъектами воздействия со стороны пограничной системы в ИЭЗ являются промысловые суда, ведущие незаконную добычу ресурсов (далее – агенты). Разделим агентов на некоторое количество непересекающихся групп в зависимости от типа судов, вида промысла, порта приписки и других факторов и рассмотрим далее некоторую $i$-ю группу, опуская индекс $i$.

Каждый агент (субъект воздействия) имеет следующий набор стратегий:

$j = 0$ – ведение законного промысла;

$j = 1$ – ведение незаконного промысла с регулярной выдачей навигационных данных и судовой отчетности;

$j = 2$ – ведение незаконного промысла без выдачи навигационных данных или с выдачей искаженных данных.

Пусть $s$ ($s_n$) есть ожидаемый доход агента от законной (незаконной) добычи ресурсов, $d_j$ – денежный эквивалент наказания (причем $d_0 \equiv 0$, $d_2 = d_1 + \Delta d$, $\Delta d > 0$), $\lambda$ – интенсивность прибытия в район агентов (в общем случае зависит от промысловой обстановки, удаленности района, эффективности действий пограничных средств, наличия квот и т.д.), $t_R$ – время пребывания агента в районе (суток).

Ожидаемая полезность $U_j$ агента при выборе им альтернативы $j$ (за один заход в ИЭЗ) может быть вычислена с использованием модели Г. Беккера:

$$U_j = s,\ j = 0, \tag{4.6.1}$$

$$U_j = s_n - p_j P_s d_j + \Delta S,\ j = 1, 2, \tag{4.6.2}$$

где: $p_j$ – вероятность досмотра судна (выбравшего альтернативу $j$), при котором обеспечивается обнаружение факта незаконной добычи;

$P_s$ – вероятность привлечения к ответственности капитана судна (судовладельца) в случае установления факта незаконной деятельности;

$\Delta S$ – дополнительная полезность, характеризующая отношение капитана судна (судовладельца) к риску.

Предположим, что пограничные средства состоят из двух типов – средства наблюдения (авиация, беспилотные летательные аппараты, космические средства и др.) и средства реализации обстановки (пограничные корабли).

Пусть имеется порученный для охраны район ИЭЗ площадью $S$. При наличии одного корабля ($m = 1$) он отвечает за охрану всего района. Если пограничных кораблей несколько ($m > 1$), то каждому из них назначается участок площадью $S / m$. Участки не пересекаются.

Возможности корабля характеризуются следующими показателями:

- $t_s$ – среднее время досмотра судна и при необходимости его задержания и доставления в ближайший порт (подчиняется показательному закону распределения);
- $t_m$ – среднее время перемещения корабля с целью досмотра следующего судна.

Время $t_m$ вычисляется по формуле:

$$t_m = l_m / v_k, \quad l_m = \alpha \frac{\sqrt{S}}{m}, \tag{4.6.3}$$

где: $v_k$ – скорость корабля; $\alpha \geq 0$ – параметр, характеризующий способ действий корабля [8] и конфигурацию района.

Если корабль несет службу в контрольной морской точке, то параметр $\alpha$ близок к нулю, в противном случае параметр определяется с учетом конфигурации участка несения службы, плотности судов в нем и выбранного режима досмотра судов. Заметим, что вычисление оптимального значения параметра $\alpha$ является самостоятельной теоретико-игровой задачей, которая решается в моделях более низкого уровня. В частности, если значение параметра $\alpha$ мало (выбирается для проверки ближайшее судно) то удаленные суда смогут почти безнаказанно вести незаконный промысел. Иначе время перемещения корабля резко увеличится, что скажется на его производительности. Интенсивность «обслуживания» кораблем судов равна:

$$\mu_k(m) = \left( t_s + \alpha \frac{\sqrt{S}}{m v_k} \right)^{-1}. \tag{4.6.4}$$

Средство наблюдения имеет задачу поиска в районе судов, не выдающих навигационных данных, или выдающих неверные данные. Учитывая, что скорость средства наблюдения значительно больше скорости судов, возможности средства наблюдения с круговым обзором могут быть приближенно оценены с использованием формулы Б. Купмана [127; 21; 35]:

$$p_{osn} = 1 - e^{-\gamma_s t_{sn}}, \ \ \gamma_s = \frac{2D_s v_s}{S}, \tag{4.6.5}$$

где: $\gamma_s$ – интенсивность поиска; $t_{sn}$ – время поиска; $D_s$ – дальность обнаружения цели средством наблюдения, $v_s$ – скорость средства наблюдения.

Пусть $\tau_{sn}$ есть ежедневное ресурсное (паспортное) время полета одного средства наблюдения. Тогда время поиска равно $t_{sn} = (\tau_{sn} - \Delta\tau_{sn})\, t_R$, где $\Delta\tau_{sn}$ – ежедневное время полета в район поиска и возвращения из него.

Если средств наблюдения несколько, то полагается, что они реализуют случайный поиск в районе и итоговая вероятность обнаружения судов, не выдающих навигационных данных, равна:

$$p_s(k) = 1 - (1 - p_{osn})^k. \tag{4.6.6}$$

Предположим, что соответствующая вероятность $p_s(k)$ обнаружения постоянна для каждого участка и суда равномерно распределены по участкам. Тогда пограничная система, состоящая из $m$ кораблей и $k$ средств наблюдения, может быть представлена идентичными одноканальными системами массового обслуживания (по числу кораблей) с ограниченным временем ожидания и ошибками.

На вход пограничной системы поступают заявки (суда) с интенсивностью $\lambda/m$. Обслуживанию подлежит следующий поток заявок:

$$\lambda_m = \lambda \frac{\chi}{m}\left(q_0 + q_1 + q_2 p_s(k)\right) = \frac{\chi}{m}\left(x_0 + x_1 + x_2 p_s(k)\right),$$

$$q_0 + q_1 + q_2 = 1,$$

где: $q_j$ – вероятность выбора агентом $j$-й стратегии; $x_j$ – интенсивность агентов, выбравших $j$-ю стратегию; $0 < \chi \leq 1$ – параметр, характеризующий возможности пограничной системы по мониторингу агентов. Содержательно параметр $\chi$ позволяет учесть возможности инспекторов, пребывающих на промысловых судах и возможности автоматизированных систем сбора и обработки информации о судах, судовладельцах и т.д.

Пограничный корабль не знает выбора агентом своей стратегии, поэтому организует досмотр судов случайным образом. Незаконная деятельность будет установлена (если она имеет место) в случае, если наступят все перечисленные ниже события:

- во время досмотра на борту судна будут находиться морепродукты;
- корабль, рассматриваемый как одноканальная система массового обслуживания с ограниченным временем ожидания, «обслужит» судно;
- судно, использующее стратегию $j = 2$, будет обнаружено средством наблюдения.

Факт незаконной деятельности иногда может быть установлен при проверке судна в любой момент его нахождения в районе (трал запрещенного типа и др.). Другие виды незаконной деятельности могут быть установлены только после завершения добычи ВБР. Если проверка судна выполняется не более одного раза, то у капитана судна появляется почти безрисковая возможность незаконной деятельности с момента проверки до момента выхода из района.

Пусть $0 \leq \beta_0 \leq \beta \leq 1$ есть параметр, характеризующий способ действий кораблей и технологию досмотра. Если проверка выполняется в контрольной морской точке, то $\beta \to 1$. При $\beta \to \beta_0$ (проверка в районе) досмотр с вероятностью $\beta_0$ позволит выявить факт незаконной деятельности. Повысить эффективность досмотра можно за счет увеличения интенсивности проверок судов, предусматривая повторные досмотры одного судна. Из содержательных предположений и статистики можно установить, как влияют повторные проверки на увеличение качества досмотра. Предположим, что увеличение интенсивности проверок в $\beta_\lambda$ раз обеспечивает вероятность $\beta_1$ обнаружения факта незаконной деятельности при повторной проверке.

Тогда вероятность того, что во время досмотра будет установлен факт незаконной деятельности, равна:

$$\varphi = 1 - (1 - \beta_0)(1 - \beta_1),$$

причем при $\beta_1 > 0$ интенсивность заявок следует увеличить в $\beta_\lambda$ раз.

Вероятность обслуживания заявки кораблем равна (в предположении, что кораблю неизвестна принадлежность агента к конкретной группе) [75]:

$$p_{smo}(m,k) = \begin{cases} 1 - \dfrac{\beta_\lambda \lambda_m}{\mu_k(m)} e^{-(\mu_k(m) - \beta_\lambda \lambda_m) t_R}, & \mu_k(m) > \beta_\lambda \lambda_m, \\ 0, & \mu_k(m) \le \beta_\lambda \lambda_m. \end{cases}, \quad (4.6.7)$$

Тогда вероятность досмотра судна, при котором обеспечивается установление факта незаконной деятельности, равна:

$$p_j = \varphi p_{smo}(m,k), \;\; j = 0, 1, \quad (4.6.8)$$

$$p_j = \varphi p_{smo}(m,k) p_s(k), \;\; j = 2. \quad (4.6.9)$$

Рассмотренные модели действий судов и пограничной системы позволяют сформулировать критерий охраны ресурсов в ИЭЗ и определить состав пограничных средств (количество кораблей и средств наблюдения), необходимых для реализации функции сдерживания незаконной деятельности в ИЭЗ.

### *4.6.2. Определение состава пограничных средств для реализации функции сдерживания*

В качестве критерия охраны ресурсов в ИЭЗ примем предотвращенный ущерб за вычетом расходов на пограничные меры [254], значение которого зависит от выбора агентами альтернатив и от количества кораблей и средств наблюдения:

$$F(x,y) = x_0 uT / t_R - r_m m / K_{kr} - r_k k / K_{sn} - r_e \to \max, \quad (6.4.10)$$

где: $u$ – ожидаемый ущерб от незаконной добычи ресурсов одним судном за одно посещение ИЭЗ;

$T$ – количество дней в году, в течение которых возможен промысел ВБР;

$r_m$ ($r_k$) – приведенная к одному году полная стоимость владения корабля (средства наблюдения);

$K_{kr}$ ($K_{sn}$) – коэффициент напряженности использования корабля (средства наблюдения) по назначению;

$x_0$ – интенсивность судов, ведущих законный промысел;

$r_e$ – ежегодные расходы на систему обеспечения.

Отметим, что ущерб считается предотвращенным, если судно ведет законный промысел ($j = 0$), что не исключает периодической его проверки.

Судовладельцы имеют цель максимизации ожидаемой полезности:

$$f(x,y) = \sum_{j=0}^{3} U_j x_j \to \max, \quad (6.4.11)$$

Будем считать, что агенты ведут наблюдение за системой охраны ИЭЗ; они рациональны и способны почти без ошибок сравнить ожидаемые полезности альтернатив и выбрать ту из них, при которой ожидаемая полезность максимальна. Тогда интенсивность судов, выбирающих альтернативу $j = 0$, равна:

$$x_0 = \begin{cases} \lambda, & U_0 = \max\limits_{j=0,1,2} U_j, \\ 0, & U_0 < \max\limits_{j=0,1,2} U_j. \end{cases} \quad (6.4.12)$$

Положим, что в случае равенства полезностей всех трех альтернатив, агент выберет законную деятельность.

Поскольку агенты ведут наблюдение за системой охраны ИЭЗ и цикл их деятельности короче цикла деятельности пограничной системы (цикла построения системы охраны ИЭЗ, включающего оснащение необходимым количеством кораблей и средств наблюдения), то мы имеем игру $\Gamma_1$, решение которой (равновесие по Штакельбергу) находится обратной индукцией. Равновесие по Штакельбергу реализуется, если агент выбирает действие $x \in X$ (одну из трех альтернатив), максимизируя свой выигрыш при известном ему на момент принятия решения действии пограничной системы. Соответственно, пограничная система, зная о таком поведении агента, выбором действия $y \in Y$ максимизирует свой выигрыш, считая заданной реакцию агента на свои действия [81].

Структура допустимого множества $Y$ зависит от поставленной задачи. В первом случае (законотворческая деятельность) множество $Y$ состоит из возможных видов наказания за незаконную добычу ресурсов и количественно выражается денежным эквивалентом наказания, во втором это множество состоит из количества кораблей и средств наблюдения и т.д. Далее будем считать, что правовые нормы стабильны, и рассмотрим второй случай.

Из выражений (6.4.1-6.4.2) находим условие сдерживания агентов (выбора ими нулевой альтернативы):

$$p_j \geq \frac{s_n - s + \Delta S}{P_s d_j} \equiv a_{1j},\ j = 1, 2. \tag{6.4.13}$$

Для альтернативы $j = 1$ имеем:

$$p_1 = \varphi p_{smo}(m,k) = a_{11},$$

или

$$a_{11} = \varphi \begin{cases} 1 - \dfrac{\beta_\lambda \lambda_m}{\mu_k(m)} e^{-(\mu_k(m) - \beta_\lambda \lambda_m) t_R}, & \mu_k(m) > \beta_\lambda \lambda_m, \\ 0, & \mu_k(m) \leq \beta_\lambda \lambda_m. \end{cases} \tag{6.4.14}$$

Решая уравнение (6.4.14) численным методом, найдем количество кораблей $m_1$ для альтернативы $j = 1$.

Для альтернативы $j = 2$ имеем:

$$a_{12} = \varphi p_s(k) \begin{cases} 1 - \dfrac{\beta_\lambda \lambda_m}{\mu_k(m)} e^{-(\mu_k(m) - \beta_\lambda \lambda_m) t_R}, & \mu_k(m) > \beta_\lambda \lambda_m, \\ 0, & \mu_k(m) \le \beta_\lambda \lambda_m, \end{cases} \quad (6.4.15)$$

$$p_s(k) = 1 - (1 - p_{osn})^k, \ \lambda_m = \lambda \frac{\chi}{m}.$$

Поскольку стоимость средства наблюдения значительно меньше стоимости корабля, то в выражение (6.4.15) достаточно подставить полученное значение $m_1$ (при меньшем значении агенты выберут альтернативу $j = 1$) и найти требуемое количество средств наблюдения $k_2$.

На завершающем этапе вычисляем значение целевой функции пограничной системы (6.4.10). Найденное количество пограничных кораблей и средств наблюдения обеспечивает реализацию функции сдерживания незаконной деятельности в ИЭЗ. Суда, ведущие промысел, должны подвергаться регулярной проверке, организуемой, например, с помощью датчика случайных чисел. Отметим, что полученное решение не должно подстраиваться под текущее поведение агентов (капитанов судов, судовладельцев). Если в условиях массового отказа агентов от незаконной деятельности снизить интенсивность проверок, то полезность незаконной деятельности агентов повысится, что приведет к значительным экономическим потерям государства.

### *4.6.3. Анализ модели определения состава пограничных средств на устойчивость и адекватность*

Изучение устойчивости модели обычно сводится к исследованию зависимости оптимального решения от параметров модели [160, С. 300-301]. В таблице 4.6.1 указаны диапазоны изменения исходных данных, при которых вычислялись пограничный критерий $F$, оптимальное количество кораблей $m^*$ и средств наблюдения $k^*$.

Таблица 4.6.1.

Диапазоны изменения исходных данных модели

| Наименование фактора | Мин. значение | Макс. значение |
|---|---|---|
| Вероятность обнаружения факта незаконной деятельности при повторной проверке, $\beta_1$ | 0 | 0,3 |
| Интенсивность судов, ведущих промысел, $\lambda$ | 20 | 30 |
| Дальность обнаружения судна в ИЭЗ одним средством наблюдения, $D_0$ | 5 | 10 |
| Полезность незаконной деятельности, $s_n$ | 2 | 3 |
| Полезность законной деятельности, $s$ | 1 | 1,5 |
| Вероятность привлечения к ответственности капитана судна в случае установления факта незаконной деятельности, $p_s$ | 0,6 | 0,75 |
| Денежный эквивалент наказания (при выдаче навигационных сигналов), $d_1$ | 8 | 12 |
| Денежный эквивалент наказания (если навигационный сигнал не подается), $d_2$ | 12 | 16 |
| Среднее время досмотра судна и при необходимости его задержания и доставления в ближайший порт, $t_s$ | 0,2 | 0,3 |
| Параметр, характеризующий способ действий корабля, $\alpha$ | 0,05 | 0,2 |
| Параметр $\beta_0$ | 0,5 | 0,75 |
| Время нахождения судна в районе, $t_R$ | 8 | 12 |
| $u = 10$; $T = 250$; $v_k = 60$; $v_s = 200$; $S = 90000$; $\Delta S = 0{,}1$; $r_m = 10$; $r_k = 0{,}2$; $r_e = 20$; $K_{kr} = 0{,}5$; $K_{sn} = 0{,}5$, $\beta_\lambda = 1{,}3$. | | |

Всего проведено $2^{12} = 4096$ вычислений названных показателей (полный факторный эксперимент, линейная модель [92]) и вычислены функции отклика:

$$\eta_F = 62439 - 5\,z_1 + 12495\,z_2 + 0\,z_3 - 0{,}14\,z_4 + 0{,}1\,z_5 + 0{,}06\,z_6 + 0{,}14\,z_7 + 0\,z_8 -$$

$$-5\,z_9 - 0{,}14\,z_{10} + 0{,}14\,z_{11} + 0{,}06\,z_{12};$$

$$\eta_m = 3{,}5 - 0{,}01\, z_1 + 0{,}5\, z_2 + 0\, z_3 + 0{,}02\, z_4 - 0{,}01\, z_5 - 0{,}01\, z_6 - 0{,}02\, z_7 + 0\, z_8 +$$
$$+ 0{,}05\, z_9 + 0{,}02\, z_{10} - 0{,}02\, z_{11} - 0{,}01\, z_{12};$$
$$\eta_k = 2 - 0{,}004\, z_1 + 0{,}002\, z_2 - 0{,}003\, z_3 + 0{,}004\, z_4 - 0{,}003\, z_5 - 0{,}002\, z_6 + 0{,}004\, z_7 -$$
$$- 0{,}003\, z_8 + 0{,}002\, z_9 + 0{,}003\, z_{10} - 0{,}004\, z_{11} - 0{,}004\, z_{12}.$$

Средние значения показателей (критерия, оптимального количества кораблей и средств наблюдения) соответственно равны: 62439, 3,5 и 2. На примере функции отклика $\eta_m$ видим, что факторы 3 и 8 не оказывают влияния на оптимальное количество кораблей, вклад факторов 1, 5, 6 и 12 малозначителен. Наиболее значимым является 2-й фактор: изменение интенсивности судов с 20 до 30 требует увеличения количества кораблей на пол-единицы. Средне-значимыми являются 4-й, 7-й, 10-й и 11-й факторы, причем изменение значения 11-го фактора с 0,5 до 0,75 приводит к снижению потребного количества кораблей.

Как видим, при изменении исходных данных в указанных диапазонах, модель устойчива. Дополнительные расчеты показали, что модель теряет устойчивость при существенном снижении значений факторов 7-го и 8-го, что с содержательной точки зрения объяснимо: при неэффективной системе наказания функция сдерживания перестает работать.

Обычно под адекватностью модели понимается устойчивость поведения не модели, а реальной системы относительно ошибок моделирования [160, С. 301]. Оптимальные решения могут оказаться неоптимальными при малых вариациях параметров модели. Этот недостаток преодолевается за счет включения в множество оптимальных решений так называемых приближенных решений. То есть вместо рассмотрения фиксированной модели реальной системы необходимо исследовать семейство моделей.

С момента принятия решения об облике (образе) системы охраны ВБР до ее реализации и завершения жизненного цикла элементов системы может пройти более 10 лет. В этой связи необходимо выполнить прогноз изменения факторов, указанных в таблице 4.6.1, на достаточно большой срок. Очевидно, что точный прогноз обстановки на такой срок невозможен. Представляется обоснованным выполнять расчеты по нескольким вариантам [272]: вероятное развитие обстановки (оптимистичное и пессимистичное); маловероятное, но способное привести к большим рискам и потерям для государства и общественного благосостояния.

### *4.6.4. ТАКТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЫБОРА ПОГРАНИЧНЫМ КОРАБЛЕМ СУДНА ДЛЯ ПРОВЕРКИ*

Существующие информационные системы позволяют хранить и обрабатывать информацию об истории действий судна в ИЭЗ, о судовладельце и т.д. [208]. Пусть в зоне ответственности пограничного корабля ведут промысел $N$ судов и по каждому $i$-му судну есть история его действий. Система наказания настроена таким образом, что денежный эквивалент $d_i$ наказания $i$-го судна зависит от предистории. Положим, что ожидаемые доходы $s$ от законной деятельности и значения $d_i$ ($i = 1, \ldots, N$) являются общим знанием. Пограничный корабль за время службы способен проверить $M < N$ судов. Полагается, что в ходе досмотра достоверно определяется факт ведения незаконной деятельности.

Целевая функция пограничного корабля имеет вид:

$$F(v,w) = \sum_{j=1}^{M}\sum_{i=1}^{N}\left[v_i w_{ij} d_i - v_i (1 - w_{ij}) u\right] \to \max, \tag{4.6.16}$$

$$\forall i : \sum_{j=1}^{M} w_{ij} \le 1, \tag{4.6.17}$$

$$\sum_{j=1}^{M}\sum_{i=1}^{N} w_{ij} = M, \tag{4.6.18}$$

где: $v_i = \{0, 1\}$ – действие $i$-го судна (0 – ведение законной деятельности, 1 – незаконной);

$w_{ij}$ = {0, 1} – действие корабля (0 – не проверять, 1 – досмотреть) по отношению к $i$-му судну в $j$-м досмотре;

$u$ – ущерб от незаконной добычи ВБР.

Первое слагаемое под знаком суммы в (4.6.16) есть денежные поступления от наказаний, второе – непредотвращенный ущерб от незаконной добычи ВБР. Условие (4.6.17) запрещает повторные проверки одного и того же судна.

Предположим, что все суда ведут промысел, подчиняясь одному судовладельцу (выгодоприобретателю, руководителю преступной группировки), имеющему целевую функцию:

$$f(v,w)=\sum_{i=1}^{N}\left[(1-v_i)s+v_i s_n\left(1-\sum_{j=1}^{M}w_{ij}\right)-v_i d_i\sum_{j=1}^{M}w_{ij}\right]\to\max. \quad (4.6.19)$$

В биматричной игре пограничный корабль имеет $C_N^M=\dfrac{N!}{M!(N-M)!}$ стратегий, а агент – $2^N$ стратегий (размещения с повторениями).

Известно, что решение биматричной игры, заданной матрицами $A=[a_{kl}]_{m\times n}$ и $B=[b_{kl}]_{m\times n}$, сводится к задаче целочисленного программирования (смешанно-целочисленной системе неравенств) [190, С. 51]:

$$p_k\le x_k,\ k=1,\ldots,m, \quad (4.6.20)$$

$$0\le V_1-\sum_{l=1}^{n}a_{kl}q_l\le\left(\max_{k,l}a_{kl}-\min_{k,l}a_{kl}\right)(1-x_k),\ k=1,\ldots,m, \quad (4.6.21)$$

$$q_l\le y_l,\ l=1,\ldots,n, \quad (4.6.22)$$

$$0\le V_2-\sum_{k=1}^{m}b_{kl}p_k\le\left(\max_{k,l}b_{kl}-\min_{k,l}b_{kl}\right)(1-y_l),\ l=1,\ldots,n, \quad (4.6.23)$$

$$\sum_{k=1}^{m}p_k=1,\ \sum_{l=1}^{n}q_l=1, \quad (4.6.24)$$

$$p_k\ge 0,\ x_k\in\{0;1\},\ k=1,\ldots,m, \quad (4.6.25)$$

$$q_l\ge 0,\ y_l\in\{0;1\},\ l=1,\ldots,n, \quad (4.6.26)$$

$$V_1, V_2 \geq 0, \tag{4.6.27}$$

где: $V_1$ ($V_2$) – выигрыш пограничной стороны (агента);

$x_k = 1$, если стратегия первого игрока активна (ее вероятность $p_k > 0$), и $x_k = 0$ в противном случае;

$y_l = 1$, если стратегия второго игрока активна (ее вероятность $q_l > 0$), и $y_l = 0$ в противном случае;

Особенность рассматриваемой задачи заключается в необходимости нумерации сочетаний и размещений, например, в лексикографическом порядке [224]. Для нумерации строк будем использовать набор $b = (b_1, b_2, \ldots, b_N)$, элементы которого принимают значения $\{0; 1\}$. Если $b_j = 1$, то корабль проверяет $j$-е судно, иначе не проверяет, причем $\sum_{j=1}^{N} b_j = M$. Индексом сочетания называется порядковый номер $k$ этого сочетания в последовательности всех сочетаний, расположенных в лексикографическом порядке, $1 \leq k \leq C_N^M$. Набор $(b_1, b_2, \ldots, b_N)$ лексикографически предшествует набору $(a_1, a_2, \ldots, a_N)$, если для некоторого $i$, $1 \leq i < k$, имеет место $b_1 = a_1, \ldots, b_i = a_i$ и $b_{i+1} < a_{i+1}$. Например, при $M = 1$ и $N = 3$ получим следующие лексикографически упорядоченные сочетания: (0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0) с номерами $k = 1$, $k = 2$, $k = 3$.

Для вычисления значений целевой функции агента по значениям наборов $a$ и $b$ определим следующие операции:

$$0 \otimes_a 0 = s; \qquad 0 \otimes_a 1 = s; \; 1 \otimes_a 0 = s_n; \; 1 \otimes_a 1 = -d. \tag{4.6.28}$$

Соответственно, для вычисления значений целевой функции пограничного корабля определим следующие операции:

$$0 \otimes_k 0 = 0; \; 0 \otimes_k 1 = 0; \; 1 \otimes_k 0 = -u; \; 1 \otimes_k 1 = d. \tag{4.6.29}$$

Выражения (4.6.28) и (4.6.29) позволяют строить матрицы игры. Например, для случая $M = 1$ и $N = 3$, получим следующие матрицы:

| $F(a, b)$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | (0,0,0) | (0,0,1) | (0,1,0) | (0,1,1) | (1,0,0) | (1,0,1) | (1,1,0) | (1,1,1) |
| 1→(0, 0, 1) | 0 | $d_3$ | $-u$ | $d_3 - u$ | $-u$ | $-u + d_3$ | $-2u$ | $d_3 - 2u$ |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2→(0, 1, 0) | 0 | $-u$ | $d_2$ | $d_2 - u$ | $-u$ | $-2u$ | $d_2 - u$ | $d_2 - 2u$ |
| 3→(1, 0, 0) | 0 | $-u$ | $-u$ | $-2u$ | $d_1$ | $d_1 - u$ | $d_1 - u$ | $d_1 - 2u$ |

| $f(a, b)$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | (0,0,0) | (0,0,1) | (0,1,0) | (0,1,1) | (1,0,0) | (1,0,1) | (1,1,0) | (1,1,1) |
| 1→(0, 0, 1) | $3s$ | $s + s - d_3$ | $s + s_n + s$ | $s + s_n - d_3$ | $s_n + s + s$ | $s_n + s - d_3$ | $s_n + s_n + s$ | $s_n + s_n - d_3$ |
| 2→(0, 1, 0) | $3s$ | $s + s + s_n$ | $s - d_2 + s$ | $s - d_2 + s_n$ | $s_n + s + s$ | $s_n + s + s_n$ | $s_n - d_2 + s$ | $s_n - d_2 + s_n$ |
| 3→(1, 0, 0) | $3s$ | $s + s + s_n$ | $s + s_n + s$ | $s + s_n + s_n$ | $-d_1 + s + s$ | $-d_1 + s + s_n$ | $-d_1 + s_n + s$ | $-d_1 + s_n + s_n$ |

Заметим, что прежде чем решать систему (4.6.20)-(4.6.27), необходимо, чтобы все элементы матриц были неотрицательными величинами, чего легко добиться за счет аффинного преобразования. Например, ко всем элементам первой матрицы достаточно прибавить $2u$, ко всем элементам второй – максимальное значение штрафа $d_i$ ($i = 1, \ldots, N$).

Представляется целесообразным дальнейшее развитие модели по следующим направлениям:

- моделирование функций пограничной профилактики и информационного управления;
- создание комплекса (иерархии) моделей, начиная с операционного уровня, и заканчивая уровнем целеполагания.

## 4.7. Методика прогноза развития обстановки на внешних границах СНГ

Характерное время цикла проектирования и реализации пограничной политики на внешних границах государств – участников СНГ может составлять 20 лет и более. Для принятия обоснованных решений пограничным ведомствам необходимо иметь прогноз развития обстановки в государствах СНГ и в других крупнейших государствах (союзах, регионах), а также оценку (сценарии) влияния обстановки на трансграничные процессы и пограничную деятельность.

В настоящем разделе рассматривается Методика прогноза развития обстановки на внешних границах СНГ, основанная на разработках зарубежных [272] и отечественных исследователей [126].

Анализ геополитических, социально-экономических, технологических и других факторов позволяет выявить порождающие угрозы противоречия [126] (рис. 4.7.1).

Противоречия обусловлены главным образом происходящими процессами глобализации и вместе с тем регионализации и частичной автаркии (как реакция на глобализацию).

Угрозы на внешних границах СНГ связаны с попытками других государств вмешиваться во внутренние дела государств СНГ, ростом трансграничной преступности, сепаратизма и т.д.

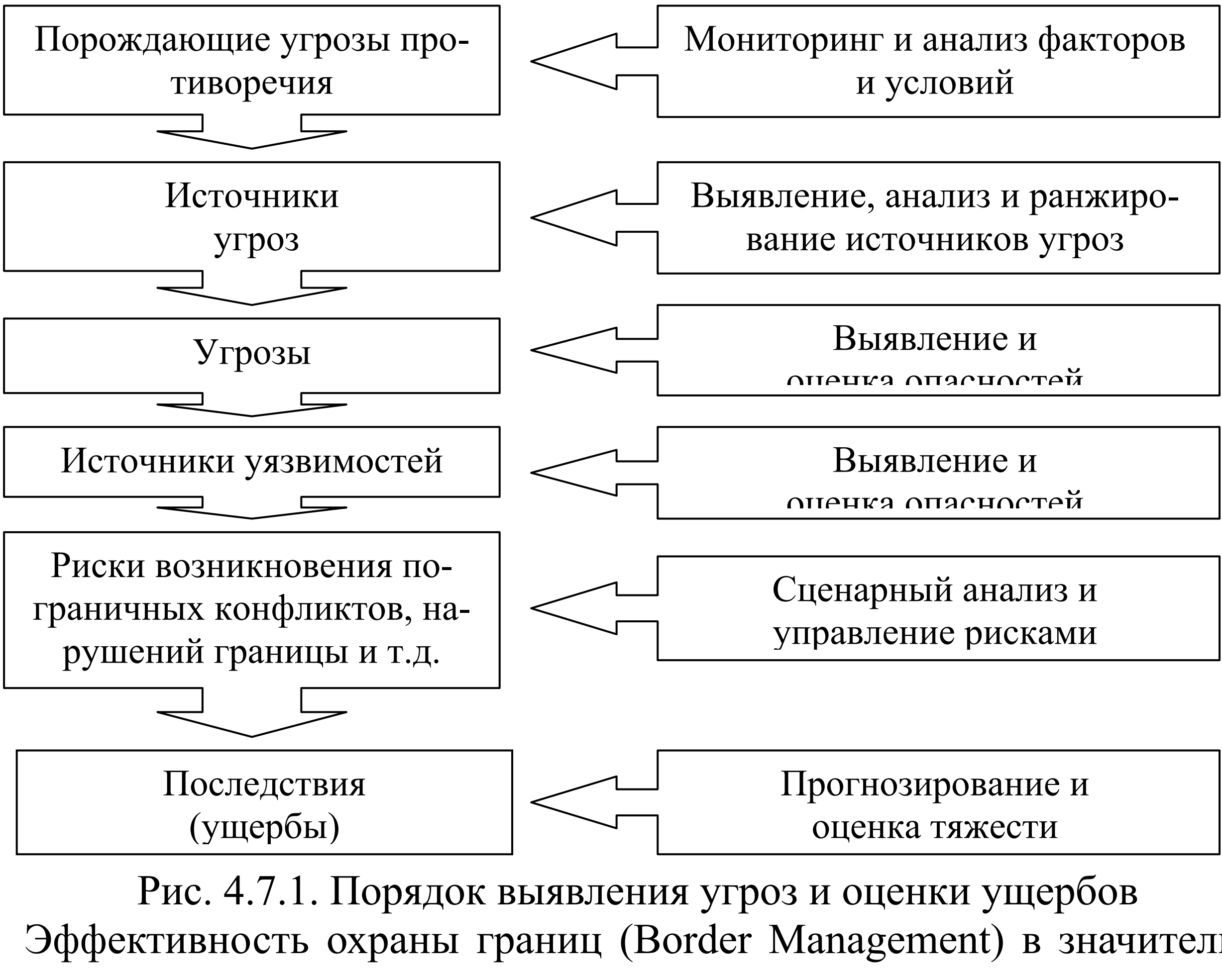



Рис. 4.7.1. Порядок выявления угроз и оценки ущербов

Эффективность охраны границ (Border Management) в значительной степени зависит от трансграничных потоков [272] (рис. 4.7.2).

По оценкам специалистов краткосрочные регулярные потоки возрастают на 2-4 % ежегодно в краткосрочной и долгосрочной перспективе [272].

Предсказание интенсивностей краткосрочных нерегулярных потоков (трансграничной преступности) только на основе открытых источников крайне затруднено как в краткосрочной, так и в долгосрочной перспективе.

Долгосрочные регулярные потоки достаточно стабильны. В частности, в ЕС интенсивность роста эти потоков снижается и в среднесрочной перспективе составит до 1 млн. чел. в год.

Оценка долгосрочных нерегулярных потоков затруднена. Тем не менее, анализ современных тенденций показывает, что интенсивность данных потоков будет возрастать в среднесрочной и долгосрочной перспективе.

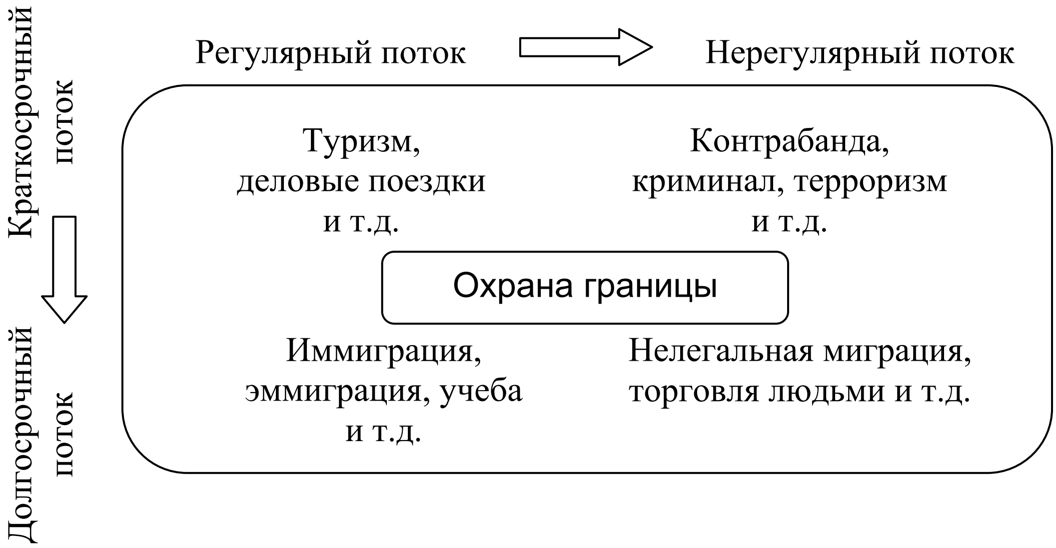



Рис. 4.7.2. Характеристики трансграничных потоков

Методика прогноза развития обстановки на внешних границах СНГ основывается на следующих принципах [272]:

- сочетание количественного и качественного прогнозов интенсивности трансграничных потоков. Оперировать количественным прогнозом можно только в предположении, что все другие тенденции остаются стабильными, что крайне маловероятно;
- значимость сценарного подхода;

- использование фьючерсного[1] подхода. Планирование и прогнозирование полезно, если оно является непрерывным процессом, а не разовым актом;
- сбор и интегрирование информации из различных источников, использование моделирования и экспериментов для оценки латентных потоков;
- обучение пограничников методике, методам и моделям оценки обстановки и прогнозирования;
- непрерывное насыщение пограничных подразделений и органов управления новыми технологическими системами создает новые риски и уязвимости;
- анализ рисков и прогнозирование тесно связаны между собой. Анализ рисков нельзя выполнить только по текущим данным. Прогнозы основываются на анализе рисков и распределениях ресурсов.

На ***первом этапе*** прогнозирования заполняется табл. 4.7.1 (для каждого из пограничных регионов) [272].

Таблица 4.7.1.

Характеристики трансграничного потока (образец)

| Тренд | Тип | Подтип | Причины | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Экономич. | Демографич. | … | Технологич. |
| *Краткосрочный регулярный поток* | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |

К причинам относятся следующие факторы:

- экономика;
- геополитика и внешние связи;
- идеология и религия;
- демография и этническая принадлежность;
- социальный фактор;

1 Фьючерс – это программная конструкция, указывающая на то, что результат некоторого вычисления будет использоваться в программе позже, но само вычисление может планироваться системой в любой произвольный момент времени.

- качество обслуживания, этика;
- экология;
- технология и социально-технические факторы;
- национальная (региональная) политика.

Тренды (потоки) группируются по рассмотренным четырем видам и классифицируются на типы и подтипы. Например, терроризм классифицируется по следующим признакам [183]:

1. По сфере проявления:

- политический;
- государственный;
- религиозный;
- националистический;
- общеуголовно-корыстный;
- криминальный;

2. По видам:

- обычный;
- ядерный, химический и биологический;
- электромагнитный;
- кибернетический;
- информационный;
- экономический.

***Второй этап*** прогнозирования обстановки заключается в построении сценариев[1]. Для прогноза обстановки на границах ЕС на ближайшие 50 лет используются четыре сценария. Основная идея использования сценариев заключается не в точном предсказании будущего, а в достижении понимания, как тренды событий в различных комбинациях могут изменять будущее. При разработке сценариев, связанных с пограничной безопасностью, безусловно должны исполь-

1 Сценарий (scenario) в прогнозировании – преимущественно качественное описание возможных вариантов развития исследуемого объекта при различных сочетаниях определенных (заранее выделенных) условий.

зоваться исследования, выполненные в рамках национальной обороны и безопасности, развития технологий, изменения климата и т.д.

Сценарии классифицируются по двум основаниям:

- сценарии, построенные на основе факторов с вероятностной неопределенностью;
- сценарии, построенные на основе неопределенных (катастрофичных) факторов.

Правдоподобно-популярные сценарии обычно отражают надежды и желания людей, их стремления к лучшему миру. Однако предпочтительность этих сценариев существенно зависит от социальной группы. Например, новые информационные технологии создают эффекты визуального присутствия и приводят к сокращению научных и деловых поездок в другие страны. Если этот тренд пограничниками может восприниматься как желаемый, то для гостиничной индустрии – катастрофичный.

Неопределенные сценарии могут иметь малую вероятность реализации, но потенциально огромное влияние в случае реализации.

Будущее не будет таковым, как описано ниже в четырех сценариях. Оно может содержать некоторые элементы из всех четырех или ни одного из них.

*Сценарий № 1.* Сценарий предполагает сохранение в будущем существующих тенденций: отсутствие глобальных потрясений, медленный рост экономики, локальные конфликты низкой интенсивности в некоторых государствах мира, сдвиг от религиозных позиций в сторону светских, старение европейского населения, ускоренное развитие государств БРИКС. Политика ЕС и национальные механизмы остаются прежними. По сценарию угрозы терроризма не снизятся, так как его источники находятся вовне. В тоже время в долгосрочной перспективе произойдет снижение миграционных потоков. С точки зрения охраны границ сценарий предполагает увеличение усилий в краткосрочной перспективе и постепенное их сокращение в последующие десятилетия.

*Сценарий № 2*. Сценарий предполагает развитие тенденций по худшим вариантам: экономический рост отсутствует, в соседних регионах происходят беспорядки и конфликты, рост изоляционизма. Большой приток нелегальных мигрантов приводит к реализации метафоры «разрозненных островов управления границами», укреплению национальных границ. Пограничникам будут предоставлены более широкие полицейские функции, но ресурсы на охрану границы будут сокращены. В долгосрочной перспективе будет отмечаться рост организованной трансграничной преступности и повышение миграционных потоков. Безопасность границ будет усиливаться за счет ужесточения наказаний за нелегальную миграцию и другие преступления.

*Сценарий № 3*. Происходит быстрое сближение уровней развития экономик ЕС и стран БРИКС, создается стабильный многополярный мировой порядок. Старение населения стран ЕС сокращается за счет увеличения рождаемости (2,1 ребенка на одну женщину). Развитие светской идеологии приводит к успеху политики мультикультурности. Политика охраны границ в большей степени будет руководствоваться соображениями защиты прав и свобод граждан, а не соображениями безопасности. Вместе с тем за счет совершения законодательства пограничники добьются значительных успехов в борьбе с контрабандой, незаконным оборотом наркотиков, торговлей людьми. В краткосрочной перспективе уровень международной преступности незначительно понизится. Внедрение новых технологий охраны границы приведет к снижению вероятности террористических атак и в долгосрочной перспективе – к прекращению нелегальной миграции.

*Сценарий № 4*. В результате воздействия неконтролируемых политических и социально-экономических факторов произойдет крах евро и распад ЕС, усилятся глобальные столкновения между различными государствами. Старение населения будет продолжаться. Произойдет всплеск миграционных потоков вследствие изменения климата и социальных катастроф. Уровень трансграничной преступности резко возрастет.

***Третий этап*** прогнозирования обстановки заключается в выработке рекомендаций по совершенствованию пограничной политики на основе анализа возможного развития обстановки по перечисленным сценариям.

В случае возникновения кризисных ситуаций пассажиропоток через границы может резко вырасти. Координационная служба (ФРОНТЕКС) и национальные пограничные ведомства должны обладать определенной организационной гибкостью и резервами, чтобы справляться с резкими изменениями интенсивности пассажиропотока.

Организованная трансграничная преступность способна эффективно адаптироваться к достижениям научно-технического прогресса и использовать его результаты в своих целях. В этой связи чрезмерное увлечение пограничных ведомств новыми технологиями может оказаться затратным и вместе с тем неэффективным в условиях усложнения организационных форм трансграничной преступности. Например, многие государства достигли значительного успеха в области безопасности полетов за счет применения аппаратуры для обнаружения взрывчатки. Однако эти технологии оказались бесполезны в случае террористического акта 11 сентября 2001 г., когда террористы нашли простое и вместе с тем чрезвычайно эффективное решение.

***Четвертый этап*** прогнозирования заключается в планировании и распределении ресурсов на пограничную деятельность. Этот этап может опираться на исследования связанные с анализом рисков и расчетом вероятностей потенциальных последствий различных сценариев.

## 4.8. Задачи для самостоятельного решения

***Задача 4.8.1***. Скорость БПЛА равна $v_b$ = 250 км/час, дальность обнаружения цели (судна-нарушителя) $D_o$ = 25 км, площадь района поиска $S_\Omega$ = 10000 км$^2$, контактная вероятность $\rho$ = 1, параметр поиска $\beta$ = 0,5. Определить время поиска, при котором вероятность обнаружения цели будет не ниже 0,8.

***Задача 4.8.2***. Участок границы с низкой плотностью приграничного населения протяженностью $L$ = 200 км в зимнее время суток охраняется с использованием БПЛА и тревожных групп, действующим по обстановке. Местность на участке равнинная, открытая. Время упреждения нарушителей $t_y$ = 9 час. Вероятность обнаружения признаков нарушения границы с помощью БПЛА равна ночью $\rho_1$ = 0,6, днем $\rho_2$ = 0,98. Продолжительность ночи $T_1$ = 15 ч., начало ночного времени – 19:00. В случае обнаружения нарушитель с вероятностью 0,8 задерживается. Определить потребное количество БПЛА исходя из требования обеспечения вероятности задержания нарушителей не ниже 0,5. Составить расписание полетов БПЛА.

***Задача 4.8.3***. Вероятности $p_j$ задержания нарушителей представлены в таблице:

| Показатель | Номер участка (пограничного подразделения) | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $p_j$ | 0,15 | 0,25 | 0,2 | 0,4 | 0,4 | 0,25 | 0,15 | 0,3 |

Найти распределение нарушителей по участкам при степени рациональности нарушителя $\theta_1$ = 3 и $\theta_2$ = 6.

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненные в последние десятилетия научные работы в области моделирования пограничной безопасности дают основания выделить в научной дисциплине «Погранология» самостоятельный раздел («Погранометрика»), исследующий математическими методами эффективность пограничной безопасности. Математические методы имеют множество возможностей, не затронутых в настоящей монографии, которая ориентирована прежде всего на первичное знакомство с погранометрикой. Эти возможности более детально описываются в литературе, приведенной в библиографии.

В условиях современной науки первостепенное значение приобретают проблемы организации и управления развитием науки. Концентрация и централизация науки вызвала к жизни появление общенациональных и международных научных организаций и центров, систематическую реализацию различных научных международных проектов. Научное сообщество пограничных ведомств ответственно за развитие и целостность отраслевой науки как профессии и ее эффективное функционирование, несмотря на то что профессионалы рассредоточены в пространстве и работают в различном общественном, культурном и организационном окружении. Актуальное оперативное взаимодействие внутри научного сообщества реализуется с опорой на хорошо структурированную и технологически оснащенную систему научной коммуникации – профессионального общения ученых, которая выступает главным средством самоорганизации этого сообщества и его взаимоотношений с реальной практикой.

С практической точки зрения представляется целесообразным решение следующих задач:

- проведение международной научно-практической конференции с участием представителей научных и учебных заведений государств

– участников СНГ посвященной актуальным проблемам пограно-логии и ее преподавания в пограничных вузах;

- организация постоянно действующего семинара по проблемам погранологии под патронажем Координационной службы СКПВ с использованием современных информационных технологий;
- организация и ведение банка электронных данных с примерами и методиками расчетов по оценке эффективности и оптимизации пограничной безопасности.

Все это позволит ускорить процесс институциализации пограничной науки (погранологии и ее направлений), поскольку будет свидетельствовать о ее самостоятельности, об официальном признании роли науки в системе обеспечения пограничной безопасности, о претензии науки на участие в совершенствовании и развитии пограничной деятельности стран-участников СНГ. Наука как социальный институт имеет собственную разветвленную структуру и использует как когнитивные, так и организационные и моральные ресурсы.

Авторы будут признательны уважаемым читателям за любые конструктивные предложения и замечания по затронутым в работе проблемам.

# БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК


1. Концепция формирования системы обеспечения интересов Российской Федерации в пограничной сфере. Утверждена решением Государственной пограничной комиссии от 28 января 2005 г. (протокол № 1).
2. Наставление по охране государственной границы Республики Казахстан (пограничный наряд). Приказ Государственного комитета Республики Казахстан по охране государственной границы от 25 января 1996 г. N 21.
3. Основы пограничной политики Российской Федерации. Утверждены Президентом Российской Федерации 05.10.1996 г.
4. Постановление Межпарламентской ассамблеи государств – участников Содружества Независимых Государств от 28.10.2010 г. № 35-10 о модельном законе «О пограничной безопасности».
5. Постановление Межпарламентской ассамблеи государств – участников Содружества Независимых Государств от 03.12.2009 г. № 33-17
6. Постановление Межпарламентского Комитета Республики Беларусь, Республики Казахстан, Кыргызской Республики и Российской Федерации от 7 декабря 1998 г. №7-12 «О модельном законе «О пограничных войсках».
7. Постановление Правительства РФ от 24 февраля 2010 г. № 80 «Об утверждении Правил применения оружия и боевой техники при охране государственной границы Российской Федерации, исключительной экономической зоны и континентального шельфа Российской Федерации». Опубликовано в «Российской газете» - Федеральный выпуск № 5121 от 2 марта 2010 г.
8. Приказ ФСБ РФ от 26 сентября 2005 г. N 569 «Об утверждении Положения о порядке осуществления государственного контроля в сфере охраны морских биологических ресурсов».
9. Стратегия национальной безопасности Российской Федерации до 2020 года. Утверждена Указом Президента Российской Федерации от 12 мая 2009 г. № 537.
10. Стратегия развития морской деятельности Российской Федерации до 2030 года. Утверждена распоряжением Председателя Правительства Российской Федерации от 08.12.2010 № 2205-р.

11. Федеральный закон от 03.04.1995 № 40-ФЗ «О федеральной службе безопасности».
12. Федеральный закон от 1 апреля 1993 г. № 4730-I «О Государственной границе Российской Федерации».
13. Федеральный закон «О континентальном шельфе Российской Федерации».
14. Федеральный закон «Об исключительной экономической морской зоне Российской Федерации».
15. Федеральный закон «О внутренних морских водах, территориальном море и прилежащей зоне Российской Федерации».
16. Федеральный закон от 26.02.2006 г. № 35-ФЗ «О противодействии терроризму».
17. Федеральный закон «Об информации, информатизации и защите информации» // Собрание законодательства Российской Федерации. 1995. № 8.
18. АБРАМЯНЦ Т.Г., БЕЛАНОВ Ю.А., МАСЛОВ Е.П., ЯХНО В.П. Поиск подвижного объекта по информационному признаку «след». Ч. 1. Общая структура оптимальной поисковой траектории // Проблемы управления, № 5. – 2009. – С. 61-68.
19. АБРАМЯНЦ Т.Г., БЕЛАНОВ Ю.А., МАСЛОВ Е.П., ЯХНО В.П. Поиск подвижного объекта по информационному признаку «след». Ч. 2. Оптимизация поисковых траекторий // Проблемы управления, № 6. – 2009. – С. 44-51.
20. АБРАМОВА Н.А. О развитии когнитивного подхода к управлению слабоструктурированными объектами и ситуациями // Тр. VII межд. конф. «Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций». – М.: ИПУ РАН, 2007. – С. 9-15.
21. АБЧУК В.А., СУЗДАЛЬ В.Г. Поиск объектов. – М.: Сов. радио, 1977. – 336 с.
22. АВАНЕСОВ Г. А. Криминология: учебник, 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во Акад. МВД СССР, 1984.
23. АЛЕКСЕЕВ В. В., НЕФЕДОВ С. А. Технологическая интерпретация истории второй мировой войны http://book.uraic.ru/elib/Authors/Nefedov/Science/Tehinterp3.html (дата обращения 10.04.2010)
24. АЛЕКСЕЕВ М. Лексика русской разведки. – М.: Международные отношения, 1996. – 128 с.
25. АНДЕРСОН Дж. Когнитивная психология. 5-е изд. – СПб.: Питер, 2002. – 496 с.

26. АНДРОННИКОВА Н.Г., ЛЕОНТЬЕВ С.В., НОВИКОВ Д.А. Процедуры нечеткого комплексного оценивания // Труды международной научно-практической конференции «Современные сложные системы управления». – Липецк: ЛГТУ, 2002. – С. 7-8.
27. АНОХИН П.К. Принципиальные вопросы общей теории функциональных систем / Принципы системной организации функций. – М.: «Наука», 1973. – С. 5-61.
28. АНОХИН П.К. Узловые вопросы теории функциональных систем. — М.: Наука, 1980. – 200 с.
29. АРАС Дж. Терроризм вчера, сегодня и навеки. – Баку: SADA, 2003. – 87 с.
30. АРАСЛАНОВ Ф.С., АЛЕКСЕЕВ А.А., ШИГОРИН В.И. Дрессировка служебных собак: Кайнар; Алма-Ата; 1987.
31. АРЗУМАНЯН Р. Теория и принципы сетецентричных войн и операций// «21-й ВЕК», № 2 (8), 2008 г. – С. 66-127.
32. БАКУЛЕВ П.А. Радиолокационные системы: учебник для вузов. – М.: Радиотехника, 2004. – 320 с.
33. БАРАНОВ Ф.И. Избранные труды. Т. 3. Теория рыболовства. – М.: Пищ. пром-сть, 1971.
34. БЕЛОЦЕРКОВСКИЙ Г.Б. Основы радиолокации и радиолокационные устройства. – М.: Советское радио, 1975. – 336 с.
35. БЕЛЯЕВА М.Б., МИТРОФАНОВ М.Ю. Новые результаты в теории поиска // Дискретный анализ и исследование операций, январь - июнь 2004. Серия 2. Том 11, № 1. - С. 26-50.
36. БЕЛЯКОВ С. А., БОРИСОВ В. И., ШУМОВ В. В. Введение в погранометрику. – М.: Пограничная академия ФСБ России, 2012. – 667 с.
37. БЕРНУЛЛИ Д. Опыт новой теории измерения жребия // Вехи экономической мысли. Т. 1. СПб.: Экономическая школа, 1999.
38. БЕРТАЛАНФИ Л. фон. Общая теория систем – обзор проблем и результатов. В кн.: Системные исследования. Ежегодник. – М.: «Наука», 1969. – 203с.
39. Библейская энциклопедия Брокгауза. Ф. Ринекер, Г. Майер. 1994. http://dic.academic.ru
40. БОГДАНОВ А.А. Всеобщая организационная наука: в 2 кн. – М.: Экономика, 1990, кн.1. – 304 с.; кн. 2. – 351 с.
41. БОЖЕДОМСКИЙ А. Битва за Крымск. Настоящая информвойна вокруг наводнения на Кубани продолжается в социальных сетях // Де-

ловая газета «Взгляд», 11.07.2012, http://www.vz.ru/politics/2012/7/9/587649.html (дата обращения – 11.07.12).

42. Большая советская энциклопедия, 3-е издание, Онлайн-версия на Яндексе.
43. Большой англо-русский и русско-английский словарь. 2001.
44. БОНДАРИК В.Н., КОЛОСОВА Е.В., КОРГИН Н.А. Применение неманипулируемых механизмов активной экспертизы и распределения ресурсов для решения задач оперативного проектного управления // СУИТ – 2012 - № 4.1 (46). – С. 119-123.
45. БОРИСОВ В.В., ФЕДУЛОВ А.С. Обобщенные нечеткие когнитивные карты // Нейрокомпьютеры: разработка, применение, № 4, 2004. – С. 3-20.
46. БОЯРСКИЙ В.И. На стороже Руси стояти. Страницы истории пограничной стражи Российского государства. – М.: Издательство «Граница», 1992. – 168 с.
47. БРАЙАНТ Д., ТОМПСОН С. Основы воздействия СМИ: пер. с англ. – М.: Изд. дом «Вильямс», 2004. – 432 с.
48. БУРЕНОК В.М. Философский фундамент военного строительства. Новый облик армии – высокая готовность предоставить оборонные услуги // «Независимое военное обозрение», 19.08.2011.
49. БУРКОВ В.Н., ГОРГИДЗЕ И.И., НОВИКОВ Д.А и др., Модели и механизмы распределения затрат и доходов в рыночной экономике. М.: ИПУ РАН, 1997. – 59 с.
50. БУРКОВ В.Н., ИСКАКОВ М.Б., КОРГИН Н.А. Применение обобщенных медианных схем для построения неманипулируемого механизма многокритериальной активной экспертизы / Проблемы управления, 2008 г., №4 С. 38-47.
51. БУРКОВ В.Н., КОНДРАТЬЕВ В.В., ЦЫГАНОВ В.В., ЧЕРКАШИН А.М. Теория активных систем и совершенствование хозяйственного механизма. – М.: Наука, 1984. – 272 с.
52. БУРКОВ В.Н., КОРГИН Н.А., НОВИКОВ Д.А. Введение в теорию управления организационными системами / Под ред. чл.-корр. РАН Д.А. Новикова. – М.: Либроком, 2009. – 264 с.
53. БУРКОВ В.Н., НОВИКОВ Д.А. Как управлять организациями. – М.: Синтег, 2004. – 400 с.
54. БУСЛЕНКО Н.П. Моделирование сложных систем / Н.П. Бусленко. – М.: Наука, 1978. – 399с.
55. ВАГНЕР Г. Основы исследования операций (в 3-х томах). – М.: Мир,

1972-1973.

56. ВАСИН А.А. Исследование операций: учеб. пособие для студ. вузов / А.А. Васин, П.С. Краснощеков, В.В. Морозов. – М.: Изд. центр «Академия», 2008. – 464 с.
57. ВАСИН А.А., КАРТУНОВА П.А., УРАЗОВ А.С. Модели организации государственных инспекций и борьбы с коррупцией // Математическое моделирование. – 2010. – Том 22, № 4. – С. 67-89.
58. ВАСИН А.А., МОРОЗОВ В.В. Введение в теорию игр с приложениями к экономике (учебное пособие). – М.: 2003. – 278 с.
59. ВАСИН А.А., НИКОЛАЕВ П.В., УРАЗОВ А.С. Об оптимальной организации контролирующей структуры // Доклады Академии Наук. 2012, Т. 444, №3, С. 262-265.
60. ВАЩЕНКО Т.В. Современные теории поведенческих финансов // Финансовый менеджмент. – 2006. № 2.
61. ВЕНТЦЕЛЬ Е.С. Исследование операций. – М.: Советское радио, 1972. – 552 с.
62. ВЕНТЦЕЛЬ Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология. – М.: Наука, 1988.
63. ВЕБЕР М. Избранные произведения. – М., Прогресс, 1990. – 805 с.
64. ВЕБЕР М. Основные понятия стратификации // Социс. 1994. № 5.
65. ВИНЕР Н. Кибернетика или управление и связь в животном и машине. – М.: Наука, 1983. – 338 с.
66. Война и мир в терминах и определениях: под общей ред. Д.О. Рогозина. – М.: Изд. дом «ПоРог», 2004.
67. ВОЛГИН Н.С. Исследование операций: учебник. – СПб.: ВМА им. Адмирала Флота Советского Союза Н.Г. Кузнецова, 1999. Ч.1 – 366 с., Ч. 2 – 334 с.
68. ВОЛКОВ И.К., ЗАГОРУЙКО Е.А. Исследование операций: учеб. для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 436 с.
69. ВОЛКОВА В.Н., ДЕНИСОВ А.А. Теория систем и системный анализ: уч. пос. – М.: Изд-во Юрайт, 2010. – 679 с.
70. ВЫБОРНОВ Р.А. Модели и методы управления организационными системами с коррупционным поведением участников. М.:ИПУ РАН, 2006. – 110 с.
71. ГАЛУШКО С. Силы специальных операций и война в Ливии. Аналитический доклад. – М.: Центр стратегических оценок и прогнозов,

www.csef.ru, 2011.

72. ГАЛЯЕВ А.А., МАСЛОВ Е.П. О задаче патрулирования рубежа // Известия РАН. Теория и системы управления, 2011, № 5,С. 153-163.

73. География. Современная иллюстрированная энциклопедия. — М.: Росмэн. Под редакцией проф. А. П. Горкина. 2006. – 624 с.

74. ГЕРМЕЙЕР Ю.Б. Введение в теорию исследования операций, М.: Гл. ред. физ.-мат. лит. изд-ва «Наука», 1971.

75. ГНЕДЕНКО Б.В., КОВАЛЕНКО И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. Изд. 4-е, испр. М.: Издательство ЛКИ, 2007. - 400 с.

76. ГОЛОВИН Н.Н. Исследование боя. Исследование деятельности и свойств человека как бойца. Книга 2. Статьи и письма. — М.: ВА ГШ ВС РФ, 1995. – 303 с.

77. ГОЛОВИН Н.Н. Наука о войне. О социологическом изучении войны. Париж: Издательство газеты «Сигнал», 1938.

78. ГОЛУНОВ С. Безопасность пограничных пространств / С. Голунов // Международные процессы, 2007, № 2.

79. Государственная граница, организованная преступность, закон и безопасность России / Под общ. ред. проф. А.И. Долговой. – М.: Российская криминологическая ассоциация. 2005. – 347 с.

80. ГУБАНОВ Д. А., НОВИКОВ Д. А., ЧХАРТИШВИЛИ А. Г. Социальные сети: модели информационного влияния и противоборства / Под ред. чл.-корр. РАН Д. А. Новикова. – М.: Изд-во физ.-мат. лит-ры, 2010. – 228 с.

81. ГУБКО М.В., НОВИКОВ Д.А. Теория игр в управлении организационными системами. Издание 2-е, М.: 2005. - 138 с.

82. ДАВЫДОВ Д.В. Военные записки. – М.: Воениздат, 1982. – 351 с.

83. ДАЛЬ В.И. Толковый словарь живого великорусского языка: в 4 т. - Спб., 1863-1866.

84. ДЕГТЕРЕВ Д.А. Введение в теорию игр для политологов и международников. – М.: МГИМО-Университет, 2010. – 92 с.

85. Демографический понятийный словарь / Под ред. проф. Л.Л. Рыбаковского. – М.: ЦСП, 2003. – 352 с.

86. ДЕНИСОВ А.А. Подавление циклов Бойда: опыт управления военными и политическими конфликтами 1999-2009 гг. // Информационные войны. 2010. № 2. – С. 2-13.

87. ДЕНИСОВ А.А., ДЕНИСОВА Е.В. Подавление циклов Бойда: полная схема управления постиндустриальным военным и политиче-

ским конфликтом // Информационные войны. 2010. № 4. – С. 26-37.

88. ДЕРГАЧЕВ В.А. Геополитическая энциклопедия, 2010.— Интернет-портал «Институт геополитики профессора Дергачева» www.dergachev.ru.

89. ДИЛЬТЕЙ В. Введение в науки о духе (фрагменты) // Зарубежная эстетика и теория литературы XIX—XX вв. Трактаты, статьи, эссе. — М., 1987.

90. ДМИТРИЕВ В.А. Роль и место погранологии в обеспечении пограничной безопасности государства. – М.: Изд-во ПА ФСБ России, 2012.

91. ДМИТРИЕВА С.И. Лимология: учебное пособие. – Воронеж: Изд.-полигр. центр ВГУ, 2008. - 112 с.

92. ЕРМАКОВ С.М., ЖИГЛЯВСКИЙ А.А. Математическая теория оптимального эксперимента: учеб. пособие. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 320 с.

93. ЖМУРОВ В.А. Большая энциклопедия по психиатрии, 2-е изд., 2012. http://vocabulary.ru

94. ИВЛЕВ А.А. Основы теории Бойда. Направления развития, применения и реализации. Монография. – М.: 2008. – В рукописи, 64 с.

95. ИВЧЕНКО Г.И., МЕДВЕДЕВ Ю.И. Математическая статистика: Учеб. пособие для втузов. - М.: Высш. шк., 1984. - 248 с.

96. ИЛЬЕНКОВ Э.В. Школа должна учить мыслить. – М.: Изд-во Московского психолого-социального института; Воронеж: Изд-во НПО «МОДЭК», 2002. – 112 с.

97. ИЛЬИН В. В., КАЛИНКИН А. Т. Природа науки: Гносеологический анализ. – М.: Высшая школа, 1985. – 230 с.

98. Институциональная политология: Современный институционализм и политическая трансформация России / Под ред. С.В. Патрушева. – М.: ИСП РАН, 2006. – 600 с.

99. Инструкция оператора абонентского пункта Автоматизированной системы оперативного обмена информацией Совета командующих Пограничными войсками // Приложение к Положению об Автоматизированной системе оперативного обмена информацией Совета командующих Пограничными войсками от 7.10.2011 г.

100. КАНКЕ В.А. Философия экономической науки: Учеб. пособие. – М.: ИНФРА-М, 2009. – 384 с.

101. КАРПОВ В.К. Как собаки определяют направление движения человека. http://kinologiya.blogspot.com/2011/03/blog-post.html (дата об-

ращения: 30.08.2012)

102. КАРПОВ Ю.Г. Имитационное моделирование систем. Введение в моделирование с Anylogic 5. – СПб.: БХВ-Петербург, 2009. – 400 с.
103. КАТАЛЕВСКИЙ Д. Ю. Основы имитационного моделирования и системного анализа в управлении: учебное пособие. – М.: Изд-во Московского университета, 2011. – 304 с.
104. КАТАЛЕВСКИЙ Д. Ю. Системная динамика и агентное моделирование: необходимость комбинированного подхода / www.xjtek.ru (дата обращения - 01.02.12 г.)
105. КАТУЛЕВ А.Н., СЕВЕРЦЕВ Н.А., СОЛОМАХА Г.М. Исследование операций и обеспечение безопасности: прикладные задачи: Учеб. пособие для вузов / Под ред. академика РАН П.С. Краснощекова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 240 с.
106. КИМ Д.П. Методы поиска и преследования подвижных объектов. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 336 с.
107. КИСЕЛЕВА М. В. Имитационное моделирование систем в среде AnyLogic: учебно-методическое пособие / М. В. Киселева. Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2009. – 88 с.
108. КЛАУЗЕВИЦ К. О войне. – М.: Госвоениздат, 1934. – 340 с.
109. КЛЕЙНЕР Г.Б. К методологии моделирования принятия решений экономическими агентами// Экономика и математические методы. Вып. 2003, Т. 39, № 2, С. 167-182.
110. КЛЮШИН В.Л. Высшая математика для экономистов: учебное пособие. – М.: ИНФРА-М, 2009. – 448 с.
111. КНОРРИНГ В. И. Теория, практика и искусство управления. Учебник для вузов. – 2-е изд., изм. и доп. – М.: Издательство НОРМА, 2001. – 528 с.
112. Когнитивная психология: учебник для вузов / Под ред. В.Н. Дружинина, Д.В. Ушакова. – М.: ПЕР СЭ, 2002. – 480 с.
113. Когнитивная психология / Р. Солсо. – 6-е изд. – СПб.: Питер, 2006. – 589 с.
114. Комментарии к Уголовному Кодексу РФ // www.labex.ru/page/kom_uk_map_main.html (дата обращения – 01.03.11 г.)
115. КОНДРАШИН И. Глоссарий философских терминов, 2006, http://terme.ru/dictionary/195/ (дата обращения – 01.03.12 г.).
116. КОНРАД Н.И. Сунь Цзы. Трактат о военном искусстве. М.: Воениздат, 1950.

117. КОРЕПАНОВ В.О., НОВИКОВ Д.А. Метод рефлексивных разбиений в моделях группового поведения и управления // Проблемы управления. № 1. М.: ИПУ РАН, 2011. – С. 21-32.

118. КОРЕПАНОВ В.О., ШУМОВ В.В. Модели пограничной безопасности / Геополитика: теория, история, практика: Труды I Международной научно-практической конференции. [Сборник статей]. – Выпуск 1. – М.: АНО Научно-издательский Центр «Пространство и время», 2012. – С. 114-119.

119. КОРЕПАНОВ В.О., ШУМОВ В.В. Распределение пограничных ресурсов с использованием равновесия Штакельберга // Пространство и время. В печати.

120. КОРОВИН Д.И. О нахождении функции полезности в теории Неймана-Моргенштерна// «Вестник ИГЭУ». Вып. 4. 2005.

121. КОРЯКИН Н.А. Прожекторы (теория и расчет). – М., Л.: Гос. энерг. издат. – 1934.

122. КОШКАРЕВА Л.А. Нормативное и методико-математическое обеспечение информационной системы мониторинга иностранных рыболовных судов: Автореф. дис. канд. технич. наук. – Владивосток., 2006. – 28 с.

123. КРАСНОЩЕКОВ П.С., ПЕТРОВ А.А. Принципы построения моделей. – М.: Изд-во МГУ, 1983. – 264 с.

124. Криминология: учебник для вузов / Под ред. д. ю. н., проф. А.И. Долговой. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Норма, 2005. – 912 с.

125. КУЗНЕЦОВА Н. И. Возникновение науки // Философия и методология науки. Ч. 1. – М.: SvR – Аргус, 1994.

126. КУЛЬБА В.В., КОСЯЧЕНКО С.А., ШЕЛКОВ А.Б. Методология исследования проблем обеспечения безопасности на железнодорожном транспорте / Управление большими системами. Выпуск 38. – М.: ИПУ РАН, 2012. – С. 5-19.

127. КУПМАН Б. Теория поиска. Ч. II. Обнаружение цели // Operations Research. – 1956. – V. 4. – № 5. – С. 503–531.

128. КУЧКОВ А.Ф., ЛУКАШЕВИЧ Н.Ф., ПОПОВ Г.П., ШУМОВ В.В. Математическое моделирование служебно-боевых действий пограничных войск: Учебник. В 3-х томах. – М.: Академия ФПС России, 1997.

129. ЛАПШИН Г.М. Методика расследования незаконного пересечения государственной Границы Российской Федерации: Автореф. дис. канд. юрид. наук. – СПб., 2002. – 23 с.

130. ЛАРИЧЕВ О.И. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных странах. - М.: Логос, 2002. – 290 с.
131. ЛЕМЕЩЕНКО П. С. Институциональная экономика: Учеб. пособие. – Мн.: ООО «ФУАинформ», 2003. – 490 с.
132. ЛЕОНОВ Г.А. Динамические принципы прогнозирования и управления // Проблемы управления, 2008, № 5. – С. 31-35.
133. ЛЕОНОВ Н. С. Информационно-аналитическая работа в загранучреждениях: учебное пособие. – М.: МГИМО, 1996. – 96 с.
134. ЛЕОНТЬЕВ А. Н. Деятельность. Сознание. Личность. – М.: Политиздат, 1975.
135. ЛЕОНТЬЕВ А. Н. Потребности, мотивы, эмоции. – М.: МГУ, 1971.
136. ЛЕПСКИЙ В.Е. Исходные посылки совершенствования системы национальной безопасности России (субъектно-ориентированный подход)/ Материалы Международной конференции «Путь в будущее – наука, глобальные проблемы, мечты и надежды» // 26–28 ноября, 2007, Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, http://spkurdyumov.narod.ru/Lepskiy30.htm (дата обращения 10.04.2011)
137. ЛЕТУНОВСКИЙ В.В. Наука побеждать. Менеджмент по Суворову / В. Летуновский. – М.: Альпина Паблишера, 2010. – 184 с.
138. ЛОПАТНИКОВ С.Л. Могущество есть свобода. http://www.contrtv.ru/print/1711/ (дата обращения 07.05.2010)
139. МАГНУС Я.Р., КАТЫШЕВ П.К., ПЕРЕСЕЦКИЙ А.А. Эконометрика. Начальный курс: Учеб. – 6-е изд., перераб. и доп. – М.: Дело, 2004. – 576 с.
140. МАЗОВЕР А. П., КРУШИНСКИЙ Л. В. Служебная собака. – М.: ВАП, 1994. – 576 с.
141. МАЙСТРЕНКО А. В. Информационные технологии в науке, образовании и инженерной практике: учебное пособие / А. В. Майстренко, Н. В. Майстренко. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2009. – 96 с.
142. МАСЛОУ А. Мотивация и личность. – СПб.: Издательство Питер, 2006. – 352 с.
143. Математическая теория планирования эксперимента / Под редакцией С.М. Ермакова. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1983. – 392 с.
144. Математические модели природы и общества / Н.Н. Калиткин, Н.В. Карпенко, А.П. Михайлов, В.Ф. Тишкин, М.В. Черненков. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 360 с.

145. Материалы постоянно действующего межведомственного научного семинара. Выпуск №1. – М.: ПА ФСБ России, 2008.
146. МЕДВЕДЕВ Д.А. Выступление на международной конференции «Современное государство и глобальная безопасность» 14 сентября 2009 г. Ярославль // Президент России. Выступления и стенограммы.
147. МЕССНЕР Е.Э. Всемирная мятежевойна. Жуковский; М.: Кучково поле. 2004. – 512 с.
148. МЕССНЕР Е.Э. Безграничный террор // Наши Вести, 1972, № 318.
149. Механизмы управления: Учебное пособие/ Под ред. Д.А. Новикова. М.: ЛЕНАНД, 2011. – 192 с.
150. МИНАЕВ Г.А, ПРОХОЖЕВ А.А. Менеджмент безопасности организации: теоретические основы. – М.: Русаки, 2003.
151. МИНАЕВ Г.А, ПРОХОЖЕВ А.А. Теория безопасности организации: учебное пособие. – М.: Изд-во РАГС, 2004.
152. МИТЮКОВ Н.В. Имитационное моделирование в военной истории. – М.: ЛКИ, 2007. – 280 с.
153. МИТЮКОВ Н.В. Определение жертв войн через Ланчестерские модели // Историческая психология и социология истории. – 2009. – №2. – С. 122–140.
154. МИХАЙЛЕНКО А.Н., ГРУЗДОВ С.В. Понятия угрозы и вызова национальной безопасности. На примере вступления России в ВТО // Научно-аналитический журнал Обозреватель – Observer, 2011. – Т. 253, № 2. – С. 57-63.
155. МОИСЕЕВ В.И. Философия и методология науки: учеб. пособие. – Воронеж: Центрально Черноземное книжное издательство, 2003. – 236 с.
156. МОИСЕЕВ Н.Н. Логика универсального эволюционизма и кооперативность //Вопросы философии, 1989. № 3.
157. МОРЗ Ф., КИМБЕЛЛ Д. Методы исследования операций. – М.: Советское радио, 1956. – 307 с.
158. На страже границ Отечества. История пограничной службы. Краткий очерк. – М.: Граница, 1998. – 607 с.
159. Новая философская энциклопедия: в 4 т. / Ин-т философии РАН; Нац. обществ.-науч. фонд; Предс. научно-ред. совета В. С. Степин. — М.: Мысль, 2000 — 2001. — ISBN 5-244-00961-3.
160. НОВИКОВ А.М., НОВИКОВ Д.А. Методология. – М.: СИНТЕГ, 2007. - 668 с.

161. НОВИКОВ Д.А. Игры и сети // Математическая теория игр и ее приложения, т. 2, в. 1, С. 107-124.

162. НОВИКОВ Д.А. Иерархические модели военных действий / Управление большими системами. Выпуск 37. – М.: ИПУ РАН, 2012. – С. 25-62.

163. НОВИКОВ Д.А. «Когнитивные игры»: линейная импульсная модель / Проблемы управления. – М.: ИПУ РАН, № 3, 2008. – С. 14-22.

164. НОВИКОВ Д.А. Методология управления. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012. – 128 с.

165. НОВИКОВ Д. А. Статистические методы в педагогических исследованиях (типовые случаи). М.: МЗ-Пресс, 2004. – 67 с.

166. НОВИКОВ Д. А. Структура теории управления социально-экономическими системами // Управление большими системами. 2009. № 24. С. 216-257.

167. НОВИКОВ Д.А. Теория управления организационными системами. М.: МПСИ, 2005. – 584 с.

168. Новиков Д.А. Управление проектами: организационные механизмы. – М.: ПМСОФТ, 2007. – 140 с.

169. НОВИКОВ Д.А., ЧХАРТИШВИЛИ А.Г. Активный прогноз. М.: ИПУ РАН, 2002. – 101 с.

170. НОВИКОВ Д.А., ЧХАРТИШВИЛИ А.Г. Рефлексивные игры. Серия «Управление организационными системами». - М.: СИНТЕГ, 2003. - 160 с.

171. НОРИНОВ Е.Г. Рациональное рыболовство: монография. – Петропавловск-Камчатский: КамчатТГУ, 2006. – 184 с.

172. НОСКО В.П. Эконометрика для начинающих (Дополнительные главы). – М.: ИЭПП, 2005. – 379 с.

173. Общая теория национальной безопасности: учебник / Под общ. ред. А.А. Прохожева. Изд. 2. – М.: Изд-во РАГС, 2005. – 344 с.

174. ОЖЕГОВ С.И., ШВЕДОВА Н.Ю. Толковый словарь русского языка (онлайн версия). http://www.classes.ru/

175. ОРЕ О. Теория графов. – М.: Наука, 1968. – 352 с.

176. ОРЛОВ А.И. Менеджмент: организационно-экономическое моделирование. Учебное пособие для вузов. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2009. - 475 с.

177. ОРЛОВ А.И. Организационно-экономическое моделирование: учебник: в 3 ч. Часть 1: Нечисловая статистика. – М.: Изд-во МГТУ им.

Н.Э. Баумана. – 2009. – 541 с.

178. ОРЛОВ А. И. Организационно-экономическое моделирование: учебник: в 3 ч. Ч.2. Экспертные оценки. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. – 486 с.
179. ОРЛОВ А.И. Прикладная статистика. Учебник. – М.: Издательство «Экзамен», 2006. – 671 с.
180. ОРЛОВ А.И. Теория принятия решений. Учебник. – М.: Издательство «Экзамен», 2006. – 576 с.
181. ОРЛОВ А.И. Эконометрика: учебник. 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство «Экзамен», 2004. – 576 с.
182. ОФФЕ К. Политэкономия: социологические аспекты // Политическая наука: новые направления. – М., 1996. – С. 657–672.
183. Основы противодействия терроризму: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / [Я.Д. Вишняков, Г.А. Бондаренко, С.Г. Васин, Е.В. Грацианский]; под ред. Я.Д. Вишнякова. – М.: Издательский центр «Академия», 2006.
184. Основы социологии терроризма. Коллективная монография. – М.: МГУ, 2008. – 351 с.
185. ОУЭН Г. Теория игр. – М.: Едиториал УРСС, 2004.
186. ПАВЛОВСКИЙ Ю.Н. О факторе Л.Н. Толстого в вооруженной борьбе / Математическое моделирование. Том 5, № 1, 1993. – С. 3-15.
187. Педагогика и логика. – М.: Касталь, 1993.
188. ПЕНСКОЙ В. В. Военная революция в Европе XVI-XVII веков и ее последствия// Новая и новейшая история. 2005. № 2. – С. 194-206.
189. ПЕЧЕРСКИЙ С.Л., БЕЛЯЕВА А.А. Теория игр для экономистов. Вводный курс: учебное пособие. – СПб.: Изд-во Европейского университета в Санкт-Петербурге, 2001. – 344 с.
190. ПИСАРУК Н.Н. Введение в теорию игр / Н.Н. Писарук. – Минск: БГУ, 2012. – 233 с.
191. ПЛАТОНОВ К. К. Краткий словарь системы психологических понятий. – М.: Высшая школа, 1981.
192. ПЛАУС С. Психология оценки и принятия решений / Перевод с англ. — М.: Информационно-издательский дом «Филинъ», 1998. — 368 с.
193. Пограничная политика Российской Федерации/ Под ред. А.И. Николаева. – М.: Граница, 1997. - 544 с.
194. Пограничный словарь / В.И. Боярский, В.Р. Девятов, В.А. Дмитриев, В.В. Сахаров. – М.: Академия ФПС РФ, 2002. – 280 с.

195. ПОДИНОВСКИЙ В.В., НОГИН В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. – М.: Наука, 1982. – 254 с.

196. ПОЛАНЬИ К. Великая трансформация: Политические и экономические истоки нашего времени. / Пер. с англ. А. А. Васильева, С. Е. Федорова и А. П. Шурбелева. Под общ. ред. С. Е. Федорова. – СПб.: Алетейя, 2002. – 320 с.

197. Политология: учеб. пособие / Под ред. А.С. Тургаева, А.Е. Хренова. – СПб.: Питер, 2005. – 560 с.

198. ПОЧЕПЦОВ Г.Г. Информационные войны. – М.: Рефл-бук, К.: Ваклер, 2000. – 576 с.

199. Психологическая энциклопедия, www.mirslovarei.com.

200. Психофизиология. Словарь / Авт. М. М. Безруких, Д. А. Фарбер // Психологический лексикон. Энциклопедический словарь в шести томах / Ред.-сост. Л. А. Карпенко. Под общ. ред. А. В. Петровского. – М.: ПЕР СЭ, 2006. – 128 с.

201. РАЙТ Р.Х. Наука о запахах. – М.: Мир, 1966. – 223 с.

202. РОЛЗ Д. Теория справедливости. — Новосибирск, 1995.

203. РОМАШЕВ Ю. С., ГАНЮШКИН Б. В., БАСКИН Ю. Я., КОРБУТ Л. В., АЛЕШИН В. В., ШУМИЛОВ А. Ю. Правовые основы погранологии: монография. – М.: Отделение погранологии МАИ, 2000. 294 с.

204. САВЕНКО В.Н. АСООИ СКПВ: состояние и перспективы развития // Пограничник Содружества, № 1, 2012. – С. 10-13.

205. САПРОНОВ В.В. Идеи к общей теории безопасности / ОБЖ. Основы безопасности жизни, №№ 1, 2, 3 за 2007.

206. Свободная Интернет энциклопедия www.wikipedia.org.

207. Сетевые войны: угроза нового поколения. – М.: Евразийское движение, 2009. – 200 с.

208. Система спутникового мониторинга рыболовства. Современное состояние и перспективы развития / Составители: Згуровский К.А., Приземлин В.В., Фомин С.Ю. – Москва-Мурманск: WWF России, 2008. – 80 с.

209. СКАЧКО П.Г., ВОЛКОВ Г.Т., КУЛИКОВ В.М. Планирование боевых действий и управление войсками с помощью сетевых графиков. – М.: Воениздат, 1968. – 145 с.

210. Словарь / Под. ред. М.Ю. Кондратьева // Психологический лексикон. Энциклопедический словарь в шести томах / Ред.-сост. Л.А. Карпен-

ко. Под общ. ред. А.В. Петровского. — М.: ПЕР СЭ, 2006. — 176 с.

211. Словарь иностранных слов. – М.: Русский язык, 1982. – 608 с.
212. Современный философский словарь /Под общей ред. В.Е. Кемерова. – 2-е изд. – Лондон, Франкфурт-на-Майне, Париж, Люксембург, М., Минск: «Панпринт», 1998.
213. Социологический словарь, www.mirslovarei.com.
214. Социология: Энциклопедия / Сост. А.А. Грицанов, В.Л. Абушенко, Г.М. Евелькин, Г.Н. Соколова, О.В. Терещенко, 2003.
215. СПИРКИН А.Г. Философия: учебник. – М.: Гардарика, 1998. – 816 с.
216. СТАРИНОВ И. Г. Мины замедленного действия – размышления партизана-диверсанта. – М.: Альманах «Вымпел», 1999. – № 1.
217. СТАРИНОВ И. Г. Солдат столетия / Под ред. И.И. Комаровой. – М., 2002.
218. СТЕПИН В. С. Философия науки. Общие проблемы: учебник для аспирантов и соискателей ученой степени кандидата наук / В. С. Степин. – М.: Гардарики, 2006. – 384 с.
219. СТЕПИН В.С., ГОРОХОВ В.Г., РОЗОВ М.А. Философия науки и техники: учебное пособие. – М.: Контакт-Альфа, 1995. – 372 с.
220. СУСЛОВ В.И., ИБРАГИМОВ Н.М., ТАЛЫШЕВА Л.П., ЦЫПЛАКОВ А.А. Эконометрия. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2005. – 744 с.
221. Тактика / Под ред. В.Г.Резниченко. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Воениздат. 1987. — 496 с.
222. Теория оперативно-розыскной деятельности: учебник / Под ред. К.К. Горяинова, В.С. Овчинского, Г.К. Синилова. – М.: ИНФРА-М, 2006. – 832 с.
223. Теория управления: учебник / Под общ. ред. А.Л. Гапоненко, А.П. Панкрухина. – М.: Изд-во «РАГС», 2008. – 560 с.
224. ТИМОШЕВСКАЯ Н.Е. О нумерации перестановок и сочетаний для организации параллельных вычислений в задачах проектирования управляющих систем / Известия Томского политехнического университета. 2004. Т. 307. № 6. – С. 18-20.
225. Толковый словарь русского языка: В 4 т./ Под ред. Д.Н. Ушакова. — М.: Гос. ин-т «Сов. энцикл.»; ОГИЗ; Гос. изд-во иностр. и нац. слов., 1935-1940.
226. ТОФФЛЕР Э. Война и антивойна: Что такое война и как с ней бороться. Как выжить на рассвете XXI века / Э. Тоффлер, Х. Тоффлер.

– М.: АСТ: Транзиткнига, 2005. – 412 с.

227. ТОФФЛЕР Э. Третья волна. – М.: АСТ, 2010. – 784 с.
228. ТРЕТЬЯКОВ В.Т. Как стать знаменитым журналистом: курс лекций по теории и практике современной русской журналистики / Предисл. С. А. Маркова. – М.: Ладомир, 2004. – 623 с.
229. ТЫНЯНОВА О.Н. К вопросу о теоретических основах пограничной безопасности // Погранология. Материалы постоянно действующего межведомственного научного семинара. – М.: Пограничная академия ФСБ России, Отделение погранологии Международной Академии информатизации. 2010. № 2.
230. ТУМАНЯН В.С. Понятие методологии политической науки (к постановке проблемы) / Вестник РАУ, № 5, 2007. – С. 4-19.
231. УИЛЬЯМСОН О. Поведенческие предпосылки современного экономического анализа // THESIS. Т.1. Вып.3. 1993. – С. 39-50.
232. ФАДЕЕВА Л.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие / Л.Н. Фадеева, А.В. Лебедев: под ред. Л.Н. Фадеевой. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Эксмо, 2010. – 496 с.
233. ФЕНЕНКО Ю.В. Социология управления: учеб. пособие / Ю.В. Фененко. – М. : ПКЦ Альтекс, 2005. – 236 с.
234. Физическая энциклопедия. – 1988-1999.
235. Философский словарь, www.philosophydic.ru.
236. Философский энциклопедический словарь. – М.: Сов. Энциклопедия, 1983.
237. ФРАДКОВ А.Л. Кибернетическая физика. – СПб.: Наука, 2003. – 208 с.
238. ФРИДМЕН М., СЭВИДЖ Л. Анализ полезности при выборе среди альтернатив, предполагающих риск // Теория потребительского поведения и спроса. – С. 208-249.
239. Хочешь мира, победи мятежевойну! Творческое наследие Е.Э. Месснера. – М.: Военный университет, Русский путь, 2005. – 696 с, ил. - (Российский военный сборник).
240. ХРОПАНЮК В.Н. Теория государства и права: учебник для ВУЗов, 3-е изд., доп. и испр. – М.: «Интерстиль», «Омега-Л», 2008. – 384 с.
241. ЧХАРТИШВИЛИ А.Г. Теоретико-игровые модели информационного управления. – М.: ЗАО «ПМСОФТ», 2004. – 227 с.
242. ЧХАРТИШВИЛИ А.Г., ШИКИН Е.В. Динамический поиск объектов. Геометрический взгляд на проблему // Фундаментальная и прикладная математика. – 1995, 1, № 4. – С. 827-862.

243. ШАПШЕВА Н.П., БЕЛООЗЕРОВ В.Н. Предложения по совершенствованию таблицы УДК 007 Кибернетика / Информационное обеспечение науки. Новые технологии. Сб. науч. тр. / Каленов Н.Е. (ред.). – М.: Научный мир, 2011. – С. 149-163.

244. ШВЕРИ Р. Теория рационального выбора: универсальное средство или экономический империализм? // Вопросы экономики. 1997. №7.

245. ШЕЛЕР М. Формализм в этике и материальная этика ценностей // М. Шелер. Избранные произведения. – М.: Гнозис, 1994.

246. ШЕННОН Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука. – М.: Мир, 1978. – 420 с.

247. ШИКИН Е.В., ШИКИНА Г.Е. Исследование операций: учеб. – М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2006. – 280 с.

248. ШИКИН Е.В., БЕРЕЗИН С.Б. Поиск объектов. Динамика. Геометрия. Графика // Фундаментальная и прикладная математика. – 2005, том 11, № 1. – С. 3-34.

249. ШИКИН Е.В., ЧХАРТИШВИЛИ А.Г. Математические методы и модели в управлении: учеб. пособие. – 2-е изд., испр. – М.: Дело, 2002. – 440 с.

250. ШИНКАРЕНКО А.А. Применение методов математического моделирования и прогнозирования в деятельности подразделений государственных контрольных органов: монография / А.А. Шинкаренко, Л.В. Денисова. – Белгород: Изд-во БГТУ, 2011. – 76 с.

251. ШУМОВ В.В. Актуальные проблемы погранометрики / Сборник статей отделения погранологии Международной академии информатизации. Выпуск № 6. Часть I. – М.: Отделение погранологии МАИ, 1999. –С. 46-59.

252. ШУМОВ В.В. Введение в общую погранометрику. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2011. – 240 с.

253. ШУМОВ В.В. Введение в методологию погранологии и погранометрики / Под ред. док. воен. наук, проф. В.А. Дмитриева. – М.: ЛЕНАНД, 2013.

254. ШУМОВ В.В. Модели пограничного сдерживания. – М.: ЛЕНАНД, 2012. – 200 с.

255. ШУМОВ В.В. К вопросу раннего прогнозирования пространственного размаха поиска (поисковой операции) / Сборник статей отделения погранологии Международной академии информатизации. Выпуск № 2. – М.: Отделение погранологии МАИ, 1995. – С. 120-132.

256. ШУМОВ В.В. Об оценке эффективности применения светотехниче-

ских средств в охране государственной границы // Математическое моделирование. – 2011. – Том 23, № 3. – С. 38-48.

257. ШУМОВ В.В. Применение математических методов и моделей для обоснования решений на охрану государственной границы: Научно-практическое пособие. В 2 ч. – М.: Академия ФПС России, 1996. – Ч.1. – 184 с.; Ч.2. – 197 с.

258. ШУМОВ В. В. Теоретико-игровая модель оптимизации способов применения пограничных сил и средств / Управление большими системами. Выпуск 31. М.: ИПУ РАН, 2010. С.276-288.

259. ШУМОВ В.В. Производственные функции в погранометрике // Теория активных систем / Тр. междунар. конф. Том 1. – М.: ИПУ РАН, 2011. – С. 219 – 225.

260. Экономический словарь, www.mirslovarei.com.

261. Энциклопедический словарь Брокгауза и Эфрона. – СПб., 1898.

262. Энциклопедический словарь экономики и права. 2005. http://www.slovarik.net/entsiklopedicheskiy_slovar_ekonomiki_i_prava/

263. Энциклопедия собаководства / Состав. В.Зубко, А.Алексеев. – М.: ТЕРРА – Книжный клуб, 1998. – 544 с.

264. Эшби У.Р. Принципы самоорганизации / У.Р. Эшби // «Принципы самоорганизации»: сб. материалов симпозиума по самоорганизации в Иллинойском ун-те, США, 8-9 июня 1961 г.; пер. с англ. – М.: Мир, 1966. – с. 314-343.

265. Юридический словарь, www.mirslovarei.com.

266. Academic Majors. Operations Research and Computer Analysis http://www.cga.edu/display.aspx?id=516 (дата обращения 10.08.2011)

267. AGMON N., KRAUS S., KAMINKA G. A. Multi-robot perimeter patrol in adversarial settings. In ICRA, pages 2339-2345, 2008.

268. ALESINA A., SPOLAORE E. (2005), War, Peace and the Size of Countries, Journal of Public Economics, 89 (7), 1333-1354.

269. ALPERN S., MORTON A., PAPADAKI K. Patrolling games // Operations research, 2011, 59 (5). pp. 1246-1257.

270. AMIGONI F., GATTI N, IPPEDICO A. A Game-Theoretic Approach to Determining Efficient Patrolling Strategies for Mobile Robots. IAT 2008: pp. 500-503.

271. ANDERSON N.H. Foundation of information integration theory. New York: Academic Press. 1981.

272. ARIELY, G.BIJAK, J. LANDESMANN, R. PORIA, Y. and WARNES,

R. (2011) Futures of Borders: A Forward Study of European Border Checks. Report for Frontex: EU external borders agency. Liron Systems Ltd./University of Southampton/University of Ben Gurion, Eilat/Southampton/ Be'er Sheva, December 2011.

273. AZAD, S., GUPTA, A. A Quantitative Assessment on 26/11 Mumbai Attack using Social Network Analysis // Journal of Terrorism Research, North America, 2, oct. 2011.
274. BECKER G. S. Crime and Punishment: An Economic Approach // Essays in the Economics of Crime and Punishment / Ed. by G. S. Becker, W. L. Landes. – N.Y., 1974. – P. 10.
275. BEINHOCKER E. D. The Origin of Wealth: Evolution, Complexity and the Radical Remarking of Economics. Random House Business Book, 2007.
276. BOOIJ A., PRAAG B., KUILEN G. A Parametric Analysis of Prospect Theory's Functionals for the General Population / IZA DP No. 4115, 2009.
277. BORDER S.C. Estimates of the Cyclical Inflow of Undocumented Migrants to the United States // University of California - San Diego, 2009, WP181.pdf (дата обращения 10.04.2011)
278. BOSANSKY B., LISY V., JAKOB M., PECHOUCEK M. Computing Time-Dependent Policies for Patrolling Games with Mobile Targets / In Tenth International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (to appear). 2011, pages 989–996.
279. BRACKEN J. Lanchester Models of the Ardennes Campaign // Naval Research Logistics. – 1995. – Vol. 42. – P. 559–577.
280. Criminal Profiling. International Theory, Research, and Practice. Edited by R. Kocsis. – Humana Press, 2007, 418 p.
281. CZERWINSKI T. Coping with the Bounds: Speculations on Nonlinearity in Military Affairs. Washington, DC: DoD Command and Control Research Program (CCRP) Publication Series, 2003. 30 April 2008. // http://www.dodccrp.org/files/Czerwinski_Coping.pdf (дата обращения 10.04.2011)
282. DIERMEIER D., KREHBIEL K. Institutionalism as a methodology // Journal of Theoretical Politics. 2003. V. 15. N 2.
283. DUGGAN R.A. A Model for International Border Management Systems. Sandia National Laboratories, 2008, SAND2008-6256, – 29 p.
284. ESPENSHADE T. J. «Does the Threat of Apprehension Deter Undocumented U.S. Immigration?» Population and Development Review 20

(1994): 871–92.

285. ESPENSHADE T. J. «Undocumented Migration to the United States: Evidence from a Repeated Trials Model», in Frank D. Bean, Barry Edmonston, and Jeffrey S. Passel, eds., Undocumented Migration to the United States: IRCA and the Experience of the 1980s (Washington: Urban Institute, 1990), pp. 159–81.
286. FEINSTEIN J.S., KAPLAN E.H. Analysis of a Strategic Terror Organization / Journal of Conflict Resolution, 2010, vol. 54, issue 2, pp. 281-302.
287. FMFM 7-14 Combating Terrorism (USMC), 5 October 1990.
288. GARFINKEL M., SKAPERDAS S. Economics of conflict: An Overview / In T. Sandler and K. Hartley (Eds.), Handbook of Defense Economics, 2006. Chapter 3.
289. GARSTKA J. J. Network-Centric Warfare Offers Warfighting Advantage, Signal, May 2003, p. 58. 30 April 2008.
290. GOLANY B., KAPLAN E., MARMUR A., ROTHBLUM U.G. Nature plays with dice – terrorists do not: Allocating resources to counter probabilistic and strategic risks / European Journal of Operational Research, accepted September Vol. 192, pp. 198-208, 2009.
291. GROSS O.,WAGNER R. A Continuous Colonel Blotto Game / RAND Corporation RM-408, 1950. – 13 p.
292. HADDAL C. C. Analyst in Immigration Policy / People Crossing Borders: An Analysis of U.S. Border Protection Policies // Congressional Research Service, 2010, www.fas.org/sgp/crs/homesec /R41237.pdf (дата обращения 10.04.2011)
293. HENDRY D. F. Econometrics – alchemy or science? Economica, 47(188): 387–406, November 1980.
294. JENKINS B.M. Basic Principles for Homeland Security / RAND Corporation, CT-270, 2007.
295. Joint Publication 3-13.1 Joint Doctrine for Command and Control Warfare (C2W).
296. KEYNES J.M. (1936) The General Theory of Employment, Interest, and Money, London, Macmillan. (Рус. пер. – Кейнс Дж.М. (1999) Общая теория занятости, процента и денег, Москва, Гелиос.)
297. KIEKINTVELD C., KREINOVICH V., LERMA O. Optimizing Trajectories for Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) Patrolling the Border / Proceedings of the World Conference on Soft Computing, San Francisco, CA, May 23-26, 2011.

298. KIM Y. Protecting the U.S. Perimeter: Border Searches Under the Fourth Amendment // Congressional Research Service, 2009 http://www.crs.gov (дата обращения 10.04.2011)

299. KNIGHT J. Institutions and social conflict. – Cambridge,1992.

300. KORZHYK D., CONITZER V., PARR R. Security Games with Multiple Attacker Resources: IJCAI, 2011, p. 273-279.

301. KORZHYK D., YIN Z., KIEKINTVELD C., CONITZER V., TAMBE M. Stackelberg vs. Nash in Security Games: An Extended Investigation of Interchangeability, Equivalence, and Uniqueness. J. Artif. Intell. Res. (JAIR) 41: 297-327 (2011).

302. LIEBERMAN E., HAUERT C., NOWAK M. A., 2005. Evolutionary dynamics on graphs. Nature 433 (7023), pp. 312-316.

303. MACAL C., NORTH M. Tutorial on agent-based modeling and simulation. Proceedings of the 2005 Winter Simulation Conference. Center for Complex Adaptive Systems Simulation (CAS). Argonne National Laboratory.

304. MARTINS-FILHO L., MACAU E. Patrol mobile robots and chaotic trajectories. In Mathematical Problems in Engineering. Hindawi, 2007.

305. MCKELVEY R. D., PALFREY T. R. Quantal response equilibria for normal form games. Games and Economic Behavior, 2:6–38, 1995.

306. MCNEILL J.B. 15 Steps to Better Border Security: Reducing America’s Southern Exposure / Executive Summary Background, Washington, No. 2245, March 9, 2009.

307. National Security Strategy for a New Century. Washington. 1997. P. 1-19.

308. PAPADEMETRIOU D.G., COLLETT E. New Architecture for Border Management. Washington: Migration Policy Institute, 2011. – 30 p.

309. PATE-CORNELL E. Fusion of intelligence information: A Bayesian approach / Risk Anal. 2002, No. 22(3), pp. 445–454.

310. PITA J., JAIN M., WESTERN C., PORTWAY C., TAMBE M., ORDONEZ F., KRAUS S., PARUCHURI P. Deployed ARMOR protection: The application of a game theoretic model for security at the Los Angeles International Airport / In Proc. of AAMAS, 2008.

311. PITA J., TAMBE M., KIEKINTVELD C., CULLEN S., STEIGERWALD E. GUARDS - Game Theoretic Security Allocation on a National Scale / In Proc. of AAMAS, 2011, pp. 37-44.

312. POSNER R. A. Economic Analysis of Law. — Boston, 1972.

313. REED B. A Social Network Approach to Understanding an Insurgency. Parameters, Summer, 2007, pp. 19-30.

314. RILEY K.J. Border Security and the Terrorist Theat / The RAND Corporation, CT-266, August 8, 2006. – 14 p.

315. ROSENBLUM M.R. Border Security: Immigration Enforcement Between Ports of Entry / Congressional Research Service, 2012, www.crs.gov, R42138.

316. ROSSMO D.K. Geographic profiling: Target Patterns of Serial Murderers / PhD thesis, Simon Fraser University, 1995.

317. ROSSMO D.K. Geographic heuristics or shortcuts to failure? Response to Snook et al. Appl Cogn Psychol, 2005, 19, pp. 651–654.

318. SANDOR Z. Multinomial discrete choice models // Quantile, 2009, No 7, pp.9-19.

319. SCHAFFER M.B. Lanchester Models of Guerrilla Engagements / Rand Corporation, Santa Monica, California, RM-5053-ARPA, 1967.

320. SCHILLING G.F. Analytic Model of Border Control / Rand Corporation, Santa Monica, California, RM-6250-ARPA, 1970.

321. SESNOWITZ M. Returns to Burglary // The Economics of Crime. – Cambridge (Mass.), 1980. – C. 181 – 186.

322. SHAKARIAN P., DICKERSON J., SUBRAHMANIAN V. Adversarial Geospatial Abduction Problems. ACM Transactions on Intelligent Systems and Technology (TIST). 2012, 3(2), 34:1–34:35.

323. SHAKARIAN P., NAGEL M.K., SCHUETZLE B.E., SUBRAHMANIAN V. S. Abductive Inference for Combat: Using SCARE-S2 to Find High-Value Targets in Afghanistan \ Proceedings of the Twenty-Third Innovative Applications of Artificial Intelligence Conference, 2011. – pp. 1689-1694.

324. SHAKARIAN P., SUBRAHMANIAN V.S., SAPINO M.L. SCARE: A Case Study with Baghdad – ICCCD, 2009.

325. SHIEH, E.; AN, B.; YANG, R.; TAMBE, M.; BALDWIN, C.; DIRENZO, J.; MAULE, B.; AND MEYER, G. (2012) PROTECT: A deployed game theoretic system to protect the ports of the United States. In Proc. of The 11th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS).

326. SIMON H. Models of man: Social and rational. N.Y., 1957.

327. Social Science for Counterterrorosm. Putting the Pieces Together / Davis P.K., Cragin K., Editors. RAND Corporation, 2009.

328. SPOLAORE E. The Economics of Political Borders. CESifo Working Paper No. 3854, June 2012.
329. SULLIVAN T. J., PERRY W. L. Identifying indicators of chemical, biological, radiological, and nuclear (CBRN) weapons development activity in sub-national terrorist groups / J. Oper. Res. Soc., 2004, No. 55(4), pp. 361–374.
330. TAYLOR M. E., KIEKINTVELD C., WESTERN C., TAMBE M. Beyond Runtimes and Optimality: Challenges and Opportunities in Evaluating Deployed Security Systems / In Proceedings of the AAMAS-09 Workshop on Agent Design: Advancing from Practice to Theory, May 2009.
331. The Homeland Security Act of 2002 (Public Law 107-296).
332. WASHBURN A.R. Barrier Games // Military Operations Research, 15(3), 2010, pp. 31-41.
333. WEIN L. M., LIU Y., MOTSKIN A. (May 2009). Analyzing the Homeland Security of the U.S.-Mexican Border / Risk Analysis, Vol. 29, No. 5, pp. 699–713.
334. WILLIS H. H., PREDD J. B., DAVIS P. K., BROWN W. Measuring the Effectiveness of Border Security Between Ports-of-Entry, Santa Monica, Calif.: RAND Corporation, TR-837-DHS. As of January 6, 2011
335. WRIGHT P.D., LIBERATORE M.J., NYDICK R.L. A Survey of Operations Research Models and Applications in Homeland Security / Interfaces, Vol. 36, No. 6, 2006, pp. 514-529.
336. ZINNO M.J. Expeditionary Border Security Operations: Eliminating the Seams. – Fort Leavenworth, Kansas: School of Advanced Military Studies United States Army Command and General Staff College, 2008. – 56 p.
337. ZHANG P., NIE P., HU D., 2010. Bi-level evolutionary graphs with multi-fitness. Systems Biology, IET 4 (1), pp. 33-38.

Стоимость издания 441 руб.

**Монография**

# ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ И МОДЕЛЕЙ В ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПОГРАНИЧНЫХ ВЕДОМСТВ ГОСУДАРСТВ – УЧАСТНИКОВ СНГ

**Беляков Сергей Александрович**
**Борисов Вадим Иванович**
**Шумов Владислав Вячеславович**

Редактор Борисов В. И.

Отпечатано в типографии Пограничной академии ФСБ России.
Подписано в печать 4. 07. 2013 г.
Печать трафаретная Формат 60x90/16
Уч.-изд. л. 15,625 Усл. печ. л. 28,0 Печ.л. 112,0
Тираж 50 экз. Заказ № 2 с