Г. С. ПОСПЕЛОВ
В. А. ИРИКОВ

ПРОГРАММНО-ЦЕЛЕВОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ

/ВВЕДЕНИЕ/

МОСКВА
«СОВЕТСКОЕ РАДИО»
1976

6Ф0.1
П 42
УДК 007:338.984

Поспелов Г. С. и **Ириков В. А.**

П 42 Программно-целевое планирование и управление. (Введение). М., «Сов. радио», 1976.

440 с. с ил.

Рассматриваются основные понятия и принципы формирования народнохозяйственных программ. Большое внимание уделяется вопросам использования методов системного анализа и математических моделей. Книга рассчитана на широкий круг инженеров и научных работников, занимающихся совершенствованием методов планирования.

П $\frac{30501\text{-}010}{046(01)\text{-}76}$ 69-75 6Ф0.1

Редакция кибернетической литературы

ПРЕДИСЛОВИЕ

Шире использовать в планировании программно-целевой метод осуществить разработку комплексных программ по наиболее важным научно-техническим, экономическим и социальным проблемам *).

Научно-техническая революция поставила в новые условия систему народнохозяйственного планирования и управления. Возникли новые задачи развития и совершенствования этой системы, важнейшими из которых являются введение долгосрочного планирования и интеграция научно-технического и производственно-экономического планирования. Решение этих задач тесно связано между собой и требует комплексного системного подхода ко всем трем аспектам планирования и управления: отраслевому, территориальному и программно-целевому.

В настоящей работе рассматриваются программно-целевые принципы на различных уровнях управления народным хозяйством и соотнесение их с отраслевыми принципами управления народным хозяйством.

Программно-целевое планирование не является чем-либо принципиально новым для нашего народного хозяйства. Начиная со знаменитого плана ГОЭЛРО, в нашей стране накоплен богатый опыт как постановки и формулировки крупных народнохозяйственных проблем, так и концентрации руководства для их решения, т. е. практического использования программно-целевых принципов планирования и управления. Однако в настоящее время в связи с ростом и значением межотраслевых и надотраслевых проблем возникает потребность перейти от эпизодического к систематическому использованию программно-целевого планирования и управления на базе широкого использования автоматизированных систем планирования и управления (АСУ).

В использовании АСУ наметились определенные трудности в связи с отсутствием прямого доступа и диалогового режима с ЭВМ самих конечных пользователей (руководителей и плановиков различных рангов). Иными

*) Проект ЦК КПСС к 25 съезду. «Основные направления развития народного хозяйства СССР на 1976—1980 годы». Газета «Правда» от 14 дек. 1975 года.

словами, существующие АСУ не являются интерактивными (человеко-машинными) системами для конечных пользователей. Построение интерактивных систем в этом смысле упирается, с одной стороны, в ряд технических проблем и проблем «искусственного интеллекта», а с другой, требует перестройки и развития традиционных экономико-математических моделей, так чтобы они были пригодны для упомянутого интерактивного режима. В предлагаемой работе этой последней проблеме также уделено определенное внимание (см. гл. 4 и 5).

Работа состоит из пяти глав. В гл. 1 рассматривается ряд понятий, таких как операция, система, цель, задача, управление, и устанавливаются соотношения между этими понятиями.

Некоторые аналогии и общность ряда принципов управления техническими и организационными системами и назревшая потребность интеграции систем управления технологическими и организационными процессами привели к необходимости осветить в гл. 2 ряд проблем, относящихся к управлению техническими системами. Гл. 3 посвящена управлению операциями и организационным системам. Обсуждается роль и место системного анализа, исследования операций и экономико-математического моделирования в процессах планирования и управления народнохозяйственными объектами. Рассматриваются некоторые принципы планирования и управления в иерархических организационных системах.

Глава 4 посвящена программному планированию развития народного хозяйства, имеющему следующие важные особенности.

1. Планирование осуществляется от потребностей или от конечных целей социалистического общества (цели в области народного благосостояния и обороны), т. е. от доли конечного продукта, покрываемого фондом потребления.

2. Использование в рамках программного планирования сквозного планирования развития технических систем, изделий, оборудования и т. п. по их «жизненным циклам» открывает возможность осуществить интеграцию производственно-экономического и научно-технического планирования.

При планировании от потребностей социалистического общества или от его первичных основных целей цели отраслей всей производственной сферы оказываются вторичными, производными от основных целей, точнее, они выступают, как средства достижения первичных целей. В этих условиях естественной целевой функцией (критерием) оптимального планирования производства является степень удовлетворения заявленной (в пределах прогнозируемого фонда потребления) потребности в конечном продукте непроизводственной сферы по всем годам планируемого периода. Применение этого критерия демонстрируется двумя моделями долгосрочного планирования развития комплекса отраслей промышленности и отрасли промышленности. Заметим, что обе эти модели сконструированы так, что они являются привязанными к организационным структурам планирующих органов и пригодными для диалогового режима конечных пользователей.

В гл. 5 принципы программно-целевого планирования используются для планирования конкретных операций (планирование горных разработок, планирование тематики НИР и ОКР в организациях). Для этих случаев проблема выбора из множества допустимых альтернативных планов решается совместно с проблемой распределения ресурсов на основе использования диалоговых моделей. При этом проблема выбора решается не только количественно, но и в порядковых шкалах, когда критерий выбора (целевая функция) не имеет явного выражения, и о ее характере можно только выдвинуть более или менее правдоподобные гипотезы.

Главы 1—4 написаны Поспеловым Г. С., глава 5 — Ириковым В. А., §§ 6 и 7 гл. 3 — Веном В. Л. Следует также отметить, что приведенная в гл. 4 модель долгосрочного планирования комплекса отраслей промышленности разработана Веном В. Л. и Солодовым В. М. (ВЦ АН СССР), а модель долгосрочного планирования отрасли промышленности — Шафранским В. В. (ВЦ АН СССР).

Формулы в книге нумеруются по параграфам с указанием номера главы. При ссылках на формулы, находящиеся внутри данного параграфа, его номер и номер главы опускаются. Аналогичное замечание относится и к ссылкам на литературу.

Авторы выражают признательность В. Л. Вену за внимательное прочтение первых четырех глав и В. П. Мазурику за научное редактирование всей книги.

1 ОПЕРАЦИИ И СИСТЕМЫ

Паук совершает операции, напоминающие операции ткача, и пчела постройкой своих восковых ячеек посрамляет некоторых людей-архитекторов. Но и самый плохой архитектор от наилучшей пчелы с самого начала отличается тем, что, прежде чем строить ячейку из воска, он уже построил ее в своей голове. В конце процесса труда получается результат, который уже в начале этого процесса имелся в представлении человека, т. е. идеально.

Человек не только изменяет форму того, что дано природой; в том, что дано природой, он осуществляет вместе с тем и свою сознательную цель, которая как закон определяет способ и характер его действия и которой он должен подчинять свою волю.

К. МАРКС *)

Содержание этой главы носит вводный характер и имеет целью привести в некоторую систему ряд сложившихся понятий и представлений, так или иначе связанных с такими кардинальными, широкими и поэтому, видимо, довольно расплывчатыми понятиями, как система, операция, управление. При написании этой главы в отношении систем используются в основном понятия и определения, введенные Акоффом [5, 15]. Использованы также многочисленные книги и статьи по теории систем, системному анализу и кибернетике, часть которых приводится в списке литературы.

1. ОПЕРАЦИИ

Любая деятельность человека или коллектива людей преследует определенные цели **). Саму деятельность коллектива по достижению какой-нибудь цели назовем операцией. Таким образом, операция — это любая целесообразная деятельность коллектива. Коллектив, участ-

*) *К. Маркс, Ф. Энгельс.* Соч. Т. 23, с. 189.

**) «...Деятельность — это внутренняя (психическая) и внешняя (физическая) активность человека, регулируемая сознаваемой целью». — Общая психология. Учебник. Под ред. А. В. Петровского. М., «Просвещение», 1970, с. 140.

вующий в операции, располагает ресурсами, к которым относятся орудия и предметы труда, средства производства, оборудование, вооружение, материалы, энергия, транспорт, денежные средства и т. п. К ресурсам необходимо отнести также время, отведенное на операцию, и самих людей — участников операции. Очевидно, что поскольку операция — это деятельность коллектива людей, то для упорядочения этой деятельности и придания ей целесообразности необходим некоторый руководящий центр, который будем называть органом руководства или органом управления операцией *).

Теперь можно дать следующее определение операции, которое будет исходным для целого ряда других понятий [4].

Операция — это упорядоченная совокупность связанных взаимными отношениями действий, направленных на достижение цели. При этом руководящий центр или орган управления операцией имеет возможность распоряжаться в соответствии со своим замыслом всеми выделенными на операцию людскими и материальными ресурсами.

Замысел — это представление руководящего центра о ходе операции до ее начала. Замысел далее разворачивается в план операции (понятие плана будет также дано позднее). Данное определение операции охватывает все без исключения виды целенаправленной деятельности людских коллективов.

По характеру протекания можно выделить две группы операций: 1) терминальные; 2) непрерывные, точнее, календарно-развивающиеся операции.

Терминальные операции завершаются достижением поставленной цели за конечный интервал времени T, после чего ресурсы могут быть использованы в других операциях. К терминальным операциям относится строительство сооружений, зданий, новых предприятий, опытно-конструкторские разработки новой техники, запуск в серийное производство новых изделий, мероприятия по ликвидации последствий стихийных бедствий и т. п. Терминальные операции могут образовывать последовательность, когда завершение предыдущей операции создает предпосылки для осуществления следующей с бо-

*) Понятия «руководство» и «управление» будут разъяснены и определены позднее. Сейчас придется довольствоваться их интуитивным пониманием.

лее совершенной в каком-либо смысле целью. Типичным примером является последовательность операций по освоению космоса (от ракеты к спутнику Земли, от спутника к аппаратам достижения Луны и планет и т. д.).

Календарно-развивающиеся операции — это массовое, серийное производство товаров и услуг, торговля, процессы обучения в школах и вузах и пр. В этом случае цели операций периодически повторяются на каждый год, квартал, месяц, неделю. При этом цели от периода к периоду становятся все более и более совершенными с каких-либо точек зрения. Последнее оправдывает термин календарно-развивающиеся операции.

Разумеется, что имеются и смешанные типы операций носящие как терминальный, так и календарно-развивающийся характер.

С понятием операции ассоциируются понятия о руководстве, управлении, организации. Часть коллектива, участвующего в операции, образует орган руководства или орган управления операцией (штабы войсковых частей, заводоуправления, аппарат министерства и пр.). Другая часть коллектива с оборудованием и вооружением является для органа управления объектом управления. Управление операцией включает в себя как планирование операции, так и оперативное управление ею, т. е. управление в ходе операции или в процессе достижения цели. Оперативное управление предполагает контроль за ходом операции и ликвидацию отклонений от запланированного течения операции. Руководство и управление — понятия близкие, и грани между ними провести бывает трудно. Однако придадим понятию руководства более общий смысл. Будем считать, что руководство включает в себя как организацию коллектива и техники в определенную структуру, так и управление операцией в том смысле, как это было сказано выше. Помимо этого будем считать, что к руководству относятся функции воспитания, обучения, морально-правовые функции стимулирования деятельности руководимого коллектива.

Таким образом, управление операциями, так как оно будет трактоваться далее, ограничивается технико-экономическими функциями для производственных операций и военно-техническими для оборонных (для последних и особенно для операций по разработке и созданию вооружения экономические проблемы также имеют важнейшее, а иногда и решающее значение).

Уточним некоторые понятия [8, 9] (см. также [3.4, 3.38, 3.50]).

Цель — желаемый результат деятельности, достижимый в пределах некоторого интервала времени.

Задача — желаемый результат деятельности, достижимый за намеченный (заданный) интервал времени $[t_0, t_1]$ и характеризующийся набором количественных данных или параметров этого результата.

Таким образом, цель становится задачей, если указан (задан, принят) срок ее достижения и конкретизированы количественные характеристики желаемого результата.

При принятых определениях цель выступает как более общая категория, чем задача; следовательно, можно положить, что цель достигается в результате решения ряда задач и в связи с этим задачи можно упорядочить по отношению к целям.

Будем считать, что если цель сформулирована (задача поставлена), то это означает, что можно начать формирование альтернативных способов (планов) достижения цели (решения задачи) и затем провести операцию по одному из альтернативных планов.

Проблема — это потенциальная цель (задача), для которой еще или не найдены альтернативные способы ее достижения, или не представляется возможным выделить ресурсы на поиск альтернатив и проведение операции для ее решения, или то и другое вместе.

Очевидно, что проблем в какой-либо сфере деятельности всегда больше, чем может быть поставлено целей и задач.

Результаты и сроки операций носят, как правило, вероятностный характер. При этом, по определению, операции, направленные на достижение целей, имеют бо́льшую степень неопределенности (в смысле сроков и результатов), чем операции, связанные с решением задач. Операции большого масштаба всегда могут быть представлены как многоуровневая иерархическая совокупность множества операций меньшего масштаба. Соответственно членению операций на иерархическую совокупность операций меньшего масштаба происходит членение цели (задачи) операции на иерархическую совокупность подцелей (подзадач). Членение производится до уровня задач, которые удобно принять за элементарные. Элементарные задачи часто характеризуются единственным устойчивым, а поэтому повторяющимся безальтернативным способом решения.

Процедура — упорядоченная совокупность взаимосвязанных определенными отношениями действий, направленных на решение задачи.

Работа — процедура, результат которой носит материальный характер, связанный с преобразованием веществ, энергии, с транспортировкой веществ и т. п.

Работа (процедура) характеризуется кортежем

$$x_i = (a_i,\ b_i,\ T_i), \qquad (1.1.1)$$

где i — индекс работы (процедуры); $a_i = (a_{i1},\ a_{i2},\ \ldots)$ — вектор параметров, характеризующих результат работы; $b_i = (b_{i1},\ b_{i2},\ \ldots)$ — вектор ресурсов, необходимых для выполнения работы и достижения результата; T_i — время, отпущенное на выполнение работы (его, впрочем, можно отнести как к вектору параметров, так и к вектору ресурсов).

Теперь можно несколько уточнить данное выше определение операции.

Операция — это упорядоченная совокупность связанных определенными отношениями работ и процедур, направленных на достижение цели. По мере свершения какой-либо операции достижения соответствующей цели может быть поставлена новая, более совершенная цель.

Назовем *направлением развития* последовательность все более совершенных в каком-либо смысле целей. Как задачи можно упорядочить по отношению к цели, так и цели можно упорядочить по отношению к направлению развития.

В [5] введено также понятие идеала как некоторого конечного результата направления развития, достижимого лишь асимптотически. Идеал может изменяться во времени.

Как уже упоминалось, операции большого масштаба всегда реализуются как ряд частных операций. Например, боевые операции, проводимые таким объединением как фронт, образуются в виде совокупности армейских операций. В свою очередь, операции, проводимые армиями, являются совокупностями операций дивизий и т. д. То же происходит и в народном хозяйстве, в отдельных отраслях, образованных из главков и предприятий и реализующих операции по достижению целей, в области промышленного производства. Судя по истории Великой Отечественной войны, объединения, подобные фронту, армии, являются довольно устойчивыми структурными образованиями. Еще более устойчивыми являются структурные образования в народном хозяйстве: отрасли, главки, предприятия.

Назовем эти структурные образования организационными системами или организациями. Важно подчеркнуть тот очевидный факт, что в разное время такого рода системы могут совершать разные операции и соответственно иметь различные цели или задачи.

Итак, мы пришли к представлению о системе, способной достигать цели и решать задачи, которые или она сама себе ставит, или которые ставятся ей извне.

Рассмотрим более подробно понятие системы.

2. СИСТЕМЫ

Система (в широком смысле слова) — одно из распространенных и исходных понятий, почти не нуждающихся в определении. Тем не менее в дальнейшем будем использовать два представления или определения системы [3, 5, 8, 12, 14, 15]:

— *система* — целостное взаимосвязанное множество объектов, предметов (возможно однородных);

— *система* — порядок (план, классификация), по которому располагается группа понятий для образования единого стройного целого.

В первом случае говорят «солнечная система» (однородные объекты), «железнодорожная (или другая транспортная) система», «система ПВО страны» и др. Во втором случае имеется в виду результат систематизации, в первую очередь, в науках, например ботанике, медицине, философии, науке вообще. Говорят о философских системах, системах аксиом и т. п.

Однако в таких выражениях как «система высшего образования», «социально-экономическая система», «система государственного управления», «парламентская система» оба эти представления о системе как бы сливаются, точнее, они оба правомерны. Поэтому оба понятия можно объединить в одно.

Система — целостное множество объектов (элементов), связанных между собой взаимными отношениями. Целостность означает, что система относительно окружающей среды выступает и соответственно воспринимается как нечто единое. Видимо, системы могут иметь различную степень целостности, которой соответствует различная степень взаимосвязи между ее элементами. Эта взаимосвязь описывается отношениями между элементами системы. Поскольку отношение является математической категорией, открывается возможность придать определению системы более строгую форму.

Предварительно приведем некоторые общеизвестные сведения об отношениях. Как известно, отношения бывают одноместными (унарными), двухместными (бинарными), трехместными (тернарными) и n-местными (n-арными) [6]. Унарные отношения называются также свойствами. Свойство отождествляется с подмножеством элементов, которые этим свойством обладают. Поэтому над свойствами можно совершать те же операции, что и над множествами. Так, например, в множестве всех положительных чисел свойство «быть четным» отождествляется с подмножеством 2, 4, 6, ...

2.1. Бинарные отношения

Бинарным отношением R на множестве M называется подмножество R всех упорядоченных пар, принадлежащее $M \times M$ *). Если $x \in M$ и $y \in M$ и данная упорядоченная пара (x, y) находится в отношении R, то это записывается в виде xRy; так как с другой стороны R есть множество упорядоченных пар, то

$$xRy \Leftrightarrow (x, y) \in R \subseteq M \times M, \ x, \ y \in M. \qquad (1.2.1)$$

Запись $A \Leftrightarrow B$ означает „A равнозначно B".

Бинарное отношение может характеризовать связи также между элементами (объектами) двух множеств A и B с элементами $a \in A$ и $b \in B$, тогда

$$aRb \Leftrightarrow (a, b) \in R \subseteq A \times B, \qquad (1.2.2)$$

$$a \in A, \qquad b \in B.$$

Такое отношение иногда называют соответствием.

*) Здесь и далее $M \times M$ означает декартово произведение множества M на себя, т. е. множество упорядоченных пар (x, y), где x и y независимо принимают все значения из множества M.

Бинарное отношение может задаваться различными способами: таблицами (матрицами), стрелочными диаграммами (ориентированными графами $G(R, M)$), сечениями.

Покажем использование этих представлений на примерах.

Пример 1. Пусть некоторая операция является совокупностью 8 элементарных работ x_i ($i=1, 2, \ldots, 8$). Пусть отношение R на множестве $x=\{x_1, x_2, \ldots, x_8\}$ представляет собой отношение последовательности или очередности выполнения работ (отношение «раньше — позже»). Операция начинается с выполнения работы x_1 и заканчивается выполнением работы x_8. Каждая пара (x_i, x_j) означает, что необходимым условием начала работы x_j является завершение работы x_i.

Совокупность пар $(x_{i_1}, x_j), (x_{i_2}, x_j), \ldots, (x_{i_{lj}}, x_j)$ означает, что работа x_j может начаться только после того, как будут выполнены работы $x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_{lj}}$. Пусть для данного примера подмножество $R \subset x \times x$ имеет вид:

$$R=\{(x_1, x_2), (x_1, x_3), (x_1, x_5), (x_2, x_1), (x_3, x_5), (x_3, x_6), (x_4, x_6)$$
$$(x_4, x_7), (x_5, x_8), (x_6, x_8), (x_7, x_8)\}. \qquad (1.2.3)$$

Множество R полностью характеризует операцию с точки зрения последовательности выполнения образующих ее работ.

Представим теперь отношение R в виде матрицы. По строкам и столбцам расположим множество $x=\{x_1, \ldots, x_8\}$. Будем считать, что работы, расположенные по столбцам, составляют первый элемент пары, а по строкам — второй. Проставив единицы в клетки, находящиеся на пересечении пар (x_i, x_j), образующих отношение R, и заполнив нулями остальные клетки, получим матричное представление отношения (рис. 1.1).

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
x_1	0	0	0	0	0	0	0	0
x_2	1	0	0	0	0	0	0	0
x_3	1	0	0	0	0	0	0	0
x_4	0	1	0	0	0	0	0	0
x_5	1	0	1	0	0	0	0	0
x_6	0	0	1	1	0	0	0	0
x_7	0	0	0	1	0	0	0	0
x_8	0	0	0	0	1	1	1	0

Рис. 1.1.

Представление отношения в виде стрелочной диаграммы или ориентированного графа получим, если работам привести в соответствие вершины графа, а отношениям между работами дуги (стрелки), так чтобы дуги были направлены от предшествующих работ к последующим.

На рис. 1.2 приведен ориентированный граф для данного примера. Эта диаграмма есть не что иное, как сетевой график комплекса работ, о проблемах построения и использования которого будет сказано позже.

Сечением $R(x_j)$ бинарного отношения по элементу столбца $x_j \in X$ называется множество всех элементов $x \in X$ в строках таких, что $x_j R x$ (левое сечение) или $x R x_j$ (правое сечение) [6]. Очевидно, что множество всех сечений по всем $x_j \in X$ будет третьим представлением бинарного отношения (рис. 1.3 для $x_j R x$).

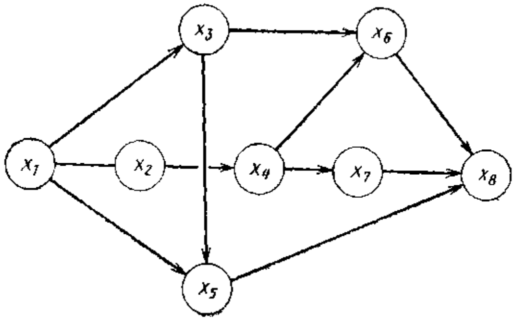


Рис. 1.2.

Пример 2. Пусть $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ — множество главных управлений некоторой отрасли и $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$ — множество предприятий отрасли. Пусть a_1 — отраслевой главк, в который входят **предприятия** b_1, b_2, b_3; a_2 — главк, объединяющий **предприятия** b_4, b_5

$$\left[\begin{array}{ccccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ [x_2 x_3 x_5] & [x_4] & [x_5 x_6] & [x_6 x_7] & [x_8] & [x_8] & [x_8] \end{array}\right] \begin{array}{l} \to x_j \\ \text{сечения } R(x_j) \end{array}$$

Рис. 1.3.

и a_3 — главное научно-техническое управление, определяющее техническую политику отрасли. Тогда подмножество R множества $A \times B$, определяемое как

$$R = \{(a_1, b_1), (a_1, b_2), (a_1, b_3), (a_2, b_4), (a_2, b_5), (a_3, b_1), \\ (a_3, b_2), \dots (a_3, b_5)\}, \qquad (1.2.4)$$

будет отношением доминирования элементов множеств A над элементами множества B или отношением подчиненности элементов B элементам множества A.

При матричном представлении бинарных отношений элементы множества A размещаются по столбцам, а элементы множества B — по строкам. Наличие отношений между парами элементов отмечается на пересечении строк и столбцов, например, единицей, а отсутствие отношений между элементами — нулем. Для приведенного примера матричное представление бинарного отношения показано на рис. 1.4.

При стрелочном представлении бинарных отношений элементы множеств A и B изображаются точками (вершинами ориентированного графа). Стрелки, направленные от a к b, где $a \in A$, $b \in B$, характеризуют отношение

	a_1	a_2	a_3
b_1	1	0	1
b_2	1	0	1
b_3	1	0	1
b_4	0	1	1
b_5	0	1	1

Рис. 1.4.

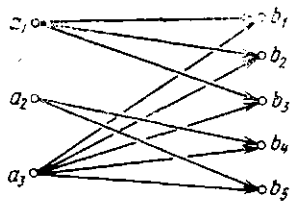


Рис. 1.5.

(соответствие [6]) между элементами. Стрелками соединяются все те и только те a и b, для которых $(a, b) \in R$. Элементы пар $a \in A$ и $b \in B$, которые не удовлетворяют отношению R, т. е. $(a, b) \notin R$, являются несравнимыми и стрелками не соединяются. То же относится к элементам (x_j, x_i) одного множества x, когда $(x_j, x_i) \notin R$ (рис. 1.5).

Сечением $R(a_i)$ бинарного отношения по элементу $a_i \in A$ называется множество всех $b \in B$ таких, что $a_i R b$. Очевидно, что множество всех сечений по всем $a_i \in A$ будет, как и в предыдущем случае, третьим представлением бинарного отношения (рис. 1.6 для примера 2).

Частным случаем бинарного отношения R является функциональное отношение или функция F. Если R — функция, то в ее сечении $R(a)$ существует единственный элемент $b \in B$ такой, что aRb. Этот элемент называется значением функции в точке a и обозначается $F(a)$:

$$b \triangleq F(a)^{*)}. \tag{1.2.5}$$

Множество $a \in A$ таких, что существует $F(a)$ (т. е. $R(a)$ не пусто) является областью определения функ-

*) $\triangleq$ далее означает «равно по определению».

ции. Если функция определена на всем множестве A, то ее иногда в этом случае называют отображением и обозначают

$$R:A \to B. \tag{1.2.6}$$

Множество всех пар (a, b), для которых справедливо $b=F(a)$ называют графиком функции [7]. Последнее, очевидно, является обобщением графика числовой

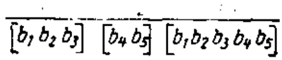


Рис. 1.6.

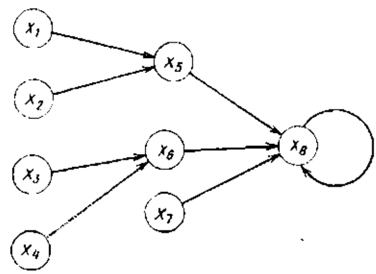


Рис. 1.7.

функции. При матричном представлении функции в каждом столбце матрицы одна компонента будет единицей, а остальные — нулями. Если функция взаимно однозначна, то и в строках будет одна единица, а остальные нули.

Для одного множества M отношение R на этом множестве будет функцией F, если для всякого $x \in M$ существует единственный элемент $y \in M$, для которого справедливо xRy [7]. В этом случае y является значением функции на элементе x, что обозначается как

$$y=F(x). \tag{1.2.7}$$

При представлении функции в виде стрелочной диаграммы из элемента x при одном множестве M и из элемента a при двух множествах A и B будет всегда выходить одна стрелка. Во вторые элементы пары может входить несколько стрелок. Отношение, представленное на стрелочной диаграмме рис. 1.2, не является функциональным, так как из вершин x_1, x_3, x_4 выходит более чем по одной стрелке. Пример диаграммы, представляющей фунциональное отношение, показан на рис. 1.7.

Бинарное отношение может быть определено на двух множествах, элементы которых сами являются множествами. Пусть имеется семейство множеств $A_1, A_2, \ldots, A_n$, B с элементами $a^1 \in A_1, \ldots, a^n \in A_n$, $b \in B$. Тогда бинарным отношением R на семействе всех множеств будет множество всех упорядоченных пар $((a^1, a^2, \dots, a^n), b) \in R$, находящихся в отношении R, т. е.

$$(a^{(1)}, \dots, a^{(n)})(Rb \Longleftrightarrow ((a^{(1)}, \dots, a^{(n)}), b) \in R. \quad (1.2.8)$$

Первым элементом такой пары является кортеж (вектор)

$$(a^{(1)}, \dots, a^{(n)}) \in A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n.$$

Если отношение R таково, что для всякого кортежа $(a^{(1)}, \dots, a^{(n)} \in A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ существует единственный элемент $b \in B$, для которого справедливо $(a^{(1)}, \dots$ $\dots, a^{(n)})Rb$, то такое отношение называется функцией

$$b = F(a^{(1)}, \dots, a^{(n)}). \quad (1.2.9)$$

Частным случаем (9) являются числовые функции многих переменных.

2.2. Специальные свойства бинарных отношений

Следуя работе [7], рассмотрим свойства отношений, позволяющие выделить типы отношений, широко используемых при анализе систем и в процедурах принятия решений. Для этого введем понятия отношения равенства E и обратного отношения R^{-1}, через которые определим 6 свойств, достаточных для классификации интересующих нас отношений.

Отношение E называется *отношением равенства* (диагональным отношением), если соотношение xEy означает, что x и y — один и тот же объект (элемент) множества M.

Свойство 1. Отношение R является *рефлексивным*, если $E \subseteq R$, т. е. если оно выполнено между объектом и им самим: xRx. Например: «x имеет общий признак с y», «x похож на y» и т. п. (очевидно, что элемент x похож на самого себя).

На графе $G(R, M)$ рефлексивного отношения каждая вершина $x \in M$ имеет петлю.

Свойство 2. Отношение R является *антирефлексивным*, если $R \cap E = \varnothing$, т. е. если из соотношения xRy следует, что $x \neq y$ (отношение R может выполняться лишь для несовпадающих объектов). Например: «x старше y», «операция y не может начаться, пока не закончится операция x» и т. п. (очевидно, что x не может быть старше самого себя).

Отношение R^{-1} называется *обратным* отношению R на множестве M, если для любых x, y из M соотношение $xR^{-1}y$ равносильно соотношению yRx.

На графе $G(R, M)$ переход от отношения R к обратному соответствует изменению направления дуг на обратные.

Свойство 3. Отношение R является *симметричным*, если $R=R^{-1}$, т. е. из выполнения соотношения xRy следует, что выполняется соотношение yRx. Например: «x похож на y», «операция x несовместна с операцией y» и т. п.

На графе симметричного отношения каждой дуге (x, y) соответствует ориентированная ей навстречу дуга. Пару встречно ориентированных дуг можно заменить ребром, тогда симметричное отношение можно описывать неориентированным графом.

Свойство 4. Отношение R является *асимметричным*, если $R\cap R^{-1}=\varnothing$, т. е. из двух соотношений xRy, yRx по меньшей мере одно не выполнено. Например: «x подчиняется y», «операция x выполнена раньше операции y» и т. п.

Свойство 5. Отношение R является *антисимметричным*, если $R\cap R^{-1}=E$, т. е. оба соотношения xRy и yRx выполняются одновременно только тогда, когда $x=y$. Например: «операция x является частью операции y».

Свойство 6. Отношение R является *транзитивным*, если для любых элементов x, y, z из M из соотношений xRy, yRz следует соотношение xRz.

Дуга графа $G(R, M)$, соответствующая соотношению xRz, называется дугой *транзитивного замыкания* соотношений xRy, yRz. Удаление из R всех дуг $\hat{R}$ транзитивного замыкания приводит к отношению $R\setminus\hat{R}$, которое называется *редукцией* отношения R. Граф $G(R\setminus\hat{R}, M)$, соответствующий редукции R, называют *базисным* графом отношения R на M.

Например: «y является частью x и z является частью y» (z является частью x); «операция x технологически предшествует операции y, а y предшествует операции z» (операция x предшествует и операции z) и т. д.

Через свойства 1—6 можно определить основные типы отношений, которые перечислены в табл. 1.1 [7] (здесь знак «+» означает, что данное свойство входит в определение указанного слева типа отношения), знаком (+) отмечены свойства, вытекающие из остальных.

Таблица 1.1

Тип отношения	Свойства					
	рефлексивность	антирефлексивность	симметричность	асимметричность	антисимметричность	транзитивность
Эквивалентность	+		+			+
Толерантность	+		+			
Строгий порядок		+		(+)	(+)	+
Квазипорядок	+					+
Нестрогий порядок	+				+	+

Для примера остановимся кратко на широко используемых отношениях эквивалентности и строгого порядка. Отношение эквивалентности, имеющее интерпретации: «элементы x и y одинаковы»; «элементы x и y взаимозаменимы» и т. п., определяется (табл. 1) тремя свойствами:

а) каждый объект эквивалентен самому себе (рефлексивность);

б) если объект x эквивалентен объекту y, то и объект y эквивалентен объекту x (симметричность);

в) если объект x эквивалентен объекту y и объект y эквивалентен объекту z, то объект x эквивалентен объекту z (транзитивность).

Существует и другое, более удобное для приложений определение: отношение R на множестве M называется отношением *эквивалентности*, если существует разбиение множества M на систему непустых подмножеств $\{M_1, M_2, \ldots, M_i\}$ (классов), таких что

$$M = \bigcup_i M_i, \quad M_i \cap M_j = \varnothing \quad \text{при} \quad j \neq i,$$

и соотношение xRy выполняется лишь в тех случаях, когда элементы x и y принадлежат одному общему классу разбиения. Из этого определения, в частности, видно, что отношение эквивалентности является основой процедур анализа систем (разбиения целого на части, идентификации объектов и т. д.). Примеры использования отношения эквивалентности: множество операций разбивается на классы завершенных и не завершенных к определенному сроку; множество исполнителей разбивается по бригадам, цехам и т. д.; множество решений разбивается на подмножества допустимых и недопустимых решений и т. п.

Отношение R строгого порядка (обычно обозначается знаком $\underset{R}{\succ}$), имеющее интерпретации: «элемент x предпочтительнее y», «x больше y», «x предшествует y», «x включает в себя y» и т. п., определяется (см. табл. 11) свойствами:

а) ни для какого $x \in M$ не выполняется $x \underset{R}{\succ} x$ (антирефлексивность);

б) если $x \succ y$ и $y \succ z$, то $x \succ z$ (транзитивность);

в) если выполнено $x \succ y$, то невозможно $y \underset{R}{\succ} x$ (асимметричность).

Отношению строгого порядка соответствует ориентированный граф без циклов и петель. Примеры отношений строгого порядка: «вариант плана x предпочтительнее варианта y, если все показатели плана x лучше показателей плана y»; «командир батальона подчиняется командиру полка, командир полка — командиру дивизии»; «строительство фундамента технологически предшествует строительству стен, строительство стен — строительству крыши» и т. п.

Эти отношения описываются соответственно графами: первое — графом структуры предпочтений, соответствующим определению оптимальности по Парето (подробнее см. § 3 гл. 5); второе — графом иерархической структуры органа управления; третье — сетевым графиком комплекса операций.

Отношение R строгого порядка называется *совершенным* (линейным) строгим порядком, если для всякой пары (x, y) элементов из M выполняется либо $x \succ y$, либо $y \succ x$, другими словами, если любые два элемента из M сравнимы по отношению R.

Отношению совершенного строгого порядка соответствует полный граф, имеющий n вершин и $n(n-1)/2$ дуг, где n — число элементов (мощность) множества M. В таком полном графе существует путь, упорядочивающий все элементы множества M. Соответственно базисный граф редукции совершенного строгого порядка представляет собой цепочку, состоящую из n вершин и $(n-1)$ дуг. Например, если $M=\{1, 2, 3, \ldots, n\}$ — множество первых n целых чисел, то отношение «x больше y» является отношением линейного строгого порядка.

В общем случае в множестве M имеются пары (x, y) несравнимых по отношению строгого порядка R элементов (не выполняются ни соотношение $x \underset{R}{\succ} y$, ни соотношение $y \underset{R}{\succ} x$), тогда отношение R называют отношением *частичного* строгого порядка.

Важными для процедур принятия решений являются понятия, выделяющие экстремальные элементы отношения строгого порядка.

Элемент x называется *максимальным* (*минимальным*) элементом отношения R, если не существует никакого элемента $y \in M$, для которого $y \underset{R}{\succ} x$ $(x \underset{R}{\succ} y)$.

На графе максимальным элементам соответствуют вершины, не имеющие входящих дуг, минимальным — вершины, не имеющие исходящих дуг. Для отношения строгого порядка множество максимальных элементов совпадает с ядром графа. Примеры максимальных элементов: множество элементов, оптимальных по Парето, подмножество технологически подготовленных операций («фронт работ») в сетевом графике комплекса операций и т. п. (см. также гл. 5).

Элемент x называется *наибольшим* (*наименьшим*), если соотношение $x \underset{R}{\succ} y$ $(y \underset{R}{\succ} x)$ выполняется для всех $y \in M$, $y \neq x$.

На графе наибольшему элементу соответствует единственная вершина, из которой существует путь в любую вершину графа, исходящий из данной вершины. Примеры: наибольший элемент — корень дерева (см. ниже), описывающего иерархическую структуру подчинения или иерархическую структуру разбиения целого на части (упорядочение по включению $\subseteq$); наименьший элемент — завершающее событие сетевого графика комплекса работ (например, линии сборки).

Отметим, что одной из интерпретаций выделения наибольшего элемента является акт принятия решения о выборе единственного варианта из множества альтернатив M. Более подробно вопросы использования отношения строгого порядка при моделировании процедур принятия решений рассматриваются в гл. 5.

Подробный анализ всех отношений табл. 1.1 дан в работе [7].

2.3. Трехместные и n-местные отношения

Приведем сначала несколько примеров трехместных отношений:

1) по x бомбардировщикам z ракетно-зенитных комплесов дали залп y ракетами;

2) из x видов сырья z предприятий выпускают y видов продукции;

3) x покупателей покупают z товаров по ценам y.

В некоторых случаях трехместные отношения сводятся к двум бинарным. Так в последнем примере, приписывая каждому товару свою цену, получаем бинарное отношение между x и парой (z, y).

Такое же понижение порядка возможно и для n-местных отношений.

Как и в случае бинарных отношений, трехместные и, вообще, n-местные отношения отождествляются с множеством упорядоченных троек, упорядоченных n-к (или кортежей длиной n) элементов.

Если имеется семейство множеств $A_1, A_2, \ldots, A_n$, то, по определению, n-местным отношением R является подмножество множества всех возможных кортежей длиной n, т. е.

$$R \subset A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n. \qquad (1.2.10)$$

Система может характеризоваться различными отношениями между множествами объектов. В связи с этим математической моделью системы назовем кортеж

$$S = (A_1, A_2, \ldots, A_n; R_1, R_2, \ldots, R_m), \qquad (1.2.11)$$

компонентами которого являются семейство множеств (объектов) $A_1, A_2, \ldots, A_n$, образующих систему, и определенные на этом семейсте множеств отношения R_1, $R_2, \ldots, R_m$, каждое из которых определяется, например, или выражением (10), или как бинарное отношение на семействе множеств, или как отношение размерности k, $2<k<n$.

Каждой комбинации отношений будет соответствовать своя модель системы. Если кортеж (11) имеет одно отношение, то модель отображает какую-либо одну сторону — один аспект системы. В многоаспектной модели принимается во внимание множество отношений.

Хорошим примером в этом смысле может служить производственное предприятие, производящее продукцию из поступающего сырья, полуфабрикатов, и использующее для этого рабочую силу, энергию, оборудование, основные фонды и т. п. Множествами объектов, которые приходится рассматривать, будут, например, множества основных фондов и оборудования; сырья и полуфабрикатов; готовой продукции; рабочих, техников, инженеров, служащих заводоуправления; производственных цехов, рабочих участков, отделов заводоуправления; конструкторской и нормативной документации; плановых заданий на производство продукции; критериев оценки деятельности предприятия.

Этот перечень множеств объектов, характерных для предприятия, можно было бы продолжить. Также многочисленны отношения между объектами этих множеств, например отношения на множествах сырья, оборудования и готовой продукции; отношения упорядоченности и последовательности производственных операций; отношения подчиненности и доминирования в коллективе предприятия; причинно-следственные отношения, проявляющиеся при функционировании предприятия; отношения на множествах плановых заданий по изготовлению продукции и критериев оценок деятельности предприятия; разнообразные социальные отношения на множествах трудовых коллективов и многие другие отношения.

Математические модели удается построить только в тех случаях, когда классифицированы объекты, например, на основе отношения эквивалентности, и эксплицированы отношения, т. е., когда они из расплывчатых понятий, характерных для обыденного языка, переведены в точные математические понятия [7]. В противном случае мы будем иметь модель системы или на вербальном (описательном) уровне, или в виде физических репродукций, действующих макетов, или в виде моделей-аналогов (блок-схем, чертежей, процедурных схем, диаграмм). Обычно физические модели и модели-аналоги всегда объединяются вербально для создания целостного комплексного представления о системе. Такая комплексная модель оказывается значительно более совершенной, когда в нее включаются математические модели (или их комплексы), отображающие отдельные аспекты системы.

Математические модели системы (так, как они были определены) бывают двух видов: формально-аналитические и имитационные. В первом случае связи между объектами характеризуются отношениями — функциями в явной или неявной форме (дифференциальными, интегральными уравнениями, операторами и т. п.) таким образом, что позволяют с помощью математического аппарата, как правило, с использованием ЭВМ, сделать необходимые выводы, заключения о системе и ее свойствах, а при синтезе эти свойства в каком-либо смысле оптимизировать. Во втором случае, когда не представляется возможным на основе математического аппарата исследовать и оптимизировать систему, алгоритмы, процедуры, процессы в системе воспроизводятся в виде программ на ЭВМ и производятся машинные эксперименты для исследования свойств системы. Нужно сказать, что в связи с использованием в обоих случаях ЭВМ не всегда можно провести четкое разделение между формально-аналитическими и имитационными моделями.

Кортеж (11), который мы назвали математической моделью системы, иногда будем называть просто системой. Заметим, что в работах [8, 9] системой S называется само n-местное отношение (10).

2.4. Виды систем и их характеристики

Все системы можно разбить на две большие группы.

Символические системы. Все объекты таких систем суть понятия, связанные между собой определенными отношениями. Примерами таких систем являются языки, системы счисления, геометрические системы, алгоритмы, бухгалтерские системы, системы учета, отчетности и пр.

Реальные (конкретные) системы. Такие системы включают в себя по меньшей мере два физических объекта. Здесь установление самого факта существования физических объектов, их свойств и природы требует содержательного исследования в области естественных и общественных наук.

Заметим, что символические системы служат для построения моделей реальных систем [8—13].

Сузим класс рассматриваемых систем. Из всего безграничного множества реальных систем выделим, в первую очередь, только те, которые создаются человеком (здания, сооружения, самолеты, ракеты, корабли, технологические процессы, промышленные предприятия, разного рода учреждения). Создание систем означает, что они синтезируются из некоторых компонент и конструируются (разрабатываются). Последнее предполагает выбор проекта системы из ряда альтернативных вариантов. Синтез и конструирование системы осуществляются в следующем порядке: замысел системы, анализ и выделение компонент, конструирование компонент, синтез — объединение компонент в единое целое, в систему.

Компоненты системы сами являются системами и к ним, следовательно, относится все, что сказано ранее по поводу системы, в том числе и о ее целостности. Из этого вытекает возможность членения любой системы до элементов, которые в данном случае считаются первичными (исходными). В результате первого акта разбиения (декомпозиции) образуются подсистемы или блоки первого уровня. Второй акт разбивает подсистемы первого уровня на подсистемы (блоки) второго уровня. В итоге последовательное разбиение системы приводит к ее представлению (модели) в виде дерева подсистем различных уровней. Дерево является весьма распространенной математической моделью любой системы S:

$$S=(M,\ R_g). \tag{1.2.12}$$

Отношение строгого порядка на множестве M называется отношением *древесного порядка* R_g, если для любых $x,\ y,\ z \in M$

1) из того, что $x \underset{R_g}{\prec} y$ и $x \underset{R_g}{\prec} z$ следует, что y и z сравнимы;

2) на множестве M существует наибольший элемент x_0.

Множество M с заданным древесным порядком, т. е. пара $(\mu,\ R_g)$, называется *деревом*, а x_0 — его *корнем*. Для системы в качестве отношения строгого порядка удобно взять включение с доминированием $\underset{g}{\succ}$.

Запись $x \underset{g}{\succ} y$ означает, что x доминирует над y и включает его в себя. Из условия 1), в частности, вытекает, что в каждую вершину дерева, кроме x_0, входит единственная стрелка и из каждой вершины выходит несколько стрелок. Вершины, над которыми вершина x непосредственно доминирует, называются ее окрестностью.

Окрестность корня образует первый ярус (уровень) вершин дерева. Окрестности всех вершин первого уровня образуют второй ярус (уровень) и т. д. (рис. 1.8). Очевидно, что когда речь идет о системе, математической моделью которой является дерево, то корень дерева отождествляется с собственно системой как с чем-то

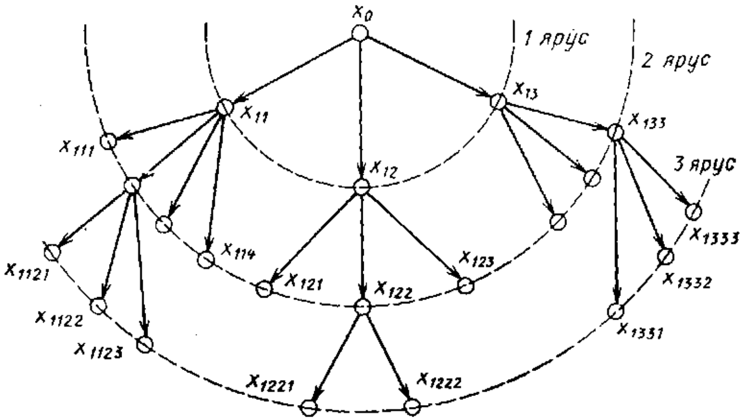


Рис. 1.8.

целостным. Выделение первого яруса вершин означает выделение подсистем первого уровня, второго уровня и т. п. При этом подсистемы опять выступают как нечто целостное.

Если рассматриваются такие системы, как автомобиль, самолет, ракета и т. д., то будем говорить не о подсистемах, а о блоках. Так, например, блоками первого уровня у ракеты будут корпус, двигатель, система управления, боевая часть. Каждый из блоков функционировать в отдельности не может и целостность здесь проявляется в том, что любой из блоков может быть использован в любом из экземпляров множества систем данного вида. Если же взять такие системы, как, например, войсковое объединение типа фронта, армии и т. п. или производственное объединение, то в результате членения таких систем будем получать подсистемы разных уровней и целостность здесь будет того же характера, что и у всей системы. Каждая подсистема будет способна совершать операции, соответствующие своему уровню.

Из всего множества создаваемых систем выделяются *самодействующие системы*, т. е. системы, способные совершать операции, работы, процедуры, обеспечивать заданное течение технологических и других процессов, а, следовательно, решать задачи и достигать поставленных целей. Самодействующие системы делятся на организационные, человеко-машинные и технические. Система относится к классу организационных, если в ее состав входят люди. Техническая система — это система, которая способна решать задачи, назначаемые ей человеком без его участия. Человеко-машинная система есть организационная система, в которой при решении задач существенно взаимодействие человека и технической (не обязательно самоуправляющейся) системы (например, системы «летчик — самолет»). Заметим, что упоминание в §4 гл. 2 о синтезе систем в полной мере относится только к техническим и простейшим человеко-машинным системам. Организационные системы (организации) обычно образуются на основе предшествующего опыта, традиций и т. п. Вопрос о синтезе и конструировании организационных систем встал несколько лет назад в связи с использованием в организационных системах ЭВМ.

Состояние системы в данный момент времени есть множество значений существенных характеристик (свойств), которыми эта система обладает. Свойства можно определить через отношения и, следовательно, через отношения можно определить и состояние системы. Для одного очень широкого класса систем и объектов (технических) ниже будет дано строгое понятие состояния системы. Сейчас достаточно интуитивного определения, как множества существенных свойств [5].

Рассмотрим, например, такую систему, как самолет.

1. Самолет на стоянке, производится подготовка его к полету. Существенными свойствами будут исправность или неисправность его отдельных агрегатов, наличие горючего в баках, кислорода в баллонах и т. п. Эти существенные свойства можно описать характеристиками $x_i(t)$, которые определяют состояние $x(t)$ данной системы в момент времени t, причем

$$x_i(t) = \begin{cases} 1, & \text{если в момент времени } t \text{ исправен } i\text{-й агрегат,} \\ 0, & \text{если в момент времени } t \text{ неисправен } i\text{-й агрегат,} \end{cases}$$

2. Самолет в полете. Существенными характеристиками будут фазовые координаты: высота, скорость полета, углы тангажа, крена,

рысканья, географические координаты. Состояние самолета в полете как системы в какой-либо момент будет определяться вектор-функцией фазовых координат и этим моментом времени.

Окружающая среда системы — это множество объектов (с их существенными свойствами), не входящих в систему, изменение свойств которых может менять состояние системы. Среди объектов среды могут быть такие, которые не только влияют на поведение системы, но на которые влияет сама система. Иными словами, с частью среды система в том или ином смысле может взаимодействовать. Внешние объекты, не влияющие на существенные свойства системы и на которые система также не влияет, не относятся к среде [5]. Состояние окружающей среды в какой-либо момент времени есть кортеж (вектор) ее существенных характеристик в этот момент времени.

Что отнести к среде, а что к системе — зависит также от формулировки задачи, цели исследования или цели операции. Средой для данной системы могут быть взаимодействующие с ней другие системы, в том числе системы высшего ранга. Для какого-либо цеха, промышленного предприятия как системы все остальное предприятие вместе с руководством является средой. Для авиаконструктора самолет является системой, а для разработчика автопилота того же самолета системой является автопилот, а весь остальной самолет — средой.

Для нас будут интересны системы, у которых существенны *отношения причинно-следственного характера* (нас не будет интересовать, например, стол как система, поскольку для него несущественны причинно-следственные отношения между его частями в условиях нормальной эксплуатации). Причинно-следственные отношения, рассмотренные во времени, приводят к представлениям о процессах изменения движения отдельных компонент системы или всей системы в целом, к представлениям о потоках вещества и энергии в системе.

Так, в системе ПВО некоторой территории осуществляется непрерывный контроль воздушного пространства. Появление в охраняемой зоне чужого объекта приводит в действие систему локаторов, следящих за объектом, в нужный момент на перехват взлетают истребители, запускаются ЗУР и т. д. [3.6, 3.11]. На любом предприятии потоки сырья и полуфабрикатов преобразуются в потоки готовой продукции. При этом обязательно используются потоки различного вида энергии.

Понятия входа, выхода, состояния оказываются удобными при описании взаимодействия объекта (системы) со средой. Воздействие среды на систему характеризуется некоторыми параметрами или показателями, которые мы будем называть *входными* параметрами (показателями) или просто входами. Множество входов может быть представлено кортежем

$$u=(u_1,\ u_2,\ \ldots,\ u_r). \tag{1.2.13}$$

Входы преобразуются системой в параметры, которые характеризуют результаты проводимых системой операций, в том числе ее воздействие на среду. Эти параметры (показатели) будем называть *выходными* (или просто выходами). Множество выходов охарактеризуется кортежем

$$y=(y_1,\ y_2,\ \ldots,\ y_s). \tag{1.2.14}$$

Система преобразует входы в выходы благодаря некоторому отношению (возможно причинно-следственного характера):

$$uRy \Longleftrightarrow (u,\ y) \in R,\ R \subset u \times y. \tag{1.2.15}$$

Тогда моделью системы «вход — выход» будет тройка

$$S=(u,\ y,\ R). \tag{1.2.16}$$

Отношение может быть функциональным (функцией):

$$y=F(u), \tag{1.2.17}$$

тогда модель будет иметь вид

$$S=(u,\ y,\ F). \tag{1.2.18}$$

Выражения (16) или (17) справедливы в двух случаях: 1) система имеет единственное состояние, 2) параметры выходов совпадают с параметрами состояния. В более общем случае вход системы определяет параметры ее состояния

$$x=(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n) \tag{1.2.19}$$

через отношение

$$uR_1x \Longleftrightarrow (u,\ x) \in R_1,\ R_1 \subset u \times x, \tag{1.2.20}$$

или через функцию

$$x=F(u). \tag{1.2.21}$$

Выход же системы определяется бинарным отношением между парами вход — состояние и выход

$$(u,\ x)\,R_2 y \Leftrightarrow ((u,\ x),\ y) \in R_2,\quad R_2 \subset (u \times x) \times y, \tag{1.2.22}$$

или функционально

$$y = G(u,\ x). \tag{1.2.23}$$

В этом случае модели системы определяются пятерками

$$S = (u,\ x,\ y,\ R_1,\ R_2) \tag{1.2.24}$$

или

$$S = (u,\ x,\ y,\ F,\ G). \tag{1.2.25}$$

С точки зрения системы в целом ее вход может трактоваться как причина, а ее выход как следствие. В биологических системах вход обычно называется стимулом, выход — реакцией. Для технических систем характерно их описание в понятиях вход — выход — состояние (часто выход отождествляется с состоянием). Для организационных и человеко-машинных систем важнейшими понятиями являются цели и задачи. Связь между этими понятиями следующая: результаты решения задач и достижения целей оцениваются в категориях выхода или состояния. А так как изменять состояния и выходы можно за счет входов, то возникает проблема формирования таких входов, при которых выходы определяют решение задачи. Здесь мы уже подходим к проблеме управления, о которой скажем ниже.

Идеализированные закрытые (автономные) системы не имеют среды, точнее, можно пренебречь влиянием среды на систему. Напротив, системы *открытые*, незамкнутые, неавтономные испытывают существенное влияние среды. Например, если изменение состояния системы (изменение ее существенных свойств) описывается функциями, являющимися решением дифференциального уравнения

$$\dot{x}(t) = Ax(t), \tag{1.2.26}$$

где $x(t) = (x_1(t),\ \ldots,\ x_n(t))$ и $A = \|a_{ij}\|_{n \times n}$, то система является закрытой (автономной).

Если же описание системы имеет вид

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \tag{1.2.27}$$

где $B = \|b_{ij}\|_{n \times r}$, а вектор $u(t) = (u_1(t),\ \ldots,\ u_r(t))$ относится к среде, то система будет открытой (неавтономной).

Статическая система — это система с одним состоянием. *Динамическая* система — система с множеством состояний, в которой с течением времени происходит переход из состояния в состояние.

Поведением системы назовем изменение ее состояния (и, соответственно, выхода), исходом которого является некоторый результат. Поведение системы таким образом связано с достижением цели или решением задачи. Безотносительно к целям и задачам будем говорить о процессах изменения состояния $x(t)$ и о процессах на входе $u(t)$ и выходе $y(t)$ системы. Термин поведение будем относить к организационным и человеко-машинным системам, где поведение определяет характер операции, осуществляемой системой. Для технических систем уместно говорить о процессах в системе, а не о ее поведении. Под процессами будем понимать функции времени со значениями в некотором множестве, обычно являющимся линейным пространством и называемом фазовым пространством для этих процессов. Сами процессы иногда называют траекториями в фазовом пространстве. Если значения процесса (функции времени) являются случайными величинами, заданными на некотором вероятностном пространстве, то процесс называется случайным.

Основное свойство организационных и человеко-машинных систем — это способность осуществлять операции. Осуществляя операции, такие системы реализуют некоторый тип поведения. Таким образом, осуществление операции — это изменение состояния системы и среды.

Структура системы — это то, что остается неизменным в системе при изменении ее состояния, при реализации различных форм поведения, при совершении системой операции и т. п. Так, например, в системе, процессы в которой описываются уравнением

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t),$$

матрицы A и B характеризуют структуру системы.

Ситуация — это совокупность состояний системы и среды в один и тот же момент времени.

Исход операции — ситуация, сложившаяся к моменту завершения операции, поэтому цель может быть сформулирована, как некая желаемая в будущем ситуация. Исход операции не всегда бывает известен заранее точно, поэтому это понятие имеет вероятностный характер.

3. УПРАВЛЕНИЕ

Определим предварительно управление как такое использование причинно-следственных отношений, при котором возникает поведение системы, приводящее к желаемому результату (система достигает цели или решает задачу). О технических системах можно сказать, что управление в них — это такое использование причинно-следственных отношений, при котором процессы $x(t)$ и $y(t)$ принимают желаемые значения на заданном отрезке наблюдения. Управление предполагает наличие объекта управления (или управляемой системы) и органа управления (или управляющей системы). Повлиять на причинно-следственные отношения в управляемой системе можно, только изменяя ее входные параметры $u=(u_1, u_2, \ldots, u_r)$.

Поэтому мы должны предположить, что некоторая группа входных параметров, которые в дальнейшем будут называться *управляющими параметрами*, генерируется управляющей системой. Остальная часть входов является неконтролируемыми воздействиями остальных компонент среды и иногда препятствует достижению целей системы. Эту часть входов в дальнейшем будем называть *возмущениями* и считать, что они представляются кортежем $v=(v_1, v_2, \ldots, v_m)$.

Обозначение u сохраним только за управляющими параметрами. Необходимо подчеркнуть принципиальное различие управления техническими и организационными (в том числе и человеко-машинными) системами. В технической системе отношения на множествах u и x и на множествах $(u \times x)$ и y должны быть функциональными и модель системы всегда имеет вид (2.25). В противном случае реакция системы на управляющие воздействия или предписания будет неоднозначной. Ясно, что при неоднозначной реакции мы будем лишены возможности, например, управлять полетом таких объектов, как беспилотные самолеты, космические аппараты, ракеты и т. п. Здесь неоднозначность может появиться только как результат неисправности или повреждения системы. Совершенно другая картина имеет место в организационной системе. Ее реакция на входные управляющие воздействия, как правило, неоднозначна. Неоднозначна не в смысле конечного результата управления (достижения цели, решения задачи), а в смысле путей и способов достижения этого результата, в смысле поведения системы. Организационная система, как управляемая система, сама внутри себя содержит орган управления (в промышленном предприятии это, например, директор с аппаратом заводоуправления; в самолете — его экипаж во главе с командиром и т. п.). Эта неоднозначность обеспечивает свободу выбора в принятии решений органом управления управляемой системы для того, чтобы поведение управляемой системы при достижении заданной цели было в каком-либо смысле оптимальным. В примере с предприятием управляющими воздействиями могут быть, например, предписания о выпуске в интервале времени $[t_0, t_1]$ определенного объема продукции в заданном ассортименте с одновременным выделением предприятию для этих целей денежных и материальных ресурсов. Руководство предприятия может выполнить это плановое задание комбинацией различных технологических процессов. При этом всегда можно выбрать такую комбинацию, при которой прибыль, получаемая предприятием, будет максимальной. В примере с самолетом экипаж может выбрать профиль и маршрут полета, исходя, например, из минимума расхода горючего с учетом складывающихся метеоусловий. Таким образом, упомянутая неоднозначность между управляющим входом и состоянием (поведением) системы открывает возможность как оптимизации ее поведения, так и приспособления к внешней среде (оптимальной реакции на возмущения $v = (v_1, v_2, \ldots, v_m)$).

Из изложенного видно, что организационную систему можно всегда считать самоуправляющейся.

Очень важным является рассмотрение управления как информационного процесса, связанного с понятием цели, плана, принятия решений, обратной связи и т. п. Несколько ниже эти понятия и их сущность будут разъяснены.

Использование причинно-следственных связей для организации управления предполагает, что мы должны иметь сведения или информацию о параметрах, характеризующих поведение системы или объекта, о текущих значениях параметров движения объектов (компонент) системы, о параметрах потоков вещества и энергии.

Приведем некоторые понятия, связанные с получением информации о процессах и течении операций в системах [2, 3, 8, 13, 16].

Информация — в общем смысле это все, чем могут быть дополнены наши знания, убеждения и предположения (знания обычно или неизменны, или увеличиваются).

Сообщение — упорядоченный набор символов из заранее фиксированного множества (русский алфавит, цифры и т. п.), служащий для выражения информации (текст телеграммы, абзац газетной статьи, упорядоченная последовательность отверстий на перфоленте и т. п.).

Документ — материальный носитель сообщений в виде телеграмм, писем, книг, газет, журналов, справок и т. п.

Сигналы — физические факты, явления, процессы, служащие для передачи и накопления сообщений.

Обычно к приемнику информации полезный сигнал поступает вместе с помехами или с шумом, поэтому возникает проблема выделения полезного сигнала из шума. Конечное время распространения сигналов, время, затрачиваемое на составление и пересылку документов, приводят к запаздыванию информации. Кроме этого, при передаче информации по каналам связи происходят искажения и часть информации теряется.

При проектировании систем широко используются различные виды их моделей: блок-схемы, графы, математические модели и пр. Блок-схемы и графы относятся к так называемым иконографическим моделям. Блок-схемы используются для описания функциональных причинно-следственных связей в системе.

Для того чтобы знать, какова реакция системы на входное воздействие, нужно преобразовывать выход системы (физические или информационные процессы) в сигнал какого-либо вида или документ, который и будет носителем информации о реакции системы или о ее выходе. Преобразователи выхода в сигналы называются *датчиками информации*. Любая система может иметь множество выходов (M) и множество входов (N). На так называемой элементарной блок-схеме система с n входами и m выходами изображается в виде прямоугольника с n входными и m выходными полюсами. Прямоугольник символизирует, что выходы $y=(y_1, \ldots, y_m)$ связаны со входами отношениями или функциями (отображениями).

Если мы ничего не знаем о системе и можем судить о ней лишь по входам и выходам, то говорят, что она представляет «черный ящик». Задавая входы, например, в виде сигналов определенного типа и измеряя или фиксируя выходы, можно осуществить идентификацию системы, т. е. установить ее свойства, например, функции (отображения), связывающие входы с выходами. Сложные системы, состоящие из ряда систем-компонент или объектов, могут быть образованы таким образом, что входы одних объектов являются выходами других. Блок-схема такой системы состоит из ряда элементарных блок-схем, соединенных между собой. В первую очередь, укажем на последовательное соединение двух или более систем-компонент или объектов (рис. 1.9). Двойные стрелки означают, что входы и выходы являются векторными величинами. В последовательном соединении выход каждого предыдущего объекта является входом последующего. Входы и выходы каждого объекта могут быть информационными (документы, сигналы) и технологическими, характеризующими потоки вещества, энергии, действия механических сил, моментов, действия разнообразных физических, химических факторов и т. п. Поскольку входы и выходы каждого объекта изменяются, они являются характеристиками процессов в сложной системе (или течения операций в организационных системах). Особое значение будут иметь информационные входы и выходы, поскольку с помощью информационных процессов осуществляется управление, т. е. использование причинно-следственных связей. В некоторых случаях (например, управление производством) бывает необходимо указывать в блок-схемах как информационные процессы или потоки, так и другие потоки, например, потоки вещества и энергии. Во всех случаях объекты на блок-схемах выступают как устройства преобразования входов в выходы, т. е. одних процессов в другие.

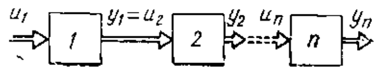


Рис. 1.9.

Для образования параллельного соединения объектов (систем-компонент) кроме блоков преобразования необходимо ввести блоки распределения (D) и блоки объединения процессов (C). На рис. 1.10 показано параллельное, а на рис. 1.11 — параллельно-последовательное соединение объектов.

В заключение отметим, что в гл. 2 встречались два вида иконографических моделей систем — модели типа «дерево» (рис. 1.8) и модели типа блок-схем (рис. 1.11). Оба типа моделей — графы, вершины которых являются системами-компонентами сложной системы. Дуги между

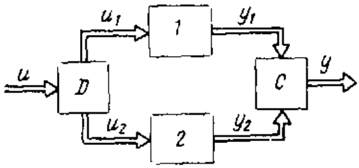


Рис. 1.10.

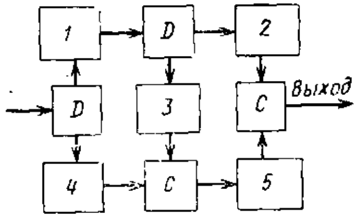


Рис. 1.11.

вершинами в модели типа «дерево» характеризуют отношение вида «включена в ...» или «входит в ...». Дуги между вершинами в блок-схемах характеризуют процессы в системе. Модели в виде деревьев удобны для проектирования и разработки систем, модели в виде блок-схем — для анализа функционирования систем и синтеза их характеристик, в частности для структуризации информационных процессов в процедурах планирования и оперативного управления.

2

ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ В ТЕХНИЧЕСКИХ И ПРОСТЕЙШИХ ЧЕЛОВЕКО-МАШИННЫХ СИСТЕМАХ

Метод состоит в размещении и упорядочении того, на что должно быть направлено острие ума в целях открытия какой-либо истины.

Р. ДЕКАРТ *)

1. ВВЕДЕНИЕ

В этой главе с различных точек зрения будут рассмотрены принципы управления в системах (или системами), представимых блоками (объектами) вход — состояние — выход и их соединениями. Поскольку выход y, состояние x и вход u связаны причинно-следственными отношениями, то управление будет означать выбор таких входов из множества возможных, при которых образуется поведение системы (изменение состояния), приводящее к желаемому результату или выходу y. Однако выбор u из множества возможных входов кем-то должен быть сделан. Этим «кем-то» может быть человек или автомат, в общем случае управляющий объект (система, блок). Таким образом, о процессах управления можно говорить только в том случае, когда имеется минимум два объекта, две системы: объект—система, которым управляют и объект — система, который управляет (рис. 2.1).

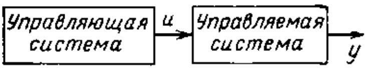


Рис. 2.1.

Управляющий объект, выбирая входы для объекта управления, исходит из необходимости решить задачу или достичь цели, причем близость к решению задачи или достижению цели определяется значениями выходов y.

Сами входы как сигналы или воздействия называют *управлениями*, а выбор входов или управлений из множества возможных *принятием решений*. Последний тер-

*) *Р. Декарт.* Правила для руководства ума. Избранные произведения М., Госполитиздат, 1950, с. 95.

мин более употребителен в организационных системах, когда речь идет об управлении операциями; здесь сам процесс выбора входов носит название процесса принятия решений.

Описанная ниже трактовка управления как процесса типична для технических систем, таких как самолеты и другие движущиеся объекты, энергетические установки, химические реакторы и т. п.

Далее будем полагать, что состояние технических систем или объектов описывается вектор-функцией

$$x(t)=(x_1(t),\ x_2(t),\ \ldots,\ x_n(t))$$

и задается при автономном поведении [1] уравнениями дифференциальными

$$\dot{x}(t)=f(x(t)), \tag{2.1.1}$$

разностными

$$x(t)=f(x(t-1)), \tag{2.1.2}$$

дифференциально-разностными

$$\dot{x}(t)=f(x(t),\ x(t-1)), \tag{2.1.3}$$

интегральными

$$x(t)=h(t)+\int_{t_0}^{t} f(x(\xi),\ t)\,d\xi. \tag{2.1.4}$$

Задание систем в виде (1)—(4), где t — время, означает, что речь идет о динамических системах.

2. СОСТОЯНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Приведем постановку проблемы, данную Заде [2, 3], имея в виду, что рассматриваемые системы, во-первых, детерминированные, во-вторых, физически возможные, не предвосхищающие события (реагирующие только на прошлые и текущие значения входов, а не на их будущие значения).

Пусть вход и выход некоторого управляемого динамического объекта (системы) S описываются соответственно векторными функциями u, y, принимающими в момент t значения $u(t)$ и $y(t)$. Соответственно u и y означают множества

$$u=\{(t,\ u(t))\,|_{-\infty<t<\infty}\}, \tag{2.2.1}$$

$$y=\{(t,\ y(t))\,|_{-\infty<t<\infty}\}. \tag{2.2.2}$$

Те же обозначения u и y, а иногда $u_{[t_0,\, t_1]}$ и $y_{[t_0,\, t_1]}$, будем использовать для сужения функций u и y на множестве $[t_0, t_1]$ или, другими словами, отрезков (сегментов) функции на интервале $[t_0, t_1]$. Заметим, что кроме закрытого интервала $[t_0, t_1]$ будут использоваться полуоткрытые интервалы $(t_0, t_1]$ и $[t_0, t_1)$. Отрезки функций u и y будем также называть входами и выходами объекта S.

При экспериментальных исследованиях на входные полюсы объекта подаются отрезки u на интервале $[t_0, t_1]$ и на том же интервале на выходных полюсах объекта измеряются отрезки y. Это дает основание образовать упорядоченные пары вход—выход $u_{[t_0,\, t_1]}$, $y_{[t_0,\, t_1]}$ или, короче, (u, y). Естественно предположить, что динамический объект S характеризуется некоторым множеством E пар вход—выход так, что $(u, y)\in E$. Множество E будем называть также характеристикой объекта S. Множество всех входов $\{u_{[t_0,\, t_1]}\}$, таких, что каждому входу $u_{[t_0,\, t_1]}$ отвечает выход $y_{[t_0,\, t_1]}$, т. е. пара $(u, y)\in E$, назовем *пространством входов* и обозначим $\mathcal{U}$. Точно так же множество всех выходов $\{y_{[t_0,\, t_1]}\}$, таких, что каждый выход $y_{[t_0,\, t_1]}$ возбужден входом $u_{[t_0,\, t_1]}$, причем пара $(u, y)\in E$, назовем *пространством выходов* и обозначим $\mathcal{Y}$.

Аналогично определению, которое было сделано для модели системы, определим модель динамического объекта S в виде тройки

$$S=(\mathcal{U},\ \mathcal{Y},\ E), \tag{2.2.3}$$

где E является отношением (соответствием), определяющим зависимость выхода от входа

$$uEy \Longleftrightarrow (u,\ y)\in E, \tag{2.2.4}$$

$$E\subset \mathcal{U}\times\mathcal{Y}. \tag{2.2.5}$$

Математическую модель объекта S иногда будем называть моделью объекта, иногда просто объектом. Заметим, что Заде [2] определяет так называемый абстрактный ориентированный объект, как отношение E. Термин «ориентированный» означает, что множества, характеризующие систему, разбиты на две группы: входное и выходное, и что между ними существуют причинно-следственные отношения.

Подчеркнем, что в общем случае объект S характеризуется бинарным отношением на паре $\mathcal{U}$ и $\mathcal{Y}$ и не всегда может быть функцией, задающей отображение пространства входов $\mathcal{U}$ в пространство выходов $\mathcal{Y}$. Это значит, что не требуется всюду определенности бинарного отношения, т. е. существования для каждого входа $u \in \mathcal{U}$ хотя бы одного выхода $y \in \mathcal{Y}$, и однозначности реакции объекта, т. е. возможны два (или более) выхода y_1, $y_2 \in \mathcal{Y}$ при некотором входе u, таких, что $(u, y_1) \in E$ и $(u, y_2) \in E$.

Определение (3) имеет в виду так называемые однородные объекты. У однородного объекта каждая пара вход—выход $(u_{[t_0, t_1]}, y_{[t_0, t_1]}) \in E$ является отрезком некоторой пары вход—выход $(u_{[0, \infty]}, y_{[0, \infty]}) \in E$. Это означает, что если пара $(u_{[t_0, t_1]}, y_{[t_0, t_1]}) \in E$, то E принадлежит и любая часть этой пары, т. е. $(u_{[\tau_0, \tau_1]}, y_{[\tau_0, \tau_1]}) \in E$, где $t_0 \leqslant \tau_0$ и $\tau_1 \leqslant t_1$. Однако если найдется такая пара $(u_{[\tau_0, \tau_1]}, y_{[\tau_0, \tau_1]})$, которая не является отрезком другой пары, то объект неоднороден.

Итак, в модели объекта множество E определено как некоторое бинарное отношение, а не как функция или оператор, преобразующие входные процессы (сигналы) в выходные. Это существенно, поскольку такие факторы, как начальные условия уравнений объекта или его начальное состояние могут быть любые и поэтому однозначная связь между входом и выходом исключается.

В качестве примера рассмотрим линейную систему с p-мерным вектором выхода $y(t) = (y_1(t), \ldots, y_p(t))$ и r-мерным вектором входа $u(t) = (u_1(t), \ldots, u_r(t))$ и уравнением

$$\dot{y}(t) = A(t)\, y(t) + B(t)\, u(t), \tag{2.2.6}$$

где $A(t) = \| a_i(t) \|_{p \times p}$; $B(t) = \| b_i(t) \|_{p \times r}$.

Решение уравнения (6) дается формулой Коши

$$y(t) = P(t, t_0)\, \sigma + \int_{t_0}^{t} P(t, \xi)\, B(\xi)\, u(\xi)\, d\xi, \tag{2.2.7}$$

где σ — векторный параметр начальных условий; $P(t, t_0)$ — фундаментальная или переходная матрица состояний. Заметим, что $P(t, t_0) B(t) = H(t, t_0)$ представляет собой импульсную характеристику системы. Первый столбец матрицы $H(t, t_0)$ является вектором выхода $y(t)$ при $\sigma = 0$, $u = (\sigma(t - t_0), 0, \ldots, 0)$, второй — вектором выхода $y(t)$ при $\sigma = 0$, $u(t) = (0, \sigma(t - t_0), 0, \ldots, 0)$ и т. д.

Во всех рассмотренных случаях каждому $u_{[t_0,\ t_1]}$ отвечает множество отрезков функций вида $y_{[t_0,\ t_1]}$, соответствующее множеству значений параметра σ. Таким образом, в определенном выше объекте (3) выход со входом связан неоднозначно. Эта неоднозначность определяется наличием произвольного параметра σ, принимающего значения в некотором пространстве Σ, если σ — n-мерный вектор, то $\Sigma = R^n$ — пространство упорядоченных последовательностей из n чисел. Но это же означает, очевидно, что выход y связан функциональным отношением с парой $(\sigma,\ u)$ или существует некоторая функция G, такая, что

$$y = G(\sigma,\ u). \tag{2.2.8}$$

Иными словами, каждому бинарному отношению на паре пространств $\mathcal{U}$ и $\mathcal{Y}$ ставится в соответствие некоторое множество Σ и некоторая двухместная функция $G(\sigma,\ u) = y$. При этом для любого $u \in \mathcal{U}$ и любого $y \in \mathcal{Y}$ выполняется $(u,\ y) \in E$ тогда и только тогда, когда существует параметр $\sigma \in \Sigma$, такой, что $G(\sigma,\ u) = y$. В этом случае множество Σ будем называть *пространством состояний* объекта S с пространством входов $\mathcal{U}$ и пространством выходов $\mathcal{Y}$ при данной функции $G(\sigma,\ u)$. Выбор пространства состояний Σ и функции G при заданном пространстве входов исследуемого объекта, равно как и те допущения, которые имеют место при этом выборе, имеют очень важное значение, поскольку от них зависит адекватность полученной математической модели физической (экономической) сущности рассматриваемых явлений.

Из (8) вытекает, что при введении параметра σ выход $y_{[t_0,\ t]}$ является некоторой функцией от σ и входа $u_{[t_0,\ t]}$;

$$y_{[t_0,\ t]} = G(\sigma,\ u_{[t_0,\ t]}). \tag{2.2.9}$$

Подчеркнем, что G связывает между собой отрезки u и y на интервале $[t_0,\ t_1]$. В выражении (9) параметр σ можно считать состоянием системы в начальный момент времени, т. е. положить $\sigma = x(t_0)$, тогда

$$y_{[t_0,\ t]} = G(x(t_0),\ u_{[t_0,\ t]}). \tag{2.2.10}$$

Определим состояние системы в момент t. Это можно сделать, если функция $y_{[t_0,\ t]} = G(\sigma,\ u_{[t_0,\ t]})$ на интервале

$[t_0, t_1]$ будет обладать свойством сочленения при условии, что на том же интервале свойством сочленения [3, 4] обладает отрезок входной функции $u_{[t_0, t_1]}$.

Отрезок входной функции обладает свойством сочленения, если для любых $t \in [t_0, t_1]$; $u^{(1)}_{(t_0, t]}$, $u^{(2)}_{(t, t_1]} \in \mathcal{U}$ найдется такой $u_{[t_0, t_1]} \in \mathcal{U}$, что $u_{(t_0, t]} = u^{(1)}_{(t_0, t]}$ и $u_{(t, t_1]} = u^{(1)}_{(t, t_1]}$. Функция $y_{[t_0, t_1]} = G(\sigma, u_{[t_0, t_1]})$ обладает свойством сочленения, если для каждых $\sigma \in \Sigma$, $t \in [t_0, t_1]$ и $u_{[t_0, t_1]} \in \mathcal{U}$ найдется $\sigma' = F(\sigma, u_{(t_0, t]}) \in \Sigma$, при котором отрезок $y_{(t_0, t_1]} = G(\sigma, u_{(t_0, t_1]})$ составлен из двух следующих друг за другом отрезков $y^{(1)}_{(t_0, t_1]} = G(\sigma, u_{(t_0, t]})$ и $y^{(2)}_{(t, t_1]} = G(\sigma', u_{(t, t_1]})$, т. е. $y^{(1)}_{(t_0, t]} = y_{(t_0, t]}$ и $y^{(2)}_{(t, t_1]} = y_{(t, t_1]}$. Другими словами, свойство сочленения означает, что отрезок выхода, соответствующий параметру σ и отрезку $u_{(t_0, t_1]}$, на интервале $(t_0, t]$ совпадает с отрезком выхода с параметром σ и входом $u_{(t_0, t_1]}$, а на интервале $(t, t_1]$ с отрезком выхода, имеющим параметр $\sigma' = F(\sigma, u_{(t_0, t]})$ и вход $u_{(t, t_1]}$. Заметим, что всюду берутся полуоткрытые интервалы, чтобы избежать трудностей определения функций в точке t.

Если параметр σ был принят за начальное состояние $x(t_0)$, естественно, что параметр σ' будет состоянием в момент t, т. е. $\sigma' = x(t)$. Таким образом, уравнение (10) включает функцию G от начального состояния $x(t_0)$ и отрезка входа. Уравнение состояния запишем в виде

$$x(t) = F(x(t), u_{[t_0, t]}), \qquad (2.2.11)$$

где функция F определяет состояние системы в момент t в зависимости от начального состояния и входа на интервале $[t_0, t]$. Заметим, что функция F для динамических систем в общем случае представляет собой оператор. В отличие от (11) уравнение (10) дает не значение выхода в момент t, а весь отрезок выхода на интервале $[t_0, t]$. Для того чтобы получить уравнение для $y(t)$, в уравнении (10) перейдем к пределу слева при $t_0 \longrightarrow t$. Тогда будем иметь

$$y(t) = g(x(t), u(t)). \qquad (2.2.12)$$

Функция g, представляющая собой функцию G при $t_0 \longrightarrow t$, в отличие от функций G и F является обычной числовой функцией. Уравнения (11) и (12) представляют собой уравнения вход — выход — состояние в интегральной или конечной форме. Для того чтобы получить эти же уравнения в дифференциальной форме, необходимо перейти к пределу слева в уравнении (11).

Выбрав значения $x(t)$ и $x(t_0)$, образуем выражение

$$\frac{x(t)-x(t_0)}{t-t_0}=\frac{F(x(t),\ u_{[t_0,\ t]})-F(x(t_0),\ u(t_0))}{t-t_0},$$

при переходе к пределу в левой части которого получим производную $\dot{x}(t)$, а в правой — обычную числовую функцию $f(x(t),\ u(t))$. Таким образом, уравнения вход — выход — состояние в дифференциальной форме будут иметь вид

$$\dot{x}(t)=f(x(t),\ u(t)), \qquad (2.2.13)$$

$$y(t)=g(x(t),\ u(t)). \qquad (2.2.14)$$

Рассмотрим как пример стационарную линейную систему с уравнением вход — выход

$$\dot{y}(t)=Ay(t)+Bu(t),$$

решение которого дается формулой Коши

$$y(t)=e^{A(t-t_0)}\sigma+\int_{t_0}^{t}e^{A(t-\xi)}Bu(\xi)\,d\xi.$$

Это решение при любых $\tau\leqslant t$ представимо в эквивалентной форме

$$y(t)=e^{A(t-\tau)}\sigma'+\int_{\tau}^{t}e^{A(t-\xi)}Bu(\xi)\,d\xi,$$

где $\sigma'=e^{A(\tau-t_0)}\sigma+\int_{t_0}^{\tau}e^{A(\tau-\xi)}Bu(\xi)\,d\xi$.

Следовательно, уравнение состояния стационарной линейной системы в конечной форме имеет вид

$$x(t)=e^{A(t-t_0)}x(t_0)+\int_{t_0}^{t}e^{A(t-\xi)}Bu(\xi)\,d\xi, \qquad (2.2.15)$$

а уравнение выхода — вид

$$y(t)=x(t). \qquad (2.2.16)$$

Задаваемое формулой (15) выражение для $x(t)$ является решением дифференциального уравнения

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t), \qquad (2.2.17)$$

которое вместе с (16) образует уравнения вход — состояние — выход в дифференциальной форме.

Как уже указывалось выше, уравнение (17) можно получить из (15) путем предельного перехода при $t_0 \to t$ слева. Из (15) образуем выражение

$$\frac{e^{-A(t-t_0)}x(t_0)-x(t)}{t_0-t}=\frac{\int\limits_t^{t_0} e^{A(t-\xi)}Bu(\xi)\,d\xi}{t_0-t},$$

применяя правило Лопиталя, при переходе к пределу при $t_0 \to t$ получаем

$$-Ax(t)+\dot{x}(t)=Bu(t)$$

или уравнение (17).

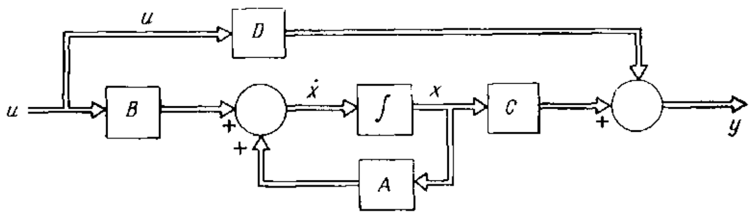


Рис. 2.2.

В общем случае уравнения вход — состояние — выход в дифференциальной форме для линейных систем имеют следующий вид

$$\dot{x}(t)=A(t)\,x(t)+B(t)\,u(t), \tag{2.2.18}$$

$$y(t)=C(t)\,x(t)+D(t)\,u(t) \tag{2.2.19}$$

и, как уже указывалось, для нелинейных

$$\dot{x}(t)=f(x(t);\ u(t);\ t), \tag{2.2.20}$$

$$y(t)=g(x(t);\ u(t);\ t). \tag{2.2.21}$$

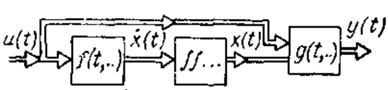


Рис. 2.3.

Уравнениям (18) и (19) соответствует блок-схема, показанная на рис. 2.2, а уравнениям (20, (21) — блок-схема, приведенная на рис. 2.3.

Если система дискретная и все переменные ее фиксируются через равные интервалы времени Δt, то (20) и

(21) преобразуются в уравнения в конечных разностях

$$x(k\Delta t+\Delta t)=f(x(k\Delta t);\ u(k\Delta t)),$$

$$y(k\Delta t)=g(x(k\Delta t);\ u(k\Delta t)),$$

$$k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ \infty$$

или, если обозначить $k\Delta t \triangleq t$ и $\Delta t=1$, то

$$x(t+1)=f(x(t);\ u(t)), \qquad (2.2.22)$$

$$y(t)=g(x(t),\ u(t)), \qquad (2.2.23)$$

Формы, близкие к (22) и (23), имеют уравнения вход — состояние — выход для автоматов.

Так, для автомата Мили

$$x(t)=f(x(t-1);\ u(t)), \qquad (2.2.24)$$

$$y(t)=g(x(t-1);\ u(t)), \qquad (2.2.25)$$

а для автомата Мура

$$x(t)=f(x(t-1);\ u(t)), \qquad (2.2.26)$$

$$y(t)=g(x(t)). \qquad (2.2.27)$$

Для обоих автоматов функции (24) и (26) называют функциями переходов, а (25) и (27) — функциями выхо-

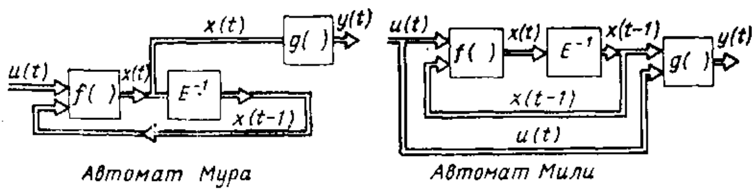


Рис. 2.4.

дов. Блок-схемы автоматов Мура и Мили приведены на рис. 2.4. На блок-схеме оператор E^{-1} задает следующее преобразование:

$$E^{-1}x(t+1)=x(t).$$

Таким образом, понятие состояния определено для очень широкого класса динамических систем. Среди технических объектов и систем большое распространение получили системы с одним состоянием, представляющие собой различного рода линейные, нелинейные, дискретные и другие преобразователи входных сигналов в выходные. Для систем с одним состоянием вместо (19) и (21) будем соответственно иметь

$$y(t)=D(t)u(t), \tag{2.2.28}$$

$$y(t)=g(u(t)). \tag{2.2.29}$$

Если система дискретная, то в (28) и (29) $t=0, 1, 2, \ldots$ Автоматы с одним состоянием являются автоматами без памяти и называются иногда релейными устройствами.

3. ПРИНЦИПЫ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

Рассмотрим класс систем или объектов, поведение которых описывается уравнениями

$$\dot{x}(t)=f(x(t);\ u(t)), \tag{2.3.1}$$

$$y(t)=g(x(t);\ u(t)). \tag{2.3.2}$$

В некоторых случаях выход объектов является в то же время и их состоянием, т. е. $y(t)=x(t)$. В связи с этим сначала будем рассматривать только уравнение (1). Вход объекта представляет собой воздействие среды на объект, при этом в среду включается и управляющая система. Выделим воздействие управляющей системы и разделим тем самым входы на две группы. За первой группой оставим обозначение $u=(u_1, u_2, \ldots, u_r)$ и назовем ее *управлением*, вторую группу входов обозначим через $v=(v_1, v_2, \ldots, v_m)$ и назовем ее *возмущением*. Входами u может распоряжаться по своему усмотрению управляющая система, которая, воздействуя на объект, стремится получить некоторый желаемый результат. Возмущение v представляет собой неконтролируемое воздействие среды на управляемую систему, например, со стороны природы, противника и т. п. Поэтому далее будем рассматривать следующее уравнение:

$$\dot{x}(t)=f(x(t);\ u(t);\ v(t))$$

где $x(t)$ — n-мерный вектор состояния или выхода; $u(t)$ — r-мерный вектор управления; $v(t)$ — m-мерный вектор возмущения.

Для линейного случая последнее уравнение имеет вид

$$\dot{x}(t)=A(t)x(t)+B_1(t)u(t)+B_2(t)v(t) \tag{2.3.3}$$

или в интегральном виде

$$x(t) = \Phi(t, t_0)\, x(t_0) + \int_{t_0}^{t} \Phi(t, \xi) [B_1 u(\xi) + B_2 v(\xi)]\, d\xi. \qquad (2.3.4)$$

Если A, B_1, B_2 — постоянные матрицы, то

$$\Phi(t, t_0) = e^{A(t-t_0)}. \qquad (2.3.5)$$

Как видно из (4) состояние $x(t)$ в момент времени t зависит не только от управления и возмущения в момент t, но и от всех прошлых значений управления и возмущения на интервале $[t_0, t]$ (проявление причинно-следственных отношений).

Формула Коши (4) может рассматриваться как оператор, связывающий функцию состояния $x(t)$ с функциями входа $u(t)$ и $v(t)$ на интервале $[t_0 t]$.

В общем случае линейных, нелинейных, дискретных и прочих систем будем считать, что в соответствии с (2.2.11) поведение системы определяется некоторым оператором

$$x(t) = F(u_{[t_0, t]}, v_{[t_0, t]}, x(t_0), t), \qquad (2.3.6)$$

определенным на произведении пространств

$$\mathscr{X} \times \mathscr{U} \times \mathscr{V}, \quad x \in \mathscr{X}, \; u \in \mathscr{U}, \; v \in \mathscr{V}.$$

По определению, управление есть такое использование причинно-следственных связей, при котором образуется поведение, приводящее к желаемому результату. В рассматриваемом случае желаемый результат может характеризоваться, например, состоянием системы в конце интервала $[t_0, t_1]$, т. е. значением вектора $x(t_1) = x^1$.

При этом управление трактуется как выбор такой вектор-функции $u_{[t_0, t_1]}$ из множества возможных управлений $\mathscr{U}$, при котором управляемая система переходит из состояния $x(t_0) = x^0$ в состояние $x(t_1) = x^1$.

Достигнутому результату можно дать оценку, которую назовем *критерием оптимальности*. Обычно это функционал, заданный в общем случае на $\mathscr{X}$, $\mathscr{U}$ и $\mathscr{V}$, а именно

$$\Phi(x_{[t_0, t_1]}, u_{[t_0, t_1]}, v_{[t_0, t_1]}).$$

Управление $u_{[t_0, t_1]} \in \mathcal{U}$ при заданных x^0 и x^1, интервале $[t_0, t_1]$ и операторе F выбирается так, чтобы функционал Φ принимал экстремальное значение. Обозначим это экстремальное значение функционала через z, тогда

$$z = \underset{u \in \mathcal{U}}{\operatorname{extr}} [\Phi(x_{[t_0, t_1]}, u_{[t_0, t_1]}, v_{[t_0, t_1]}) \mid x(t) = \\ = F(u_{[t_0, t]}, v_{[t_0, t]}, x^0, t);\ x^1,\ x^0 \in R^n]. \qquad (2.3.7)$$

Управление $u_{[t_0, t_1]}$, при котором функционал Φ принимает экстремальное значение, называется *оптимальным управлением*. Ограничение на управление $u_{[t_0, t_1]} \in \mathcal{U}$ можно записать также в виде $u(t) \in \Omega_u$ $\forall t \in [t_0, t_1]$, где Ω_u — замкнутое ограниченное множество в пространстве R^n. При этом в общем случае $\Omega_u = \Omega_u(t)$.

Задача (7) допускает целый ряд различных модификаций. Например, момент времени t_1 может быть не фиксирован, а фиксировано только состояние x^1, в которое должна перейти система. Более того, у вектора $x^1 = (x_1^1, \ldots, x_n^1)$ может быть задано только $k(k<n)$ компонент, в то время как остальные $n-k$ могут быть произвольными.

До сих пор предполагалось, что v и F известны. Обычно же об F и v имеется неполная информация. Обозначим априорные (в моменты $t<t_0$, т. е. до начала управления) данные F и v через $\bar{F}$ и $\bar{v}$. Действительные значения F и v отличаются от априорных $\bar{F}$ и $\bar{v}$ на некоторые непредсказуемые значения F_c и v_c [5]. Таким образом, формально можем записать

$$F = \bar{F} \oplus F_c \text{ и } v = \bar{v} \oplus v_c{}^{*)}.$$

Кроме априорной информации об операторе F и возмущении v в процессе управления можно получить текущую информацию о векторе параметров состояния $x(t)$ или выходе $y(t)$.

В зависимости от использования априорной и текущей информации различают такие виды управления, как программное управление, управление с обратной связью и смешанное.

---

*) Знак $\oplus$ означает композицию в каком-либо смысле; часто для v это будет просто сумма $(+)$ и тогда v_c называют аддитивной помехой.

Если роль управляющего объекта системы при управлении с обратной связью выполняет автомат, то имеет место автоматическое управление. Если функции управления при управлении с обратной связью распределены между человеком и автоматом (в том числе ЭВМ), то говорят об автоматизированном управлении. При этом объединение человек (группа) — автомат — объект называется *автоматизированной системой управления* (АСУ). Часто система «человек — автомат — объект» или «человек — автомат» называется *человеко-машинной системой.* В следующих параграфах будут рассмотрены принципиальные вопросы различных видов управления техническими объектами.

Начнем рассмотрение проблемы с программного управления, когда до начала акта управления при $t<t_0$ производится выбор $u_{[t_0, t_1]}$ как программы управления на интервале $[t_0, t_1]$, в том числе и на интервале $0 \leqslant t < \infty$.

В зависимости от роли v_c и F_c и информации о них различают три вида программного управления: детерминированное, вероятностное, игровое (минимаксное).

4. ПРОГРАММНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ (ДЕТЕРМИНИРОВАННАЯ ПОСТАНОВКА)

4.1. Постановка задачи. Примеры

Влиянием v_c и F_c на результат управления при детерминированной постановке задачи пренебрегают и используют только априорные данные $\overline{F}$ и $\overline{v}$. При этом в (2.3.7) F и v заменяются на $\overline{F}$ и $\overline{v}$.

Решив (2.3.7), получим программу управления $u^*_{[t_0, t_1]} = \{(t, u^*(t)) \mid t_0 \leqslant t \leqslant t_1\}$; так как оператору $x(t) = F(u_{[t_0, t]}, v_{[t_0, t]}, x^0, t)$ в частном случае соответствует уравнение

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), v(t)), \tag{2.4.1}$$

то, решив его при $u(t) = u^*(t)$, $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$, получим оптимальное поведение системы $x^*_{[t_0, t_1]}$, т. е. оптимальную траекторию перехода из состояния x^0 в состояние x^1. Пренебрежение v_c и F_c оказывается оправданным для многих задач.

Программное управление весьма и весьма распространено.

В качестве примера можно привести хорошо известную задачу о наборе высоты и скорости самолетом. Параметрами состояния являются высота x_1 и скорость x_2 полета. При упрощенной (но достаточной для практики) постановке задачи в качестве управления берутся тяга двигателя u_1 и угол тангажа самолета u_2. Заметим, что если тяга двигателя существенно зависит от параметров состояния, то в качестве управления следует взять положение дроссельной заслонки системы регулирования тяги двигателя. Задача о наборе высоты и скорости самолетом может рассматриваться в двух постановках:

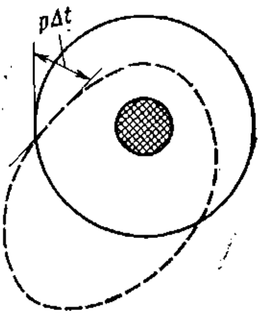


Рис. 2.5.

1) найти управление (u_1, u_2), переводящее самолет из точки с фазовыми координатами $(x^0{}_1, x^0{}_2)$ в точку $(x^1{}_1, x^1{}_2)$ с минимальными затратами горючего;

2) найти управление $(u_1 u_2)$, переводящее самолет из точки $(x^0{}_1, x^0{}_2)$ в точку $(x^1{}_1, x^2{}_2)$ за минимальное время (задача максимального быстродействия).

В обоих постановках на ряд других фазовых переменных, например угол атаки, приходится накладывать ограничения, что существенно усложняет задачу (2.3.7).

Заметим, что проблемы, связанные с решением задачи типа (2.3.7), стимулировали развитие теории оптимального управления и ее весьма мощных методов: принципа максимума Понтрягина и динамического программирования Беллмана.

Программное управление отнюдь не всегда должно ассоциироваться с управлением, оптимальным в смысле (2.3.7), когда функционал имеет формально-математическое выражение. Типичным примером является коррекция траекторий космических аппаратов.

Пусть в некоторой расчетной точке a круговой орбиты включается на время Δt тормозной двигатель с тягой p и спутник переходит на эллиптическую орбиту (рис. 2.5). Включение двигателя означает приложение импульса тяги $p\Delta t$.

По сравнению с интервалом $t_1 - t_0$ время Δt мало, поэтому реальный импульс можно аппроксимировать $\delta(t)$-функцией, т. е.

$$\lim p\Delta t = h\delta(t), \quad \Delta t \to 0; \quad p \to \infty,$$

где $h = p\Delta t$. Тогда можем считать, что $\dot{u}(t) = h\delta(t)$. Такого вида управление эквивалентно изменению начальных условий в момент воздействия импульса. Покажем это на примере линейной системы.

Рассмотрим линейное уравнение

$$\dot{x} = Ax + Bh\delta(t), \tag{2.4.2}$$

где B — диагональная матрица с коэффициентами $b_1, b_2, \ldots, b_n$ и $h = (h_1, \ldots, h_n)$ — вектор-столбец интенсивностей импульсов $\delta(t)$.

Воспользуемся преобразованием Лапласа для уравнения (2)

$$\hat{X}(S) \triangleq L[x(t)] \triangleq \int_0^\infty x(t)\, e^{-St}\, dt$$

и, используя свойство $L[\dot{x}(t)] = S\hat{X}(S) - x(0)$, приведем (2) к виду

$$S\hat{X}(S) = A\hat{X}(S) + x(0) + Bh. \qquad (2.4.3)$$

Таким образом, импульсное воздействие приводит фактически к изменению начальных условий:

$$x_1(0) = x(0) + Bh.$$

Разумеется, что скачкообразное изменение фазовых координат за счет $\delta(t)$-воздействия физически реализуемо не для всех фазовых координат. Оно, например, нереализуемо для пространственных координат спутника, но реализуемо для его вектора скорости, когда воздействие на спутник импульса тяги в момент времени t_0 означает изменение его вектора скорости скачком на bh (рис. 2.5 и 2.6).

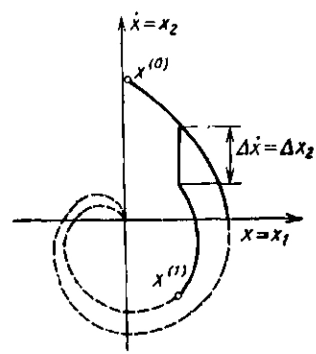


Рис. 2.6.

Возможность изменения начальных условий (состояния в момент времени t_0 или любой другой момент t) за счет импульсного воздействия позволяет привести систему в желаемое состояние $\bar{x}^1$ в момент времени t_1. Для попадания в состояние $\bar{x}^1$ необходимо определить «обратным счетом» соответствующее начальное состояние $\bar{x}^0 = \bar{x}(t_0)$, а затем по разности $\bar{x}^0 - x^0$ найти необходимый импульс. Таким образом, приходим к задаче определения начального состояния $\bar{x}^0$ по оператору обратного пересчета и состоянию $\bar{x}^1$ (в общем случае выходу) в момент времени t_1. Эта задача называется *задачей о наблюдаемости* и будет обсуждена ниже.

Вернемся к задаче об оптимальном управлении (2.3.7). В отношении этой задачи уместно поставить вопрос, найдется ли вообще такое $u_{[t_0, t_1]}$, которое переведет систему из состояния x^0 в состояние x^1 за некоторый интервал времени $[t_0, t_1]$, а если и найдется, то будет ли оно единственным или это будет множество $\{u_{[t_0, t_1]}\}$ различных управлений, так как только в последнем случае можно говорить о задаче оптимизации.

Задача определения множества $\{u_{[t_0, t_1]}\}$ всех управлений, переводящих систему из состояния x^0 в состояние x^1 за время $T=t_1-t_0$ называется *задачей управляемости.* Задачи управляемости и наблюдаемости являются двойственными задачами. Рассмотрим сначала первую.

4.2. Постановка задачи управляемости

Если существует такое управление $u_{[t_0, t_1]}$, которое переводит систему из состояния x^0 в состояние x^1 за время t_1-t_0, то будем говорить, что эта система управляема.

Задача об управляемости ставится следующим образом: заданы уравнения состояния $\dot{x}(t)=f(x(t), u(t))$ и интервал $[t_0, t_1]$; можно ли найти, например, такие кусочно-непрерывные функции $u_j(t)$, $j=1, 2, \ldots, n$, при подстановке которых в уравнения $\dot{x}(t)=f(x(t), u(t))$ последние будут иметь решение $x(t, t_0, x^0, u_{[t_0, t]})$, удовлетворяющие краевому условию $x^1=x(t_1, t_0, x^0, u_{[t_0, t_1]})$.

Рассмотрим необходимые и достаточные условия управляемости линейных систем.

Возьмем линейную стационарную систему, описываемую уравнениями

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t);\quad y(t)=Cx(t)+Du(t), \tag{2.4.4}$$

где A, B, C, D — постоянные матрицы размерностью соответственно $n\times n$, $n\times r$, $p\times n$, $p\times r$; x — n-мерный вектор состояния; u — r-мерный вектор входов, а y — p-мерный вектор выходов. (Учет известного v ничего не меняет в задаче об управляемости.) Заметим также, что второе из уравнений (4) не имеет значения для установления факта управляемости.

Поскольку система стационарна, можно считать, что $t_0=0$. Не нарушая общности, положим $t_1=T$ и $x^1=0$. Таким образом, нужно найти условия, при которых существует управление $u_{[0,T]}$, переводящее систему из состояния x^0 в нулевое состояние за конечное время T.

Имеет место следующая теорема. Система, описываемая уравнением (4), управляема тогда и только тогда, когда ранг блочной матрицы

$$W=\|B,\ AB,\ AB^2, \ldots,\ A^{m-1}B\| \tag{2.4.5}$$

равен n (m — степень минимального полинома матрицы A). Доказательство теоремы можно найти в работах [3, 5—8].

Итак, если для рассматриваемой линейной системы справедлива теорема об управляемости, т. е. ранг матрицы W равен n, то всегда найдется управление, притом не единственное, которое переведет систему за время T из состояния $x(t_0)=x^0$ в состояние $x(T)=x^1$.

Пример. Пусть

$$A=\begin{vmatrix} -a_{11}, & -a_{12} \\ +a_{21}, & -a_{22} \end{vmatrix}, \qquad B=\begin{vmatrix} b_1 \\ 0 \end{vmatrix},$$

тогда

$$W=\begin{Vmatrix} b_1 & -a_{11}b_1 \\ 0 & -a_{21}b_1 \end{Vmatrix}.$$

Как видно, ранг W равен n, следовательно, система управляема.

Управляемость системы не зависит ни от величины, ни от знаков a_{11}, a_{12}, a_{22}. Управляемость нарушается, если только $a_{21}=0$. Это, между прочим, означает, что никакой связи между устойчивостью и управляемостью системы нет. Управляемость просто характеризует наличие необходимых связей в системе. На рис. 2.7 приведена блок-схема для рассматриваемого примера, из которой видно, что при нарушении связи a_{21} входной сигнал u не оказывает влияния на блок 2 и система оказывается неуправляемой (на рисунке показаны преобразованные по Лапласу величины u, x_1 и x_2).

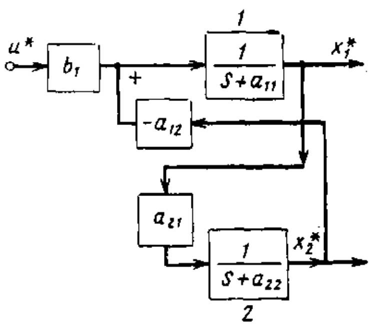


Рис. 2.7.

В основной формулировке оптимального управления (3.7) задавались краевые условия x^0 и x^1. Для линейных систем, если они удовлетворяют условиям управляемости, краевые условия могут быть произвольными при конечном интервале $[t_0, t_1]$. Это означает, что за конечный интервал времени $[t_0, t_1]$ система из любого начального состояния x^0 может быть переведена в любое конечное состояние x^1 с помощью некоторого и притом не единственного управления $u_{[t_0, t_1]}$. Именно неединственность управления позволяет выбрать оптимальное управление, экстремизирующее функционал Ф (возмущение v считается заданным). Но такая постановка для стационарных линейных систем как уже указывалось, равносильна тому, что система из начального состояния x^0 может быть переведена в нулевое состояние ($x=0$). Поскольку для стационарных систем начало отсчета t_0 несущественно (важна разность $t-t_0$), то и t_0 можно положить равным нулю. Иное дело для нестационарных линейных систем ($A(t)$ и $B(t)$ — функции времени). Здесь управляемость системы будет существенно зависеть от t_0. По определению [3, 6—8] нестационарную линейную систему будем называть управляемой в момент t_0 в том и только в том случае, если для всех возможных состояний x^0 в момент t_0 существует управление $u_{[t_0,\ t_1]}$, переводящее систему в нулевое состояние в течение конечного интервала $[t_0, t_1]$.

Иными словами, система управляема при t_0, если $x(t_1, x^0, t_0, u_{[t_0,\ t_1]})=0$, при этом $t_1<\infty$ и зависит от x^0 и t_0. Это равносильно утверждению, что нестационарная система управляема в момент t_0 тогда и только тогда, когда любое состояние x^0 может быть переведено в любое состояние x^1 за интервал $[t_0, t_1]$, когда $t_1<\infty$ и зависит от x^0, x^1 и t_0. Доказательство соответствующей теоремы можно найти в [3].

4.3. Задача о наблюдаемости

Рассмотрим линейную систему, описываемую уравнениями

$$\dot{\tilde{x}}(t)=A\tilde{x}(t)+Bu(t), \qquad \tilde{y}(t)=C\tilde{x}(t)+Du(t). \quad (2.4.6)$$

Система называется вполне наблюдаемой, если для некоторого момента времени $t_1>t_0$ знания матриц A, B, C, D входа $u_{[t_0,\ t_1]}$ и выхода $\tilde{y}_{[t_0,\ t_1]}$ достаточно, чтобы определить начальное состояние $\tilde{x}(t_0)$. Перепишем уравнения (5) и (6) в интегральной форме:

$$\tilde{x}(t)=e^{A(t-t_0)}x^0+\int_{t_0}^{t} e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)\,d\tau,$$

$$\tilde{y}(t)=Ce^{A(t-t_0)}x^0+C\int_{t_0}^{t} e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)\,d\tau+Du(t).$$

Зная $u_{[t_0, t_1]}$ можно всегда выделить составляющую наблюдаемого выхода $y(t)$, равную

$$y(t) = \tilde{y}(t) - C\int_{t_0}^{t} e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)\,d\tau - Du(t).$$

Следовательно, с точки зрения определения наблюдаемости исходная система уравнений эквивалентна следующей системе с нулевым входом $u_{[t_0, t_1]} = 0$:

$$\dot{x}(t) = Ax(t),\ y(t) = Cx(t). \qquad (2.4.7)$$

Имеет место следующая теорема [3]. Система наблюдаема тогда и только тогда, когда ранг матрицы

$$S = \| C^{\mathrm{T}},\ A^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}},\ (A^{\mathrm{T}})^2 C, \ldots,\ (A^{\mathrm{T}})^{m-1}C^{\mathrm{T}} \| \qquad (2.4.8)$$

равен n. Здесь A^T, C^T — транспонированные матрицы A и C соответственно; m — степень минимального полинома матрицы A.

Если условия (8) теоремы о наблюдаемости выполняются, то начальное состояние $x(t_0)$ определяется для уравнений (7) единственным образом. Если же условия теоремы не выполнены, то могут быть начальные состояния, которые нельзя определить по выходу y.

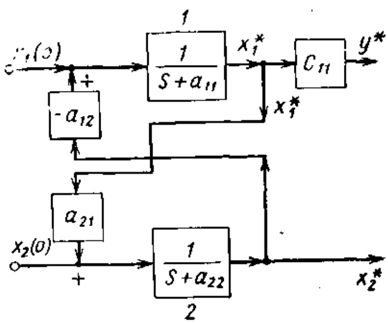


Рис. 2.8.

Пример. Пусть

$$A = \begin{vmatrix} -a_{11} & -a_{12} \\ a_{21} & -a_{22} \end{vmatrix},\quad C = |\, c_{11}\ \ 0 \,|,$$

$$S = \| C^{\mathrm{T}}_{\blacktriangle},\ A^{\mathrm{T}} C^{\mathrm{T}} \| = \begin{vmatrix} c_{11} & -a_{11}c_{11} \\ 0 & -a_{12}c_{11} \end{vmatrix}.$$

Наблюдаемость системы не зависит от значений всех коэффициентов матрицы A, кроме a_{12}. Система ненаблюдаема только при $a_{12}=0$. Иллюстрация этого обстоятельства приведена на рис. 2.8. Из рис. 2.8 видно, что если оборвать связь $-a_{12}$, то выход y^* никак не будет зависеть от начального состояния $x_2(0)$ блока 2.

4.4. Двойственность управляемости и наблюдаемости

Понятия наблюдаемости и управляемости тесно связаны между собой. Рассмотрим две линейные системы:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t),$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t), \tag{2.4.9}$$

где x, u, y — векторы состояния, входа и выхода размерностью n, r, p соответственно и

$$\dot{\xi}(t) = A^{\mathrm{T}}\xi(t) + C^{\mathrm{T}}v(t); \quad \eta(t) = B^{\mathrm{T}}\xi(t) + D^{\mathrm{T}}v(t), \tag{2.4.10}$$

где ξ, v, η — векторы состояния, входа и выхода размерностью n, p, r соответственно.

Для управляемости системы (9) ранг матрицы

$$W = \| B,\ AB, \ldots,\ A^{m-1}B \|$$

должен быть равен n. Для наблюдаемости той же системы ранг матрицы

$$S = \| C^{\mathrm{T}},\ A^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}, \ldots,\ (A^{\mathrm{T}})^{m-1}C^{\mathrm{T}} \|$$

также должен быть равен n.

С другой стороны, управляемость системы (10) означает, что ранг матрицы S должен быть равен n, и для наблюдаемости той же системы ранг матрицы W должен быть равен n. Таким образом, имеет место принцип двойственности, установленный Калманом: система (9) управляема (наблюдаема) тогда и только тогда, когда система (10) наблюдаема (управляема).

4.5. Установившиеся режимы динамических систем

В изложенной постановке задачи об управляемости для линейных систем никаких ограничений на управления $u_{[t_0,\ t_1]}$ как функции времени (кроме, может быть, самых общих: измеримости, интегрируемости и т. п.) не накладывалось. Иными словами, для любого $t \in [t_0,\ t_1]$ область значений вектор-функции управления $u(t)$ принадлежала всему пространству вещественных чисел R^r, где r — размерность вектор-функции $u(t)$, т. е.

$$\forall t \in [t_0,\ t_1]\ u(t) \in R^r.$$

В реальных условиях (см. также (2.3.7)) управления можно выбирать только из некоторого пространства входов, т. е. $u_{[t_0, t_1]} \in \mathcal{U}$ или когда $\forall t \in [t_0, t_1]$ $u(t) \in \Omega_u$, где $\Omega_u \subset R^r$ — компактное подмножество всего пространства R^r. В этих условиях прежняя постановка задачи управляемости уже не имеет места. Для линейных систем S *) при соблюдении условий управляемости (теорема в п. 4.4), можно теперь говорить только об *области достижимости* $K_s(x^0, t_0, t_1)$, как совокупности всех концов траекторий $x(t_1)$ в R^n, в которую можно перевести систему из состояния x^0 при всех $u(t) \in \Omega_u$ и $\forall t \in [t_0, t_1]$, или области допустимых начальных состояний $K_s(t_0, t_1)$ как совокупности начал траекторий $x(t_0)$, из которой система может быть переведена в нулевое состояние за интервал $[t_0, t_1]$. Для нестационарных линейных систем обе области будут существенно зависеть еще и от t_0.

Для нелинейных управляемых систем дело оказывается еще более сложным. Области достижимости, как и область допустимых начальных состояний, определяются теперь вектор-функцией f, даже если

$$u(t) \in R^r, \quad \forall t \in [t_0, t_1].$$

Для нелинейных систем чрезвычайную важность имеют асимптотические области достижимости или так называемые установившиеся режимы нелинейных систем, наступающие в интервале $[t_0, t_1)$ при $t_1 \to \infty$.

Ограничимся классом установившихся режимов, возникающих в управляемом объекте, когда $\forall t \in [0, \infty]$, $u(t) = \mathrm{const}$, $v(t) = \mathrm{const}$ и вектор-функция f (см. (2.3.1)) стационарна (не зависит от времени). Обозначим эти постоянные значения управления и возмущения соответственно u^c и v^c. Разумеется, что постоянные векторы u^c и v^c могут принимать различные значения, поскольку они являются элементами множеств Ω_r и Ω_m, каждое из которых является подмножеством множеств R^r и R^m соответственно. При упомянутых условиях производная

*) Динамическая управляемая система в интегральной форме есть кортеж $S = (\mathcal{U}, \mathcal{X}, \mathcal{Y}, F, g)$, в дифференциальной — кортеж $S = (\mathcal{U}, \mathcal{X}, \mathcal{Y}, f, g)$; линейная система в дифференциальной форме — кортеж $S = (\mathcal{U}, \mathcal{X}, \mathcal{Y}, A, B, C, D)$.

вектор-функции $\dot{x}(t)|_{t\to\infty}=0$ и из системы алгебраических уравнений

$$f(x,\ u^c,\ v^c)=0, \tag{2.4.11}$$

где

$$f=(f_1,\ f_2,\ldots,\ f_n),\ x=(x_1,\ x_2,\ldots,\ x_n),$$
$$u^c=(u^c{}_1,\ u^c{}_2,\ldots,\ u^c{}_r),\ v^c=(v^c{}_1,\ v^c{}_2,\ldots,\ v^c{}_m), \tag{2.4.12}$$

определяются установившиеся значения параметров состояния. Все возможные установившиеся состояния x в установившихся режимах, которые обозначены $\bar{x}$, получаются в результате решения системы (11) в виде

$$\bar{x}=\varphi(u^c,\ v^c), \tag{2.4.13}$$

когда $u^c\in\Omega_r$, $v^c\in\Omega_m$.

Каждой паре $(u^c,\ v^c)$ соответствует свое значение $\bar{x}$ состояния системы в установившемся режиме. Математически $\bar{x}$ является особой точкой решения исходной системы дифференциальных уравнений

$$\dot{x}(t)=f(x(t),\ u^c,\ v^c). \tag{2.4.14}$$

Вообще говоря, каждой паре $(u^c,\ v^c)$ соответствует вовсе не одна особая точка, а конечное множество особых точек и соответственно конечное множество установившихся режимов. В какой из установившихся режимов будет выведена система в результате воздействия пары $(u^c,\ v^c)$ зависит от начального состояния системы $x(t_0)=x^0$. Точно так же при заданном начальном состоянии x^0 воздействие различных пар $(u^c,\ v^c)$ может привести систему в одну из несвязных областей достижимости в пространстве R^n.

Среди особых точек решения уравнения (14) x_k ($k=1,\ 2,\ldots,\ t_{(u^c,\ v^c)}$), соответствующих каждой паре (u^c, v^c), будут встречаться устойчивые и неустойчивые точки. Физически могут наблюдаться только те установившиеся режимы, которым отвечают устойчивые точки решений уравнений. В связи с этими обстоятельствами нельзя говорить об устойчивости динамической системы; можно говорить лишь о *локальной устойчивости*, имея в виду устойчивость или неустойчивость того или иного установившегося режима. Локальная устойчивость или неустойчивость устанавливается теоремами Ляпунова на основе уравнений первого приближения или так называемых линеаризованных уравнений объекта управления.

Введем малые отклонения μ_u и μ_v от постоянных значений u^c и v^c соответственно. Если система находилась в установившемся режиме, то воздействие μ_u и μ_v приведет к малым отклонениям ξ состояния x от значений установившегося режима $\bar{x}$. Отклонения ξ могут рассматриваться и при $\mu_u=\mu_v=0$, если в момент t_0 состояние системы характеризовалось положением в некоторой малой окрестности $\bar{x}$. (Как понимать малость отклонений и близость x и $\bar{x}$ будет сказано ниже.)

Таким образом, имеем

$$x=\bar{x}+\xi,\quad u=u^c+\mu_u,\quad v=v^c+\mu_v. \tag{2.4.15}$$

Подставляя (15) в исходное уравнение системы

$$\dot{x}(t)=f(x(t),\ u(t),\ v(t)) \tag{2.4.16}$$

получаем

$$\dot{\xi}(t)=f(\bar{x}(t)+\xi(t),\ u^c+\mu_u(t),\ v^c+\mu_v(t)). \tag{2.4.17}$$

Разлагая правую часть (17) в ряд Тейлора по степеням ξ, μ_u, μ_v и ограничиваясь первым приближением ряда, получаем линеаризованное уравнение объекта управления, справедливое для некоторой окрестности особой точки $\bar{x}$:

$$\dot{\xi}(t)=A\xi(t)+B_u\mu_u(t)+B_v\mu_v(t), \tag{2.4.18}$$

где $A=\|a_{ij}\|_{n\times n}=I(\bar{x})$ является якобианом системы алгебраических уравнений (11), поскольку

$$a_{ij}=\left.\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\right|_{x=\bar{x}},\qquad i,\ j=1,\ 2,\ \ldots,\ n.$$

Соответственно

$$\begin{gathered}B_u=\|b^u{}_{ij}\|_{n\times r},\qquad b^u{}_{ij}=\left.\frac{\partial f_i}{\partial u_j}\right|_{\substack{x=\bar{x}\\ u=u^c\\ v=v^c}},\\ B_v=\|b^v{}_{ij}\|_{n\times m},\qquad b^v{}_{ij}=\left.\frac{\partial f_i}{\partial v_j}\right|_{\substack{x=\bar{x}\\ u=u^c\\ v=v^c}}.\end{gathered} \tag{2.4.19}$$

Устойчивость данной особой точки $\bar{x}$ или устойчивость состояния $\bar{x}$ системы определяются собственными числами матрицы A. В соответствии с тремя известными теоремами Ляпунова имеем:

1) если все собственные числа A имеют отрицательные вещественные части, состояние $\bar{x}$ устойчиво и притом асимптотически;

2) если среди всех n собственных чисел матрицы найдется хотя бы одно, вещественная часть которого положительна, состоние $\bar{x}$ системы неустойчиво;

3) если среди собственных чисел A встречаются числа с нулевой вещественной частью, то говорят, что состояние $\bar{x}$ находится на границе устойчивости. Однако судить о том устойчиво или неустойчиво $\bar{x}$ в смысле определения, данного Ляпуновым [10], можно лишь с привлечением старших членов ряда разложения функции f.

Еще раз напомним, что никакой связи между управляемостью и устойчивостью нет. Это наводит на мысль, что неустойчивость состояния не должна служить препятствием управления системой в окрестности этого состояния. Более того, как мы увидим дальше, при использовании информации об отклонениях ξ от состояния $\bar{x}$, т. е. при организации управления с обратной связью, неустойчивое состояние $\bar{x}$ можно сделать устойчивым.

Уравнение (18) является линейной моделью данной нелинейной системы в окрестности состояния $\bar{x}$. Его можно переписать в обычных обозначениях

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_u u(t) + B_v v(t), \qquad (2.4.20)$$

помня, что $x(t)$, $u(t)$, $v(t)$ — отклонения соответствующих величин в окрестности $\bar{x}$. Заметим, что если функция f зависит и от времени, то A, B_u и B_v будут функциями времени. Теория устойчивости разработана Ляпуновым и для этого случая.

Пример. Обобщенное уравнение любых двигателей выглядит следующим образом:

$$I\dot{\nu}(t) = M_{\text{в}}(\nu(t), u(t)) - M_{\text{н}}(\nu(t), v(t)), \qquad (2.4.21)$$

где I — момент инерции вращающихся частей; $M_{\text{в}}$ — вращающий момент, зависящий от угловой скорости $\nu(t)$ и управления $u(t)$, являющегося мерой подачи горючего или энергии в двигатель; $M_{\text{н}}$ — момент нагрузки или тормозной момент, зависящий от скорости вращения и тормозящего фактора $v(t)$.

Запишем (21) в стандартной форме

$$\dot{x}(t) = f_{\text{в}}(x(t), u(t)) - f_{\text{н}}(x(t), v(t)). \qquad (2.4.22)$$

Для самолетного турбовинтового двигателя уравнения (22) имеют следующий вид:

$$\dot{x}(t) = f_в(x(t),\ u(t)) - f_н(x(t)). \qquad (2.4.23)$$

Функции $f_в$ и $f_н$ задаются обычно графически и поэтому скорость вращения $\bar{x}$ в установившемся режиме получается из графического решения уравнения

$$0 = f_в(x,\ u^c) - f_н(x). \qquad (2.4.24)$$

Решение уравнения (24) в графической форме показано на рис. 2.9. Точки пересечения $f_в$ и $f_н$ при различных значениях управлений u^c дают все возможные установившиеся режимы $\bar{x}$. По графику рис. 2.9 можно построить так называемую регулировочную характеристику двигателя $\bar{x} = \varphi(u^c)$, на которой можно указать область

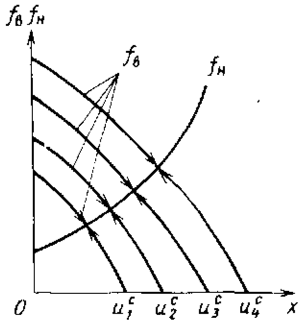


Рис. 2.9.

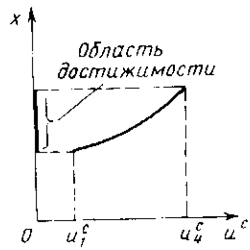


Рис. 2.10.

достижимости или области всех возможных скоростей вращения двигателя от минимальной до максимальной (рис. 2.10). Из физических соображений очевидно, что ситуация, отображенная на рис. 2.9, характерна для устойчивых режимов. В самом деле, линеаризованное уравнение (23) имеет вид

$$\dot{\xi}(t) + a\xi(t) = b\mu(t),$$

где ξ и μ — отклонения скорости x и управления u от установившихся значений;

$$a = f^x{}_н - f^x{}_в, \qquad f^x{}_н = \left.\frac{\partial f_н}{\partial x}\right|_{\substack{x=\bar{x}\\ u=u^c}},$$

$$f^x{}_в = \left.\frac{\partial f_в}{\partial x}\right|_{\substack{x=\bar{x}\\ u=u^c}}, \qquad b = \left.\frac{\partial f_в}{\partial u}\right|_{\substack{x=\bar{x}\\ u=u^c}}.$$

Так как $f^x{}_в < 0$ и, следовательно, $a > 0$, то все режимы, приведенные на рис. 2.9, устойчивы.

Однако если функции $f_в(x)$ с параметром u^c имеют вид, показанный на рис. 2.11, то устойчивые и неустойчивые области достижимости, соответствующие допустимому диапазону управления $u^{c1} \leqslant$

$\leqslant u^c \leqslant u^{c3}$, будут чередоваться. Заметим, что все области достижимости (как устойчивые, так и неустойчивые), показанные на рис. 2.11, являются несвязными областями.

Рассмотрим еще один частный случай уравнения (22) — уравнение асинхронного двигателя

$$\dot{x}(t) = f_{в}(x(t)) - v(t),$$

где $x(t)$ — скорость вращения; $v(t) = M_{н}(t)/I$ — нагрузка на валу двигателя, отнесенная к моменту инерции; $f_{в}$ — вращающий момент, отнесенный к моменту инерции. В данном случае не показана зави-

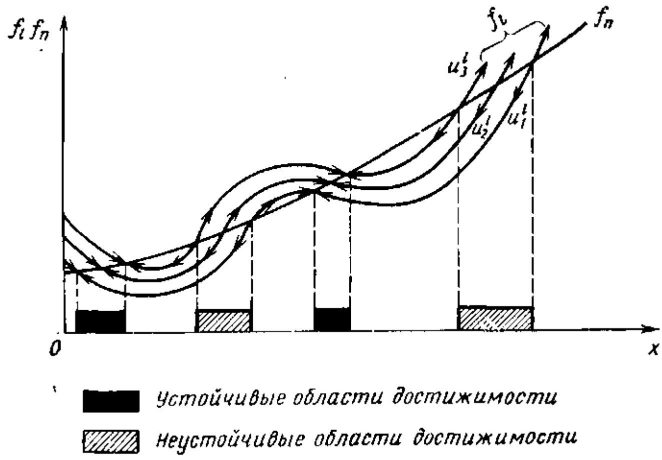


Рис. 2.11.

симость $f_{в}$ от управления, поскольку управлением является неменяющееся напряжение сети трехфазного тока. На рис. 2.12 показана типичная для асинхронного двигателя функция $f_{в}(\bar{x})$ для постоянных значений нагрузки v^c.

При нагрузках $v^c \geqslant v^c_{max}$ двигатель не запустится. При нагрузках $v^c \in [v^c_{пуск}, v^c_{max}]$ он имеет режимы: неустойчивый (*1*) и устойчивый(*2*), и нагрузкам в интервале соответствует условный интервал достижимости $[\bar{x}_1, \bar{x}_2]$; при нагрузках $v^c \in [0, v^c_{пуск}]$ двигатель имеет безусловный интервал достижимости $[\bar{x}_2, \bar{x}_{max}]$ с одним устойчивым режимом (*3*). Безусловный интервал достижимости назван так потому, что при нагрузке $v^c \in [0, v^c_{пуск}]$ двигатель при включении в сеть придет во вращение и разгонится до скорости $\bar{x} \in [\bar{x}_1, \bar{x}_{max}]$. Напротив, если нагрузка на валу выше $v^c_{пуск}$, но ниже v^c_{max}, то при включении в сеть двигатель во вращение не придет и скорость $\bar{x} \in [\bar{x}_1, \bar{x}_2]$ можно получить только при условии, что двигатель будет включен при нагрузке $v^c < v^c_{пуск}$, а после разгона до скорости $\bar{x} \in [\bar{x}_2, \bar{x}_{max}]$ нагрузка будет увеличена до $v^c \in [v^c_{пуск}, v^c_{max}]$.

Исследование уравнений (11) для самолета позволяет исследовать и летные характеристики самолета, в частности определить

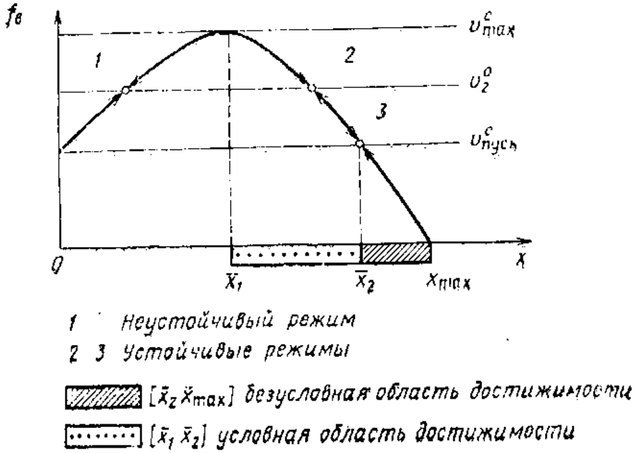


Рис. 2.12.

области достижимости в плоскости параметров состояния $x_1 = h$ (высота) и $x_2 = v$ (скорость).

Примерный характер области достижимости в установившемся режиме показан на рис. 2.13. Некоторые подобласти этой области могут оказаться неустойчивыми. Из этого, однако, не следует, что полет самолета при неустойчивых режимах невозможен. Устойчивый полет при неустойчивых режимах обеспечивается или с помощью автопилота или, в случае управления летчиком, за счет специальных автоматов устойчивости (демпферов, приводящих в дополнительные движения рулевые органы самолета независимо от летчика).

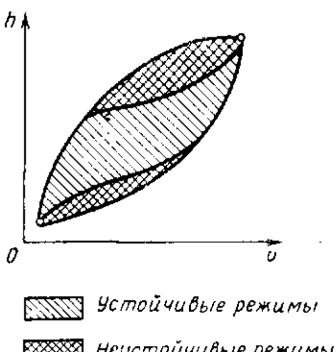


Рис. 2.13.

Рассмотренные примеры указывают на два обстоятельства:

1) инженерные расчеты многих управляемых технических систем (двигателей,

генераторов, летательных аппаратов, технологических процессов и т. п.) с математической точки зрения означают решение и анализ уравнений установившихся режимов — выявление особых точек решений исходных дифференциальных уравнений и асимптотических областей достижимости;

2) все допустимое множество управлений $\Omega_u \in R^r$ в пространстве состояний R^n порождает множество, в общем случае несвязных подмножеств достижимости $X^e{}_i \in R^n$, $i=1, 2, \ldots$. Поскольку области $X^e{}_i$ выделены, то режимы внутри этих областей $\bar{x} \in X^e{}_i$ можно выбирать, исходя из экстремизации каких-либо функционалов или целевых функций работы технической системы. Управления u^c теперь уже не будут входить в значения функционалов целевых функций, а варьируемыми параметрами в них будут сами состояния $x \in X^e{}_i$.

4.6. Оптимизация установившихся режимов

Для дальнейших рассуждений удобнее формулировку задачи оптимального управления записать в форме

$$z = \underset{u \in \mathfrak{U}}{\operatorname{extr}} [\Phi(x_{[t_0, t_1]}, u_{[t_0, t_1]}, v_{[t_0, t_1]} \mid \dot{x}(t) =$$

$$= f(x(t), u(t), v(t));\ x^0, x^1 \in R^n;\ t \in [t_0, t_1]]. \quad (2.4.25)$$

Поскольку речь далее пойдет об оптимизации установившихся режимов, наступающих при $t \longrightarrow \infty$ и при

$$u^c{}_{[t_0, t_1]} = \text{const}, \quad v^c{}_{[t_0, t_1]} = \text{const},$$

когда переменный вектор состояния $x(t)$ также становится постоянным $\bar{x}$, то (25) соответственно принимает вид *)

$$z = \underset{u \in \Omega_u}{\operatorname{extr}} [\Phi(x, u) \mid f(x, u) = 0]. \quad (2.4.26)$$

В выражении (26), являющемся формулировкой задачи на условный экстремум, Ф уже не функционал, а числовая скалярная функция (целевая функция). Нагрузка $v^c = \text{const}$ в (26) не входит, поскольку она ничего принципиального не вносит в решение экстремаль-

*) В (26) x и u — постоянные векторы, принимающие различные значения; принятые для этой цели ранее обозначения $\bar{x}$ и u^c опущены.

ной задачи. Как уже указывалось в конце предыдущего п. 5, уравнение

$$f(x, u)=0 \tag{2.4.27}$$

и условие $u \in \Omega_u$, где $\Omega_u \subset R^n$, позволяют выделить множества достижимости $X^e{}_i \in R^n$ и соответственно исключить управление u из целевой функции. В этом случае задача (26) преобразуется в задачу нелинейного программирования

$$z = \underset{x \in R^n}{\mathrm{extr}} \, [\Phi(x) \,|\, \varphi(x) \gtrless 0]; \tag{2.4.28}$$

при этом условия в виде уравнений (26) преобразовались в систему

$$\varphi(x) \gtrless 0 \tag{2.4.29}$$

равенств и неравенств разного знака, которые определяют в пространстве R^n область достижимости. Как уже указывалось, областей достижимости может быть несколько. Как правило, среди всех возможных множеств достижимости выбирают по различным соображениям какое-либо одно, которое называют *целевым множеством* и уже внутри этого целевого множества в зависимости от вида целевой функции выбирают экстремальную точку x^*.

Пример. Для самолета, совершающего полеты в пределах допустимой области в плоскости высота — скорость (h, v), можно ставить, например, следующие экстремальные задачи:

1) полет на максимальную дальность с заданным запасом горючего;

2) полет на заданное расстояние с минимальным расходом горючего;

3) максимизация времени полета при заданном запасе горючего и т. п.

Для всех этих случаев в плоскости (h, v) будут получаться различные точки, доставляющие экстремум данной целевой функции. Заметим, что значения экстремальных пар (h^*, v^*) во всех случаях будут зависеть еще от такого параметра, как вес самолета.

Целевые функции, характеризующие функционирование технических систем, часто имеют экономический смысл минимальных расходов, максимального выхода готовой продукции в химико-технологических процессах, максимальной прибыли и т. п. Многие примеры подобного рода можно найти, например, в [11].

Целевые функции и ограничения (29) часто зависят от некоторых параметров (в примере с самолетом от его веса), которые фиксируются при решении экстремальной задачи. С учетом вектора фиксированных параметров $c=(c_1, c_2, \ldots, c_k)$ из (28) получаем

$$z = \underset{x \in R^n}{\operatorname{extr}} [\Phi(x, c) \mid \varphi(x, c) \lesseqgtr 0]. \qquad (2.4.30)$$

В этом случае $z=z(c)$.

Помимо выбора оптимального состояния x^* в существующих и используемых технических системах и технологических процессах можно поставить и задачу оптимального проектирования технической системы, которая также в некоторых случаях сводится к задачам нелинейного программирования. В этом случае фиксируются состояния системы x как некоторые технические требования к будущей системе, а варьируемыми переменными становятся конструктивные параметры $c=(c_1, c_2, \ldots, c_k)$. Целевой функцией в этом случае может служить стоимость изделия (с включением иногда эксплуатационных затрат), его вес, расход материалов, горючего и т. п. В (30), таким образом, x и c меняются местами. Вектор-функция φ отражает структуру, состав компонент проектируемой системы. Поскольку в общем случае проектирование включает в себя как выбор структуры и компонент системы, так и выбор вектора параметров c для данной структуры, то задача оптимального проектирования может выглядеть следующим образом:

$$z(x) = \underset{\varphi, c}{\operatorname{extr}} [\Phi(x, c) \mid \varphi(x, c) \lesseqgtr 0]. \qquad (2.4.31)$$

В заключение заметим, что при рассмотрении вопроса о существовании оптимального состояния системы в установившемся режиме необходимо решить не только проблему оптимального вывода в это состояние, которая формально определяется выражением (31), но и, очевидно, проблему стабилизации или поддержания оптимального состояния системы. Однако эта проблема будет рассмотрена ниже, так как ее решение требует измерения отклонения состояния от оптимального и организации управления по принципу обратной связи.

5. ПРОГРАММНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

В этом случае не представляется возможным пренебречь непредсказуемыми составляющими F_c и v_c оператора F и возмущения v. Если среда, оказывающая воздействие v на систему с оператором F, не является ее активным противником и для F и v имеются статистические характеристики, то имеет место *вероятностная* постановка задачи программного управления. Если для F и v имеются только данные об их возможных диапазонах, а v может быть также результатом активных воздействий среды, то будет иметь место *минимаксная* (игровая) постановка задачи программного управления.

5.1. Вероятностная постановка задачи программного управления

В этом случае в каждой реализации акта управления при одной и той же программе управления $u_{[t_0,\ t_1]}$ значение функционала $\Phi[x_{[t_0,\ t_1]},\ u_{[t_0,\ t_1]},\ v_{[t_0,\ t_1]}]$ будет величиной случайной в силу случайности функций $x_{[t_0,\ t_1]}$ и $v_{[t_0,\ t_1]}$

В этих условиях, если оставаться в рамках программного управления, т. е. не использовать данных о текущем состоянии системы $x(t)$, ничего не остается другого, как выбирать управление, исходя из экстремизации математического ожидания функционала, характеризующего качество управления.

В общем виде вероятностная постановка задачи программного управления выглядит следующим образом [5]:

$$z = \operatorname*{extr}_{u \in \mathcal{U}} M_{v,\ F}\,[\Phi\,(x_{[t_0,\ t]};\ u_{[t_0,\ t]};\ v_{[t_0,\ t]})\,|\,x\,(t) =$$

$$= F\,(u_{[t_0,\ t]},\ v_{[t_0,\ t]},\ x^0,\ t);\ x^0,\ x^1 \in R^n,\ t \in [t_0,\ t_1]]. \quad (2.5.1)$$

Управляемые марковские процессы с доходами [12, 13] служат одним из примеров постановки оптимизационной задачи (1). Пусть в силу каких-либо причин (например, действия возмущения v) состояние системы $x(t)$ представляет собой случайный процесс. Фиксируя вектор состояния $x(t)$ в дискретные моменты времени $t=t_0,\ t_0+1,\ t_0+2,\ \ldots,\ t_0+t_N$ или $t=0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ t_N$, получаем последовательность непрерывно распределенных случайных векторных величин

$$x_{[0,\ t_N]} = x\,(0),\ x\,(1),\ \ldots,\ x\,(t_N),$$

полное описание которых дается совместной плотностью вероятностей

$$p\,[x_{[0,\ t_N]}] = p\,[x\,(0),\ x\,(1),\ \ldots,\ x\,(t_N)].$$

Соответственно плотность вероятности состояния в момент $t+1$ будет зависеть от состояний во все предшествующие моменты времени

$$p[x(t+1)\,|\,x(t),\ x(t-1),\ \ldots,\ x(0)].$$

Случайный процесс будет марковским, если

$$p[x(t+1)\,|\,x(t),\ x(t-1),\ \ldots,\ x(0)]= \\ =p[x(t+1)\,|\,x(t)]. \qquad (2.5.2)$$

Заметим, что марковский процесс вырождается в чисто случайную последовательность, если

$$p[x(t+1)\,|\,x(t)]=p[x(t+1)]. \qquad (2.5.3)$$

Задание плотности вероятности начального состояния $p[x(0)]$ и плотности вероятности перехода p (формула (2)) полностью определяет марковский процесс. Если x, как и время t, квантовано, т. е. система может находиться в одном из состояний x_1, x_2, ..., x_k и переходить из состояния в состояние с некоторой вероятностью, то марковский процесс будет марковской цепью. Марковская цепь характеризуется стохастической матрицей переходов

$$Q=\|q_{ij}\|_{k\times k}, \qquad (2.5.4)$$

где q_{ij} — вероятность перехода из состояния x_i в состояние x_j.

Марковская цепь естественным образом отображается в виде графа, вершины которого суть состояния x_1, x_2, ..., x_k, а дуги являются элементами q_i матрицы Q. Сумма всех выходящих из любой вершины дуг всегда равна 1:

$$\sum_{j=1}^{k} q_{ij}=1, \qquad i=1,\ 2, \ldots,\ k.$$

Состояние системы в момент t характеризуется вектором-столбцом вероятностей

$$p(t)=(p_1(t),\ p_2(t), \ldots,\ p_k(t)),$$

i-я компонента которого $p_i(t)$, $i=1$, 2, ..., k, представляет собой вероятность пребывания системы в состоянии $x_i(t)$, $i=1$, 2, ..., k, в момент t, $t=0$, 1, 2, ..., t_N.

Вектор вероятностей для момента $t+1$ определяется с помощью транспонированной матрицы переходов

$$p(t+1)=Q^T(t)\,p(t). \tag{2.5.5}$$

Следовательно, если дан вектор $p(0)$, то

$$p(t)=(Q^T)^t p(0). \tag{2.5.6}$$

На марковской цепи можно определить аддитивный функционал, если положить, что при каждом переходе из состояния в состояние образуется выигрыш. В итоге за несколько переходов накопится некоторый суммарный доход. Следовательно, марковские процессы с выигрышами (или доходами) помимо матрицы переходов характеризуются матрицей выигрышей

$$R=\|r_{ij}\|_{k\times k},$$

где r_{ij} — доход (со знаком минус — потери), при переходе из состояния i в состояние j.

Естественное стремление максимизировать доход приводит к представлению о марковских управляемых процессах, когда за счет управлений можно менять и элементы матрицы переходов, и элементы матрицы выигрышей, т. е.

$$Q=\|q_{ij}(u_t)\| \text{ и } R=\|r_{ij}(u_t)\|,$$

где управление $u_t\in\Omega_t=\xi(x_t,\ t)$ и Ω_t, как правило, конечное число альтернатив.

В марковской цепи выигрыш за один шаг $\varphi(x_t,\ x_{t+1})$ является случайной величиной. Поэтому если система совершает t_N шагов, переходя из состояния x_1 в x_N, то, очевидно, выбором управлений на каждом шаге следует максимизировать сумму математических ожиданий дохода φ на каждом шаге:

$$z^*_1(t_N)=\max_{u_0,\ u_1,\dots,\ u_{t_{N-1}}}\sum_{t=0}^{t_N} M(\varphi(x_t,\ x_{t+1})\,|\,x_1,\ u_0,\ u_1,\dots). \tag{2.5.7}$$

Разумеется, что вычисления непосредственно по (7) производить невозможно. Используя аддитивность функционала и принцип оптимальности Беллмана, определение $z^*_1(t_N)$ производится по рекуррентной схеме. Если $n=t_n-t$ — число оставшихся до конца процесса переходов (процесс начинается в x_1 и через t_N переходов система может оказаться в любом из x_i, $i=1, 2, \ldots, k$, состояний), то математическое ожидание максимального дохода на $(n+1)$-м шаге вычисляется по рекуррентной формуле

$$z^*_i(n+1) = \max_u \left[\varphi^u_i + \sum_{j=1}^{k} q^u_{ij}, \; z^*_j(n)\right], \qquad (2.5.8)$$

где $\varphi^u_i = \sum_{j=1}^{k} q^u_{ij} r^u_{ij}$ — средний доход, зависящий от управления и на n-м шаге при переходе из состояния i в одно из состояний $j=1, 2, \ldots, k$; $z^*_i(n)$ — максимальное значение среднего дохода за оставшиеся n шагов при условии, что система оказалась в состоянии x_i. Второе слагаемое в скобках представляет собой средний ожидаемый доход (зависящий от управления u) при переходе системы на $n+1$-м шаге из состояния i в одно из состояний $j=1, 2, \ldots, k$.

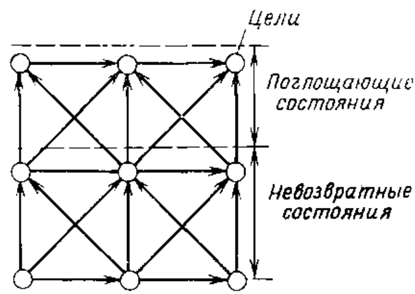


Рис. 2.14.

Структура связей между состояниями марковского процесса может быть такова, что вся совокупность состояний $x_1, \ldots, x_k$ распадается на невозвратные и поглощающие. Среди поглощающих состояний могут быть и целевые, если речь идет об управляемых процессах. В этом случае вместо терминов «доход» или «выигрыш» применяют термин «стоимость» (в смысле достижения цели). На рис. 2.14 приведен пример невозвратных и поглощающих состояний.

Приведенный пример с марковскими управляемыми процессами иллюстрирует один из немногих случаев, когда при вероятностной постановке задачи оптимизация осуществляется выбором управления u. Значительно более распространены случаи так называемой параметрической оптимизации, когда оптимизация в каком-либо смысле обеспечивается выбором оператора F или его параметров. Одним из примеров параметрической оптимизации является задача оптимальной фильтрации, когда выбором фильтра с импульсной характеристикой $H(t_0, t)$ обеспечивается наибольшая близость выходного сигнала $x(t)$ фильтра к полезному сигналу $u(t)$, который в смеси с аддитивной помехой $v(t)$ поступает на

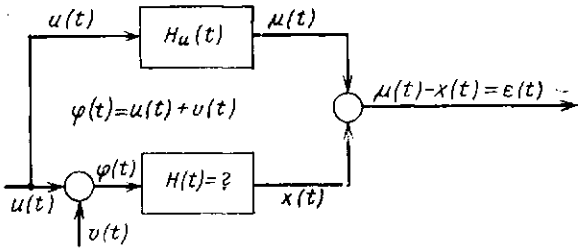


Рис. 2.15.

вход фильтра. Предполагается, что $u(t)$ и $v(t)$ — эргодические стационарные случайные процессы, автокорреляционные $k_u(\tau)$, $k_v(\tau)$ и взаимокорреляционные функции $k_{uv}(\tau)$ и $k_{vu}(\tau)$ которых известны. В качестве критерия оптимальности берется математическое ожидание квадрата ошибки $\varepsilon(t)$ или разности $u(t) - x(t)$, т. е.

$$z = \min_H M\left[(u(t) - x(t))^2 \mid x(t) = \int_{-\infty}^{t} H(t-\lambda)(u(\lambda) + v(\lambda))\,d\lambda;\right.$$

$$\left. H(t-\tau) = 0 \text{ при } \tau > t; \text{ даны } k_v(\tau),\ k_u(\tau),\ k_{uv}(\tau),\ k_{vu}(\tau)\right]. \qquad (2.5.9)$$

В более общем случае требуется преобразование полезного сигнала $u(t)$ некоторым фильтром $H_u(t)$. Тогда в качестве критерия оптимальности принимается математическое ожидание квадрата разности между выходом $\mu(t)$ заданного фильтра $H_u(t)$ и выходом $x(t)$ искомого фильтра $H(t)$ (см. рис. 2.15). В этом случае

$$z = \min_H M\left[(\mu(t) - x(t))^2 \mid \mu(t) = \int_{-\infty}^{t} H_u(t-\lambda)\,u(\lambda)\,d\lambda;\right.$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{t} H(t-\lambda)(u(\lambda) + v(\lambda))\,d\lambda;$$

$$H(t-\tau) = 0 \text{ при } \tau > t;$$

$$\left. \text{даны } k_v(\tau),\ k_u(\tau),\ k_{uv}(\tau),\ k_{vu}(\tau)\right]. \qquad (2.5.10)$$

Если как в предыдущем случае, речь идет об оптимальной фильтрации, то импульсная характеристика желаемого фильтра $H_u(t)$ равна $\delta(t)$-функции, а передаточная функция равна 1. Часто ставится проблема экстраполяции полезного сигнала на интервал времени ξ; тогда $H_u(t)=\delta(t+\xi)$, а передаточная функция — $e^{s\xi}$.

Проблема оптимизации (10) и ее частный случай (9) решаются на основе интегрального уравнения Винера — Хопфа [7]. Проблемы обобщаются на случай, когда $u(t)$ и $v(t)$ — векторные функции.

Вторым примером параметрической оптимизации может служить так называемый фильтр Калмана. Дана вполне наблюдаемая система

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t)+Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t). \end{aligned} \tag{2.5.11}$$

Матрицы A, B, C могут быть функциями времени. Вектор-функции $x(t)$ и $y(t)$ непосредственно измерены быть не могут. Измеряется случайная величина

$$\xi(t)=y(t)+v(t)=Cx(t)+v(t),$$

где $v(t)$ — помехи, возникающие при измерении $y(t)$. Требуется получить оценку $z(t)$ состояния $x(t)$. Эта оценка вырабатывается фильтром, уравнение которого имеет вид

$$\dot{z}(t)=Sz(t)+Q\xi(t), \tag{2.5.12}$$

где S и Q — матрицы, выбираемые так, чтобы функционал ошибки $\varepsilon(t)=x(t)-z(t)$ был минимален. Для решения задачи должны быть заданы корреляционные матрицы для $u(t)$ и $v(t)$, а также задан случайный вектор начальных условий $x(t_0)$ своим средним значением (покомпонентные математические ожидания) и корреляционной или ковариационной матрицей.

В качестве третьего примера параметрической оптимизации рассмотрим задачу выбора алгоритма функционирования оптимального приемника. Задача эта решается на основе теории статистических решений и формулируется следующим образом. Передатчик излучает полезный сигнал $s(t)$. В канале передачи информации к нему примешивается помеха $n(t)$. На вход приемника в итоге поступает сигнал $x(t)=s(t)+n(t)$. Требуется на основе принятой реализации $x(t)$ на $t\in[t_0, t_1]$ найти оценку $z(t)$ (выход приемника) полезного сигнала $s(t)$. На основе теории статистических решений определяется алгоритм приемника, минимизирующий различие между $s(t)$ и $z(t)$.

Все упомянутые примеры параметрической оптимизации можно рассматривать как примеры аналитического проектирования (конструирования) технических систем.

5.2. Игровая и минимаксная постановка задачи

Предположим для простоты, что оператор F известен и что

$$\forall t\in[t_0, t_1],\ u(t)\in\Omega_u \text{ и } v(t)\in\Omega_v.$$

Полагая для определенности, что речь идет о минимизации функционала Φ в соответствии с принципом гарантированного результата, получаем

$$z_u = \min_{u(t)\in\Omega_u} \max_{u(t)\in\Omega_v} [\Phi(x_{[t_0, t_1]} u_{[t_0, t_1]} v_{[t_0, t_1]} \mid x(t) = \\ = F(x^0, t, u_{[t_0, t]}, v_{[t_0, t]});\ x(t_0),\ x(t_1)\in\Sigma^n;\ t\in[t_0, t_1]]. \tag{2.5.13}$$

Если v — активное воздействие среды (противника), имеющей интересы, противоположные интересам системы, то среда будет стремиться увеличить функционал Φ. В соответствии с принципом гарантированного результата для среды будем иметь

$$z_v = \max_{v(t)\in\Omega_v} \min_{u(t)\in\Omega_v} [\Phi(x_{[t_0, t_1]}, u_{[t_0, t_1]}, v_{[t_0, t_1]}) \mid x(t) = \\ = F(x^0, t, u_{[t_0, t]}, v_{[t_0, t]});\ x^0,\ x^1\in\Sigma^n;\quad t\in[t_0, t_1]]. \tag{2.5.14}$$

Если имеет место равновесие (в пространстве Σ^n имеется седловая точка), то

$$z_u = z_v. \tag{2.5.15}$$

Если уравнению состояния в интегральной форме $x(t) = F(x^0, t, u_{[t_0, t]}, v_{[t_0, t]})$ отвечает уравнение состояния в дифференциальной форме $\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), v(t))$, то исследование выражений (13) и (14) составляет предмет теории дифференциальных игр.

6. УПРАВЛЕНИЕ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

6.1. Постановка вопроса и основные проблемы

При программном управлении, когда управление $u = u(t)$ являлось функцией времени, одной из целей управления являлся перевод системы из состояния $x^0 = x(t_0)$ в некоторое состояние $x^1 = x(t_1)$. Однако при существенном влиянии непредсказуемых составляющих v_c и F_c цель такого типа реализовать не удается. В этих случаях ничего другого не остается, как выбирать управление в зависимости от состояния x (или выхода y), т. е. перейти к управлению с обратной связью. При этом расширятся круг целей или задач, которые можно решать при управлении объектом. Так, например, можно вывести объект в состояние $x(t_1)$ при $t_1 \longrightarrow \infty$ и далее удерживать объект в этом состоянии, несмотря на действие возмущений.

Далее, будем полагать, что управляемый объект или система описываются уравнениями

$$\dot{x}(t) = f_x(x(t),\ u(t),\ v(t)), \quad y(t) = g_x(x(t)). \qquad (2.6.1)$$

Для исходной линейной или линеаризованных уравнений нелинейной системы (1) будем иметь

$$\dot{x}(t) = A_x x(t) + B_u u(t) + B_v v(t),\ \ y(t) = C_x x(t). \qquad (2.6.2)$$

При описании объектов в виде (1) или (2) измерению в процессе управления поддается только выход системы $y(t)$; соответственно в категориях выходов формулируется желаемый результат или цель управления объектом. В частном случае цель может быть задана как значение выхода в момент t_1, т. е. $y^1 = y(t_1)$ при этом может быть, что $t_1 \longrightarrow \infty$.

В более общем случае можно задать и желаемую траекторию достижения цели, т. е. $y_{[t_0,\ t_1]}$. В дальнейшем желаемый выход системы будет обозначаться, как $y^e_{[t_0,\ t_1]}$.

Измерение компонент вектора $y(t) = (y_1(t), \ldots, y_p(t))$ производится так называемыми датчиками информации и сопровождается, как правило, действием помех, которые далее будем считать аддитивными. Система датчиков (или измерительная система) — это, как правило, динамическая система, и ее поведение описывается дифференциальными или разностными уравнениями. Для ослабления влияния помех измерительная система может содержать оптимальные фильтры и, в частности, оптимальный фильтр Калмана—Бьюсси.

Обозначим состояние измерительной системы вектор-функцией $\xi(t)=(\xi_1(t), \ldots, \xi_k(t))$. Выход измерительной системы обозначим вектор-функцией $\eta(t)=(\eta_1(t), \ldots$ $\ldots, \eta_p(t))$. Входом измерительной системы будет выход объекта $y(t)=(y_1(t), \ldots, y_p(t))$, ее вторым входом будет вектор-функция помех $\nu(t)=(\nu_1(t), \ldots, \nu_p(t))$. При случайных помехах $\nu(t)$ и использовании фильтров выход измерительной системы $\eta(t)$ будет оценкой для $y(t)$.

В частных случаях измерительная система может описываться или нелинейными уравнениями

$$\dot{\xi}(t)=f_\xi(\xi(t),\ y(t),\ \nu(t)),\ \ \eta(t)=g_\xi(\xi(t)) \tag{2.6.3}$$

или линейными уравнениями

$$\dot{\xi}(t)=A_\xi\xi(t)+B_y\tilde{y}(t)+B_\nu\nu(t),\ \ \eta(t)=C_\xi\xi(t). \tag{2.6.4}$$

Уравнения вход — состояние — выход для объекта и измерительной системы в интегральной форме, вытекающие из (1)—(4), соответственно будут иметь вид

$$x(t)=F_x(x(t_0),\ t,\ u_{[t_0,t]},\ \nu_{[t_0,t]}), \tag{2.6.5}$$

$$y(t)=g_x(x(t))\ \text{ или }\ y(t)=C_x x(t),$$

$$\xi(t)=F_\xi(\xi(t),\ t,\ y_{[t_0,t]},\ \nu_{[t_0,t]}), \tag{2.6.6}$$

$$\eta(t)=g_\xi(\xi(t))\ \text{ или }\ \eta(t)=C_\xi\xi(t).$$

Существо управления с обратной связью заключается в том, что наблюдаемое значение (оценка) выхода $\eta(t)$ (или $\eta_{[t_0,t]}$) сравнивается с его желаемым значением $y^e(t)$ (или $y^e_{[t_0,t]}$) и фиксируется значение ошибки

$$\varepsilon(t)=y^e(t)-\eta(t). \tag{2.6.7}$$

Далее выбирается такое управление u как функция ошибки $\varepsilon(t)$, которое эту ошибку в каком-либо смысле минимизирует. В интегральной форме зависимость управления от ошибки будем записывать в виде

$$u(t)=Q(u(t_0),\ t,\ \varepsilon_{[t_0,t]}), \tag{2.6.8}$$

где Q называют *оператором* (алгоритмом) *управления*.

Качество управления в смысле минимизации ошибки ε, т. е. сближения $y(t)$ с его желаемым значением, определяется оператором Q. Оператор Q реализуется управляющими системами, которые в разных случаях имеют самый разнообразный характер. При человеко-машинном управлении оператор Q реализуется человеком (летчиком, шофером, оператором технологического процесса и т. п.) и качество управления зависит от его

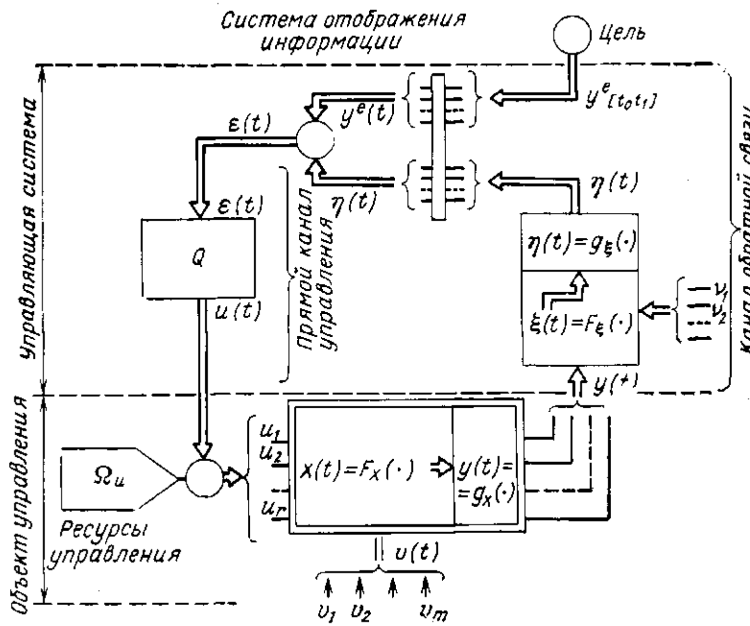


Рис. 2.16.

выучки и тренировки. При автоматическом управлении оператор (алгоритм) Q реализуется с помощью регулятора (автомата), управляющей цифровой машины и т. п. Например, для самолета оператор Q реализуется автопилотом. Введение обратной связи, когда

$$u(t) = Q(u(t_0),\ t,\ \varepsilon_{[t_0,\ t]}),$$

приводит к образованию замкнутого контура управления (рис. 2.16).

В прямом канале управления процесс, реализующий оператор Q сопровождается усилением сигнала управления по мощности для приведения в действие механизмов, регулирующих воздействие управления в виде потоков вещества, энергии, сил тяги, моментов сил и т. п. При ручном управлении для человека предусматривается система отображения информации о цели и об объекте управления. При ручном управлении достаточно в качестве цели задавать желаемое значение выхода в момент t_1, т. е. $y^e(t_1)$, а необходимая программа $y^e_{[t_0,\ t_1]}$ может быть выбрана человеком самостоятельно в зависимости от условий.

При автоматическом управлении программу $y^e_{[t_0,\ t_1]}$ необходимо вводить в регулятор (автомат, вычислительную машину). Стремление минимизировать ошибку или какой-либо функционал ошибки за счет выбора оператора Q (в общем случае Q — функция времени, т. е. $Q_{[t_0,\ t_1]}$) из некоторого пространства операторов $R[Q]$ приводит к задаче:

$$z = \min_{Q \in R[Q]} [\Phi(\varepsilon_{[t_0,\ t_1]},\ Q_{[t_0,\ t_1]},\ v_{[t_0,\ t_1]}) \mid \varepsilon(t) =$$

$$= y^e(t) - y(t);\ y(t) = g(x(t));\ x(t) = F_x(x^0,\ t,\ u_{[t_0,\ t]},$$

$$v_{[t_0,\ t]});\ u(t) = Q(u(t_0),\ t,\ \varepsilon_{[t_0,\ t]});\ y^0,\ y^1;\ t \in [t_0,\ t_1]]. \qquad (2.6.9)$$

Для простоты в (9) принята «идеальная» измерительная система без помех. При ручном управлении и оператор Q и критерий Φ (или оценка качества управления) неформальны и (9) отражает собственно процесс управления. При автоматическом управлении (9) отражает модель процесса управления при проектировании и создании управляющей системы с оператором Q. Поэтому оператор Q при автоматическом управлении всегда формален *).

Наряду с ручным управлением объектом существует автоматизированное человеко-машинное управление, когда, во-первых, информация о программах $y_{[t_0,\ t_1]}$ и $y^e_{[t_0,\ t_1]}$ предварительно обрабатывается вычислительными устройствами и представляется человеку в оптимальном для восприятия виде, а, во-вторых, часть операций по преобразованию $\varepsilon(t)$ в $u(t)$ формализуется и выполняется автоматами. В качестве одного из простых примеров

---

*) Термины „формален" и „неформален" понимаются здесь в следующем смысле: Q и Φ неформальны, если мы не знаем, каковы в данном акте управления были $Q_{[t_0,\ t_1]}$ и Φ. Если $Q_{[t_0,\ t_1]}$ и Φ формальны, то нам известно их математическое выражение (точнее, их математическая модель).

можно привести автоматизированное управление самолетом, когда, с одной стороны, информация о параметрах полета и работе двигателей и агрегатов самолета в интегрированном виде поступает к летчику, а, с другой — управляемость самолета обеспечивается специальными демпферами и автоматами устойчивости. При этом в любой момент летчик по желанию может переключить управление на полностью автоматическое с помощью бортовой ЭВМ.

6.2. Автоматическое управление

При ручном управлении выражение (9) отображает процесс управления. При автоматическом управлении то же самое выражение, как указывалось, отображает процесс проектирования, т. е. выбор оператора Q, в соответствии с которым система после его технической реализации будет автоматически решать задачи или достигать цели, поставленные ей извне (системой более высокого уровня управления).

При автоматическом управлении апостериори после каждого акта управления можно вычислить функционал (или систему показателей) Ф и оценить, насколько отличается Ф от min Ф, определенного в процессе разработки (проектирования) оператора Q.

При написании уравнений системы автоматического управления будем считать измерительную систему идеальной, учитывая лишь помехи, которые могут возникать при измерении сигнала ошибки ε. Уравнение вход—состояние—выход для системы автоматического управления запишем в следующем виде:

$$\dot{x}(t) = f_x(x(t),\ u(t),\ v(t)), \qquad y(t) = g_x(x(t)), \tag{2.6.10}$$

$$\varepsilon(t) = y^e(t) - y(t) + \nu(t), \tag{2.6.11}$$

$$\dot{q}(t) = f_q(q(t),\ \varepsilon(t)), \qquad u(t) = g_q(q(t)), \tag{2.6.12}$$

где $\nu(t)$ — помеха в канале образования сигнала $\varepsilon(t)$.

При этом уравнения (10) относятся к объекту, а уравнения (12) описывают регулятор (управляющую систему) с вектором состояния $q(t)$ размерностью k;

уравнения (10) и (12) можно записать и в интегральной форме. Тогда оператор Q будет иметь следующий вид:

$$u(t) = Q(u(t_0), t, \varepsilon_{[t_0, t]}) = g_q(F_q(q(t_0), t, \varepsilon_{[t_0, t]})). \qquad (2.6.13)$$

Напомним размерности вектор-функций в приведенных выше уравнениях:

Величина	x	q	y	y^e	ε	ν	v	u
Размерность	n	k	p	p	p	p	m	r

Размерность всей системы автоматического управления равна размерности вектора y, т. е. равна p. Размерность вектора u определяет число каналов регулирования (r-канальная система) и, наконец, $n+k$ — это порядок дифференциальных уравнений системы. Обычно $n+k \gg p$.

В зависимости от природы входов (цели, назначения системы) различают следующие виды систем автоматического управления.

1. Системы автоматической стабилизации. В этом случае значение

$$y^e(t) = y^e_c = \text{const}, \qquad \forall t \in [t_0, \infty].$$

Для таких систем характерно требование выдерживать постоянные значения компонент вектора выхода $y = (y_1, \ldots, y_p)$. Они находят широкое применение в задачах стабилизации режимов движения объектов и протекания разнообразных технологических процессов.

При должным образом спроектированной системе ошибка ε мала и $y \approx y^e_c$, несмотря на действие возмущения v на объект и изменения оператора F_x объекта. Следовательно, меняя значения входа y^e_c (изменяя «уставки» регуляторов), можно менять режимы работы объекта. При изменени y^e_c в системе возникает переходный режим. При этом большой интерес представляют характеристики переходных режимов (время регулирования, перерегулирование и т. п.) при скачкообразном изменении y^e_c. Переходные режимы возникают также при резких и относительно больших изменениях возмущений v.

Часто выбор вектора уставок регуляторов y^{c}_{c} подчиняют какому-либо критерию оптимальности (экономичности, производительности и т. п.).

2. *Системы программного управления с обратной связью.* Если на ограниченном интервале времени $[t_0, t_1]$ задается отрезок вектор-функции $y^e_{[t_0, t_1]}$, то такая система называется системой программного управления. Ввиду малости ошибки ε отрезок вектор-функции выхода $y_{[t_0, t_1]}$ «повторяет» отрезок вектор-функции входа $y^e_{[t_0, t_1]}$. Системы программного управления используются для управления пуском разнообразных объектов (двигателей, генераторов) и выведения их в установившийся режим, для вывода самолетов на заданные высоту и скорость, для управления ракетой на активном участке траектории и т. д.

3. *Следящие системы.* В этом случае вход $y^e(t)$ для $t \in [t_0 \infty]$ представляет собой случайный процесс — сигнал, состоящий из полезной случайной составляющей и помех $\nu(t)$. Непосредственно сигнал $y^e(t)$ невозможно фиксировать или измерить каким-либо образом. Измеряется и фиксируется в виде сигналов ошибка $\varepsilon(t)$ в смеси с помехой $\nu(t)$ (в простейшем случае $\varepsilon(t)+\nu(t)$) и выход $y(t)$. При подавлении помех $\nu(t)$ оптимальными фильтрами и минимизации ошибки $\varepsilon(t)$ получим, что $y(t) \approx y^e(t)$, т. е. выход «следит», воспроизводит с какой-то точностью случайный неизвестный вход, т. е. $y(t)$ является автоматически получаемой оценкой $y^e(t)$.

Типичным примером таких следящих систем являются радиолокационные станции автоматического сопровождения, радиоприцелы и т. п. Ввод цели в следящую систему осуществляется заданием $\varepsilon(t_0) = \varepsilon^0$. Другими примерами следящих систем служат следящие системы, используемые в приборостроении, когда требуется, например, электрический сигнал воспроизвести в виде механического перемещения, или сервомеханизмы, преобразующие маломощный входной сигнал (электрический или механический) в механическое движение большой мощности. Типичными представителями сервомеханизмов являются рулевые машины самолетов, ракет, кораблей. Когда говорилось об усилении мощности при преобразовании ошибки $\varepsilon(t)$ в управление $u(t)$ оператором Q, то как раз и имелось в виду, что это усиление осуществляется сервомеханизмами [80].

4. Системы наведения и самонаведения. Если в системах стабилизации и программного управления фиксируются и измеряются все три величины: $y^c(t)$, $\varepsilon(t)$ и $y(t)$, в следящих системах две: $\varepsilon(t)$ и $y(t)$, то в системах самонаведения и наведения измеряется только сигнал ошибки $\varepsilon(t)$. В некоторых случаях, например при наведении или самонаведении снарядов и ракет на воздушные цели, $\varepsilon(t)$ представляет собой так называемый текущий промах. При наведении самолета на посадочную полосу компонентами вектора $\varepsilon(t)$ служат угловые отклонения центра тяжести самолета от заданной линии пути и отклонение по дальности от точки приземления. Системы наведения и самонаведения относятся к классу систем терминального управления, когда интервал $[t_0, t_1]$ ограничен. При наведении и самонаведении снарядов и ракет интервал $[t_0, t_1]$ в некоторых пределах произволен; при посадке самолетов, происходящей по расписанию, момент t_1 должен быть выдержан с определенной точностью. Заметим, что в системах наведения и самонаведения цель управления вводится заданием ошибки ε в момент t_0, т. е. заданием $\varepsilon(t_0)$ [11].

Укажем на некоторые возможности совершенствования систем автоматического управления. Бывают случаи, когда возмущение v, действующее на объект, приводит к довольно большому значению ошибки. Если, однако, в этом случае можно измерить значение возмущения, то становится возможной известная компенсация возмущения, если управление $u(t)$ сделать зависимым также и от $v(t)$. Это значит, что выражение (13) для $u(t)$ примет вид

$$u(t) = Q(u(t_0),\ t,\ \varepsilon_{[t_0,\ t]},\ v_{[t_0,\ t]}). \tag{2.6.14}$$

При такой зависимости $u(t)$ от $v(t)$ говорят о системе автоматического управления *с компенсацией возмущения.* Иногда удается составляющую ошибки $\varepsilon_v(t)$, вызванную возмущением $v(t)$, сделать тождественно равной нулю (при данной математической модели системы). Тогда говорят, что система автоматического управления инвариантна по отношению к возмущению $v(t)$.

Системы с компенсацией возмущений можно отнести к классу адаптивных систем автоматического управления. При проектировании систем автоматического управления приходится использовать только априорные данные о возмущении v и операторе F объекта. При сильной неопределенности (т. е. при большом значении непредсказуемых составляющих) приходится конструировать адаптивные системы. Если осуществить так называемую идентификацию объекта управления, т. е. получить информацию или сигнал о значении оператора F_x, то адаптивные свойства системы можно усилить, сделав управление $u(t)$ зависящим не только от возмущения $v(t)$, но и от текущего значения оператора F_x:

$$u(t)=Q\left(u(t_0),\ t,\ \varepsilon_{[t_0,\,t]},\ v_{[t_0,\,t]},\ F_{x\,[t_0,\,t]}\right).$$

Кроме адаптации, возможна постановка задачи создания *обучающихся систем* автоматического управления. Если на каждом акте управления на интервале $[t_0, t_1]$ анализировать потери $|z^e-z|$, где z^e — эталонное значение $\min\Phi$ (или вообще $\operatorname{extr}\Phi$) функционала, а z — его фактическое значение в данной реализации, то можно раз за разом так менять оператор Q, чтобы потери стремились к нулю. Однако то, что является естественным для человеко-машинных систем при обучении человека управлению объектом, представляет очень трудную проблему, если речь идет о создании обучающихся автоматических систем.

При исследовании и конструировании систем автоматического управления часто используют линеаризованные уравнения или уравнения первого приближения объекта и регулятора. Веским основанием этого служит то обстоятельство, что для правильно спроектированной системы ошибка $\varepsilon(t)$ в принципе не должна быть большой. Это обстоятельство и позволяет вместо уравнений (10)—(12) воспользоваться их первым приближением или уравнениями для малых отклонений Δx, Δy и т. п. относительно некоторого установившегося или опорного режима. Оставляя прежние обозначения, получаем первое приближение уравнений

$$\dot{x}(t)=A_x x(t)+B_u u(t)+B_v v(t),\quad y=C_y x; \tag{2.6.15}$$

$$\varepsilon(t)=y^e(t)-y(t); \tag{2.6.16}$$

$$\dot{q}(t)=A_q q(t)+B_\varepsilon \varepsilon(t),\quad u(t)=C_u q(t), \tag{2.6.17}$$

где A_x — матрица $n\times n$, B_u — матрица $n\times r$, B_v — матрица $n\times m$, C_y — матрица $p\times n$, A_q — матрица $k\times k$, B_ε — м трица $k\times p$, C_u — матрица $r\times k$.

Если параметры опорного режима не постоянны, а являются функциями времени, то и все упомянутые матрицы будут зависеть от времени.

В анализе и синтезе замкнутых систем автоматического управления существует два подхода. Первый (развитый в 40—50-х годах, который сейчас можно назвать классическим) характерен широким использованием методов передаточных функций или частотных характеристик. Второй подход, более поздний, связанный с широким использованием в практике проектирования ЭВМ, характерен рассмотрением процессов во временной области, исследованием в пространствах параметров состояний систем и применением математических методов оптимизации. К последнему подходу относится и так называемое аналитическое конструирование регуляторов, начало которого было положено работами А. М. Летова. Как уже указывалось, при автоматическом управлении оператор Q всегда формален, поскольку он реализуется некоторым техническим устройством и при синтезе и анализе мы имеем дело с его математической моделью.

При синтезе оператора Q, символически отображаемом выражением (9), и использовании частотных методов функционал Ф неформален, а представляет собой набор показателей качества (время регулирования, величина перерегулирования, точность в установившихся режимах, ошибка при случайных воздействиях и т. п.), которым должна удовлетворять система. При аналитическом конструировании регуляторов функционал Ф формален и выражение (9) означает математическую постановку вариационной (оптимизационной) задачи.

Рассмотрим частотные методы. Подвергнем (15)—(17) преобразованию Лапласа и разрешим полученные алгебраические уравнения относительно изображений векторов $y(t)$ и $u(t)$:

$$\widehat{y}(s) = C_y (Is - A_x)^{-1} [B_u \widehat{u}(s) + B_v \widehat{v}(s)],$$

$$\widehat{u}(s) = C_u (Is - A_q)^{-1} B_\varepsilon \widehat{\varepsilon}(s), \tag{2.6.18}$$

$$\widehat{\varepsilon}(s) = \widehat{y^e}(s) - \widehat{y}(s),$$

где s — комплексный аргумент, а I — единичная матрица. Крышечка означает, что речь идет о лапласовом изображении соответствующей вектор-функции. Например:

$$\hat{y}(s)=\int_0^\infty y(t)\,e^{-st}dt.$$

Вводя представление о матричных передаточных функциях, запишем уравнения (18) в виде

$$\hat{y}(s)=W(s)\,\hat{\varepsilon}(s)+W^{v}{}_{0}(s)\,\hat{v}(s),$$

$$\hat{\varepsilon}(s)=\hat{y}^{\circ}(s)-\hat{y}(s), \tag{2.6.19}$$

$$W(s)=W^{u}{}_{0}(s)\,W_{p}(s),$$

где

$$W^{u}{}_{0}(s)=C_{y}(Is-A_{x})^{-1}B_{u},$$

$$W^{v}{}_{0}(s)=C_{y}(Is-A_{x})^{-1}B_{v}$$

— передаточные функции объекта

$$W_{p}(s)=C_{u}(Is-A_{q})^{-1}B_{\text{в}}$$

— передаточная функция регулятора.

Из (19) можно получить передаточные функции замкнутой системы вход — выход, вход — ошибка и возмущение — выход. Передаточная функция вход — выход имеет следующий вид:

$$\Phi(s)=(I+W(s))^{-1}W(s). \tag{2.6.20}$$

Элементы матрицы

$$\Phi(s)=\|\Phi_{ij}(s)\|_{p\times p}=\left\|\frac{M_{ij}(s)}{N(s)}\right\|_{p\times p}, \tag{2.6.21}$$

где $N(s)$ — характеристический полином степени $(n+k)$, определяют значения j-го выхода при воздействии только на один i-й вход. Часто выдвигается требование так называемого автономного регулирования, т. е. чтобы при изменении уставки i-го регулятора изменялось бы значение только i-го выхода. В идеальном случае для этого требуется, чтобы матрица $\Phi(s)$ была диагональной. Добиться этого бывает обычно трудно. Легче добиться диагональности этой матрицы при $s=0$, когда все $\Phi_{ij}(0)=0$ при $i \neq j$ и все $\Phi_{ii}(0)=1$. Это означает, что при изменении уставки i-го регулятора на величину $y_{ic}^e = \text{const}$ (при $t \to \infty$) i-й выход примет то же самое значение, а все остальные $p-1$ выходов будут равны нулю, хотя в переходном режиме это условие соблюдаться и не будет.

В простейшем случае одномерной и одноканальной системы ($p=1$ и $r=1$) вместо матричных передаточных функций $W(s)$, $W_0^u(s)$, $W_0^v(s)$, $W_p(S)$ и $\Phi(s)$ в соответствующих выражениях будут фигурировать скалярные. Связь между передаточной функцией разомкнутой системы и передаточной функцией вход—выход $\Phi(s)$ будет в этом случае следующая:

$$\Phi(s)=W(s)/[1+W(s)]. \tag{2.6.22}$$

Отметим особое значение частотной характеристики разомкнутой системы $W(j\omega)$, т. е. значение $W(s)$, когда s — чисто мнимый аргумент. По легко вычисляемой частотной характеристике $W(j\omega)$ можно судить и об устойчивости замкнутой системы регулятор — объект и о показателях качества регулирования, а это дает возможность осуществить синтез регулятора или выбор оператора Q. Особенно просто это делается, если $|W(j\omega)|$ и $\arg W(j\omega)$ представлены в логарифмическом масштабе частот.

Аналитическое конструирование регуляторов. Термин аналитическое конструирование регуляторов был введен Летовым А. М. [14], и в его статьях была решена задача выбора скалярного управления u, минимизирующего функционал

$$\Phi(x_{[0,\infty]}, u_{[0,\infty]}) = \int_0^\infty \sum_{i=1}^n b_i x_i^2(t)\,dt + \int_0^\infty u^2(t)\,dt, \tag{2.6.23}$$

когда вектор состояния $x(t)$ удовлетворяет системе линейных уравнений

$$\dot{x}(t)+Ax(t)=Bu \tag{2.6.24}$$

и при произвольном $x(0)$ имеет место $x(t) \to 0$ при $t \to \infty$.

Решение для u получается как функция состояния $x(t)$ в виде

$$u(t) = -\sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} b_i d_{ik} x_k(t), \qquad (2.6.25)$$

где b_i — коэффициенты вектор-столбца B, а коэффициенты d_{ik} получаются из решения системы нелинейных дифференциальных уравнений.

Калманом [4] эта же задача была решена в более общем виде, когда в (24) $u(t)$ — вектор-функция и B — матрица. В дальнейшем задача была распространена и на нелинейные объекты. Интересные результаты в последнее время получены А. А. Красовским [15], который, введя в функционал типа (23) дополнительный член, характеризующий «работу управления», коренным образом изменил ситуацию в аналитическом конструировании как в смысле упрощения вычислительных трудностей, так и в смысле расширения областей применимости метода аналитического конструирования регуляторов.

3 УПРАВЛЕНИЕ ОПЕРАЦИЯМИ

«Главная ошибка, совершаемая человеком, всегда одна и та же — преждевременное обобщение».

Ф. ГАЛИАНИ *)

1. ВВЕДЕНИЕ

Как уже указывалось в гл. 1, под операцией будем понимать деятельность коллектива, управляемую из единого центра и направленную на достижение цели или решение поставленной задачи. При этом руководящий центр (или орган управления операцией) имеет возможность распределять в соответствии со своим замыслом (планом) все выделенные на операцию людские и материальные ресурсы. Замысел (преобразуемый в план) — это представление руководящего центра об основных принципах и этапах осуществления операции до ее начала.

Операции совершаются производственными предприятиями, их объединениями (отраслевыми министерствами), войсковыми частями и их объединениями (дивизия, армия ...). В связи с этим, имея в виду управление операциями, обычно говорят об управлении предприятием, отраслью, войсковым соединением или объединениями или поскольку все эти объекты можно назвать собирательным термином организации или *организационные системы* говорят об управлении организациями (или организационном управлении). При этом поскольку каждая организация является системой, которая может иметь множество целей деятельности, то управление организацией всегда шире, чем управление конкретной операцией. В управление организацией будет входить как выбор целей (задач), т. е. выбор операций, как видов целеустремленной деятельности, так и управление конкрет-

*) В кн. М. С. Шагинян «Воскрешение из мертвых. Повесть об одном исследовании». М., «Художественная литература», 1964 г.

ной операцией с выбранной или поставленной извне целью.

Организационная система, осуществляющая операцию, представляется в виде двух подсистем: управляющей (орган управления, руководство) и управляемой (объект управления). Параметры состояния управляемой системы, как и прежде, обозначим вектором $x(t)=(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t))$. Поскольку изменение состояния системы называется ее поведением, то, осуществляя операции, организационная система реализует некоторый тип поведения. Но поскольку система взаимодействует со средой, то осуществление операции изменяет как состояние системы, так и среды. Далее, поскольку совокупность состояний системы и среды определена как ситуация (см. гл. 1), то проведение любой операции означает изменение ситуации в желаемом направлении. Исходом же операции (или исходом поведения системы) будет ситуация, сложившаяся к моменту завершения операции. Отсюда цели и задачи проводимых системой операций можно рассматривать как способы и средства осуществления желаемых ситуаций и ликвидации (предотвращения) нежелательных для системы ситуаций. Это означает, что цель является состоянием или функцией состояния $x(t_1)$ в момент t_1 завершения операции. Орган управления иногда называют *оперирующей стороной,* а параметры состояния $x(t)$ — *фазовыми переменными* операции. Для проведения операции оперирующая сторона располагает некоторым количеством ресурсов — активных средств, значение которых в момент времени t определяется вектором $u(t)=(u_1(t), \ldots, u_r(t))$.

Поскольку ресурсы — это люди, машины, материалы, сырье, оборудование, вооружение и т. п., то, распределяя их соответствующим образом, т. е. изменяя $u(t)$, мы можем влиять на фазовые переменные операции. Заметим, что каждый вид ресурса у оперирующей стороны имеется в ограниченном количестве, т. е. $u_i(t)\leqslant u_i^0 \mid t\in[t_0, t_1]$.

При этом может быть, что $u^0_i=u^0_i(t)$, $t\in[t_0, t_1]$ т. е. запас ресурса u_i может меняться на интервале $[t_0, t_1]$ времени проведения операции.

Стратегией оперирующей стороны назовем способ использования или распределения ресурсов в течение всей операции, т. е. отрезок вектор-функции

$$u_{[t_0, t_1]}=(u_{1\,[t_0, t_1]}u_{2\,[t_0, t_1]}, \ldots, u_{r\,[t_0, t_1]})\in R[u],$$

где пространство $R[u]$ определено ограничениями на u_i^0. Стратегии оперирующей стороны являются также способами ее действий.

Управлением со стороны руководящего центра будем называть такую последовательность сигналов, команд, приказов и т. п., которые приводят к стратегии или распределению ресурсов $u_{[t_0,\ t_1]} \in R[u]$.

В связи с этим управление и стратегии будут обозначаться одинаково. Воздействие со стороны среды (противника) также изменяет состояние системы или фазовые переменные $x(t)$ (возможно, отчасти путем уничтожения ресурсов оперирующей стороны). Назовем это воздействие на интервале $[t_0,\ t_1]$ стратегией среды (противника) и обозначим

$$v_{[t_0,\ t_1]} = (v_{1\,[t_0,\ t_1]}, \ldots, v_{m\,[t_0,\ t_1]}).$$

Естественно, что компоненты $v_1(t), \ldots, v_m(t)$ также ограничены и эти ограничения определяют помимо всего остального пространства $R[v]$. Положим далее, что параметры состояния системы или фазовые координаты операции $x(t)$ связаны некоторым формальным или неформальным оператором со стратегиями u и v:

$$x(t) = F(x^0;\ t;\ u_{[t_0,\ t]};\ v_{[t_0,\ t]}), \qquad (3.1.1)$$

где $x^0 = x(t_0)$ — начальное состояние системы. При этом может определяться ряд вспомогательных показателей, каждый из которых является некоторой функцией начального состояния $\Psi_0(x^0,\ t_0)$.

Поскольку целью операции является достижение некоторого конечного состояния $\bar{x}^1 = x(t_1)$ или функции этого конечного состояния $\Psi(x^1,\ t_1)$, то, очевидно, должен существовать критерий выбора Φ стратегии $u_{[t_0,\ t_1]}$, обеспечивающий оптимальное в каком-либо смысле протекание операции.

Этот критерий зависит в общем случае как от „траектории“ $x_{[t_0,\ t_1]}$, так и от стратегий $u_{[t_0,\ t_1]}$ и $v_{[t_0,\ t_1]}$. Подчиняя выбор $u_{[t_0,\ t_1]}$ (при заданном $v_{[t_0,\ t_1]}$) задаче экстремизации критерия Φ, получаем выражение для оптимального управления операцией, аналогичное выражению (2.3.7),

$$z = \underset{u \in R[u]}{\mathrm{extr}}\, [\Phi(x_{[t_0,\ t_1]};\ u_{[t_0,\ t_1]};\ v_{[t_0,\ t_1]}) \,|\, x(t) =$$

$$= F(x^0;\ t;\ u_{[t_0,\ t]};\ v_{[t_0,\ t]}); \qquad (3.1.2)$$

$$x^0,\ x^1 \in R[x];\ t \in [t_0,\ t_1].$$

В выражении (2) критерий Φ может быть векторным, т. е. $\Phi=\Phi(\varphi_i)$. При этом некоторые из компонент φ_i могут и не иметь количественного выражения. В связи с этим запись $\mathrm{extr}[\Phi(u)]$ в (2) и далее будет носить символический характер и означать процесс принятия решения по выбору оптимальной стратегии — оптимальной с точки зрения лица, принимающего решение (ЛПР). В этом случае будем считать, что ЛПР реализует некоторый оператор выбора $\vartheta=\vartheta(\Phi)$ оптимальной, по его мнению, стратегии. Запись $\vartheta=\vartheta(\Phi)$ будем использовать наравне с записью $\mathrm{extr}\,\Phi$, помня, что последняя носит символический характер.

Здесь так же, как и при управлении техническими объектами, в зависимости от степени информированности об операторе F и воздействии среды v различают три постановки задачи управления операциями: детерминированную, вероятностную и игровую (минимаксную).

Заметим, что многие задачи управления операциями являются задачами со свободным концом t_1, а в некоторых случаях при заданном интервале $[t_0, t_1]$ конечное состояние $x(t_1)$ не является строго заданным, а является результатом решения задачи (2). Это обычно имеет место в операциях управления производством, когда, например, в течение года следует произвести не заданную номенклатуру товаров, а номенклатуру, дающую наибольший доход.

Значение $u^*_{[t_0,\ t_1]}$, доставляющее экстремум Φ, является оптимальной стратегией (управлением). При оптимальной стратегии и поведение системы (течение операции) также будет оптимальным $x^*_{[t_0,\ t_1]}$. Значение $x^*_{[t_0,\ t_1]}$ можно получить, подставив в (1) выбранное $u_{[t_0,\ t_1]}$ при заданных априори F и $v_{[t_0,\ t_1]}$.

Когда речь идет об операциях, то критерий Φ, оператор F и стратегии u, v обычно не имеют формально-математических выражений. Оператор F может представлять собой логически взаимоувязанную систему работ и процедур, отображенную, например, в виде графов, разного рода диаграмм, блок-схем, алгоритмов и т. п.

Стратегии (управления) u (как и v) чаще всего являются конечными множествами. Все возможные $u_{[t_0,\ t_1]}$ являются альтернативными. Каждой альтернативной стратегии соответствует свое поведение $x_{[t_0,\ t_1]}$. Поскольку

$u_{[t_0, t_1]}$ и соответствующее ей $x_{[t_0, t_1]}$ определяются до начала операции при $t < t_0$, то пару $(u_{[t_0, t_1]}, x_{[t_0, t_1]}) = \pi_{[t_0, t_1]}$ назовем *планом операции* (или планом мероприятия). Соответственно пару $(u^*_{[t_0, t_1]}, x^*_{[t_0, t_1]}) = \pi^*_{[t_0, t_1]}$ *) назовем *оптимальным планом*.

Как видно в данном случае, в основе оптимального планирования лежит операция, представляемая выражением (2). Но это же выражение, как это следует из гл. 2, является не чем иным, как формулировкой задачи оптимального управления (программного) для динамических систем, описываемых обыкновенными дифференциальными или разностными уравнениями, для решения которых эффективно используется принцип максимума Понтрягина. Глубокую аналогию между оптимальным управлением динамическими системами и оптимальным планированием операций отметил Н. Н. Моисеев [1].

Заметим, что если удастся получить формально-математические выражения (1) и (2), т. е. построить (сконструировать) оператор F и функционал Φ, отражающие, по мнению исследователя, достаточно адекватно течение операции и ее цель, то будет иметь место математическая модель операции.

В этом последнем случае оптимальный план получается автоматически решением на ЭВМ **). Если F и Φ не имеют формальных выражений, план (2) может считаться оптимальным по мнению лица, принимающего решения. По некоторым аспектам традиционно составляемые планы при неформальных F и Φ богаче формально-математических планов, являющихся решением вариационной задачи (2), поскольку первые отражают организационные аспекты операции, цели и задачи, которые ставятся подразделениям организационной системы и т. п. Подробнее о подобных планах будет сказано в § 9, сейчас же обратимся к обсуждению выражения (2).

Если главным при формальном F является изучение влияния управлений u и v на фазовые переменные операции, а критерий Φ не имеет формального выражения и представляет собой систему показателей, характери-

---

*) Более подробно смысл $\pi_{[t_0, t_1]}$ будет раскрыт в § 9, поскольку операции проводятся всегда иерархическими системами.

**) Примером такой модели формального плана может служить л-модель, разработанная А. А. Петровым и Ю. П. Иваниловым [2].

зующих достижение целей, то математическая модель (1) называется *имитационной* моделью. Если же в дополнении к оператору F будет формально-математически определен и критерий Ф, то математическая модель примет вид типа выражения (2) и будет называться *оптимизационной*. Исследование обоих видов моделей производится в современных условиях с применением аналоговых и цифровых ЭВМ и их комплексов. Заметим, что, как правило, оператор F в моделях записывается в виде систем уравнений, равенств и неравенств.

Как указывалось в гл. 1, по характеру протекания операции можно разделить на три группы: терминальные, развивающиеся, календарно-развивающиеся.

Отметим одну существенную особенность календарно-развивающихся операций, осуществляемых такими организационными системами, как отрасли народного хозяйства, и входящими в них подсистемами (подотраслями, объединениями предприятий, предприятиями). В отрасли и ее подсистемах наблюдаются два сопряженных вида деятельности (два вида операций): долговременная и текущая. Долговременная деятельность связана с освоением капиталовложений в отрасли, со строительством новых предприятий и т. п. Текущая деятельность (текущие операции) — это деятельность предприятий и отрасли в целом в течение периодически повторяющихся интервалов времени (месяц, квартал, год), например, деятельность, связанная с выпуском продукции. При этом целями долговременной деятельности является обеспечение возможности достижения все более совершенных целей в текущих операциях. Для всех трех групп операций (терминальные, развивающиеся или календарно-развивающиеся) в управлении или руководстве операциями наблюдается определенная цикличность. В каждом цикле руководства (управления) какой-либо операцией или деятельностью наблюдаются пять последовательных этапов [3]:

1) формулировка цели (постановка задачи),

2) решение,

3) исполнение решения — проведение операции и получение желаемого результата,

4) оценка результата,

5) рекомендации на будущее.

На рис. 3.1 показана блок-схема цикла управления операцией. Формулировка цели (или постановка задачи) (блок 2) происходит в результате некоторого стимула (блок 1), желания изменить ситуацию в нужном направлении на основе имеющегося (накопленного) опыта руководства и управления. Для формулировки цели или

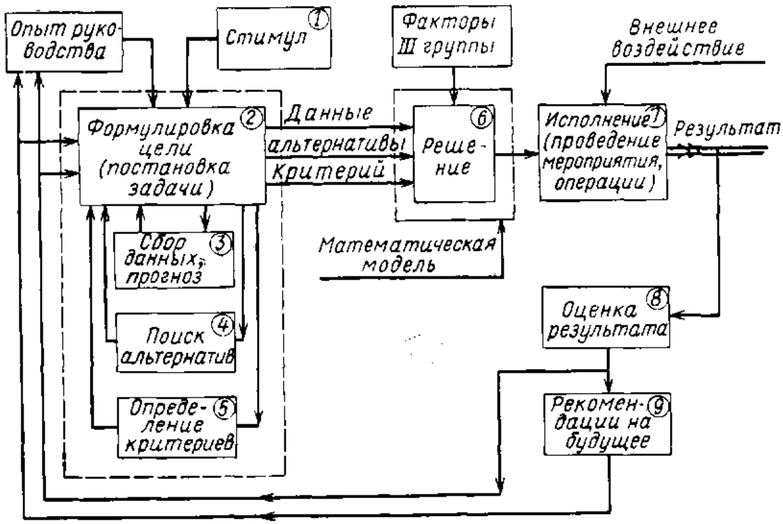


Рис. 3.1.

постановки задачи производится сбор данных о системе и среде, осуществляется прогноз (явный или неявный) поведения среды и проведения операции (блок 3); производится поиск альтернативных стратегий, способов действий, «управлений» по достижению целей или решению задач $u_{[t_0, t_1]}$ (блок 4); выясняются и устанавливаются критерии выбора альтернативных стратегий Ф (блок 5). Если цель или задача ставятся организационной системе сверху, то блок 2 будет означать «уяснение задачи» (в этом случае блоки 3 и 4 остаются, критерии же могут быть заданы).

Решение (блок 6) — это всегда выбор. В данном случае это выбор из множества возможных альтернативных стратегий $u_{[t_0, t_1]}$ в соответствии с принятым критерием Ф или что то же самое, выбор плана $\pi^*_{[t_0, t_1]}$ из множества альтернативных планов, направленных на достижение одной и той же цели.

Третий этап руководства (или управления) — исполнение или осуществление решения (блок *7*), означает проведение операции, т. е. осуществление ее плана $\pi_{[t_0, t_1]}$ и получение желаемого результата. При этом неопределенные обстоятельства (возмущения) нарушают принятую линию поведения (желаемое течение операции и ее план $\pi_{[t_0, t_1]}$).

Это приводит к постановке ряда задач принятия решения, направленных на то, чтобы поставленная цель операции все же была достигнута.

Решение последовательности задач в процессе проведения операции, направленных на достижение целей или выполнение плана операции $\pi_{[t_0, t_1]}$, составляет существо так называемого *оперативного* управления. При этом для каждой частной задачи оперативного управления опять-таки справедливым является цикл, показанный на рис. 3.1.

Четвертый и пятый этапы цикла руководства: оценка результата (блок *8*) и рекомендации на будущее (блок *9*) также являются результатом ряда решений — решений оценочного характера.

Таким образом, решение пронизывает все этапы и является главным фактором всякого руководства и управления. Не случайно поэтому в воинских уставах говорится, что основой управления войсками является решение командира. На рис. 3.1 показано, что оценка результата и рекомендации на будущее пополняют опыт (память) руководства (руководящего центра, органа управления). Если речь идет о развивающихся или календарно-развивающихся операциях, то накопленный опыт используется для формулирования следующей цели или задачи (линии от блоков *8* и *9* к блоку *2*). Пополнение опыта в процессе управления означает обучение руководства в процессе практической деятельности.

Заметим, что без блоков *6—9* схема на рис. 3.1 будет представлять собой схему формулировки проблемы. Проблема в этом случае оказывается потенциальной целью (задачей), пути достижения (способы решений) которой пока неизвестны. Функционирование блоков *3—5* соответствует попыткам преобразовать проблему в цель или задачу. Если блоки *3—5* перестают функционировать, то это означает, что проблема зафиксирована на некотором уровне понимания и отложена.

2. ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

Под решением понимается деятельность в блоке *6* (рис. 3.1) по выбору одной из альтернатив $u_{[t_0, t_1]}$ в соответствии с критерием Ф из пространства возможных альтернатив $R[u]$, найденных в блоке *4*.

Для принятия решения необходимо [4]:

1) иметь четко сформулированную цель или задачу;

2) иметь альтернативные стратегии или управления;

3) учитывать при выборе одной из альтернатив существенные факторы, различные для различных альтернатив.

Факторы, которые имеют значение и учитываются при принятии решений, можно разделить на три группы:

1-я группа — ресурсы:

— рабочая сила (специалисты различного профиля);

— время;

— материалы, сырье, полуфабрикаты, предметы труда;

— оборудование, основные фонды, средства производства;

— транспортные средства, средства связи и управления;

— все виды вооружения и военной техники, когда речь идет о боевых операциях.

2-я группа — природные и технические факторы:

— свойства материалов и веществ;

— технические характеристики и свойства оборудования, вооружения и т. п.;

— законы природы, выраженные через закономерности и константы отдельных естественных наук физики, химии, механики, биологии и т. п.

3-я группа — идеологические, морально-политические и психологические факторы.

С точки зрения лица, принимающего решения, любое решение как выбор альтернативы — это волевой акт, выступающий, с одной стороны, как проявление власти, а с другой — ответственности за последствия принятого решения.

Естественно поэтому, что факторы 3-й группы оказывают огромное влияние на принятие решения и их нужно учитывать при оценке принятого решения. Главнейшим из факторов 3-й группы является принадлежность принимающего решение к той или иной социально-политической системе: это определяет этическое и моральное лицо принимающего решение. Этические, моральные и юридические нормы выступают как некоторые ограничивающие факторы в принятии решений. На характер и качество решения оказывают влияние самочувствие, настроение, мнение других лиц о выборе альтернатив, эмоциональные проявления страха, ненависти, любви, сострадания. Часто снижают качество и объективность решения такие факторы, как предубеждение, личные вкусы и привязанности, упрямство, эгоцентризм, консерватизм и боязнь перемен, неправильно понимаемый престиж, психологическая инерция [5], при которой в разных случаях и в разных ситуациях принимают сходные линии поведения и т. п.

Напротив, выдержка, спокойствие, хладнокровие, высокие морально-политические качества, чувство ответственности, внимательный учет всех факторов, уважение к мнению окружающих повышает качество и объективность решений. Морально-психологические факторы отрицательного характера часто приводят к уходу от решения и ответственности за него, путем перепоручения решений подчиненным или попыткой передать проблему наверх. Часто среди возможных альтернативных решений используют одну «универсальную» альтернативу [4] — не принимать никакого решения вообще или отложить, затянуть решение на неопределенное время. Практика управления и руководства выработала ряд правил, процедур и нормативов принятия решений, которые направлены на ослабление или исключение многих отрицательных факторов, возникающих при принятии решений.

При принятии решений факторы 1-й и 2-й групп подвергаются количественному анализу с целью оптимизации планов и принимаемых решений. Потребности практики управления и руководства, связанные со стремлением рационально распределить выделенные на операцию ресурсы или рационально расставить силы и средства, умело использовать фактор времени и привели к развитию в последние 30 лет нового обширного раздела прикладной математики, получившего название *исследование операций*. Применение методов исследования операций предполагает разработку математической модели операции в блоке *6* и формальное определение оптимальной стратегии $u^*_{[t_0, t_1]}$.

А так как $u^*_{[t_0, t_1]}$ не что иное, как оптимальное (рациональное) распределение ресурсов в ходе операции, то, как правило, все задачи исследования операций — это, в сущности, задачи о рациональном использовании имеющихся ресурсов или задачи о рациональной расстановке сил и средств в предстоящей операции или мероприятии.

Исследование операций требует, с одной стороны, широкого использования математики, а с другой — учета искусства административного управления и руководства. О том, почему в последнем случае речь идет об искусстве, скажем несколько ниже.

В явной форме исследование операций впервые стало применяться в военном деле. После второй мировой войны методы исследования операций стали интенсивно использоваться в промышленности, торговле, снабжении, сбыте, транспорте, научных исследованиях и других областях.

Решение задач исследования операций связано, как правило, с огромными объемами вычислений. Уже сейчас при решении этих задач оперируют с десятками и сотнями тысяч данных. В связи с этим применение методов исследования операций возможно только при широком использовании вычислительной техники. Поэтому наблюдается взаимное влияние развития исследования операций на развитие ЭВМ и наоборот. Если говорить об использовании методов исследования операций в связи с применением ЭВМ, то объединенные в систему задачи исследования операций и информационные задачи по управлению народно-хозяйственным объектом образуют так называемое внешнее математическое обеспечение автоматической системы управления (АСУ) этим объектом.

Если говорить об определении понятия исследования операций, то более или менее удачными определениями являются следующие.

«Исследование операций представляет собой научный метод, дающий в распоряжение военного командования или другого исполнительного органа количественные основания для принятия решений по действию войск или других организаций, находящихся под его управлением». [8].

Следующее определение [9] больше отражает математическую сторону проблемы и широту областей применения исследования операций: «Исследованием операций называется теория математических моделей принятия оптимальных решений и практика их использования».

Существует одно экстравагантное определение, высказанное одним из крупных специалистов в этой области (Саати [10]): «Исследование операций представляет собой искусство давать плохие ответы на те практические вопросы, на которые даются еще худшие ответы другими способами». В этом определении подчеркнуто то обстоятельство, что практические ситуации принятия решений бывают настолько сложны, что любая помощь со стороны математических методов является очень ценной, даже если и не позволяет получить окончательного ответа на поставленные вопросы. Последнее связано с тем, что далеко не всем проблемам принятия решений можно придать математическую форму, т. е. построить математическую модель решения, и даже когда модель построена, она, как правило, не отражает 3-ю группу факторов, учитываемых при принятии решений.

Тем же в сущности целям принятия оптимальных решений служат и так называемые экономико-математические методы (этот термин введен акад. В. С. Немчиновым в начале шестидесятых годов). Поэтому многие математические модели являются общими как для них, так и для исследования операций. Хотя часть этих методов относится к исследованию операций, другая — только к экономико-математическим методам, разделение это носит в известном смысле условный характер. Нужно отметить, что определение места исследования операций среди наук и методов математического характера, относящихся к управлению, представляет известные трудности. На рис. 3.2 показана диаграмма взаимосвязи наук, относящихся к математическим аспектам управления, отражающая точку зрения автора.

Отметим два класса задач исследования операций, существенно отличающихся по постановке. Успех любой операции зависит как от технических данных, конструктивных параметров используемого в операции оборудования или вооружения, так и от способов использования имеющегося оборудования и вооружения. Поэтому задачи исследования операций можно разделить на два класса [6]:

1) технические — задачи по выбору технических характеристик, конструктивных и эксплуатационных па-

раметров заказываемого оборудования и вооружения; к ним относятся и задачи оптимального проектирования больших систем, АСУ, энергосистем, газопроводов, транспортных сетей и т. п.;

2) тактические — задачи, входящие в планирование операций с имеющимся оборудованием и вооружением для наиболее эффективного их использования.

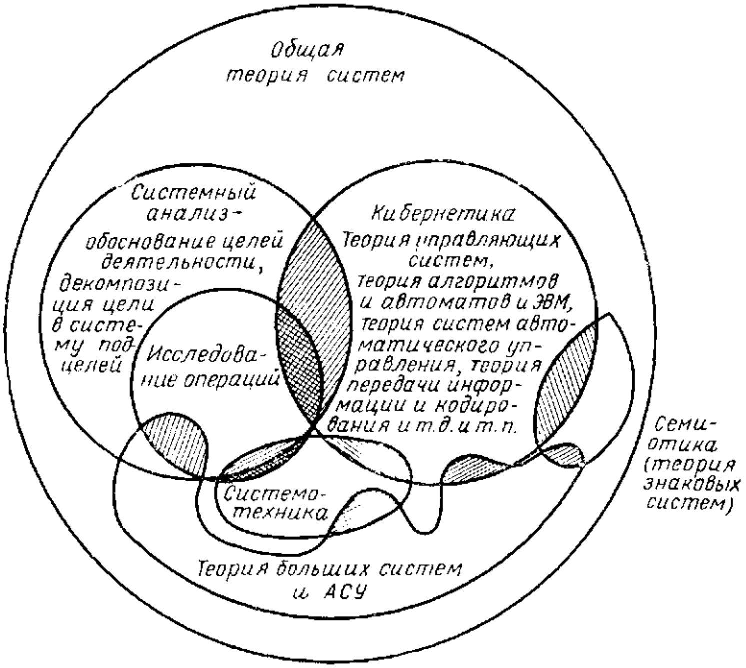


Рис. 3.2.

При этом оба класса задач — это в конечном счете задачи оптимального распределения ограниченных ресурсов.

При применении методов исследования операций различают следующие пять этапов [11].

1. Формулировка цели (постановка задачи) операции или мероприятия, неформальное задание критерия оптимальности. В сущности первый этап не относится к исследованию операций как теории математических моделей принятия решений. Определение цели лежит вне исследования операций, как впрочем и вне киберне-

7*

тики. В последнее время стал развиваться так называемый системный анализ, предметом которого как раз и является обоснование целей деятельности. Таким образом, блоки *2—5* на рис. 3.1 относятся к сфере системного анализа.

2. Построение математической модели принятия решения на операцию: определение математического выражения для критерия оптимальности (целевой функции) и ограничивающих факторов или условий, сбор данных и нормативов для решения задачи.

3. Определение алгоритма поиска оптимального решения, программирование задачи на ЭВМ, поиск решения на ЭВМ.

4. Проверка модели и оценка решения.

5. Реализация (осуществление) решения и оценка его правильности по результатам операции.

Использование методов исследования операций — это всегда обязанность руководителя организации, будь то предприятие, торговые, снабженческо-бытовые организации, отрасли народного хозяйства и т. п. Для выполнения этой обязанности руководитель организует у себя группу исследователей-операционистов. Группа может входить в ВЦ или АСУ предприятия или существовать отдельно при руководителе организации. Для решения крупных экстраординарных проблем могут организовываться временные группы с приглашением крупных специалистов со стороны.

На всех пяти этапах исследования различной является степень участия в них руководителя и операционистов.

На 1-м этапе решающая роль, очевидно, принадлежит руководству. С операционистами иногда целесообразно посоветоваться по поводу задания критерия оптимальности. В некоторых случаях критерии оптимальности очевидны, в других случаях их выявление — сложное ответственное дело, требующее внимательного рассмотрения проблемы. В некоторых случаях операция или мероприятие оценивается по нескольким критериям и тогда приходится выделять главный критерий, а остальное рассматривать как ограничения или осуществлять свертывание многих критериев в один *). Неверный выбор

*) В последнее время усиленно развивается теория многокритериальных решений.

критерия может лишить смысла всю операцию или мероприятие или привести к вредным последствиям. Иногда во избежание ведомственного подхода критерий должен устанавливаться старшей инстанцией. Правильному установлению критериев оптимальности в отдельных звеньях нашего народного хозяйства мешает все еще имеющаяся множественность и неупорядоченность показателей, по которым оцениваются результаты хозяйственной деятельности предприятия. Систематизация и упорядоченность критериев оптимальности — одна из задач проводимой экономической реформы или процесса совершенствования систем планирования и экономического стимулирования.

2-й этап состоит в построении математической модели операции или математической модели принятия решений. Построение математических моделей — это обязанность специалистов по исследованию операций, специалистов в области прикладной математики (или операционистов). Обширный класс моделей исследования операций строится в соответствии с выражением (2), т. е. модель состоит из математических выражений для критерия оптимальности и ограничивающих условий. Математическое выражение критерия оптимальности называют также *целевой функцией*, поскольку стремление к экстремизации критерия является математическим отображением цели операции. Ограничивающие уровни в выражении (2) представляются оператором (1).

3-й этап заключается в определении алгоритма решения задач — это основная задача математиков. К настоящему времени накопилось большое количество алгоритмов решения задач исследования операций (или алгоритмов оптимизации) и по этому вопросу существует обширная литература. Если алгоритм найден или известен, то задача программируется для ЭВМ и ЭВМ автоматически находит оптимальное решение (2) в виде $u^* = (u^*_1, u^*_2, \ldots, u^*_r)$ и распечатывает (отображает) его на своих выходных устройствах.

В некоторых случаях не удается разработать алгоритм, автоматически (без участия человека) реализуемый на ЭВМ. Тогда предпринимаются попытки решить задачу оптимизации по этапам с вызовом промежуточных результатов, например, на видеотерминал (дисплей).

На 4-м этапе производятся испытания и проверка модели после ее алгоритмирования и программирования на ЭВМ, осуществляется также оценка руководством адекватности модели той стороне операции, которую модель представляет.

5-й (последний) этап относится уже к реализации этого решения и к оценке модели по результатам проведенной операции. В результате может выясниться необходимость проведения работ по совершенствованию модели. К этому же этапу относится проверка моделей принятия решений с помощью имитационного моделирования.

3. ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

В настоящее время существует обширная литература по исследованию операций и оптимизационным экономико-математическим методам (в списке литературы приведены только некоторые обобщающие монографии [6—17]). В этой литературе содержится описание большого количества математических моделей, пригодных для различных областей применения. Все множество моделей можно разбить на группы как это сделано, например, в [9]. В приведенной на рис. 3.3 таблице выделено 9 классов задач исследования операций. Задачи размещены по столбцам таблицы, а по ее строкам размещены математические методы или классы алгоритмов решения задач. В зависимости от постановки каждая из задач может решаться различными методами и соответственно один и тот же метод используется для решения ряда задач. Не имея возможности подробно останавливаться на всей таблице, остановимся кратко на задачах распределения и назначения.

Большой класс моделей исследования операций можно сгруппировать в задачи распределения и назначения и представить выражением (2); многие задачи являются частными случаями этого представления. Распространенным частным случаем динамической модели (2) является статическая модель, когда целью операции является достижение в момент t_1 состояния $x(t_1)=x^1$, дающего максимальный эффект, и задача заключается в том, чтобы найти это состояние при заданном векторе ресурсов $u^0=(u_1^0 \dots u_r^0)$. При этом u_i^0 является предельным значением i-го ресурса (или его запасом в момент t_0), которое можно израсходовать для достижения состояния $x^1=(x_1^1, \dots, x_n^1)$ из состояния $x^0=(x_1^0, \dots$

Задачи / Методы		Задачи распределения и назначения	Управление запасами	Замена и ремонт оборудования, надежность	Задачи массового обслуживания	Задачи упорядочения и согласования	Проектирование сетей и выбор маршрутов	Задачи поиска	Задачи состязаний, переговоров (торга), конферен.	Построение имитационных моделей и деловых игр
1		2	3	4	5	6	7	8	9	10
Математическое программирование	линейное	///						///	///	
	нелинейное	///					///	///		
	дискретное	///				///				
	динамическ.	///		///			///			
	стохастичес.	///	///						///	
Дифференциальные разностные уравнения. Принцип максимума Понтрягина		///	///	///	///					///
Теория массового обслуживания, марковские случайные процессы				///	///					///
Теория игр и статистических решений									///	///
Теория графов		///	///		///	///	///			
Теория распознавания								///		
Теория расписаний и комбинаторная математика		///			///	///	///			
Теория автоматов и математическая логика						///		///	///	///
Теория знаковых систем (семиотика)		///				///				///

Рис. 3.3.

$\ldots, x_n^0$) (не нарушая общности, состояние x^0 примем равным 0). Израсходованное количество i-го ресурса, разумеется, может быть и меньше u_i^0. В задачах подобного рода, носящих экономическо-производственный характер, все $u_i \geqslant 0$ и все $x_j \geqslant 0$.

Итак, требуется найти состояние или вектор фазовых переменных операции $x=(x_1, \ldots, x_n)$, при котором некоторая скалярная функция этого вектора $W(x)=W(x_1, \ldots, x_n)$, отображающая эффект операции, была бы максимальной. Сама операция при этом означает перевод системы из состояния 0 в некоторое состояние x. Состояние x, в которое будет переведена система, зависит от того, как будут использованы или распределены выделенные на операцию ресурсы, т. е. от того, какое будет выбрано управление $u=(u_1, \ldots, u_r)$ при условиях, что $0 \leqslant u_i \leqslant u^0_i$. Естественно предположить, что расход каждого вида ресурса для перевода системы в состояние $x=(x_1, \ldots, x_n)$ будет некоторой скалярной функцией этого состояния $g_i(x_1, \ldots, x_n)$, при этом расход не должен превышать u_i^0, т. е.

$$g_i(x_1, \ldots, x_n) \leqslant u^0_i. \tag{3.3.1}$$

Теперь оптимизационную модель операции можно записать следующим образом:

$$z = \max_{x_1, \ldots, x_n} [W(x_1, \ldots, x_n) \mid g_i(x_1, \ldots, x_n) \leqslant u^0_i;\ x_j \geqslant 0,$$
$$i=1, 2, \ldots, r,\ j=1, 2, \ldots, n]. \tag{3.3.2}$$

Если ввести вектор-функцию $G=(g_1, \ldots, g_r)$, будем иметь

$$z=\max_x [W(x) \mid G(x) \leqslant u^0]. \tag{3.3.3}$$

Полученная оптимизационная задача представляет собой хорошо известную задачу так называемого нелинейного программирования. Как видно, в этой задаче поиск оптимального управления (или оптимальной стратегии) заменен поиском оптимального состояния. В связи с этим в задачах подобного рода то или иное состояние x или тот или иной вектор фазовых переменных операции также иногда называется стратегией.

Здесь имеется аналогия с техническими управляемыми системами (гл. 2), когда на множестве достижимости установившихся режимов выбиралось целевое состояние.

Здесь также неравенства $G(x) \leqslant u^0$ определяют область допустимых состояний и целевое состояние в этой области доставляет максимум функции W. Если система неравенств $G(x) \leqslant u^0$ несовместна, допустимое множество X пусто и задача (3) не имеет решения.

Рассмотрим случай, когда функции W и g_i являются линейными. Этот случай имеет многочисленные производственно-экономические интерпретации. Пусть, например, предприятие может в течение некоторого промежутка времени (месяц, квартал, год и т. п.) выработать n видов продукции. Объекты каждого вида продукции x_j ($j=1, 2, \ldots, n$) должны быть таковы, чтобы общий доход от реализованной продукции был максимальным:

$$W(x_1, \ldots, x_n) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max.$$

Для производства этой продукции предприятие располагает m видами ресурсов $u^0 = (u_1{}^0, u_2{}^0, \ldots, u_m{}^0)$. В данном случае ресурсами (называемыми в экономической литературе факторами производства) являются рабочая сила, сырье, материалы, электроэнергия, топливо, технологическое оборудование, станки, машины и т. п. Обозначим u_{ij} количество i-го ресурса, необходимого для производства j-й продукции в объеме x_j. Элементы u_{ij} образуют матрицу (при заданном векторе $(x_1, \ldots, x_n)$):

x_1	x_2	...	x_j	...	x_n	u^0
u_{11}	u_{12}	...	u_{1j}	...	u_{1n}	$u^0{}_1$
u_{21}	u_{12}	...	u_{2j}	...	u_{2n}	$u^0{}_2$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
u_{l1}	u_{l2}	...	u_{lj}	...	u_{ln}	$u^0{}_l$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
u_{m1}	u_{m2}	...	u_{mj}	...	u_{mn}	$u^0{}_m$

Задача распределения ресурсов сводится к такому выбору элементов u_{ij}, при котором доход $W(x)$ будет максимальным. При выборе элементов u_{ij} следует учитывать, что сумма элементов в каждой i-й строке должна быть равна или меньше u_i^0, а в каждом j-м столбце элементы u_{ij} $(i=1, 2, \ldots, m)$ должны находиться во вполне определенных пропорциях для производства j-й продукции в объеме x_j. Обозначим через a_{ij} количество i-го ресурса для производства единицы j-го продукта. В этом случае $u_{ij}=a_{ij}x_j$ и вместо матрицы с элементами u_{ij} будем иметь матрицу с элементами a_{ij}. Задача оптимального распределения ресурсов (выбора управления) для определения оптимального состояния, как и прежде, свелась к задаче поиска оптимального состояния x при условиях ограничений на ресурсы, т. е. необходимо определить

$$z=\max_{x_1 \ldots x_n}\left[\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \,|\, a_{i1}x_1+\ldots+a_{ij}x_j+\ldots+a_{in}x_n \leqslant u^0{}_i;\right.$$

$$\left. x_j \geqslant 0;\ i=1,\ 2, \ldots, m;\ j=1,\ 2, \ldots, n\right]. \qquad (3.3.4)$$

Записанная задача — хорошо известная задача линейного программирования.

Введем вектор-столбец $c=(c_1, \ldots, c_n)$, матрицу $A_{m\times n}$ с элементами a_{ij} и вектор-столбец ресурсов $B=(b_1, \ldots, b_m)$. Тогда задача линейного программирования запишется следующим образом:

$$z=\max_{x}[cx \,|\, Ax \leqslant B;\ x \geqslant 0]. \qquad (3.3.5)$$

Состояние x, максимизирующее критерий эффективности операции, найденное в результате решения задачи математического программирования, обозначим, как и прежде, x^*. В результате решения задачи определяется также ресурсы, необходимые на проведение операции $u^*=(u^*{}_1, \ldots, u^*{}_m)$. При этом некоторые компоненты вектора u^* будут равны компонентам вектора располагаемых ресурсов u^0, а некоторые будут меньше соответствующих компонент u^0. Это значит, что не все ресурсы будут израсходованы. Получившаяся в результате решения задачи математического программирования пара $\pi^*=(x^*, u^*)$ называется **оптимальным планом**.

Однако, как видно, имеется принципиальная разница между определенным ранее планом $\pi_{[t_0,\ t_1]}$ и оптимальным планом π^*.

В первом случае определены траектория $x^*_{[t_0,\ t_1]}$ и распределение ресурсов как функции времени и поэтому планы $\pi_{[t_0,\ t_1]}$ можно назвать динамическими. Во втором случае планом определяется только оптимальное конечное состояние и общее потребное распределение ресурсов для получения этого состояния. Заметим, что оптимальные динамические планы $\pi^*_{\overline{[t_0,\ t_1]}}$, как результат автоматического решения на ЭВМ выражения (1.2), всегда могут быть получены на основе тех же самых методов математического программирования, которым используются при построении планов π^*. Оператор F в (1.2) отображает в этом случае решение системы разностных уравнений на конечном интервале планирования $[t_0,\ t_1]$. Типичными примерами моделей, на основе которых строятся планы $\pi^*_{[t_0,\ t_1]}$, являются хорошо известные разновидности моделей динамического межотраслевого баланса (в том числе упоминавшаяся π-модель). Разумеется оптимальные планы $\pi^*_{[t_0,\ t_1]}$ значительно богаче планов π^*, поскольку они дают временну́ю развертку планируемой операции. Однако, как π^*, так и $\pi_{[t_0,\ t_1]}$ не являются комплексными многоаспектными планами операции.

Для построения комплексного многоаспектного плана нужна организация человеко-машинного (интерактивного) процесса планирования, когда план строится в процессе диалога плановика с ЭВМ. А это в свою очередь требует, во-первых, системы моделей, привязанных к иерархии планирующих органов, а во-вторых, моделей пригодных для диалогового режима. Ни тем, ни другим свойством модели, на основе которых в основном в настоящее время получаются планы π^* и $\pi^*_{[t_0,\ t_1]}$, не обладают. Интерактивные модели только недавно начали развиваться. В качестве примеров укажем на модель «Дисплан», предложенную В. М. Глушковым, и на модели, описание которых приводится в гл. 4 и 5 настоящей книги. В связи с неразвитостью интерактивных систем планирования при оптимизации планов методами исследования операций иногда поступают следующим образом: используя модель математического программирования, определяют оптимальный план π^*, точнее, параметры цели с необходимыми ресурсами, а затем используют различные модели календарного и сетевого планирования для достижения этой цели. Проблема планирования разбивается на две части: определение плана π^* и календарное планирование операции, направленное на реализацию плана π^*. При этом сразу же возникают вопросы: насколько такая процедура разбиения проблемы планирования обеспечивает оптимальность комплексного планирования $\pi_{[t_0, t_1]}$, реализуем ли вообще план π^* за время $[t_0, t_1]$, т. е. достижима ли цель (состояние) x^* с выделенными ресурсами u^*, и, наконец, если цель x^* достижима, то при каком распределении ресурсов u^* во времени она достижима?

Рассмотрим еще один пример [18], иллюстрирующий ограниченность оптимального плана π^*.

Пусть требуется определить оптимальный план развития шахт и разрезов угольного бассейна. В соответствии с данными геологической разведки в последнем году планового периода бассейну назначается производить угля i-й марки в объеме b_i $(i=1, 2, \ldots, m)$. Развитие бассейна осуществляется путем строительства новых шахт и разрезов и реконструкции действующих. Каждая новая шахта и разрез может строиться в различных вариантах по глубинам залегания, характеру и степени механизации и автоматизации добычи и т. п. Реконструкция действующих шахт также может производиться в разных вариантах, например: поддержание добычи на неизменном уровне, углубление шахты, перевод на гидродобычу и т. п. Если все варианты реконструкции действующих и строительства новых шахт и разрезов перенумеровать $(j=1, 2, \ldots, n)$ и поставить задачу поиска оптимального набора вариантов строительства и реконструкции, то неизвестными будут булевы переменные x_j, принимающие значения 1, если j-й вариант принимается, и 0, если отвергается. Если обозначить через a_{ij} объем угля i-й марки, добываемого при j-м варианте, то получаем следующую систему ограничений (неравенств) на выбор набора вариантов развития угольного бассейна:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geqslant b_i, \quad i=1, 2, \ldots, m; \quad j=1, 2, \ldots, n; \quad x_j = \begin{cases} 1 \\ 0, \end{cases}$$

или в матричной форме

$$Ax \geqslant b,$$

где

$$A = \| a_{ij} \|_{m \times n}; \quad b = (b_1, \ldots, b_m); \quad x = (x_1, \ldots, x_n).$$

Поскольку конечное состояние по общим объемам производства $B = (b_1, \ldots, b_m)$ задано, а ищется набор вариантов, обеспечивающий это состояние, то естественно за оптимальный набор вариантов принять набор, требующий минимальных затрат на свое осуществление. Тогда в качестве целевой функции $W(x)$ выступают суммарные затраты как линейная функция переменных x_j:

$$W(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j,$$

где c_j — обобщенные затраты j-го варианта развития шахт и разрезов. Показатель обобщенных затрат учитывает текущие (сумма себестоимостей) и капитальные затраты путем сведения последних к текущему году через норму эффективности капиталовложений. В обобщенном показателе затрат учитываются также сроки строительства и реконструкции шахт и разрезов, чтобы экономически стимулировать более быстрый ввод в действие новых мощностей. Помимо всего этого в показателе c_i все разновременные затраты в течение планового периода приведены к единому моменту времени.

В итоге получаем следующую задачу целочисленного (псевдобулева) программирования:

$$z = \min_x [c'x \mid Ax \geqslant b; \ x_j = \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix} \right]. \tag{3.3.6}$$

В результате решения (6) получится оптимальный план развития угольного бассейна $\pi^* = x^* \underline{\underline{\Delta}} (x^*_1, x^*_2, \ldots, x^*_n)$ как упорядоченная последовательность из n нулей и единиц, указывающая, какие из вариантов развития следует реализовать, а какие нет. На этом примере особенно отчетливо видно, насколько отличается оптимальный план, полученный как решение задачи математического программирования от плана операции $\pi_{[t_0, t_1]}$ по развитию угольного бассейна. План π^* — это скорее не план, а оптимальная параметризация цели развития угольного бассейна. Решение сходной проблемы в диалоговом режиме «человек — машина» приводится далее в гл. 5.

О планах $\pi_{[t_0,\ t_1]}$ мы скажем ниже несколько подробнее. Сейчас же вкратце остановимся на возможностях использования семиотических моделей. Все многочисленные модели исследования операций, сгруппированные на рис. 3.3 в девять классов задач, являются формальными, за исключением моделей, которые могут ные на рис. 3.3 в девять классов задач, являются фор- мальные модели универсальны, т. е. одна и та же модель (например, система дифференциальных или разностных уравнений) может служить математическим описанием самых разнообразных физических (например, экономических, производственных) объектов. Алгоритмы и машинные программы решения формальных моделей не связаны непосредственно с физической (экономической) сущностью этих объектов. Универсальность формальных моделей — необычайно важное обстоятельство. Однако во многих случаях мы встречаемся с такими объектами управления, где построение формальных моделей наталкивается на очень большие трудности. Примерами таких объектов являются множество самолетов в районе аэродрома, множество прибывающих и убывающих кораблей морского порта и т. п. В подобных случаях семиотические модели, реализованные на ЭВМ и предназначенные для принятия решений по управлению такими объектами, имеют определенное преимущество перед формальными моделями. Семиотика как наука о знаковых системах, состоящая из синтактики, семантики и прагматики, позволяет в алгоритмах и программах ЭВМ оперировать непосредственно физическими (экономическими) характеристиками управляемых объектов. На базе семиотических моделей Д. А. Поспеловым и Ю. И. Клыковым [20] развита теория ситуационного управления, нашедшая уже сейчас некоторое практическое применение при управлении объектами, для которых формальные модели построить оказывается нецелесообразным. Видимо, имеется определенная перспектива совместного использования семиотических и формальных моделей в задачах распределения и назначения (это на рис. 3.3 отмечено пунктирной штриховкой в левом нижнем квадрате).

В процессе исполнения решения (блок 7 рис. 3.1) или достижения цели операции в результате внешних возмущений (воздействий) и неточного, а иногда и неверного поведения исполнителей (внутренних возмущений) неизбежно происходят отклонения от запланированного течения операции $\pi_{[t_0,\, t_1]}$.

Эти отклонения приводят к необходимости контролировать текущее состояние системы $x_{[t_0,\, t_1]}$ и осуществлять такое управление, при котором план операции был бы реализован. А это означает, что в процессе проведения операции органу управления (руководства) приходится при появлении отклонений ставить частные задачи по ликвидации отклонений, принимать решения, добиваться их исполнения, оценивать результаты решения частных задач и делать выводы на будущее. Таким образом, при проведении операции из-за внешних (внутренних) возмущений постоянно возникают циклы задача — решение, исполнение — оценка — рекомендации на будущее. Совокупность этих частных циклов, неизбежных при проведении любой операции, образует процесс так называемого оперативного управления.

Оставаясь в рамках представления, что организационная система состоит из управляющей и управляемой подсистем, придем к выводу, что контур управления операцией аналогичен контуру управления техническими системами или техническими объектами (рис. 3.4). Часть коллектива организационной системы (обычно большая), имеющая дело непосредственно с оборудованием в промышленности и с вооружением в армии, образует объект управления или управляемую систему. Другая часть коллектива образует руководящий центр или орган управления операцией (штабы войсковых частей и соединений, заводоуправления и т. п.). Управляемый объект и управляющий орган связаны между собой каналами передачи информации: прямым каналом и каналом обратной связи (см. рис. 3.4). По каналу обратной связи в управляющий орган поступает информация о выполнении плана операции, о степени достижения цели, о состоянии дела и о выполнении задач, поставленных управляющим органом при оперативном управлении. По прямому каналу передаются команды, приказы, планы действий и задачи коллективу, входящему в объект управления и подчиненному управляющему органу. Вся эта управляющая информация является результатом ряда решений, принимаемых управляющим органом в ходе оперативного управления. Управляющая информация осуществляется как процесс распределения и перераспределения ресурсов $u_{[t_0,\ t_1]}$.

При оперативном управлении процесс перераспределения ресурсов может состоять как из собственно пере-

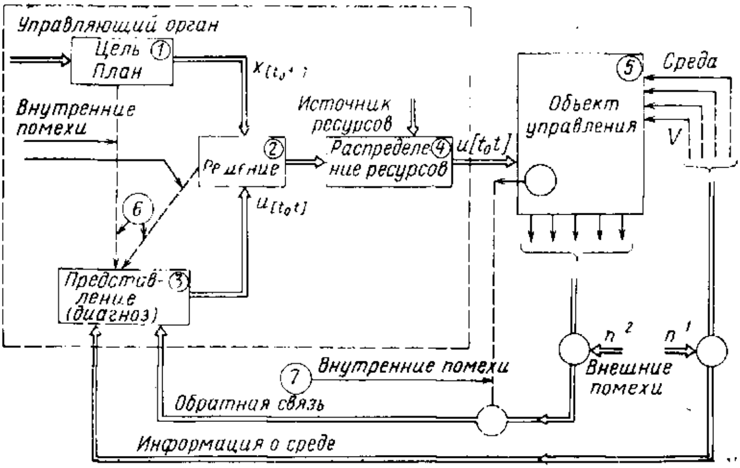


Рис. 3.4.

распределения ресурсов, имеющихся у объекта управления, так и выделения некоторых дополнительных ресурсов для компенсации существенных отклонений.

Решения при оперативном управлении образуются как результат сопоставления плана операции и ее цели с информацией о выполнении плана и степени достижения цели. Управляющий орган, наблюдая за ходом операции по информации, поступающей по каналу обратной связи, противопоставляет помехам (возмущениям и внешним противодействиям) своими решениями такое перераспределение ресурсов, при котором обеспечивается достижение цели. В этом суть так называемого оперативного управления операцией.

В некоторых случаях противодействия могут быть так значительны, что в течение операции приходится менять поведение и перепланировать операцию. Сильные противодействия могут привести к увеличению сроков достижения цели или даже к полному срыву операции, если извне (от старшей инстанции, например) не будут выделены дополнительные ресурсы (впрочем, иногда и это может не помочь).

Обычно при управлении операциями кроме информации, поступающей по каналу обратной связи, имеется возможность получить некоторую информацию и о среде, например о противнике при проведении боевых операций (рис. 3.4). Нужно считаться с фактом, что на оба канала передачи информации (об объекте и о среде) всегда будут оказывать воздействие различного рода пассивные и активные помехи (при наличии противника, например). В связи с этим информация о ходе операции у управляющего органа никогда не может быть полной. Могут быть большие перерывы в поступлении информации; в результате действия активных помех (дезинформации) у принимающих решение может сложиться ложное представление о ходе операции. Источником активных помех (дезинформации) может быть не только противник, но и органы управления низших рангов, управляющие частными операциями и входящие в объект управления (пунктирная линия *7* на рис. 3.4). Иногда активные помехи, генерируемые объектом управления, связаны со стремлением скрыть от управляющего органа (старшей инстанции) истинное положение дела или преувеличить влияние некоторых факторов. Таким образом, в результате воздействия активных и пассивных помех, решения принимаются не на основе истинного знания о ходе операции и о среде, а на основе некоторого представления о них, иногда далекого от действительности.

Интересные проблемы, связанные с исследованиями взаимных представлений взаимодействующих систем, рассматриваются в теории рефлексивных игр [21]. В этом же аспекте исследования взаимодействия органа управления и объекта управления могут быть проведены на основе теории игр [22] (в том числе игр с непротивоположными интересами, разработанных Ю. Б. Гермейером [23]).

Для боевых операций и внешнеполитических акций, где искажения информации о противнике и внешнеполитических ситуациях бывают особенно велики и опасны, принимаются специальные меры по повышению достоверности информации. Достоверность информации повышается как совершенствованием разведки, так и специальными процедурами обобщения информации или оценки обстановки. Оценка обстановки или диагноз ее (на рис. 3.4 блок *3*) — это также разновидность решения, которое по своей сути является диагностическим. Этим решением управляющий орган закрепляет в своем сознании или документально свое представление об объекте и среде, из которого он будет исходить, принимая решение о поведении.

Очевидно, что диагностические решения (т. е. оценка обстановки) не менее ответственны, чем решения о поведении, ибо совершенно разумные действия, основанные на ложных предпосылках, всегда чреваты крупными неприятностями. В самой логике принятия решений (блок *2*) люди относительно редко ошибаются. Часто основное зло коренится в образовании ложного представления о состоянии управляемого объекта и среды (противника). Эти ложные представления возникают не только из-за внешних помех активных и пассивных (n^2 и n^1 на рис. 3.4) и внутренних помех объекта управления (линия *7*), но и от внутренних помех, возникающих в самом органе управления (линия *6*). Пунктирная линия *6* от блока *1* к блоку *3* указывает, что на представление об объекте и среде влияет сам план операции: это отражает хорошо известное свойство некоторых людей (подогреваемых престижными соображениями) отмахиваться от неприятных фактов и обстоятельств и в соответствии со своей психической установкой воспринимать только ту информацию, которую они хотят воспринимать. В силу этих факторов лица, принимающие решение, иногда считают, что дела идут в полном соответствии с тем, как это было запланировано, и создают себе представление об объекте и среде не то, какое есть на самом деле, а то, какое они хотели бы иметь, т. е выдают желаемое за действительное.

Обратная связь от блока *2* к блоку *3* (пунктирная линия *6*) может отражать подсознательное или сознательное искажение представления об объекте и среде вследствие уже принятого неправильного решения. Так поступает иногда врач, поставивший неверный диагноз и начавший лечить не от той болезни, какой нужно, когда он подгоняет диагноз под принятую схему лечения. Обратная связь от решения к представлению может оказаться очень опасной вследствие генерации последующих неверных решений.

Таким образом, нередко внутренние помехи — результат того, что при принятии решений не всегда контролируются и учитываются морально-психологические факторы. Такие факторы, например, как предубеждение, пристрастие, престиж, могут привести к тому, что будет полностью или частично игнорироваться (при принятии решений о поведении) совершенно достоверная и полная информация об объекте и среде. Точнее говоря, иногда происходит подмена истинной информации об объекте и среде некой полностью или частично неправдоподобной картиной, которая почему-либо устраивает принимающего решения и из которой он исходит, принимая решения о поведении. Не следует думать, что внутренние помехи всегда возникают преднамеренно. Они могут быть результатом психологических свойств людей, принимающих решение. Так, например, экспериментально установлено, что люди стремятся узнать те факты, которые подтверждают их мнение, напротив факты, противоречащие их мнениям и убеждениям, стремятся игнорировать. Это является следствием того более общего обстоятельства, что реакции человека, как и любой системы, определяются не только стимулами (входами), но и его состоянием, которое в психологии носит название установки (или психической установки). Именно из-за своей установки человек воспринимает ту информацию, которую хочет воспринимать, а ту, которую не хочет, сознательно или подсознательно игнорирует.

Психологическая инерция при оперативном управлении приводит к стремлению «решать по-одинаковому» в различных ситуациях, принимать схожие стратегии, следовать стандартным линиям поведения. Это проявляется в отсутствие организационной инициативы и однообразии распределения задач между подчиненными подсистемами или подразделениями.

Практика управления и руководства выработала ряд правил, норм, приемов и процедур принятия решений, которые направлены на уменьшение отрицательных факторов, возникающих при принятии решений. Правила, нормы и процедуры в важных случаях становятся правовыми категориями, закрепленными законодательством, и проблема принятия решений оказывается близкой к проблемам власти и ответственности.

Формальное сходство контура управления техническими объектами и контура управления операциями позволяет для процесса оперативного управления записать выражение, аналогичное тому, которое записывалось для управления техническими объектами:

$$\Psi = \min_{Q \in R(Q)} [\overline{\Phi}(x^e_{[t_0,\ t_1]},\ y_{[t_0,\ t_1]},\ Q_{[t_0,\ t_1]},\ v_{[t_0,\ t_1]}) \mid y(t) =$$
$$= L(x_{[t_0,\ t]},\ n^1_{[t_0,\ t]});\ x(t) = F(x^0,\ t,\ u_{[t_0,\ t]},\ v_{[t_0,\ t]});$$
$$u(t) = Q(x^e_{[t_0,\ t_1]},\ y_{[t_0,\ t]},\ \nu_{[t_0,\ t]},\ t);\ \nu(t) = N(v_{[t_0,\ t]},$$
$$n^2_{[t_0,\ t]});\ x^0,\ x^{e1} \in R[x];\ t \in [t_0,\ t_1]]. \qquad (3.4.1)$$

Функционал Φ в (1) характеризует издержки на оперативное управление, которые минимизируются выбором оператора (алгоритма) управления $Q_{[t_0,\ t_1]}$. Качество оперативного управления, характеризуемое функционалом $\overline{\Phi}$, зависит от умения выбором Q сблизить запланированную линию поведения $x^e_{[t_0,\ t_1]}$ с наблюдаемой $y_{[t_0,\ t_1]}$ (в функционале Φ это характеризуется парой $(x^e_{[t_0,\ t_1]},\ y_{[t_0,\ t_1]})$) и от умения компенсировать (опять-таки выбором Q) внешние возмущения $v_{[t_0,\ t_1]}$. Принятие решений в оперативном управлении, сводящихся к перераспределению ресурсов $u(t)$, и есть выбор или, точнее, установление (конструирование) оператора (алгоритма) Q. При этом выход алгоритма Q — это управление (или ресурсы):

$$u(t) = u^e(t) + \Delta u(t), \qquad (3.4.2)$$

где $u^e(t)$ — расход ресурсов в соответствии с планом операции

$$\pi^e_{[t_0,\ t_1]} = (x^e_{[t_0,\ t_1]},\ u^e_{[t_0,\ t_1]}), \qquad (3.4.3)$$

а $\Delta u(t)$ — дополнительный расход ресурсов при оперативном управлении (на компенсацию возмущений). Поскольку запрограммированный расход ресурсов $u^e_{[t_0,\ t_1]}$ известен заранее, то в выражении (1) можно было бы написать

$$\Delta u(t) = Q(\cdot). \qquad (3.4.4)$$

Операторы (алгоритмы) L и N в (1) формируют текущее представление об объекте управления $y(t)$ и о среде $\nu(t)$, при этом учитывается только влияние внешних активных n^1 и пассивных n^2 помех.

Выражение (1) характеризует качество оперативного управления и показатель ψ в общем случае не число, а некоторый вектор $\psi=(\psi_1, \ldots, \psi_k)$, а операция нахождения минимума носит символический характер — минимизировать издержки управления по ряду показателей.

Если нет воздействия помех $v_{[t_0, t_1]}$ или оно точно известно на момент составления плана и равно $v^e_{[t_0, t_1]}$ и, следовательно, течение операции будет происходить в соответствии с запрограммированным значением $x^e_{[t_0, t_1]}$ (по расписанию), то $\Delta u(t)=0$, $\forall t\in[t_0, t_1]$ и значение функционала Φ примет наименьшее из всех значений, равное нулю, т. е.

$$\Phi[x^e_{[t_0, t_1]}, x^e_{[t_0, t_1]}, v^e_{[t_0, t_1]}]=0. \qquad (3.4.5)$$

Такого типа случаи выполнения операции по расписанию не так уж редки; это, например, хорошо отлаженное конвейерное производство, движение поездов метрополитена или ритмичные непрерывные производства (цементная промышленность, нефтехимия и т. п.). Однако контроль такого рода операций все равно остается необходимым, хотя в нем занято очень небольшое количество персонала, особенно при наличии средств автоматизации.

Выражение (1) носит чисто символический характер, функционал Φ и все операторы на практике в общем случае неформальны. Однако при использовании ЭВМ и введении на их базе автоматизированных систем управления происходит полная или частичная формализация некоторых операторов. В первую очередь, становятся формальными операторы L и N как алгоритмы обработки информации, частично формализуется оператор Q при использовании ЭВМ для расчетов, связанных с принятием решений.

Заметим, однако, что в (1) не отражены важнейшие свойства руководства — предвосхищение событий, предвидение и прогноз, которыми неизменно сопровождаются в действительности все решения Q, L и N (в соответствии с выражением (1) процессом управляют автоматы и ЭВМ, которые учитывают прошлую и настоящую информацию). Возможности человека по управлению существенно выше благодаря наличию у него интуиции и предвосхищения. (Как записать какое-либо символическое выражение типа (1) с учетом интуиции и предвосхищения пока остается неясным.) Не рассматривался также вероятностный характер протекания операции и вопросы принятия решений в условиях риска и неопределенности. Это является весьма существенным обстоятельством, поскольку в ряде организаций имеется стремление игнорировать риск и неопределенность при принятии решений и всегда придавать последним детерминированный характер. Наконец, не рассматривались информационно-поисковые системы и АСУ и то новое положение, в котором при этом оказываются руководители и органы управления. Однако сказанного достаточно, чтобы утверждать, что принятие решений — это скорее искусство, чем наука. Нужно сказать, что этому искусству издавна учат в военных академиях и военных училищах во всех странах. В последние годы искусству принимать решение стали обучать в экономической промышленной и научно-исследовательской сферах. Совершенно естественно, что это искусство совершенствуется, дополняется методами исследования операций, системным анализом и имитационным моделированием.

5. ОСОБЕННОСТИ ИЕРАРХИЧЕСКИХ ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Организационная система, как всякая другая система, членится на компоненты, которые сами являются системами и, следовательно, обладают тем же свойством членения на еще меньшие компоненты (см. гл. 1). Таким образом, организационная система представляется как многоуровневая или иерархическая совокупность целого ряда систем различной степени значимости в смысле достижения цели операции, совершаемой организационной системой в целом. Соответственно этому происходит членение операции, совершаемой организационной системой, на иерархическую совокупность операций меньшего масштаба и членение общей цели операции на такую же совокупность частных целей и задач.

В итоге возникает проблема управления, а значит, и проблема распределения информации в иерархических организационных системах [24—26]. Общие представления об иерархических системах в настоящее время сложились при изучении процессов в человеческом обществе (управление операциями, производственными комплексами, сложными системами), где такие структуры образовались в процессе самоорганизации. Необходимость в такой структуре системы управления очевидна. Процесс управления связан с переработкой информации со скоростью, имеющей естественные физические пределы. Количество информации, которое нужно переработать, является приблизительно квадратичной функцией размерности.

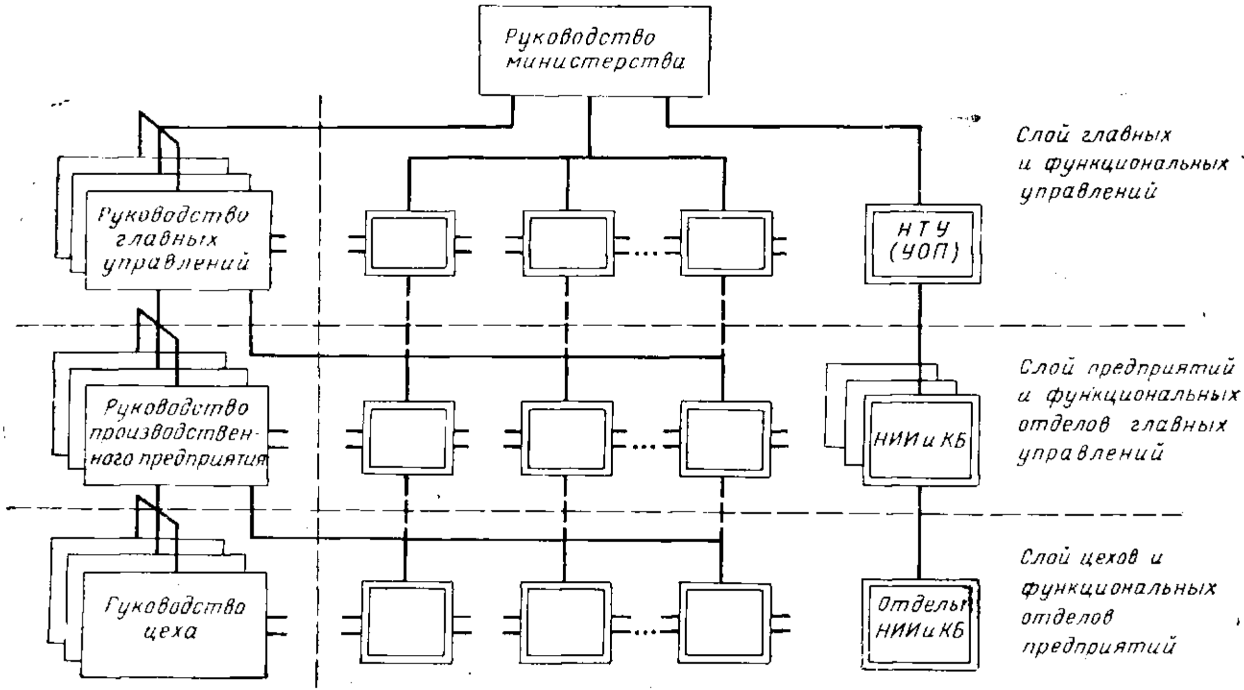
Поэтому при возрастани размерности задачи управления часто оказывается, что физически реализуемая система управления не может переработать всю информацию, необходимую для управления большой системой. В результате снижается качество работы системы управления за счет оставшейся в системе неопределенности.

Эволюция в живой природе и человеческом обществе наглядно демонстрирует стремление наилучшим образом распределить объемы решаемых задач так, чтобы удовлетворять условиям физической реализуемости полного решения и минимизировать полный объем перерабатываемой информации.

В гл. 1 из свойства членимости системы вытекало представление (модель) иерархической системы в виде дерева. Однако огранизационные системы представляются графами более сложными, чем деревья.

На рис. 3.5 и 3.6 показаны ориентировочные организационные структуры промышленных министерств: на рис. 3.5 структура с главными производственными управлениями, а на рис. 3.6 — с научно-производственными объединениями. На рис. 3.5 к древовидной части графа относится левая часть схемы (подсистемы помечены прямоугольниками с одной линией), характеризующая прямую линейную подчиненность министерство — главное управление — предприятие — цех. Помимо этого руководству министерства подчинены главные функциональные управления (плановое, финансовое, труда и зарплаты, научно-техническое управление и т. п.) *). То же происходит и на предприятиях (подразумевается, что имеет место взаимодействие подсистем как по вертикали, так и по горизонтали). В древовидной части структуры дуги между вершинами графа указывают основные линии подчинения. В функциональной части структуры также имеются вертикальные связи (дуги показаны пунктиром), характеризующие старшин-

*) На схеме рис. 3.5 функциональные управления и отделы показаны прямоугольниками с двойными линиями.



Руководство министерства
Руководство главных управлений
НТУ (ЧОП)
Руководство производственного предприятия
НИИ и КБ
Руководство цеха
Отделы НИИ и КБ
Слой главных и функциональных управлений
Слой предприятий и функциональных отделов главных управлений
Слой цехов и функциональных отделов предприятий

Рис. 3.5.

ство или подчиненность по функциям (по специальности). Таким образом, для иерархических систем характерна вертикальная декомпозиция систем на уровни и горизонтальная на каждом уровне и представления о прямой и функциональной подчиненности, ответственности и полномочиях.

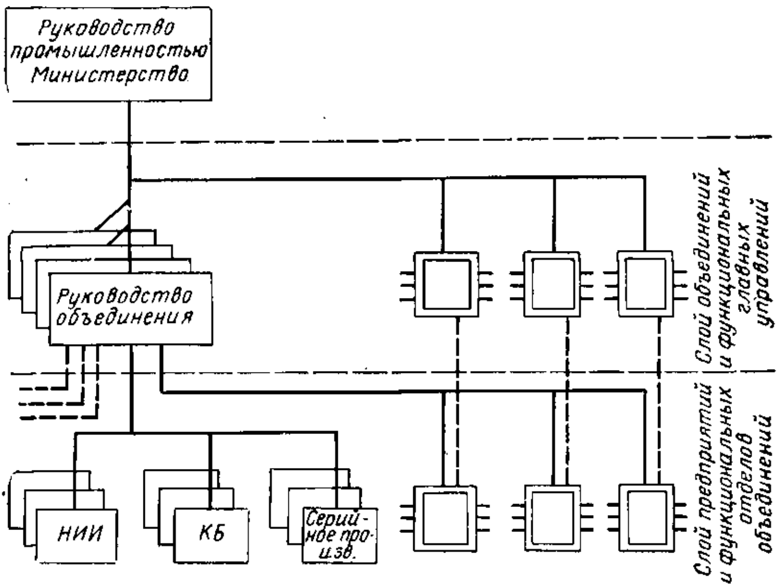


Рис. 3.6.

В связи с этими обстоятельствами в [25] введено представление иерархических организационных систем в виде страт, слоев и рангов (эшелонов).

Описание сложной иерархической системы как совокупности вертикально расположенных систем (вертикальная декомпозиция) называют иногда *стратифицированным описанием* сложной иерархической системы. На рис. 3.7 приведены примеры такого описания для предприятия и энергетической системы, а на рис. 3.8 — для системы управления воздушным движением в стране. Из рис. 3.7 и 3.8 видно, как физико-химические и механические процессы, процессы движения и управление ими на нижних стратах обеспечиваются организационным управлением на верхних стратах. Подъем по стратам соответствует агрегированию информации, наоборот, снижение по стратам — дезагрегированию. Точно так же при снижении по стратам растет частота вмешательства верхней страты в соседнюю нижнюю. Под *вмешательством* понимается выдача плановых заданий и контроль их исполнения. Так, цеха предприятий контролируются со сменным или ежедневным интервалом, предприятие — с недельным — месячным интервалом, главки — с месячным — квартальным и отрасль — с квар-

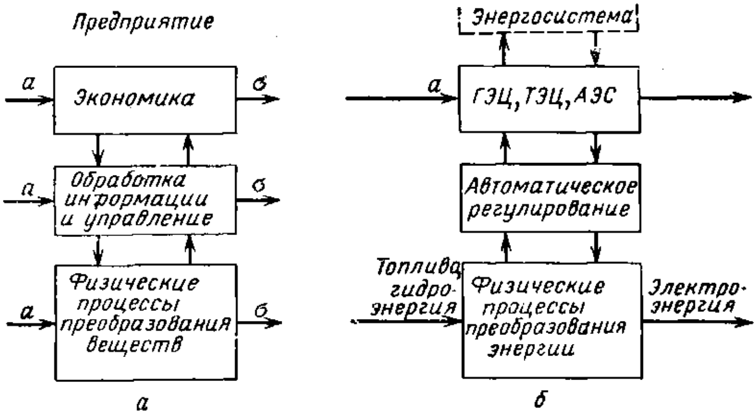


Рис. 3.7.

тальным и годовым интервалами (аналогичное наблюдается в системах на рис. 3.7,*б* и 3.8). Стрелки вниз указывают на вмешательство верхней страты в нижнюю в смысле передачи ей распорядительной информации (планы, приказы и т. п.). Стрелки снизу вверх указывают на сигналы обратной связи — информация об исполнении команд и состоянии нижней страты. Стрелки *а*, σ — информация от взаимодействующих систем одного уровня.

Таким образом, *страты* — это характеристики процессов и видов деятельности на каждом уровне. Если теперь на каждом уровне выделить все подсистемы, то получим *слои* подсистем одного уровня (рис. 3.5 и 3.6). Если, наконец, учесть, что на каждом уровне своя сложность принятия решений, свои полномочия, своя власть и ответственность, то получим, что каждому уровню организационной системы соответствует свой *ранг* власти и ответственности. Уровни, страты, слои будем нумеровать снизу вверх: $k=0, 1, \ldots, m-1$, а ранги сверху вниз: $i=$

$=0, 1, 2, \ldots, m-1$ $(i=m-1-k)$. Отметим одну особенность иерархических организационных систем. Эти системы представляют собой в сущности иерархию управляющих систем, предназначенных для управления

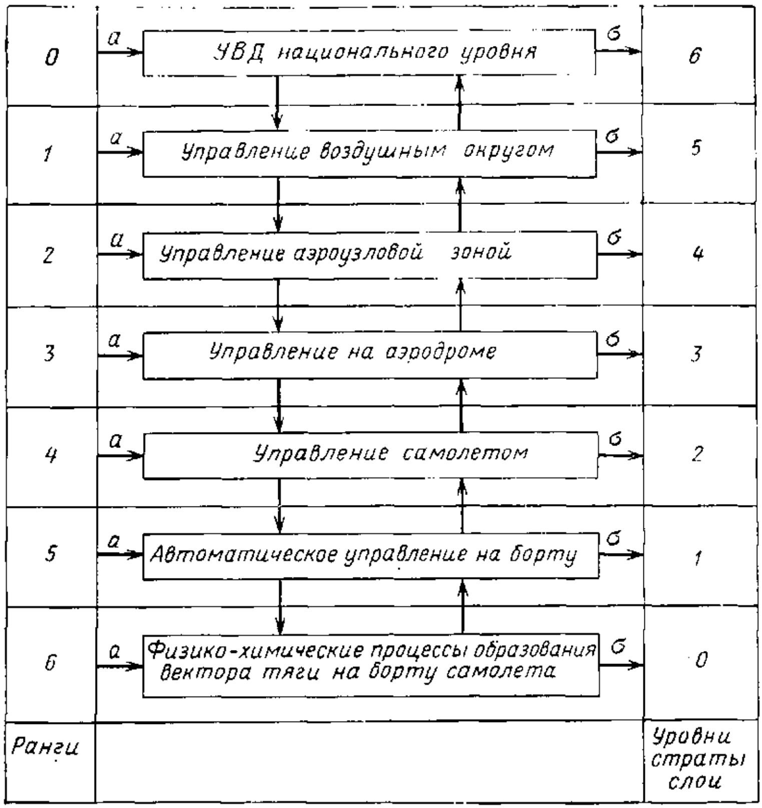


Рис. 3.8.

материальными процессами производства, вооруженной борьбой, научными исследованиями и разработками и т. п.

Каждая управляющая система на k-й страте представляет собой орган управления во главе с руководителем ранга $i=(m-1-k)$. Кроме руководителя в орган управления входит относительно малая группа руководящего состава и целого ряда исполнителей, объединенных в группы по функциональным признакам. Таким образом, орган управления $(m-1-k)$-го ранга сам представляет собой иерархическую систему со своими уровнями, рангами, стратами. Органы управления различных уровней представляют собой параллельные основной линейной иерархии образования, не имеющие прямого выхода на материальные процессы операции, но выполняющие важнейшие функции планирования, подготовки решения и сбора информации (рис. 3.9, а также рис. 3.5 и 3.6).

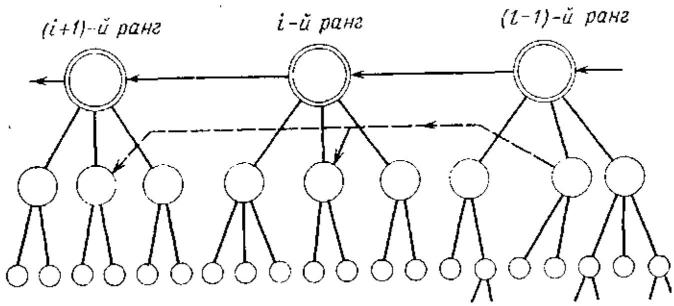


Рис. 3.9.

Важно подчеркнуть, что кроме основных линейных связей между органами управления различных рангов имеются связи подчиненности, отчетности и т. п. между сотрудниками (или их группами) аппаратов разных рангов, относящихся к одинаковым функциональным группам (пунктирные линии на рис. 3.9, также на рис. 3.5 и 3.6). Связи эти не всегда упорядочены. Собственно для упорядочения этих связей и, следовательно, упорядочения всего процесса руководства вводятся различные должностные категории со своими определенными правами и обязанностями. Той же цели в армейских организационных структурах служат звания и знаки отличия.

Наличие многих органов управления различных уровней означает, что иерархическая система имеет и множество целей различного уровня. И если организационная система совершает некую операцию по достижению цели, которая в данный момент и есть цель всей организации, то это еще не означает, что цели всех органов управления будут достаточно согласованы с этой целью организации.

Всегда нужно считаться с наличием личных (ведомственных) целей и интересов, приводящих к известной несогласованности системы целей органов управления различных уровней организации. Еще сложнее обстоит дело с проблемой оптимизации решений в иерархических системах и их математического описания. Эти проблемы в сущности только недавно стали предметом исследований [25—27]. Кибернетика, исследование операций и теория оптимального управления имели дело только с одноуровневыми, одноцелевыми системами. Теория игр рассматривает случаи одноуровневых, но многоцелевых систем. Иерархические системы относятся к классу многоуровневых и многоцелевых систем. Не удивительно, что они очень слабо изучены и разработаны.

6. ПРОБЛЕМЫ АГРЕГИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИИ

Чем выше ранг органа управления, тем в более обобщенных агрегированных показателях в нем принимаются решения по управлению подчиненными системами. Агрегирование информации и показателей принятия решений и обратное их дезагрегирование с целью доведения до нижестоящих уровней в основном не является формально-математическими. Правила агрегирования и дезагрегирования — это результат длительного опыта руководства в той или иной сфере человеческой деятельности. Однако с появлением математических моделей возникла потребность в формализации методов агрегирования.

Одной из наиболее распространенных моделей в производственно-экономической сфере является модель межотраслевого баланса. Поэтому первые попытки формализации методов агрегирования, используемых для преодоления проблемы большой размерности, относятся к агрегированию моделей межотраслевого баланса. Необходимость агрегирования при построении модели межотраслевого баланса объясняется тем, что непосредственная статистическая информация о коэффициентах этой модели соответствует очень подробной классификации отраслей. Использование такой (неагрегированной) модели межотраслевого баланса, как правило, невозможно вследствие вычислительных трудностей и трудностей восприятия как самой модели, так и результатов расчетов, выполняемых на этой модели. Поэтому на практике пользуются укрупненными (агрегированными) вариантами подобных моделей, коэффициенты которых строятся по определенным правилам из коэффициентов исходных (неагрегированных) моделей. Разработка правил построения коэффициентов агрегированной модели и перехода (в случае необходимости) от решений, получаемых на агрегированных моделях, к решениям в терминах переменных исходных моделей и представляет собой предмет теории агрегирования.

Пусть исходная многомерная модель построена в виде системы уравнений

$$y_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad i = 1, 2, \dots, n, \tag{3.6.1}$$

связывающих входы модели $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ с ее выходами $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$. Тогда агрегирование этой модели сводится к введению некоторой замены переменных

$$\begin{gathered} p_k = \psi_k(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ r_k = \varphi_k(y_1, y_2, \dots, y_n), \quad k = 1, 2, \dots, m; \ m < n, \end{gathered} \tag{3.6.2}$$

задающей связь переменных x, y исходной модели с агрегированными переменными $p = (p_1, \dots, p_m)$, $r = (r_1, \dots, r_m)$ и системы уравнений

$$r_k = q_k(p_1, \dots, p_m), \quad k = 1, 2, \dots, m, \tag{3.6.3}$$

связывающих входы p агрегированной модели с ее выходами r.

Условие, обеспечивающее адекватное агрегирование, имеет вид

$$\varphi_k(f_1(x), \dots, f_n(x)) = q_x(\psi_1(x), \dots, \psi_m(x)), \quad k = 1, 2, \dots, m, \quad \text{для любого } x \in X \tag{3.6.4}$$

(где X — множество входов исходной модели) и называется условием совместности системы агрегирования (2), (3) для исходной модели (1), а удовлетворяющая этому условию система агрегирования называется *совместной системой* агрегирования.

В [30] исследованы общие условия, накладываемые на функции $f = (f_1, \dots, f_n)$, $\psi = (\psi_1, \dots, \psi_m)$ и $\varphi = (\varphi_1, \dots, \varphi_m)$, при которых существует функция $q = (q_1, \dots, q_m)$ агрегированной модели, удовлетворяющая условию совместности (4).

Через $[\bar{x}]_{\varphi f}$ обозначим φf-эквивалентное множество для $\bar{x}$ (т. е. множество всех $x \in X$, таких, что $\varphi(f(x)) = \varphi(f(\bar{x}))$). Аналогично через $[\bar{x}]_\psi$ обозначим ψ-эквивалентное множество для $\bar{x}$. Если $[\bar{x}]_\psi \subseteq [\bar{x}]_{\varphi f}$ для всех $\bar{x} \in X$, то говорят, что функция $\psi(x)$ тоньше, чем функция $\varphi(f(x))$. Легко видеть, что совместная система агрегирования существует тогда и только тогда, когда $\psi(x)$ тоньше, чем $\varphi(f(x))$.

Для случая, когда функции f, ψ, φ и q линейны, а зафиксированными заранее являются только f и одна из функций агрегирования ψ или φ, в [31] дан способ построения второй функции агрегирования и функции q совместной системы агрегирования (2), (3) для исходной модели (1). Показано, что в совместных линейных системах агрегирования возможно дезагрегирование решения, полученного на агрегированной модели (3), в точное решение исходной модели (1). Сравнения объемов арифметических операций, необходимых для получения решения на исходной и агрегированной моделях с учетом построения совместной системы агрегирования и дезагрегирования результатов, показывает некоторое преимущество использования агрегированной модели.

Недостатки совместного агрегирования заключаются в том, что во-первых, объем арифметических операций построения системы агрегирования и матриц, входящих в формулу дезагрегирования по порядку величины приближается к объему арифметических операций получения решения на исходной модели. Во-вторых, поскольку вторая функция агрегирования выбирается так, чтобы обеспечить возможность построения совместной системы агрегирования, определяемые с ее помощью агрегированные переменные могут иметь очень сложную физическую интерпретацию, что резко снижает возможность непосредственного использования агрегированной модели.

Отказ от точного удовлетворения условия совместности при построении системы агрегирования порождает огромное число различных критериев и способов агрегирования. Дадим краткую характеристику основных классов методов несовместного агрегирования.

К первому классу относятся методы агрегирования линейных моделей, основанные на анализе матрицы коэффициентов исходной модели. Анализ матрицы исходной модели показывает: а) существование блоков с большим количеством связей внутри блоков и относительно небольшим между блоками; б) наличие сильных корреляционных зависимостей между строками или столбцами; в) возможность диагонализации матрицы; г) большую информационную избыточность в матрице коэффициентов. Использование каждого из этих факторов позволяет построить свой метод разбиения множества исходных переменных на группы, в соответствие каждой из которых будет поставлена одна агрегированная переменная и далее построить модель в терминах этих агрегированных переменных. Причем способ построения агрегированной модели, как правило, сразу следует из способа разбиения переменных исходной модели.

Второй класс представляют собой методы так называемого дескриптивного агрегирования. При дескриптивном агрегировании могут быть заранее зафиксированы как исходная модель f, так и обе функции агрегирования ψ и φ. Агрегированная модель q должна при этом удовлетворять условию (4), но не для всех $x \in X$, а только для некоторого базового вектора x^0. Обозначим через ψ^+ функцию, обратную к ψ. Эта функция неоднозначна, так как размерность вектора p меньше размерности вектора x. Выделим из ψ^+ однозначную функцию, которая в соответствие вектору $p^0 = \psi(x^0)$ ставит вектор x^0, и обозначим ее через ψ_0^+, тогда функция q при дескриптивном агрегировании имеет вид

$$q(p) = \varphi(f(\psi_0^+(p))).$$

Легко проверить, что q удовлетворяет условию (4) при $x = x^0$. Действительно

$$\varphi(f(\psi_0^+(\psi(x^0)))) = \varphi(f(\psi_0^+(p^0))) = \varphi(f(x^0)).$$

Более того, если через Λ обозначить функцию вида

$$\Lambda(x) = \psi_0^+(\psi(x)),$$

осуществляющую отображение множества X входов исходной модели на некоторое множество $L^{*)}_\Lambda$, то условие (4) будет выполняться также для всех $x \in L_\Lambda \cap X$.

*) В линейном случае Λ задает оператор проектирования всего пространства X на m-мерное подпространство L_Λ.

Для доказательства этого утверждения достаточно показать, что $\Lambda(\Lambda(x))=\Lambda(x)$. Последнее непосредственно следует из того, что ψ_+^0 есть функция, выделенная из ψ^+, а следовательно, $\psi(\psi_+^0(p))=p$ для любого p, принадлежащего области значений функции ψ. Условие вида

$$\varphi(f(\Lambda(x)))=q(\psi(\Lambda(x)))$$

называется *условием совместности на множестве* (подпространстве) L_Λ, так как оно соответствует выполнению обычного условия совместности только на L_Λ, а не на всем множестве (пространстве) X.

Пример построения в линейном случае системы агрегирования, совместной на подпространстве L_Λ, можно найти в [32].

Третий класс методов несовместного агрегирования представляет собой оптимизационный подход к решению задачи агрегирования. Оптимизационный подход состоит в построении такой функции q агрегированной модели, которая доставляет минимум некоторой функции потерь. Функция потерь выбирается в достаточной мере произвольно, но, как правило, представляет собой возрастающую функцию ошибки, возникающей при использовании агрегированной модели. Относящиеся к оптимизационному подходу методы можно разделить на две группы: методы, основанные на минимизации функции от ошибки агрегирования (*макроподход*); методы, основанные на минимизации функции от ошибки упрощения (*микроподход*).

Ошибка агрегирования определяется как разность между правой и левой частями условия совместимости (4), а для того чтобы дать определение ошибки упрощения, необходимо ввести понятие упрощенной модели. Обозначим через φ' функцию дезагрегирования выхода r, тогда упрощенная модель имеет вид

$$y=\varphi'(q(\psi(x))).$$

Использование упрощенной модели целесообразно в тех случаях, когда исходная модель (1) слишком сложна как с вычислительной точки зрения, так и с точки зрения восприятия, в то время как некоторая ошибка в решении вполне допустима. Ошибка упрощения есть разность между выходами упрощенной и исходной моделей.

При построении функции q агрегированной модели, оптимальной по критерию минимума функции потерь, вход x считается случайной величиной с заданными несколькими первыми моментами или законом распределения. Таким образом, при макроподходе минимизируется функция

$$u = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} U\left(q\left(\psi\left(x_1, \dots, x_n\right)\right) - \right.$$
$$\left. - \varphi\left(f\left(x_1, \dots, x_n\right)\right)\right) dF\left(x_1, \dots, x_n\right),$$

а при микроподходе — функция

$$z = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} Z\left(\varphi'\left(q\left(\psi\left(x_1, \dots, x_n\right)\right)\right) - \right.$$
$$\left. - f\left(x_1, \dots, x_n\right)\right) dF\left(x_1, \dots, x_n\right),$$

где через $F(x)$ обозначена функция распределения векторной случайной величины x, а через U и Z — функции потерь от ошибок агрегирования.

Подробное исследование оптимизационного микроподхода к агрегированию линейных моделей содержится в [33], а аналогичная постановка задачи макроподхода дана в [34]. В качестве функции потерь в этих работах используется квадратичная форма относительно вектора ошибки.

7. ПРИМЕР МОДЕЛИ ИЕРАРХИЧЕСКИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ (ИСУ) *)

Анализируя существующие ИСУ можно сделать некоторые качественные выводы относительно принципов их функционирования:

— модели на верхних уровнях определяются более обобщенными (агрегированными) переменными и дают представление о системе в целом;

— существуют интервалы времени, на которых подсистемам нижних уровней предоставлена свобода в выборе ими поведения;

*) Материал настоящего параграфа основывается на работе [35] (см. также [36]).

— интервалы, на которых рассматривается поведение подсистем, на верхних уровнях более длительны, чем на нижних.

При математическом рассмотрении ИСУ (рис. 3.10) будем предполагать, что управляемый объект представляет собой линейную динамическую систему, а управляющая система — иерархию систем управления и соот-

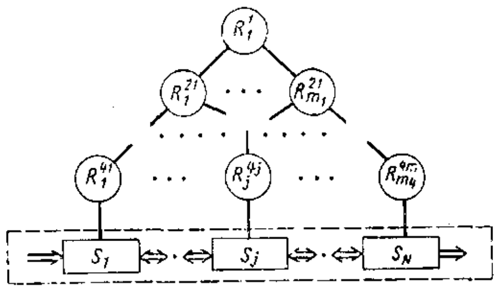


Рис. 3.10.

ветствующую ей иерархию моделей управляемого объекта. Причем для каждой системы управления l-го уровня (верхнего) совокупность подчиненных ей систем управления $(l+1)$-го (нижнего) уровня и управляемых ими подсистем является объектом управления.

Предположим, что модель управляемой системы описывается следующей системой уравнений в дискретном времени:

$$S:\ x(t+1)=Ax(t)+Bu(t+1),\quad x(0)\ \text{задано},$$

$$t=0,\ 1,\ 2,\ldots,T-1, \tag{3.7.1}$$

где $x(t)$ — n-мерный вектор состояния; $u(t)$ — r-мерный вектор управления в момент времени t, а A и B — матрицы коэффициентов размеров $n\times n$ и $n\times r$ соответственно. Это уравнение является аналогом системы (1.2.27) в дискретном времени.

На входные величины накладываются ограничения $u(t)\in U$; в дальнейшем будем полагать, что эти ограничения линейны и имеют вид

$$U:\ Pu(t)\leqslant p(t),\quad t=1,\ 2,\ldots,T, \tag{3.7.2}$$

где P и $p(t)$ — заданные матрица и вектор.

Цель управления — перевести управляемую систему за время T из начального состояния $x(0)$ в состояние, принадлежащее целевому множеству L, причем так, чтобы некоторый функционал Φ принимал экстремальное (например, минимальное) значение.

Конкретизируем L в виде подмножества пространства состояний, задаваемого системой линейных уравнений

$$L: Cx(t)=h, \tag{3.7.3}$$

где h — заданный вектор размерности $m(m<n)$, а C — матрица размера $m\times n$, представимая в виде произведения $C=C^0F$ некоторой диагональной матрицы F и агрегирующей матрицы

$$C^0=\begin{Vmatrix} 11 & \dots & 1 & 00 & \dots & 0 & \dots & 00 & \dots & 0 \\ 00 & \dots & 0 & 11 & \dots & 1 & \dots & 00 & \dots & 0 \\ 00 & \dots & 0 & 00 & \dots & 0 & \dots & 11 & \dots & 1 \end{Vmatrix}.$$

Задание целевого множества в виде (3) можно интерпретировать также как необходимость достижения управляемой системой некоторых интегральных, агрегированных показателей к моменту времени T. Причем матрица C^0 задает разбиение вектора состояния на подвекторы, каждому из которых ставится в соответствие один агрегированный показатель, а F — веса, с которыми объединяются переменные состояния для образования агрегированных показателей.

В качестве критерия оптимальности выберем минимизацию линейного функционала, описывающего расход ресурсов на управление

$$\Phi=\sum_{t=1}^{T}\gamma(t)u(t)\to\min, \tag{3.7.4}$$

где $\gamma(t)$ — n-мерная вектор-строка весовых коэффициентов, сопоставляющих взаимные ценности различных ресурсов; например, в качестве $\gamma(t)$ могут быть взяты цены, тогда критерием будет минимум стоимости расходов на управление.

Итак, исходная задача управления определена соотношениями (1) — (4). В дальнейшем будет предполагаться, что исходная система S управляема, а следовательно, если не учитывать ограничений на управления, целевое множество L, задаваемое соотношениями (3), достижимо.

Для рассмотрения принципа построения иерархической системы управления, структура которой изображена на рис. 3.10, достаточно изучить принцип построения двухуровневой ИСУ (рис. 3.11), являющейся как бы модулем в общей ИСУ.

В основе рассматриваемого метода построения ИСУ лежат два принципа:

1) принцип пространственно-временного агрегирования исходной задачи управления большой размерности в задачу меньшей размерности для верхнего уровня;

2) принцип пространственно-временной декомпозиции исходной задачи управления на подзадачи меньшей размерности (решения которых осуществляются независимо), определяющий способ дезагрегирования оптимальных заданий от верхнего уровня.

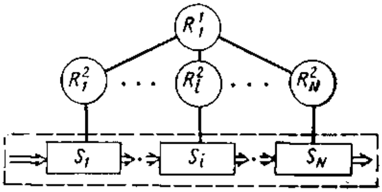


Рис. 3.11.

Сущность пространственного агрегирования и декомпозиции понятна — это уменьшение размерности и разбиение на подсистемы по размерности. Суть временного агрегирования состоит в переходе к другим интервалам дискретности по времени, а временной декомпозиции — в рассмотрении задачи управления в разные промежутки времени как совокупности различных подзадач.

Возможность использования временного агрегирования и декомпозиции при построении иерархической системы управления основывается на том, что с повышением уровня иерархии увеличивается временной интервал между моментами вмешательства в деятельность подсистем нижнего уровня. Под вмешательством здесь понимается выдача плановых заданий, контроль их исполнения и т. п. Так, например, рабочий следит за работой станка и выдает управляющие воздействия с интервалом в несколько минут; мастер осуществляет почасовой контроль деятельности участка; начальник цеха выдает задания и осуществляет контроль за их выполнением ежедневно; завод контролируется приблизительно с недельным интервалом; главк — с месячным или квартальным; отрасль — с квартальным или годовым. При этом в промежутках между моментами вмешательства подсистема нижнего уровня функционирует автономно. Кроме того, в данном методе синтеза ИСУ предполагается, что каждая подсистема нижнего уровня внутри этого промежутка функционирует независимо от других подсистем этого же уровня. Поскольку основной причиной зависимости между подсистемами одного уровня являются взаимные поставки, предполагается, что уровень

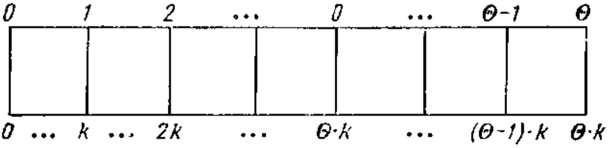


Рис. 3.12.

страховых запасов достаточен, чтобы обеспечить функционирование каждой подсистемы внутри ее интервала автономности.

Обозначим переменную времени для верхнего уровня через θ и предположим, что интервал дискретности θ в k раз больше интервала дискретности t (рис. 3.12).

Задачу управления верхнего уровня будем строить путем последовательного агрегирования сначала по времени, а потом по размерности:

$$\{S,\ U,\ L,\ \Phi\} \to \{\widetilde{S},\ \widetilde{U},\ \widetilde{L},\ \widetilde{\Phi}\} \to \{S^1{}_1,\ U^1{}_1,\ L^1{}_1,\ \Phi^1{}_1\};$$

при этом каждая из задач будет иметь вид, совершенно аналогичный (1) — (4), т. е. после временного агрегирования получим задачу

$$\widetilde{S}:\ \widetilde{x}(\theta+1)=\widetilde{A}\widetilde{x}(\theta)+\widetilde{B}\widetilde{u}(\theta+1), \qquad (3.7.5)$$

$$\theta=0,\ 1,\ 2,\ldots,\ \Theta-1, \qquad \widetilde{x}(0)=x(0)\ \text{задано},$$

$$\widetilde{U}:\ \widetilde{P}\widetilde{u}(\theta)\leqslant p(\theta), \qquad \theta=1,\ 2,\ldots,\ \Theta, \qquad (3.7.6)$$

$$\widetilde{L}:\ \widetilde{C}\widetilde{x}(\theta)=\widetilde{h}, \qquad (3.7.7)$$

$$\widetilde{\Phi}:\ \widetilde{\Phi}=\sum_{\theta=1}^{\Theta}\widetilde{\gamma}(\theta)\,\widetilde{u}(\theta)\to\min. \qquad (3.7.8)$$

Для нахождения решения этой задачи воспользуемся условиями, аналогичными условию совместимости систем агрегирования, которое было введено ранее в § 6 гл. 3.

Так, условием эквивалентности уравнений (1) и (5) будем считать следующее: из

$$\widetilde{x}(0)=x(0) \text{ и } \widetilde{u}(\theta)=\begin{Vmatrix} u((\theta-1)k+1) \\ \dots\dots \\ u(\theta k) \end{Vmatrix}$$

следует, что $\widetilde{x}(\theta)=x(\theta k)$ для всех $\theta=1, 2, \dots, \Theta$.

Сравнивая формулы перехода в состояние $\widetilde{x}(\theta)=x(\theta k)$ для уравнений (1) и (5):

$$x(\theta k)=A^{\theta k}x(0)+\sum_{t=1}^{\theta k}A^{t-1}Bu(\theta k-t+1),$$

$$\widetilde{x}(\theta)=\widetilde{A}^{\theta}\,\widetilde{x}(0)+\sum_{\nu=1}^{\theta}\widetilde{A}^{\nu-1}\widetilde{B}\widetilde{u}(\theta-\nu+1),$$

получаем

$$\widetilde{A}=A^{k},\ \widetilde{A}^{\theta-1}\widetilde{B}=\|A^{\theta k-1}B, \dots, A^{(\theta-1)k}B\|,\ \theta=1, 2, \dots$$

или $\widetilde{A}=A^{k}$, $\widetilde{B}=M$, где $M=\|A^{k-1}B, \dots, AB,\ B\|$ — матрица управляемости исходной системы.

Из вида $\widetilde{u}(\theta)$ следует, что эквивалентное условие получается, если

$$\widetilde{P}=\|\underbrace{pp\,\dots\,p}_{k\text{ раз}}\|,\ \text{а}\ \widetilde{P}(\theta)=\sum_{t=(\theta-1)k+1}^{\theta k}P(t).$$

Из условий эквивалентности уравнений (1) и (5) следует $\widetilde{x}(0)=x(\theta k)$, поэтому уравнение, задающее целевое множество $\widetilde{L}$, совпадает с уравнением (3), т. е.

$$\widetilde{C}=C,\ \widetilde{h}=h.$$

Из вида $\widetilde{u}(\theta)$ следует также, что для равенства функционалов необходимо и достаточно чтобы

$$\widetilde{\gamma}(\theta)=\begin{Vmatrix} \gamma((\theta-1)k+1) \\ \dots\dots \\ \gamma(\theta k) \end{Vmatrix}.$$

Перейдем теперь к построению задачи $\{S^1_1,\ U^1_1,\ L^1_1,\ \Phi^1_1\}$. Пусть агрегирование переменных задается следующим образом:

$$Z(\theta)=C\widetilde{x}(\theta),\ V(\theta)=D\widetilde{u}(\theta),$$

где $Z(\theta)$ и $V(\theta)$ — векторы состояния и управления в агрегированной модели верхнего уровня с размерностями m и sk ($m<n$, $sk<rk$), а D — некоторая матрица размера $sk \times rk$, имеющая ранг sk и обладающая тем свойством, что после некоторой перестановки столбцов она приводима к виду

$$D = \begin{Vmatrix} D_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & D_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & D_l \end{Vmatrix},$$

т. е. существует разбиение множества компонент исходного вектора управления на l непересекающихся подмножеств, каждому из которых ставится в соответствие одна или несколько компонент агрегированного вектора управления $V(\theta)$.

Выпишем соотношения агрегированной задачи:

$$S'_1: \ Z(\theta+1) = GZ(\theta) + HV(\theta+1), \qquad \theta = 0, 1, \dots, \Theta - 1 \tag{3.7.9}$$

$$U'_1: \ QV(\theta) \leqslant q(\theta), \qquad \theta = 1, 2, \dots, \Theta, \tag{3.7.10}$$

$$L'_1: \ Z(\Theta) = h, \tag{3.7.11}$$

$$\Phi'_1: \ \Phi = \sum_{\theta=1}^{\Theta} \partial(\theta) V(\theta) \to \min, \tag{3.7.12}$$

$Z(0) = C\tilde{x}(0)$ задано.

Соотношение (11) приобретает такой простой вид, потому что в качестве матрицы, задающей агрегирование вектора состояний, выбрана матрица C.

Условием эквивалентности уравнений (5) и (9) будем считать условие: из $Z(0) = C\tilde{x}(0)$ и $V(\theta) = D\bar{u}(\theta)$ следует, что $Z(\theta) = C\tilde{x}(\theta)$ для $\theta = 1, 2, \dots \Theta$.

Из рассмотрения формулы перехода в состояние $Z(\theta)$ для уравнения (9)

$$Z(\theta) = G^{\theta} Z(0) + \sum_{\vartheta=1}^{\theta} G^{\vartheta-1} HV(\theta - \vartheta + 1)$$

и соответствующей функции для уравнения (5) можно вывести условия совместимости агрегирования первого уровня

$$C\tilde{A} = GC, \tag{3.7.13}$$

$$C\tilde{A}^{\theta} B = G^{\theta} HD, \qquad \theta = 0, 1, \dots, \Theta - 1. \tag{3.7.14}$$

Из условия (13) следует, что $C\tilde{A}^{\theta} = G^{\theta} C$, так как $C\tilde{A}^{\theta} = GC\tilde{A}^{\theta-1} = \ldots = G^{\theta} C$. Легко показать, что если A — неособенная матрица, то и удовлетворяющая (13) матрица G также неособенная, поэтому условие (14) эквивалентно следующему

$$C\tilde{B} = HD.$$

При переходе к коэффициентам исходной задачи получаем условия совместимости в виде

$$CA^{k} = GC, \tag{3.7.15}$$

$$CM = HD. \tag{3.7.16}$$

К сожалению, условия (15) и (16), рассматриваемые как матричные уравнения относительно матриц G и H, как правило, оказываются неразрешимыми*), поэтому построить совместную систему агрегирования для модели верхнего уровня на практике невозможно и полученные результаты можно рассматривать лишь как идеальную иерархическую систему, к которой следует стремиться при построении реальной ИСУ.

При построении области ограничений на управление U^{1}_{1} число неравенств не уменьшается, поэтому в качестве $q(\theta)$ можно взять вектор $\tilde{p}(\theta)$, тогда матрица Q эквивалентной системы неравенств должна определяться из условия

$$QD = \tilde{P}. \tag{3.7.17}$$

Построение совместного функционала (12) требует выполнения следующих условий:

$$\delta(\theta) D = \gamma(\theta), \; \theta = 1, 2, \ldots, \Theta. \tag{3.7.18}$$

Условия (17) и (18) являются также трудновыполнимыми, т. е. они могут быть выполнены лишь при определенных очень жестких соотношениях между $\tilde{P}$ и D, а также между $\gamma(\theta)$ и D, поэтому к ним относится все сказанное по поводу условия (16). Можно доказать**),

---

*) Матрица D в условии (16) может выбираться в достаточной мере произвольно, однако требование приводимости ее к специальному виду не всегда позволяет добиться разрешимости (16) относительно матрицы H.

**) Доказательство можно найти в [35].

что при выполнении условий (15), (16) из управляемости исходной системы S следует управляемость агрегированной системы S_1 и достижимость целевого множества $L^1{}_1$ в агрегированной задаче управления, если не учитывать ограничений $U^1{}_1$.

Итак, найдены условия, которым должны удовлетворять коэффициенты задачи верхнего уровня для обеспечения совместности исходной и агрегированной задач.

Для декомпозиции исходной задачи на подзадачи нижнего уровня ИСУ необходимо выбрать разбиения векторов состояния $x(t)$ и управления $u(t)$ управляемой системы на подвекторы $x_i(t)$ и $u_i(t)$, описывающие состояния и управления отдельных подсистем. Причем эти разбиения должны включать в себя разбиения, задаваемые матрицами C и D соответственно.

С целью упрощения обозначений рассмотрим частный случай, когда возможно такое разбиение на подсистемы, при котором разбиения векторов состояния и управления на подвекторы совпадают с разбиениями, задаваемыми матрицами C и E. Как следует из дальнейшего, рассмотрение общего случая не имеет принципиальных отличий.

Очевидно, что в рассматриваемом частном случае $m=s$, а исходная задача разбивается на Θ подзадач управления на нижнем уровне:

$$\{S_i^{21}(\theta),\ U_i^{21}(\theta),\ L_i^{21}(\theta),\ \Phi_i^{21}(\theta)\},\quad i=1,\,2,\,\ldots,\,m,$$
$$\theta=1,\ 2,\ldots,\Theta.$$

Выпишем соотношения, задающие i-ю задачу управления нижнего уровня:

$$S_i^{21}:\ x_i(t+1)=A_{ii}x_i(t)+B_{ii}u(t+1)+r_i(t+1),$$
$$x(\theta k-k)\ \text{задано},\quad t=(\theta-1)k,\ldots,\theta k-1,\qquad (3.7.19)$$
$$U_i^{21}:\ D_i\tilde{u}_i\ (\theta)=V_i^0(\theta),\qquad (3.7.20)$$
$$L_i^{21}:\ C_ix_i(\theta k)=Z_i^0(\theta),\qquad (3.7.21)$$
$$\Phi_i^{21}:\ \Phi_i(\theta)=\sum_{t=(\theta-1)k+1}^{\theta k}\gamma_i(t)u_i(t)\to\min,\qquad (3.7.22)$$
$$r_i(t+1)=\sum_{i\neq j}[A_{ij}x_j(t)+B_{ij}u_j(t+1)].\qquad (3.7.23)$$

Здесь A_{ij} и B_{ij} — блоки матриц A и B, а вектор $r_i(t+1)$ описывает входы от других подсистем.

Ограничения на управления U_i^{21} и целевое множество L_i^{21} i-й подсистемы определяются решениями $V^0{}_i$, $Z^0{}_i$ агрегированной задачи верхнего уровня. Выбор критерия функционирования подсистемы, вообще говоря, произволен, поскольку после выполнения условий (20) и (21) — глобальная цель управления оказывается выполненной. Но если рассматривать иерархическую систему как метод решения исходной задачи управления, то в качестве $\gamma_i(t)$ нужно взять соответствующие части векторов $\gamma(t)$, входящих в функционал исходной задачи.

В силу «полосатой» структуры матриц C и D для каждой i-й подсистемы выполняется аналог условия (16)

$$C_iM_{ii}=H_{ii}E_i, \tag{3.7.24}$$

где M_{ii} и H_{ii} — диагональные блоки матриц M и D, поэтому можно доказать утверждение: для каждой i-й подсистемы локальное целевое множество $L^{21}{}_i$ и множество $U^{21}{}_i$, определяемые агрегированными заданиями (20) и (21) достижимы.

Для доказательства этого утверждения зафиксируем начальное состояние $x_i(\theta k-k)$ и значение связей $r_i(t)$, $t=(\theta-1)k+1, \ldots, \theta k$; без потери общности можно считать, что $x(\theta k-k)=r_i((\theta-1)k+1)=\ldots=r_i(\theta k)=0$. Тогда условия (20), (21) можно записать в виде

$$D_i\widetilde{u}_i(\theta)=V^0{}_i(\theta), \qquad C_iM_i\widetilde{u}_i(\theta)=Z^0{}_i(\theta).$$

Строки матрицы D_i линейно независимы, поэтому первое уравнение разрешимо при любой правой части. Это же решение $\widetilde{u}_i(\theta)$ будет удовлетворять второму уравнению, так как оно получается при умножении первого уравнения слева на матрицу H (так как $H_iV^0{}_i=Z^0{}_i$ при выполнении (24)). Утверждение доказано.

Управляемость локальных подсистем имеет место только в том случае, когда соответствующие диагональные блоки матрицы управляемости M имеют линейно независимые строки. В линейном случае, как это следует из вышеизложенного, для получения агрегированной (глобальной) и локальных задач управления в иерархической системе достаточно управляемости исходной системы и построения совместной системы агрегирования. Перенос основных идей рассматриваемого метода на произвольное число уровней не представляет затруднений.

8. СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И ПРОЦЕССЫ ПЛАНИРОВАНИЯ

8.1. Граф целей и задач

В иерархической системе, как уже указывалось, сама система целей носит иерархический характер вследствие того, что общая цель операции достигается не иначе, как выполнением иерархической совокупности частных операций различных рангов. Поэтому граф целей и задач

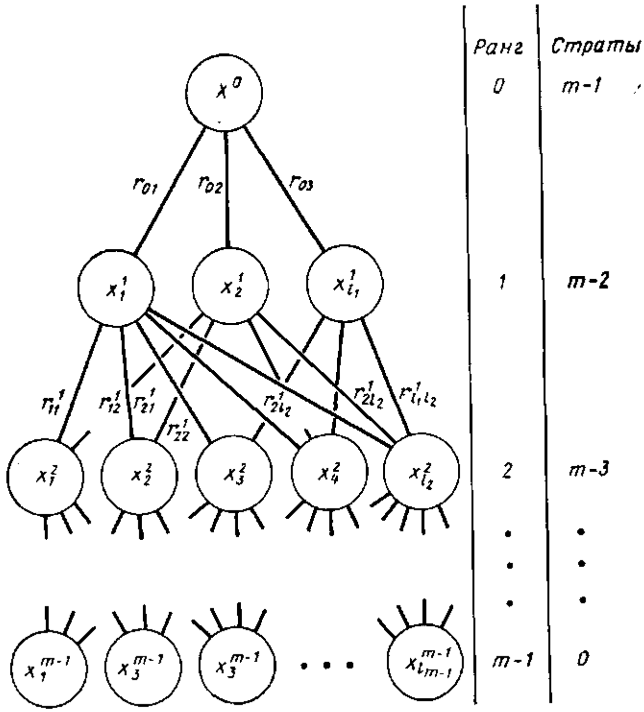


Рис. 3.13.

операций тождествен графу операций, где вершинам поставлены в соответствие операции и их цели различных рангов, а дугам — отношения между операциями и соответственно их целями. На рис. 3.13 изображен m-уровневый граф целей и задач (цели любого нижнего уровня могут рассматриваться как задачи, решение которых приводит к достижению целей верхнего уровня).

В графе

$$G=(X, R) \qquad (3.8.1)$$

выделим кортеж

$$X=\{X^0, X^1, \ldots, X^{m-1}\}, \qquad (3.8.2)$$

состоящий из множества целей различных рангов:

X^0 — генеральная цель операции или мероприятия,

$$X^i=\{x^i{}_1, x^i{}_2, \ldots, x^i{}_{l_i}\}, \quad 0 \leqslant i \leqslant m-1, \qquad (3.8.3)$$

т. е. множество целей i-го ранга или $(m-1-i)$-го уровня.

Множество дуг графа

$$R=\{r^i{}_{j\nu}\}, \quad 0 \leqslant i \leqslant m-2; \; 0 \leqslant j \leqslant l_i; \; 1 \leqslant \nu \leqslant l_{i+1}, \qquad (3.8.4)$$

являются отношениями условий достижения целей верхнего уровня или условием И т. е., например, цель X^0 достигается, если достигнуты и цель $x^1{}_1$, и цель $x^1{}_2$, ..., и цель $x^1{}_{l_1}$. Точно так же, например, цель первого уровня $x^1{}_2$ достигается при условии, что достигнуты цели (или решены задачи) второго уровня $x^2{}_1$, и $x^2{}_2$, и $x^2{}_4$.

В обозначении дуг $r^i{}_{j\nu}$ верхний индекс i указывает ранг цели, из которой выходит дуга. Первый нижний индекс j — это номер вершины цели i-го ранга, из которой выходит дуга, и ν — номер вершины $(i+1)$-го ранга, в которую входит дуга.

Граф целей и задач представляет собой дерево с корнем X^0, только на подмножестве вершин 1-го ранга. Ниже связи между целями соседних рангов характеризуются перекрестными связями, что указывает на взаимосвязь решения задач $(i+1)$-го ранга для достижения целей i-го ранга.

В связи с этим обстоятельством дуги $r^i{}_{j\nu}$ могут характеризовать отношение *значимости* (вклада, важности) решения ν-й задачи $(i+1)$-го ранга для достижения j-й цели i-го ранга. В этом случае дугам $r^i{}_{j\nu}$ можно поставить в соответствие числа $q^i{}_{j\nu}$ (веса)

$$0 \leqslant q^i{}_{j\nu} \leqslant 1; \qquad (3.8.5)$$

при этом

$$\sum_{\nu=1}^{l_{i+1}} q^i{}_{j\nu}=1, \qquad (3.8.6)$$

т. е. сумма весов всех дуг, исходящих из любой вершины $x^i{}_j$ (любой j-й вершины i-го ранга), равна единице. Во время операции $q^i{}_{j\nu}$ может быть функцией времени $q^i{}_{j\nu} = q^i{}_{j\nu}(t)$, что позволяет концентрировать внимание руководства на важнейших в данный момент t частных операциях. Если, например, цель X^0 — создание какой-либо технической системы, а $x^1{}_j (j=1, 2, \ldots, l_1)$ — цели создания отдельных ее подсистем, то увеличение, например, некоторого $q^0_{1\nu}$ за счет других может означать отставание в разработке ν-й подсистемы 1-го ранга по отношению к разработке остальных подсистем.

Отметим одно важное обстоятельство: в хорошо организованной операции за выполнение каждой цели должен нести ответственность соответствующий орган управления. Иначе говоря, иерархический граф целей и задач (рис. 3.13) должен совпадать с графом организационной системы. В противном случае будут задачи, которые некому решать и организации, которым нечего делать.

Из требования совпадения графа целей с графом организации вытекает, что высший в данной операции орган управления нулевого ранга ставит задачи органам управления 1-го ранга, те, в свою очередь, ставят задачи органам управления 2-го ранга и т. д. Таким образом, в иерархической системе происходит декомпозиция генеральной цели операции на иерархическую последовательность целей и задач и по мере их решения и достижения достигается в конце концов и сама генеральная цель. Так функционирует не только организационная система, но и отдельные люди, которые, ставя перед собой какую-либо цель, достигают ее благодаря тому, что последовательно, по этапам решают ряд задач, являющихся декомпозицией поставленной цели. Декомпозиция генеральной цели операции на иерархическую последовательность целей и задач составляет основное содержание как планирования операции, осуществляемой организационной системой, так и планирования целесообразной деятельности отдельного человека.

Подчеркнем, что сформулировать цель, поставить задачу, осуществить их декомпозицию — все это также означает принятие того или иного решения. Заметим, что формулировка целей, постановка задач —

процесс исключительно интеллектуальный и творческий: он относится почти целиком к *неформальной* части теории принятия решений (к формальной части относятся, в частности, методы исследования операций) и в очень сильной степени зависит от искусства и интуиции руководителя. Здесь следует полностью согласиться с одним из выводов работы [37], что «...не решение, а постановка задачи, не достижение, а выдвижение цели, не доказательство, а формулирование теоремы являются критерием «интеллектуальности», особым качеством человеческой психики, отличающим ее и от психики животных и от (возможностей) ЭВМ».

Примерно до середины 50-х годов — начала 60-х постановка целей и задач в области развития производства и управления промышленностью, в области исследований и разработок не возникала как проблема, подлежащая какому-либо научному исследованию. Не возникало никакой необходимости обучать руководителей промышленности этому искусству. Достаточно было инженерного образования в своей области и того, что называют организаторским талантом плюс опыт практического руководства. Если руководитель не справлялся со своими обязанностями, его всегда можно было заменить. Это было возможно пока не выросли масштабы задач экономики и научно-технический прогресс еще не сказался на резком усложнении всех проблем и связей в общественном производстве. В последнее время искусство постановки целей деятельности стало получать научное обоснование в виде системного анализа, о котором уже упоминалось. Разработка методологии системного анализа — это реакция общества на возрастающую сложность народного хозяйства.

Приложение системного анализа имеет два важных направления.

1. Оценка нужности (необходимости) достижения данной генеральной цели операции или мероприятия, иными словами, ответ на вопрос: а нужна ли данная операция или мероприятие вообще или деятельность в какой-либо области должна протекать в иных направлениях? Ответ на этот вопрос далеко не так прост в современных условиях.

2. Если признана необходимость достижения данной генеральной цели, т. е. установлено, что желаемый результат предстоящей операции действительно нужен, то

возникает второй вопрос: как осуществить декомпозицию генеральной цели до задач такого уровня, с решения которых мы можем начать операцию по достижению цели?

8.2. Процессы планирования

Оба эти направления системного анализа реализуются в процессах планирования. Рассмотрим сначала второе направление.

В силу свойств человеческой психики представление о цели сразу же сопровождается представлением о средствах ее достижения. Из этого обстоятельства вытекают два принципа системного анализа [39]:

1) средства и способы (в том числе альтернативные) достижения цели вытекают из самой цели;

2) цели нижнего уровня являются средствами (способами) достижения целей верхнего уровня.

Эти два принципа и позволяют развернуть генеральную цель в иерархический граф целей и задач (рис. 3.13). Рассмотрим, в чем суть решений при назначении целей деятельности нижним уровням. Пусть, например, орган управления «0» для достижения цели X^0 некоторого мероприятия ставит задачи трем подразделениям A, B и C (рис. 3.14,*а*). При этом имеется n_a вариантов задач для A, n_b — для B и n_c — для C. Аналогичная ситуация возникает при создании некой системы X^0, состоящей из трех подсистем, и соответственно каждая подсистема A, B, C может быть выполнена в n_a, n_b и n_c вариантах. Общее количество альтернативных вариантов декомпозиции цели X^0 получается равным $n_a \cdot n_b \cdot n_c$ (для примера на рис. 3.14,*а* получается 24 варианта). Из всего множества вариантов следует отобрать только совместные (на рис. 3.14,*б* показано для примера пять таких совместных вариантов) и уже после этого в соответствии с принятым критерием выбрать из множества совместных вариантов один. Такая же процедура выбора вариантов целей $(i+1)$-го ранга используется затем для каждой цели i-го ранга. Заметим, что при выборе варианта достижения цели (например, X^0_1, рис. 3.14) из множества совместных допустимых вариантов, принятие решения происходит с учетом *целей высшего ранга* (по отношению к X^0), *идеализированного* представления о цели данного ранга и, наконец, с учетом *последствий* реализации каждого варианта.

Выбор групп целей (оптимальных) из множества их совместных вариантов составляет существо принятия

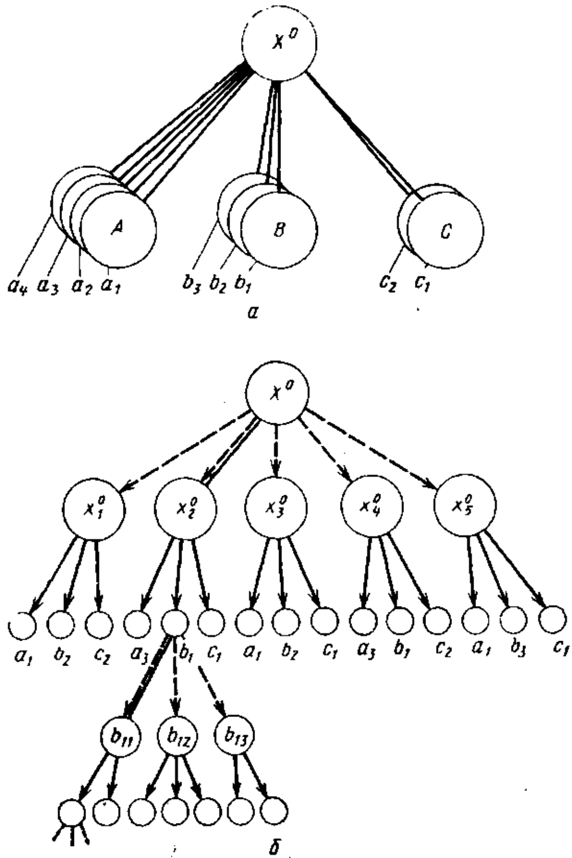


Рис. 3.14.

решений при развертывании генеральной цели в иерархию целей и задач или, что то же самое, при постановке задач подчиненным подразделениям.

После принятия всей системы решений на всех уровнях иерархии получим граф целей и задач с логикой И (рис. 3.13). Однако до этого, т. е. до процесса принятия решений по *целеобразованию*, мы имеем дело с графом с логикой И/ИЛИ.

Пример графа с логикой И/ИЛИ показан на рис. 3.14,*б*, где дуги с логикой И изображены сплошными линиями, а дуги строгого ИЛИ — пунктирными. Если теперь вершинам графа И, отображающим цели и задачи отдельных операций или мероприятий, поставить еще в соответствие сроки их завершения и необходимые ресурсы, то этот граф $G=(X, R)$ станет нечем иным, как планом операции.

Таким образом, план операции представляет собой целую систему предварительно (до начала операции) принимаемых решений: кому, в какое время, что сделать и какие ресурсы при этом выделить. Точно так же и для одного человека план его деятельности по достижению какой-либо цели представляет собой систему предварительно принимаемых решений.

К рассмотрению планов мы еще вернемся, а сейчас обратимся к анализу процесса планирования и так называемым *исполнительным планам*.

В связи с определением планирования как процесса развертывания генеральной цели в иерархическую последовательность целей и задач, уместным представляется привести одну цитату из Гоббса *): «От желания возникает мысль о некоторых средствах, при помощи которых мы видим осуществленным нечто подобное тому, к чему мы стремимся, и от этой мысли — мысль о средствах для достижения этих средств и так далее, пока мы не доходим до некоторого начала, находящегося в нашей собственной власти». Здесь, во-первых, представление о цели приводит к представлению о средствах ее достижения, во-вторых, сами средства являются целями для средств следующего уровня. В-третьих, из этой цитаты следует, что процесс планирования начинается от главной генеральной цели и оканчивается рядом частных целей и задач, с решения которых мы можем начать достижение общей цели.

Таким образом, *планирование* можно определить как иерархический процесс формирования предварительных решений в системе управления, определяющий порядок, в котором должна совершаться последовательность отдельных мероприятий, частных операций и действий [40].

*) *Гоббс.* Левиафан. М., Соцэгиз, 1936, с. 48.

Результатом планирования (его целью) является построение модели операции в сознании (коллективном) организации.

В составлении крупных планов принимают участие целые системы плановых органов (органов управления) и тогда процесс составления таких планов представляет собой операцию и становится правомерным говорить о *плане разработки плана операции*. В такой операции отдельные плановые органы осуществляют частные плановые операции (процедуры), итогом которых являются плановые документы. В плановой операции есть свои ресурсы — плановики и ЭВМ.

Иерархический граф $G=(X, R)$, где X и R определены в виде (2)—(4) будет отображать *процесс планирования* (в том числе и тот, о котором говорил Гоббс), если индексы рангов i упорядочить во времени, т. е. положить, что решения о целях формируются как последовательность событий в моменты времени t_i ($i=0, 1, 2, \ldots, m-1$). В результате упорядочения множества вершин графа во времени получаем граф

$$G_{t_i}=G(X,\ R,\ t_i),\ i=0,\ 1,\ 2, \ldots, n-1, \qquad (3.8.7)$$

отображающий процесс планирования, описанный Гоббсом. Этот процесс идет от вершины графа X^0 вниз вплоть до целей и задач самого нижнего уровня (ему соответствует множество дуг, ориентированных на рис. 3.13, 3.14 сверху вниз).

Напротив, реализация плана и достижение цели начинается с некоторых задач $(m-1)$-го ранга или уровня и далее распространяется вверх, пока не будет достигнута цель X^0. Таким образом, если процесс планирования отображается графом G_{t_i}, то процесс реализации плана или проведения операции отображается графом

$$G_{t_k}=(X,\ R^{-1},\ t_k), \qquad (3.8.8)$$

где $k=0, 1, 2, \ldots, m-1$ — номера уровней (или страт), отсчет которых противоположен отсчету рангов; R^{-1} — инверсия отношения R, т. е. множество дуг, ориентированных в обратном R направлении (снизу вверх на рис. 3.13, 3.14,*б*).

Можно представить себе, что процессы G_{t_i} и G_{t_k} — это процессы с взаимообратным ходом времени. Масштабы времени t_k ($k=0, 1, 2, \ldots$) и $i=0, 1, 2, \ldots$), разумеется, совершенно различны, и промежутки между моментами t_k, t_{k+1} и t_i, t_{i+1} также совершенно различны. Заметим, что граф G_{t_k} отображает не только течение операции по достижению цели X^0, но и модель этой операции, т. е. опять-таки ее план, но план, который следует назвать исполнительным.

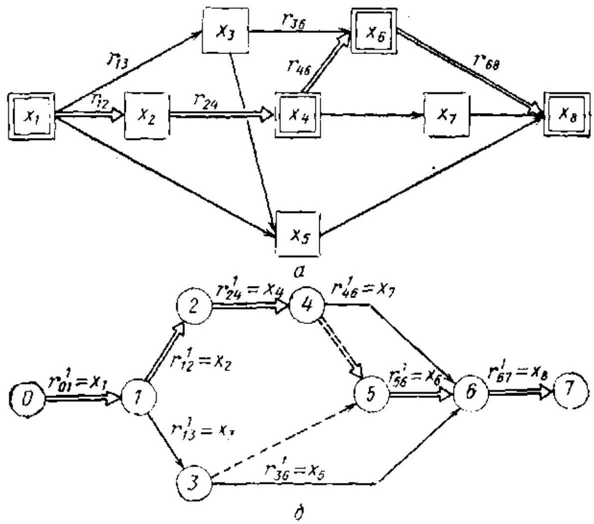


Рис. 3.15.

Например, граф $G_{t_k}(X, R^{-1})$ (рис. 3.14,*б*) с ориентированными вверх сплошными дугами может соответствовать модели линии сборки технической системы X^0 из узлов X^i и деталей x_i. В самом деле, план G_{t_k} представляет собой не что иное, как сетевой план-график операции во «французском» начертании, когда вершинам графа ставятся в соответствие частные операции x_i (работы) с временами их выполнения, а дугам r_{ij} — отношения порядков между ними. Имеются алгоритмы и программы [41] пересчета «французских» сетевых графиков в более распространенные «американские», когда дугам соответствуют работы, а вершинам — события. На рис. 3.15 для примера приведены сетевые графики операции из 8 работ в обоих исполнениях. Критический путь указан двойной линией. В «американском» сетевом графике (рис. 3.15,*б*) имеются фиктивные работы (пунктирные дуги) с нулевым временем исполнения, во «французском» (рис. 3.15,*а*) — их не бывает.

Таким образом, планировать операции можно не только от цели в соответствии с графом G_{t_i}, но и от «возможностей» в соответствии с графом G_{t_k}. Еще древние греки называли процесс G_{t_i} *анализом*, а процесс G_{t_k} — *синтезом*. Отсюда становится ясно, почему процесс формирования целей и задач деятельности назван системным анализом.

Заметим, что планирование G_{tk} (точнее, возможно, проектирование) применяется для детерминированных случаев, когда цели и средства очевидны и объект планирования является типовым и встречается не в первый раз (строительство зданий, предприятий и т. п.). Напротив, когда неясны пути достижения целей и они альтернативны в принципе (боевые операции, НИР, ОКР и т. п.), начинать нужно с G_{t_i}, а затем, когда речь пойдет об исполнительном плане, необходимо строить G_{t_k}, который затем преобразуется в сетевые графики обычного вида.

Заметим, что в таких операциях, как боевые, планирование всегда идет сверху вниз в соответствии с графом G_{t_i}. «Как правило, разработка замысла начинается с .. конца, т. е. с конечной цели задуманной операции: например, деблокировать Ленинград, разгромить противника в Белоруссии и т. д.» *).

Такое централизованное планирование требует развитых штабов и налаженного поступления информации от подчиненных подразделений и, следовательно, знания их возможностей. Процедуры планирования и принятия решений сосредоточены в этом случае всегда в органе управления высшего ранга, тогда как органы управления низшего ранга рассматриваются как исполнители. Централизованное планирование G_{t_i} предполагает всегда согласование задач с исполнителями

---

*) *Штеменко С. М.* Генеральный штаб в годы войны. Книга вторая. М., Воениздат, 1973, с. 299.

в смысле уяснения ими этих задач и готовности их выполнить. Помимо этого оставляется большой простор для инициативы и творчества исполнителей, поскольку они имеют значительные возможности сами выбирать пути решения поставленных задач.

Планирование G_{t_i} вовсе не отрицает планирования G_{t_k} (т. е. планирования снизу «от возможностей») тем более, что план G_{t_k} является исполнительным планом.

Просто план G_{t_i} должен предшествовать плану G_{t_k} и доминировать над ним. Но составление плана G_{t_i} требует проведения аналитических исследований при принятии решений на уровне руководства, ставящего генеральную цель X^0. Если же этот анализ на данном уровне руководства недостаточен и цель ставится в общем виде, альтернативные пути ее достижения не просматриваются, то данной руководящей инстанции ничего другого не остается, как обратиться к исполнителям с требованием или указанием «дать предложения» по тому или иному плану их собственной деятельности.

В этом случае начинается планирование G_{t_k}, т. е. планирование снизу без предварительной аналитической деятельности на высших уровнях руководства. Будем этот случай называть случаем доминирования процесса G_{t_k} над процессом G_{t_i}. Разумеется, в этом случае не возникает у старших инстанций и потребностей в системном анализе, и само качество плана G_{t_k} как плана реализации некой цели X^0 оказывается, как правило, низким.

Планирование по принципу «дайте Ваши предложения» (да еще согласованные между группами исполнителей) используется обычно тогда, когда, во-первых, старшая инстанция или не располагает информацией о возможностях исполнителей, или не может осуществить балансовые расчеты их ресурсов или то и другое вместе. В этих случаях вся процедура принятия решения в старшей инстанции сводится к утверждению согласованных предложений нижних инстанций или в случае их отклонения к возвращению предложений назад для доработки.

При этом способе планирования, т. е. при доминировании G_{t_k} над G_{t_i}, приказы и директивы старших инстанций содержат много пунктов порученческого характера. При соответствующем уровне аналитической деятельности в старшей инстанции, т. е. там, где G_{t_i} доминирует над G_{t_k}, потребность в порученческих пунктах отпадает.

Вот что пишет по этому поводу С. М. Штеменко: «Мне неизвестно ни одного решения, директивы, приказы больших и малых военачальников, где бы имелись какие-либо пункты так называемого порученческого характера, где кому-то что-то предлагается изучить и доложить, как это нередко делается в других организациях» *).

Нужно сказать, что отсутствие настоящей плановой деятельности в старшей инстанции приводит иногда к другой крайности — к «чисто административным методам руководства», когда исполнителям ставятся цели и задачи без учета ресурсов и возможностей в надежде, что исполнители «поднажмут» и «как-нибудь вывернутся».

Использование ЭВМ и АСУ, когда предусмотрена интегрированная система обработки данных, позволит устранить этот крайне нежелательный способ принятия решений и формирования планов, когда старшие инстанции по сути упускают руководство и управление операциями.

Ниже, при описании программного планирования и управления многоотраслевым производством, будет показано, как в определенном смысле обеспечить планирование сверху (типа G_{t_i}) даже для таких процессов, как процессы исследований и разработок, не прибегая в то же время ни к чисто административным методам постановки целей и задач, ни к одному планированию снизу.

Лет 35—40 тому назад, когда научно-технический прогресс еще не усложнил так процессы в народном хозяйстве, как сейчас, не было проблемы, что над чем доминирует: G_{t_i} над G_{t_k} или наоборот, так как все взаимосвязи G_{t_i} «внизу» были почти так же хорошо видны, как и «наверху», и можно было согласиться с тем, например, что ученые сами лучше спланируют свою дея-

---

*) *Штеменко С. М.* Генеральный штаб в годы войны. М., Воениздат, 1973, с. 471—472.

тельность, чем любая руководящая плановая инстанция.

Сейчас резкое усложнение процессов в народном хозяйстве и углубляющаяся дифференциация науки приводят к тому, что „внизу“ стало возможным просматривать лишь малую долю взаимосвязей G_{t_l} и планирование при доминировании G_{t_k} над G_{t_l} стало совершенно неприемлемым. Выделение главных направлений в научно-техническом развитии при условии ограниченности ресурсов, необходимость осуществления интеграционных функций руководящими плановыми органами настоятельно требуют такой организации плановой деятельности, при которой было бы обеспечено доминирование G_{t_l} над G_{t_k}.

Заметим, что не чем иным, как сложностью боевых операций при их планировании, всегда определялось доминирование

$$G_{t_l} \succ G_{t_k}.$$

Теперь вернемся к первому направлению системного анализа — проблеме обоснования генеральных целей операций.

В соответствии с определением (см. гл. 1) целью операции является достижение в будущем некоторой желаемой ситуации. Поэтому формулировке цели операции предшествует прогноз и построение сценариев. Для определения этих понятий предварительно следует определить понятие образа [40].

Образ — все накопленные и организованные знания системы о себе и о среде. Организованность знаний означает возможность их классификации и умение распознавать ситуации. К распознаванию относятся все виды диагностики. Для распознавания ситуаций может быть использована значительно развитая сейчас математическая теория распознавания.

Прогноз — образ будущего, который всегда предшествует планированию, т. е. выбору главной цели и разворачиванию ее в иерархию целей и задач. Прогноз кладется в основу воссоздания будущих ситуаций. Из прогноза (или образа будущего) вытекает значимость (важность) того или иного состояния системы или ситуации; отсюда и вытекает цель деятельности.

Сценарий — одна из воссозданных ситуаций будущего на интервале $[0, T]$. Если система не оказывает существенного влияния на среду или это влияние не учитывается, то сценарием будет называться одно из возможных состояний среды в будущем. Среда системы может состоять из совокупности «внешних» систем, взаимодействующих с системой и между собой. При прогнозировании и построении сценариев рассматриваются различные варианты комбинаций поведения «внешних» систем, что приводит к различным вариантам сценариев. На основе сценариев формируется генеральная цель операции, обеспечивающая для системы желаемую ситуацию в будущем. Далее, сформулированная генеральная цель разворачивается в иерархию (граф) целей и задач, которую иногда называют курсом действий [39]. *Курс действий* — это граф с логикой И, образованный в результате принятия решений из графа с логикой И/ИЛИ.

Возможны два пути формирования генеральных целей с соответствующими иерархиями целей и задач и два пути формирования курса действий: 1) из всех альтернативных сценариев выбирается один наиболее вероятный и в соответствии с ним формулируется генеральная цель и курс действий; 2) для каждого альтернативного сценария строится своя генеральная цель со своей иерархией целей и задач (вариантное планирование). Однако в обоих случаях для каждого сценария рассматривается несколько альтернативных генеральных целей и, следовательно, несколько альтернативных курсов действий.

На рис. 3.16 проиллюстрирован процесс формирования альтернативных курсов действий. Для каждого курса действий составляется свой план операции, распределяются ресурсы и оцениваются возможные исходы будущих операций и их последствия. Для всего этого используются отдельные модели исследования операций, в том числе имитационные модели (или системы имитационных моделей). На основе анализа альтернативных курсов действий и их последствий производится выбор одной генеральной цели со своим курсом действий. В качестве ярких примеров, когда приходилось делать выбор между двумя возможными генеральными целями, можно привести ситуацию, сложившуюся после Бородинского сражения в Отечественную войну

1812 г., и ситуацию перед битвой на Курской дуге в Великую Отечественную войну.

Следует, однако, подчеркнуть, что для формирования генеральных целей и курсов действий одних прогнозов и сценариев недостаточно. Нужно еще исходить из более высокой по рангу цели, чем формулируемые альтернативные генеральные цели операций, а в некоторых случаях и из доктрины.

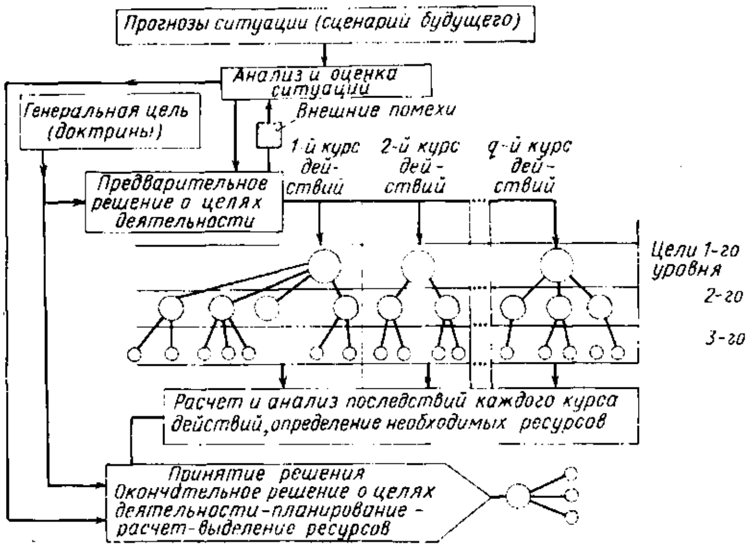


Рис. 3.16.

Доктрину можно определить, как некоторую исходную установку, как некую высшую цель, выражающую стремление к определенной идеальной ситуации с учетом ограничений (моральных, правовых и т. п.) на способы достижения целей. Пусть, например, в связи с промышленным развитием некоторого района потребовалось поднять уровень его энерговооруженности. Это можно сделать тремя альтернативными способами: строительством гидростанции, тепловой и атомной электростанций. Таким образом, имеются три альтернативные генеральные цели и высшая цель относительно них. Доктриной будут принятые законоположения (установки) о загрязнении среды и опасности сооружений для здоровья людей.

В заключение следует сказать несколько слов по поводу самого термина «системный анализ».

Мы описали один из возможных вариантов того, что принято называть системным анализом, откуда следует, что он неотделим от процеса целеобразования и планирования. Однако поскольку процесс целеобразования — процесс творческий, то, используя математические модели и ЭВМ в диалоговом режиме, мы можем процесс целеобразования интенсифицировать, а получающиеся в результате этого планы сделать более глубоко обоснованными и комплексными. Поэтому вполне можно согласиться с широко известным высказыванием о том, что системный анализ — это просвещенный здравый смысл, на службу которого поставлены математические модели.

Заметим, что некоторые авторы предпочитают не вводить нового термина «системный анализ», а считают, что проблематика системного анализа относится к исследованию операций при расширенном толковании этого термина. С нашей точки зрения, это не совсем так хотя бы потому, что исследование операций исходит из заданных целей, а системный анализ занимается целеобразованием. Для подтверждения приводим таблицу сравнительной методологии исследования операций и системного анализа (табл. 3.1).

Потребность в чем-то подобном системному анализу в народном хозяйстве стала ощущаться лет 15—20 тому назад, и в первую очередь в сфере исследований и разработок. До этого отношения и связи в народном хозяйстве, в области исследований и разработок были относительно просты и поэтому сложившиеся методы управления, планирования и практика принятия решений соответствовали своему назначению.

Однако всегда была область человеческой деятельности — военное дело и управление боевыми операциями, которая издавна отличалась своей сложностью, в которой решения обычно приходится принимать в условиях неопределенности и для которой изложенные выше основы системного анализа не представляют чего-либо принципиально нового. То, что сейчас называется системным анализом в отношении планирования боевых операций, полностью покрывается так называемым принятием решений на боевую операцию. Здесь та же проблема выбора курса действий и постановки целей и задач подчиненным, которая и образует дерево целей и задач системного анализа.

Различия между «системным анализом» и «системой решений на боевую операцию» [42] заключаются главным образом в областях применения и, следовательно, в характере неопределенностей и в сроках проведения

Таблица 3.1

Исследование операций	Системный анализ
Задается (неформально) цель или задача операции	Задается ситуация (точнее, воссоздается — прогнозируется) и некоторая доктрина, идеал или общее пожелание о роли системы в ситуации
Выявляются факторы и стратегии, устанавливаются варьируемые, неварьируемые (неопределенные, в том числе) параметры, характеризующие операцию	Выявляется весь набор возможных альтернативных генеральных целей. Каждая альтернативная генеральная цель через граф И/ИЛИ образует свой курс действий (граф И)
Разрабатывается математическая модель операции, где целевая функция представляет собой математическое отражение цели операции	Производится расчет последствий каждого курса действий с применением метода исследования операции и ЭВМ. Осуществляется выбор оптимального курса действий
Решается чисто математическая задача оптимизации	Для выбранного курса действий разрабатывается план операции (как совокупности частных целей и задач), обеспеченный ресурсами

операций. Для системы принятия решений на боевую операцию неопределенность создает противник и крупная операция протекает за несколько недель (по примеру Великой Отечественной войны) [7].

Системный анализ возник, в первую очередь, из планирования исследований и разработок новых систем оружия (ПВО, ПРО, ракетно-космическая техника). Длительность операции (завершение разработки большой системы) здесь исчисляется годами, а неопределенности создаются как противником, развивающим скрытно свои системы и контрсистемы, так и научно-техническим прогрессом. В определенном смысле область применения системного анализа сложнее области применения системы решений на боевую операцию, поскольку в первом случае необходимо исходить из планирования будущих операций с использованием еще не существующей, а только создаваемой системы оружия.

Однако, и системный анализ и система принятия решений на операцию, имея принципиальное сходство, имеют различия в приемах и методологии использования. Взаимное использование опыта обоих направлений, безусловно, существенно их обогатит. Так, в областях использования системного анализа широко применяются разнообразные математические модели и сетевые методы планирования, которые могут найти применение при планировании боевых операций. С другой стороны, при проведении боевых операций иерархия целей и задач всегда совпадает с административной иерархией. Отсюда четкость формулировок целей и задач и единство плана как системы решений по постановке задач и распределению ресурсов на операцию. Все это создает условия для высокой организованности в проведении боевых операций. Эти условия часто отсутствуют в операциях в области народного хозяйства и при разработках новой техники. Иерархия целей и задач там может не совпадать с административной иерархией, в результате чего появляются «повисшие в воздухе» проблемы и задачи, за которые никто не отвечает. План производственной операции часто искусственно разбивается на два плана: план, представляющий собой взаимосвязанную систему задач для различных организаций и план материально-технического обеспечения операции. Кроме этого, при среднесрочном планировании планы разработок новой техники часто недостаточно четко увязываются с производственными планами. Все это приводит к тому, что операции протекают менее организованно, это сказывается на сроках окончания разработок и их удорожании.

Большая организованность армейской структуры по сравнению с народнохозяйственной объясняется ее большой гибкостью, т. е. наличием трех (а не двух, как в народном хозяйстве) структур руководства или управления: территориального (военные округа и гарнизоны), отраслевого (виды и рода войск) и целевого (группы войск на театрах военных действий, фронты, армии и т. п.).

Совпадение административной иерархии целей и задач в военном деле как раз и обеспечивается существованием целевой структуры руководства, которая образуется из территориальной и отраслевой при возникновении целей и задач на театрах военных действий или в полосах действий фронта, армии и т. п. В теории управления народным хозяйством обсуждается обычно только взаимодействие между жесткими структурами: территориальной структурой руководства и отраслевой. В последнее время возникает все больше проблем разработок и создания больших систем межотраслевого и даже надотраслевого характера. Решение этих проблем требует такой же организационной гибкости, какую имеют армейские структуры.

9. ПЛАНЫ И ПРОГРАММЫ. ПРИРОДА ПЛАНИРОВАНИЯ

9.1. Планирование и руководство в иерархических системах

В первую очередь, необходимо уточнить соотношение между решением и планом. Решение было определено как выбор из альтернативных стратегий или способов действий, направленных на достижение цели. При этом вслед за решением немедленно может начаться и само действие по решению задачи или достижению цели.

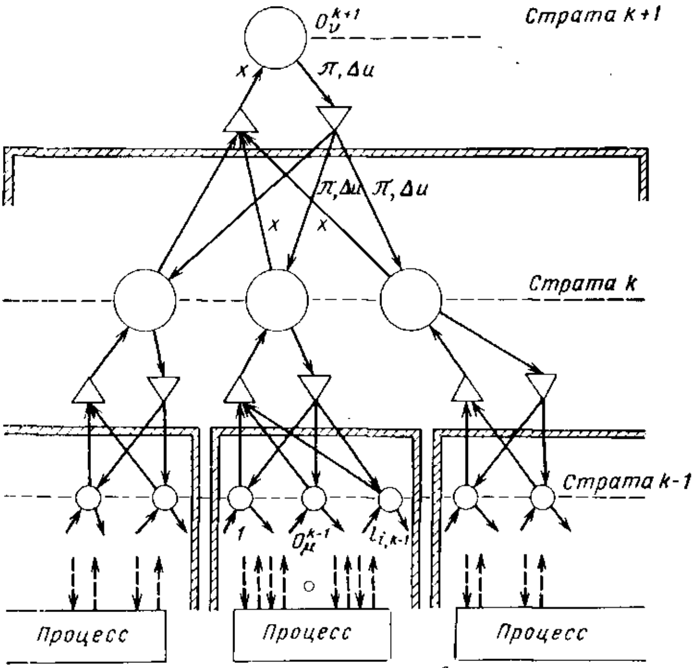
В задачах поиска, распознавания и диагностики решение кроме этого является еще и заключительным этапом поисковых процедур. Однако в большинстве случаев приходится иметь дело не с одним решением, а с системой решений, а система решений уже образует план. Причем план — это система предварительно (до начала операции) принятых решений, так что какое-либо решение, принятое в момент составления плана, и начало действия, реализующего это решение, может быть разделено длительным промежутком времени. Разнесенность во времени между решением и началом его реализации — характерная особенность плана, резко обостряющая проблему неопределенности и ставящая ее во многом по-иному, чем в случае единичных решений. Если мы имеем дело с одиночным решением (или план удается свернуть или представить в виде одиночного решения), то можно с успехом использовать развитые методы исследования операций для оптимизации решений. Если же речь идет о системе решений, т. е. о плане, то здесь о теории математических моделей принятия системы оптимальных решений говорить пока рано: такую теорию предстоит еще разрабатывать.

Понятие «план» имеет очень много значений и в него часто вкладывается различный смысл и содержание. Чаще всего мы встречаемся с планами отдельных организаций, которые одновременно могут решать несколько близких по содержанию задач. Такие планы являются *функциональными*, поскольку они определяются функцией той организации, которая их составляет, или для которой они составляются. Отсюда для производственных предприятий и отраслей характерно наличие таких планов, как план производства, план материально-технического снабжения, план по труду и заработной плате, финансовый план, планы комплектации, планы капитального строительства, планы ОКР и НИР и т. п. Формы представления планов также весьма различны: от простого списка — к какому сроку и кому, какие работы нужно сделать до матричных планов и сетевых графиков включительно. В отличие от всех функциональных планов, упомянутый выше план операции носит в принципе к о м п л е к с н ы й характер, т. е. содержит полную систему целей и задач и соответствующих им частных операций и мероприятий, направленных на решение главной задачи или на достижение главной цели операции. Если организация имеет несколько параллельных главных задач, то для каждой главной задачи строится свой комплексный план и затем уже из совокупности комплексных планов должны образовываться функциональные планы отдельных подразделений и организаций. Так, к сожалению, не всегда бывает, что приводит к разного рода неувязкам и нестыковкам в функциональных планах. В дальнейшем под комплексным планом будем всегда понимать план операции.

В сильно схематизированном и формализованном виде план операции иерархической системы можно представить следующим образом.

Любую верхнюю страту можно рассматривать как совокупность управляющих систем для всей совокупности нижних страт, рассматриваемых как совокупность объектов управления. Рассмотрим k-ю страту, которая содержит l_k органов управления. Выделим среди l_k

органов управления O^k_j орган управления и относящийся к нему объект управления на всех нижних стратах от $(k-1)$-й до нулевой включительно (рис. 3.17).



Объект управления органа управления

△ – *композиция и агрегирование информации каналов обратной связи,*

▽ – *декомпозиция и дезагрегирование планов и указаний*

Рис. 3.17.

Выделив орган управления O^k_j и соответствующий объект управления, можно формально записать выражение, аналогичное (1.2), и для этого случая

$$z^k_{\text{н}j} = \underset{u^k_j}{\operatorname{extr}} \Big[\Phi\big(x^k_{j,[t_0,t_1^k]},$$

$$u^k_{j,[t_0,t_1^k]}, v^k_{j,[t_0,t_1^k]}\big) \mid x^k_j(t) = F^k_j\big(x^k_j(t_0), u^k_{j,[t_0,t)}, v^k_{j,[t_0,t)}\big);$$

$$x_j^k(t_0) \in K_j^k(t_0);\ x_j^{e,k}(t_1) \in K_j^k(t_1^k);\ t \in [t_0, t_1^k]\Big], \qquad (3.9.1)$$

где $x^k{}_j(t_0)$ — начальное состояние объекта управления, принадлежащее некоторой области $K^k_j(t_0)$, и $x^{c,k}_j(t^k_1)$ — заданное высшим органом управления O^{k+1}_ν состояние того же объекта управления в конце интервала планирования $[t_0, t^k{}_1]$.

Интервал планирования на смежной страте $[t_0, t^{k+1}_1]$ обычно больше чем $[t_0, t^k_1]$ и $[t_0, t^k_1]n=[t_0, t^{k+1}_1]$, где n— некоторое целое число.

Символическая экстремизация неформального функционала Ф в (1) означает процесс составления плана в органе управления $O^k{}_j$ ($1 \leqslant j \leqslant l_k$; $0 \leqslant k \leqslant m-1$) для своего объекта управления, которым управляют под руководством $O^k{}_j$ некоторое число ($l_{j,k-1}$) органов управления, относящихся к (k—1)-й страте (рис. 3.17).

В результате операции (1) образуется план в виде тройки

$$\pi^{*k}_{j,[t_0,\ t^k_1]}=(x^{*k}_{j,[t_0,\ t^k_1]},\ u^{*k}_{j,[t_0,\ t^k_1]},\ z^k_j), \tag{3.9.2}$$

где $z^k{}_j$ — группа показателей плана,

$$z^k{}_j=(z^k{}_{j1},\ z^k{}_{j2}, \dots, z^k{}_{jS_k}), \tag{3.9.3}$$

таких, например, как показатели по качеству и характеристикам изделий, по объему зарплаты, по финансам (прибыль, рентабельность, платежи в бюджет) и т. п. Часть из этих показателей является нормированной и при планировании задается органу $O^k{}_j$ со стороны его руководящего органа O^{k+1}_ν.

Для составления плана (2) со стороны O^{k+1}_ν поступает задание

$$\pi^k_j=(x^{\circ,k}_j(t^k_1),\ \overline{u}^k_j(t_0),\ z^{k+1}_{nj}), \tag{3.9.4}$$

которое содержит: цели $x^{\circ,k}_j(t^k{}_1)$; ресурсы

$$\overline{u}^k{}_j(t_0)=\int\limits_{t_0}^{t^k_1} u^k{}_j(t)\,dt, \tag{3.9.5}$$

выделяемые на весь интервал $[t_0, t^k{}_1]$ с указанием, где их получить (в $\overline{u}^k{}_j(t_0)$ входят также ресурсы, объекта управления); нормативные требования к деятельности, а следовательно, и к плану, составляемому органом $O^k{}_j$:

$$z^{k+1}_{\text{н}j} = (z^{k+1}_{\text{н}j_1},\ z^{k+1}_{\text{н}j_2}, \ldots, z^{k+1}_{\text{н}jS_{k+1}}). \tag{3.9.6}$$

В плане (2) не все показатели нормируются сверху, поэтому

$$S_k > S_{k+1}. \tag{3.9.7}$$

Поскольку $O^k{}_j$ получает задание в виде (4) при условии (7), то выбором распределения ресурсов $u^k{}_{j\,[t_0,\ t_1^k]}$, а следовательно, и траектории $x^k{}_{j\,[t_0,\ t_1^k]}$ орган управления оптимизирует свой план и свое управление.

С другой стороны план (2) является композицией планов исполнителей, входящих в объект управления $O^k{}_j$ и относящихся к $(k-1)$-й страте, т. е.

$$\pi^k_{j\,[t_0,\ t_1^k]} = \overset{l_{j,\,k-1}}{\underset{\mu=1}{\bigcup}}{}^{*}\pi^{k-1}_{\mu\,[t_0,\ t_1^k]}, \tag{3.9.8}$$

где $\pi^{k-1}_{\mu\,[t_0,\ t_1^k]}$ — план μ-го органа управления на $(k-1)$-й страте, подчиненного $O^k{}_j$; $\bigcup^*$ — знак композиции, который означает согласованность, объединение и агрегирование всех $l_{j,\,k-1}$ планов. При этом, как и прежде, для разработки плана $\pi^{k-1}_{\mu\,[t_0,\ t_1^k]}$ орган управления O^{k-1}_μ получает от высшего органа $O^k{}_j$ задание в виде

$$\pi^{k-1}_\mu = (x^{e,\,k-1}_\mu(t_1^k),\ \overline{u}^{e,\,k-1}_\mu(t_0),\ z^k_{\text{н}\mu}), \tag{3.9.9}$$

где опять-таки

$$x^{e,\,k}_j(t_1^k) = \overset{l_{j,\,k-1}}{\underset{\mu=1}{\bigcup}}{}^{*}x^{e,\,k-1}_\mu(t_1^k), \tag{3.9.10}$$

$$\overline{u}^{e,\,k}_j(t_0) = \overset{l_{j,\,k-1}}{\underset{\mu=1}{\bigcup}}{}^{*}\overline{u}^{e,\,k-1}_\mu(t_0). \tag{3.9.11}$$

Таким образом, составление плана (2) происходит в результате итерационного процесса, в который вовлечены органы управления трех уровней: 1) орган управления $O^k{}_j$, составляющий план (2), 2) старший по отношению к нему орган управления O^{k+1}_ν, ставящий задачу (4) и в конечном итоге утверждающий план (2) и 3) подчиненные $O^k{}_j$ органы управления

$$O_{\mu}^{k-1} \quad (1 \leqslant \mu \leqslant l_{j,\, k-1}).$$

Итерационные процессы сопровождаются необходимыми расчетами, а в современных условиях — экономико-математическим моделированием и использованием оптимизационных методов исследования операций и т. п. Так, в частности, задания (4) и (9) могут быть результатом решения оптимизационных задач распределения и назначения методами математического программирования (линейного, нелинейного и т. п.).

Практика подтверждает, что разработка планов — это итерационный процесс, в который вовлечены три уровня органов управления. Так, при составлении плана предприятия, скажем, на год задание выдается и разработанный план утверждается главком. Разрабатывается план предприятия под руководством дирекции отделами и цехами предприятия. При этом происходит обмен информацией как по вертикали в пределах страт $k+1$, $k-1$, так и по горизонтали внутри $(k-1)$-й страты (возможен обмен информацией и по страте k).

В итоге составления планов на всех уровнях получим общий план операции, выполняемой организационной системой

$$\pi^{e}_{[t_0,\, t_1^m-1]} = \bigcup_{j,\, k}{}^{*} \left(x^{e,\, k}_{j\, [t_0,\, t_1^k]},\ u^{e,\, k}_{j\, [t_0,\, t_1^k]},\ z^{k}_{\text{н}j}\right). \qquad (3.9.12)$$

Остановимся кратко на оперативном управлении со стороны органа управления $O^k{}_j$ реализацией плана (2). Здесь можно выписать выражение, аналогичное (1) для значения $\psi^k{}_j$ оценочного функционала $\overline{\Phi}$. Для этого достаточно операторы и переменные в (4.1) снабдить соответствующими индексами. При этом в число аргументов оператора Q, помимо приведенных в (4.1) войдет информация от взаимодействующих с $O^k{}_j$ органов управления той же k-й страты, т. е. будет иметь место

$$u_j^k(t) = Q_j^k \left(x^{e,\, k}_{j\, [t_0,\, t]},\ y^{k}_{j\, [t_0,\, t]},\right.$$

$$\left. v^k{}_{j\, [t_0,\, t]},\ \bigcup_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{l_k}{}^{*} w^k{}_{i\, [t_0,\, t_1]}\right), \qquad (3.9.13)$$

где $w^k{}_{i\, [t_0,\, t]}$ — информация, поступающая $O^k{}_j$ от $O^k{}_i$ $(j \neq i)$. Если все идет точно по плану (по расписанию), то издержки на управление $\varphi^k{}_j = 0$ $\forall k$ и $\forall j$; в этом случае и все $w^k{}_i = 0$.

Рассмотрим процессы управления в иерархических системах также с точки зрения циклов руководства. Рассмотрим цикл руководства относительно органа $O^k{}_j$. Стимулом будет постановка цели или задания (4) и на долю $O^k{}_j$ приходится уяснение задания. Блоки *2—5* (рис. 3.4) в этом случае будут означать подготовку вариантов плана (2). Решение будет означать выбор одного из вариантов плана (оптимального с точки зрения органа $O^k{}_j$), т. е. операцию экстремизации функционала Ф (1).

Исполнение — это процесс оперативного управления. При этом сигнал обратной связи $x^k{}_j$ для $O^k{}_j$ образуется как композиция донесений от $l_{j,k-1}$ органов управления $(k-1)$-й страты, т. е.

$$x_j^k(t) = \overset{l_{j,k-1}}{\underset{\mu=1}{\bigcup}} {}^* x_\mu^{k-1}(t). \tag{3.9.14}$$

Композиция (14) не исключает индивидуального контроля со стороны O_j^k за каждым O_μ^{k-1}, т. е. получение в O_j^k сигнала $x_\mu^{k-1}(t)$. Заметим, что при композиции (14) происходит и агрегирование, так что если n_{jk}, $n_{\mu,k-1}$ — размерности векторов x_j^k и x_μ^{k-1} соответственно, то

$$n_{jk} < \sum_{\mu=1}^{l_{j,k-1}} n_{\mu,k-1}.$$

Оценка результата происходит при $t > t^k{}_1$. Поскольку при этом известны истинные $x^k{}_{j,[t_0, t_1^k]}$, $u^k{}_{j,[t_0, t_1^k]}$ и $v_{j,[t_0, t_1^k]}$, то можно определить фактическое значение функционала Ф

$$z^k{}_j = \Phi\left[x^k{}_{j,[t_0, t_1^k]}, u_{j,[t_0, t_1^k]}, v^k{}_{j,[t_0, t_1]}\right]$$

и сравнить с плановым (нормативным) $z^k{}_н$. Кроме того, на этом же этапе оценивается качество оперативного управления по показателям $\psi^k{}_i$.

Рекомендации на будущее касаются: совершенствования планирования и процесса оперативного управления, т. е. выбора операторов $Q^k{}_j$, $N^k{}_j$ и $L^k{}_j$.

Оценку и рекомендации на будущее, как правило, осуществляет также и старший орган управления O_ν^{k+1}. Более того, O_ν^{k+1} может вмешаться („через голову“ $O^k{}_j$) в деятельность одного из органов O_μ^{k-1} на $k-1$ страте.

Таким образом, как и планирование, руководство охватывает, как правило, три смежных по рангам органа управления (ниже двух уровней руководство обычно не проникает).

9.2. Планы и программы

Изложенное в п. 1 позволяет план операции определить следующим образом.

План операции — это фиксация системы целей, задач и средств, предусматривающих направленное изменение ситуации при данном или предполагаемом состоянии среды.

Потребность в планировании возникает тогда, когда система желает улучшить свое будущее [50]. Правда, система может иметь своей целью сохранение данной ситуации, которая для системы благоприятна. Операцию, направленную на сохранение существующей ситуации, называют оборонительной. План такой операции — это система целей и задач, предусматривающая парализацию воздействия среды.

Поскольку операция развертывается во времени и для ее выполнения нужны ресурсы, то плану можно дать еще следующие эквивалентные определения.

Комплексный план (или план операции) — это развернутый во времени, сбалансированный по ресурсам, взаимоувязанный по отношению к общей цели перечень элементарных операций различного ранга или, что то же самое, перечень производственных, проектных, научных, организационных и других мероприятий, направленных на достижение общей цели или решение поставленной задачи. Или еще одно определение: *план операции* — это разработанный в органе управления операцией, развернутый во времени и сбалансированный по ресурсам перечень целей и задач для органов управления низших рангов.

Сбалансированность по ресурсам означает, что не даются задания, не обеспеченные ресурсами, и что произведено оптимальное с какой-либо точки зрения распределение ограниченных ресурсов между органами управления низших рангов.

Логическая взаимосвязь и развертка во времени означает, например, для терминальной операции, помимо плана (12), построение исполнительных планов в виде сетевых графиков до начала операции.

Иными словами, как уже указывалось, план содержит указания кому, какую задачу и в какое время решать и какие ресурсы нужно выделить на решение каждой задачи. Более того, в плане для каждого органа управления должно быть указано какие, где, когда и в каком количестве ресурсы должны быть получены для решения поставленной задачи. Это, в частности, для народного хозяйства означает, что план-задание и план материально-технического снабжения — это принципиально один план, устанавливаемый органом управления высшего ранга для органов управления низших рангов.

В зависимости от длительности интервала $[t_0, t_1]$ различают *краткосрочное*, *среднесрочное* и *долгосрочное* планирование. Для календарно-развивающихся операций в народном хозяйстве краткосрочными планами являются годовые планы, среднесрочными — пятилетние, а долгосрочными будут планы, рассчитанные на сроки, занимающие несколько пятилетий. Эти три вида планов различаются не только по срокам, но и с содержательной точки зрения. Рассмотрим, например, планы выпуска продукции какой-либо отрасли промышленности. При краткосрочном планировании планируется выпуск установленной на начало года номенклатуры продукции при заданной технологии. При среднесрочном планировании планируется выпуск продукции с новыми, но технически достижимыми характеристиками. Это означает, что в сферу среднесрочного планирования включается планирование ОКР, подготовки производства, капитального строительства, модернизации и реконструкции технологических процессов. При краткосрочном и среднесрочном планировании приходится считаться с фактом, что часто на планирование недостает времени и, в частности, недостает времени на сбор всей необходимой информации о проблемах и ресурсах. Недостаток времени вынуждает принимать решения, которые кажутся наилучшими при той информации, которая имеется. Недостаток времени не позволяет рассматривать альтернативные планы, поэтому приходится довольствоваться проработкой одного интуитивно приглянувшегося варианта. Под давлением сроков могут оказаться упущенными острые проблемы и узкие места. Использование ЭВМ и АСУ направлено, в частности, на то, чтобы при относительно малом времени, отведенном на планирование, резко повысить качество планов.

Долгосрочный план (например, производства продукции) является перспективным и проблемным в том смысле, что планируется выпуск продукции, которая представляется перспективной с точки зрения сегодняшнего дня, но разработка и производство которой представляет собой проблему (проблемы). Напомним, что проблема — это цель (задача), пути достижения (решения) которой или неясны или недостаточно ясны, в связи с чем решение на действие принять нельзя. Поскольку речь в данном примере идет о плане производства продукции, то в сферу долгосрочного планирования включаются более ранние фазы исследований и разработок, а именно: аванпросктные проработки, прикладные и фундаментальные исследования. Общая структура долгосрочного плана представляется в следующем виде: отдаленная часть плана состоит из системы проблем, которые по мере приближения к среднесрочному этапу преобразуются в систему целей, а затем и в систему задач, когда становится возможным принять решения о действиях в сферах ОКР и производства.

Таким образом, среднесрочные и краткосрочные планы подготавливаются на базе долгосрочных планов и их качество вследствие этого существенно повышается. Для долгосрочного планирования можно отвести значительно больший промежуток времени, и его поэтому можно провести с большей тщательностью и с проработкой многих альтернативных вариантов. Но так как сфера планирования и объем информации при долгосрочном планировании существенно возрастают, то высококачественное долгосрочное планирование без вычислительной техники оказывается практически невозможным. Заметим также, что уровень (степень) неопределенности при долгосрочном планировании существенно выше, чем при краткосрочном и среднесрочном планировании, в частности, из-за трудностей прогнозирования поведения среды на столь большом интервале времени и в связи с тем, что новые открытия в области фундаментальных и прикладных наук (сами открытия не планируются) могут привести к коренному изменению планов и системы принятых решений.

Теперь можно перейти к определению программы.

Если операция по достижению какой-либо крупномасштабной цели достаточно продолжительна и занимает ряд лет, то план такой операции назовем *программой*. Проще говоря, программа — это комплексный план многолетней операции или, более точно, комплексный план многолетней деятельности, направленной на достижение одной цели или на реализацию направления развития. Примерами программ, ориентированных на одну цель, могут служить программы создания территориально-промышленных комплексов (например, Братский комплекс, Тюменский нефтепромышленный комплекс). В этих случаях конечная цель и срок программы формулируются достаточно определенно, а последующее развитие комплексов просматривается ориентировочно. Другим примером такой программы является программа «Аполлон», завершившаяся несколькими высадками космонавтов на Луну.

Примерами программ, ориентированных на конечную цель, могут служить такие, например, программы (или, скромнее, комплексы мероприятий), как повышение производительности труда в отрасли, качества и надежности выпускаемой продукции, повышение рождаемости в стране. В этих случаях целью будет служить достижение заданного уровня основного показателя (показателей), которого можно добиться комплексом проводимых мероприятий. Очевидно, что структуры программы, целью которых являются показатели экономических и социальных систем, существенно будут отличаться от программ, целью которых является достижение материальных результатов.

Примерами программ, ориентированных на направление развития, могут служить космические программы более широкого плана, чем «Аполлон»: например, программы освоения мирового океана, программы использования энергии термоядерных реакций и т. п.

Приведенное выше определение программы требует некоторого уточнения. Выше план был определен как система предварительно принятых решений. Поскольку решения можно принять после того, как сформулированы и приведены в систему цели и задачи, то план определяется и как система целей и задач. Однако в долгосрочных планах генеральные цели могут выступать как цели-проблемы и тогда в отдаленных частях плана вместо системы целей и задач может иметь место система проблем, преобразуемая с течением времени (по мере выполнения плана) в систему целей и задач. Эти преобразования происходят в результате того, что прилагаются усилия и затрачиваются ресурсы на поиск альтернатив решения проблем и, в частности, организуются поисковые НИР. Поисковые мероприятия и поисковые НИР следует соответствующим образом планировать и включать в программу. Если учесть эти обстоятельства, то программу более точно можно определить следующим образом.

Программа — планируемый комплекс экономических, социальных, технических, проектных, производственных и научно-исследовательских мероприятий, направленных на достижение одной генеральной цели или одного генерального направления развития. Заметим при этом, что генеральная цель может быть целью-проблемой. Из данного определения следует отличие долгосрочного плана от программы. Долгосрочный план обычно ориентирован на ведомство или организацию, деятельность которой носит многоцелевой характер, а программа всегда ориентирована на одну цель. Долгосрочный план, ориентированный на ведомство или многоцелевую организацию, образуется из фрагментов ряда программ, в реализации которых участвует данное ведомство (организация, отрасль и т. п.).

Следует заметить, что часто термин «операция» как деятельность (многолетняя) заменяется термином «программа», и под программой понимают и план операции и саму операцию. В соответствии с определенными выше видами операций будем иметь и виды программ: терминальные; развивающиеся; календарно-развивающиеся и, наконец, системы программ всех трех видов и долгосрочных планов. Последнее вызвано необходимостью приведения в единую систему отдельных программ и долгосрочных планов, потребности в ресурсах которых постоянно растут, при общей ограниченности ресурсов народного хозяйства. В следующей главе под календарно-развивающимися программами будут пониматься долгосрочные планы развития отраслей народного хозяйства непроизводственной сферы (оборона, здравоохранение, культура, торговля и проч.). Развитие отраслей производственной сферы будет характеризоваться долгосрочными планами без употребления в отношении их термина «программа».

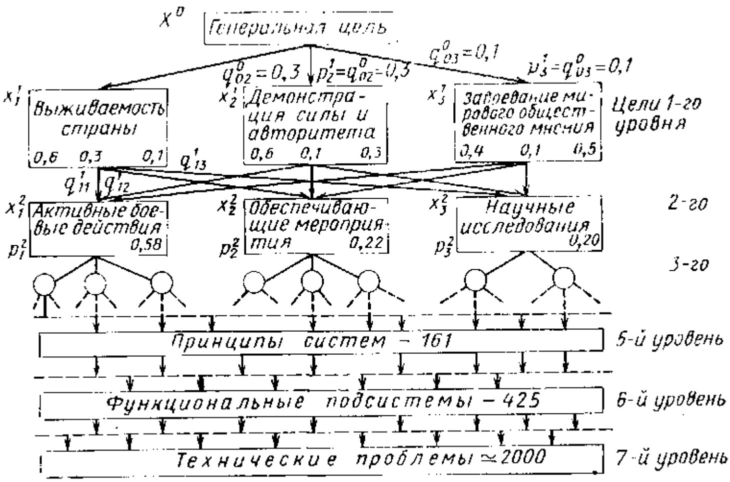


Рис. 3.18.

Следует еще указать на два отличия программ и долгосрочных планов от краткосрочных и среднесрочных (соответственно годовых и пятилетних) планов:

— краткосрочные и среднесрочные планы, как правило, ориентированы на отдельные ведомства, тогда как программы ориентированы на крупномасштабные цели. Из программ формируются средне- и краткосрочные планы ведомств, поскольку каждое ведомство участвует в реализации ряда программ, а каждая программа реализуется совокупным участием ряда ведомств;

— кратко- и среднесрочные планы носят, в отличие от программ и долгосрочных планов, директивный и исполнительный характер.

Построение программ начинается с построения графа целей и задач (рис. 3.13), который носит название структуры программы. В качестве конкретного примера на рис. 3.18 приведена структура программы, построенная по методике PATTERN [51]. При составлении структуры программы бывает полезным установить не только весовые коэффициенты $q^i_{j\nu}$ значимости дуг, выходящих из целей i-го ранга, но и коэффициенты p^i_j значимости целей внутри каждого ранга. Пусть уровень $k=m-1-i$ содержит l_i целей i-го ранга. Введем вектор весовых коэффициентов значимости (важности) целей ранга i

$$p^i=(p^i_1,\ p^i_2,\ \ldots,\ p^i_j,\ \ldots,\ p^i_{l_i}) \qquad (3.9.15)$$

так, что

$$0\leqslant p^i_j\leqslant 1, \qquad (3.9.16)$$

$$\sum_{j=1}^{l_i} p^i_j=1. \qquad (3.9.17)$$

Если обратиться к рис. 3.13, то, очевидно, что компоненты вектора значимости целей 1-го ранга p^1 будут равны весовым коэффициентам дуг, выходящих из цели X^0:

$$p^1_j=q_{0j},\quad 1\leqslant j\leqslant l_1. \qquad (3.9.18)$$

Весовые коэффициенты выходящих из цели дуг определяются руководителями (или специалистами-экспертами). Поскольку они означают не что иное, как значимость средств (целей нижнего уровня), в которые они входят, то, зная весовые коэффициенты целей i-го ранга, из которых выходят дуги, и весовые коэффициенты выходящих из него дуг, можно определить весовые коэффициенты целей $(i+1)$-го ранга, которые, по условию, есть средства достижения целей i-го ранга.

Для дальнейшего несколько упростим обозначения. Обозначим цели i-го ранга как x^i_μ и их весовые коэффициенты p^i_μ $(1\leqslant\mu\leqslant l_i)$. Для целей $(i+1)$-го ранга будем соответственно иметь x^{i+1}_ν, p^{i+1}_ν $(1\leqslant\nu\leqslant l_{i+1})$. Весовые коэффициенты дуг, выходящих из целей i-го ранга к целям $(i+1)$-го ранга, получат обозначения $q_{\mu,\nu}$. Соответственно, для каждой x^i_μ цели ранга i имеем вектор-столбец $q_{i\mu}$ весовых коэффициентов всех выходящих из нее дуг

$$q_\mu=(q_{1\mu},\ q_{2\mu},\ \ldots,\ q_{\nu\mu},\ \ldots,\ q_{l_i\mu}). \qquad (3.9.19)$$

Из вектор-столбцов (19) образуем матрицу $Q_{i,i+1}=\|q_{\nu\mu}\|$, сумма весовых коэффициентов каждого столбца которой по условию (17) равна единице (в соответствии с этим условием и условием (16) $Q_{i,i+1}$ — стохастическая матрица). Зная матрицу $Q_{i,i+1}$ и вектор весовых коэффициентов p^i целей i-го ранга, получаем вектор весовых коэффициентов целей $(i+1)$-го ранга

$$p^{i+1}=Q_{i,\,i+1}p^i. \tag{3.9.20}$$

Имея матрицы $Q_{i,i+1}$ $(1=0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ m-2)$, которые получили название матриц «цели — средства» или решающих матриц, можно в соответствии с (20) определить значимости целей (мероприятий) всех рангов в программе или операции. Это может оказаться полезным при распределении усилий или ресурсов в процессе реализации программы или операции. В программе PATTERN (рис. 3.18) имеются три цели 1-го ранга и три цели 2-го ранга. Весовые коэффициенты целей 1-го ранга равны по условию весовым коэффициентам дуг, выходящих из генеральной цели, т. е. $p^1=(0{,}6;\ 0{,}3;\ 0{,}1)$.

Матрица

$$Q_{1,\,1+1}=\begin{Vmatrix} 0{,}6 & 0{,}6 & 0{,}4 \\ 0{,}3 & 0{,}1 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}3 & 0{,}5 \end{Vmatrix},$$

откуда $p^2=Q_{1,1+1}p^1=(0{,}58;\ 0{,}22;\ 0{,}20)$. Пример применения решающих матриц («цели — средства») для планирования НИОКР будет приведен в следующей главе.

В качестве второго примера структуры программ, целью которых является повышение экономического показателя, приведем структуру программы снижения себестоимости единицы продукции в отрасли или на предприятии (рис. 3.19).

Идея построения программ подобного типа [52] основана на анализе факторов с помощью алгоритмов распознавания образов, основанных на вычислении оценок, разработанных Ю. И. Журавлевым (см., например, [53]). С помощью этих алгоритмов диагноза неудовлетворительной ситуации (например, с себестоимостью) выясняются все причины, породившие неудовлетворительную ситуацию и даже формируются конкретные мероприятия, приводящие к улучшению ситуации.

Идею о весовых коэффициентах дуг и вершин графа целей и задач можно попытаться использовать для формализации принятия решений о назначении целей, т. е. для преобразования графа И/ИЛИ в граф И. Пусть для ранга i цели выбраны и их весовые коэффициенты известны, а для уровня $(i+1)$ имеем n вариантов набо-

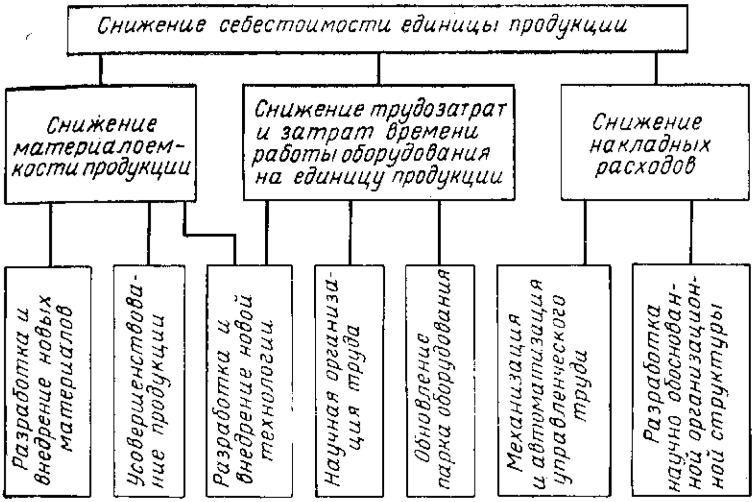


Рис. 3.19.

ра целей или задач, т. е. имеем $p^{s,i-1}$ $(s=1, 2, \ldots, n)$ векторов весовых коэффициентов, определенных по формуле (20).

Положим, что определена скалярная неотрицательная функция вектора $p^{s,i+1}$ для каждого варианта:

$$W_s = W_s(p^{s,i+1}). \qquad (3.9.21)$$

Тогда выбирается вариант, для которого функция имеет максимум

$$W_M = \max(W_1, W_2, \ldots, W_s, \ldots, W_n). \qquad (3.9.22)$$

Таким образом, для $i=1$ определяется вариант набора целей 1-го уровня и его весовые коэффициенты. Далее, аналогичным образом, поступают в отношении 2-го уровня. Используем описанный только что подход для определения весовых коэффициентов всех наборов дуг, выходящих из каждой цели 1-го уровня, затем по формуле (20) определим весовые коэффициенты целей 2-го уровня. После этого можно перейти к дугам, соединяющим цели 2-го и 3-го уровней, к целям 3-го уровня и т. д.

В этом методе трудной является проблема выбора скалярных функций W. Открытым остается также вопрос о том, насколько такая последовательная оптимизация от уровня к уровню обеспечивает действительную оптимизацию распределения усилий и средств при реализации программы в целом.

9.3. Представление программ и комплексных планов операций

Для управления операцией и реализации программы, осуществляемой иерархической организационной системой, необходимо иметь отображения течения операции или реализации программы в виде некоторых граф-схем. Назовем эти граф-схемы моделями осуществляемой операции. Составленные до начала операции, эти модели, в сущности, с различных сторон отображают план операции и именно в этом своем качестве служат целям оперативного управления. Нам представляется, что осуществление операции или реализацию программы можно отобразить четырьмя типами граф-схем или моделей.

1. *Структура программы* (или структура плана операции) или, иначе, граф целей и задач, о котором подробно говорилось выше (см. рис. 3.13, 3.18, 3.19).

2. *Информационная модель*, представляющая собой граф иерархической организационной системы, выполняющей данную операцию или реализующей заданную программу (или ее фрагмент) с указанием всех материальных потоков и потоков информации между органами управления организациями, отделами, службами, производственными подразделениями и т. п.

Информационная модель строится в результате привязки графа целей и задач к структуре организации (или системы организаций), назначения исполнителей, ответственных лиц и выявления информационных и материальных потоков.

3. *Алгоритмическая (процедурная) модель*, указывающая кто, что и в какой последовательности делает. Как следует из самого названия, алгоритмическая модель отображает алгоритм выполнения операции. Алгоритмическая модель изображается хорошо известными

граф-схемами алгоритмов, которые используются при постановке задач для ЭВМ. Алгоритмическая модель может быть получена из «французского» сетевого графика, привязанного к конкретным исполнителям, с добавлением операторов условного перехода.

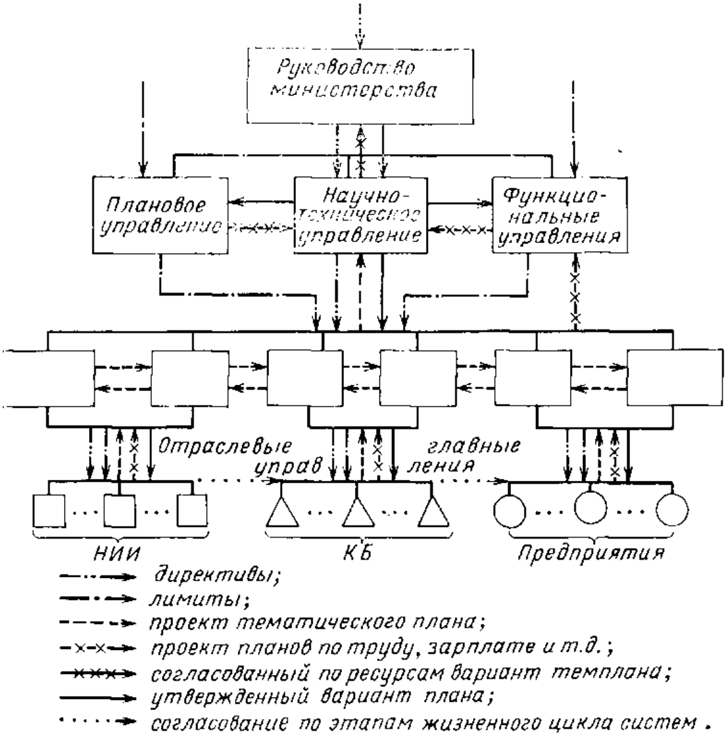


Рис. 3.20.

Алгоритмическая модель является разновидностью исполнительного плана, в котором логически взаимосвязаны все процедуры, частные операции и работы по реализации программы или осуществлению операции. Операторы условного перехода с выходами типа «да», «нет» нужны для отображения итерационных процессов, неизбежных при решениях по анализу и оценке результатов той или иной процедуры или работы. Сами процедуры, работы и частные операции представляются операторами безусловного перехода.

4. *Сетевая модель* операции, или программы (обычно в американском начертании), привязанная к календарю. Эта модель дает представление о развитии операции или реализации программы во времени. Сетевые модели (графики) достаточно хорошо известны и на них не стоит останавливаться. Укажем только, что если в алго-

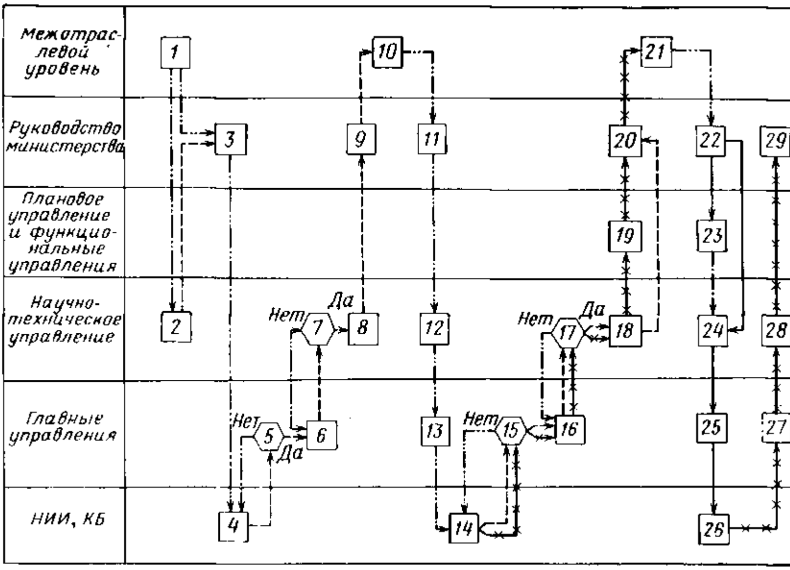


Рис. 3.21.

ритмической модели операторы условного перехода включены в основные процедуры и работы (с учетом времени, затрачиваемого на итерации, связанные с доработками и согласованиями), то алгоритмическая модель превращается в сетевой график во французском начертании, от которого можно перейти к привычному сетевому графику.

Примеры структур программ уже приводились на рис. 3.18, 3.19, сетевые графики работ — на рис. 3.15 (способы их построения хорошо известны). Осталось проиллюстрировать примерами информационные и алгоритмические модели.

Выше указывалось, что составление планов и программ представляет по сути такие же операции, как и операции по достижению материальных результатов.

Таблица 3.2

1	Постановление о разработке пятилетнего плана (с общими указаниями по наиболее важным целям)
2	Подготовка приказа министра о порядке и сроках разработки плана
3	Утверждение приказа (с уточнением основных целей)
4	Подготовка предложений по важнейшим научно-техническим проблемам
5	Анализ предложений НИИ, КБ по их соответствию основным требованиям
6	Разработка предложений по основным направлениям научно-технической деятельности подотрасли
7	Анализ предложений Главных Управлений (ГУ) по их соответствию основным целям
8	Подготовка материалов для сводного доклада по основным направлениям научно-технического развития отрасли
9	Доклад
10	Принятие решений о коррекции предложений министерства по достижению основных целей
11	Выработка указаний на основе решений правительственных органов
12	Выработка указаний по разработке проектов пятилетних планов ГУ
13	Выработка указаний по формированию проектов планов НИИ, КБ
14	Разработка проекта плана НИР и ОКР
15	Анализ и отбор проектов планов НИИ, КБ в соответствии с целями и возможностями ГУ
16	Разработка проекта сводного по ГУ плана НИР и ОКР
17	Анализ и отбор проектов планов ГУ в соответствии с целями и возможностями отрасли
18	Разработка проекта сводного по отрасли плана НИР и ОКР
19, 20	Рассмотрение проекта отраслевого плана НИР и ОКР
21	Утверждение показателей отраслевого плана НИР и ОКР
22—24	Разработка директив по показателям плана НИР и ОКР по отрасли и ГУ
25	Формирование и утверждение показателей плана НИР и ОКР для НИИ, КБ
26	Разработка окончательных вариантов тематических планов НИИ, КБ
27—29	Формирование сводных планов по ГУ и отрасли

Проиллюстрируем использование упомянутых моделей примером операции формирования пятилетнего плана НИР и ОКР отрасли промышленности *).

На рис. 3.20 приведена информационная модель с указанием всех видов потоков информации между организациями (материальных потоков здесь, разумеется, быть не может), на рис. 3.21 — алгоритмическая модель, наименование всех блоков которой приведено в табл. 3.2.

Заметим, что информационные алгоритмические и сетевые модели используются в Германской Демократической Республике при составлении, например, пятилетних планов и публикуются в правительственных вестниках вместо многословных инструкций о порядках планирования (см., например, [54]).

9.4. Виды планов и природа планирования

Говоря о любом плане, следует иметь в виду субъект плана (руководитель, орган планирования и управления, организационная система) и объект плана (любая сфера деятельности, где осуществляются операции). Этим обусловлено многообразие таких планов, как экономические, производственные, политические, военные, социальные, народного образования, учебные, планы личного поведения и т. п.

С точки зрения субъекта плана, планы в народном хозяйстве можно разделить на три вида **):

— сложившиеся к настоящему времени виды планов в народном хозяйстве, которые условно назовем приемлемыми планами;

— оптимальные планы, основанные на использовании экономико-математических методов и ЭВМ;

— системы средне- и краткосрочных планов, вытекающих из системы программ развития и долгосрочных планов народного хозяйства, которые носят не только оптимальный, но и адаптивный характер. В связи с этим целесообразно поставить вопрос о третьем виде планов — адаптивном.

---

*) В этой операции планирования отражены программно-целевые принципы, о которых подробнее будет сказано в следующих главах.

**) В этом разделе классификация планов и обсуждение природы планирования проводится в основном по Р. Акоффу [50].

Приемлемое планирование и его методы — это сложившиеся обычные методы планирования, как правило, без применения ЭВМ и экономико-математических методов или при частичном (несистемном) их использовании. Типичный прием плановиков в этом случае — это планирование «от возможностей», от «базы», с учетом так называемого естественного роста. При постановке новых целей почти не рассматриваются альтернативные пути их достижения. Если перед планированием разрабатывается прогноз, то опять-таки часто в единственном варианте. При этом предполагается, что прогноз именно в этом варианте и осуществляется. При приемлемом планировании часто деятельность, связанная с выявлением и устранением прошлых недостатков и просчетов, идет в ущерб анализу перспектив и выявлению будущих возможностей. При приемлемом планировании обычно стараются не затрагивать организационных вопросов, в связи с чем не организация подстраивается под цели и задачи, а наоборот, новые цели и задачи стремятся решать в старой организационной структуре. Это приводит к трудностям в решении народнохозяйственных задач, носящих принципиально межотраслевой характер. Именно таких задач в последние годы становится все больше и больше.

Оптимальное планирование — крупный шаг вперед по сравнению с приемлемым планированием, дающий в некоторых случаях большой экономический эффект.

При оптимальном планировании стремятся составить не просто приемлемые, а в каком-то смысле наилучшие планы. При оптимальном планировании широко используются экономико-математические методы и методы исследования операций, когда варьируемые показатели плана (управления) выбираются из условий экстремума меры эффективности операции или мероприятия. Использование этих методов предполагает сотрудничество плановиков-практиков и руководителей с так называемыми операционистами или аналитиками, владеющими методами исследования операций и умеющими решать задачи исследования операций с помощью ЭВМ. При оптимальном планировании возникает стремление к количественному выражению целей стратегий, к составлению моделей, учитываются ресурсы в натуральном, а не только в денежном исчислении, как это иногда бывает при приемлемом планировании. Однако нужно заметить, что оптимальное планирование не носит комплексного характера в силу ряда причин. Математические модели оптимального планирования, как правило, отражают какую-либо одну (пусть наиважнейшую, но все же одну) сторону планируемой деятельности (мероприятия, операции). Наиболее распространенная модель оптимального планирования (3.3) отображает не систему решений, а одно решение (поэтому не совсем правомерно (3.3) называть моделью оптимального планирования). Решение модели типа (3.3), получаемое автоматически на ЭВМ, как уже отмечалось, просто указывает на такое начальное распределение ресурсов, при котором желаемый результат будет в каком-либо смысле оптимальным. Сама же деятельность как процесс (кому, что, когда сделать и т. п.) при этом вовсе не затрагивается. Для придания оптимальному планированию комплексного характера предпринимаются усилия для перехода от отдельных моделей к системам моделей. Однако получение автоматического решения для системы моделей (автоматическое комплексное планирование), особенно при средне- и долгосрочном планировании, будет делом необычайно трудным, а с нашей точки зрения, и нецелесообразным.

Так, например, задание (9.4) можно в принципе получить автоматически на ЭВМ на основе, например, модели (3.3) или ей аналогичной. Соответствующим образом можно поступать и на каждом следующем нижнем уровне, сводя таким образом многоуровневую многоцелевую систему последовательно к одноуровневым одноцелевым, каждая из которых будет оптимальной. Разумеется, что в этом случае ничего нельзя сказать об оптимальности систем в целом. Образование системы из отдельных моделей возможно и целесообразно путем неформализованных решений руководства, но здесь мы уже переходим в область системного анализа, когда необходимо вовлечение руководства в процесс планирования. Все это уже относится к третьему виду планирования — адаптивному.

К другим недостаткам оптимального планирования можно отнести следующие:

— операционисты избегают обычно проблем, математические модели для которых не получаются;

— при оптимальном планировании, как и при приемлемом, не анализируется и не затрагивается организационная структура; это, возможно, связано с тем, что почти не развит иерархический аспект оптимального планирования, и поэтому нет базы для сопоставления оптимальной иерархии целей и задач с иерархией организаций, реализующих эти цели и задачи;

— операционисты не всегда активно участвуют в реализации своих моделей, а когда они не реализуются и не применяются, они склонны винить в этом руководство и плановиков-практиков; это происходит из-за того, что руководство и операционисты — это различные группы: операционисты выступают как посредники между сферой руководства и сферой математики и ЭВМ или АСУ, руководство оказывается не вовлеченным в сам процесс планирования с помощью математических методов и АСУ.

Адаптивное планирование. У этого планирования, если иметь в виду сферу исследований и разработок, нет пока ни систематической методологии, ни достаточно полной концепции *). Заметим только, что адаптивное планирование включает в себя все достоинства оптимального планирования, учитывает организационные проблемы, персонифицирует план как систему взаимосвязанных решений. Кроме этого, адаптивное планирование направлено на создание человеко-машинных систем планирования, позволяющих полнее использовать в процессе планирования опыт и интуицию руководства. В настоящее время можно указать три принципиальные особенности адаптивного планирования.

Ценность и одна из важных особенностей адаптивного планирования заключается в том, что руководство данной организации непосредственно вовлекается в процесс формирования и составления планов. При таком подходе оказывается возможной реализация идей системного анализа, в единую систему завязываются математические модели отдельных аспектов и рассчитываются последствия тех или иных решений. При адаптивном планировании и при использовании, в частности, байесовского подхода происходит процесс обучения руководства и процедуры планирования и управления сближаются с процедурами научного исследования [3].

В современных условиях, особенно при планировании развития больших систем, возникает необходи-

*) Ниже, при изложении программного планирования, будет видно, что оно имеет некоторые черты адаптивного планирования.

мость проведению операции предпослать эксперимент с математической моделью операции, реализованной на ЭВМ. В этом эксперименте должен лично участвовать руководитель операции по созданию большой системы.

Роль операционистов в адаптивном планировании заключается теперь не в том, чтобы на основе использования ЭВМ выступать в качестве советчиков или составителей вариантов оптимальных планов, а в разработке предложений по более совершенным структурам управления, обеспечивающим вовлечение руководства в процесс планирования с использованием ЭВМ. В результате этого будет развиваться интуиция руководства и будет происходить его обучение. Необходимо подчеркнуть, что описанная первая особенность адаптивного планирования (за исключением, может быть, математических процедур и ЭВМ) издавна является особенностью планирования боевых операций. Это планирование характерно личным участием в нем руководства, а эксперименту на математической модели операций соответствует штабной проигрыш операции.

Вторая принципиальная особенность адаптивного планирования заключается в том, что при планировании формируется организация или система организаций, обеспечивающая эффективный контроль и управление планируемой операции. Это также характерная черта планирования боевых операций, прямо вытекающая из данного выше определения операции. К сожалению, в промышленности при разработке сложных комплексов и больших систем такой подход к планированию почти не развит, т. е. при планировании разработки вместо создания организации или системы организаций целевого типа довольствуются образованием так называемой кооперации исполнителей. Кооперация же в буквальном смысле слова означает добровольное соглашение. Руководство и управление на такой основе вряд ли может быть достаточно эффективным, что и подтверждается практикой. Создание подлинной эффективной организации вместо кооперации исполнителей помимо всего прочего приведет к уменьшению потребностей в ретроспективном планировании (планирование, ориентированное на исправление просчетов, допущенных в прошлых решениях) и перенесет центр тяжести на перспективное планирование, связанное с образованием для системы желаемых ситуаций в будущем.

Третья принципиальная особенность адаптивного планирования связана со степенью знания будущего. Эти знания могут быть: определенными, неопределенными разной степени и полностью отсутствовать.

В первом случае ясно, что делать для оптимизации решений. Во втором случае, если известны статистические характеристики, для оптимизации решений используются различные варианты стохастического программирования. Если же степень неопределенности выше и ряд аспектов будущего недостаточно определен, но можно себе представить его различные варианты, то здесь и планирование следует осуществлять по вариантам, т. е. для каждого мыслимого состояния среды в будущем подготовить свой план. Планирование по вариантам может быть существенно усовершенствовано путем использования системного анализа. При большой неопределенности начинает все шире использоваться игровой подход и расчет на гарантированный результат. В процессе реализации плана возможно снижение неопределенности за счет последовательного применения теоремы Байеса с использованием экспертных оценок и так называемого пофазного принятия решений. Последнее используется при управлении исследованиями и разработками (см. ниже).

При полностью непредвиденных событиях будущего (стихийные бедствия, научно-технические перевороты и т. п.) ничего другого не остается, как изыскивать методы создания организаций, которые окажутся в состоянии быстро и эффективно реагировать на неожиданности.

Необходимо подчеркнуть, что развитие и совершенствование планирования и управления теснейшим образом связано с использованием аналитических методов. Судя по литературным данным, в США можно выделить три этапа в развитии аналитических методов при принятии решений и управлении.

Первый этап (50-е годы) характеризуется стремлением добиться улучшений главным образом за счет математизации решений. Методы исследования операций широко распространяются на самые различные сферы деятельности. Решение оптимизационных задач происходит на ЭВМ несистемным образом. По времени это совпадает с использованием ЭВМ первого и второго поколений.

Второй этап (первая половина 60-х годов) характеризуется стремлением решить проблемы планирования и управления на основе использования информационно-вычислительных систем (интегрированные системы обработки данных) и проведения организационных мероприятий. Решение оптимизационных задач таким образом превращается в систему.

Третий этап (вторая половина 60-х — начало 70-х годов) характеризуется стремлением сблизить формальный анализ с деятельностью ответственных руководителей, направить непосредственно аналитические методы и ЭВМ на усиление способностей руководителей принимать более обоснованные и эффективные решения. В области методологии более широко применяются количественные методы принятия решений, системного анализа, экспертных оценок, прогнозирования, деловых игр, машинной имитации операций.

В области организации этот этап характеризуется усилением внимания к вопросам взаимодействия операционистов (специалистов по системному анализу) и управляющих и к мерам, обеспечивающим своевременное и эффективное доведение результатов анализа до управляющих (в наиболее приемлемой форме).

В области техники этот этап характерен усилением гибких форм использования электронно-вычислительной техники (системы с разделением времени, системы, работающие в реальном масштабе времени, подключение видеотерминалов и т. п.), позволяющих управляющим непосредственно обращаться к ЭВМ без посредников.

Третий этап характерен также усиленным вниманием к обучению и переподготовке управленческих кадров. Видимо, на этом этапе начинают реализовываться идеи адаптивного планирования и управления.

4 НАРОДНОЕ ХОЗЯЙСТВО КАК РАЗВИВАЮЩАЯСЯ СИСТЕМА

Сущность плана именно в том и состоит, что он должен показать не только то, чего нужно достичь в конечном счете, но также показать, как это сделать, каковы рычаги выполнения плана и как должно развертываться выполнение во времени и в пространстве.

В. В. КУЙБЫШЕВ *)

1. ФАКТОРЫ И МАКРОМОДЕЛИ РАЗВИТИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА

Можно выделить три основных фактора, определяющих развитие народного хозяйства:

1) рост населения;

2) рост производства в соответствии с законом расширенного воспроизводства, о котором догадывался Кенэ и который впервые четко сформулировал Маркс; этот закон основан на свойстве общества производить больше, чем оно потребляет, отсюда возможность накоплений и использования их на расширение производства;

3) наука и научно-технический прогресс, которые приводят к обновлению компонент вектора товаров и услуг, производимых в народном хозяйстве.

Все три фактора растут приближенно по экспоненциальному закону. Население земного шара удваивается примерно за каждые 40 ... 50 лет. При постоянной норме накопления темп роста в модели народного хозяйства будет задаваться экспоненциальным законом. Наконец, тезаурус научных знаний также растет примерно по экспоненте. Это обстоятельство было в свое время подмечено Энгельсом, когда он говорил, что наука движется вперед пропорционально массе знаний, унаследованных ею от предшествующих поколений.

Заметим, что рост экономики народного хозяйства в соответствии со вторым фактором — это экстенсивный

*) См. в книге *Сорокин Г. М.* «Планирование народного хозяйства СССР». М., Соцэгиз, 1961.

рост. Третий фактор обеспечивает интенсивную составляющую роста народного хозяйства. Лет 30 ... 40 тому назад, до научно-технической революции, интенсивная составляющая проявлялась только на относительно больших интервалах времени (лет 20 ... 30). Сейчас она проявляется на очень коротких интервалах времени — около 5 лет и даже менее. Интенсивная составляющая проявляется, в первую очередь, в ускоренном обновлении компонент вектора товаров и услуг.

Первой наиболее четко сформулированной динамической моделью экономики явилась созданная К. Марксом модель расширенного воспроизводства, представленная в числовой форме. Эта модель далее разрабатывалась и развивалась В. И. Лениным *). Модель расширенного воспроизводства, созданная К. Марксом, отображает фундаментальную закономерность экономического развития (способность общества производить больше, чем оно потребляет), поэтому, по выражению В. И Ленина, она будет справедлива «даже при чистом коммунизме». Числовая модель Маркса может быть представлена следующим образом [2]:

$$\begin{array}{ll}
n\text{-й цикл} & c_n^1 + v_n^1 + m_n^1 = \boxed{X_n^1} \\
 & c_n^2 + v_n^2 + m_n^2 = X_n^2 \\
(n+1)\text{-й цикл} & \boxed{c_{n+1}^1} + v_{n+1}^1 + m_{n+1}^1 = X_{n+1}^1 \\
 & \boxed{c_{n+1}^2} + v_{n+1}^2 + m_{n+1}^2 = X_{n+1}^2
\end{array}$$

где $X_n = X^1{}_n + X^2{}_n$ — совокупный общественный продукт, полученный за один цикл (например, год) производства; $c^i{}_n$ $(i = 1,\ 2)$ — постоянный капитал; v^i_n $(i = 1,\ 2)$ — переменный капитал; $m^i{}_n$ $(i = 1,\ 2)$ — прибавочная стоимость.

Индекс ^{1} относится к первому подразделению: производству орудий, средств производства (основных фондов, машин, станков и т. п.) и предметов труда (сырье, промежуточные продукты, энергия и т. п.); индекс ^{2} — ко второму подразделению: к производству предметов потребления.

В натуральном выражении $X^1{}_n$ и его составляющие — это орудия, средства производства и предметы труда,

*) Описание этой модели дано в [1].

выпущенные промышленностью за один цикл (год); X^2_n в натуральном выражении — это предметы потребления, выпущенные промышленностью за один цикл (год).

В стоимостном выражении v^i_n и m^i_n $(i=1, 2)$ — стоимость рабочей силы и прибавочного продукта в обоих подразделениях, c^i_n $(i=1, 2)$ представляет собой так называемый фонд возмещения, состоящий из стоимости затраченных на производство продукта X^i_n $(i=1,2)$ предметов труда и стоимости изношенных за цикл производства основных фондов.

Условием воспроизводства является равенство

$$c_{n+1}=c^1_{n+1}+c^2_{n+1}=X^1_n \tag{4.1.2}$$

или

$$X^1_n=c^1_n+c^2_n+\Delta c_n \tag{4.1.2a}$$

указывающее, что весь продукт первого подразделения за n-й год используется в качестве суммарного фонда возмещения следующего $(n+1)$-го года. Так как, кроме того,

$$X^1_n=c^1_n+v^1_n+m^1_n, \tag{4.1.3}$$

то из (4.1.2а) и (3) следует, что

$$\Delta c_n=v^1_n+m^1_n-c^2_n. \tag{4.1.4}$$

Очевидно, что производство будет расширяться, если первая разность суммарных основных фондов и предметов труда будет положительной, т. е.

$$\Delta c_n>0 \tag{4.1.5}$$

или

$$v^1_n+m^1_n>c^2_n. \tag{4.1.6}$$

Последнее выражение представляет собой знаменитое условие расширенного воспроизводства, открытое и впервые сформулированное К. Марксом. В числовой модели К. Маркса все пропорции между экономическими переменными постоянны, поэтому всегда можно установить связь между предыдущими и последующими значениями переменных в виде разностного уравнения первого порядка, например:

$$c_{n+1}=\rho c_n \tag{4.1.7}$$

или

$$X_{n+1}=\rho X_n, \tag{4.1.7a}$$

где

$$\rho=\frac{1+1/\mu_1+\nu_1/\mu_1}{1+\gamma} \qquad (4.1.8)$$

($\gamma=c_n^2/c_n^1$, $\mu_i=c_n^i/v^i$, $i=1,\ 2$, — органическое строение материальных издержек; $\nu_i=m_n^i/v_n^i$, $i=1,\ 2$, — норма прибавочного продукта).

Если X_0 — значение переменной для базового года, то решением (7а) будет соотношение

$$X_n=X_0\rho^n, \qquad (4.1.9)$$

при $\rho>1$ имеет место расширенное воспроизводство, при $\rho=1$ — простое воспроизводство, при $\rho<1$ производство будет идти на убыль. Условие $\rho>1$ или $1/\mu_1+\nu_1/\mu_1>\gamma$, очевидно, тождественно условию (6). Выражение (9) характеризует ступенчатый характер нарастания совокупного общественного продукта.

Огибающая ступенчатого процесса представляет собой экспоненту, являющуюся решением уравнения

$$X=X_0e^{\eta t}, \qquad (4.1.10)$$

$$\frac{dX}{dt}=\eta X, \qquad (4.1.11)$$

где

$$\eta=(\ln\rho)/T \qquad (4.1.12)$$

(T — длительность цикла).

В числовой модели К. Маркса $\rho\approx1{,}1$ и темп роста экономики $(\rho-1)\cdot100\%\approx10\%$. Поскольку темп роста обычно не превышает 10%, будем считать, что $\eta\approx\rho-1$ и рассматривать в качестве темпа роста в непрерывных моделях величину $\eta=\dot{X}/X$. Темп роста экономики в данной модели при неизменных пропорциях в первом подразделении, точнее, при $\beta=1/\mu_1+\nu_1/\mu_1=\mathrm{const}$, увеличивается с уменьшением $\gamma=c^2{}_n/c^1{}_n$, т. е. с ростом основных и оборотных фондов первого подразделения по отношению ко второму. Точно так же происходит увеличение темпа роста с увеличением $\beta=(v^1{}_n+m^1{}_n)/c^1{}_n$, т. е. с ростом чистого выхода продукции первого подразделения по отношению к фонду возмещения в том же подразделении. Уменьшение γ и возрастание β в общем говорят об одном и том же: об увеличении капиталовложений в основные фонды. Поэтому целесообразно объединить оба эти параметра в один параметр управления экономикой.

Для этой цели запишем уравнение баланса или уравнение распределения совокупного общественного продукта к концу n-го цикла

$$X_n = D_n + A_n + \Delta\Phi_n + \Delta K_n + H_n, \qquad (4.1.13)$$

где D_n — предметы труда n-го цикла; A_n — стоимость возмещения основных фондов; K_n — суммарные основные фонды, накопленные в стране к концу n-го цикла; Φ_n — суммарные непроизводственные фонды и резервы государственного назначения, накопленные к концу n-го цикла и не используемые непосредственно для развития экономики; H_n — предметы потребления, выпущенные в течение n-го цикла; ΔK_n и $\Delta\Phi_n$ приращения фондов в течение n-го цикла.

Возвращаясь к схеме К. Маркса для расширенного воспроизводства, заметим, что

$$D_n + A_n = C_n, \quad \Delta\Phi_n + \Delta K_n = v^1{}_n + m^1{}_n \text{ и } H_n = v^2{}_n + m^2{}_n.$$

Представим уравнение (13) в виде следующего уравнения баланса:

$$X_n = a_D X_n + Y_n, \qquad (4.1.14)$$

где $a_D = D_n / X_n = \mathrm{const}$ — норматив удельного расхода предметов труда на единицу общественного продукта;

$$Y_n = S_n + R_n \qquad (4.1.15)$$

— валовой конечный продукт, созданный в течение n-го цикла;

$$S_n = A_n + \Delta K_n \qquad (4.1.16)$$

— валовые инвестиции в основные фонды;

$$R_n = \Delta\Phi_n + H_n \qquad (4.1.17)$$

— годовой фонд потребления непроизводственных фондов и предметов потребления.

Производство в n-м цикле осуществляется с использованием основных фондов K_{n-1}. Считая, что износ A_n пропорционален общему количеству фондов, вместо (16) получаем

$$\Delta K_n = S_n - qK_{n-1} \qquad (4.1.18)$$

или

$$K_n = S_n + (1 - q) K_{n-1}, \qquad (4.1.19)$$

где q — норма износа (амортизации) основных фондов.

Пусть

$$S_n = uY_n, \tag{4.1.20}$$

где $u (0 \leqslant u \leqslant 1)$ — фактор управления и

$$Y_n = a_к K_{n-1}. \tag{4.1.21}$$

Здесь $a_к$ — коэффициент фондоотдачи по конечному продукту. Теперь из (14), (20), (21) получаем уравнение развития экономики

$$K_{n+1} = (1 - q + a_к u) K_n. \tag{4.1.22}$$

Соответственно

$$Y_{n+1} = \rho Y_n \tag{4.1.22а}$$

$$X_{n+1} = \rho X_n, \tag{4.1.22б}$$

$$R_{n+1} = \rho R_n, \tag{4.1.22в}$$

где

$$\rho = 1 - q + a_к u. \tag{4.1.23}$$

Как видно, темп роста экономики $a_к u - q$ при заданных фондоотдаче и возмещении определяется фактором управления, т. е. долей капиталовложений в конечном продукте Y.

Рассмотрим теперь одномерную модель народного хозяйства, учитывающую все три фактора роста экономики [2]. Все переменные в уравнениях модели будем считать функциями непрерывного времени t. Модель состоит из трех уравнений: 1) уравнения баланса общественного продукта, произведенного за год; 2) уравнения производства (производственной функции) и 3) уравнения роста основных фондов.

1) Уравнение баланса в стоимостном выражении запишется в виде

$$X = aX + Y, \tag{4.1.24}$$

где X — валовой продукт, произведенный в единицу времени (год); aX — часть валового продукта, затраченного на производство в течение данного года $(0 \leqslant a \leqslant 1)$; Y — конечный продукт, полученный за год

$$Y = S + R, \tag{4.1.25}$$

где S — фонд накопления; R — фонд потребления.

2) Уравнение производства (производственная функция) выразится следующим образом:

$$X = F(K,\ L,\ t)$$

или

$$Y = (1-a)F(K,\ L,\ t), \tag{4.1.26}$$

где K — средства производства (основные фонды промышленности); $L = L_0 e^{nt}$ — количество населения (рабочая сила). Запишем выражение (26) в форме производственной функции Кобба — Дугласа:

$$Y = K^{\alpha}(e^{pt}L)^{1-\alpha}, \tag{4.1.27}$$

где p — показатель технического прогресса, отражающий влияние науки на рост производства; α — эмпирический коэффициент.

3) Уравнение роста основных фондов имеет вид

$$\dot{K} = S - qK. \tag{4.1.28}$$

Введем новые переменные:

$$\varphi_y = \frac{Y}{L}e^{pt};\ \varphi_k = \frac{K}{L}e^{pt};\ \varphi_r = \frac{R}{L}e^{pt} = (1-u)\varphi_y,$$

где $u = S/Y$ — норма накопления, которую будем считать постоянной.

В новых переменных уравнения (27) и (28) примут вид

$$\varphi_y = \varphi_k^{\alpha}, \tag{4.1.29}$$

$$\dot{\varphi}_k = u\varphi_y - h\varphi_k, \tag{4.1.30}$$

где $h = q + p$. Из (29) и (30) получим уравнение

$$\dot{\varphi}_k = u\varphi_k^{\alpha} - h\varphi_k.$$

Последнее имеет устойчивое стационарное решение, когда

$$\dot{\varphi}_k = 0$$

или

$$0 = u\varphi_k^{\alpha} - h\varphi_k. \tag{4.1.31}$$

Из (31) находим $\varphi_k=(u/h)^{1/(1-\alpha)}$; зная выражение для φ_k, находим

$$\varphi_y=(u/h)^{\alpha/(1-\alpha)},$$

$$\varphi_r=(1-u)(u/h)^{\alpha/(1-\alpha)}.$$

Заметим, что $\varphi_r=0$ при $u=0$ и $u=1$, следовательно, φ_r при некотором u принимает максимальное значение. Этот максимум достигается при $u=\alpha$. Обозначим его через $\varphi_{r\max}$.

Имея в виду, что $\varphi_r=\left(\frac{R}{L}\right)e^{-pt}=re^{-pt}$, где r — потребление на душу населения, получим,

$$r=\varphi_{r\max}e^{pt}.$$

Таким образом, потребление на душу населения в стационарном режиме растет с ростом научно-технического прогресса (как бы ни росло население). Таким же образом растут в расчете на душу населения основные фонды и конечный продукт:

$$k=\frac{K}{L}=\varphi_k e^{pt};\ y=\frac{Y}{L}=\varphi_y e^{pt}.$$

В соответствии с линейной зависимостью (21) по такому же закону должна расти общественная производительность труда

$$x=\frac{X}{L}=\varphi_x e^{pt},$$

где $\varphi_x=\varphi_y/(1-a)$.

Как видно решающим фактором роста экономики в показателях, отнесенных на душу населения, является научно-технический прогресс. Показатель научно-технического прогресса p получается путем обработки статистической информации. В разрабатываемых моделях научно-технического прогресса (см., например, [3]) ставится цель прогнозирования этого показателя. Необходимый уровень показателя p (и частных показателей по отраслям народного хозяйства) обеспечивается специально организованной системой планирования и управления научно-техническим прогрессом, о чем очень кратко будет сказано ниже.

Рассмотренная модель (или ей аналогичные) развития народного хозяйства может быть использована как модель долгосрочного прогнозирования развития народного хозяйства, в том числе как модель роста фонда потребления и роста фонда накопления,

$$R = L\varphi_r e^{\rho t};\ S = L\varphi e^{\rho t},$$

где

$$\varphi = u(u/h)^{\alpha/(1-\alpha)},$$

с учетом распределения этих фондов по отраслям и статьям расходов.

2. СИСТЕМА ЦЕЛЕЙ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ЕГО РАЗВИТИЕ

Развитием социалистического народного хозяйства можно управлять не иначе чем через систему его планирования, точнее через систему долгосрочного планирования, следствием которой являются системы среднесрочных (пятилетних) и краткосрочных (годовых) планов. Поэтому предметом дальнейшего изложения в этой главе будет описание предполагаемого варианта программного планирования народного хозяйства, имеющего три важнейшие особенности или три исходных принципа [4—6].

1. Планирование осуществляется *от первичных целей* социалистического общества (цели в области народного благосостояния и обороны) или его потребностей. Следствием такого подхода является составление народнохозяйственных планов и программ, исходя из *конечного продукта*.

2. Обеспечивается *интеграция научно-технического и производственного планирования* за счет комплексного планирования по так называемому жизненному циклу технических систем, оборудования, изделий и т. п. и формирования системы ответственности заказчик — исполнитель.

3. Существующие отраслевые и территориальные структуры руководства и управления дополняются целевой структурой руководства и управления для реализации терминальных программ создания больших систем и территориально-промышленных комплексов межотраслевого и надотраслевого значения. На этой третьей особенности необходимо остановиться несколько подробнее.

В разработке и создании больших систем принимают участие в качестве поставщиков отдельных подсистем десятки тысяч предприятий, относящихся к самым различным отраслям производственной сферы. Примерами таких больших систем могут служить производственный комплекс по добыче и переработке нефти в Северо-Западной Сибири или космические комплексы типа «Аполлон» со всеми наземными сооружениями и ракетоносителями (в программе «Аполлон» принимали участие около 20 000 фирм).

Проектирование и разработка подобных больших систем с увязкой деятельности десятков тысяч предприятий представляет собой сложнейшую долговременную операцию, проведению которой предшествует разработка соответствующей программы. Для разработки программы и проведения такой операции, как уже указывалось выше, необходимо планировать и образовывать специальные целевые организации (центры руководства) в полном соответствии с приведенными выше определениями операции, когда все без исключения ресурсы, выделяемые на разработку и создание большой системы, сосредоточиваются в руках целевого руководства. Только в этом случае разработка будет вестись по единому замыслу, по единому плану и вероятность выполнения разработки в расчетный срок будет достаточно высокой.

Поскольку в народном хозяйстве одновременно проводится разработка нескольких больших систем, то наряду с отраслевыми руководствами необходимо также целевое руководство (в некоторых случаях того же ранга, что и отраслевое). Это обстоятельство приводит к *матричной организационной структуре* всей производственной сферы, к структуре, которая является обычной для любого НИИ и КБ. Это означает, что в промышленности, как и в вооруженных силах, будут иметь место все три вида управления: отраслевое, территориальное и целевое. Наличие целевого управления придаст гибкость всей организационной структуре управления народным хозяйством, позволит ей адаптироваться к изменяющимся целям и задачам народного хозяйства.

Целевая форма руководства наиболее подвижна по сравнению с другими формами (отраслевой и территориальной) и в первую очередь оказывается объектом планирования при формировании программ. Создание матричной структуры и целевого руководства в народном хозяйстве дело непростое, поскольку требуется решить ряд правовых и финансовых проблем, а также проблем подчиненности и управления. Однако, несмотря на все трудности, проблему матричной организационной структуры промышленности решать нужно.

Управление разработками больших систем на основе существующего сейчас принципа кооперации исполнителей не является достаточно эффективным, поскольку руководитель разработки (главный конструктор) часто не в состоянии управлять разработкой в соответствии с изложенными выше принципами управления операциями.

Упомянутые три особенности (или принципа) полностью объясняют и оправдывают понятие и название *«программное планирование»*. При программном планировании мы всегда вынуждены рассматривать систему программ. А это означает, что при рассмотрении программного планирования необходимо установить систему целей народного хозяйства. Эта проблема не так проста и очевидна. При образовании системы целей легко спутать уровни иерархии целей, иными словами, спутать цели со средствами. Это часто бывает, когда какое-либо средство давно стало трудноразрешимой проблемой, узким местом, и оно волей-неволей выдвигается в ряд (в уровень) целей, чьим средством оно должно было бы быть на самом деле. Нам представляется не противоречивой в указанном смысле следующая система целей.

Первичными целями (или целями первого рода) являются цели в области народного благосостояния: потребления личного и общественного, здравоохранения, общего образования, культуры, жилищного строительства, коммунально-бытового обслуживания, обслуживания транспортом, связью и т. п. и цели в области обороны, включая внешнюю политику.

Средствами для достижения целей I рода, как основных целей социалистического общества, служат цели II рода (2-го уровня) — это цели развития собственного производства (цели в области обрабатывающей, добывающей промышленности и сельского хозяйства, тяжелой, легкой промышленности, металлургии, энергетики, нефтехимии, строительной индустрии, промышленности продовольственных товаров и т. п.). К целям II рода отнесем также цели в области науки, научно-технического прогресса и специального образования. Очевидно, что цели I и II рода образуют матричную структуру или матрицу «цели — средства». Вообще возможно дальнейшее упорядочение целей в народном хозяйстве в последовательность матричных структур. Так, если целями II рода (уровня) считать только цели обрабатывающей промышленности, то цели добывающей промышленности и сельского хозяйства будут средствами достижения целей 2-го уровня, т. е. целями 3-го уровня и т. д. Однако эту проблему мы оставим в стороне. Отметим только одну важную особенность. Отрасли производственной сферы для повышения эффективности руководства ими, не затрагивая организационно-управляющей структуры каждой из них, целесообразно объединить в комплексы отраслей по их целевой направленности [7]. В этом случае появятся такие отраслевые комплексы, как комплексы машиностроительных отраслей, энергетических отраслей, транспортных отраслей и т. п. В эти комплексы ни в коем случае не должны входить отрасли непроизводственной сферы (здравоохранение, торговля, оборона, культура и т. п.), так как это приведет к разрушению системы ответственности заказчик — исполнитель. Образование комплексов отраслевой производственной сферы ничего не изменит в тех принципах, которые изложены далее.

Цели I рода в нашем рассмотрении будем считать экзогенными по отношению к экономической системе, а цели II рода — эндогенными целями. Такое разделение носит в известном смысле условный характер, поскольку, например, достижение тех или иных целей в области народного благосостояния сказывается на росте населения и производительности труда, т. е. на достижении целей II рода. Однако при рассмотрении ряда принципиальных вопросов программного планирования мы не будем учитывать обратного влияния развития целей I рода на экономику или на цели II рода.

Поскольку речь идет о долгосрочном планировании, то достижение целей I и II рода будет происходить в результате реализации программ I рода и долгосрочных планов промышленности.

Формирование программ и перспективного (долгосрочного) плана развития всего народного хозяйства происходит в следующей организационной структуре (рис. 4.1).

За достижение целей I рода несут ответственность отрасли I рода, образующие непроизводственную сферу народного хозяйства. За достижение целей II рода несут ответственность отрасли II рода, т. е. отрасли промышленности, сельского хозяйства, образующие производственную сферу народного хозяйства.

Плановая деятельность отраслей I и II рода (а только такая сейчас и рассматривается) объединяется ЦПО — центральным планирующим органом. Отметим, что

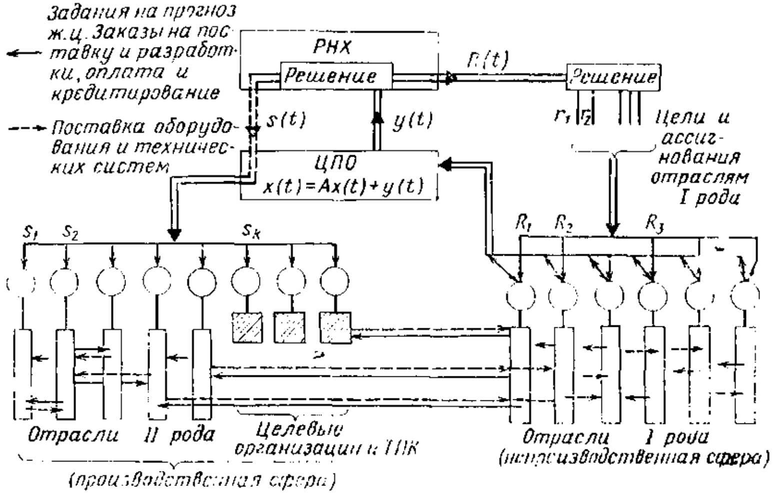


Рис. 4.1.

в производственную сферу, кроме отраслей промышленности входят ТПК — территориально-промышленные комплексы и другие целевые объединения, разрабатывающие большие системы для производственной и непроизводственной сфер и реализующие крупные межотраслевые терминальные программы.

Конечной целью деятельности плановых органов отраслей I, II рода и ЦПО является разработка долгосрочного плана как системы программ развития народного хозяйства, плана, сформированного от конечного продукта, который является материальным выражением целей как I, так и II рода. Программы, образующие весь долгосрочный план народного хозяйства, предполагаются *скользящими* (с корректировкой через 2—3 года). Поэтому описанные ниже процессы формирования программ и долгосрочных планов бдут также процессами корректировки действующих программ и долгосрочного плана народного хозяйства в целом. Скользящий характер программ и долгосрочного плана в целом предполагает, что предшествующие им прогнозы, например, в области науки, развития внешнего мира и т. д., производятся непрерывно соответствующими службами или системами прогнозирования. Заметим, что одним из важнейших прогнозов является прогноз роста национального дохода, состоящего из фонда потребления и фонда накопления. Фонд потребления распределяется между отраслями (программами) I рода и является материальной основой достижения целей I рода. В зависимости от программируемой структуры потребления фонд накопления распределяется между отраслями (программами) II рода и служит одной из материальных основ достижения целей II рода.

Далее последовательно по этапам рассмотрим в укрупненном масштабе процесс формирования программ отраслей и составление долгосрочного плана развития народного хозяйства. Существенно новым и важным в предлагаемой организации процесса планирования, как уже упоминалось, является интеграция производственно-экономического и научно-технического планирования.

Формирование системы программ и народнохозяйственного долгосрочного плана в целом в той или иной форме начинается от конечных целей общества. Это значит, что сначала должны формироваться (корректироваться) программы I рода.

3. ПЕРВЫЙ ЭТАП ФОРМИРОВАНИЯ ПРОГРАММ И ДОЛГОСРОЧНОГО ПЛАНА РАЗВИТИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА

В первый этап входит постановка целей и задач отраслям I рода и распределение между ними людских ресурсов и ассигнований из фонда потребления на каждый год t ($t=1, 2, \ldots, T$) программного периода T. Решение по постановке целей и задач отраслям I рода и по выделению каждой отрасли людских ресурсов и ассигнований из фонда потребления принимаются руководством народного хозяйства (РНХ). Исходными данными для этих решений являются:

1) прогноз развития внешнего мира, его экономики, науки, техники, взаимоотношений между отдельными странами, прогнозирование военно-политических ситуаций на основе построения ряда сценариев будущего;

2) демографический прогноз и прогноз развития экономики страны с целью определения национального дохода $Y(t)$ и его деления на фонд накопления $S(t)$ и фонд потребления $R(t)$; прогноз распределения этих фондов по отраслям I и II рода, а также соответствующие распределения людских ресурсов на каждый год программного периода T;

3) направления развития техники в каждой отрасли I рода. Соответствующий прогнозный документ будет характеризовать потенциальные возможности научно-технического прогресса в каждой отрасли I рода. Об этом документе и его формировании будет сказано несколько ниже.

На основе этих исходных данных РНХ принимает решения:

формулирует цели I рода, т. е. цели для всех отраслей непроизводственной сферы;

распределяет фонд потребления $R(t)$ и людские ресурсы между отраслями (программами) I рода на каждый год программируемого периода.

Предложения по целям отраслей I рода обсуждаются с руководством этих отраслей. Решения по целям должны носить возможно более конкретный характер с указанием последовательных значений уровней обслуживания и обеспечения населения страны, которые должны быть достигнуты в процессе развития. Что касается сроков достижения тех или иных уровней, то они на этом этапе указываются лишь ориентировочно. Сроки более точно устанавливают в результате формирования всей системы программ для отраслей как I, так и II рода, и разработки перспективного плана развития народного хозяйства. К первому этапу формирования программ относятся необходимые подготовительные мероприятия для второго этапа и главные из них: планирование ЦПО горизонтальных связей между отраслями I и II рода и предварительное планирование формирования целевых межотраслевых объединений (ЦМО) территориально-промышленных комплексов.

В результате этого должна образоваться развитая система: заказчики (потребители) — отрасли I рода и исполнители (продавцы) — отрасли II рода и соответствующие ЦМО. На последующих этапах система заказчик — исполнитель образуется путем планирования также и внутри отраслей II рода и ЦМО.

Отрасли I рода на выделенные ассигнования $R_\nu(t)$, $1 \leqslant \nu \leqslant N$, заказывают (закупают) у отраслей II рода материальные ресурсы (оборудование, вооружение, основные фонды, предметы потребления и т. п.), необходимые отраслям I рода для проведения операции по достижению своих целей. Ассигнования $S_\mu(t)$, $1 \leqslant \mu \leqslant M$, для отраслей II рода и ЦМО являются ассигнованиями на их собственное капитальное строительство. Все остальные расходы в отраслях II рода и ЦМО (зарплата и пр.) покрываются в конечном счете платежами от заказчиков — отраслей I рода.

Движение материальных потоков между отраслями I и II рода регулируется денежными потоками в развитой и спланированной системе заказчик — исполнитель. Движение же денежных потоков организуется финансово-банковской системой.

Таким образом, фонд потребления $R(t)$ является материальной основой (ресурсами) достижения первичных (экзогенных) целей общества, тогда как фонд накопления $S(t)$, являясь непосредственно материальной основой достижения внутренних (эндогенных) целей, в конечном счете обеспечивает возможности достижения все более совершенных первичных целей, т. е. развития всего общества в целом как экономической системы.

4. ФОРМИРОВАНИЕ ПРОГРАММ ОТРАСЛЕЙ I РОДА

Будем считать, что в непроизводственную сферу народного хозяйства входят N $(1 \leqslant \nu \leqslant N)$ отраслей I рода и рассмотрим принципы формирования программы для некоторой ν-й отрасли.

4.1. Принципы формирования программ

Исходными данными для формирования программ отраслей I рода являются:

1) направления развития отрасли или ее генеральная цель, задаваемая своими последовательными уровнями;

2) ассигнования, выделенные на развитие отрасли на каждый год программного периода $[0, T]$ $(T = 10 \ldots 20$ лет); ассигнования могут быть ориентировочно разбиты по отдельным статьям: капитальное строительство, закупка оборудования, содержание персонала отрасли и т. п.;

3) людские ресурсы, на которые может рассчитывать отрасль в соответствии с демографическим и социальным прогнозами.

Генеральная цель далее разворачивается в иерархический граф целей и задач низших рангов. Граф целей и задач удобно сразу привязать к организационной структуре отрасли, которая так же, как и цели и задачи, будет развиваться.

Любая из отраслей I рода представляет собой иерархическую организационную систему, самый нижний уровень которой будет состоять из *первичных организаций*. Первичные организации способны к самостоятельному выполнению таких частных операций, в категориях которых руководство отрасли планирует свою деятельность по достижению целей всей отрасли в целом. Первичными организациями являются, как правило, отдельные предприятия, обладающие определенной правовой и финансовой самостоятельностью. Например, первичными организациями такой отрасли, как здравоохранение, являются больницы, клиники, поликлиники, санатории, дома отдыха, санэпидемстанции, станции скорой помощи. Для отрасли образования первичными организациями будут школы, техникумы, вузы и пр. Для такой отрасли I рода, как торговля, призванная обеспечивать население продовольствием и товарами личного потребления, первичные организации — это магазины, товарные базы, кафе, столовые и т. п. В оборонных и военных ведомствах, судя по описаниям операций второй мировой войны, в качестве первичных организаций выступают дивизии, авиаполки, артбригады и пр. Первичные организации (предприятия) отрасли (как I, так и II рода) образуют объединения для совершения более крупных комплексных операций. Объединения первичных организаций образуют объединения следующего иерархического уровня и т. д. Число уровней зависит от вида отрасли, однако оно, как правило, не больше трех-четырех. На рис. 4.2 для примера показан трехуровневый граф отрасли здравоохранения. Композиция первичных организаций в объединениях может происходить как по целевому, так и по территориальному признакам или по обоим признакам вместе. В этих случаях возникает двойное или даже тройное подчинение с различными степенями доминирования. Объединения могут существовать или очень длительное время (например, территориальные), или быть относительно кратковременными (чаще всего целевые).

На рис. 4.2 для трехуровневой отрасли I рода уровень руководства отрасли является уровнем программы и уровнем цели отрасли. Второй уровень — это уровень подпрограмм и целей второго уровня и, наконец, третий уровень — уровень целей и задач первичных организаций, которые иногда называют программными элементами.

У первичных организаций (предприятий), их объединений и отрасли в целом всегда наблюдается два сопряженных вида деятельности (или два вида операций): деятельность по обслуживанию населения — как отдельных потребителей, так и общества в целом в каждый данный момент времени и деятельность, связанная с развитием отрасли и ее первичных организаций.

Результатом операций второго вида является количественный (если нужно) рост первичных организаций и их качественное совершенствование. Первичные организации (предприятия) отрасли благодаря научно-техническому прогрессу будут оснащаться все более и более новыми и совершенными образцами техники и оборудования: это, собственно, и дает возможность достижения все более совершенных целей по обслуживанию населения. Не исключено, что появление новой техники и оборудования, в свою очередь, приведет к появлению новых типов первичных организаций. Так, например, появление танков и самолетов привело в начале этого века к формированию в вооруженных силах таких новых видов первичных организаций, как танковые дивизии и авиационные полки. Поскольку второй вид деятельности связан с развитием отрасли, то при долгосрочном планировании это означает необходимость изучения ситуаций, целей и задач, которые придется решать через 10 ... 20 лет предприятиям отрасли. Эти соображения и положены в основу развертывания генеральной цели отрасли в дерево (граф) целей и задач. При этом самым нижним уровнем такого графа будут задачи, решаемые первичными организациями отрасли. Из этого вытекает, что в отрасли I рода должны быть органы, которые выполняли бы функции анализа ситуаций и видов деятельности отрасли в будущем. К таким органам относятся различные планирующие органы (например, управления и отделы капитального строительства) и научно-исследо-

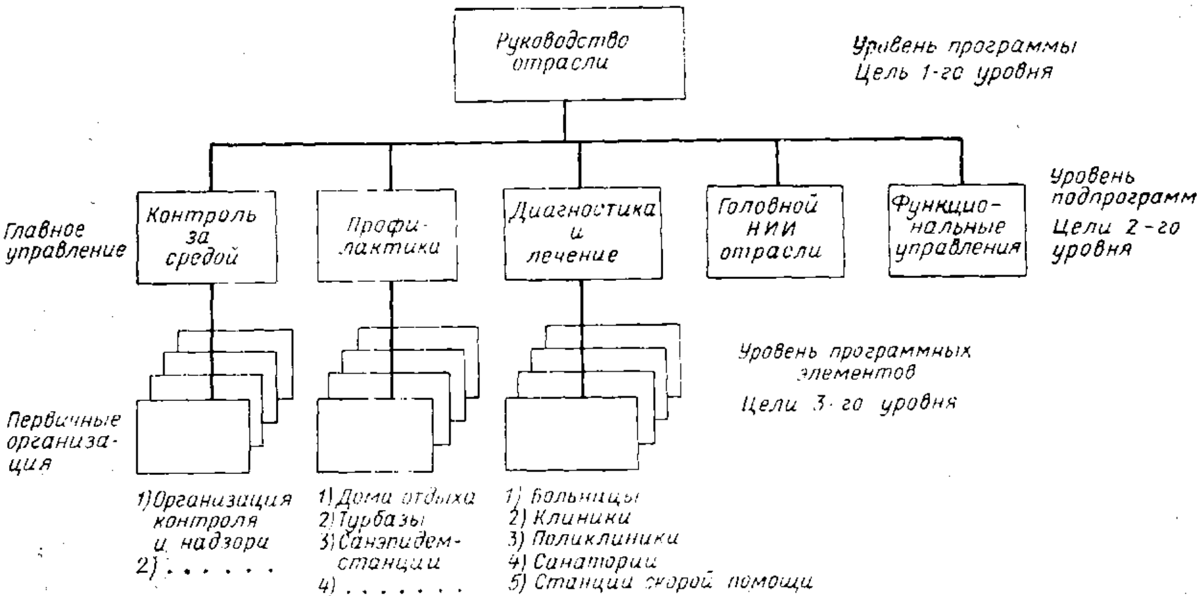

Руководство отрасли
Уровень программы
Цель 1-го уровня
Главное управление
Контроль за средой
Профилактики
Диагностика и лечение
Головной НИИ отрасли
Функцио-нальные управления
Уровень подпрограмм
Цели 2-го уровня
Уровень программных элементов
Цели 3-го уровня
Первичные организа-ция
1) Организация контроля и надзора
2) . . . . . .
1) Дома отдыха
2) Турбазы
3) Санэпидем-станции
4) . . . .
1) Больницы
2) Клиники
3) Поликлиники
4) Санатории
5) Станции скорой помощи

Рис. 4.2.

вательские организации отрасли, которые, в частности, изучают условия будущих операций отрасли по обслуживанию населения и прорабатывают потребность отрасли в новых видах техники и оборудования. Как следствие существования двух сопряженных видов деятельности, программа отрасли будет состоять из двух сопряженных составляющих: программы по обслуживанию населения, т. е. программы достижений целей отрасли и собственно программы развития, которую иногда называют программой строительства отрасли. Во вторую программу в качестве составляющих входят программы количественного и качественного роста первичных организаций и развертывания их по регионам, программа автоматизации управления отдельными первичными организациями отрасли и отраслью в целом и т. п. Следствием программы развития первичных организаций и объединений будет программа технического оснащения первичных организаций и их объединений новыми образцами оборудования и объектами капитального строительства. Последняя программа по существу является программой научно-технического прогресса отрасли. Сосредоточим на ней в дальнейшем основное внимание.

Общие ассигнования на отрасль распределяются по различным статьям, в том числе на эксплуатацию имеющегося в отрасли оборудования и на закупку нового, более совершенного. Пусть в результате развертывания целей отрасли в граф целей и задач выделено множество задач P^{ν}, решаемых первичными организациями ν-й отрасли. Поскольку цель отрасли носит развивающийся характер, множество задач всех первичных организаций отрасли и всех их объединений будет функцией времени

$$P^{\nu}(t)=\{p_1^{\nu}(t),\ p_2^{\nu}(t),\ \ldots,\ p_{n_t}^{\nu}(t)\}. \qquad (4.4.1)$$

Пусть некоторая ν-я отрасль I рода имеет L_{ν} первичных организаций (предприятий) и пусть организация с номером s в году t оснащена множеством изделий*)

$$\widetilde{W}_s^{\nu}(t)=\{\widetilde{w}_{\varphi s}^{\nu}(t)\}, \qquad 1\leqslant\varphi\leqslant n_{\nu}^{s}, \qquad (4.4.2)$$

*) Условимся в дальнейшем все виды технических средств (технических систем), относящихся к непроизводственным фондам отраслей I рода, называть *изделиями*, а относящихся к производственным фондам отраслей II рода — *оборудованием*.

где

$$\widetilde{w}^{\nu}_{\varphi s}(t)=\{a^{w,\nu}_{\varphi s}(t),\ b^{w,\nu}_{\varphi s}(t),\ c^{w,\nu}_{\varphi s}(t)\}. \qquad (4.4.3)$$

Здесь $a^{w,\nu}_{\varphi s}(t)$—количество изделий типа φ в s-й организации в году t, $(t=1,\ 2,\ldots,\ T)$; $b^{w,\nu}_{\varphi s}(t)$ —показатели технических данных изделия; $c^{w,\nu}_{\varphi s}(t)$ — стоимость единицы изделия.

Ежегодно от отраслей II рода для первичной организации s закупается набор изделий

$$\widetilde{R}^{\nu}_{s}(t)=\{\widetilde{r}^{\nu}_{\varphi s}(t)\} \qquad (4.4.4)$$

и, кроме того, в тот же год списывается устаревших изделий

$$\widetilde{V}^{\nu}_{s}(t)=\{\widetilde{v}^{\nu}_{\varphi s}(t)\}, \qquad (4.4.5)$$

где

$$\widetilde{r}^{\nu}_{\varphi s}(t)=\{a^{r,\nu}_{\varphi s}(t),\ b^{r,\nu}_{\varphi s}(t),\ c^{r,\nu}_{\varphi s}(t)\}, \qquad (4.4.6)$$

$$\widetilde{v}^{\nu}_{\varphi s}(t)=\{a^{v,\nu}_{\varphi s}(t),\ b^{v,\nu}_{\varphi s}(t),\ c^{v,\nu}_{\varphi s}(t)\}; \qquad (4.4.7)$$

величины $a^{r,\nu}_{\varphi s}$, $a^{v,\nu}_{\varphi s}$, $b^{r,\nu}_{\varphi s},\ldots$ имеют тот же смысл, что и $a^{W,\nu}_{\varphi s}$, $b^{W,\nu}_{\varphi s},\ldots$, в (3).

Вводя векторы $W^{\nu}(t)$, $R^{\nu}(t)$, $V^{\nu}(t)$ с компонентами

$$w^{\nu}_{\varphi}(t)=\sum_{s=1}^{L_\nu} a^{W,\nu}_{\varphi s}(t),\quad r^{\nu}_{\varphi}(t)=\sum_{s=1}^{L_\nu} a^{r,\nu}_{\varphi s}(t),\quad v^{\nu}_{\varphi}(t)=\sum_{s=1}^{L_\nu} a^{v,\nu}_{\varphi s}(t),$$

получим уравнение, описывающее изменение состава изделий ν-й отрасли I рода:

$$W^{\nu}(t+1)=W^{\nu}(t)+R^{\nu}(t)-V^{\nu}(t), \qquad (4.4.8)$$

где $W^{\nu}(t)$ — вектор наличия изделий во всей отрасли, с помощью которых она совершает операции по обслуживанию населения в году t; $R^{\nu}(t)$ — вектор пополнения изделий в году t; $V^{\nu}(t)$ — вектор убыли изделий в году t.

Из всей суммы ассигнований, выделяемых отрасли I рода в году t, некоторая (вполне определенная) ее часть может быть израсходована на заказы и закупки новых изделий. Обозначив эту часть ассигнований через $C_r^{\nu}(t)$, очевидно, будем иметь

$$\sum_{s=1}^{L_\nu} \sum_{\varphi=1}^{n_\nu^s} a_{\varphi s}^r(t) c_{\varphi s}^r(t) \leqslant C_r^\nu(t). \qquad (4.4.9)$$

Разностное уравнение (8) с ограничением (9) отражает количественный и качественный рост наличных изделий в отрасли. Управлять этим ростом в количественном и качественном отношениях можно только за счет $R^\nu(t)$, изменяя компоненты множеств $\tilde{r}_s(t)$ и $\tilde{r}_{\varphi s}(t)$ с учетом (9). Заметим, что $R^\nu(t)$ выражает не что иное, как цели *программы закупок* оборудования у отраслей II рода. Самая трудная задача – от целей и задач отрасли перейти к целям программы закупок $R^\nu(t)$.

Этому должна предшествовать формулировка собственно цели и задачи отрасли. В [5] дана попытка предложить модель, дающую возможность сделать такой переход. Однако она вряд ли может быть скоро реализована. В реальных условиях этот переход в отраслях I рода осуществляется путем неформализованных процедур в плановых органах отраслей или, как говорят, диалога между «потребителями» и «посредниками». В качестве потребителей выступают органы, планирующие операции по обслуживанию населения, а в качестве посредников— органы снабжения новой техникой, хорошо знающие возможности отраслей II рода. И те и другие опираются в своей деятельности на НИИ отрасли.

Существенную роль в итеративных процедурах формирования $R^\nu(t)$, связанных с неоднократным обращением к отраслям II рода и к центральному планирующему органу страны (ЦПО), имеет так называемое сквозное планирование разработки образцов и комплексов изделий по их жизненным циклам. Остановимся на этом более подробно.

4.2. Планирование разработки изделий по их жизненным циклам

Научно-технический прогресс приводит к постоянному обновлению компонент вектора товаров и услуг. Так, например, в своей речи на XXIV съезде КПСС министр приборостроения, средств автоматизации и систем управления К. Н. Руднев отметил, что за восьмую пятилетку номенклатура выпускаемых приборов и средств автоматизации выросла в 1,8 раза при ее общем обновлении на 60%.

Темпы обновления номенклатуры постоянно нарастают и это объясняется ускорением темпов изобретений и открытий. По данным, опубликованным в [9], за последние 10 лет появилось изобретений и открытий больше, чем за предыдущие 2000 лет. Ожидается удвоение их числа в ближайшие 10 лет. Оборот крупных химических фирм в 1960 г. на 90% состоял из продуктов, которых в 1945 г. вообще не существовало. Только в процессе космических исследований было разработано 12 000 новых изделий и технологий, которых не было еще 10 лет тому назад. Такой темп обновления сопровождается (точнее, обеспечивается) ростом доли ассигнований на исследования и разработки из национального дохода.

Согласно прогнозу, в период с 1965 г. по 1980 г. расходы на исследования и разработки должны удваиваться каждые 7 лет, а внутри них расходы на фундаментальные исследования будут удваиваться каждые 5 лет. Это означает, что доля расходов на фундаментальные исследования среди всех расходов на исследования и разработки непрерывно возрастает. Происходит это потому, что именно фундаментальные исследования являются первоисточником обновления вектора товаров и услуг.

В нашем случае важно повышать интенсивность обновления компонент $\widetilde{W}^{\mathrm{v}}(t)$, что можно осуществить только за счет обновления $R^{\mathrm{v}}(t)$.

Ясно, что обновление компонент $\widetilde{R}(t)$ происходит всегда интенсивнее, чем компонент $\widetilde{W}(t)$. Процесс преобразования результатов научных исследований в новые виды продукции очень удачно был назван Марксом *процессом овеществления знаний.* Этот процесс состоит из ряда стадий: фундаментальные прикладные исследования, ОКР, подготовка производства и производство новой продукции (образца, комплекса оборудования). Если речь идет о новом типе объекта капитального строительства или большой системы, то этапы ОКР и серийного производства заменяются соответственно проектной разработкой и созданием объекта или системы. Эти процессы создания нового требуют планирования и в основу его положен так называемый жизненный цикл образца, комплекса оборудования или объекта капитального строительства. Научно-технический прогресс приводит к появлению новых типов оборудования. Типы оборудования — довольно устойчивая и длительно существующая категория. Раз зародившись, тип оборудования развивается в связи с тем, что он представляется все более и более совершенными образцами, сменяющими друг друга внутри данного типа. Так, например, постоянно развивается тип легковой автомашины «Москвич». Он представляется такими все более совершенными образцами, как «Москвич 401, 402, 403, 407, 408, 412». Можно привести и другие многочисленные примеры, когда тип развивается благодаря смене образцов внутри типа. Смена образца изделия позволяет говорить о его жизненном цикле, о зарождении изделия и его умирании (снятии с эксплуатации).

То же можно сказать относительно объектов капитального строительства и больших систем технического назначения. На рис. 4.3 приведен *жизненный цикл изделия* (комплекса оборудования) от замысла до серийного производства и поступления в эксплуатацию; прямоугольниками обозначены разные этапы жизненного цикла, кружками — процедуры решений о переводе их в новые состояния. Целевые НИР означают как фундаментальные, так и прикладные исследования. Аванпроектные проработки предполагаются конкурсными. Параллельная ветвь после ОКР указывает на капитальное строительство в отрасли заказчика, необходимое для приема в эксплуатацию новых образцов или комплексов оборудования.

Программы закупок оборудования $\tilde{R}^{\nu}(t)$ отрасли I рода формируются на основе наборов жизненных циклов. Возникает вопрос, с какого этапа жизненного цикла изделие, комплекс оборудования или объект капитального строительства следует включить в программы поставок? Ответ на него зависит от принятого порядка финансирования исследований и разработок. Если все виды НИР, ОКР и проектных работ переведены на хозрасчет и оплачиваются заказчиком (в данном случае отраслью I рода), то в программу следует включить все этапы жизненного цикла, начиная с целевых НИР. Однако в этом случае заказчик столкнется с большим риском:

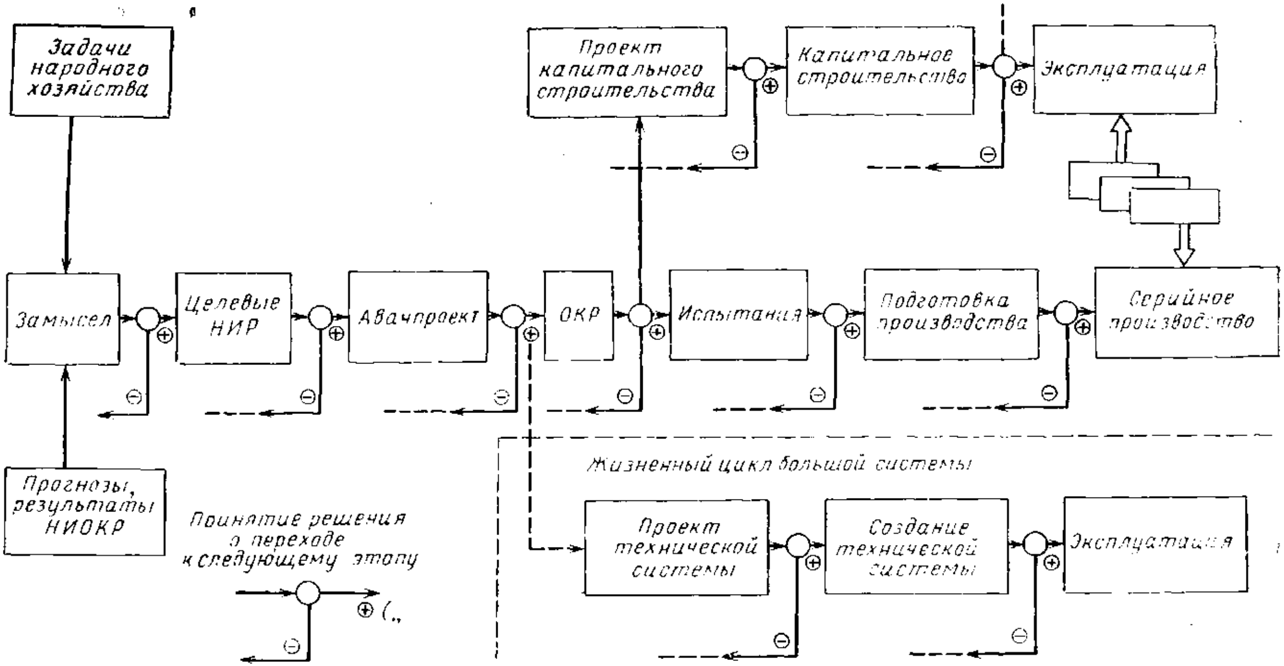

Задачи народного хозяйства
Проект капитального строительства
Капитальное строительство
Эксплуатация
Замысел
Целевые НИР
Аванпроект
ОКР
Испытания
Подготовка производства
Серийное производство
Прогнозы, результаты НИОКР
Принятие решения о переходе к следующему этапу
Жизненный цикл большой системы
Проект технической системы
Создание технической системы
Эксплуатация

Рис. 4.3.

сроки разработки могут сорваться в тех случаях, когда разработка долгое время не сможет выйти из стадии НИР. Риск для заказчика будет гораздо меньше, если заказчик будет оплачивать поставки, начиная с опытно-конструкторских работ, а более ранние этапы жизненного цикла будут вестись по госбюджету исполнителей (отраслей II рода).

Часть цикла от замысла до серийного производства является *реализационным периодом* жизненного цикла. Часть цикла от начала серийного производства до снятия с эксплуатации называется *периодом полезной жизни* образца или комплекса оборудования. Необходимо подчеркнуть, что благодаря научно-техническому прогрессу, период полезной жизни изделия внутри типа сокращается, в то время как реализационный период имеет тенденцию к возрастанию. Если же речь идет о появлении новых типов изделий, то здесь наблюдается резкое сокращение реализационного цикла, т. е. отрезка времени от появления идеи до широкой ее реализации. В работе [9] приводятся такие примеры: на внедрение бумаги потребовалось 1000 лет, паровой машины — 80 лет, телефона — 50 лет, самолета — 20 лет, транзисторной техники — 3 года, лазера — 2 месяца.

Планирование по жизненному циклу предполагает систематизацию и разработку соответствующих процедур и критериев принятия решений для перевода образца (комплекса оборудования) из одного состояния в другое. Планирование по жизненному циклу связано с пофазным принятием решений и является эффективным способом преодоления различных неопределенностей, таких, как неопределенность целей отрасли, сроков поставки оборудования, состояния окружающей среды, производства и экономики, развития науки и техники.

На рис. 4.4 качественно сопоставлено изменение уровня неопределенности и стоимости по фазам жизненного цикла. Как видно из рис. 4.4, стоимость (C) мала на ранних фазах и велика на последних, а неопределенность (H) — наоборот. Отсюда вытекает, что не следует жалеть усилий на проработку различных вариантов на ранних фазах жизненного цикла, так как, затратив относительно небольшие средства, мы существенно снизим факторы неопределенности и обеспечим высокую вероятность реализации образца изделия (комплекса оборудования) по срокам, стоимости и техническим характеристикам.

Планированию по жизненному циклу должен предшествовать прогноз жизненного цикла. Этот прогноз, как и планирование жизненного цикла, осуществляется в отраслях II рода или их комплексах, являющихся поставщиками будущих изделий в данную отрасль I рода. Прогноз в данном случае является нормативным*), поскольку на стадии замысла или более поздних стадиях жизненного цикла цель прогноза задана в виде тройки

$$r_i^{y}(\theta_i) = \{a_i^r(\theta_i),\ b_i^r(\theta_i),\ c_i^r(\theta_i)\}, \qquad (4.4.10)$$

где $b^r{}_i(\theta_i)$ — желаемые технические характеристики; $a^r{}_i(\theta_i)$ — количество образцов первой партии, которые поступают заказчику в опытную эксплуатацию (первая партия, переданная в торговую сеть); $c^r{}_i(\theta_i)$ -стоимость (покупная) одного образца оборудования; θ_i — интервал времени от начала разработки до начала использования первой партии заказчиком (до начала поступления в торговую сеть); $c^r{}_i(\theta_i)$ и θ_i неизвестны при постановке задачи прогноза и сами являются предметом прогноза. Желаемые технические данные $b^r{}_i(\theta_i)$ в процессе прогноза также могут быть уточнены или претерпеть изменения.

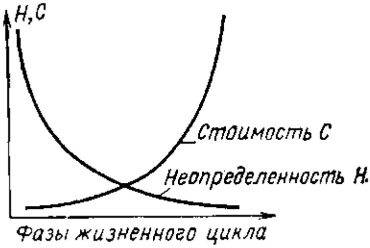


Рис. 4.4.

При нормативном прогнозировании процесс разворачивается из будущего в настоящее, цель развертывается в дерево задач, которые являются средствами или условиями ее реализации. Развертывание в дерево (см. [10]) происходит до тех пор, пока не будут сформулированы такие задания на ОКР, прикладные и фундаментальные исследования, которые могут быть выполнены отдельными первичными организациями отраслей II рода. В процессе прогноза дерево задач, как правило, носит альтернативный характер. При этом число альтернатив может

*) Наиболее отработанной методикой нормативного прогнозирования является человеко-машинная методика акад. В. М. Глушкова [10].

быть равно числу предполагаемых конкурсных аванпроектов образцов изделий, проектов капитального строительства или больших систем. Решение о выборе одной из альтернатив принимается при включении желаемого образца или комплекса в программу поставок.

4.3. Направления развития изделий в отрасли I рода

Из каждой задачи множества (1) вытекают требования к технике — к изделиям, с помощью которой она будет решаться. Поскольку некоторые задачи потребуют создания новой техники, то из потребностей решения будущих задач в отрасли I рода формируется множество заданий на нормативные прогнозы создания будущих изделий

$$\widetilde{R}^{\nu}(\theta)=\{\widetilde{r}_i(\theta_i)\}, \qquad (4.4.11)$$

где $\widetilde{r}_i(\theta_i)$ — дается выражением (10) и θ_i могут быть меньше или больше продолжительности программного периода T.

Прогнозы жизненных циклов по заданиям отрасли I рода проводятся в отраслях II рода и в целевых межотраслевых объединениях ЦМО, разрабатывающих большие системы. После осуществления прогнозов формируется прогнозный массив жизненных циклов изделий в данной отрасли I рода. Этот прогнозный массив жизненных циклов, выполненный в отраслях II рода для ν-й отрасли I рода обозначим как множество

$$\widetilde{R}^{\nu}_{\text{н}}(\theta)=\{\widetilde{r}^{\nu}_{ij}(\theta_{ij})\} \qquad (4.4.12)$$

и назовем его *направлением развития техники* в ν-й отрасли I рода. Здесь $\widetilde{r}^{\nu}_{ij}(\theta_{ij})$ — прогноз, выполненный по заданию $\widetilde{r}^{\nu}_i(\theta_i)$.

Все прогнозы жизненных циклов являются условными, и результат прогноза представляется в виде четверки:

$$\widetilde{r}^{\nu}_{ij}(\theta_{ij})=\{[a^r_i(\theta_{ij}),\ b^r_i(\theta_{ij}),\ c^r_{ij}(\theta_{ij})]\,\big|\, d^r_{ij}(t);$$
$$t=1,\ 2,\ldots,\ \theta_{ij};\ j=1,\ 2,\ldots,\ l_i\}, \qquad (4.4.13)$$

где $j=1,\ 2,\ldots,\ l_i$ — номер альтернативы реализации i-го изделия или комплекса изделий; $d_{ij}(t)$ — вектор всех видов ресурсов, которые потребуются для достижения цели $\{a^r_i(\theta_{ij}),\ b^r_i(\theta_{ij}),\ c^r_i(\theta_{ij})\}$.

Процесс прогнозирования должен быть непрерывным. Задания на прогнозы должны разрабатываться периодически (например, ежегодно). Так же периодически должно происходить пополнение и обновление (корректировка) прогнозного массива $\tilde{R}^{\nu}_{\text{II}}(\theta)$ (12) по скользящему графику, т. е. в любой год пополнение и обновление должны производиться на весь программный период $[0, T]$. Как видно из (13), каждый жизненный цикл прогнозного массива носит многоальтернативный характер, а количество жизненных циклов в массиве направлений развития $\tilde{R}^{\nu}_{\text{II}}(\theta)$ всегда должно превосходить число планируемых жизненных циклов, т. е. число жизненных циклов, которое в соответствии с финансовыми ограничениями можно будет включить в программу поставок (закупок). Термин «направления развития» в точном соответствии с определением, данным в гл. 1, понимается как последовательность все более совершенных в каком-то смысле целей.

4.4. Решающие матрицы

Решающие матрицы позволяют учесть фактор *взаимополезности* технических средств (изделий) в решении народнохозяйственных задач, когда одно средство используется для решения нескольких задач и одна задача решается с помощью нескольких средств. Такая ситуация может иметь место внутри некоторой ν-й отрасли I рода и в отраслях II рода, когда внутри них анализируются заявки на поставки новых изделий и оборудования от отраслей I и II рода.

Обозначим матрицу «задачи — техника» через $G_* = \|\gamma_{ij}^*\|$. Каждому столбцу матрицы G_* соответствует элемент множества задач

$$P(t) = \{p_1(t), \ldots, p_{n_t}(t)\}$$

отрасли I рода, а каждой строке элемент множества изделий

$$\tilde{W}(t) = \{\tilde{\omega}_i(t)\}.$$

Элементы γ^*_{ij} $(0 \leqslant \gamma^*_{ij} \leqslant 1)$ являются коэффициентами вклада средств $\omega_i(t)$ в решение задачи $p_j(t)$, причем $\sum\limits_i \gamma^*_{ij}(t) = 1$ (поскольку $t = 1, 2, \ldots, T$, то матрица строится на каждый год программы и вместо γ^*_{ij} следует писать $\gamma^*_{ij}(t)$). Элементы $\gamma^*_{ij}(t)$ определяются методами обработки экспертных оценок. Из анализа матриц $G_*(t) = \|\gamma^*_{ij}(t)\|$ устанавливается, какие задачи $P'(t) \subseteq P(t)$ плохо или совсем не обеспечены соответствующей техникой, и это служит решающим фактором при выборе множества опытно-конструкторских работ $Q(t) = \{q_1(t), \ldots, q_{m_t}(t)\}$ и образовании матрицы «задачи — ОКР».

Матрицу «задачи — ОКР» обозначим через $G(t) = \|\gamma_{ij}(t)\|$. Опытно-конструкторским работам предшествуют аванпроектные проработки с соответствующими прикладными исследованиями. Если накопленных к году t прикладных исследований недостаточно для начала некоторых ОКР, $Q'(t) \subseteq Q(t)$, то для обеспечения таких ОКР необходимо задать множество прикладных исследований

$$D(t) = \{d_1(t), \ldots, d_{k_t}(t)\}.$$

В результате образуется матрица ОКР — прикладные исследования, которую обозначим через $B(t) = \|\beta_{ij}(t)\|$. Целями для матриц $B(t)$ являются множества $Q'(t)$, а средствами — множества $D(t)$. Заметим, что целями прикладных исследований могут являться не только множества $Q'(t)$, возникшие из задач $P'(t)$, но и множества целей, порождаемые самими исследователями. Достижение этих целей позволит решать новый класс задач, не содержащихся в исходных множествах $P(t)$. Этот факт отражает инициативу исследователей, предлагающих новые задачи.

Не все множество $D(t)$ к году t может быть выполнено в виде, необходимом для осуществления ОКР. Некоторые из прикладных исследований $D'(t) \subseteq D(t)$ не могут быть начаты, поскольку не получены еще необходимые результаты в области фундаментальных исследований. Тогда это подмножество $D'(t)$ образует цели фундаментальных исследований и может расширяться за счет целей, поставленных самими исследователями в интересах развития собственно фундаментальных исследований. Обозначим все множество целей фундаментальных исследований через $\bar{D}(t)$, а все множество фундаментальных исследований — через

$$S(t) = \{s_1(t), \ldots, s_{l_t}(t)\}.$$

Множества $\tilde{D}(t)$ и $S(t)$ связаны через матрицы $A(t) = \| a_{ij}(t) \|$. Далее не будем считать цели $Q'(t)$ и $\tilde{D}(t)$ расширенными*). В этом случае они образуются из массива предпрограммы и программы поставок. Это значит, что

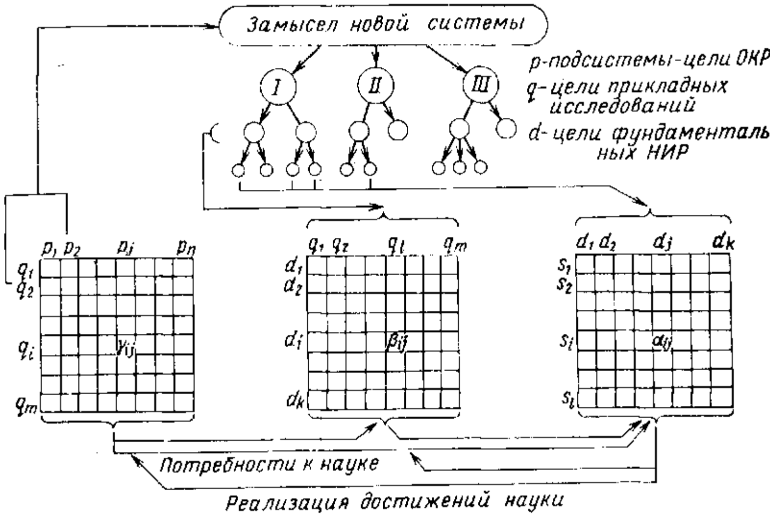


Рис. 4.5.

из множества нормативных прогнозов выбирается по одной альтернативе реализации для каждого из образцов и комплексов, относящихся к одной или ко всем программам. Для такого выбора прогнозируемых реализаций образцов и комплексов образуется последовательность решающих матриц

$$G(t) = \| \gamma_{ij}(t) \|; \quad B(t) = \| \beta_{ij}(t) \|; \quad A(t) = \| a_{ij}(t) \|$$

(рис. 4.5). На этом рисунке показана последовательность решающих матриц для одного года:

$P = \{p_1, \ldots, p_n\}$ — вектор задач, решаемых прогнозируемыми комплексами оборудования, соответствует столбцам матрицы G;

$Q' = \{q_1, \ldots, q_m\}$ — вектор ОКР образцов, которые нужны для решения задач P; вектор Q соответствует строкам матрицы G и столбцам матрицы B;

---

*) Ассигнования на цели саморазвития в $Q(t)$, $D(t)$ производятся отдельно.

$D'=\{d_1, \ldots, d_k\}$ — вектор прикладных НИР, которые необходимо осуществить для реализации ОКР, образует строки матрицы B и столбцы матрицы A;

$S'=\{s_1, \ldots, s_l\}$ — вектор фундаментальных НИР, которые необходимы для того, чтобы можно было осуществить прикладные исследования. В каждой из этих матриц столбцам соответствует множество целей, а строкам — множество средств их достижения. Элементы α_{ij}, β_{ij}, γ_{ij} представляют собой коэффициенты вклада i-го средства в достижение j-й цели. Они удовлетворяют следующим условиям:

$$\sum_i \alpha_{ij}=1, \quad \sum_i \beta_{ij}=1, \quad \sum_i \gamma_{ij}=1.$$

Если проранжировать задачи по важности и вектор $P^0=\{p^0{}_j\}$ считать вектором коэффициентов важности $(0 \leqslant \leqslant p^0{}_j \leqslant 1$ и $\sum\limits_j p^0{}_j=1)$, то ранжировку по важности ОКР, прикладных НИР и фундаментальных НИР можно получить из следующих соотношений:

$$Q^0=GP^0, \tag{4.4.14}$$

$$D^0=BGP^0, \tag{4.4.15}$$

$$S^0=ABGP^0, \tag{4.4.16}$$

где Q^0, D^0, S^0 — векторы коэффициентов важности ОКР, прикладных и фундаментальных НИР соответственно.

Решающие матрицы являются основой планирования всего процесса исследований и разработок (или, точнее, процесса овеществления знаний), поскольку от задач отрасли идет поток требований на исследования и разработки, в том числе и на фундаментальные исследования, и обратно от фундаментальных исследований идет поток реализации новых идей в конкретных образцах, комплексах оборудования и объектах капитального строительства.

Коэффициенты матриц $A(t)$, $B(t)$ и $G(t)$ определяются экспертами-специалистами. Таким образом, достаточно проранжировать по важности задачи, чтобы по формулам (14) — (16) получить ранжировку по важности ОКР, прикладных и фундаментальных исследований. Эта ранжировка, очевидно, существенна при распределении материальных и людских ресурсов в процессе планирования ОКР, прикладных и фундаментальных исследований.

4.5. Формирование программы поставок изделий в отрасли I рода

После анализа задач и определения необходимых разработок изделий в отрасли (в том числе с помощью решающих матриц) и получения всех необходимых прогнозов при формировании программы поставок в отрасли I рода возникает следующая ситуация.

1. Имеется множество задач

$$P^{\nu}(t) = \{p_1^{\nu}(t),\ p_2^{\nu}(t), \ldots,\ p_{n_t}^{\nu}(t)\}, \tag{4.4.17}$$

которые решаются с помощью множества изделий $\widetilde{W}^{\nu}(t)$, соответствующий вектор которого описывается уравнением (4.4.8)

$$W^{\nu}(t+1) = W^{\nu}(t) + R^{\nu}(t) - V^{\nu}(t).$$

2. Имеются направления развития техники или прогнозный массив жизненных циклов изделий $\widetilde{R}_{\text{н}}^{\nu}(\theta)$, каждая компонента которого $\widetilde{r}_{ij}^{\nu}(\theta)$ имеет l_i альтернатив.

3. Из множества $\widetilde{R}_{\text{н}}(\theta)$ следует выбрать подмножество $\tilde{R}^{\nu}(\theta) \subset \widetilde{R}_{\text{н}}^{\nu}(\theta)$ с одноальтернативными компонентами и вытекающую из $\tilde{\tilde{R}}^{\nu}(\theta)$ программу поставок $\widetilde{R}^{\nu}(t)$ таким образом, чтобы изменяющееся в соответствии с (8) $W^{\nu}(t)$ обеспечивало бы наилучшее решение задач $p^{\nu}(t)$ при условии, что должны удовлетворяться финансовые ограничения по заказам на:

серийное производство

$$\sum_{i=1}^{\kappa_t^{\nu, c}} a_i(t) c^c{}_i(t) \leqslant C_{\nu, c}(t), \tag{4.4.18}$$

ОКР и проектные работы

$$\sum_{i=1}^{\kappa_t^{\nu, \text{п}}} c^{\text{п}}{}_i(t) \leqslant C_{\nu, \text{п}}(t), \tag{4.4.19}$$

НИР и аванпроектные проработки

$$\sum_{i=1}^{k_t^{\nu, \text{н}}} \sum_{j=1}^{l_i} c^{\text{н}}{}_{ij}(t) \leqslant C_{\nu, \text{н}}(t), \tag{4.4.20}$$

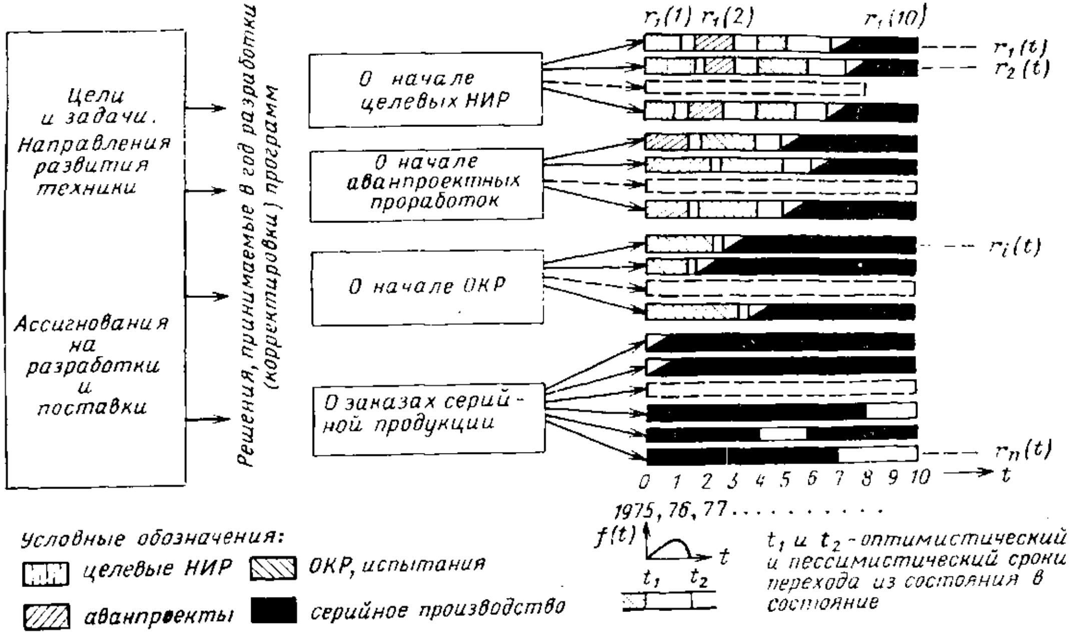
где через $k_t^{\nu, c}$, $k_t^{\nu, \text{п}}$, $k_t^{\nu, \text{н}}$ обозначены количества различных образцов в серийном производстве, ОКР и НИР в году t, а через $C_{\nu, c}$, $C_{\nu, \text{п}}$, $C_{\nu, \text{н}}$ — ассигнования, выделенные соответственно на серийное производство, ОКР и НИР в году t.

На рис. 4.6 показаны массивы жизненных циклов, образующих программу поставок. Для удовлетворения ограничениям (18)—(20) линейки жизненных циклов при формировании программы перемещаются вдоль оси времени (при этом возможно образование временных интервалов между фазами жизненного цикла).

Сформированная таким образом программа поставок в отрасль I рода не является окончательной, она представляет собой только проект (первую итерацию), поскольку она удовлетворяет только финансовым ограничениям. Выполнимость программы с точки зрения производственных возможностей, которыми будут располагать участвующие в ее реализации отрасли II рода и целевые организации, еще не проверялась. На этом второй этап формирования программ завершается.

Как уже указывалось, проблема выбора подлежащих разработке проектов $\tilde{R}^{\nu}(\theta)$ из всего прогнозного массива $\tilde{R}^{\nu}_{\text{н}}(\theta)$ и образование программы поставок $\tilde{R}^{\nu}(t)$ является весьма сложной. Здесь практически невозможно использовать формальные методы математического программирования, поскольку формирование целевой функции выбора проектов на основе экспертных оценок всегда вызывает недоверие. В этом случае могут оказаться полезными рассмотренные в гл. 5 (§ 3) методы выбора проектов при неявной целевой функции в режиме диалога человек — машина.

Сформированная в ν-й отрасли программа поставок $\tilde{R}^{\nu}(t)$ с учетом финансовых ограничений (18) — (20) отражает все будущие материальные потребности отрасли на каждый год $t=1, 2, \ldots, T$ программного периода T.



Цели и задачи. Направления развития техники
Ассигнования на разработки и поставки
Решения, принимаемые в год разработки (корректировки) программ
О начале целевых НИР
О начале аванпроектных проработок
О начале ОКР
О заказах серийной продукции
$r_1(1)$ $r_1(2)$ $r_1(10)$
$r_1(t)$
$r_2(t)$
$r_i(t)$
$r_n(t)$
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 t
1975, 76, 77 . . . .
$f(t)$
t
t_1 t_2
t_1 и t_2 - оптимистический и пессимистический сроки перехода из состояния в состояние
Условные обозначения:
целевые НИР
ОКР, испытания
аванпроекты
серийное производство

Рис. 4.6.

В развернутом виде программа поставок представляется множеством

$$\widetilde{R}^{\nu}(t)=\{\widetilde{r}^{\nu}_{\varphi}(t)\},$$

где $\varphi=1, 2, \ldots, n^{\nu}_{t}$ — типы изделий, больших систем, материалов, оборудования и т. п., входящие в программу поставок.

Положим, например, что программа поставок включает в себя жизненный цикл изделия, начиная с ОКР. Тогда каждое изделие характеризуется кортежем

$$\widetilde{r}^{\nu}_{\varphi}(t)=\{a^{\nu}_{\varphi}(t),\ b^{\nu}_{\varphi}(t),\ c^{\nu}_{\varphi}(t),\ (t_0,\ t_1,\ t_2)\},$$

где $a^{\nu}_{\varphi}(t)$ — количество изделий, комплексов оборудования, поставляемых в году t; $b^{\nu}_{\varphi}(t)$ — информация об их технических данных, в том числе о декомпозиции изделий $r^{\nu}_{\varphi}(t)$ на компоненты, если это нужно; $c^{\nu}_{\varphi}(t)$ — стоимость одного изделия или комплекса; t_0 — начало опытно-конструкторской разработки; t_1—год завершения ОКР; t_2— начало серийного производства (первый год поставки изделия).

Справедливы следующие соотношения: $t_0 \leqslant t_1 \leqslant t_2$.

Далее при $t \leqslant t_2$ $a^{\nu}_{\varphi}(t)=0$, а $c^{\nu}_{\varphi}(t)$ будут представлять собой ежегодные затраты на ОКР, испытания и подготовку производства.

Если поставки не связаны с предварительной разработкой, то тройка $(t_0,\ t_1,\ t_2)$ в $\widetilde{r}^{\nu}_{\varphi}(t)$ не указывается. Если $\widetilde{r}^{\nu}_{\varphi}(t)$ — материалы, необходимые для эксплуатации оборудования (например, горючее), то $a^{\nu}_{\varphi}(t)$ — вес или объем этих материалов. Если $\widetilde{r}^{\nu}_{\varphi}(t)$ — объем капитального строительства или большая система, то

$$a^{\nu}_{\varphi}(t)=\begin{cases}1 & \text{при } t \geqslant t_2,\\ 0 & \text{при } t < t_2,\end{cases}$$

$$b^{\nu}_{\varphi}(t)=\begin{cases}b^{\nu}_{\varphi}(t_2) & \text{при } t \geqslant t_2,\\ 0 & \text{при } t < t_2,\end{cases}$$

а $c_{\varphi}^{\nu}(t) \geqslant 0$ при $t_0 \leqslant t \leqslant t_2$ — ежегодные расходы на проектирование и создание объекта капитального строительства (большой системы).

Таким образом, множество $\widetilde{R}_{\text{и}}^{\nu}(t)$ отражает все материальные потребности ν-й отрасли I рода на каждый год программного периода, удовлетворение которых позволяет первичным организациям отрасли и их объединениям осуществлять операции по обслуживанию населения.

Множество $\widetilde{R}^{\nu}(t)$ отражает как общественные потребности (оборона, медицина, образование, культура и пр.), так и индивидуальные потребности населения, обеспечиваемые такой отраслью, как торговля. В последнем случае каждая компонента $\widetilde{r}_{\varphi}^{\nu}(t)$ образуется в результате прогноза спроса населения.

Основные статьи расходов на всю программу ν-й отрасли I рода будут, видимо, следующими:

1) затраты на приобретение $\widetilde{R}^{\nu}(t)$; 2) затраты на эксплуатацию изделий $\widetilde{W}^{\nu}(t)$ в отрасли; 3) затраты на выплату зарплаты работникам отрасли и другие расходы.

Для такой отрасли, как торговля потребительскими товарами, все виды затрат покрываются товарооборотом и его прибылью. Для отраслей общественного потребления (оборона, здравоохранение и т. п.) все три вида затрат обеспечиваются госбюджетными ассигнованиями. Однако все это не меняет изложенного выше принципа формирования программ отраслей I рода.

5. ПОСТАНОВКА ЦЕЛЕЙ И ЗАДАЧ ОТРАСЛЯМ II РОДА

5.1. Основные положения

Все множества $\widetilde{R}^{\nu}(t)$, характеризующие программы поставок изделий N отраслям II рода, объединяются, в результате чего образуется суммарный вектор $R(t)$*) по-

*) В настоящем параграфе через $X(t)$, $Y(t)$, $S(t)$, $R(t)$ и $K(t)$ будут обозначены векторы, а не скаляры, как в § 1 гл. 4, что соответствует натуральному (материальному), а не стоимостному выражению тех же самых понятий.

требления всех N отраслей I рода

$$\widetilde{R}(t)=\sum_{\nu=1}^{N}\widetilde{R}^{\nu}(t), \qquad (4.5.1)$$

где

$$\widetilde{R}^{\nu}(t)=\sum_{\varphi=1}^{n_t^{\nu}} a_{\varphi}^{\nu}(t). \qquad (4.5.2)$$

Следовательно, стоимость всех изделий, комплексов и т. п., включенных в $R(t)$, равна всему фонду потребления в году t в денежном выражении. Напомним, что прогнозное значение фонда потребления предварительно было определено и распределено между отраслями I рода — это является одним из исходных пунктов формирования программ I рода.

Третий этап формирования программ заключается в проверке реализуемости с точки зрения производственных возможностей отраслей II рода полученного вектора $R(t)$. Это всего целесообразнее сделать с помощью многоотраслевых балансовых моделей народного хозяйства, в которых сбалансированное решение принимается на каждый год программного периода, а переход от года к году осуществляется неформальным образом. Каждому году программного периода соответствует система трех неравенств (3) — (5) и разностное уравнение (6):

$$(E-A_t)X(t)-S(t)+X_{\text{и}}(t)\geqslant R(t)+X_{\text{э}}(t), \qquad (4.5.3)$$

$$X(t)\leqslant D_tK(t), \qquad (4.5.4)$$

$$C'_tX(t)\leqslant L_c(t), \qquad (4.5.5)$$

$$K(t+1)=F_t(K_t,\ I_t,\ L_k(t)), \qquad (4.5.6)$$

где A_t — матрица прямых затрат; E — единичная матрица; D_t — диагональная матрица фондоотдачи; C_t — вектор трудозатрат; F_t — вектор-функция роста основных фондов $K(t)$ (индекс t указывает на зависимость этих величин от времени); $X(t)$ — валовой продукт, который включает в себя опытно-конструкторские и проектные работы; $S(t)$ — капиталовложения в отрасли II рода, выраженные в натуральных ресурсах, включая капитальные вложения в НИИ и ОКБ; $L_c(t)$ — трудовые ресурсы, занятые во всем процессе производства в отраслях II рода. Поскольку в $R(t)$ входят объекты капитального строительства отраслей I рода, то в $L_c(t)$ входят трудовые ресурсы, занятые на строительстве этих объектов; $L_k(t)$ — трудовые ресурсы, занятые в сфере капитального строительства отраслей II рода; $X_и(t)$ и $X_э(t)$ — программы импорта и экспорта.

Трудность проведения балансовых расчетов в соответствии с моделью (3)—(6) заключается, главным образом, в том, что материальная структура $S(t)$ неизвестна, а от этой структуры зависит изменение структуры основных фондов и, следовательно, реализуемость $R(t)$. При этом $K(t+1)$ определяется с помощью нормативных материалов, сетевых графиков и отдельных расчетов, увязанных между собой неформализованными решениями. В этом случае используются методы оптимального планирования размещения производств.

Предварительные варианты структур $S(t)$ и $K(t)$ можно взять из обобщенных прогнозов развития отраслей II рода*), после чего следует менять $S(t)$ так, чтобы реализуемый вектор потребностей $\bar{R}(t)$ был наиболее близок в каком-то смысле к желаемому вектору $R(t)$. Если различие $\Delta R(t)$ между $\bar{R}(t)$ и $R(t)$ оказывается существенным, то это сообщается в отрасли I рода, которые в соответствии с $\Delta R(t)$ корректируют свои цели и задачи по срокам и содержанию. Если же компоненты вектора $\Delta R(t)$ не очень велики, то программы отраслей I рода на этом этапе остаются без изменений. Во втором случае задания по производству финальных изделий $R(t)$ и капиталовложения $S(t)$ распределяются между отраслями II рода как в денежном, так и в натуральном выражении, чем и задаются отраслям II рода цели, обеспеченные ресурсами.

Одновременно с этим планируются ЦМО для разработки и создания больших систем или сложных комплексов, назначается руководство ЦМО и выделяются ресурсы из фонда потребления (если создающиеся большие системы относятся к непроизводственной сфере) и из фонда накопления (если большие системы строятся для производственной сферы). Итак, отрасли II рода и целевые межотраслевые объединения получают цели и задачи своих операций по производству и разработкам про-

*) Если программное планирование вошло в установившийся режим, то задача выбора $S(t)$ существенно облегчается, так как при корректировке программ в году $t=0$ известна прежняя программа капитальных вложений для $t=1, 2, \ldots, T-1$.

дукции из множества $R(t)$. Одновременно им выделяются капиталовложения из множества $S(t)$ за каждый год программируемого периода. На этом завершается третий этап формирования программы.

5.2. Система моделей долгосрочного планирования комплекса отраслей промышленности

В п. 5.1 деятельность ЦПО по анализу суммарной заявки $R(t)$ и распределению капитальных вложений по отраслям II рода изложена в общем виде. Рассмотрим эту проблему более детально, взяв только один комплекс отраслей II рода (например, машиностроительный) и приходящуюся на него часть заявки $R(t)$, на основе системы моделей, разработанной В. Л. Веном и В. М. Солодовым (ВЦ АН СССР). Эта система моделей используется в человеко-машинном режиме и предназначается для планирования развития группы (комплекса) отраслей промышленности, направленного на максимизацию удовлетворения потребностей в продукции этой группы отраслей — заказчиков из непроизводственной сферы народного хозяйства. Заявленный вектор потребностей продукции $R(t)$, $t=1, 2, \ldots, T$ (T — плановый период), покрываемый из фонда потребления национального дохода, формируется, исходя из основных внеэкономических целей общества (народного благосостояния и безопасности), и является в известном смысле их материальным выражением. Система состоит из трех основных моделей (MI, MII и MIII), ряда вспомогательных моделей и алгоритмов (рис. 4.7).

Основной оптимизационной моделью является модель II, с помощью которой осуществляется планирование в достаточно подробной номенклатуре (от 100 до 1000 чистых отраслей). Для учета организационных особенностей ЦПО, а заодно и преодоления вычислительных трудностей при решении оптимизационных динамических моделей большой размерности, модель II строится в виде совокупности двух моделей: модели КС — капитального строительства (или модели развития производственных возможностей) и модели межотраслевого баланса МБ. Модель КС позволяет решать задачи оптимального планирования развития мощностей как задачи целочисленного программирования. Разделение модели II на две модели позволяет представить модель МБ как совокупность задач статического межотраслевого баланса с ограничениями по производственным мощностям, причем эти задачи можно решать последовательно для каждого года планируемого периода. Следует подчеркнуть, что модель МБ построена в терминах приращений, что позволяет непосредственно манипулировать темпами роста отдельных отраслей и основных фондов. Модель I,

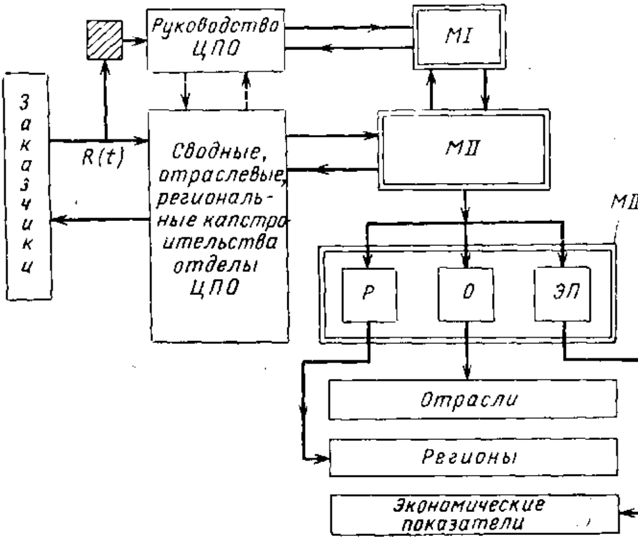


Рис. 4.7.

также представляющая собой оптимизационную динамическую модель (в смысле указанного ниже), предназначена для руководства ЦПО или руководства правительственного уровня. Модель I, с одной стороны, является средством отображения информации о процессах в модели II в укрупненных показателях, а с другой — средством принятия решения о капиталовложениях в подведомственные отрасли промышленности. Особенностью модели I как динамической модели межотраслевого баланса является то, что она построена не в «чистых», а «административных» отраслях. Это обстоятельство, а также то, что заявка $R(t)$ по сути персонифицирована по заказчикам непроизводственной сферы, позволяет руководству принимать сбалансированные решения по такому распределению капиталовложений в отрасли ведомственной структуры, при котором в наибольшей степени достигались бы первичные цели общества.

Модель III — это скорее совокупность моделей, позволяющих детализировать планы, полученные с помощью модели II (которая строится в чистых отраслях), в наперед заданных аспектах (например, распределение планов по отраслям ведомственной структуры, по регионам с учетом транспортного фактора, получение системы экономических показателей плана и т. п.).

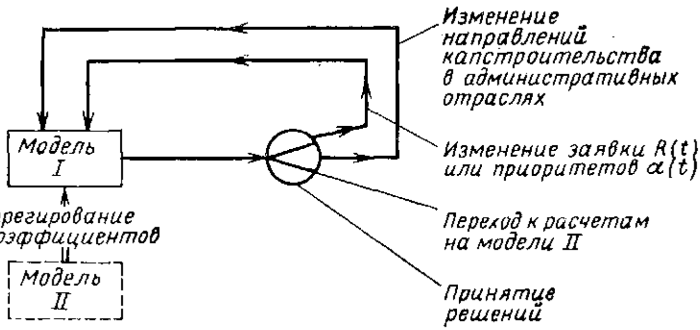


Рис. 4.8.

На рис. 4.8 приведена блок-схема модели I, соотношения для которой в несколько упрощенном виде*) записываются следующим образом:

$$P(t) = Q_1(t)P(t) + k\hat{\alpha}(t)R(t), \tag{4.5.7}$$

$$\Delta h\ (t) = \sum_{\tau} D(t,\ \tau)\rho(t - \tau + 1), \tag{4.5.8}$$

$$h(t) = h(t-1) + \Delta h(t), \tag{4.5.9}$$

$$P(t) \leqslant h(t), \tag{4.5.10}$$

$$\sum_{\tau} H(t,\ \tau)\rho(t - \tau + 1) \leqslant z(t), \tag{4.5.11}$$

$$Q_r(t)P(t) \leqslant G(t), \tag{4.5.12}$$

$$P(t) \geqslant 0,\ z(t) \geqslant 0,\ 0 \leqslant k \leqslant 1,\ 0; \tag{4.5.13}$$

при всех условиях (7)—(13) необходимо

$$k \longrightarrow \max. \tag{4.5.14}$$

В уравнениях модели I $P(t)$ — вектор полного выпуска (8—10 административных отраслей); $Q_1(t)$ — матрица

*) В частности, считается, что среди рассматриваемого комплекса нет отдельных фондообразующих отраслей.

прямых затрат рассматриваемого комплекса отраслей; k — степень удовлетворения спроса; $\widehat{\alpha}(t)$ — диагональная матрица приоритетов; $\Delta h(t)$ — вектор приращения производственных мощностей; $D(t, \tau)$ — матрица погодового ввода производственных мощностей; $\rho(t-\tau+1)$ — вектор, задающий объемы задельных мощностей в $t-\tau+1$ году; $H(t, \tau)$ — матрица затрат капиталовложений на

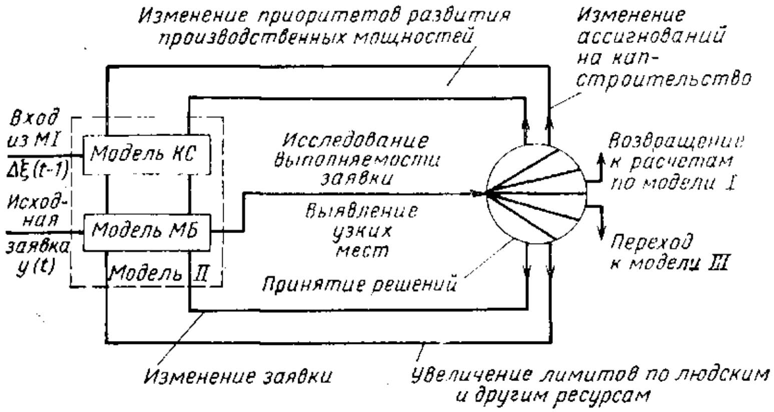


Рис. 4.9.

строительство; $z(t)$ — ограничения по капиталовложениям; $Q_r(t)$ — матрица затрат ресурсов промежуточной продукции; $G(t)$ — поставки промежуточной продукции из других секторов народного хозяйства.

В выражениях (7)—(14) для простоты опущены переменные, характеризующие фондообразования в самих промышленных отраслях.

Соотношения (7)—(14) представляют собой задачу линейного программирования, максимизирующую при различных капиталовложениях $S(t)$, поставках $G(t)$ и приоритетах $\widehat{\alpha}(t)$ степень k удовлетворения заказов непроизводственной сферы $R(t)$.

На рис. 4.9 приведена блок-схема модели II (на 100...1000 чистых отраслей), состоящая из двух моделей: модели КС и модели МБ.

Соотношения и уравнения модели КС:

$$\left| \Delta\xi(t-1) - \sum_{j}\sum_{\tau} \Delta\xi^{j}(\tau) W_j(t-\tau+1) \right| \leqslant \mu\theta, \qquad (4.5.15)$$

$$\sum_j \sum_\tau z^j(\tau) W_j(t-\tau+1) \leqslant z(t), \qquad (4.5.16)$$

$$W_j(t) \in \{0,\ 1\}, \qquad (4.5.17)$$

$$\theta \to \min, \qquad (4.5.18)$$

где $\Delta\xi(t-1)$ — вектор приращения производственных мощностей (вначале задается дезагрегированием решения, полученного на модели I, а затем уточняется с помощью модели МБ); $\Delta\xi^j(\tau)$ — вектор приращений мощ-

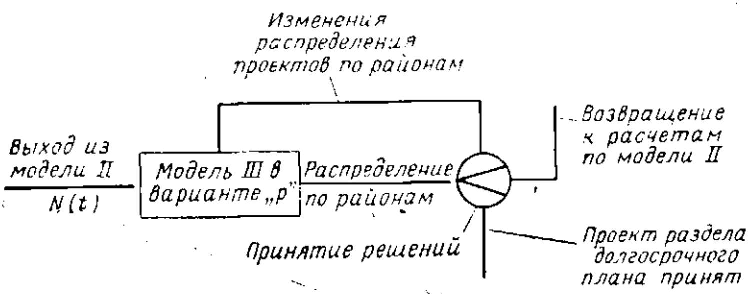


Рис. 4.10.

ностей j-го проекта на τ-м году строительства, $W_j(t)$ — целочисленная переменная, равная 1, если j-й проект начал строиться в t-м году, и 0 в противном случае; μ — вектор приоритетов; θ — максимальная величина невязки между требуемым и планируемым объемами мощностей.

Уравнения модели МБ:

$$x(t) = A_t x(t) + y(t), \qquad (4.5.19)$$

$$B_t x(t) \leqslant \Delta\xi(t) + \Delta\xi^c(t) + \sigma\xi(t-1), \qquad (4.5.20)$$

где $x(t)$ — вектор приращения валового выпуска в t-м году; $A(t)$ — матрица прямых затрат; $y(t)$ — вектор приращения конечного продукта комплекса отраслей в году t; B_t — матрица фондоемкости; $\Delta\xi(t)$ — мощности, введенные в году t за счет капитального строительства (получаются на модели КС); $\Delta\xi^c(t)$ — мощности, которые высвобождаются в результате прекращения в год t производства некоторых типов изделий; $\sigma\xi(t-1)$ — мощности, недоиспользованные в $(t-1)$-м году; σ — диагональная матрица долей неиспользованных мощностей.

На рис. 4.10 приведена блок-схема модели III в варианте распределения строящихся предприятий по районам. Соотношения и уравнения модели в этом случае могут иметь вид

$$x^r(t)+\sum_s q^{sr}(t)=A^r(t)x^r(t)+y^r(t)+\sum_s q^{rs}(t), \qquad (4.5.21)$$

$$\xi^r(t)=\xi^r(t-1)+\sum_{j\in N(t)}\xi^{jr}W^{jr}(t), \qquad (4.5.22)$$

$$B^r(t)x^r(t)\leqslant\xi^r(t), \qquad (4.5.23)$$

$$\sum_r W^{jr}(t)=1,\ W^{jr}(t)\in\{0,1\}, \qquad (4.5.24)$$

$$W^{jr}(t)=1 \text{ для } j\in K^r(t), \qquad (4.5.25)$$

$$C(t)=\sum_{r,\,s} C^{rs}(t)q^{rs}(t)\to\min, \qquad (4.5.26)$$

где q^{sr} — вектор ввезенной продукции из района s в r-й район в году t; q^{rs} — вектор продукции, вывезенной из района r в район s; $C(t)$ — суммарная стоимость перевозок, которая минимизируется; $N(t)$ — множество номеров проектов, строительство которых должно начаться в году t (находится в процессе решения модели II); ξ^{jr} — вектор мощности j-го проекта с учетом условий r-го района; $W^{jr}(t)$ — целочисленная переменная, равная 1, если j-й проект начинает строиться в t-м году в r-м районе, и 0 в противном случае; $K^r(t)$ — множество директивно заданных строительств в r-м районе.

Остальные переменные и матрицы имеют прежние значения. Индекс r указывает на их принадлежность к r-му району.

В целом процесс человеко-машинного планирования с помощью системы моделей I, II, III автоматизирует хорошо известный итерационный процесс согласования и увязки планов внутри центрального планирующего органа и, помимо оптимизации плана производства в смысле максимального удовлетворения общественных потребностей, резко сокращает время, затрачиваемое на планирование.

6. ФОРМИРОВАНИЕ ПРОГРАММ ОТРАСЛЕЙ II РОДА

6.1. Основные положения

Отрасли II рода, получившие задание на производство изделий множества $\bar{R}(t)$ и капиталовложения из множества $\bar{S}(t)$, могут приступить к формированию своих программ (или, точнее, долгосрочных планов развития).

Любая отрасль II рода, как и отрасль I рода, представляет собой многоуровневую (как минимум трехуровневую) организационную систему, самым нижним уровнем которой являются предприятия (первичные организации) отрасли, совершающие операции по производству продукции, а также операции по разработкам и научным исследованиям, предшествующие собственно производственным операциям по выпуску серийной продукции. Таким образом, предприятия отрасли II рода состоят как из производственных предприятий по выпуску продукции (массовой, серийной, малосерийной и уникальной) так из КБ и НИИ.

В связи с этим задание отрасли на производство продукции из множества $\tilde{R}(t)$, определенное ЦПО, не является для отрасли II рода «неожиданным», так как еще на этапе формирования программ поставок отраслям I рода происходили необходимые контакты между отраслями I и II рода и сами прогнозные массивы жизненных циклов изделий формировались в отраслях II рода по заказу отраслей I рода.

Как и в отрасли I рода, в отрасли II рода имеют место два сопряженных вида деятельности или два вида операций: 1) уже упоминавшиеся операции, связанные с выпуском продукции, и 2) деятельность, связанная с развитием отрасли и ее предприятий. Дальнейшее описание отраслей II рода вполне аналогично тому, как в § 4 описаны отрасли I рода, только в данном случае роль наличного оборудования $\tilde{W}(t)$ в отрасли I рода будут играть наличные основные фонды и технологическое оборудование всех предприятий μ-й отрасли II рода (в том числе НИИ и КБ) и их объединений. Представляя все наличные основные фонды и технологическое оборудование вектором $K(t)$, будем аналогично (4.8) иметь

$$K^{\mu}(t+1)=K^{\mu}(t)+S^{\mu}(t)-Z^{\mu}(t),\quad 1\leqslant\mu\leqslant M, \tag{4.6.1}$$

где $S(t)$ — вектор пополнения основных фондов в году t; $Z(t)$ — вектор убыли основных фондов в году t.

Как и раньше в (4.8), компоненты векторов $K(t)$, $S(t)$ и $Z(t)$ в (1) будут соответственно равны

$$k_i^{\mu}(t)=\sum_{l=1}^{Q_{\mu}} a_{il}^{k}(t),\qquad s_i^{\mu}(t)=\sum_{l=1}^{Q_{\mu}} a_{il}^{s}(t),\quad z_i^{\mu}(t)=\sum_{l=1}^{Q_{\mu}} a_{il}^{z}(t),$$

где Q_μ — количество предприятий в μ-й отрасли II, а величины $a^k_{il}(t)$, $a^s_{il}(t)$, $a^z_{il}(t)$ представляют собой элементы множеств

$$\tilde{k}^\mu_{il} = \{a^k_{il}(t),\ b^k_{il}(t),\ c^k_{il}(t)\},$$

$$\tilde{s}^\mu_{il} = \{a^s_{il}(t),\ b^s_{il}(t),\ c^s_{il}(t)\},$$

$$\tilde{z}^\mu_{il} = \{a^z_{il}(t),\ b^z_{il}(t),\ c^z_{il}(t)\}.$$

Значения a, b, c имеют тот же смысл, что и для изделий отраслей I рода. Каждая тройка $\tilde{s}_{il}(t)$ описывается таким же жизненным циклом, как и тройка $\tilde{r}_{is}(t)$ отрасли I рода. Если $\tilde{s}_{il}(t)$ — объект капитального строительства или большая система, то процессы ОКР — испытания заменяются проектированием системы, а этап серийного производства — созданием системы (строительством объекта). Как и в отраслях I рода выбор управления научно-техническим прогрессом $S^\mu(t)$ производится из прогнозного массива (множества) жизненных циклов оборудования (основных фондов), образующих направление развития техники μ-й отрасли II рода.

Отрасль μ формирует множество заданий на нормативные прогнозы:

$$\tilde{S}(\theta) = \{\tilde{s}^\mu_i(\theta_i)\}, \tag{4.6.2}$$

где $$\tilde{s}_i(\theta) = \{a^s_i(\theta_i),\ b^s_i(\theta_i),\ c^s_{il}(\theta_i)\}.$$

Множество заданий (2) выдается данной отраслью II рода (или ЦМО) в другие отрасли II рода (в том числе и себе самой) и ЦМО, являющиеся будущими поставщиками оборудования основных фондов, комплексов технологического оборудования и т. п. в μ-ю отрасль.

В результате проведения прогноза образуется прогнозный массив жизненных циклов оборудования или направления развития техники в μ-й отрасли

$$S'^\mu_{\text{н}}(\theta) = \{\tilde{S}^\mu_{ij}(\theta_{ij})\}, \tag{4.6.3}$$

где

$$\tilde{S}_{ij}(\theta_{ij}) = \{[a^s{}_i(\theta_{ij}),\ b^s{}_i(\theta_{ij}),\ c^s{}_i(\theta_{ij})] \mid d^s{}_{ij}(t);\ t = 1,\ 2, \ldots,\ \theta_{ij};\ j = 1,\ 2, \ldots,\ l_i\}. \tag{4.6.4}$$

Величины в (4) аналогичны величинам (4.13).

Массивы (3) постоянно пополняются и обновляются за счет организации непрерывного процесса, прогнозирования. Массивами (3) пользуется ЦПО, когда он определяет объемы и структуру капитальных вложений в отрасли II рода.

Из массива (3) отрасль II рода формирует такую программу развития основных фондов и технологического оборудования в пределах выделенных ассигнований на капитальное строительство, при которой структура развивающихся фондов $K_\mu(t)$ позволяла бы μ-й отрасли II рода выпускать вектор конечного продукта $\overline{Y}_\mu(t)$, отличающийся на малую величину $\Delta Y_\mu(t)$ от запрограммированного значения $Y_\mu\ (t)$.

Конечный продукт μ-й отрасли состоит из трех составляющих

$$Y_\mu(t) = R^\nu_\mu(t) + S^\psi_\mu(t) + U^\psi_\mu(t)$$

$$1 \leqslant \nu \leqslant N;\ 1 \leqslant \psi \leqslant M;\ 1 \leqslant \mu \leqslant M;\ \mu \neq \psi. \qquad (4.6.5)$$

Первая составляющая R — это образцы, комплексы оборудования (в том числе вещества для эксплуатации), поставляемые μ-й отраслью II рода в отрасли I рода и являющиеся финальными изделиями в том смысле, что они полностью укомплектованы для использования. Вторая составляющая $S^\psi_\mu\ (t)$ — это образцы, комплексы основных фондов и технологическое оборудование, поставляемые μ-й отраслью II рода во все другие отрасли II рода и тоже являющиеся финальными изделиями*).

Для каждого финального изделия из $R^\nu_\mu(t)$ и $S^\psi_\mu(t)$ известна его декомпозиция на подсистемы, комплектующие изделия, полуфабрикаты, элементную базу и т. п.; μ-я отрасль, являющаяся головной по выпуску и комплектации финальных изделий $R^\nu_\mu(t)$ и $S^\psi_\mu(t)$, комплектующие изделия получает (закупает, заказывает) от других отраслей II рода, расплачиваясь за них в счет кредитов, имеющихся у нее на все финальные изделия. Заметим, что поскольку декомпозиция финального изделия осуществляется на всех фазах его жизненного цикла, то в качестве «комплектующих изделий» выступают НИР и ОКР, за-

---

*) Заметим, что ЦПО планирует в категориях финальных и крупных комплектующих изделий.

казываемые в НИИ и КБ других отраслей II рода. Однако μ-я отрасль II рода, являясь потребителем комплектующих изделий для своих финальных изделий, в то же время является поставщиком некоторого множества комплектующих изделий для других отраслей II рода и ЦМО. В выражении (5) для конечного продукта μ-й отрасли составляющая $U_{\mu}^{\phi}(t)$ как раз и указывает на это обстоятельство.

Обмен заказами на комплектующие изделия между отраслями II рода, а также поставки комплектующих и финальных изделий для ЦМО регулируются ЦПО и комитетом стандартов.

Итак, векторы $K_{\mu}(t)$ и $Y_{\mu}(t)$ отражают соответственно программу развития и программу выпуска отраслью конечной продукции. Однако при этом учтены еще не все аспекты построения программы отрасли (комплексного долгосрочного плана отрасли) как системы целей и задач по выпуску продукции и развитию отрасли в смысле строительства новых производственных объектов, строительства экспериментальной базы, автоматизации производства и управления, научных исследований и т. п. Дело в том, что сбыт отраслью готовой продукции $Y_{\mu}(t)$ определяется программами заказов только в основном. Всегда могут быть (притом весьма значительные) флюктуации по отношению к программам заказов, особенно, если речь идет о сбыте потребительских товаров или если отрасль производит продукцию на экспорт. Поэтому каждой отрасли II рода неизбежно придется строить прогнозы сферы сбыта своей продукции (прогнозы рынка сбыта). Прогнозы сферы сбыта нужны отрасли также и для выработки активного отношения отрасли к сфере сбыта своей продукции, для реализации стремления расширить ее относительно нового ассортимента товаров и демонстрации их возможностей.

Для активного отношения отрасли к своей сфере сбыта нужна специальная система стимулирования. В рассмотренной выше системе программ отрасли II рода по отношению к сфере сбыта своей продукции занимают по сути пассивную позицию, поскольку они строят свои программы на основе заказов (начиная с заданий на прогнозы), получаемых от других отраслей. Собственная инициатива отрасли по разработке конечного продукта, позволяющего решать новые народнохозяйственные задачи здесь не представлена.

Отрасль II рода также должна хорошо знать и иметь прогнозы сферы поставок в отрасль оборудования технологических процессов, комплектующих изделий элементной базы, чтобы не оказаться перед фактами срывов и остановок производства на предприятиях отрасли. Прогнозирование и хорошее знание сферы поставок, а возможно, в известном смысле, и управление этой сферой, необходимы по следующим причинам: существует флюктуация поставок относительно программы; поставки в отрасль программируются со стороны ЦПО в агрегированном виде, часть поставок может быть импортной.

Помимо прогнозов сфер сбыта и поставок отрасли следует провести анализ «узких мест», которые можно выявить в результате системного обследования и изучения с помощью операционистов.

Построение иерархической системы целей и задач отрасли, формирование программ развития и программы выпуска продукции производится на основе систематизированных прогнозов будущих ситуаций (сценариев), которые разрабатываются на основе следующей информации:

— программных установок по капиталовложениям в отрасль и по выпуску продукции $R_{\mu}^{\nu}(t)$;

— прогноза развития сфер сбыта и поставок;

— направлений развития основных фондов отрасли;

— особенностей и «узких мест» отрасли.

Формирование программ отрасли осуществляется на основе системного анализа, который заключается в применении хорошо разработанных экономико-математических моделей оптимального планирования, связанных логико-эвристическими суждениями руководства с иерархической системой целей и задач отрасли. При этом и в ЦПО балансовое оптимальное планирование выпуска продукции производится на каждый год программного периода $[0, T]$.

6.2. Модели долгосрочного планирования отрасли промышленности

В п. 1 настоящего параграфа в обобщенном виде был описан порядок формирования программ развития или долгосрочных планов отраслей II рода. Рассмотрим несколько более детально процесс долгосрочного планирования развития отрасли по выпуску серийной продукции. Входами процесса долгосрочного планирования в отрасли являются выходы модели III, функционирующей в ЦПО (см. рис. 4.6 и 4.9).

Как уже указывалось, модель III может строиться в нескольких разрезах. В приведенном выше разрезе (21)—(26) с ее помощью производится распределение нового строительства и производства продукции по районам. В отраслевом (ведомственном) разрезе с помощью этой же модели определяется вектор конечной продукции $\tilde{y}^s(t)=\{y^s{}_m(t)\}$, $1\leqslant m\leqslant M$, которую должна произвести s-я административная отрасль в каждом году $t(t=1, \ldots, T)$, и вектор $\tilde{q}^s(t)=\{\tilde{q}^s{}_i(t)\}$ ресурсов для развития производственных мощностей отрасли. Кроме этого, в укрупненных показателях дается ориентировка, где, в какое время, по каким проектам предполагается развивать мощности отрасли. Однако это довольно грубая ориентировка (кроме географического размещения объектов), так как задание на производство продукции $\tilde{y}(t)$, в которое входят как поставки в непроизводственную сферу от s-й отрасли $R^s(t)$, так и поставки в смежные отрасли промышленности, задается в укрупненной номенклатуре как перечень крупных изделий. Итак, перед s-й отраслью (в дальнейшем индекс s в переменных будет опущен) поставлена цель в виде задания (программы) по выпуску продукции $\tilde{y}(t)$ в укрупненной номенклатуре и ей выделены ресурсы $\tilde{q}(t)$ для развития ее производственных мощностей. Конечной целью долгосрочного планирования в отрасли является составление долгосрочного календарного плана производства продукции в достаточно подробной номенклатуре; промежуточной (обеспечивающей) целью является долгосрочный календарный план развития производственных мощностей отрасли. Планирование в отрасли представляет собой итерационный процесс, в который помимо плановых органов отрасли вовлечены снизу производственные главки (или объединения), а сверху — Центральный планирующий орган. В. В. Шафранским (ВЦ АН СССР) разработан вариант системы долгосрочного планирования в отрасли (в человеко-машинном режиме).

Блок-схема этого варианта моделей долгосрочного планирования отрасли, привязанная к ее организационной структуре, приведена на рис. 4.11. Блоки в верхней

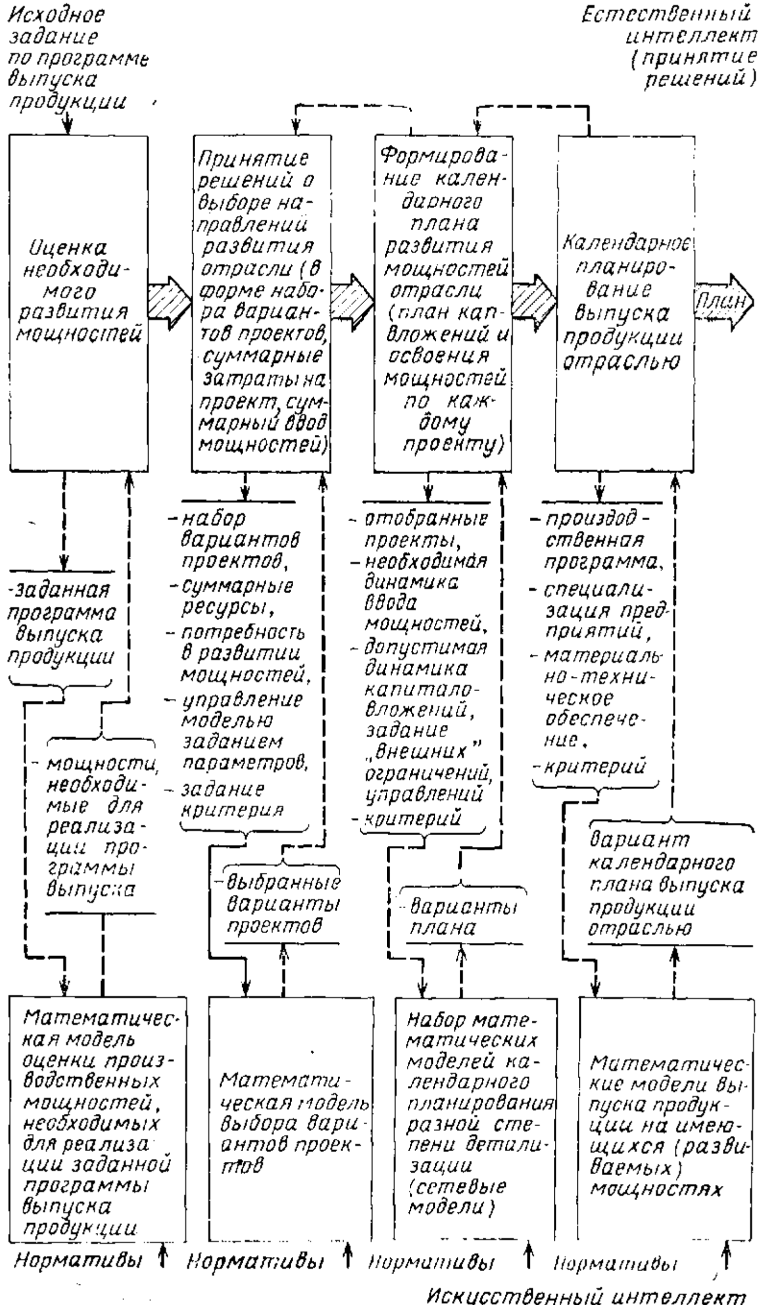

Исходное задание по программе выпуска продукции
Естественный интеллект (принятие решений)
Оценка необходимого развития мощностей
Принятие решений о выборе направлений развития отрасли (в форме набора вариантов проектов, суммарные затраты на проект, суммарный ввод мощностей)
Формирование календарного плана развития мощностей отрасли (план капвложений и освоения мощностей по каждому проекту)
Календарное планирование выпуска продукции отраслью
План
-заданная программа выпуска продукции
- мощности, необходимые для реализации программы выпуска
- набор вариантов проектов,
- суммарные ресурсы,
- потребность в развитии мощностей,
- управление моделью заданием параметров,
- задание критерия
-выбранные варианты проектов
- отобранные проекты,
- необходимая динамика ввода мощностей,
- допустимая динамика капиталовложений, задание „внешних" ограничений, управлений
- критерий
-варианты плана
- производственная программа,
- специализация предприятий,
- материально-техническое обеспечение,
- критерий
вариант календарного плана выпуска продукции отраслью
Математическая модель оценки производственных мощностей, необходимых для реализации заданной программы выпуска продукции
Математическая модель выбора вариантов проектов
Набор математических моделей календарного планирования разной степени детализации (сетевые модели)
Математические модели выпуска продукции на имеющихся (развиваемых) мощностях
Нормативы
Нормативы
Нормативы
Нормативы
Искусственный интеллект (математические модели, ЭВМ)

Рис. 4.11.

части схемы — это блоки принятия решений в отрасли. Блоки в нижней части схемы — математические модели, реализуемые на ЭВМ. Из схемы ясно назначение всех блоков и видно, что диалог ведется в содержательных терминах, привычных для плановых работников и руководства. Не описывая подробно всю схему планирования, остановимся только на первых двух блоках. Модели можно рассматривать как симбиоз естественного интеллекта людей (верхние блоки) с искусственным интеллектом ЭВМ (нижние блоки).

В модели первого блока производится разбиение заданной производственной программы на комплектующие изделия (вектор $y(t)$ преобразуется в вектор большой размерности $x(t)$) и на основе этого выявляется вектор потребных производственных мощностей $\tilde{n}(t)$ в каждом году планового периода). В первом блоке модели производится, следовательно, следующие вычисления:

$$x(t) = C(t)y(t), \tag{4.6.6}$$

$$\tilde{n}(t) = D(t)x(t), \tag{4.6.7}$$

где $x(t) = (x_i(t))$, $1 \leqslant i \leqslant I$; $x_i(t)$ — количество изделий (комплектующих) i-го вида, необходимых для реализации программы $y(t)$; $C(t) = \| C_{im}(t) \|$ —матрица комплектации; $C_{im}(t)$— коэффициент комплектации продукции m-го вида комплектующими изделиями i-го вида; $\tilde{n}(t) = (\tilde{n}_k(t))$, $1 \leqslant k \leqslant K$, — вектор потребных мощностей, необходимых для выполнения производственной программы $y(t)$; $D(t) = \| d_{ik}(t) \|$ — матрица затрат оборудования (основных фондов); $d_{ik}(t)$ — среднеотраслевые затраты k-го вида оборудования на производство единицы i-го изделия в году t.

Следующий, второй блок, предназначен для выбора вариантов проектов развития мощностей, при которых обеспечивается выполнение производственной программы, преобразованной теперь в программу $\tilde{n}(t)$. Переменные, уравнения и соотношения модели означают: $V = \{v\}$ — все множество проектов; $V^* \subset V$ — множество проектов, которые должны быть включены в план обязательно (предписание со стороны ЦПО); $n^v(\tau) = (n^v{}_k(\tau))$ — вектор мощностей, вводимых через τ лет после реализации v-го проекта, где $\tau = t - t_v$; t_v — год начала реализации проекта; $q^v(\tau) = (q^v{}_i(\tau))$ — темп потребления ресурсов на реализацию v-го проекта.

Уравнения и соотношения модели в 1-й постановке. В этой постановке уравнения имеют следующий вид:

$$\sum_{t_v=1}^{T} \sum_{v \in V} u^v{}_{t_v} n^v(t - t_v) \geqslant \tilde{n}(t), \tag{4.6.8}$$

$$\sum_{t_v=1}^{T} \sum_{v \in V} u^v{}_{t_v} q^v(t - t_v) \leqslant \tilde{q}(t), \tag{4.6.9}$$

$$u^v{}_{t_v} \in \{0,\ 1\}, \tag{4.6.10}$$

$$\sum_{t_v=1}^{T} u^v{}_{t_v} \leqslant 1 \text{ при } v \in V/V^*, \tag{4.6.11}$$

$$\sum_{t_v=1}^{T} u^v{}_{t_v} = 1 \text{ при } v \in V^*. \tag{4.6.12}$$

Соотношения (8)—(12) дают возможность из всего множества проектов V выделить допустимые варианты наборов проектов, удовлетворяющих неравенствам (8), (9), при этом определяется, в какой год какой проект должен быть начат. Поскольку все проекты перенумерованы, то после решения (8)—(12) допустимые варианты наборов проектов будут выглядеть как кортежи из нулей и единиц (например, $\{1(t_1),\ 0,\ 0,\ 1(t_4),\ \ldots,\ 1(t_5),\ 0,\ 1,\ (t_q),\ \ldots\}$); индекс t_v у соответствующей единицы будет указывать на год начала реализации соответствующего проекта. Предметом принятия решений является выбор одного из кортежей из множества допустимых. Выбор производится на основе целого ряда неформальных критериев. Выбранный кортеж есть не что иное, как укрупненный план капитального строительства, а критерии, на основе которых он был выбран, выступают теперь как показатели (характеристики) этого плана.

Если множество допустимых кортежей окажется пустым, то, изменяя ограничения $\tilde{q}(t)$ и $\tilde{n}(t)$, можно найти непустые решения и в связи с этим произвести соответствующие обращения к ЦПО по поводу увеличения ресурсов $q(t)$ и изменения программы $y(t)$, т. е. происходит обычный итерационный процесс планирования.

Уравнения и соотношения модели во 2-й постановке. В этом случае формализуется цель и вводится минимаксный критерий, позволяющий при пустом множестве решений задачи (4.3)—(4.7) определить необходимое количество ресурсов для обязательного развития мощностей, а при непустом множестве решений из всех допустимых планов (кортежей) выбрать план с минимальными затратами ресурсов. Соотношения модели во 2-й постановке выглядят следующим образом:

$$\min_{u^v_{t_v}} \max_{j,t} \left(\alpha_j(t) \frac{\sum_{t_v=1}^{T} \sum_{v \in V} u^v{}_{t_v} q^v{}_j(t-t_v)}{\tilde{q}_j(t)} \right) \quad (4.6.13)$$

$$\text{при} \sum_{t_v=1}^{T} \sum_{v \in V} u^v{}_{t_v} n^v(t-t_v) \geq \tilde{n}(t), \quad (4.6.14)$$

где $\alpha_j(t)$ — коэффициент важности j-го типа ресурса; $\tilde{q}_j(t)$ — представляемый темп потребления ресурса; остальные переменные имеют прежние обозначения, а к соотношениям (13), (14), разумеется, добавляются соотношения (11), (12).

Уравнения и соотношения модели в 3-й постановке. В этой постановке введение максиминного критерия позволяет при непустом множестве решений в 1-й постановке получить наиболее пропорциональный темп ввода мощностей, а при пустом множестве решений найти решение, минимизирующее нехватку производственных мощностей. В этом случае опять неизбежно обращение в ЦПО за ресурсами и изменениями программы задания $y(t)$. Соотношение модели в этой постановке (включая выражения (11), (12)) имеют следующий вид:

$$\max_{u^v_{t_v}} \min_{k,t} \left(\beta_k(t) \frac{\sum_{t_v=1}^{T} \sum_{v \in V} u^v{}_{t_v} n^v{}_k(t-t_v)}{\tilde{n}_k(t)} \right) \quad (4.6.15)$$

$$\text{при} \sum_{t_v=1}^{T} \sum_{v \in V} u^v{}_{t_v} q^v(t-t_v) \leq \tilde{q}(t), \quad (4.6.16)$$

где $\beta_k(t)$ — коэффициент важности k-го вида мощности.

Как видно, все три постановки открывают широкие возможности выбора проектов в режиме диалога. Однако может все же случиться, что решение ни во 2-й, ни в 3-й постановке не устраивает руководство по каким-либо другим неформализуемым критериям. В этом случае как при непустом, так и при пустом множестве решений можно предложить еще другие принципы выбора проектов при неявной или неформализуемой целевой функции. При наличии целевой функции решения принимаются автоматически (на ЭВМ) в количественных шкалах. Однако, если целевую функцию в количественных шкалах или не удается построить (как часто бывает в задачах отбора проектов НИР и ОКР), или решения, получающиеся на основе целевой функции, не устраивают по каким-либо причинам ЛПР (лицо, принимающее решение), тогда можно использовать имеющуюся информацию для выбора наилучшего варианта плана в порядковых шкалах. Проблема выбора в порядковых шкалах будет рассмотрена далее в гл. 5.

6.3. Утверждение системы программ

Формированием программ отраслей II рода и программ ЦМО завершается четвертый этап формирования системы программ. После разработки программ отраслями II рода они направляются в ЦПО, где окончательно свертывается (агрегируется) допустимый вектор конечного продукта, и если он не имеет существенных расхождений в слагаемых $S_g(t)$ и $R_g(t)$ с заявленными $S(t)$ и $R(t)$, то вся система программ передается на утверждение в орган руководства народным хозяйством. Если расхождения существенны, то $R_g(t)$ передается в отрасли I рода, которые должны пересмотреть свои цели. Далее в отраслях I рода определяются новые значения $R'(t)$ и весь процесс формирования программ повторяется, пока расхождения между $S_g(t)$, $R_g(t)$, $S(t)$ и $R(t)$ остаются существенными.

Утверждением системы программ завершается пятый и последний этап разработки программ. На рис. 4.12 все пять этапов разработки программ отражены в виде последовательности отдельных процедур. В целом разработка программ представляется как процесс обмена проектами планов между отраслями I рода, ЦПО и отраслями II рода. Очевидно, что эффективным такой процесс может быть лишь при межмашинном обмене информацией между соответствующими АСУ.

Составленные и утвержденные программы пересматриваются и дополняются периодически с периодом $\tau < T$

(T — продолжительность программного периода). Пересмотр и дополнение программ носит скользящий характер и проводится в точности по тем же процедурам и с теми же этапами, что описанная выше разработка программ. Если программный период $[0, T]$ длится 15 ... 20 лет, то период пересмотра $[0, \tau]$ может быть равен 1, 2, 3 и даже 5 годам. Программные периоды будут следующим образом располагаться по шкале времени:

$[0, T]$ — первый программный период;

$[\tau, T+\tau]$ — второй программный период;

. . . .

$[k\tau, T+k\tau]$ — k-й программный период.

Если программы первого периода $[0, T]$ формируются при $t \leqslant 0$, то программы второго периода образуются из первых в результате пересмотра и дополнения за время $0 \leqslant t \leqslant \tau$. Программы второго периода пересматриваются и дополняются в годы $\tau \leqslant t \leqslant 2\tau$ и т. д. Таким образом, программы второго периода формируются (пересматриваются и дополняются) сразу после утверждения и вступления в силу программ первого периода, третьего — после утверждения второго и т. д. Дополнение последующей программы по отношению к предыдущей происходит на τ последних лет, а пересмотр касается последних лет предыдущей программы.

Пересмотры и дополнения вызываются следующими обстоятельствами:

перераспределением фонда потребления между отраслями I рода в силу изменившейся внешней обстановки;

результатами, полученными после реализации предыдущих программ и планов;

непредвиденными событиями, нарушившими планомерное развитие народного хозяйства в ряде регионов (например, стихийными бедствиями);

крупными открытиями в ряде областей науки и техники.

Периодическая корректировка и пересмотр программ требуют непрерывного процесса прогнозирования комплексов и объектов капитального строительства для отраслей как I, так и II рода. На основе непрерывного прогнозирования с периодом τ происходят обновления и пополнения направлений развития техники отраслей

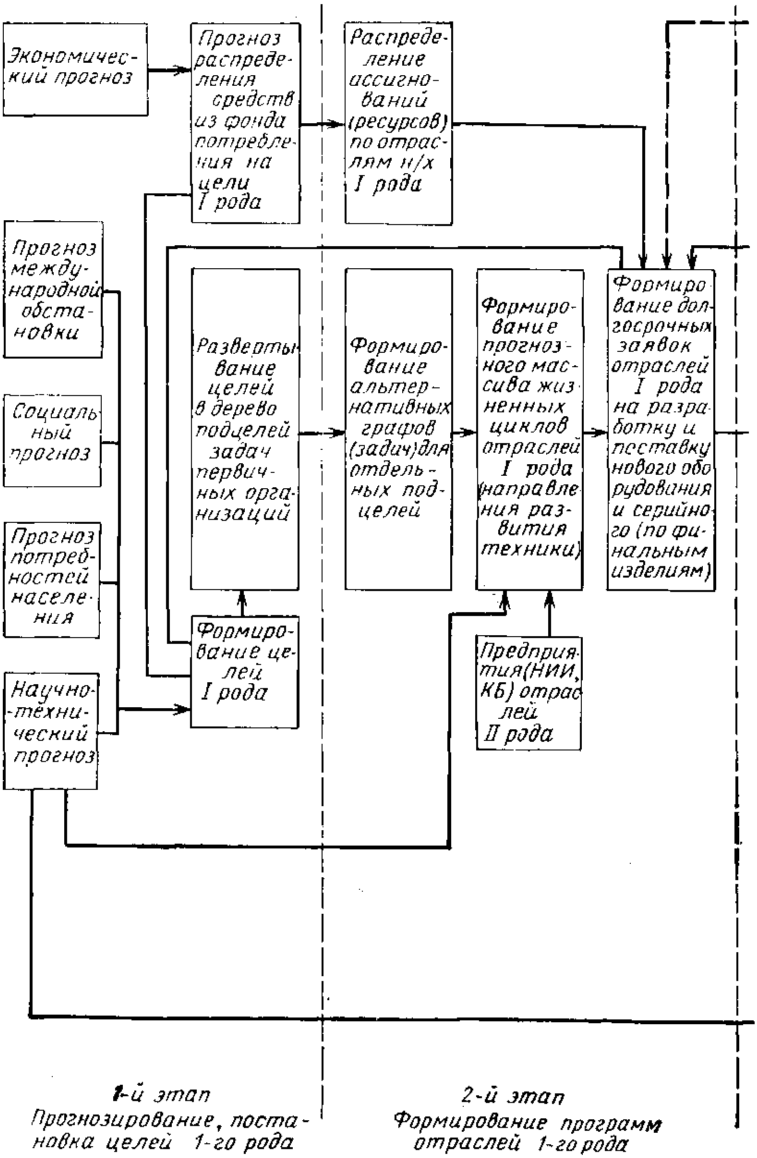
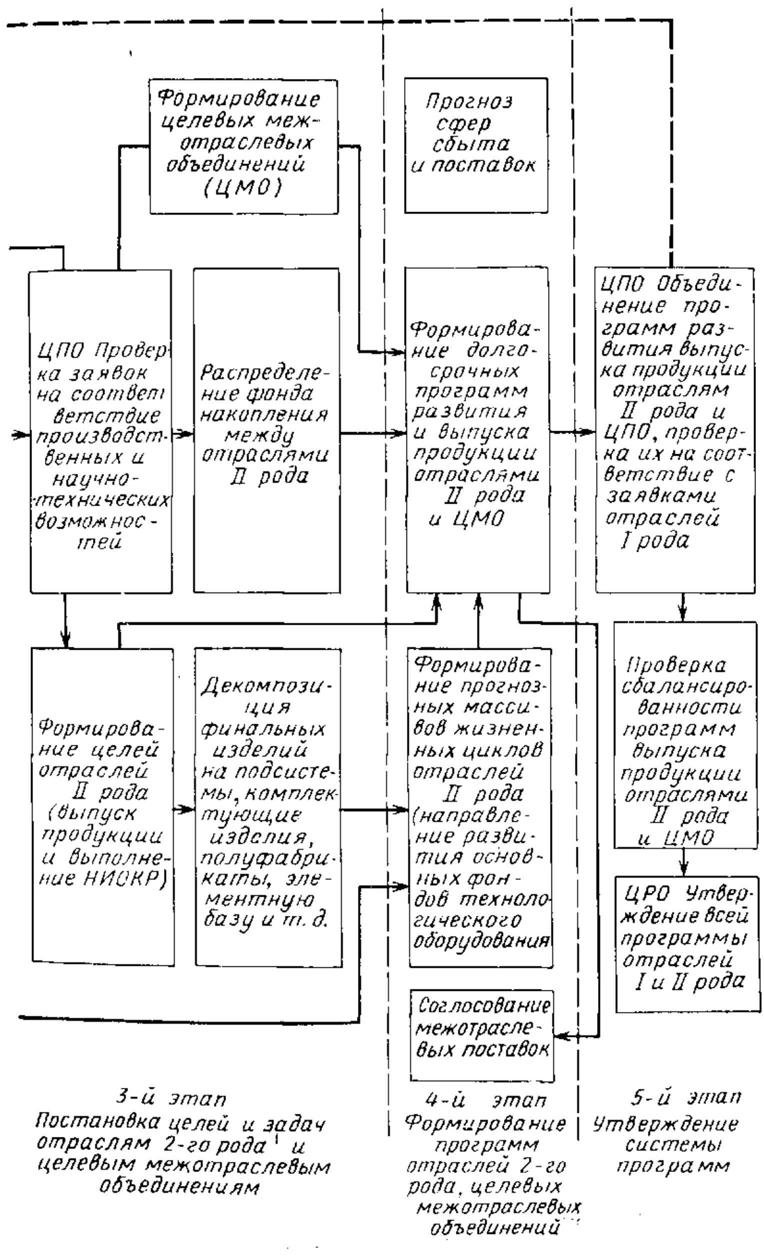

Экономический прогноз
Прогноз распределения средств из фонда потребления на цели I рода
Распределение ассигнований (ресурсов) по отраслям н/х I рода
Прогноз международной обстановки
Социальный прогноз
Прогноз потребностей населения
Научно-технический прогноз
Развертывание целей в дерево подцелей задач первичных организаций
Формирование альтернативных графов (задач) для отдельных подцелей
Формирование прогнозного массива жизненных циклов отраслей I рода (направления развития техники)
Формирование долгосрочных заявок отраслей I рода на разработку и поставку нового оборудования и серийного (по финальным изделиям)
Формирование целей I рода
Предприятия (НИИ, КБ) отраслей II рода
1-й этап
Прогнозирование, постановка целей 1-го рода
2-й этап
Формирование программ отраслей 1-го рода

Рис. 4.12.


Формирование целевых межотраслевых объединений (ЦМО)
Прогноз сфер сбыта и поставок
ЦПО Проверка заявок на соответствие производственных и научно-технических возможностей
Распределение фонда накопления между отраслями II рода
Формирование долгосрочных программ развития и выпуска продукции отраслями II рода и ЦМО
ЦПО Объединение программ развития выпуска продукции отраслям II рода и ЦПО, проверка их на соответствие с заявками отраслей I рода
Формирование целей отраслей II рода (выпуск продукции и выполнение НИОКР)
Декомпозиция финальных изделий на подсистемы, комплектующие изделия, полуфабрикаты, элементную базу и т. д.
Формирование прогнозных массивов жизненных циклов отраслей II рода (направление развития основных фондов технологического оборудования
Проверка сбалансированности программ выпуска продукции отраслями II рода и ЦМО
ЦРО Утверждение всей программы отраслей I и II рода
Соглосование межотраслевых поставок
3-й этап Постановка целей и задач отраслям 2-го рода[1] и целевым межотраслевым объединениям
4-й этап Формирование программ отраслей 2-го рода, целевых межотраслевых объединений
5-й этап Утверждение системы программ

I рода и направлений развития основных фондов и технологических процессов отраслей II рода. При этом первые опережают последние, а оба вместе опережают пересмотр и дополнение программ.

Скользящий характер программ и планирование организационной деятельности (например, создания ЦМО) придает программному планированию адаптивный характер.

Скользящие программы не противоречат вытекающим из них краткосрочным (годовым) и среднесрочным (перспективным) планам, которые носят директивный характер. Годовых планов скользящий характер программ вообще не затрагивает. Что касается пятилетних, то там, видимо, не удастся исключить эквивалентные замены в последних годах пятилетки, если только $\tau<5$.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Основная идея описанной системы долгосрочного комплексного планирования или так называемого программного планирования — это планирование от конечных целей общества. При этом ресурсы распределяются не на отрасли промышленности и сельского хозяйства непосредственно, а на достижение основных целей общества. Разумеется, это нисколько не затрагивает отраслевого принципа развития народного хозяйства. Программное планирование обеспечивает распределение ресурсов по отраслям промышленности и сельского хозяйства в соответствии с их долевым участием в достижении основных целей общества. Управление развитием народного хозяйства осуществляется путем перераспределения ресурсов фонда потребления между отраслями I рода. Далее, путем плановых пересчетов, образуются планы развития всех отраслей II рода.

2. Реализация программного планирования приведет к синхронизации всего процесса производства, поскольку на основе программ выпуска финальных изделий и разработки больших систем открывается возможность разработки многолетних программ для комплектующих отраслей и отраслей, производящих элементы и исходное сырье. Наличие программ отраслей будет означать, что долговременные программы выпуска и развития будут также и у всех предприятий и объединений отрасли. Наличие программ позволит годовое и пятилетнее планирование вести не от базы или от достигнутого, а от

потребностей по жизненным циклам образцов, задаваемых программами выпуска. Наличие долговременных программ выпуска у отраслей, объединений и предприятий даст возможность синхронизировать также материально-техническое снабжение с производством и образовать единые планы производства и снабжения. Построение матричной организационной структуры промышленности упорядочит и существенно повысит эффективность реализации программ развития больших систем, число и значимость которых непрерывно нарастают.

3. Пожалуй, один из самых существенных эффектов может быть получен от объединения производственно-экономического и научно-технического планирования в единые комплексные годовые и пятилетние планы, планы, вытекающие из программ развития отраслей I и II рода. Основой такого планирования является планирование по жизненному циклу образцов и комплексов. В итоге исчезнет такая малоуправляемая категория как внедрение, а овеществление знаний будет носить подлинно плановый характер.

4. Весьма существенным фактором успешной реализации системы программного планирования является тщательно отработанная система плановых процедур и процедур принятия решений. В гл. 3 были указаны последовательные этапы формирования и коррекции программ, однако представляется необходимым сделать все это значительно более подробно. На наш взгляд, функционирование системы программного планирования в целом следует отобразить по меньшей мере в виде трех моделей: информационной, алгоритмической и сетевой. На рис. 4.7 приведена такая укрупненная алгоритмическая модель или система процедур программного планирования (без операторов условного перехода).

5. Реализация предлагаемой схемы программного планирования и управления требует минимального количества организационных мероприятий, связанных, главным образом, с образованием управлений целевыми программами. Тем самым существующие отраслевое и территориальное управления дополняются целевым управлением, что придаст гибкость всей организационной структуре народного хозяйства и позволяет ей подстраиваться под постоянно меняющиеся цели и задачи. Важно подчеркнуть, что не затрагивается отраслевой

принцип управления, ибо только в отраслях промышленности и реализуются специфические для них требования научно-технического прогресса. Это свойственно только отраслевому руководству, но отнюдь не целевому или территориальному. Напротив, последним двум свойственная интеграция научно-технических достижений во имя крупных целей в различных специальных областях. Не исключено, что в интересах улучшения руководства отраслями народного хозяйства возникнет необходимость объединения ряда родственных отраслей II рода и образования в производственной сфере отраслевых комплексов. Примерами таких комплексов могут служить топливно-энергетический комплекс (нефть, уголь, газ, электроэнергия), транспортный (железнодорожный, воздушный, речной, морской, автодорожный) и т. п. Возможны также объединения некоторых отраслей обрабатывающей промышленности с отраслями добывающей промышленности. Этот вопрос подробно рассматривается в [7]. Однако следует считать нецелесообразным какое-либо объединение отраслей I рода с отраслями II рода. Предложения по объединению отраслей I и II рода делаются для того, чтобы протянуть организационные цепочки от основных целей общества к обрабатывающей и, далее, к добывающей промышленности и обеспечить руководство всем промышленным комплексом от конечных целей общества. Однако это вряд ли выполнимо, поскольку система целей в народном хозяйстве отображается не деревьями, а иерархическими графами, что приводит к матричным структурам, связывающими отрасли I рода с отраслями II рода. В свою очередь, в отраслях II рода (отрасли обрабатывающей промышленности, отрасли добывающей промышленности и сельское хозяйство) также образуются матричные структуры. Объединение отраслей I и II рода нецелесообразно и с других точек зрения. Отрасли I рода непосредственно выполняют операции по достижению основных целей общества, осуществляя тем самым все виды услуг, а также функции общественного и индивидуального потребления. Включение в сферу деятельности отраслей I рода производственных функций отвлечет руководство этих отраслей от их прямых обязанностей.

В рассматриваемой схеме программного планирования цепочки от основных целей общества к целям отраслей обрабатывающей и добывающей промышленности протягиваются на основе финансово-банковской системы ответственности между заказчиком и исполнителем (см. рис. 4.1).

6. Вопросы успешного управления реализацией программ и планов тесно связаны с системой кредитования, финансирования и ответственностью исполнителя перед заказчиком. Достоинством описанной выше системы программ в народном хозяйстве является четкая система связей между заказчиком и исполнителями, которая планируется в ЦМО и закрепляется деловыми контактами еще на стадии нормативного прогнозирования. Вся система финансирования исполнителей и разработчиков ведется только через заказчиков, за исключением централизованных капитальных вложений в отрасли II рода, а также финансирования фундаментальных и части прикладных исследований. Все расходы в отраслях II рода (ОКР, серийное производство, заработная плата, эксплуатационные расходы и т. п.), за исключением капитальных вложений, оплачиваются заказчиками (отраслями I, II рода и ЦМО). Точно так же через заказчиков финансируются ЦМО, которые, в свою очередь, вступают в договорные финансовые отношения с соответствующими отраслями II рода. Поскольку разработки новой продукции и больших систем планируются по жизненному циклу и занимают несколько лет, а начало ряда разработок приходится на конечную часть программного периода, то возникает необходимость в разработке программы кредитования исполнителей и разработчиков заказчиками через банковскую систему.

7. Из системы программ развития далее формируются краткосрочные (годовые) и среднесрочные (пятилетние) планы организаций, носящие директивный характер. Формирование планов на основе программ автоматически придает им комплексный характер и обеспечивает их взаимную увязку.

Что касается региональных программ и планов, то, с одной стороны, они являются следствием описанной выше системы программ, а с другой — разрабатываются вместе с нею. Региональные проблемы решаются в ЦПО и соответствующие программные установки регионам целесообразно сообщать на третьем этапе формирования системы программ. С этого момента региональные органы руководства, как и отрасли II рода, разрабатывают программы развития своих регионов. Разработка региональных программ происходит во взаимодействии с соответствующими отраслями I и II рода. Особенности и специфика разработки региональных программ подлежат дальнейшему изучению.

8. Принципы и методы программного планирования, обеспечивающие целенаправленное управление развитием народного хозяйства приведены в главе в схематизированном виде. Не учтены особенности различных отраслей промышленности и некоторые организационные аспекты не увязаны с программным планированием.

В изложенных материалах нет полных данных об экономико-математических моделях и человеко-машинных процедурах программного планирования, без которых принципы этого вида планирования реализовать не удается. Следует, однако, подчеркнуть, что несмотря на то, что в этой области нужно еще очень много сделать, целый ряд важных моделей и проектов человеко-машинных процедур программного планирования к настоящему времени можно считать проработанным.

Перечисленные обстоятельства, на наш взгляд, не должны быть сдерживающими факторами в развитии программного планирования, а, напротив, указывать пути дальнейших исследований.

5 ПОСТРОЕНИЕ ЧЕЛОВЕКО-МАШИННЫХ ПРОЦЕДУР ФОРМИРОВАНИЯ ПЛАНОВ

...На каждом новом этапе решающий встречается с новой ситуацией и снова перед ним встает вопрос о выборе правильного промежуточного решения... Если он владеет совершенным методом, то он может выбрать следующий шаг... руководствуясь строгими законами. Однако универсального и непогрешимого метода решения задач, к сожалению, не существует: строгие правила, приложимые к любым ситуациям, пока не найдены и, по всей вероятности, не будут найдены никогда.

Д. ПОЙА *)

1. СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ

1.1. Общие принципы разработки человеко-машинных процедур

В этой главе более подробно анализируются рассмотренные в главах 3, 4 схемы G_{t_i}, G_{t_k} формирования программ. Основное внимание обращается на вопросы применения математических моделей и ЭВМ для решения задач распределения ресурсов на заключительных этапах (§ 6 гл. 4) процедур формирования программ в организациях отраслей II рода.

Эти процедуры представляют собой сложный, связанный с решением большого числа различных задач, информационный процесс, протекающий в многоуровневой организационной системе. Конечным продуктом этого процесса является программа — комплексный план проведения производственных операций, согласованный с целями и возможностями организационной системы. Естественно, построение такого плана возможно лишь в том случае, если и сами процедуры выполнения плановых операций будут регламентированы в соответствии с основными принципами программного подхода (гл. 3, 4). В соответствии с основными этапами

*) *Д. Пойа.* Математическое открытие, М., «Наука», 1970 г.

программного планирования (§ 6 гл. 4) основные фазы информационного процесса формирования программ могут быть укрупненно представлены схемой рис. 5.1. На выходе фазы *3* заканчивается процесс планирования, соответствующий построению графа G_{t_i} и завершающийся формированием информации, отвечающей на вопросы к т о, ч т о (фаза 3), с к а к и м к а ч е с т в о м (фаза *2*) и з а ч е м (фаза *1*) должен делать для достижения цели. На фазах *4*, *5* определяется к а к и м и с р е д с т в а м и (ресурсами) и к о г д а (в какие сроки)

Рис. 5.1.

будут выполняться работы. Таким образом, на выходе фазы *5* формируется соответствующий понятию исполнительного плана π информационный массив календарного плана (расписания) выполнения производственных операций, содержащий всю необходимую для перехода к этапу реализации программ информацию.

Детализация схемы рис. 5.1, соответствующей агрегированной модели основных этапов цикла формирования программы, приводит к процедурам, описывающим преобразование информации в процессе программного планирования. Такое неформально построенное процедурное описание, определяющее перечень блоков, решающих основные плановые задачи и информационные связи между ними, примем в качестве логической основы [3.44, 4.5, 1, 2] для объединения различных задач планирования и их моделей в единую систему. Для каждого блока такое описание определяет, какую и в какой форме информацию он получает на входе, в какую форму преобразует ее на выходе и куда (какому блоку) ее передает. Каждый блок в реальных процедурах представлен ответственным за его работу лицом, принимающим решения (ЛПР).

Как отмечалось ранее (гл. 4), реализация таким образом построенных процедур программного планирования предполагает необходимость системного анализа всех существенных характеристик программ в их взаимосвязи. Это приводит к сложным операциям по переработке больших массивов информации, что, безусловно, нельзя реализовать без применения технических средств, и, в первую очередь, ЭВМ. Однако уже на первых шагах применения ЭВМ возникли серьезные трудности при формализации и автоматизации на ЭВМ ряда основных процедур принятия решений. Часть этих трудностей, по-видимому, связана с «болезнями роста» (например, недостаточным пока развитием математического аппарата), а часть имеет принципиальный характер. Так, требование системного подхода к решению прикладных проблем приводит к принципиальной необходимости наличия в процедурах планирования неформальных операций, поскольку в рамках любой конечной формальной системы (модели) возникают понятия, которые принципиально невозможно описать на языке этой модели [3, 4]. Эти и ряд аналогичных соображений приводят к необходимости разработки человеко-машинных процедур принятия решений в организационных системах [3.48, 2, 5—11], сочетающих преимущества ЭВМ при выполнении формализованных операций (быстрота, память, точность) с творческими способностями, интуицией и опытом человека, осуществляющего не поддающиеся формализации операции. Процедуры планирования, содержащие блоки, в которых часть операций по преобразованию информации выполняется ЛПР, а часть автоматически (например, с помощью моделей, реализованных на ЭВМ) будем называть *человеко-машинными* процедурами.

Выполнение принципов программно-целевого планирования в человеко-машинных процедурах, естественно, обеспечивается руководителями (ЛПР) различных уровней в соответствии с законами, постановлениями, инструкциями, приказами и другой неформальной информацией, определяющей линию их поведения. Поэтому вопросы разработки математического обеспечения человеко-машинных процедур будем рассматривать как задачи проектирования технологических средств переработки информации, обеспечивающих реализуемость этих процедур и учитывающих специфику требований программного подхода.

Можно выделить три типа операций по преобразованию информации и соответственно три уровня использования ЭВМ по степени автоматизации этих операций:

1) сортировка и начальная обработки информационно-справочных данных;

2) анализ показателей, характеризующих последствия принятого варианта решения;

3) формирование и предварительный отбор вариантов решения (плана).

1-й уровень обеспечивает быстрое получение ЛПР точной исходной информации, остальные операции выполняет сам ЛПР. Однако на этом уровне ЭВМ готовит для ЛПР слишком много недостаточно обработанной информации, что иногда затрудняет его работу. На 2-м уровне ЭВМ помогает «сворачивать» информацию 1-го уровня: выделяет наиболее существенные для принятия решений данные, агрегируя остальные. Формирование и отбор вариантов выполняется ЛПР и его аппаратом.

На 3-м уровне предполагается подготовка на ЭВМ готовых и предварительно упорядоченных вариантов решения (планов). При этом ЛПР на этапе предпланирования реализует процедуру целеобразования G_{t_i}, а на заключительном этапе, когда ЭВМ формирует варианты исполнительного плана, ему остается утвердить один из вариантов или внести в него изменения, используя ЭВМ на 1-м и 2-м уровнях.

Будем считать, что задачи 1-го уровня решены [12, 13] и обеспечена техническая возможность работы ЛПР непосредственно на терминальных устройствах ЭВМ (например, на дисплее или через оператора) с интегрированным массивом исходных данных в режиме диалога.

Далее будем рассматривать задачи 3-го уровня, требующие моделирования акта выбора лучшего варианта плана ЛПР, и связанные с ними задачи анализа 2-го уровня, требующие моделирования поведения объектов планирования (производственных процессов).

Модель принятия решений будем считать адекватной (настроенной) для данного блока процедуры, если она в любой ситуации будет осуществлять выбор тех же альтернатив, что и ЛПР, отвечающее за работу блока. В этом смысле можно считать, что настроенная модель *имитирует* удовлетворяющее принципам программного подхода поведение ЛПР *) в процессе принятия плановых решений. Будем говорить, что набор настроенных моделей блоков вместе с их взаимосвязями, опреде-

---

*) В этом смысле рассматриваемые задачи связаны с проблематикой искусственного интеллекта [14].

ляемыми из неформальных процедур, образует *систему имитационных моделей*, которая описывает процесс планирования в целом. Такая система, реализованная на ЭВМ, может рассматриваться как инструмент для подготовки информации к принятию плановых решений руководством в режиме диалога ЛПР—ЭВМ.

Отметим, что принятый подход к формированию человеко-машинной системы «от процедур», обслуживание которых является конечной целью применения математических моделей и ЭВМ, устраняет ряд серьезных проблем, возникающих при подходе «от возможностей моделей» (например, проблем, связанных с вопросами получения для модели исходной информации, согласования моделей, «наложения» моделей на реальные процедуры и т. п.), от решения которых существенно зависит практическая пригодность (жизнеспособность) человеко-машинной системы планирования в целом.

В связи с тем, что поведение любой организационной системы — это в конечном счете, комплекс выполняемых ею операций (гл. 1, 3), удается выделить класс задачи общих для заключительных этапов процедур программного планирования в целом ряде организаций отраслей II рода. Эти задачи, связанные, в первую очередь, с построением человеко-машинных процедур формирования системы терминальных программ, сводятся к проблемам моделирования процедур распределения ограниченных ресурсов между комплексами операций в иерархической организационной системе.

Остановимся кратко на основных этапах рассматриваемого далее решения этого класса задач. В соответствии с основным принципом программного подхода анализ сложной процедуры формирования программы естественно начать «от конечного продукта» — с анализа структуры информационного массива плана на выходе процедур. Такой анализ (§ 1) позволяет выделить проблемы моделирования двух основных типов процедур:

1) принятия решения о выборе варианта плана в агрегированных показателях, соответствующих разрезу графа*), описывающего структуру информационного массива плана;

2) агрегирования и дезагрегирования показателей плана в процедуре распределения ресурсов, которая

---

*) Соответствующие определения даны ниже в п. 1.5.

интерпретируется как процесс снятия неопределенности в величинах, определяющих количество ресурсов при переходе от одного разреза графа, описывающего структуру информационного массива, к другому.

В свою очередь, проблема моделирования процедур принятия решений при фиксированном уровне агрегирования распадается на две задачи:

1) алгоритмизации на ЭВМ процедуры формирования множества допустимых альтернативных вариантов плана $\{\pi(u)\}$, $u \in U^0$, где u — управляющий параметр;

2) моделирования и алгоритмизации оператора ϑ выбора наиболее предпочтительного плана π^*; в гл. 2—4 оператор ϑ — это оператор выбора (принятия) оптимального решения

$$\pi^* = \vartheta(\pi(u)) = \operatorname*{extr}_{u \in U^0} \{\Phi(\pi(u))\}.$$

Первая задача не вызывает принципиальных трудностей и сводится, как обычно, к решению на ЭВМ упрощенных моделей объекта управления: технологических сетевых моделей терминальных программ и систем неравенств (§ 2), описывающих технологические и ресурсные возможности организации.

Вторая, наиболее важная, задача в частном случае, при наличии количественной информации о целевой функции $\Phi(u)$, сводится к решению в автоматическом режиме на ЭВМ модели математического программирования и других моделей исследования операций. Однако в общем случае, типичном для прикладных задач, такая информация отсутствует и оператор ϑ представляет собой набор неформальных правил, приемов и т. д., которыми пользуется ЛПР. В этом случае для корректного построения человеко-машинной процедуры принятия решений, реализуемой в режиме диалога ЛПР с ЭВМ, требуются некоторые принципиальные предположения о свойствах оператора ϑ. Эти предположения формулируются в виде ряда содержательных гипотез, которые затем формализуются в виде аксиом и служат основой для построения моделей, использующих понятия теории множеств, теории структур, графов, математической логики [3, 4, 15—21]. Для работы с такими моделями достаточна исходная информация в порядковых шкалах, предполагающих лишь возможность определения предпочтения (лучше — хуже) одного объекта над другим, и в номинальных шкалах, предполагающих возможность идентификации (классификации) объектов (§ 1) [22, 23, 3.44].

Например, основная гипотеза программного подхода о планировании на единую цель приводит к построению модели оператора ϑ на основе использования ориентированного графа без циклов и петель, задающего структуру отношения частичного строгого порядка на множестве альтернативных вариантов плана (§ 3). На основе использования такого рода модели строится диалоговая процедура, определяются ее основные характеристики: точность, корректность, сложность и требования к ним, связанные, в первую очередь, с требованиями обеспечения удобства ЛПР.

Исследуются свойства этих моделей при различной информированности относительно оператора ϑ исследователя операций, разрабатывающего математическое обеспечение для ЭВМ. При этом результаты анализа ряда структурных свойств ϑ, определяемых содержательными гипотезами о специфике рассматриваемого класса задач, говорят о реальности получения точного решения задачи выбора за приемлемое число итераций диалоговой процедуры. Это подтверждается и экспериментальным опробованием некоторых процедур (§ 3), на каждом шаге которых ЭВМ предлагает руководителю допустимые по ресурсам варианты исполнительного плана π, а ЛПР выбирает более предпочтительный вариант и т. д., пока не определится наиболее предпочтительный по ϑ план.

По окончании диалога в порядковых шкалах делается переход к количественным шкалам, определяется скалярная свертка целевой функции Φ, согласованная с оператором ϑ. Это дает возможность использовать сравнительно хорошо разработанные модели и методы исследования операций для автоматического решения задач распределения ресурсов большой размерности (§ 2).

На этой основе рассматриваются процедуры агрегирования и дезагрегирования, формирующие требования типа вход — выход (§ 2), например, затраты — эффективность, к блокам (операторам) агрегирования, в качестве которых можно использовать различные по точности модели исследования операций.

Таким образом определяется система моделей и соответствующих им модулей программ для ЭВМ (п. 2.2), процедуры взаимодействия моделей и соответствующие им управляющие программы (п. 2.3), составляющие математическое обеспечение основных задач в процедурах распределения ресурсов.

Для иллюстрации общих положений приведем два примера процедур: 1) формирования производственных программ горнодобывающих предприятий; 2) формирования программ НИР и ОКР в организациях II рода. Прежде всего рассмотрим эти процедуры на содержательном уровне как примеры конкретизации основных этапов схемы, представленной на рис. 5.1.

1.2. Формирование производственной программы горнодобывающих предприятий

Функционирование горнодобывающих предприятий связано с переработкой полезных ископаемых в конечный продукт (далее для определенности будем рассматривать горнорудные предприятия, конечным продуктом которых является металл) и охватывает все этапы технологического цикла процесса его получения: геологоразведка полезных ископаемых; горнокапитальные и горноподготовительные работы; добыча горной массы; ее обогащение. Затем полуфабрикат передается на металлургические предприятия для получения металла в ассортименте, необходимом для удовлетворения потребностей народного хозяйства.

Специфику горных работ, учет которой необходим при построении моделей, рассмотрим на примере предприятий горной промышленности, ведущих разработку россыпных месторождений [24—32].

Остановимся сначала на организационных и технологических особенностях, определяющих возможности предприятий.

Рассмотрим для определенности процедуры планирования на уровне комбината, представляющего собой объединение первичных организаций (предприятий): приисков, ведущих непосредственную разработку месторождений [24—28].

Орган управления первичной организации, например прииска, представлен руководством (директор, заместитель директора и главный инженер), которое курирует функциональные службы: планово-экономическую, производственно-техническую и вспомогательную. Типичная административная структура руководства и его аппарата показана на рис. 5.2, сокращения на котором обозначают: ПлО — плановый отдел; ОТиЗ отдел труда и зарплаты; ПТО — производственно-технический отдел; ПРО — проектный отдел; ГРО — геолого-разведочный отдел; ОГМ — отдел главного механика, ОГЭ — отдел главного энергетика; ОТС — отдел технического снабжения; ОК — отдел кадров; АХО — административно-хозяйственный отдел.

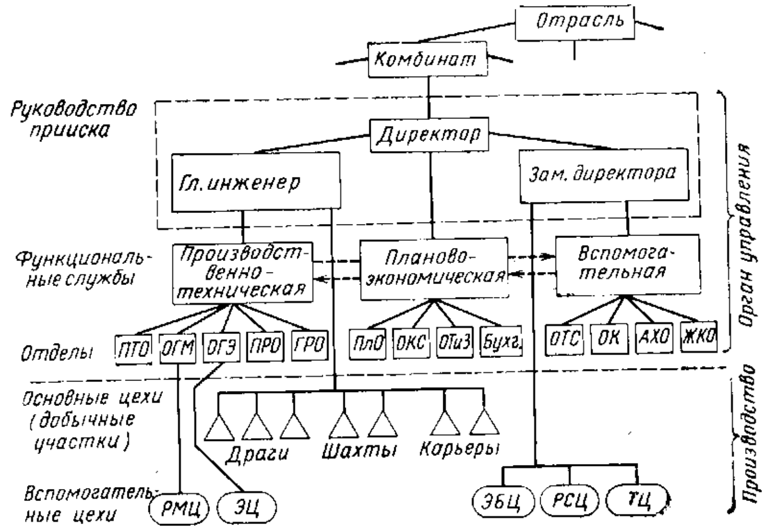


Рис. 5.2.

Производство представлено основными так называемыми добычными производственными участками $\{i\}=I$ (драги, шахты, карьеры и т. п.) и вспомогательными цехами: РМЦ — ремонтно-механическим, ЭЦ — энергетическим, ЭБЦ — экскаваторно-бульдозерным, РСЦ — ремонтно-строительным и ТЦ — транспортным.

В плановых процедурах, выполняемых органами управления, производственные подразделения представлены их руководителями (ЛПР), а производственный процесс на основных участках добычи достаточно адекватно описывается сетевыми моделями (СМ) комплексов операций по разработке участка месторождения [27—34], которая ведется по частям: блокам, полигонам и т. п. Выбор технологического способа q отработки месторождения (их всего около десятка [24—28]) определяется в основном его горно-геологическими характеристиками.

Производственные возможности предприятия в рассматриваемых процедурах планирования характеризуются следующими факторами:

— природными условиями (объемами руды $\{A_i\}$, содержанием металла $\{a_i\}$ на участках $\{i\}=I$ и т. п.);

— технологическими способами $\{iq\}$ отработки месторождений i;

— составом наличных ресурсов $\{p\}=P$ и их количеством N^0, где $N=\{N^p\}$, $p\in P$ — вектор ресурсов (фонды, оборудование, штаты и т. п.).

Рассмотрим теперь процедуры планирования. Пусть на текущий плановый период $[t_0, t_1]$ (пятилетку, год) к руководству комбината из министерства поступает проект планового задания, определяющего основные цели комбината:

— обеспечение потребностей народного хозяйства $y^0_{[t_0, t_1]}$ в металле в текущем*) плановом периоде;

— развитие производственной базы предприятий для обеспечения $y^0_{[t_0, t]}$ в будущих плановых периодах — объемы капитального строительства, внедрения новой техники и т. п.;

— достижение заданного уровня экономических показателей $\varphi_\nu^{\cdot}=\{\varphi^l_\nu\}$, $l\in L$: рентабельность, прибыль, производительность труда и т. п.

Кроме того, задаются ограничения сверху на ресурсы $N=N^0+\Delta N$ по средствам, идущим на развитие производственных мощностей, лимиты по штатам (фонду зарплаты) и т. п.

Остановимся подробнее на конкретизации основных этапов процедуры формирования программы (рис. 5.1). Для этого рассмотрим основную часть процедуры планирования, связанную с процессом формирования *испол-*

---

*) В дальнейшем часто будет удобнее рассматривать дискретные моменты времени $\{t_0, t_0+\Delta, t_0+2\Delta, \ldots, t_0+t\Delta, \ldots, t_1\}$, где Δ — единица измерения (месяц, квартал, год и т. п.); t — целые числа. Множество индексов единичных интервалов $\{t\}$, из которых состоит плановый период $[t_0, t_1]$, будем обозначать через T. Тогда

$$y_{[t_0, t_1]}=\{y_t\},\ u_{[t_0, t_1]}=\{u_t\},\ t\in T,$$

где y_t — количество металла, добываемое в интервале времени t, u_t — количество ресурсов, затрачиваемых в интервале t.

нительного плана (производственной программы)

$$\pi^* = \{y^*_{[t_0, t_1]}, u^*_{[t_0, t_1]}, \varphi^*\},$$

наилучшего с точки зрения достижения основной цели организации — выполнения задания $y^0_{[t_0, t_1]}$ по металлу.

На рис. 5.3,*а* схематически изображена процедура*) формирования π^* (вершины соответствуют руководителям различных уровней, стрелки — передаче информации), основные этапы которой приведены на блок-схеме рис. 5.3,*б*. Можно выделить три фазы процедуры формирования программ (рис. 5.3).

1. Развивающаяся сверху вниз по организационной структуре процедура G_{t_i} (§ 8 гл. 3) формирования иерархии целей и задач (рис. 5.4). На выходе этой фазы (этапы 1 — 3, рис. 5.3) формируется граф $G^0{}_{t_i}$ типа И/ИЛИ, включающий, например, технологические альтернативы $\{iq\}$ отработки участков месторождений, а также задания

$$y^0{}_{[t_0, t_1]} = \{y^{0i}_{[t_0, t_1]}\}, \quad i \in I,$$

в категориях конечного продукта („эффективности").

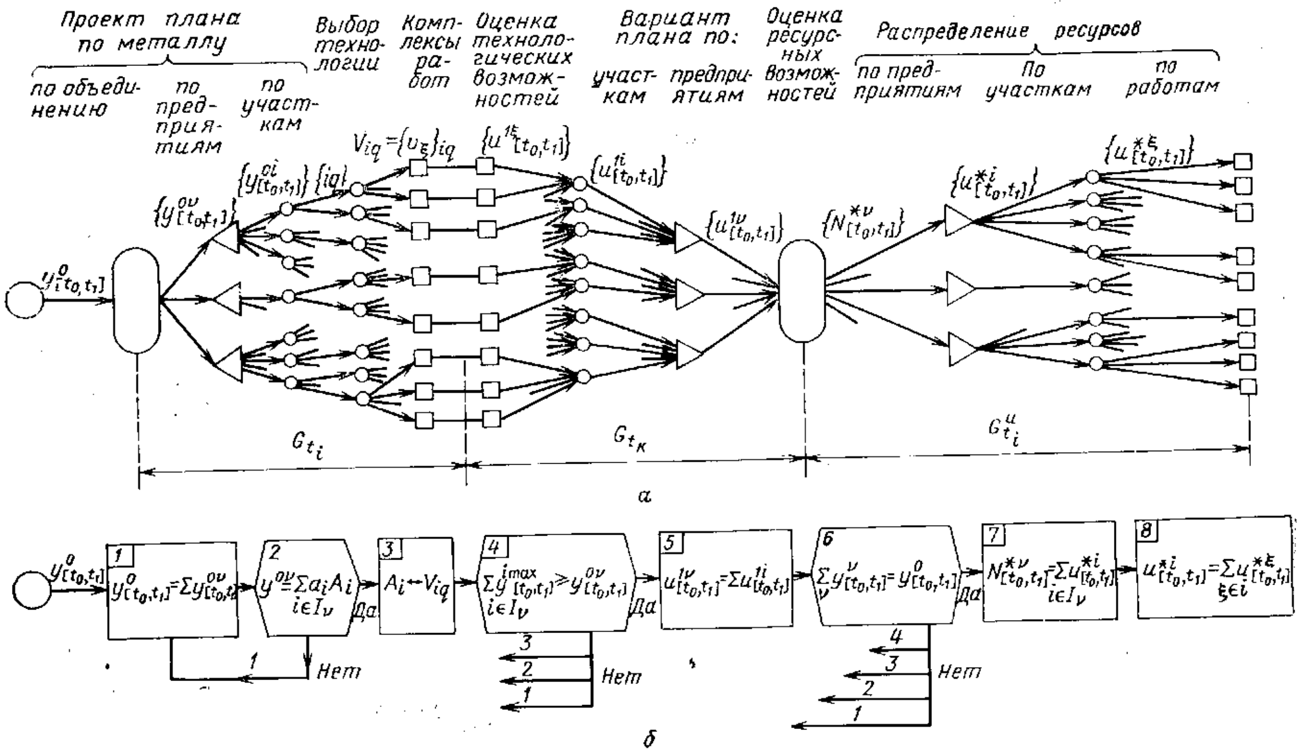
2. Развивающаяся снизу вверх процедура G_{t_k} (§ 8 гл. 3) формирования варианта исполнительного плана реализации поставленных целей и задач, который описывается (этапы 4, 5 на рис. 5.3) в категориях ресурсов („затрат")

$$u^1{}_{[t_0, t_1]} = \{u^{1i}_{[t_0, t_1]}\}, \quad i \in I.$$

3. Развивающаяся сверху вниз по организационной структуре итерационная процедура $G^u{}_{t_i}$ распределения ресурсов (этапы 6 — 8 на рис. 5.3), т. е. выбора наиболее предпочтительных значений $u^*_{[t_0, t_1]}$.

В соответствии с принципами программного планирования (гл. 3, 4) выбор значений $u^*_{[t_0, t_1]}$ должен осуществляться на основе графа целей и задач G_{t_i}, возможно, с одновременной корректировкой части заданий (исходы „Нет" на рис. 5.3, *б*). В связи с этим этапы 6 — 8 распределения ресурсов u обозначены на рис. 5.3 как $G^u{}_{t_i}$.

*) Обсуждается один из возможных вариантов построения процедуры целевого планирования.



Проект плана по металлу
по объединению
по предприятиям
по участкам
Выбор технологии
Комплексы работ
Оценка технологических возможностей
Вариант плана по:
участкам
предприятиям
Оценка ресурсных возможностей
Распределение ресурсов
по предприятиям
По участкам
по работам
$y^{0}_{i[t_0,t_1]}$
$\{y^{0\nu}_{[t_0,t_1]}\}$
$\{y^{0i}_{[t_0,t_1]}\}$
$\{iq\}$
$V_{iq}=\{v_\xi\}_{iq}$
$\{u^{1\xi}_{[t_0,t_1]}\}$
$\{u^{1i}_{[t_0,t_1]}\}$
$\{u^{1\nu}_{[t_0,t_1]}\}$
$\{N^{*\nu}_{[t_0,t_1]}\}$
$\{u^{*i}_{[t_0,t_1]}\}$
$\{u^{*\xi}_{[t_0,t_1]}\}$
G_{t_i}
G_{t_K}
$G^{u}_{t_i}$
а
$y^{0}_{[t_0,t_1]}$
1
$y^{0}_{[t_0,t_1]}=\Sigma y^{0\nu}_{[t_0,t_1]}$
2
$y^{0\nu}=\sum_{i\in I_\nu} a_i A_i$
3
$A_i\leftrightarrow V_{iq}$
4
$\sum_{i\in I_\nu} y^{i\max}_{[t_0,t_1]}\geqslant y^{0\nu}_{[t_0,t_1]}$
5
$u^{1\nu}_{[t_0,t_1]}=\Sigma u^{1i}_{[t_0,t_1]}$
6
$\sum_\nu y^{\nu}_{[t_0,t_1]}=y^{0}_{[t_0,t_1]}$
7
$N^{*\nu}_{[t_0,t_1]}=\sum_{i\in I_\nu} u^{*i}_{[t_0,t_1]}$
8
$u^{*i}_{[t_0,t_1]}=\sum_{\xi\in i} u^{*\xi}_{[t_0,t_1]}$
Да
Нет
1
2
3
4
б

Рис. 5.3.

Рассмотрим процедуру рис. 5.3 поблочно. Пусть исходное состояние организации на начало t_0 планового периода T характеризуется наличием ресурсов $N^0 = \sum_{\nu \in \Phi} N^{0\nu}$ (фондов, штатов и т. д.), которому соответствует план развития организации и каждого предприятия $\nu \in \psi$, характеризующийся в пространстве конечных продуктов траекторией (рис. 5.5)

$$\tilde{R}_{[t_0,\, t]} = \sum_{\nu \in \Phi} \tilde{y}^{\nu}_{[t_0,\, t]},\quad t \geqslant t_0. \tag{5.1.1}$$

1. Получив от министерства (отрасли) задание по металлу $y^0{}_{[t_0,\, t_1]}$ (обычно $y^0{}_t \geqslant \tilde{y}_t$, $t \in T$), комбинат распределяет его по предприятиям

$$y^0{}_{[t_0,\, t_1]} = \sum_{\nu \in \Phi} y^{0\nu}_{[t_0,\, t_1]}. \tag{5.1.2}$$

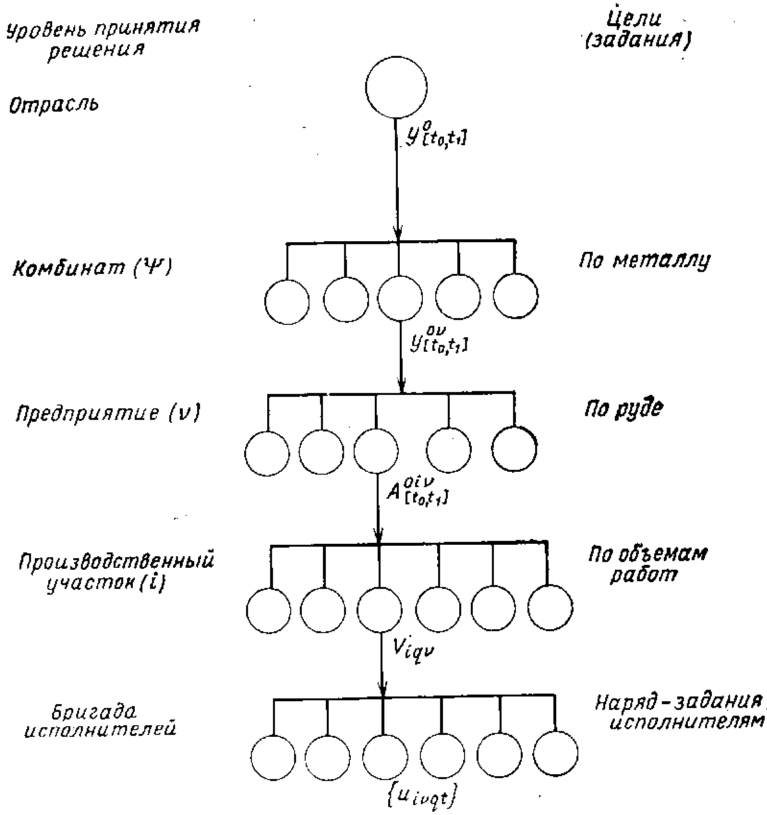


Рис. 5.4.

Таким образом, в пространстве конечных продуктов наряду с траекториями (1), характеризующими поведение организационной системы и ее подсистем $\{\nu\}$ при условиях, зафиксированных на начало периода $[t_0, t_1]$, задаются траектории (2), характеризующие желаемое поведение системы и ее подсистем, и требуется построить траекторию $y^*_{[t_0, t_1]}$, близкую к $y^0_{[t_0, t_1]}$ (рис. 5.5).

2. Каждое предприятие $\nu \in \psi$, получив задания по металлу, определяет задание A_i по руде для каждого из входящих в него добычных

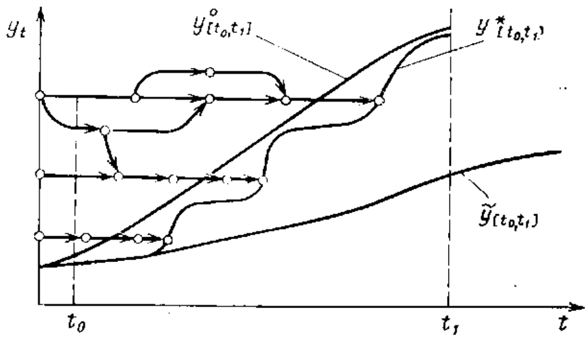


Рис. 5.5.

участков $\{i\}_\nu = I_\nu$, так, чтобы общий объем y^ν добываемого за период T металла соответствовал заданию $y^{0\nu}$:

$$y^{0\nu} = \sum_{t \in T} y_t^{0\nu} \leqslant y^\nu = \sum_{i \in I_\nu} y_i^0 = \sum_{i \in I_\nu} a_i A_i.$$

Если среди подготовленных к добыче в плановом периоде T блоков не удается определить набор, обеспечивающий выполнение этого условия, то задание $y^{0\nu}_{[t_0, t_1]}$, не выполнимое по природным условиям, корректируется (бл. 2 на рис. 5.3,*б*). В общем случае для выполнения задания при $y_t^{0\nu} > \tilde{y}_t^\nu$, $t \in T$, могут потребоваться дополнительные мероприятия по строительству и реконструкции шахт, фабрик и т. п.

3. Для каждого участка i определяются технологические варианты $Q = \{q\}$, его отработки и соответствующие комплексы элементарных работ $V_{iq} = \{v_\xi\}_{iq}$.

Таким образом, на этом этапе формирование типичной календарно-развивающейся программы по производству металла $y^{0\nu}_{[t_0, t_1]}$ сводится к зачаде планирования системы терминальных операций, являющихся составными частями программ разработки месторождений и программ развития предприятий. На рис. 5.5 условно показаны сетевые модели соответствующих операций (мероприятий), обеспечивающих необходимый прирост y_t.

По нормативам $u_{\xi l}$ затрат ресурсов на типовые операции v_ξ определяются оценки объемов работ w_{iq} и интенсивностей $u_{iq[t_0, t_1]}$ потребления ресурсов.

4. Для каждого блока $i_1 \in i$ участка i определяются минимально возможные по технологии сроки $\Theta_{i_1}^{\min}$ выполнения комплексов горно-подготовительных работ V_{i_1} и соответствующие максимальным возможностям по добыче металла траектории

$$\left\{y_t^{i\max}\right\},\ t \in T.$$

При $y_t^{0i} > y_t^{i\max}$, $t \in T$ намечаются дополнительные мероприятия по изменению технологии выполнения работ, закупке новой техники, стимулированию производительности труда и т. п.

При невозможности получить $y_t^{i\max} \geqslant y_t^{0i}$, $t \in T$, задания $y_{[t_0, t_1]}^{0i}$ корректируются (блок *4* на рис. 5.3,*б*)

5. Формируется (снизу вверх по уровням руководства, рис. 5.2) сводный перечень мероприятий и запросов ресурсов по ним $u_{[t_0, t_1]}^{1i}$, $u_{[t_0, t_1]}^{1\nu}$. При этом на каждом уровне мероприятия подразделений нижних подведомственных уровней объединяются с мероприятиями, являющимися управлениями данного уровня и производится агрегирование информации о запросах ресурсов по номенклатуре, интервалам времени и группам мероприятий.

6. Анализируется суммарный запрос ресурсов по объединению

$$u_{[t_0, t_1]}^1 = \sum_{\nu \in \psi} u_t^{1\nu} = \sum_{\nu \in \psi} \sum_{i \in I_\nu} u_{it}^1,\ t \in T,$$

и производится распределение наличных ресурсов объединения между предприятиями

$$N_t = \sum_{\nu \in \psi} N_t^{*\nu},\ t \in T. \tag{5.1.3}$$

7. Получив ресурсы $N_t^{*\nu}$, каждое предприятие распределяет их между разработками I_ν:

$$\sum_{i \in I_\nu} u_t^{*i} \leqslant N_t^{*\nu},\ t \in T. \tag{5.1.4}$$

При этом решаются задачи анализа, дающие информацию о зависимостях типа «затраты — эффективность», например, зависимости сроков $\Theta_i(u_i)$ или количества металла $y_i(u_i)$ от количества выделяемых ресурсов u_i. Типичный вид зависимостей $\Theta_i(u_i)$, $y_i(u_i)$ для различных участков i_1, i_2 приведен на рис. 5.6.

8. При фиксированных величинах u_i^{*i} на оперативный период на каждом участке i разрабатывается подробный календарный план (расписание, график) выполнения работ, являющийся документом, на основе которого выдаются недельные, сменные и т. д. наряд-задания непосредственным исполнителям работ.

Параллельно описанной основной процедуре формирования производственного плана «по металлу» выполняются расчеты, оценка и утверждение всех экономических показателей $\varphi=\{\varphi_l\}$, $l\in L$.

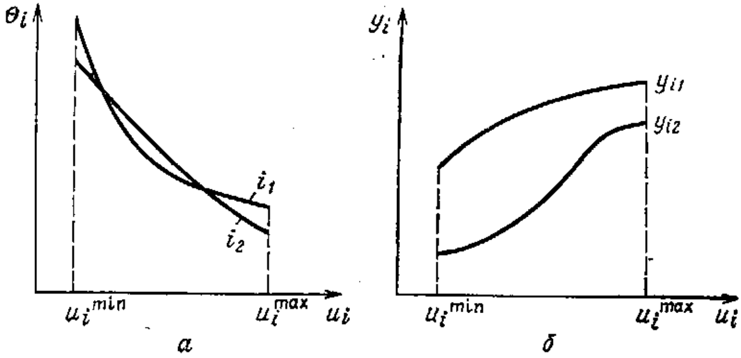


Рис. 5.6.

Высокая трудоемкость и материалоемкость горных работ делает актуальным поиск путей удовлетворения непрерывно растущей потребности в сырье не столько за счет расширения объемов горных работ, сколько за счет интенсификации работ, в том числе совершенствования планирования и управления. Связанная с этим необходимость улучшения технологии переработки больших информационных массивов, многокритериальный характер задач, возникающих в сложной организационной системе, приводят к необходимости разработки человеко-машинных процедур планирования.

Следует отметить, что в настоящее время вопросы моделирования производственных процессов и отдельных плановых задач в горнодобывающей промышленности достаточно разработаны [27, 28, 34—39]. Однако вопросы взаимодействия моделей в рамках единой человеко-машинной системы планирования только начинают разрабатываться.

1.3. Процедуры формирования программ исследований и разработок

Общая постановка задачи программного планирования научно-технического прогресса и ее место в общей итерационной процедуре формирования программ отраслей I и II рода и связи НИР и ОКР с целями народного хозяйства описаны в § 4 гл. 4.

Современные исследования и разработки, требующие высокой научной квалификации и специализации исполнителей, выполняются в основном в специализированных научно-исследовательских учреждениях (НИУ). Эти учреждения: НИИ Академии наук, отраслевые НИИ и КБ, вузы с их научно-исследовательскими секторами (НИС) — имеют определенную технологическую, правовую и финансовую самостоятельность и являются первичными организациями, входящими в такие организационные системы, как республиканские и союзную Академии, главки и министерства.

Функционирование НИУ связано с процессом овеществления знаний, характеризующимся этапами жизненного цикла разработок (§ 4 гл. 4): замысел, фундаментальные и прикладные НИР, опытно-конструкторские работы (ОКР), изготовление и испытание опытного образца, передача результатов разработки в производство.

Первичные организации (НИУ) административно объединяются в подотрасли и отрасли, на уровне которых для определенности и будем рассматривать основные задачи планирования НИР и ОКР. Процедура формирования программ исследований и разработок охватывает все уровни руководства такого объединения и завершается утверждением тематических планов НИР и ОКР первичных организаций (НИУ).

Типичная организационная структура НИУ показана на рис. 5.7. В орган управления, выполняющий все операции по планированию и управлению, входит руководство (дирекция) и его аппарат, состоящий из функциональных отделов: планового (ПлО), научно-технического (НТО) или НИС для вуза, труда и зарплаты (ОТиЗ), бухгалтерии (Бух) и научно-технического (НТС) или ученого (УС) совета НИУ. Возможности НИУ определяются возможостями производственных подразделений и вспомогательных служб отделов кадров, снабжения и т. п. Это научные и конструкторские отделы, лаборатории, группы, а также опытно-промышленное производство: завод, цехи, бригады. Их обслуживают вспомогательные подразделения: отделы оформления, научно-технической информации; службы энергетические, ремонтно-строительные, транспортные и т. п.

Каждое из подразделений НИУ в процедурах планирования и управления представлено своим руководителем — лицом, принимающим решения, возглавляющим коллектив специалистов, оснащенных определенным оборудованием и способных выполнять определенные наборы элементарных операций. Возможные объединения этих операций в комплексы определяют технологические возможности подразделений и НИУ и научно-технические направления, характеризующие профиль НИУ.

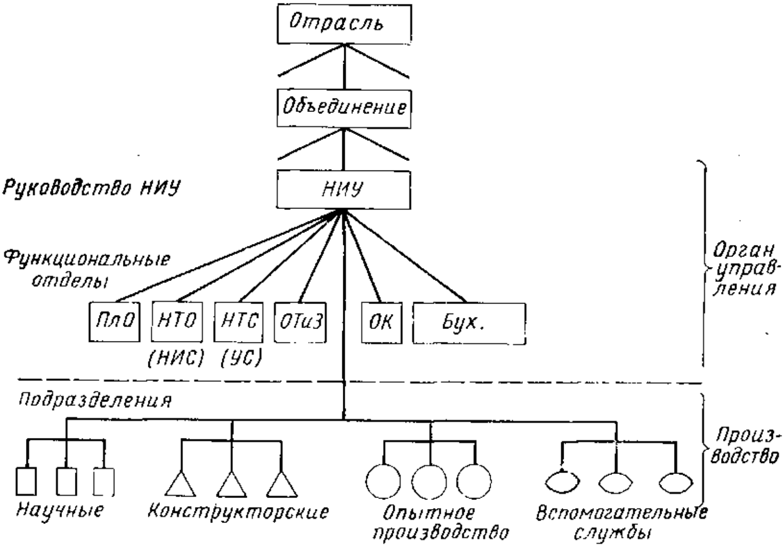


Рис. 5.7.

В свою очередь, эти комплексы операций определяются сложившимся на начало планового периода составом $\{p\} = P$, качеством и количеством $N^\nu = \{N^{\nu p}\}$, $p \in P$, наличных ресурсов (количество и квалификация кадров, номенклатура, качество и количество оборудования, фондов и т. д.). Причем часть этих ресурсов (фонды и др.) $N^{0\nu}$ закреплена за НИУ, а часть ΔN^ν может быть получена от вышестоящего органа в зависимости от состава, важности и ресурсоемкости разработок.

Вопросам совершенствования планирования и управления НИР и ОКР посвящена обширная литература [40—66]. Здесь мы ограничимся рассмотрением лишь тех аспектов, которые непосредственно связаны с задачами построения человеко-машинных процедур планирования.

Рассмотрим сначала этап годового планирования, на котором производится согласованное в масштабах народного хозяйства распределение заданий и ресурсов по отраслям и организациям. При этом будем считать, что имеется составленный в предшествующем плановом периоде долгосрочный и пятилетний планы. Схема процедуры формирования пятилетнего отраслевого плана НИР и ОКР приведена в § 9 гл. 3 (рис. 3.20, 3.21).

Пусть в орган управления объединением НИУ из отраслей I и II рода на текущий плановый период $T=\{t\}$ поступил перечень заявок (или «портфель заказов») $I=\{i\}$ на разработку технических систем. Каждый заказ характеризуется (§ 4 гл. 4) заданием области F_i^0 допустимых значений кортежа $\varphi_i=\{b_i, \Theta_i, C_i\}$ технических характеристик (ТХ) $b_i^0=\{b^0_{il}\}$, $l\in L_i$, определяющих качество системы, директивным сроком Θ_i^0 завершения разработки и ее максимальной стоимостью C_i^0.

Остановимся кратко на основных этапах процедуры планирования, схема которой приведена на рис. 5.8.

1. Получив перечень заданий $\{F^0{}_i\}$, орган управления объединением определяет их принадлежность определенному научному направлению и распределяет их между НИУ. При этом возможны альтернативные варианты прикрепления $\{i\nu\}$ (пунктиры на рис. 5.8). Если не находится НИУ соответствующего профиля, то заказ или аннулируется, или намечаются мероприятия по созданию нового НИУ или подразделения.

2. По каждому заказу (проблеме) в НИУ назначаются научный руководитель (главный конструктор), который определяет технологические возможности реализации заказа i с заданными характеристиками $\varphi_i\in F^0{}_i$ в ν-м НИУ.

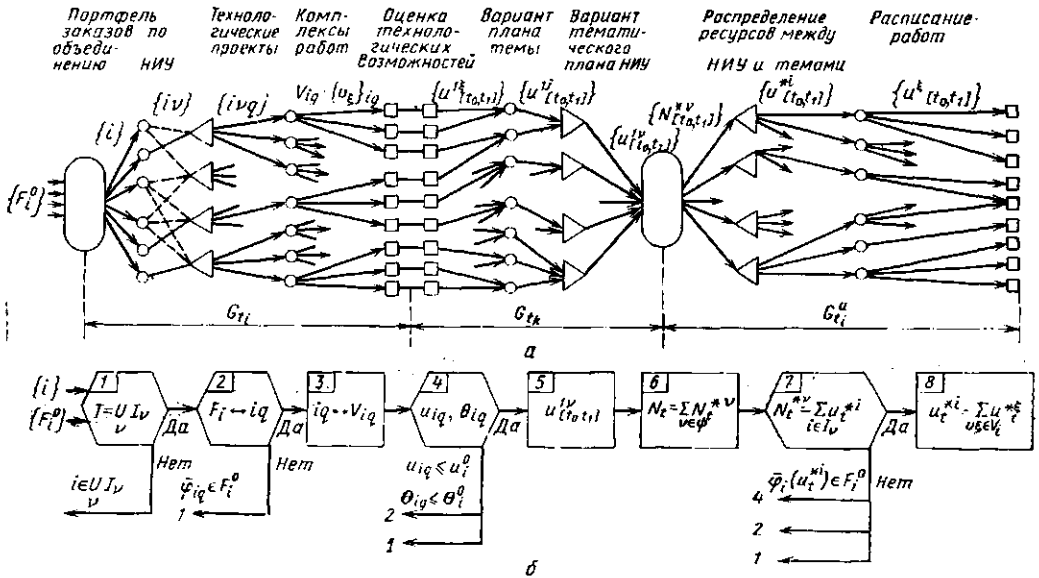
Результатом этой творческой процедуры являются научно-технические варианты $Q_{i\nu}=\{i\nu q\}$ реализации каждой i-й системы и оценки значений их показателей φ_{iq}, которые согласуются с НТС или ученым советом организации и с заказчиком.

Если в НИУ соответствующей технологии нет, то формируются мероприятия по разработке новой технологии: заказы на новое оборудование, НИР и ОКР по развитию технологической базы НИУ и т. п.

3. Для сформированных проектов $(i\nu q)$ и их ТХ разрабатываются технические задания (ТЗ) на подсистемы и узлы, соответственно проблема разбивается на темы, разделы и т. п.

Исполнителями различных уровней определяются комплексы работ $V_{iq}=\{v_\xi\}_{iq}$, включая поставки, вплоть до элементарных операций (прямоугольники на схеме рис. 5.8,*а*), для которых известны трудоемкости $\{w_\xi\}$, интенсивности потребления вектора ресурсов (режимы $\{u^\xi_{[t_0,\, t_1]}\}$, продолжительности $\{\tau_\xi\}$.

4. С учетом допустимых режимов $\{u^{1\xi}_{[t_0,\, t_1]}\}$ выполнения элементарных работ и технологических ограничений на порядок их выполнения в категориях ресурсов формируется вариант исполнительного



Портфель заказов по объединению НИУ
Технологические проекты
Комплексы работ
Оценка технологических возможностей
Вариант плана темы
Вариант тематического плана НИУ
Распределение ресурсов между НИУ и темами
Расписание работ
а
Да
Нет
б

Рис. 5.8.

плана выполнения каждого проекта. Определяется запрос ресурсов $\{u^1_{i\nu qp[t_0,\, t_1]}\}$, стоимость

$$C_{i\nu q} = \sum_{t\in T}\sum_{p\in P} u^1_{i\nu qtp}$$

и минимально возможный по технологии срок $\Theta^{\min}_{i\nu q}$ выполнения разработки, которые согласуются с заказчиком. При $\Theta_{i\nu q} > \Theta^0{}_i$, $C_{i\nu q} > C^0{}_i$ возможны мероприятия по изменению технологии (состава и порядка выполнения работ), повышению производительности труда (закупки нового оборудования и т. д.) и т. п.

5. Из проектов j исполнительных планов выполнения заказов $\pi_{j[t_0,\, t_1]} = \{u^{1j}_{[t_0,\, t_1]}, \varphi j\}$, $j = \{i\nu q\}$, согласованных в НТС(УС) и ПлО (рис. 5.7) формируется проект $\pi^{1\nu}$ сводного тематического плана НИУ и соответствующий запрос ресурсов

$$u^{1\nu}_{[t_0,\, t_1]} = \sum_{j\in J_\nu} u^{1j}_t, \quad t\in T, \tag{5.1.5}$$

направляется в объединение, отрасль и т. д. При отсутствии дефицита ресурсов

$$u^1_{pt} = \sum_{\nu\in\Phi} u^{1\nu}_{pt} \leqslant N_{pt}, \quad p\in P\ t\in T, \tag{5.1.6}$$

проекты планов утверждаются.

6. В типичном для практики случае дефицита ресурсов в результате итерационной процедуры между органами управления объединения и НИУ определяется лучший вариант $N^{*\nu}_{[t_0,\, t_1]}$ распределения ресурсов (в укрупненных показателях) между НИУ $\{\nu\} = \psi$, удовлетворяющий условиям

$$\sum_{\nu\in\psi} N^{*\nu}_t \leqslant N_t, \quad t\in T. \tag{5.1.7}$$

7. Аналогично при наличии „контрольных цифр“ $N^{*\nu}_{[t_0,\, t_1]}$ каждым ν-м НИУ с учетом экономических показателей определяется окончательный вариант тематического плана выполнения разработок $\pi^*_{[t_0,\, t_1]} = \{u^{*i}_{[t_0,\, t_1]}, \varphi^* i\}$, удовлетворяющий условию

$$\sum_{i\in I_\nu} u^{*i}_t \leqslant N^{*\nu}_t, \ \nu\in\psi, \ t\in T. \tag{5.1.8}$$

В (8) ресурсы в стоимостном выражении, как правило, детализируются по 5—10 статьям расхода с поквартальной разбивкой.

8. С учетом выделенных средств $u^{*i}_{[t_0,\, t_1]}$ руководитель каждой разработки i определяет календарный исполнительный план $\pi_{i[t_0,\, t_1]} =$

$=\{u^{*\xi}_{[t_0, t_1]}\}_i$ (расписание) выполнения работ $V_i=\{v_\xi\}_i$ непосредственными исполнителями, такой что

$$\sum_{\xi\in i} u^{*\xi}_t \leqslant u^{*i}_t,\ t\in T, \qquad (5.1.9)$$

где $u^{*\xi}$ — ресурсы в натуральном выражении: типы оборудования, должности и т. п. Полученный исполнительный план работ $\{u^*_{i\nu\xi p[t_0, t_1]}, \varphi^*i\}$ утверждается в качестве директивного документа, определяющего задания исполнителям на оперативный период планирования (квартал, месяц).

На практике выделенные на схеме рис. 5.8 этапы 6—8 объединены в итерационную процедуру следующего типа: орган управления объединением в соответствии со степенью дефицитности ресурсов

$$d^p_t = N^{0p}_t \Big/ \sum_{\nu\in\Phi} u^{1p\nu}_t,\ t\in T, \qquad (5.1.10)$$

„урезает" запрос $u^{1p\nu}_{[t_0, t_1]}$ каждого НИУ до величины $N^{1p\nu}_{[t_0, t_1]}$, орган управления НИУ предлагает руководителям работ с учетом дефицита $d^{p\nu}_t = N^{1p\nu}_t / u^{1p\nu}_t \leqslant 1,\ t\in T$, пересмотреть исходные варианты $u^{1pi}_{[t_0, t_1]}$ и т. д. При этом, как правило, прежде всего рассматриваются возможности сокращения дефицита за счет изменения режимов потребления ресурсов на операциях $v_\xi\in V_i$, создающих дефицит. Сначала в рамках ранее предложенной технологии, затем за счет изменения технологии выполнения этих операций $\{v_\xi\}$, далее, за счет изменения технологического способа $\{i\nu q\}$ (состава и порядка выполнения работ всей разработки) и, наконец, за счет изменения в допустимых пределах целевых требований $F^0{}_i$ к ее показателям $\varphi^0{}_i$: увеличения сроков $\Theta^0{}_i$ и сокращения объемов работ, снижения качества $b^0{}_i$, вплоть до исключения данной разработки (поисковых на уровне НИУ, ведомственных на уровне отрасли и т. д.) из данного планового периода.

Таким образом, процедура рис. 5.8 может быть представлена как совокупность актов принятия решений по фазам G_{t_j}, G_{t_k} и $G^u_{t_l}$, которые описываются совершенно аналогично предыдущему примеру п. 1. 2

Остановимся на некоторых специфических особенностях НИР и ОКР, связанных с основными этапами процедуры планирования.

Прежде всего, следует отметить высокую сложность современных технических систем, включающих до $10^5 \ldots 10^6$ деталей. Однако процедуры рис. 5.8 отличаются тем, что заказы для НИУ формируются с учетом его научного направления, а подавляющая часть объемов конструкторских и опытных работ по профилю НИУ, как правило, определяется $10^1 \ldots 10^2$ устойчивыми комплексами работ по типовым узлам (например, двигатель, кузов и т. п. для автомобиля), для которых имеется отработанная технология и технические характеристики и нормативы затрат мало изменяются от одного планового периода к другому.

Это приводит к тому, что на этапе 3 процедуры типичная технологическая сетевая модель разработки технической системы (проблемы) имеет вид рис. 5.9. Система разбивается на подсистемы (узлы), порядок выпол-

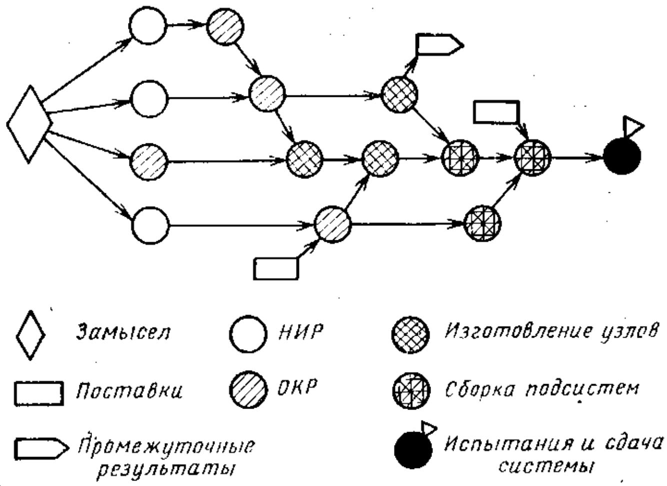


Рис. 5.9.

нения работ по которым определяется технологией проектирования сборки системы. В свою очередь, работы по каждому узлу разбиваются по этапам жизненного цикла на темы и т. д. Таким образом, формируется структура разработок, в которой проблемы объединяются в направления и членятся на темы и работы.

Важно отметить, что элементом этой структуры, отвечающим понятию терминальной программы (аналогично комплексу операций по отработке участка месторождения в примере п. 1.2), является проблема (разработка системы). С одной стороны, это самый верхний уровень структуры, для элементов которого еще можно четко описать цель количественно в виде $\varphi_i=\{b_i, \Theta_i, C_i\}\in F_i^0$, с другой — это самый нижний уровень структуры, для элементов которого еще сохраняется технологическая независимость разработок.

Однако, в отличие от терминальных программ (пример п. 1.2) типа капитального строительства шахт, непосредственно завершающихся получением конечного продукта (руды, металла), характерной особенностью программ НИР и ОКР является сложность прямой оценки и соизмерения их конечных результатов.

Основной особенностью первых этапов жизненного цикла (НИР и частично ОКР) является их новизна и творческий характер и, как следствие, естественная неопределенность как в составе, так и в характеристиках работ, которые уточняются в процессе их выполнения. Однако, основная часть планируемых объемов работ по затратам приходится на заключительные этапы жизненного цикла, для которых обычно имеются достаточно точные данные.

Высокие темпы обновления и специализации знаний и связанная с этим концентрация научной компетенции на нижних уровнях системы управления у научных руководителей и конструкторов разработок приводит к существенной децентрализации процедур планирования НИР и ОКР, особенно на этапах 1—4.

Растущее народнохозяйственное значение технического прогресса, усиливающиеся тенденции к сокращению сроков морального старения систем при одновременном росте сложности, ресурсоемкости и сроков их разработки приводят к необходимости первоочередной разработки адаптивной системы программного планирования НИР и ОКР, обеспечивающей учет динамики изменения целей и потребностей народного хозяйства и первоочередное развитие наиболее важных направлений исследований и разработок. Для реализации такой системы, в частности, необходима система моделей и процедур, позволяющая реализовать принципы программного подхода при распределении ресурсов между целевыми разработками (проблемами, темами) в рамках процедур распределения ресурсов между организациями (подразделениями) — исполнителями.

Специфические особенности НИР и ОКР, связанные с их творческим характером, сложность формальной оценки характеристик и результатов, существенное влияние на результативность разработок психологических, социальных и других факторов и т. д., делают совершенно необходимым непосредственное включение руководителя в процедуру плановых расчетов. Таким образом, с учетом актуальности проблем, процедуры формирования программ НИР и ОКР являются одним из первоочередных объектов разработки человеко-машинных процедур принятия решений.

Как показывает анализ, существующие процедуры распределения ресурсов при планировании НИР и ОКР (а также и горных работ) отличаются от схемы рис. 5.8, соответствующей программному подходу, в основном отсутствием или нечеткой регламентацией процедур целеобразования G_{t_i}, а также задач этапа 6 (и частично этапа 7) «наложения проекта плана на мощности», решение которых связано с построением, оценкой и отбором вариантов сводного плана. Реальные практические задачи этапов 6, 7 связаны с переработкой больших массивов информации. Так, например, в НИУ типа НИС вуза, выполняющего около 100 заказов и имеющего 10 ... 100 подразделений планируется 10 ... ... 100 типов ресурсов (при реализации номенклатура типов ресурсов (включая поставки) доходит до 10^3... ... 10^4); при учете 12 интервалов времени массив исполнительного плана

$$\pi_{[t_0,\ t_1]} = \{u_{i\nu p[t_0,\ t_1]},\ \varphi_i\}$$

содержит порядка 10^4 ... 10^5 данных. Аналогично информационный массив исполнительного плана горнодобывающего предприятия также имеет размерность порядка 10^3 ... 10^4. В этих условиях описанная итерационная процедура (этапы 6—8 рис. 5.3, 5.8) формирования оптимальной по ϑ программы НИР и ОКР в НИУ и в объединениях, включающих около 10 НИУ, без применения технических средств и, в первую очередь, ЭВМ становится практически не реализуемой. То же самое можно сказать и о программах горных работ на уровне комбината. Это обстоятельство приводит к тому, что на практике формируемые вручную планы (один-два варианта) часто получаются с запозданием, оказываются недостаточно согласованными с возможностями и целями организации и т. п., что отрицательно сказывается на этапах их реализации. Кроме того, отсутствие средств, позволяющих провести обработку информации, необходимой для полной реализации процедуры, является одной из причин использования упрощенных методик, например, принципа планирования «от базы», приводящего к вложению средств, неэффективному с точки зрения общих целей народного хозяйства.

Перейдем к формализации возникающих при этом задач.

1.4. Задачи формирования системы терминальных программ

При анализе рассмотренных выше примеров (НИР и горные работы) можно заметить, что при всей несхожести их природы и технологии выполнения процедуры их планирования имеют ряд общих черт (этапы 3—8, рис. 5.3, 5.8), позволяющих выделить для формального исследования определенный класс задач.

Прежде всего следует отметить, что заключительные этапы формирования программ в различных организациях II рода так или иначе сводятся к задачам планирования комплексов операций, объединенных в целевые разработки, т. е. к задачам формирования системы терминальных программ. Эти задачи характеризуются одинаковой структурой массивов плановой информации и процедур G_{t_i}, G_{t_k}, $G^u{}_{t_i}$ ее переработки.

В частности, рассмотренные в примерах схемы процедур планирования совпадают с точностью до интерпретации, начиная с этапа формирования комплексов операций (этапы 3—8 на рис. 5.3, 5.8).

Остановимся на некоторых особенностях этих процедур, в существенной мере определяющих специфику рассматриваемых далее математических задач.

Прежде всего предполагается, что существует удовлетворяющий принципам программно-целевого планирования единый механизм целеобразования (например, в виде неформальной процедуры G_{t_i}), который используется при формировании и отборе вариантов $s \in S$ исполнительного плана π^s на всех уровнях и этапах процедуры $G^u{}_{t_i}$.

На этапе предпланирования на основе G_{t_i} формулируется цель — желаемое (идеальное) конечное состояние y^0 или, в общем случае, множество состояний Y^0 (целевое множество) на выходе системы. Тогда рассматриваемая задача планирования может быть сформулирована в следующем виде:

в результате реализации процедуры $G^u{}_{t_i}$ построить исполнительный план

$$\pi^s{}_{[t_0,\, t_1]} = \{y^s{}_{[t_0,\, t_1]},\ u^s{}_{[t_0,\, t_1]}\},\quad s \in S^0, \tag{5.1.11}$$

переводящий организационную систему в пространстве выходных характеристик Y за плановый период $[t_0, t_1]$ из начального состояния y_{t_0} в конечное $y^s{}_{t_1} \in Y^0$ (например, добыть не менее $y^0{}_{t_1}$ тонн металла).

Здесь $S^0 \subseteq S$ — множество вариантов допустимых планов, определяемых условием

$$S^0 = \{s \mid u^s{}_{[t_0,\, t_1]} \in U^0\}, \tag{5.1.12}$$

где U^0 — область допустимых управлений.

Если решения задачи (11, 12) не существует (при $s \in S^0$ цель $y^s{}_{t_1} \in Y^0$ недостижима), тот же механизм G_{t_i} позволяет сформировать новое целевое множество Y^1, более соответствующее возможностям U^0 (например, коррекция задания $y^0{}_{[t_0,\, t_1]}$ на этапе 2, рис. 5.3) и т. д., пока не будет получено решение задачи. При этом можно считать, что варианты исполнительных планов $s \in S(Y^1)$, удовлетворяющие только целевым требованиям $Y^1 \mid S(Y^1) = \{s \mid y^s{}_{t_1} \in Y^1,\ y^s{}_{t_1} \notin Y^0\}$, менее предпочтительны, чем планы, удовлетворяющие идеальным требованиям $Y^0 : S(Y^0) \succ S(Y^1)$.

Таким образом, из предположения о существовании процедуры (механизма целеобразования) G_{t_i} типа описанной в гл. 3, 4 следует принципиальная возможность разбиения множества S^0 вариантов допустимых исполнительных планов π^k, π^s, k, $s \in S^0$, на классы эквивалентности $S(Y^0)$, $S(Y^1)$, ... и их *упорядочения по степени достижения цели* более высокого (по графу G_{t_i}) уровня, точнее, по степени приближения этой цели к некоторому идеальному состоянию. Аналогично варианты достижения цели более высокого уровня могут быть упорядочены по степени достижения цели следующего уровня (по графу G_{t_i} целей и задач) и т. д. вплоть до конечной цели, формируемой на высшем уровне руководства (гл. 4).

Отметим, что принципы и практика функционирования социалистических предприятий и народного хозяйства в целом убедительно свидетельствуют о наличии такого механизма, позволяющего успешно проводить в жизнь определенную политику и определять отклонения отдельных подсистем от линии поведения, соответствующей этой политике.

Безусловно, как отмечалось в гл. 4, для наиболее полной и эффективной реализации этих принципиальных возможностей требуется проведение большой работы по четкой регламентации организационных, финансовых, юридических и других вопросов в конкретных процедурах программно-целевого планирования.

Для решения задач, рассматриваемых в данной главе, ограничимся предположением о том, что объективно существует набор неформальных принципов и правил (алгоритм, оператор ϑ), позволяющий ЛПР различных уровней приходить к согласованному мнению о предпочтительности одного варианта исполнительного плана другому по степени достижения некоторой конечной цели. В то же время исследователь операций может и не располагать полной информацией об этом операторе ϑ или же не располагать средствами для его формального описания, позволяющего полностью моделировать оператор ϑ на ЭВМ.

Другой характерной особенностью рассматриваемого класса задач является то, что исполнительный план организации π структурно представляет собой совокупность $\{\pi_i\}$ исполнительных планов отдельных разработок $i \in I$. Это позволяет представить процедуру формирования и выбора вариантов плана π^s, π^k, s, $k \in S^0$ как процедуру формирования и выбора совокупности проектов $\{\pi_i\}$, $i \in I$, исполнительных планов π_i, и использовать типовую схему разбиения задачи планирования на отдельные подзадачи (типа схем рис. 5.3, 5.8). Тогда сформулированная выше в общем виде задача формирования плана π может быть конкретизирована, например, следующим образом.

Пусть на нижнем уровне иерархического графа целей и задач G_{t_i}, построенного на первых этапах формирования программ в отраслях I и II рода (гл. 4), определено множество $I = I_\psi = \{i\}$ заказов и перечень соответствующих ему заданий $F^0_\psi = \{F^0_i, F^0_\nu\}$, $i \in I$, $\nu \in \psi$, выполнение которых в плановом периоде $T = \{t\} \longleftrightarrow [t_0, t_1]$ является целью данной организации ψ. Здесь F^0_ψ — область допустимых значений $\varphi_{\text{ф}} = \{\varphi^l_{\text{ф}}\} \in F^0_{\text{ф}}$ множества $L = \{l\}$ показателей (критер характеризующих деятельность организации ф. Множество критериев L разбивается на две группы $\varphi_{\text{ф}} = \{\varphi_l, \varphi_\nu\}$, где $\varphi_l = \{\varphi^l_l\}$, $l \in L_l$ — показатели, характеризующие результаты целевых разработок по каждому заказу $i \in I$ (например, $\varphi_i = \{b_i, \Theta_i, C_i\}$) и соответствующие целям заказчика (цели I рода, гл. 4) для данной организации. Показатели

$$\varphi_\nu = \{\varphi^l_\nu\}, \; l \in L_\nu, \; L_\nu \bigcup L_l = L,$$

характеризуют функционирование организации, например, экономические (прибыль, производительность труда и т. п.), включаемые в техпромфинплан предприятий, соответствуют целям II рода.

Таким образом, задание области $F^0_{\text{ф}}$ конкретизирует определение целевого множества Y^0 в показателях $\varphi_{\text{ф}}$, используемых на уровне данной организации.

Первые фазы планирования G_{t_i}, G_{t_k} обычно ведутся по целям заказчика (I рода): для каждого целевого задания F^0_l его руководителем (ответственным исполнителем) формируется множество проектов $J_i = \{j\}$ исполнительных планов

$$\pi_{j[t_0,\, t_1]} = \{\varphi_j, u_{j[t_0,\, t_1]}\}, \; j \in J_i, \tag{5.1.13}$$

каждому из которых соответствует календарный план реализации комплекса операций $V_j = \{v_\xi\}_j$, характеризуемый режимом потребления ресурсов $u_{j[t_0,\, t_1]} = \{u_{j\xi[t_0,\, t_1]}\}$, $v_\xi \in V_j$ и значениями показателей $\varphi_j = \varphi_i(\pi_j)$, $j \in J_i$. При этом должны удовлетворяться условия

$$\varphi_j \in F^0_i, \; j \in J_i; \; u_{j[t_0,\, t_1]} \in U^0_i, \; i \in I, \tag{5.1.14}$$

где U^0_i — область допустимых управлений i-й разработкой, соответствующая полному множеству технологически допустимых ресурсных вариантов выполнения i-й разработки.

Получив от ответственных исполнителей заданий перечень $J = \bigcup\limits_{i \in I} J_i$ проектов исполнительных планов π_j разработок, руководство организации, исключая из J часть проектов, выбирает из подмножеств $J^s \subseteq J$ проектов наилучший по ϑ исполнительный план организации $\pi^{s^*} = \{\pi_j\}$, $j \in J^{s^*}$,

$$\pi^{s^*} = \{\varphi^{s^*}_{[t_0,\, t_1]}, u^{s^*}_{[t_0,\, t_1]}\}, \tag{5.1.15}$$

где

$$\begin{gathered} \varphi^{s^*}_{[t_0,\, t_1]} \in F^0_{\text{ф}}, \; u^{s^*}_{[t_0,\, t_1]} \in U^0, \\ u^{s^*}_{[t_0,\, t_1]} = \{u_{j[t_0,\, t_1]}\}, \quad j \in J^{s^*}. \end{gathered} \tag{5.1.16}$$

Область допустимых управлений U^0 и соответственно множество допустимых планов S^0 определяются ограничениями на наличные ресурсы $N^0_{[t_0,\, t_1]}$ типа (7) — (9)

$$U^0 = \left\{ u^s_{[t_0,\, t_1]} \;\middle|\; \sum_{j \in J^s} u_{jtp} \leqslant N^0_{tp} \; \forall p \in P, \; \forall t \in T \right\}, \tag{5.1.17}$$

где $P = \{p\}$ — перечень типов ресурсов.

Таким образом, основной акт принятия решений при формировании наилучшего по ϑ плана π^{s^*} сводится к решению задачи инвестирования (выделения ресурсов $u_{j[t_0, t_1]}$) и выбора подмножества проектов $J^s \subseteq J$, $s \in S^0$.

Воспользуемся еще одной особенностью структуры рассматриваемых процедур, позволяющей выделить автономно решаемые подзадачи, связанные только входной и выходной информацией. Остановимся кратко на задачах, соответствующих основным этапам (блокам) процедур на рис. 5.8, и известных моделях, которые могут использоваться для их решения.

На этапе 1 при распределении заданий между организациями центральному органу управления требуется прогнозная информация о возможностях организаций. Основой получения такого рода информации могут быть методики типа прогнозного графа [4.10, 41, 63] и используемые при этом модели анализа типа стохастических и вероятностных сетевых моделей [64—66], моделей регрессионного анализа [69, 70] и др.

На этапе 2 при формировании технологических альтернатив необходимы модели, учитывающие влияние выбора технологического варианта достижения отдельной подцели на степень достижения общей цели. Могут использоваться методы системного анализа [1.3, 1.8—1.12, 3.39], методика типа решающих матриц (гл. 3, 4), ПАТТЕРН [3. 51, 41], модели, использующие граф G_{t_i} целей и задач, а также теоретико-множественные модели генерации (типа морфологического ящика [41]) и упорядочения [2, 10—12, 73—81] вариантов.

На этапе 3 формирования перечня работ необходима регламентация процедур построения комплексов операций (типа методики СПУТНИК [54, 55]), достаточно адекватными моделями которых являются сетевые модели [82—86].

На этапах 4 и 5 формирования запросов ресурсов для определения параметров, характеризующих операции и их комплексы, и для проверки выполнимости требований F_i^0, можно использовать модели многофакторного регрессионного анализа [69, 70], обеспечивающие построение дифференцированных нормативов ω_ξ, τ_ξ элементарных операций, а также сетевые модели для анализа сроков Θ_i и режимов $u^1_{i\,[t_0,\,t]}$ потребления ресурсов для комплексов операций.

Таким образом, на этапах 1—5 (обычно называемых процедурой предпланирования) решаются задачи анализа и используются соответствующие модели объектов планирования. На этапах планирования 6, 7, связанных с решением задачи инвестирования и выбора комбинаций проектов, наряду с информацией о последствиях принятых решений и, в первую очередь, о зависимостях «затраты — эффективность», требуется информация о правилах ϑ упорядочения (отбора) вариантов плана. Для решения таких задач при известной целевой функции используются модели математического (и, в первую очередь, целочисленного) программирования [3.3—3.18, 87—94] или многосетевые модели [84, 85].

Заключительный этап 8 сводится к задаче календарного планирования, для решения которой также может использоваться сетевая модель.

Таким образом, получаем перечень моделей с привязкой их к определенным блокам процедур (рис. 5.3, 5.8), что можно рассматривать как начальное приближение к решению проблемы «наложения моделей на процедуры». Для уточнения этого приближения обратимся к более детальному анализу информационного массива исполнительного плана.

1.5. Анализ структуры информационных массивов

Как отмечалось, на заключительных этапах (6-8) процедуры планирования $G^{u}_{t_l}$ исключаются технологические и ресурсные альтернативы исходного графа $G^{0}_{t_l}$ типа И/ИЛИ и на выходе процедуры формируется информационный массив, соответствующий выбранному варианту исполнительного плана π^{*s}, который на каждом уровне организационной структуры можно представить в форме табл. 5.1 (примеры форм конкретных документов приведены в § 4, в табл. 5.3, 5.4).

Для каждого предприятия ν (графа 1) (например, НИУ) приводится перечень, $\{i\}, i \in I_\nu$ (графа 2) выполняемых им разработок (например, тем) и их результатов φ_i (графа 3), технических характеристик b_i разрабатываемых систем, сроков их завершения θ_i и т. п. В категориях ресурсов выбранный вариант исполнительного плана $\pi_i = \pi_j^*$ каждой разработки характеризуется элементами матрицы «ресурсы — время»: по вертикали в табл. 5.1—

этапы разработки $t \in T$ (графа 4), например, кварталы, по горизонтали — типы ресурсов $p \in P$ (графы 5, 6, ...), например штаты, материалы, оборудование. Элемент матрицы u_{pt} соответствует количеству u ресурсов p-го типа, потребляемых в t-м интервале времени.

Таблица 5.1

ν	i	φ_l	t	p_1	p_2	p_3	...	p
1	2	3	4	5	6	7	...	
НИУ	ТЕМА	РЕЗУЛЬТАТЫ	ЭТАПЫ	ШТАТЫ	ОБОРУДОВАНИЕ	МАТЕРИАЛЫ	...	
1	I_1 1	$\{\varphi_1^l\}^{(1)}$	t_1	$u_{p_1t_1}$	$u_{p_2t_1}$	$u_{p_3t_1}$		
			t_2	$u_{p_1t_2}$	$u_{p_2t_2}$	$u_{p_3t_2}$		
			t_3	$u_{p_1t_3}$	$u_{p_2t_3}$	$u_{p_3t_3}$		
	2	$\{\varphi_2^l\}^{(1)}$	t_1					
			t_2					
	$\vdots$		t_3					
2	I_2 1, 2, $\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		
$\vdots$								
ν	I_ν $\{i$	$\{\varphi_i^l\}^{(\nu)}$	t					$u_{pt}^{(i\nu)}$

Таким образом, на выходе процедуры $G_{t_l}^u$ каждый элемент массива исполнительного плана π^s полностью определяется пятеркой*)

$$(u,\ i,\ \nu,\ p,\ t),$$

где i — идентификатор операции или разработки («что»); $\{i\} = I$ — множество операций; ν — идентификатор исполнителя («кто»); $\{\nu\} = \Psi$ — множество исполнителей; p — идентификатор типа ресурса («какими средствами»); $\{p\} = P$ — множество типов (номенклатурный список) ресурсов; t — идентификатор интервала времени («когда»), $\{t\} = T$ — множество интервалов времени единичной (если не оговорено специально) продложительности

*) Значения φ являются функцией $u_{i\nu pt}$.

$\tau_t=1$, $t \in \{0, 1, 2, \ldots\}$ совпадает с текущим временем, отсчитываемым от начала t_0 планового периода T; u — число, соответствующее количеству ресурсов, $u \in U$, $U=[0, N$, где N — наличное количество ресурсов в стоимостном (если не оговорено специально) выражении. Величина u является основным управляющим параметром в процедурах распределения ресурсов.

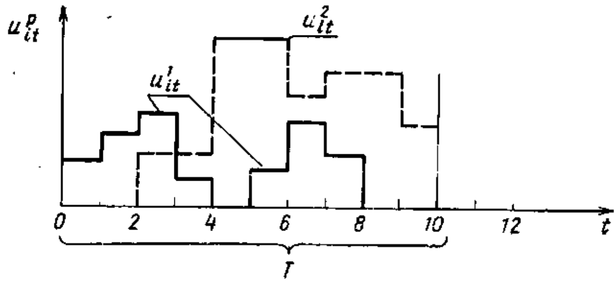


Рис. 5.10.

В дальнейшем для удобства обозначений режим потребления ресурсов $u_{[t_0, t_1]}$, $t \in T$, являющийся кусочно-постоянной функцией $t \in \{0, 1, 2, \ldots\}$ (рис. 5.10), будем рассматривать как вектор $u_{[t_0, t_1]} = \{u_t\}$, $t \in T$. На рис. 5.10 приведены графики потребления ресурсов двух типов $P = \{1, 2\}$ для одной i-й разработки*).

Содержательно элемент массива $u_{i\nu pt}$ соответствует режиму потребления ресурсов выбранным вариантом плана π_i реализации i-й разработки (операции): $u_{i\nu pt}$ — это интенсивность потребления ресурсов p-го типа в интервале времени t при выполнении i-й операции ν-м исполнителем (интенсивность — количество ресурсов u в единичном интервале времени).

Задание набора режимов $\{u_{i\nu pt}\}$ $\forall i \in I$, $\nu \in \psi$, $p \in P$, $t \in T$, полностью определяет все характеристики календарного плана (расписания) выполнения работ, в том числе моменты начала $\theta^{\text{н}}_i$ и окончания $\theta^{\text{ок}}_i$ операций

$$(u_{i\nu pt} \equiv 0) \Leftrightarrow (t \leqslant \theta^{\text{н}}_i,\ t > \theta^{\text{ок}}_i),$$

*) Фиксированные идентификаторы будем выделять верхней индексацией (u^p_t, c^ν_i и т. п.).

их стоимости

$$C_i^{\nu}=\sum_{t\in T}\sum_{p\in P}u_{ipt}^{\nu}$$

и т. п. показатели плановой и отчетной документации.

Таким образом, каждый вариант исполнительного плана π_i является подмножеством декартова произведения

$$I\times\Psi\times P\times T\times U=A\times U, \qquad (5.1.18)$$

т. е. план — это n-арное отношение на множествах I, Ψ, P, T, U или бинарное — на A, U — множество значений управляющего параметра, а подмножество множества

$$A=I\times\Psi\times P\times T, \qquad (5.1.19)$$

определяет структуру информационного массива плана (табл. 5.1).

На заключительном этапе планирования план определяется в категориях элементарных множеств (пометим их штрихом) $I'=\{i'\}$ элементарных операций, выполняемых исполнителями $\psi'=\{\nu'\}$ нижнего уровня в самой подробной номенклатуре $P'=\{p'\}$ и единицах измерения $\{l'\}$ и $\{u'_p\}$ (что соответствует понятию нулевой страты в гл. 3).

Для сокращения размерности в плановых задачах на различных уровнях руководства рассматриваются не элементарные множества $\Omega'=I'$, Ψ', P', T', а агрегированные представления ω_ξ их подмножеств $\Omega'_\xi\subset\Omega'$, получаемых разбиением $\Omega'=\bigcup_\xi\Omega'_\xi$, $\Omega'_{\xi_1}\cap\Omega'_{\xi_2}=\varnothing$, $\xi_1\neq\xi_2$.

Например, множество всех исполнителей $\psi'=\{\nu'\}$ разбивается на бригады $\nu_\xi=\{\psi'_\xi\}$. Совокупность элементов ω_ξ, являющихся *агрегатами* соответствующих подмножеств Ω'_ξ, в свою очередь, допускает разбиение (например, множество бригад разбивается по цехам и т. д.).

Получаемое в результате множество $\Omega=\{\omega_\xi\}$ агрегатов упорядочено по включению $\subseteq$ и имеет иерархическую структуру, описываемую графом $G(\Omega)$ типа дерева.

Под структурой $\Lambda=\langle R_{(\omega)}\Omega\rangle$ будем [14, 16] понимать множество элементов $\Omega=\{\omega_\xi\}$ („носитель структуры« [16]) вместе с определенным на Ω отношением R*) $_\omega$. В данном случае R — отношение части к целому, определяет на Ω частичный порядок, которому соответствует граф $G(R, \Omega)$ типа дерева (рис. 5.11). Для дальнейшего достаточно использования бинарных отношений $R \subseteq \Omega \times \Omega$.

Далее рассматриваются следующие элементарные структуры (используем для их содержательной интерпретации пример 2 п. 1.3):

— структура разработок $\Lambda_i = \langle R_i, I \rangle$, соответствующая нижним уровням иерархического графа G_{t_i} целей и задач (целевая структура), элементами нижнего уровня которой являются элементарные операции $\{i'\}$, на следующих уровнях — их объединения (агрегаты): темы, проблемы, направления (рис. 5.11,*а*);

— структура критериев $\Lambda_\varphi = \langle R_\varphi, L \rangle$, на нижнем уровне которой находятся критерии, характеризующие результаты элементарных операций, на следующих уровнях — их агрегаты, характеризующие результаты достижения подцелей и целей I и II рода (рис. 5.11,*б*);

— организационная структура $\Lambda_\nu = \langle R_\nu, \Psi \rangle$, на нижнем уровне которой находятся исполнители $\{\nu'\}$ элементарных операций i', на следующих — их объединения в подразделения: группы, лаборатории, отделы, НИУ, отрасли и т. п. (рис. 5.2, 5.7);

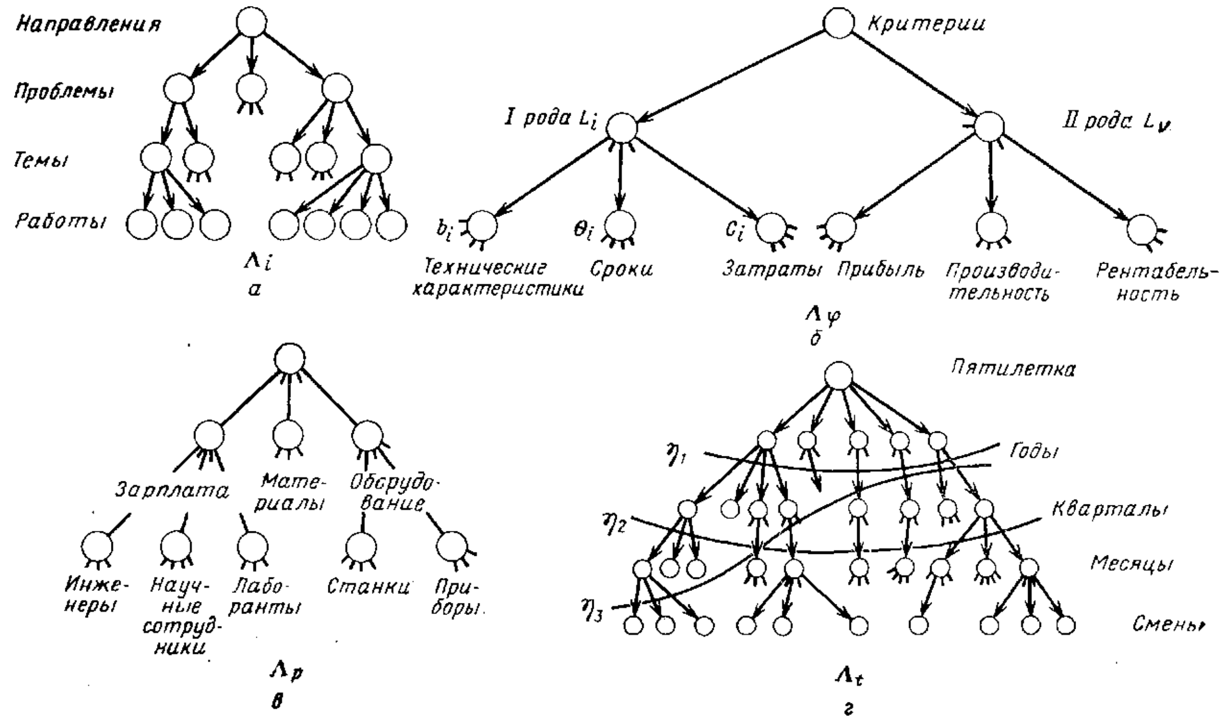
— ресурсная структура $\Lambda_p = \langle R_p, P \rangle$, на нижнем уровне которой — номенклатура ресурсов в натуральных единицах $\{p'\}$, используемых при выполнении элементарных операций $\{i'\}$, на следующих — их объединения в классы $\{p\}$: мощности, материалы и т. п в натуральном, затем в стоимостном выражении (рис. 5.11,*в*);

— календарная структура $\Lambda_t = \langle R_t, T \rangle$, на нижнем уровне которой — единицы $\{t'\}$ (смены, декады) измерения интервалов оперативного планирования элементарных операций $\{i'\}$, на следующих — $\{t\}$: месяцы, кварталы, годы, пятилетки и т. д. (рис. 5.11,*г*).

Будем использовать понятие разреза η графа $G(R, \Omega)$ (по вершинам), отделяющего корень дерева ω^0 от множества $\Omega' \subset \Omega$ вершин нижнего уровня: $\eta = \{\omega\}$ — множество вершин, из которых исходят дуги $R_\eta \subseteq \Omega_1 \times \Omega_2$, $\omega^0 \in \Omega_1$, $\Omega' \subseteq \Omega_2$ (R_η — разрез по дугам [19]).

---

*) В отличие от определения структуры в узком смысле как решетки [18].



Направления
Проблемы
Темы
Работы
Λ_i
а
Критерии
I рода L_i
II рода L_ν
b_i
θ_i
c_i
Технические характеристики
Сроки
Затраты
Прибыль
Производительность
Рентабельность
Λ_φ
б
Зарплата
Материалы
Оборудование
Инженеры
Научные сотрудники
Лаборанты
Станки
Приборы
Λ_p
в
Пятилетка
η_1
η_2
η_3
Годы
Кварталы
Месяцы
Смены
Λ_t
г

Рис. 5.11.

Для того чтобы в процедуре планирования, использующей агрегированные представления ω_ξ подмножеств Ω'_ξ не происходила потеря информации об элементах $\omega' \in \Omega'$, необходимо, чтобы соответствующее набору вершин — агрегатов $\{\omega\}$ множество $\bigcup_\omega \Omega'_\omega$ включало все элементы Ω' нижнего уровня соответствующей структуры Λ_ω, т. е. эти вершины должны составлять разрез графа $G(R, \Omega)$ соответствующей структуры Λ. Тогда любой разрез $\eta(\Lambda)$ графа $G(R, \Omega)$ можно считать агрегатом этого множества Ω'.

На рис. 5.11,*г* приведены примеры разрезов $\eta(\Lambda_t)$, соответствующих выбору масштаба агрегирования ресурсов по времени (т. е. выбору единицы измерения τ_t — продолжительности интервала $t \in T$); для разреза η_1 всем интервалам $t \in T = \{1, \ldots, 5\}$ соответствует масштаб τ_t, равный году; для разреза η_2 масштаб τ_t равен кварталу для $t \in T = \{1, 2, \ldots, 20\}$; для разреза η_3 интервалы первого квартала $t = \{1, 2, 3\}$ измеряются в месяцах, остальным интервалам первого года $t = \{4, 5, 6\}$ соответствует масштаб τ_t — квартал, для оставшихся $t = \{7, 8, 9, 10\}$ τ_t — год.

Подмножество декартова произведения разрезов

$$\eta(\Lambda_i) \times \eta(\Lambda_\nu) \times \eta(\Lambda_p) \times \eta(\Lambda_t) \qquad (5.1.20)$$

можно назвать агрегатом структуры информационного массива плана.

Причем по мере перехода к более высоким по Λ_ν уровням руководства степень агрегирования возрастает, что естественным образом упорядочивает совокупность агрегированных элементов структуры информационного массива плана (четверок индексов $i\nu pt$), образуя структуру плана $\Lambda_s = \langle R_s, \Omega_s \rangle$. Здесь элементами $\Lambda_s = \{\omega\}$ структуры плана являются четверки $\omega = (i\nu pt)$, $R_s \longleftrightarrow \underline{\in}$ — отношение упорядочения по включению. При этом $\omega_2 = (i_2\nu_2p_2t_2) \underline{\in} \omega_1 = (i_1\nu_1p_1t_1)$, если из определения элементарных структур Λ_i, Λ_ν, Λ_p, Λ_t следует, что поэлементно $i_2 \underline{\in} i_1$, $\nu_2 \underline{\in} \nu_1$, $p_2 \underline{\in} p_1$, $t_2 \underline{\in} t_1$, например, (рис. 5.11): i_1 — проблема; i_2 — тема; t_1 — год; t_2 — квартал и т. п. Тогда каждому агрегату из (20) соответствует разрез $\eta(\Lambda_s)$ графа структуры плана, а агрегированному представлению плана — подмножество из

$$U \times \eta(\Lambda_s). \qquad (5.1.21)$$

Проблемы структуризации рассматриваются в ряде работ [1.8—1.12, 4.1, 56 и др.]. Здесь рассмотрим пример регламентации процедуры построения структуры плана Λ_s по схеме методик прогнозного графа [4.10, 63] и СПУТНИК [54, 55].

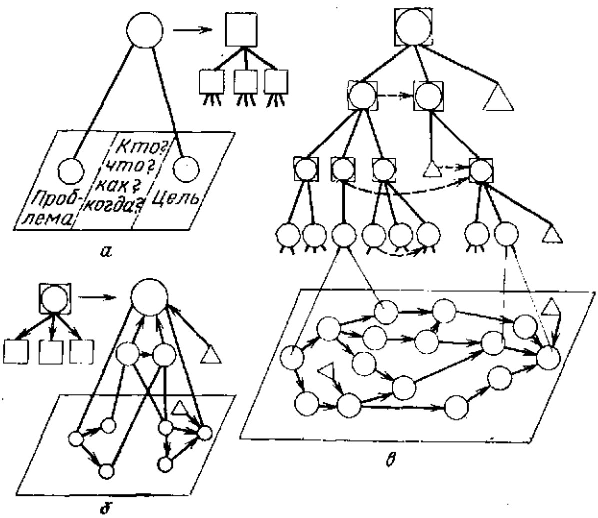


Рис. 5.12.

Пусть имеется организация с ее структурой (прямоугольники на рис. 5.12,*а*), перед которой поставлена цель (круг на рис. 5.12,*а*). Руководитель организации (1-й уровень Λ_ν) разбивает цель (1-й уровень Λ_i) на проблемы (2-й уровень Λ_i на рис. 5.12,*б*) и назначает по каждой проблеме руководителя (2-й уровень Λ_ν на рис. 5.12,*б*). В свою очередь, руководитель проблемы разбивает ее на части (темы — 3-й уровень Λ_i), учитывая возможные технологические связи между ними (рис. 5.12,*в*) и назначает по ним ответственных исполнителей (3-й уровень Λ_i). Ответственные исполнители повторяют процедуру каждый по своей теме, детализируя технологические связи верхнего уровня и учитывая вновь возникшие вплоть до элементарных операций $\{i'\}$, для каждой из которых известны исполнители $\{\nu'\}_i \in \psi'$ и ресурсные характеристики $u_{p'i'}$.

Если части проблем невозможно решить в данной организации („заземлить" [4.10] до уровня l'_ϕ), то они рассматриваются как поставки (треугольники на рис. 5.12), выполняемые другими организациями.

Таким образом, на последних шагах процедуры G_{t_j} получается перечень элементарных операций I' с „вертикальными" связями, определяющими структуру разработок Λ_l и принятую схему агрегирования элементарных операций i' (с известными $u_{p', i'}$) в операции i более крупного масштаба и т. д., что естественно, снимает неопределенность в выборе вектора набора ресурсов $\{p\}_i$ пар $\{ip\} \subset I \times P$ в (20).

При этом структура разработок и степень агрегирования оказываются согласованными с организационной структурой Λ_ν: по построению каждому элементу i в Λ_l поставлен в соответствие элемент ν в Λ_ν, что в (20) снимает неопределенность в выборе пар $\{i\nu\} \subset I \times \Psi$ и определении наборов ресурсов для каждого исполнителя $\{\nu p\} \subset \Psi \times P$.

Кроме того, пошаговый учет в процедуре «горизонтальных» связей (пунктиры на рис. 5.12), соответствующих технологическим отношениям $R^T{}_i$ на I, определяющим технологические ограничения на порядок выполнения операций, приводит к построению на нижнем уровне I технологической сетевой модели, граф которой $G(R^T{}_i, I')$ по существу описывает технологическую структуру $\langle R^T{}_i, I \rangle$ разработки. Аналогично восстанавливаются агрегированные сетевые модели на других уровнях Λ_i. Выбор масштаба времени осуществляется с учетом пропускной способности исполнителя уровня ν, количества у него информации и требования к ее точности.

Таким образом, в результате этапов 1—3 (рис. 5.3, 5.8) процедуры предпланирования G_{t_i}, развивающейся сверху вниз по организационной структуре Λ_ν, получаем структуру плана Λ_s. Для построения варианта плана остается определить его количественные характеристики, т. е. поставить в соответствие каждой вершине ω структуры плана Λ_s число u (количество ресурсов).

Очевидно, что для определения величины u_ω для любой вершины ω в структурах Λ_s, Λ_l, Λ_ν, Λ_p, Λ_t достаточно знать значения u для всех вершин $\omega_\xi \underline{\in} \omega$ подмножества $\{\omega_\xi\} = \omega$. Тогда для решения задачи анализа на этапах 4—5 процедуры предпланирования G_{t_k}, развивающейся снизу вверх по структуре Λ_s, получим

$$u_\omega = \sum_{\omega_\xi \underline{\in} \omega} u_{\omega_\xi}. \tag{5.1.22}$$

Аналогично для построения любого агрегата плана, соответствующего разрезу $\eta_1(\Lambda_s) = \{\omega_1\}$, достаточно знать u_{ω_2} на вершинах разреза $\{\omega_2\} = \eta_2$, $\eta_2 \subset \eta_1$ (разрез $\eta_2 \subset \eta_1$, если для любой вершины $\omega_2 \in \eta_2$ найдется вершина $\omega_1 \in \eta_1$, такая что $\omega_2 \underline{\in} \omega_1$).

Двигаясь по структуре плана сверху вниз (этапы 6—8 на рис. 5.3, 5.8) в процедуре $G^u_{t_i}$ приходится решать задачу синтеза варианта допустимого плана $s \in S^0$, т. е. определять величины $u_{\omega_2} \in U^0_{12}$ на разрезе $\eta_2(\Lambda_s)$ при условии, что фиксированы величины $u^0_{\omega_1}$ на разрезе $\eta_1(\Lambda_s)$ $(\eta_1 \supset \eta_2)$:

$$U^0_{12} = \{u_{\omega_2} \mid \sum_{\omega_2 \subseteq \omega_1} u_{\omega_2} \leqslant u^0_{\omega_1} \ \forall \omega_1 \in \eta_1\}. \tag{5.1.23}$$

На входе процедуры $G^u_{t_i}$ для каждой разработки (заказа) i имеется множество альтернативных проектов $J_i = \{j\}_i$, число которых $M(J_i)$ равно

$$M(J_i) = \sum_{\nu \in \Psi_i} \sum_{q \in Q_{i\nu}} M(U_{i\nu q}). \tag{5.1.24}$$

где $\Psi_i \subseteq \Psi$ — подмножество исполнителей, которые могут выполнить i-й заказ; $Q_{i\nu}$ — множество возможных конструктивно-технологических*) альтернатив выполнения i-го заказа ν-м исполнителем; $U_{i\nu q}$ — подмножество „ресурсных" вариантов, соответствующих возможным режимам $\{u_{pi}\}$ потребления ресурсов при $i\nu q$-м варианте разработки; здесь и далее $M(\Omega) = \mathrm{card}\,\Omega$ — мощность множества Ω.

Тогда множество S всех возможных альтернатив исполнительных планов π^s организации имеет вид

$$S = J_1 \times J_2 \times \ldots \times J_i \times \ldots J_{M(I)}. \tag{5.1.25}$$

Обозначим множество технологических вариантов $\{\nu_q\}_i$ выполнения i-го заказа через J_i^Q и будем рассматривать

$$j \longleftrightarrow i\nu q \in J^Q, \quad J^Q = \bigcup_{i \in I} J_i^Q$$

как самостоятельную разработку (строку в табл. 5.1), учитывая в ограничениях требование исключения технологических альтернатив (так же, как и ресурсных). Тогда информационный массив на входе процедуры $G^u_{t_i}$ отличается от рассмотренного массива плана π^s на ее выходе только размерностью множеств $J_{\text{дых}} = I$, $J_{\text{вх}} = J^Q$ и имеет ту же структуру (табл. 5.1). Соответственно анализ структуры входного массива производится

*) Далее просто «технологических».

совершенно аналогично вышеизложенному при замене I на $J_{\text{вх}}$.

Таким образом, процедура распределения ресурсов $G^u_{t_l}$ (этапы 6—8 на рис. 5.3, 5.8) может быть представлена как пошаговая процедура снятия неопределенности в величинах u_ω на последовательности разрезов струк-

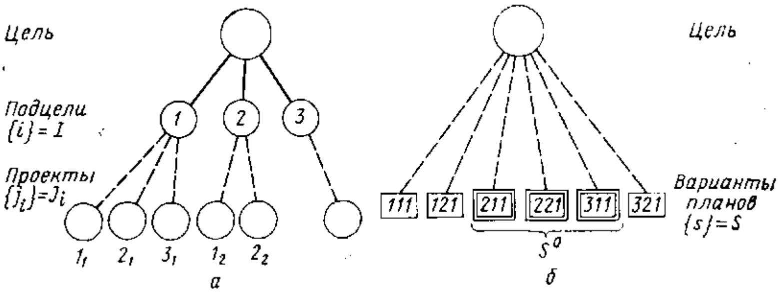


Рис. 5.13.

туры плана Λ_s, причем на каждом шаге решается две задачи:

— *задача выбора очередного разреза* η_2 *структуры* Λ_s *(степени дезагрегирования* $u^0_{\omega_1}$, $\omega_1 \in \eta_1$), решение которой при известной структуре Λ_s находится с учетом пропускной способности решающего блока (ЛПР и ЭВМ) и других специфических особенностей конкретной задачи;

— *задача выбора варианта распределения* $u^*_{\omega_2}$ *на новом разрезе* η_2 *агрегата плана, удовлетворяющего ограничениям (23), заданным на предыдущем разрезе* η_1.

В результате решения второй задачи, являющейся основной задачей принятия решений, фиксируется определенный набор $\{u_{i\nu pt}\}^* = \pi^{s^*}$ режимов потребления ресурсов, соответствующий выбору оптимального варианта исполнительного плана $s^* \in S^0 \subseteq S$. Напомним, что по построению множества I и J являются нижними уровнями иерархического графа целей и задач G_{t_l} типа И/ИЛИ (рис. 5.13,*а*).

Тогда каждое подмножество J_i, $i \in I$, можно интерпретировать как множество альтернативных вариантов достижения i-й подцели, а множество S (25) как множество всех возможных альтернативных вариантов достижения цели.

На рис. 5.13, б приведено множество S, порождаемое альтернативным графом G_{t_i} (рис. 5.13, a), где пунктирные дуги соответствуют логике ИЛИ; двойной линией на рис. 5.13,б выделено подмножество $S^0 \subset S$, допустимых вариантов плана π^s, из которого и производится выбор оптимального плана $s^* \in S^0$.

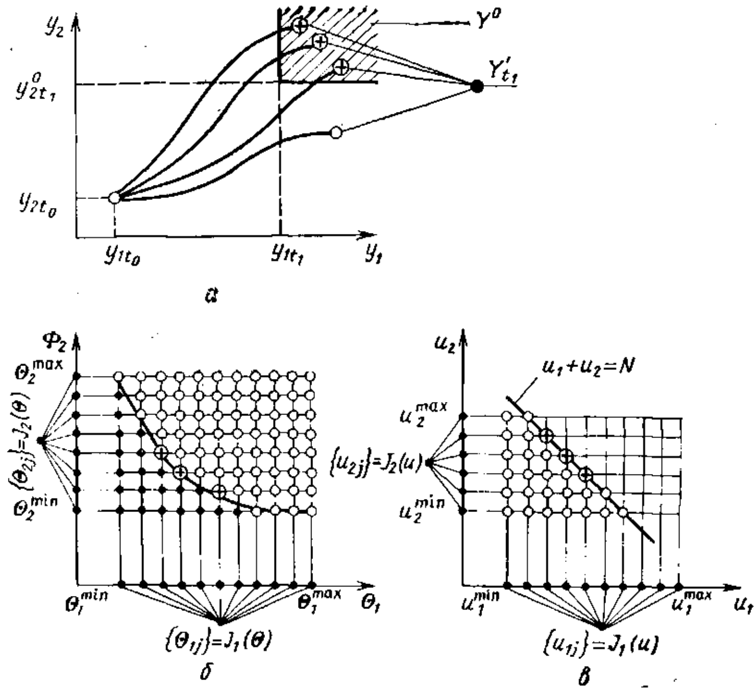


Рис. 5.14.

Проиллюстрируем схему рис. 5.13 на упрощенном примере задачи формирования программы капитального строительства новых предприятий, возникающей в рассмотренных процедурах п. 1.2, 1.3.

Пусть для простоты каждое строящееся предприятие i, $i \in I$, за период $[t_0, t_1] \longleftrightarrow T$ может произвести конечный продукт одного вида в количестве

$$y_{it_1} = \gamma_i \max\{0, (t_1 - \theta_i)\},$$

где γ_i — мощность i-го предприятия; θ_i — срок его ввода. Тогда, например, на межотраслевом уровне руководства цель может быть сформулирована в виде [3.47, 61]

$$y_{t_1} \in Y^0 = \{y_t \mid y_{it_1} \geqslant y^0_{it_1}\ \forall i \in I\},$$

т. е. обеспечиваемый за счет строительства прирост конечного продукта на конец планового периода T должен быть не менее заданного. Другими словами, конец траектории $y_{[t_0, t_1]}$ должен попадать в целевое множество Y^0 (заштрихованная область на рис. 5.14, *а*).

На этом уровне руководства множество S^0 допустимых вариантов исполнительных планов $\pi^s_{[t_0, t_1]}$ описывается множеством допустимых траекторий $y^s_{[t_0, t_1]}$ (рис. 5.14,*а*), концы которых $Y'_{t_1} = \{y^s_{t_1}\}$, $s \in S^0$, образуют множество достижимости Y'_{t_1}.

В данном случае каждой траектории $y^s_{[t_0, t_1]}$ соответствует набор φ^s значений критериев $\varphi^s = \Theta^s = \{\Theta^s_i\}$, $i \in I$, — сроков пуска предприятий (рис. 5.14, *б*), значение каждого из которых является функцией $\Theta^s_i = \Theta^s_i(u^s_i) = \Theta(u^s_{it})$, $t \in T$, режима потребления ресурсов $\{u^s_{it}\} = u^s_i \in u^0$, $t \in T$, общее количество которых ограничено. На рис. 5.14 для $I = \{1, 2\}$ выполняется $u_{it} = u_i$ и при отсутствии технологических альтернатив множество J_i проектов планов строительства каждого предприятия определяется набором возможных сроков $\{\Theta_{ij}\}$ (соответственно выделенных ресурсов $\{u_{ij}\}$), которым соответствуют точки на осях Θ_i (рис. 5.14,*б*) и u_i (рис. 5.14,*в*). Множеству S^0 допустимых по ограничению $u_1 + u_2 \leqslant N$ планов на рис. 5.14,*б*, *в* соответствуют кружки. На рис. 5.14,*а* среди допустимых траекторий $s \in S^0$ выделены варианты $s^* \in S^* \subset S^0$, обеспечивающие достижение цели и соответствующие пересечению целевого множества Y^0 с множеством достижимости Y'_{t_1}. Эти решения помечены на рис. 5.14 крестиками.

Перейдем к формализации акта выбора $s^* \in S^0$ в общем случае.

1.6. Формализация основного акта принятия решений

Основной акт принятия решения о выборе варианта плана может быть представлен следующим образом. На вход процедуры принятия решений поступает сформированное в результате процедур предпланирования множество проектов $J = \bigcup\limits_{i \in I} J_i$, $M(J) = n$ вместе с характеризующими каждый проект $j \in J$ показателями (φ_j, u_j).

Состояние каждого проекта j на выходе процедуры определяется двумя возможными исходами: быть или не быть включенным в план s^*. Тогда каждый вариант *) плана s является одной из комбинаций (набором) проектов $J^s = \{j\}^s$, а множество всех возможных планов $S = \{s\}$, $M(S) = 2^n$ представляет собой множество всех под-

*) Для простоты наряду с выражением варианта плана через значения его показателей $\pi^s = \{\varphi^s, u^s\}$ будем использовать индекс варианта s.

множеств множества проектов $S=2^J$. Кроме того, на вход процедуры поступают технологические и ресурсные ограничения, определяющие множество допустимых планов $S^0 \subseteq S$, и оператор выбора ϑ.

Таким образом, основному акту принятия решений по выбору оптимального варианта плана s^* соответствует следующая общая теоретико-множественная постановка задачи.

Задача 1. *Пусть определено множество проектов* $J=\{j\}$ и $S=\{s\}=2^J$ — *множество всех подмножеств* J. *Требуется найти наиболее предпочтительный (оптимальный в смысле* ϑ) *элемент*

$$s^* \in S^0, \quad s^* \underset{\vartheta}{\succeq} s \quad \forall s \in S^0.$$

Здесь запись $s \underset{\vartheta}{\succeq} k$, s, $k \in S^0$ означает, что план s не менее предпочтителен, чем план k по степени достижения цели, учитываемой оператором ϑ.

В связи с тем, что решающую роль в человеко-машинных процедурах принятия решений играет руководитель, важное значение при разработке их математического обеспечения приобретает форма представления исходной информации, которая должна учитывать психологические особенности человека [5—10].

Напомним, что существует три основных типа шкал измерения, в которых может быть представлена исходная информация: номинальные, порядковые и количественные [3.44, 22, 23].

Для объектов $\omega \in \Omega$ (например, проектов или альтернативных вариантов плана) определена *номинальная* шкала, если выполняются аксиомы 1—3:

1) ω_1 либо есть ω_2 $(\omega_1 = \omega_2)$, либо не есть ω_2;

2) если $\omega_1 = \omega_2$, то $\omega_2 = \omega_1$ (симметричность);

3) если $\omega_1 = \omega_2$ и $\omega_2 = \omega_3$, то $\omega_1 = \omega_3$ (транзитивность).

Аксиомы 1—3 — это аксиомы идентификации (классификации, опознавания). Отметим, что сам факт наличия объекта планирования уже предполагает возможность его идентификации в какой-либо номинальной шкале по его свойствам. Свойство l на множестве Ω обычно задается предикатом $\mathscr{P}_l(\Omega)$ или характеристической функцией отношения, отвечающего этому предикату, и определяющей подмножество $\Omega_l \subseteq \Omega$, на элементах которого предикат принимает значения «истинно $\to$ 1»:

$$\mathscr{P}_l(\omega) = \begin{cases} 1, & \text{если } \omega \in \Omega_l, \\ 0, & \text{если } \omega \notin \Omega_l. \end{cases}$$

Например, свойство l_1: «проект $j \in J_i$ удовлетворяет требованиям заказчика», запишется как

$$\mathscr{P}_{l_1}(j) = \begin{cases} 1, & \text{если } \varphi_j \in F^0{}_i, \\ 0, & \text{если } \varphi_j \notin F^0{}_i, \end{cases}$$

или

$$(\mathscr{P}_{l_1}(j) = 1) \Longleftrightarrow (\varphi_l \in F^0{}_i,\ j \in J_i);$$

Свойство $\mathscr{P}^0(s)$: «s — допустимый план» может быть записано как $\mathscr{P}^0(s) = \mathscr{P}^0{}_1(s) \wedge \mathscr{P}^0{}_2(s) = 1$, где $\mathscr{P}^0{}_1$ — ресурсные, $\mathscr{P}^0{}_2$ — технологические ограничения

$$(\mathscr{P}^0{}_1(s) = 1) \Longleftrightarrow \left(\sum_{j \in J^s} u_j \leqslant u^0 \right),$$

тогда

$$S^0 = \{ s \mid s \in S,\ \mathscr{P}^0(s) = 1 \}.$$

Порядковые шкалы помимо аксиом идентификации 1—3 удовлетворяют еще аксиомам упорядочения 4, 5. Например, для строгих порядков «$\succ$»:

4) ни для какого ω не выполняется $\omega \succ \omega$ (антирефлексивность);

5) если $\omega_1 \succ \omega_2$ и $\omega_2 \succ \omega_3$, то $\omega_1 \succ \omega_3$ (транзитивность).

Соотношение $\omega_1 \succ \omega_2$ может интерпретироваться как «ω_1 предпочтительнее (лучше) ω_2» или «ω_1 доминирует над ω_2», или «ω_1 предшествует ω_2» и т. д.

Примером использования порядковых шкал является описание технологических ограничений на порядок выполнения работ, задаваемых ориентированным графом сетевой модели.

Одним из важных свойств порядковой шкалы является то, что при наличии отображения отношения порядка на числовую ось

$$\omega_1 \succ \omega_2 \Longleftrightarrow \Phi(\omega_1) > \Phi(\omega_2)$$

его можно кодировать любыми наборами чисел, связанными с некоторым начальным набором произвольным монотонным преобразованием.

Наиболее информативные и широко используемые *количественные* шкалы помимо аксиом идентификации 1—3 и упорядочения 4, 5 удовлетворяют известным аксиомам 6—9:

6) если $\omega_1 = a$ и $\omega_2 = 0$, то $\omega_1 + \omega_2 = a$;
7) если $\omega_1 = a$ и $\omega_2 = b$, то $\omega_1 + \omega_2 = a + b$;
8) $\omega_1 + \omega_2 = \omega_2 + \omega_1$;
9) $(\omega_1 + \omega_2) + \omega_3 = \omega_1 + (\omega_2 + \omega_3)$.

Рассмотрим теперь возможные постановки задачи 1 в номинальных, порядковых и количественных шкалах.

Введем вспомогательный предикат $x_j \in \{0, 1\}$ (булеву переменную), описывающий возможные состояния проекта:

$$(x^s{}_j = 1) \Longleftrightarrow (j \in J^s),$$

т. е. $x_j=1$ («истина»), если j-й проект включен в план s, и $x_j=0$ («ложь») в противном случае. Тогда каждый план s будет описываться n-мерным вектором из булевых переменных x^s; множеству $S=\{s\}$ всех планов будет соответствовать изоморфное ему множество $X=\{x^s\}=\{x\}$, $M(X)=2^n$; подмножеству допустимых планов $S^0\subseteq S$ — подмножество

$$X^0\subseteq X,\ X=\{x^s\,|\,x^s\in X,\ \mathcal{P}^0(x^s)=1\};$$

наиболее предпочтительному плану s^* — вектор $x^*=x^{s^*}$. Каждому плану x в n-мерном пространстве проектов $\{j\}=J$ будет соответствовать вершина единичного n-мерного гиперкуба. Структура, образованная вершинами и ребрами этого куба, является традиционным объектом изучения в математической логике [3.53; 3, 4, 95].

Теперь мы можем сформулировать задачу 1 в номинальных шкалах.

Задача 2. *Найти подмножество X^* вершин единичного n-мерного куба, на которых функция алгебры логики*

$$f(x)=\bigvee_{a\in A}\Big(\bigwedge_{l\in L}\mathcal{P}_l(x,\ a)\Big)$$

принимает истинные значения: $X^*=\{x|\ x\in X,\ f(x)=1\}$.

Здесь $\mathcal{P}=\bigwedge_{l\in L}\mathcal{P}_l(x,\ a)$ — совокупность свойств, определяющих при условиях a оператор ϑ выбора решения x^* для задачи 1; A — множество возможных вариантов таких условий, например, множество допустимых комбинаций значений параметров $N=\{N^p\}$ в управляемых ограничениях $\mathcal{P}^0$ типа (17).

Если свойства (ограничения, критерии) $\mathcal{P}_l$ например лексикографически упорядочены, алгоритм выделения решения $x^*\in X^*$ сводится к последовательной проверке свойств $\mathcal{P}_l$, $l\in L$. Это соответствует процедуре выделения решений X^* путем последовательного сокращения области допустимых решений при введении дополнительных ограничений $\mathcal{P}_l$.

Свойствам $\mathcal{P}$, определяющим в задаче 2 оператор выбора ϑ, соответствует бинарное отношение R, определенное на множестве X (структура $\langle R,\ X\rangle$), причем R является отношением частичного строгого порядка [1.7, 16—19]

$$s\underset{R}{\succ}k\longleftrightarrow x^s\succ x^k\Longleftrightarrow\mathcal{P}(x^s)>\mathcal{P}(x^k).$$

Например, всякий ресурсно допустимый план $s \in S^0 \longleftrightarrow x^s \in X^0$ предпочтительнее всякого недопустимого плана $k \in S$, $k \notin S^0$ $(x^k \notin X^0)$, так как $\mathcal{F}^0(x^s)=1$, $\mathcal{F}^0(x^k)=0$.

Очевидно, что если на $X^0 \subseteq X$ определено некоторое отношение порядка R, то оптимальным решением x^* могут быть только те решения $x \in E\langle R, X^0 \rangle$, для которых не найдется планов $x \in X^0$, доминирующих над ними. Такое множество

$$E\langle R, X^0 \rangle = \{\tilde{x} \mid \tilde{x} \in X^0, \ \rceil \exists\, x \in X^0 (x \succ_R \tilde{x})\}$$

называется *множеством максимальных элементов* [1.6, 1.7; 15—19]. На графе $G(R, X^0)$, описывающем структуру $\langle R, X^0 \rangle$ отношений порядка (X^0 — множество вершин, R — множество дуг), множеству максимальных элементов $E\langle R, X^0 \rangle$ соответствует множество вершин, не имеющих входящих дуг, — ядро графа $G(R, X^0)$. Таким образом получаем формулировку задачи 1 в порядковых шкалах.

Задача 3. *Найти подмножество $E\langle R, X^0 \rangle$ максимальных элементов множества $X^0 \subseteq X$ с определенным на нем отношением порядка R* (или, что то же, — *найти ядро E графа $G(R, X^0)$*).

В частности, если оператор выбора ϑ удается формализовать в виде алгоритма сравнения значений скалярной функции $\Phi(x)$, т. е. построить отображение множества X на числовую ось, так что

$$x^s \succ_{\vartheta} x^k \Longleftrightarrow \Phi(x^s) > \Phi(x^k) \quad \forall x^s, x^k \in X^0 \subseteq X, \tag{5.1.26}$$

то задача 1 формулируется в количественных шкалах.

Задача 4. *Найти оптимальное решение x^* такое, что*

$$\Phi(x^*) = \operatorname*{extr}_{x \in X^0} \Phi(x), \tag{5.1.27}$$

где X^0 определяется, например, условиями:

$$\sum_{j \in J} u_j^{pt} x_j \leqslant N^{pt} \quad \forall p \in P, \ \forall t \in T, \tag{5.1.28}$$

$$\sum_{j \in J_i} x_j \leqslant e_i \quad \forall i \in I, \tag{5.1.29}$$

$$x_{j_1} \geqslant x_{j_2}, \tag{5.1.30}$$

$$x_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J. \tag{5.1.31}$$

Здесь (28) — ограничения на наличные ресурсы N; (29) — на возможность выполнения одновременно не более e_i проектов i-го задания; (30) — на порядок выполнения проектов: проект j_2 не может быть принят (выполнен), если не принят (не выполнен) проект j_1.

Количественные шкалы содержат наибольшую информацию, и соответственно количественные методы и программы для ЭВМ наиболее разработаны для задачи 4 [90—94], что позволяет решать ее (соответственно задачу 1) в автоматическом режиме на ЭВМ без участия человека.

Однако при постановке прикладных задач информацию о целевой функции (26), (27) в количественных шкалах удается получить лишь в редких случаях, когда для единственного критерия отбора существует естественная количественная шкала. В общем (типичном для практики) случае характерным является наличие многих, притом качественных, критериев отбора. Это вызывает серьезные психологические затруднения у ЛПР при ответе на вопрос, сформулированный в количественной шкале, типа «во сколько раз вариант плана π^s лучше варианта π^k?» Существенно легче получить ответ «да» или «нет» на вопрос в порядковой шкале типа «вариант π^s предпочтительнее варианта π^k?», поскольку именно с решением таких вопросов связана повседневная работа каждого руководителя. Важно отметить следующее.

1. Для решения задачи 1 выбора оптимального варианта плана s^* достаточна формализация оператора ϑ в порядковых шкалах (задача 3).

2. Для решения задачи 3 в порядковых шкалах применимы комбинаторные методы поиска точного решения задачи 4 в количественных шкалах.

Первое утверждение непосредственно следует из построения задач 2—4, эквивалентных задаче 1. Второе — из того факта, что все существующие комбинаторные методы решения моделей дискретного программирования (метод ветвей и границ, последовательного анализа вариантов, локальной оптимизации [15, 90—94]) так или иначе сводятся к процедурам ветвлений для организации сокращенного перебора на $X^0 \subseteq X$. На каждом шаге такой процедуры количественная информация о целевой функции $\Phi(x)$ используется лишь для установления доминирования одного решения (подмножества решений) над другим с последующим отбрасыванием худшего варианта. Другими словами, количественная информация об $\Phi(x)$ в правой части (26) переводится в порядковую (левая часть (26)), которая может быть получена непосредственно из исходных данных задачи 3.

Таким образом, упорядочение вариантов планов является достаточным условием выбора оптимального варианта. В то же время в порядковых шкалах существенно облегчается сбор исходной информации и для решения задачи 3 может использоваться обширный арсенал конструктивных методов решения задачи 4.

При отсутствии количественной информации о скалярной целевой функции $\Phi(x)$ (26), (27) эти обстоятельства делают целесообразным более тщательное изучение возможностей моделирования процедур принятия решений в порядковых шкалах. Однако сначала рассмотрим случай наличия количественной информации о $\Phi(x)$ (26), соответствующий максимальной информированности исследователя операций об операторе выбора ϑ.

2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЗАДАЧ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ В КОЛИЧЕСТВЕННЫХ ШКАЛАХ

Пусть на этапе предпланирования (1.5) построена структура плана Λ_s, на нижнем уровне которой Ω' определен перечень элементарных операций $I'=\{i'\}$, согласованных с целями $F^0=\{F^0_i, F^0_\nu\}$ и технологическими возможностями исполнителей $\psi'=\{\nu'\}$. Пусть также для каждой элементарной операции i' можно определить перечень альтернативных проектов ее выполнения $J'_i=\{j'\}_i$ (24) и соответствующий запрос ресурсов $u^1_j=u^1_{i'\nu'p't'}$.

Тогда для построения плана (программы работ) $\pi^*=\{u^*_{i'\nu'p't'}\}$ достаточно решить задачу распределения ресурсов между проектами J' целевых разработок

$$\Phi(u^*_{i'\nu'p't'})=\operatorname*{extr}_{u\in U^0}\Phi(u_{i'\nu'p't'}), \tag{5.2.1}$$

$$U^0=\left\{u \,\middle|\, \sum_{\nu\in\psi'}\sum_{i'\in I'_\nu} u_{i'\nu'p't'}\leqslant N_{p't'}\ \forall t'\in T',\ p'\in P'\right\}, \tag{5.2.2}$$

где $N_{p't'}$ — наличные в организационной структуре Λ_ν ресурсы в самой подробной номенклатуре. Затем по значениям $u^*_{i'\nu'p't'}$ легко (см. 1.22) определить $u^*_{i\nu pt}$ для всех уровней Λ_s.

Однако возможности по переработке плановой информации каждым исполнителем в органе управления (ЛПР и ЭВМ) ограничены по размерности одновременно обрабатываемого массива информации («память»): $M=M_1M_2\leqslant M^*$, где M_1 — число переменных, $M_1=M(I')$; M_2 — число ограничений в (2), а также по числу элементарных операций по переработке информации, выполняемых в единицу времени (быстродействие) и т. п.

ЭВМ по быстродействию и объему памяти на несколько порядков превосходит возможности ЛПР. В связи с этим для ЛПР целесообразно сначала на сравнительно небольшом массиве целевой структуры G_{i_l} построить целевую функцию Φ оператора выбора ϑ (по прошлой информации или в результате диалога § 3); затем в количественных шкалах использовать модели исследования операций и ЭВМ для решения задач распределения ресурсов большой размерности

$$\Phi(\alpha, x)\to\max, \tag{5.2.3}$$

$$\sum_{j\in\Psi'\times I'} u_j^{p't'}x_j\leqslant N^{p't'}\quad \forall p'\in P',\ \forall t'\in T', \tag{5.2.4}$$

$$\varphi_i(x_j)\in F^0_i\quad \forall i\in I', \tag{5.2.5}$$

$$x\in X^0_2, \tag{5.2.6}$$

$$x_j\in\{0,\ 1\}. \tag{5.2.7}$$

Здесь и далее верхними индексами при u будем выделять фиксированные уровни структуры плана Λ_s, оставляя обозначение j для вариантов (проектов) комбинаций остальных индексов; α — вектор параметров свертки целевой функции; X^0_2 — множество технологически допустимых решений.

Если ограничения (5), соответствующие экзогенным целям, совместны с (4), (6), то целевая функция (3) обычно соответствует эндогенным критериям организации φ_ν: прибыли, производительности труда и т. п. Эти задачи достаточно хорошо изучены [3.12 - 3.18]. Мы будем рассматривать в основном случай, когда система (4)—(6) не имеет допустимых решений и решать задачу (3), (4), (6), (7), где

$$\Phi = \Phi(\varphi_i(x),\ \varphi_\nu(x))$$

— целевая функция, соответствующая степени достижения прежде всего экзогенных (с учетом эндогенных) целей.

Задача, соответствующая двухуровневой системе планирования «руководитель объединения — элементарные операции», имеет большую размерность (п. 1.3) $M \approx \approx 10^6 \ldots 10^7 \gg M^*$, значительно превосходящую возможности одного исполнителя, и требует разработки процедур декомпозиции на подзадачи и агрегирования информации в иерархической организационной структуре.

Проблемам агрегирования в процедурах планирования (§ 6 гл. 3) посвящена обширная литература [3.26, 3.30—3.34, 96—98]. Мы будем считать, что ряд сложных проблем, связанных с согласованием целей подсистем, так или иначе решен [3.25—3.27, 97, 98], и остановимся лишь на некоторых вопросах, непосредственно связанных с информационным согласованием математических моделей в рассматриваемых человеко-машинных процедурах.

2.1. Процедуры агрегирования и дезагрегирования при распределении ресурсов

В качестве основы для регламентации таких процедур естественно использовать структуру плана Λ_s (п. 1.5).

Проанализируем кратко основные правила агрегирования и дезагрегирования ресурсов $u \in U$. Напомним, что задача распределения ресурсов сводится к выбору элемента s'^* множества

$$S^0 \subseteq S = U \times \Omega',$$

где $\Omega' = \{\omega'\}$ — нижний уровень $\{i',\ \nu',\ p',\ t'\}$ структуры Λ_s; S^0 — множество допустимых по (4), (6) планов. Любому агрегату s плана s' соответствует элемент

$$s(\eta) \in U \times \eta(\Lambda_s),$$

где $\eta(\Lambda_s)$ — разрез структуры Λ_s.

Рассмотрим разрезы η_1, η_0, η_{-1} структуры плана Λ_s, где

$$\eta_1 \subset \eta_0 \subset \eta_{-1} \tag{5.2.8}$$

и соответственно π^{s_1}, π^{s_0}, $\pi^{s_{-1}}$ все более укрупненные представления плана $\pi^{s'}$.

Пусть на разрезе $\eta_0 = \{\omega_0\}$ фиксированы значения $u^0_{\omega_0}$, тогда значения $u^0_{\omega_{-1}}$ на более грубом уровне представления η_{-1}, $\eta_{-1} \supset \eta_0$ однозначно определяются по простому правилу агрегирования (1.21)

$$u^0_{\omega_{-1}} = \sum_{\omega_0 \subseteq \omega_{-1}} u^0_{\omega_0} \quad \forall \omega_{-1} \in \eta_{-1}. \tag{5.2.9}$$

На более тонком уровне представления η_1, $\eta_1 \subset \eta_0$ значения $\{u^0_{\omega_0}\}$ $\forall \omega_0 \in \eta_0$ определяют множество допустимых решений $U^0_{\eta_1\eta_0}$ по следующему условию дезагрегирования (1.22) u_{ω_0} в u_{ω_1}:

$$U^0_{\eta_1\eta_0} = \left\{ u_{\omega_1} \,\middle|\, \sum_{\omega_1 \subseteq \omega_0} u_{\omega_1} \leqslant u^0_{\omega_0} \ \forall \omega_0 \in \eta_0, \forall \omega_1 \in \eta_1 \right\}. \tag{5.2.10}$$

Важно отметить, что при агрегировании по правилам (9), (10) неизбежно происходит потеря информации. Например, при укрупнении интервалов времени $t' \in t$ и номенклатуры ресурсов $p' \in p$ уменьшается число ограничений в (4) и при условии (8) получаем

$$X^0_{\eta_1} \subseteq X^0_{\eta_0} \subseteq X^0_{\eta_{-1}}, \tag{5.2.11}$$

где $X^0_{\eta} = \{x_{\eta}\}$ — множество допустимых решений (4) при p, t, заданных в агрегированном виде на уровне η. Из (11) следует, что правила (9, 10) приводят к ошибке агрегирования. В частности, для значений целевой функции (3) получаем

$$\Phi(x^*_{\eta_1}) \leqslant \Phi(x^*_{\eta_0}) \leqslant \Phi(x^*_{\eta_{-1}}). \tag{5.2.12}$$

Решение задачи распределения ресурсов в иерархической структуре Λ_s сводится к итерационным процедурам построения и выбора агрегатов допустимых планов

$$x_{\eta_1} \in X^0_{\eta_1}, \tag{5.2.13}$$

$$x_{\eta_0} \in X^0_{\eta_0} \tag{5.2.14}$$

на совокупности пар разрезов $\{\eta_1, \eta_0\}$, $\eta_1 \subset \eta_0$.

Как следует из (9)—(11), **необходимым** условием выполнения (13) является условие (14); соответственно, **достаточным** условием выполнения (14) является условие (13).

Рассмотрим теперь некоторые примеры процедур, связанных в первую очередь с согласованием задач целевого распределения ресурсов (1, 2); (3—7) с организационной структурой Λ_ν, в которой эти процедуры осуществляются.

Пусть для определенности $\psi=\{\nu\}$ — множество первичных организаций, $J=\{j\}$ — множество проектов выполнения независимых заданий $I=\{i\}$ (проблем) и $J_\nu=\{j\}_\nu$ — множество проектов, выполняемых ν-м предприятием. Для простоты изложения будем сначала считать, что уровни агрегирования $\eta(\Lambda_p)$, $\eta(\Lambda_t)$ фиксированы, например u^{pt} — поквартальные затраты по статьям расходов. Тогда в соответствии с (9) ограничение вида (2), (4) можно переписать в виде

$$\sum_{\nu\in\psi}\sum_{j\in J_\nu} u_j^{pt}x_j=\sum_{\nu\in\psi} u_\nu^{pt}\leqslant N^{pt}$$

и проблема (3)—(7) целевого распределения ресурсов оказывается связанной с задачей распределения ресурсов между организациями-исполнителями $\{\nu\}$ (17), (18).

$$\Phi(\{x_j\},\ \{\alpha_j\})\to\max, \tag{5.2.15}$$

$$\sum_{j\in J_\nu} u_j^{pt}x_j\leqslant u_\nu^{pt}\quad \forall\nu\in\psi,\ \forall p\in P,\ \forall t\in T, \tag{5.2.16}$$

$$\sum_{\nu\in\psi} u_\nu^{pt}\leqslant N^{pt}\quad \forall p\in P,\ \forall t\in T, \tag{5.2.17}$$

$$N_{\nu\min}^{pt}\leqslant u_\nu^{pt}\leqslant N_{\nu\max}^{pt}\ \forall\nu\in\Psi,\ \forall p\in P,\ \forall t\in T, \tag{5.2.18}$$

$$x\in X_2^0, \tag{5.2.19}$$

$$x_j\in\{0,\ 1\}\ \forall j\in J. \tag{5.2.20}$$

Важно отметить, что в реальных процедурах распределения ресурсов роль лиц, принимающих решения, играют именно руководители организаций, облеченные соответствующими правами и ответственностью, а не руководители целевых разработок, которые прежде всего отвечают за технологию и качество их выполнения. и в процедурах распределения ресурсов выступают в основном как эксперты по исходной информации о $u^{pt}{}_j$, φ_j и т. п.

В связи с этим в алгоритмах, обслуживающих человеко-машинные процедуры распределения ресурсов, необходимо согласовать информационные потоки (порядок получения и выдачи входных, промежуточных и выходных данных), регламентацию выбора управляющих воздействий $u \in U$, права и т. п. прежде всего с организационной структурой Λ_ν.

Однако при выборе величин u_ν^{*pt} обязательно должен сохраняться программно-целевой принцип принятия решений.

Проблема построения таких человеко-машинных процедур обработки информации, соответствующих «по форме» организационной структуре и целевых «по содержанию», является одной из самых важных и сложных проблем программного планирования (гл. 4), комплексное решение которой еще требуется получить. Однако при любом подходе к ее решению в любой конкретной ситуации первичными должны быть целевые требования. Проиллюстрируем это положение на примере простых процедур, учитывающих специфику конкретных частных задач.

Пусть, например, для достижения цели, конкретизированной в виде множества проектов целевых разработок $J = \bigcup_{\nu \in \Phi} J_\nu$, разработан проект новой организации со структурой Λ_ν^0 (например, проект состава НИУ: отделы, лаборатории и т. п.). Тогда для определения $\{u_\nu^{*pt}\}$, т. е. оптимальной по конечной цели структуры фондов, штатов и т. п. организации можно использовать следующий простейший **алгоритм 2. 1.**

Сначала находится решение x^* двухуровневой задачи целевого распределения ресурсов между проектами

$$\Phi(\alpha, x) \to \max, \quad \sum_{j \in J} u_j^{pt} x_j \leqslant N^{pt} \qquad \forall p \in P, t \in T,$$

и затем суммированием по проектам $j \in J^*{}_\nu$, $J^*{}_\nu = J^* \bigcap J_\nu$, вошедшим в оптимальное решение $x^* = \{x_j\}$, $j \in J^*$, определяются значения

$$u_\nu^{*pt} = \sum_{j \in J^*{}_\nu} u_j^{pt} x_j.$$

Информация о u_ν^{*pt} может быть использована для корректировки проекта Λ_ν^0 организационной структуры.

Пусть, например, известны зависимости $f_\nu = f(u_\nu^{pt}, \quad M(J_\nu))$ численности подразделений ν от количества осваиваемых средств u_ν^{pt} и числа выполняемых проектов $M(J_\nu)$ и оценки $f_{\nu_0}^{\min}$, $f_{\nu_1}^{\max}$, где для определенности f_{ν_1}, f_{ν_0} — численность сотрудников в лаборатории и отделе. Тогда при $f^*_{\nu_1} = f(u_\nu^{*pt}, J^*_\nu) > f_{\nu_1}^{\max}$ запланированная в структуре Λ_ν^0 лаборатория должна быть преобразована в отдел, при $f^*_\nu < < f_{\nu_0}^{\min}$ отдел — в лабораторию и т. п., а при $u_\nu^{*pt} = 0$, $J^*_\nu = = \varnothing$ запланированное в Λ_ν^0 подразделение ν вообще не должно формироваться.

Если подразделения уже существуют ($u_\nu^{pt} = N_\nu^{0pt}$), то решение u_ν^{*pt} может использоваться для определения направления капитальных вложений (по величине $\Delta u_\nu^{pt} = u_\nu^{*pt} - N_\nu^{0pt} > 0$).

Заметим, что сам процесс построения целевой структуры Λ_i на этапе предпланирования (§ 1) предполагает возможность определения степени (эффективности) Φ_{i_0} достижения цели по эффективности Φ_{i_1} достижения подцелей $i_1 \in i_0$. Таким образом, для любой группы подцелей, в том числе проектов $J_\nu = \{j\}_\nu$, выполняемых в ν-й организац и, в принципе возможно построить оператор агрегирования $B_{j\nu}$ для определения максимальной эффективности Φ_ν подразделения, зависящей от эффективностей $\Phi_j = a_j$, $j \in J_\nu$ выполняемых проектов, от выбора проектов J^*_ν, включаемых в план, и от количества ресурсов $u_\nu^{0pt} = N_\nu^{pt}$, выделяемых ν-му подразделению. Применение такого оператора $B_{j\nu}$ при различных значениях параметра u_ν^{pt} и условии (18) приводит к построению на каждом уровне организационной структуры Λ_ν зависимости „з а т р а т ы — э ф ф е к т и в н о с т ь" $\Phi_\nu(u_\nu^{pt})$.

Как правило, функция $\Phi_\nu(u_\nu)$ в „рабочей" области изменения параметра $N_\nu^{\min} \leqslant u_\nu \leqslant N_\nu^{\max}$ является монотонно возрастающей выпуклой кверху функцией с насыщением $(\Phi_\nu(u_\nu) \xrightarrow[u_\nu \to \infty]{} \text{const})$.

Типичный вид функции $\Phi_\nu(u_\nu)$ показан на рис. 5.15 (см. также рис. 5.6,*б*), где для простоты по оси абсцисс приведены общие затраты в стоимостном выражении.

При фиксированном значении $u_{\nu_0} = N^0_{\nu_0}$ на верхнем уровне ν_0 структуры Λ_ν обратное преобразование (оператор дезагрегирования B^{-1}) дает значения $u^*_{\nu_1}(N^0_{\nu_0})$, $\{\nu_1\} = \eta_1 \subset \eta_0 = \nu_0$, и т. д. вплоть до самого нижнего уровня $\{\nu'\} = \eta' \subset \eta_1 \subset \eta_0$.

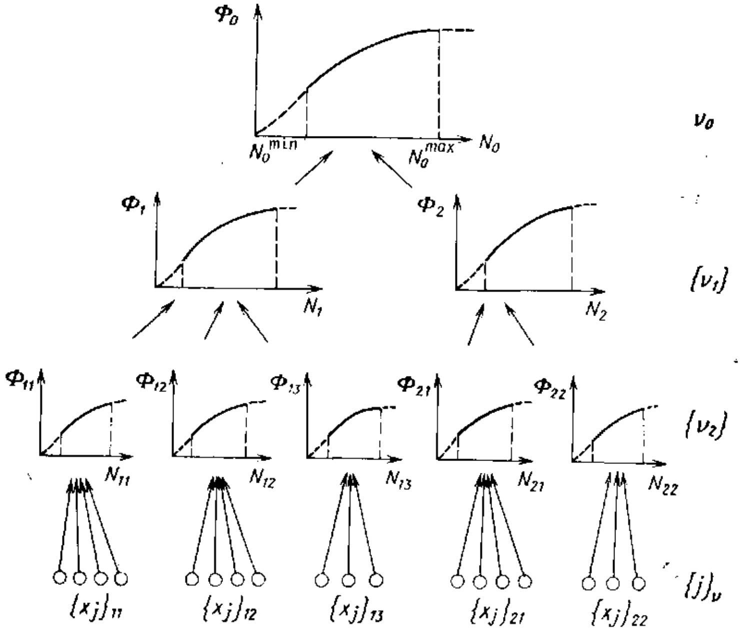


Рис. 5.15.

В общем случае построение операторов B и B^{-1} — сложная проблема. Мы проиллюстрируем решение задачи в случае, когда в Λ_i рассматривается уровень независимых разработок (заказов, проблем).

$$J = \bigcup_{\nu \in \psi} J_\nu, \quad J_{\nu^1} \cap J_{\nu^2} = \varnothing \quad \forall \nu^1, \ \nu^2 \in \psi, \qquad (5.2.21)$$

и возможно представление

$$\Phi_{\nu_0} = \sum_{\nu_1 \subseteq \nu_0} \Phi_{\nu_1}, \quad \Phi_{\nu_1} = \sum_{\nu_2 \subseteq \nu_1} \Phi_{\nu_2}, \quad \forall \nu_1 \in \eta_1 \qquad (5.2.22)$$

например,

$$\Phi_{\nu_0} = \sum_{j \in J} \alpha_j x_j = \sum_{\nu_2 \in \psi} \sum_{j \in J_{\nu_2}} \alpha_j x_j = \sum_{\nu_2 \in \psi} \Phi_{\nu_2}(J_{\nu_2}).$$

В этом случае задача (15) — (20) допускает декомпозицию на $M\{\nu_2\}=m_2$ независимо решаемых задач инвестирования и выбора проектов (ИВП$_{\nu_2}$) в рамках каждой ν_2-й организации, $\nu_2 \in \eta_2 \subset \eta_1 = \{\nu_1\}$:

$$\Phi_{\nu_2} = \sum_{j \in J_{\nu_2}} \alpha_j x_j \to \max, \qquad (5.2.23)$$

$$\sum_{j \in J_{\nu_2}} u_j^{pt} x_j \leqslant N_{\nu_2}^{pt} \quad \forall p \in P,\ \forall t \in T, \qquad (5.2.24)$$

$$\sum_{j \in J_i} x_j \leqslant 1 \quad \forall i \in I, \qquad (5.2.25)$$

$$x \in X^0{}_2, \qquad (5.2.26)$$

$$x_j \in \{0,\ 1\} \quad \forall j \in J. \qquad (5.2.27)$$

Параметрическое решение этой задачи ($M(Q_{\nu_2})$ раз) при различных значениях $N_{\nu_2}^{pt}$:

$$N_{\nu_2}^{pt} \in \{N_{1\nu_2}^{pt},\ N_{2\nu_2}^{pt}, \ldots,\ N_{q\nu_2}^{pt}, \ldots\}\ q \in Q_{\nu_2}, \qquad (5.2.28)$$

$$N_{\nu_2 \min}^{pt} \leqslant N_{\nu_2}^{pt} \leqslant N_{\nu_2 \max}^{pt} \qquad (5.2.29)$$

приводит к построению зависимости $\Phi_{\nu_2}(N_{\nu_2}^{pt})$.

Таким образом, алгоритм параметрического решения модели ИВП$_{\nu_2}$ (23) — (27) используется как *оператор* $B_{j\nu_2}$ *агрегирования информации* об эффективности проектов $\Phi_j = \alpha_j$ в зависимость „затраты—эффективность" $\Phi_{\nu_2}(N_{\nu_2}^{pt})$, отражающую эффективность использования ресурсов ν_2-м подразделением по отношению к достижению конечной цели.

На следующем уровне $\eta_1 = \{\nu_1\}$ организационной структуры Λ_ν решается $m_1 = M(\{\nu_1\})$ двухуровневых задач инвестирования организаций (ИО$_{\nu_1}$) вида

$$\Phi_{\nu_1} = \sum_{\nu_2 \subseteq \nu_1} \Phi_{q\nu_2} z_{q\nu_2} \to \max, \qquad (5.2.30)$$

$$\sum_{\nu_2 \subseteq \nu_1} \sum_{q \in Q_{\nu_2}} N_{q\nu_2}^{pt} z_{q\nu_2} \leqslant N_{\nu_1}^{pt} \quad \forall p \in P,\ \forall t \in T, \qquad (5.2.31)$$

$$\sum_{q \in Q_{\nu_2}} z_{q\nu_2} = 1 \quad \forall \nu_2 \subseteq \nu_1, \qquad (5.2.32)$$

$$z_{q\nu_2} \in \{0,\ 1\} \quad \forall q \in Q_{\nu_2},\ \forall \nu_2 \subseteq \nu_1, \qquad (5.2.33)$$

где $N^{pt}_{q\nu_2}$ — значения параметра (28) правой части модели ИВП$_{\nu_2}$ уровня $\eta_2 = \{\nu_2\}$, а $\Phi_{q\nu_2}$ — соответствующие значения целевой функции $\Phi_{q\nu_2} = \Phi_{\nu_2}(x^*, N_{q\nu_2})$ модели ИВП$_{\nu_2}$.

Аналогично $M(Q_{\nu_1})$ решений модели при различных значениях параметра $N^{pt}_{\nu_1} \in \{N^{pt}_{q\nu_1}\}$, $q \in Q_{\nu_1}$, приводит к построению функции „затраты — эффективность" $\Phi_{\nu_1}(N^{pt}_{\nu_1})$. Таким образом, алгоритм параметрического решения модели ИО$_{\nu_1}$ (30) — (33) реализует оператор $B_{\nu_2\nu_1}$ агрегирования информации об эффективности использования ресурсов, например, предприятиями $\{\nu_2\} = \eta_2$ в информацию об эффективности использования ресурсов в объединении $\nu_1 = \{\nu_2\}_1$, $\nu_1 \in \eta_1$.

Эта процедура, развивающаяся в организационной структуре Λ_ν снизу вверх (рис. 5.15), должна соответствовать этапам 4, 5 (рис. 5.3, 5.8).

Наконец, когда на верхнем уровне $\nu_0 = \eta_0$ организационной структуры Λ_ν утверждается наличное количество ресурсов N^{opt}, то для разреза $\eta_1 = \{\nu_1\}$ решается один раз задача ИО$_{\nu_0}$ вида (30) — (33) с правой частью $N^{pt}_{\nu_0} = N^{opt}$ и определяются величины $\{N^{*pt}_{\nu_1}\}$, соответствующие набору $z^* = \{z^*_{q\nu_1}\}$ оптимальных вариантов финансирования организаций $\{\nu_1\} = \nu_0$.

Аналогично на всех остальных уровнях (η_1, η_2) при $N^{pt}_{\nu_1} = N^{*pt}_{\nu_1}$ в результате решения (30) — (33) находятся значения $N^{*pt}_{\nu_2}, \ldots$ и т. д. вплоть до уровня $\eta' = \{\nu'\}$ и определения $x^* = \{x'_j\}$, $j \in J^*$, и соответствующих ему режимов $\{u^*_{j'}\} = \{u^*_{j'\nu'p't'}\}$ (рис. 5.15), определяющих календарный план работ. Эта процедура, развивающаяся сверху вниз по Λ_ν, соответствует этапам 6, 7 на рис. 5.3, 5.8.

Таким образом, на этих этапах *алгоритмы решения моделей ИВП и ИО используются как операторы дезагрегирования информации* $B^{-1}_{\nu_1\nu_2}$, $B^{-1}_{\nu j}$ об оптимальном по Φ_{ν_0} режиме $u^*_{\omega_1}$ потребления ресурсов системой в оптимальные режимы $u^*_{\omega_2}$ $\{\omega_1\} = \eta_1 \supset \eta_2 = \{\omega_2\}$ потребления ресурсов подсистемами $\omega_2 \subseteq \omega_1$ структуры Λ_ν.

Заметим, что описанная процедура [58] (алгоритм 2.2) соответствует модификации схемы динамического программирования. Достоинством ее является отсутствие дополнительной ошибки, вносимой за счет процедуры декомпозиции и агрегирования, а недостатком — рост времени счета пропорционально

$$M(Q)^{M(P)\cdot(M(T)}, \tag{5.2.34}$$

где $M(Q)=M(Q_\nu)$, $Q_\nu=\text{const}$,—число точек (28), определяющее ошибку аппроксимации зависимости

$$\Phi_\nu(u_\nu)=\{\Phi_{q\nu}(u_{q\nu})\},\ q\in Q.$$

Отметим, что алгоритмы типа алгоритма 2.2 соответствуют схемам децентрализации обработки плановой информации в реальных процедурах (§§ 1.2, 1.3), что облегчает их практическое использование и, в частности, позволяют «распараллелить» решение задач ИВП и ИО на ВЦ различных организаций [разумеется, при выполнении сделанных предположений (21), (22)]. При этом распределение ресурсов проводится децентрализованно на каждом уровне руководства; вышестоящим уровнем устанавливаются лишь общие ограничения N^*_ν.

Отбор вариантов ведется по критериям или оценкам α_j, $\Phi_{q\nu}$, устанавливаемым по целевому признаку сверху вниз по структуре Λ_i.

Результаты описанной процедуры планирования могут быть использованы для утверждения лишь части показателей, соответствующих уровню агрегирования на Λ_s для данного уровня руководства организационной структуры Λ_ν.

В частности, на уровне объединения могут фиксироваться задания по конечному продукту, например, в виде обеспечивающих их характеристик $b^0_i\in F^0_i$ каждой системы (проблемы) $i\in I_\nu$ в целом, директивные сроки θ^0_i завершения разработок и общие ресурсы N^{pt}_ν, отпускаемые ν-й первичной организации на выполнение разработок I_ν. На уровне первичной организации остается свобода выбора характеристик подсистем φ_{i_1}, $i_1\subseteq i$ (в рамках, обеспечивающих $\varphi_i(\varphi_{i_1})\in F^0_i$), сроков выполнения этапов θ_{i_1} их разработок (в рамках, обеспечивающих $\theta_i(\theta_{i_1})\leqslant\theta^0_i$) и режимов потребления ресурсов $u_{i\nu pt}$ на разработках (в рамках $\sum\limits_{i\in I_\nu} u_{i\nu pt}\leqslant N^{pt}_\nu$) и т. п. На этапе планирования использование ИВП-модели гарантировало для верхнего уровня наличие по крайней мере одного набора проектов выполнения разработок $J^*_\nu \longleftrightarrow \{u_j^{*pt}\}_\nu$, согласованного с технологическими возможностями организации X^0_2 (предложения по $j \in J_\nu$ давались снизу) и обеспечивающего наилучший вариант достижения цели по $\varphi_i \in F^0_i$ (F^0_i формировались сверху).

Аналогично ограничениям (16), (17), соответствующим возможностям децентрализации распределения ресурсов по уровням организационной структуры Λ_ν, к модели (15)—(20) можно добавить ограничения

$$\sum_{t \in T} N_\nu^{pt} \leqslant N_\nu^{0p}, \tag{5.2.35}$$

$$\sum_{p \in P} N^p_\nu \leqslant N^0_\nu, \tag{5.2.36}$$

$$\sum_{\nu \in \Phi} N_\nu \leqslant N^0, \tag{5.2.37}$$

соответствующие возможности децентрализации операций дезагрегирования ресурсов по уровням структур Λ_p и Λ_t.

2.2. Основные математические модели и алгоритмы

Рассмотрим теперь вопросы построения математического обеспечения человеко-машинных процедур как инструмента совершенствования технологии обработки плановой информации.

Прежде всего этот инструмент должен обеспечивать решение всего разнообразия плановых задач, т. е. ЭВМ должна иметь библиотеку стандартных программ, позволяющую с учетом специфики конкретных задач конструировать алгоритмы их решения. При этом в связи с высокой сложностью (сотни тысяч взаимосвязанных команд) и трудоемкостью (сотни человеко-лет работы программистов) разработки и эксплуатации математического обеспечения ЭВМ, желательно обойтись минимальным числом унифицированных блоков (модулей) программ. В сочетании с новизной разработок эти обстоятельства приводят к целесообразности разработки и экспериментальной доводки математического обеспечения по частям.

Для этого необходимо определение очередей разработки подсистем, каждая из которых должна давать некоторый самостоятельный конечный результат и допускать возможность включения в следующую очередь (математическое обеспечение задач каждой очереди должно допускать расширения до полной системы).

Проблемы такого рода целесообразно решать на основе **модульной структуры** математического обеспечения [99, 100], под которой будем понимать набор модулей программ для ЭВМ, осуществляющих элементарные операции по переработке плановой информации в совокупности с процедурами взаимодействия этих модулей при решении плановых задач.

Основные этапы построения такой структуры были намечены ранее (§ 1):

— разбиение на основе неформальной процедуры всего процесса переработки плановой информации на блоки, в которых независимо решаются задачи, связанные только информацией на входе и выходе;

— выделение основной процедуры принятия решения о выборе варианта плана и вспомогательных процедур, готовящих информацию для принятия решений;

— определение для каждой задачи соответствующих ей моделей;

— определение для каждой модели набора алгоритмов ее решения и модулей программ.

На рис. 5.16 приведен пример схемы очередности последовательного расширения математического обеспечения по степени повышения требований к точности информации, используемой при основном акте принятия решений, модель которого естественно включить в первую очередь разработок.

По горизонтали рис. 5.16 приведена схема, соответствующая фиксированному уровню агрегирования информации, например задания (проблемы) по Λi, первичные организации по Λ_ν.

В I-ю очередь разработки включается *модель инвестирования и выбора проектов* (ИВПМ), на выходе которой формируется объемно-календарный план

$$x^* = \{x^*_l\} \overline{\longleftrightarrow \{u_l^{*pt}\}},$$

и согласующие ИВПМ со средой системные модели, включая формирование иерархического графа G_{t_i} целей и задач и настройку модели (построение $\Phi(u, x)$).

Во 2-й очереди модели дополняются технологической сетевой моделью (ТСМ) разработки. Эта модель используется на входе ИВПМ для автоматизации подготовки информации об альтернативных вариантах запросов ресурсов $u^1_{i\nu pt}$, необходимых для выполнения i-й

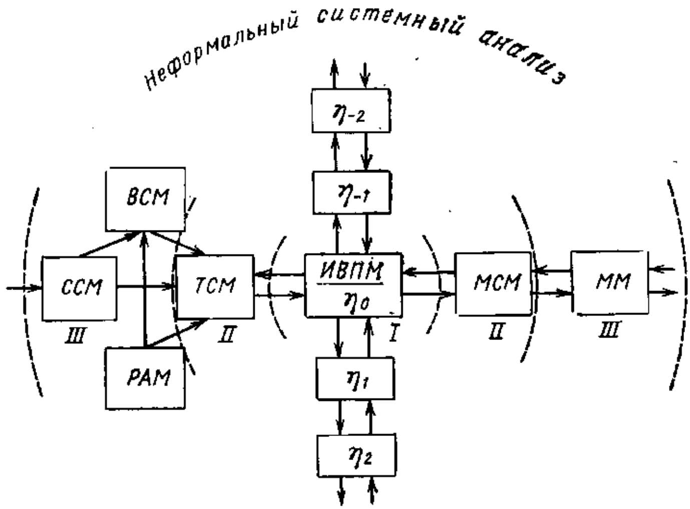


Рис. 5.16.

операции; здесь же происходит итерационное уточнение получающегося на выходе ИВПМ объемно-календарного плана на основе многосетевой модели (МСМ) календарного планирования.

Для прогноза отдельных характеристик разработок могут использоваться ***вероятностные сетевые модели*** (ВСМ) и *модели статистического анализа*, например регрессионного (РАМ), которые могут добавляться на входе ТСМ на 3-ей очереди разработок. В свою очередь, структура (граф) ВСМ и ТСМ являются одной из реализаций *стохастической сетевой модели* (ССМ), которая выполняет роль генератора технологических альтернатив (проектов) выполнения задания («морфологического ящика» по [41]). На этом же этапе разработки могут решаться задачи увязки агрегированных показателей плана с параметрами *макроэкономических* моделей (ММ). По вертикали рис. 5.16 схематически учтены: вверх от ИВПМ — операторы агрегирования, вниз — операторы детализации плановой информации на основе структуры плана $\Lambda_з$. Например, вверх от ИВПМ — *модели инвестирования организаций* (ИОМ), от ТСМ — укрупненные сетевые модели, вплоть до *модели жизненного цикла* и т. п. Реализация основных модулей программ на ЭВМ, позволяющая решать задачи практической размерности, содержит порядка 10^5—10^6 команд.

Остановимся кратко на некоторых из моделей.

Центральные задачи инвестирования и выбора проектов (ИВП) и инвестирования организаций (ИО) сводятся к решению задачи 4 (п. 1.6) целочисленного программирования с булевыми переменными (1.27) — (1.31), ИВПМ (23) — (27), ИОМ (30) — (33). Для их точного решения могут использоваться известные комбинаторные методы дискретной оптимизации [3.10—3.15, 87, 90—94] и соответствующие модули программ. Здесь отметим лишь, что все эти методы, использующие схемы последовательного анализа вариантов [90—93], схемы ветвей и границ [90, 94], динамического программирования и т. п. сводятся к сокращенному перебору. Число операций и время счета τ^* получения точного решения x^* для этих методов растет (рис. 5.17) примерно как $c2^n$, $c \leqslant 1$, с ростом n — числа переменных и линейно с ростом числа ограничений (для динамического программирования получается худшая оценка типа (34)).

Типичной для комбинаторных методов (включая случайный поиск с обучением) является зависимость (рис. 5.18) $\Phi(\tau)/\Phi(\tau^*)$ точности решения от числа итераций (времени счета τ), характеризующаяся кривой с быстрым насыщением: значения $\Phi(\tau) \approx 0{,}8$ ... ... $0{,}9\Phi(\tau^*)$ обычно получаются за $\tau \approx 0{,}1$ ... $0{,}2\tau^*$.

Одним из самых простых приемов приближенного решения целочисленной задачи является получение решения $\{\tilde{x}^*_j\}$ этой задачи без учета условий целочисленности типа (27), (33) с последующим переходом от $\tilde{x}^*_j$ к «ближайшему» целому значению (например, непосредственное округление, случайный выбор x^*_j с вероятностью, пропорциональной $\tilde{x}^*_j$ и т. п.). В этом случае используются стандартные методы и модули программ, например, линейного программирования, и время счета (рис. 5.17) с ростом размерности задачи растет примерно линейно. Модули линейного (нелинейного) программирования могут использоваться в различных итерационных процедурах типа метода отсечений Гомори [94] и для получения точного целочисленного решения x^*.

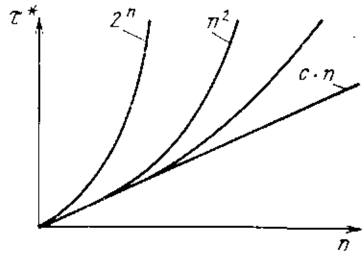


Рис. 5.17.

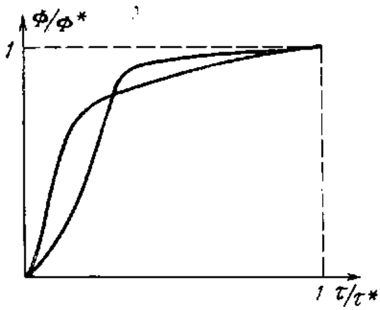


Рис. 5.18.

Для точного решения задач типа (23)—(27), (30)—(33) можно использовать метод сведения задачи целочисленного программирования с n переменными *)

$$\Phi = \sum_{j=1}^{n} \alpha_j x_j \to \max,$$

$$\sum_{j=1}^{n} u^p{}_j x_j = N^p, \quad p=\overline{1,m}, \qquad x_j \in \{0,\ 1\}, \qquad j=\overline{1,n},$$

к задаче линейного программирования с $^1/_2 n(n+1)$ переменными

$$\Phi' = \sum_{j=1}^{n} \alpha_j x_j - c\sum_{p=1} (u^p{}_j x_j - N^p)^2 =$$
$$= \sum_{j=1}^{n} \tilde{\alpha}_j x_j + \sum_{i<j}\sum \alpha_{ij} x_{ij} \to \max$$

с $2n(n-1)$ ограничениями типа $x_{ij} \geqslant 0$, $x_i - x_{ij} \geqslant 0$,

$$x_j - x_{ij} \geqslant 0 \ (1 \leqslant i < j \leqslant n), \ x_i + x_j - x_{ij} - 1 \geqslant 0,$$

где c — константа, соответствующая штрафу за нарушение ограничений исходной задачи.

*) Этот метод был разработан на кафедре высшей математики МФТИ.

Таким образом, целевая функция Φ' содержит всю информацию об исходной задаче, а ограничения, выделяющие подмножество решений, содержащее целочисленные решения, одинаковы для всего разнообразия исходных задач. Для решения последней задачи используются модификации стандартных конечных методов линейного программирования, что приводит (рис. 5.17) к квадратичной зависимости времени $\tau^*(n)$ получения точного решения от числа переменных. Может быть введено порядка n^3 дополнительных ограничений, выделяющих только целочисленные решения.

Можно построить аппроксимацию $\tilde{\Phi}(N_\nu^{pt})$ зависимости „затраты — эффективность“ $\{\Phi_{q\nu}(N_{q\nu}^{pt})\}$, причем обычно эта зависимость хорошо приближается выпуклыми функциями (рис. 5.15, 5.6,*б*). Тогда модель ИО (30)—(33) сводится к *модели нелинейного*, как правило, *выпуклого* программирования, для решения которой могут быть использованы методы [3.10—3.15, 87—89] и соответствующие модули программ нелинейного программирования.

Остановимся подробнее на сетевой модели комплекса операций, которая является основной моделью целевой разработки. Сетевые модели и методы сетевого планирования и управления (СПУ) широко известны [3.10—3.15, 82—86], поэтому мы остановимся лишь на некоторых их особенностях.

Технологическую сетевую модель множества операций $I=\{i\}=i_0$ будем задавать следующим образом:

1) технологическими ограничениями на режимы потребления ресурсов для каждой операции типа

$$u_{i\,\min}^{pt} \leqslant u_i^{pt} \leqslant u_{i\,\max}^{pt}, \quad \forall i \in I \tag{5.2.38}$$

(далее для простоты изложения примем

$$u_i^{pt} = \mathrm{const} \quad \text{при} \quad \theta_i^{\text{н}} \leqslant t \leqslant \theta_i^{\text{ок}}, \tag{5.2.39}$$

где $\theta_i^{\text{н}}$, $\theta_i^{\text{ок}}$ — моменты начала и окончания i-й операции);

2) ориентированным графом без циклов и петель

$$G_T = G(R_T, I), \tag{5.2.40}$$

где $I=\{i\}$ — множество вершин, соответствующих операциям, и

$$R_T=\{r_{i_1, i_2} | i_1 \succ i_2, \ i_1, \ i_2 \in I\}$$

— множество дуг, соответствующих технологическим ограничениям на порядок выполнения работ.

Граф $G(R_T, I)$ задает структуру $\langle R_T, I \rangle$ технологических отношений частичного строгого порядка. Бинарное соотношение $i_1 \underset{R_T}{\succ} i_2$ (дуга графа r_{i_1, i_2}) означает, что выполнение операции i_2 не может начаться ($u_{i_2} \equiv 0$), пока не завершится операция i_1, причем если операции i_2 предшествует несколько операций $I^+_{i_2} = \{i_\xi \mid i_\xi \underset{R_T}{\succ} i_2\}$, то необходимым условием начала операции i_2 является завершение всех предшествующих операций $i_\xi \in I^+_{i_2}$ (конъюнктивная логика И на входе вершин $i \in I$ графа G_T [64—66]).

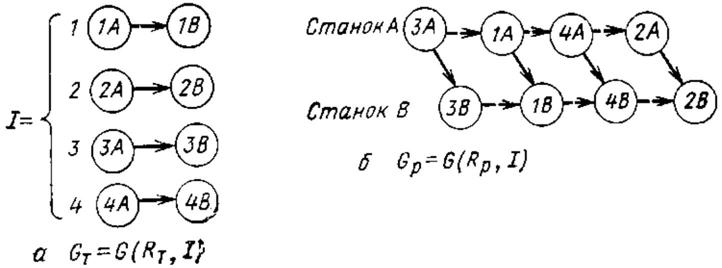


Рис. 5.19.

Ресурсная сетевая модель помимо технологических ограничений (38, 40) технологической СМ включает ограничения на наличные ресурсы вида

$$\sum_{i \in I} u_i^{pt} \leqslant N_{i_0}^{pt}. \qquad (5.2.41)$$

Расписание работ, полученное на основе ресурсной СМ, может быть описано графом

$$G_p^* = G(R_p, \ I), \ R_p \supseteq R_T,$$

в котором помимо дуг, соответствующих жестким технологическим связям R_T (сплошные дуги на рис. 5.19) появляются дуги, соответствующие дополнительному упорядочению выполнения работ в соответствии с ресурсными ограничениями (41) (пунктирные дуги рис. 5.19,*б*), которые соответствуют переходам ресурсов между операциями, например, на рис. 5.19,*б* станков A и B при обработке деталей $I=\{1, 2, 3, 4\}$ в решении известной задачи Джонсона [103] о станках. Таким образом, задача построения расписания работ может интерпретироваться как задача синтеза структуры $<R_p, I>$, описываемой графом G_p при ограничениях (38), (41) с учетом заданной графом G_T (40) технологической структуры $<R_T, I>$.

Как правило, показатели, являющиеся критериями оценки вариантов проведения целевой разработки при прочих равных условиях являются невозрастающей функцией сроков Θ_{i_0} ее завершения.

Поэтому даже в случае неявного определения функции Φ оценки плана в целом, возникает задача построения календарного плана $\pi_{i_0}=\{u_i^{*pt}\}$ выполнения каждой отдельной i_0-й целевой разработки (терминальной программы): *минимизировать при ограничениях (38), (40), (41) время* Θ_{i_0} *выполнения разработки:*

$$\Theta^*_{i_0}=\Theta_{i_0}(\{u_i^{*pt}\})=\min_{u_i^{pt}\in U^0}\{\Theta_{i_0}(u_i^{pt})\,|G_T(R_T, I),\ i\in I\}, \quad (5.2.42)$$

где

$$U^0=\left\{u_i^{pt}\,\middle|\,\sum_{i\in I}u_i^{pt}\leqslant N_{i_0}^{pt};\ u_{i\,\min}^{pt}\leqslant u_i^{pt}\leqslant u_{i\,\max}^{pt}\right\}. \quad (5.2.43)$$

Массовое использование решения формализованной задачи (42), (43) при различных конкретных условиях (38), (40) делает целесообразной разработку модульной структуры ее математического обеспечения.

В связи с этим остановимся на примере построения такой структуры [100], позволяющей реализовать класс наиболее распространенных алгоритмов решения задачи (42), (43), в некотором смысле имитирующих процесс выполнения комплекса операций во времени и сводящихся к пошаговым процедурам разборки графа G_T [82—85, 104—106].

Опишем кратко такую процедуру. В начальный момент времени $t_1=0$ можно начать (поставить на обслуживание ресурсами $N^{1pt}=N^{pt}$) только технологически подготовленные операции из технологически допустимого фронта работ $E_1 \subseteq I$

$$E_1 = E(G_T^1\ (R_T, I)) = \{i \mid R_i^+ = \varnothing,\ I_i^+ = \varnothing\}, \qquad (5.2.44)$$

где $R^+{}_i$ — множество дуг, входящих в вершину i и $G_T^1 = G_T$. Иначе говоря (см. п. 1.6 и § 3) E_1 — ядро графа G_T, задающего структуру технологических ограничений $\langle R_T, I\rangle$.

В свою очередь, из технологического фронта E_1 можно сформировать множество $S^0{}_1 = \{I^{k}{}_1\}^0$, $I^{k}{}_1 \subseteq E_1$, ресурсно допустимых по (43) фронтов, один из которых $I^1{}_1 \in S^0{}_1$ ставится на обслуживание. Самым простым алгоритмом формирования $I^1{}_1$ является постановка операции i на обслуживание по их приоритетам [82, 85, 106]: сначала все операции $i \in E_1$ линейно упорядочиваются по их приоритетам ρ_i:

$$i_1 \succ i_2 \succ i_3 \succ \ldots \Longleftrightarrow \rho_{i_1} \geqslant \rho_{i_2} \geqslant \rho_{i_3} \geqslant \ldots, \qquad (5.2.45)$$

затем $I^1{}_1$ формируется из первых по списку (45) операций i_1, i_2, i_3, пока не нарушатся ограничения (41).

Затем производится шаг разборки графа G_T^1: вершины $i \in I^1{}_1$ удаляются из графа G_T^1 вместе с исходящими из них дугами $R^-{}_i$ и получается граф G_T^2. Определяется момент t_2 времени принятия очередного решения, например

$$t_2 = \min_{i \in I^1{}_1} \{\Theta_i^{\text{ок}}\}, \qquad (5.2.46)$$

где $\Theta_i^{\text{ок}}$ — моменты окончания начатых в момент $t = t_1$ операций; а также величины $N^{2pt} = N^{1pt} - \sum\limits_{i \in I^1{}_1} u_i^{pt}$, $t > t_2$, характеризующие ресурсные возможности для постановки на обслуживании новых операций.

Цикл повторяется: выделяется $E_2(G_T^2)$, $I_2^1 \subset E_2 \cap S_2^0$, определяется G_T^3 и т. д., пока на ξ^* шаге все операции $i \in I$ не будут выполнены (граф G_T разобран полностью).

Каждому варианту s календарного плана $\pi^s = \{u_{i\nu pt}^s\}$ будет соответствовать последовательность из ξ^* фронтов $\{I_\xi^{ks}\}$, $\xi = \overline{1, \xi^*}$, где $\xi^* \leqslant M(I) = n$.

Построим дерево $\Gamma(R, S)$, $S = \bigcup\limits_{\xi=1}^{n} S_\xi$, всех возможных вариантов выбора $S_\xi = \{I_\xi^k\}$ (рис. 5.20). Вершинам $\xi = 1$ первого уровня дерева будут соответствовать все допустимые по (40) комбинации операций $S_1 = \{I_1^{k_1}\}$, $I_1^{k_1} \subseteq E_1$; на следующем уровне $\xi = 2$ каждой вершине k_1 первого уровня соответствует подмножество $S_{2k_1} = \{I_2^{k_2}\}$, $I_2^{k_2} \subseteq E_{2(k_1)}$ возможных продолжений календарного плана при $t = t_2$, $S_2 = \bigcup\limits_{I^{k_1} \in S_1} S_{2k_1}$

и т. п. Тогда каждому варианту календарного плана соответствует ветвь дерева $\Gamma(R, S)$ и различные алгоритмы построения календарных планов (42) удобно единым образом интерпретировать как алгоритмы нахождения кратчайшего по Θ_{i_0} пути (ветви) на графе $\Gamma(R, S)$.

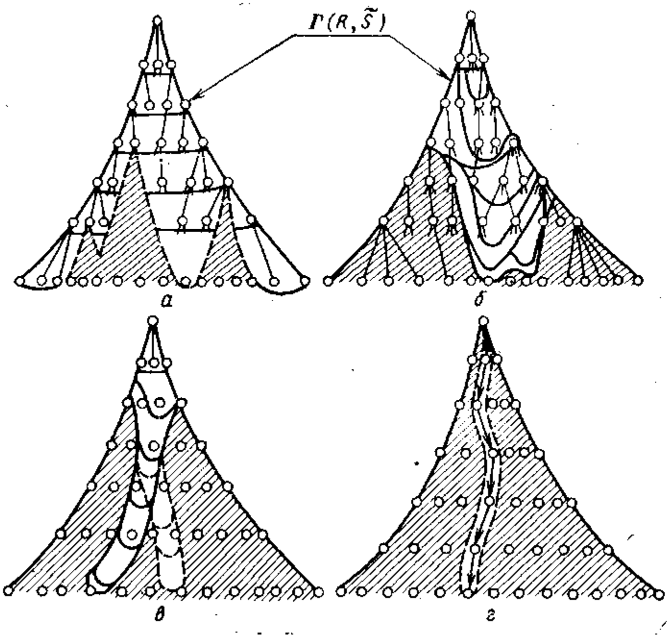


Рис. 5.20.

Будем рассматривать только вершины $\tilde{I}^k_{\xi_0} \in \tilde{S}_{\xi_0} \subseteq S^0_{\xi_0}$ уровня ξ_0 в $\Gamma(R, S)$, соответствующие *максимально допустимым* по (43) наборам $\tilde{S}_{\xi_0} = \{\tilde{I}^k_{\xi_0}\}$, таким, что добавление к $\tilde{I}^k_{\xi_0} \in \tilde{S}_{\xi_0}$ хотя бы одной операции $i \in E_{\xi_0}$, $i \notin I^k_{\xi_0}$ приводит к нарушению ограничения (43).

Можно показать [100, 107], что граф $\Gamma(R, \tilde{S})$, $\tilde{S} \subseteq S$, содержит путь, соответствующий оптимальному решению задачи (42).

Можно выделить следующие блоки (и модули программ), выполняющие основные операции в алгоритме разборки графа G_T.

Блок 1. Ввод информации, получение характеристик сети $G(R_T, I)$, включая априорные оценки ρ_i приоритетов операций (45).

Блок 2. Определение момента t_ξ перераспределения ресурсов, формирование множества технологически допустимых операций E_ξ (44), (46).

Блок 3. Формирование множества $\tilde{S}_\xi \subseteq S^0_\xi$ максимально ресурсно допустимых наборов операций $\{\tilde{I}^k_\xi\}$, $\tilde{I}^k_\xi \subseteq E_\xi$.

Блок 4. Сменные блоки:

а) проверка правил доминирования $I^{k'}_\xi \underset{R^*}{\succ} I^{k''}_\xi$ (выделения ядра отношения $<R^*, \tilde{S}_\xi>$);

б) вычисления оценок $\theta^k_\xi = \theta(\tilde{I}^k_\xi)$.

Блок 5. Сменные блоки определения продолжения ветвления на графе $\Gamma(R, \tilde{S})$:

а) из всех доминирующих вершин $I^k_\xi \in E<R^*, \tilde{S}_\xi>$;

б) из вершины $I^k_\xi \subset \tilde{S}_\xi$ с минимальной оценкой θ^k_ξ по всем висячим вершинам $\Gamma_\xi(R, \tilde{S}')$, $S' = \bigcup\limits_{\eta=1}^{\xi} S_\eta$;

в) из вершины с локально минимальной оценкой θ^k_ξ по $I^k_\xi \in \tilde{S}_\xi^{k_{\xi-1}}$.

Блок 6. Сменные блоки формирования набора I^*_ξ [по приоритетам операций; включение $i \in E_\xi$ в I^1_ξ:

а) по мере возрастания их приоритетов;

б) с вероятностью ρ'_i, пропорциональной приоритету

$$\rho'_i = \rho_i \Big/ \sum_{i \in E_\xi} \rho_i.$$

Блок 7. Определение показателей календарного плана.

На рис. 5.20 схематически проиллюстрированы различные алгоритмы сокращенного перебора на дереве $\Gamma(R\ S')$. Линии соответствуют разрезам $\Gamma(R, \tilde{S})$, состоящим из подмножеств висячих вершин дерева $\Gamma_\xi(R, S')$, образующих нижнюю границу подмножества вершин, просмотренных к шагу ξ. Подмножествам вершин, исключаемым из перебора, соответствуют заштрихованные области.

Комбинация блоков (модулей) 1, 2, 3, 4а, 5а, 7 реализует метод последовательного анализа вариантов [90—93] (рис. 5.20,*а*). Комбинация 1, 2, 3, 4б, 5б, 7— метод ветвей и границ [90, 94] (рис. 5.20,*б*). Комбинация 1, 2, 3, 4б, 5в, 7 — локально-оптимальный поиск (рис. 5.20,*в*). На рис. 5.20,*в* также показан (пунктирные линии) второй локальный спуск, получающийся при комбинации блоков 4б, 5б, 5в. Наконец, комбинация 1, 2, 6а, 7 дает частный случай локальной оптимизации (рис. 5.20,*г*), соответствующий спуску на дереве $\Gamma(R, \bar{S})$ по пути, определяемому по правилу приоритетов. При комбинации блоков 6а и 6б получается набор таких путей.

Безусловно, алгоритмы распределения ресурсов по приоритетам являются наиболее выгодными по времени счета и требуемой памяти ЭВМ, а часто и единственно пригодными для решения практических задач большой размерности. Однако эти алгоритмы являются эвристическими и в конкретной ситуации могут давать далеко не оптимальное решение задачи (42). Поэтому большой интерес представляет использование модульной структуры для сравнительного анализа алгоритмов с разными приоритетами и отбора приоритета, наиболее подходящего для конкретной ситуации [85].

На рис. 5.21 приведены результаты расчетов *) для приоритетов

$$\rho^1{}_i = \Theta_{i\text{кр}}(G_T),\quad \rho^2{}_i = \Theta_{i\text{кр}}(G_T) + \tau_i,\quad \rho^3{}_i = \sum_{j \in I_i^-} \sum_{p \in P} u_j^p,$$

где $\Theta_{i\text{кр}}(G_T)$ — длина критического пути от операции i в графе G_T; τ_i — продолжительность i-й операции; $I^-{}_i$ — множество операций, следующих за i-й ($\rho^3{}_i$ соответствует возможностям загрузки ресурсов по окончании i-й операции).

Расчеты (рис. 5.21,*а*) проводились по детерминированному алгоритму (блок 6а) при различной степени дефицитности наличных ресурсов d, $p=1$. Результаты расчетов при рандомизации приоритетов (блок 6б) приведены на рис. 5.21,*б*, где по оси ординат отложена частота $W(\Theta)$ реализации планов с $\Theta_{i_0} = \Theta$.

Предварительный анализ показывает, что рандомизации разумно выбранных приоритетов, как правило, уже достаточно для получения приемлемого решения задачи (42).

*) Расчеты проведены по программам, разработанным О. Д. Куракиной.

Параметрическое решение задачи (42) при различных значениях $N^{pt}_{i_0}$ в правой части (41), (43) можно использовать для построения зависимости «затраты—эффективность» (рис. 5.6) $\Theta_{i_0}(N^{pt}_{i_0})$ и ее агрегатов по Λ_p, Λ_t (здесь $N^{pt}_{i_0}$ — затраты нескладируемых ресурсов типа мощ-

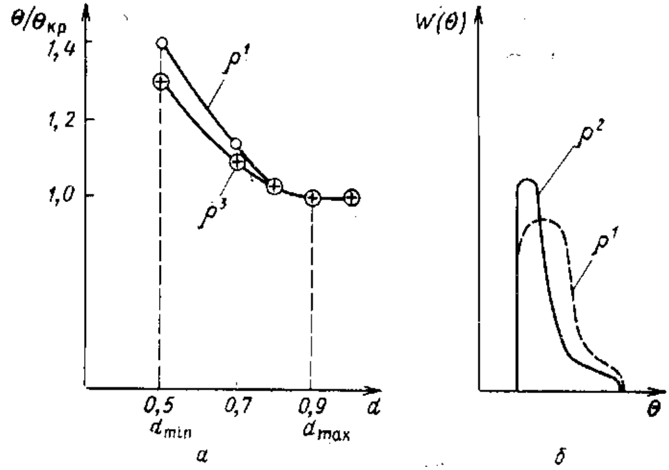


Рис. 5.21.

ностей). Таким образом алгоритм решения задачи (42) может использоваться как оператор, агрегирующий информацию на входе ТСМ о режимах потребления ресурсов $\{u^{pt}_{i}\}$, $i \in i_0$, по отдельным операциям (38) и о связях между операциями (40) в используемую на верхних уровнях руководства информацию $\Theta_{i_0}(N^{pt}_{i_0})$, характеризующую комплекс операций в целом.

При наличии информации о зависимостях $\tau_i(u_i)$ продолжительностей τ_i операций от затрат складируемых ресурсов (типа материалов, денег) можно для построения параметрической зависимости «затраты — эффективность» $\Theta_{i_0}(u_{i_0})$, или

$$u^1_{i_0}(\Theta^0_{i_0}),\ u^1_{i_0} = \sum_{i \in i_0} u^1 i,$$

для комплекса в целом, использовать известные алгоритмы и программы Келли, Форда — Фалкерсона и т. п. [21, 82].

Под *многосетевой моделью* (МСМ) обычно подразумевается [84, 85] совокупность связанных общими ограниченными ресурсами технологических СМ, каждая из которых имеет свою цель, например, модель системы терминальных программ, для каждой из которых фиксирован единственный технологический вариант ее реализации. Результатом решения задачи распределения ресурсов на основе МСМ является определение режимов потребления ресурсов операциями

$$\{u_i^{*pt}\},\ i \in i_0, \quad \forall i_0 \in I_0$$

и, как следствие, распределение ресурсов между разработками

$$u_{i_0}^{*pt} = \sum_{i \in i_0} u_i^{*pt},\ \forall i_0 \in I_0.$$

В связи с многоцелевым характером эти задачи существенно сложнее задачи (42) и для их решения используются различные эвристические алгоритмы [62, 84, 85, 108].

Отметим, что для рассматриваемых процедур планирования наиболее удобны алгоритмы [108], использующие разбиение задачи на два этапа: распределение ресурсов $\{u_{i_0}^{*pt}\}, i_0 \in I_0$, между агрегированными ТСМ, описываемыми, например, зависимостью $\Theta_{i_0}(u_{i_0}^{pt})$, с последующим построением календарного плана (42) для каждой сети.

Отметим еще, что для использования методов решения МСМ необходимо сначала исключить альтернативные варианты технологических ТСМ, что можно сделать, например, с помощью модели ИВП.

Если имеются альтернативные варианты выполнения операций и сложная логика отношений порядка на них, например ИЛИ, то комплекс операций можно задавать с помощью *стохастических сетевых моделей* (ССМ), которые достаточно полно описаны, например, в работах [64—66].

Отметим лишь, что использование ССМ и методов статистического моделирования типа метода Монте-Карло позволяет решать ряд задач анализа комплекса операций, таких, как определение вероятности $\Pr(\Theta^0_i)$ окончания Θ_i разработок в директивные сроки Θ^0_i, плотности распределения и математического ожидания временных и стоимостных характеристик операций и комплекса в целом и т. п.

На рис. 5.22, например, приведены*) кривые $\Pr(\Theta_{i_0})$ распределения сроков окончания разработки, иллюстрирующие чувствительность к сокращению продолжительности одной из операций критического пути на 3 единицы (математическое ожидание $M(\Theta_{i_0})$ уменьшилось при этом на 2 единицы).

При формировании терминальных программ, связанных с достижением экономических целей, для реализа-

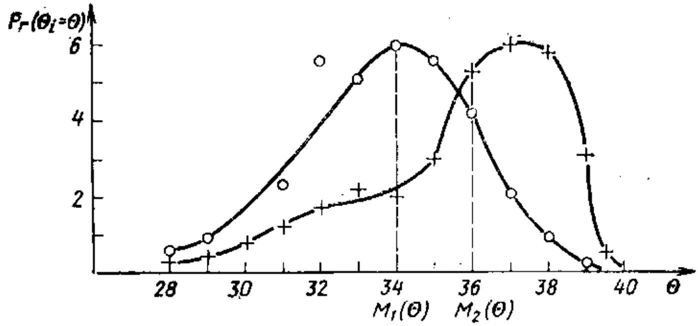


Рис. 5.22.

ции принципа планирования от конечного продукта целесообразно включение в комплекс моделей *макроэкономической модели*, построенной в пространстве конечных продуктов. В качестве такой модели может, например, использоваться любая межотраслевая модель (гл. 4 [3.45—3.47, 71, 109]) и методы ее решения. С ее помощью последствия выполнения каждой терминальной программы могут быть рассчитаны в пространстве конечных продуктов, например, путем расчета изменения элементов матриц прямых затрат и фондоемкости в модели Леонтьева [61, 109] с последующим решением модели.

Анализ прикладных задач показывает, что при переходе от одного планового периода к другому большое число задач принятия решений связано с учетом малых изменений параметров, определяющих условия выполнения работ.

Это обстоятельство делает целесообразной разработку алгоритмов и модулей анализа чувствительности. На выходе таких алгоритмов [3.15, 89, 110] получается мат-

*) Данные, приведенные на рис. 5.22, получены с помощью программ, разработанных С. Е. Шибановым и В. К. Деминым.

рица чувствительности $\left[\frac{\partial \varphi_l}{\partial a_k}\bigg|_{a^0}\right]$, элементами которой являются частные производные от анализируемых показателей φ_l, $l \in L$ по управляемому параметру a_k в точке a^0, соответствующей фиксированному набору значений $\{a^0{}_k\}$.

Построение такой матрицы, например, для модели ИВП (23) — (27) дает возможность решать такие задачи анализа, как определение изменений значений $\Delta\Phi_\nu$ и u_i^{*pt} при изменении коэффициентов $\Delta\alpha_i$, Δu_j^{pt} или ресурсов ΔN_ν^{pt}, нахождение при заданной точности решения по Φ и u^* допустимой погрешности определения коэффициентов $\{\alpha_i\}$, $\{u_j\}$ и т. п. В частности, при малых изменениях $\Delta N_\nu = N_\nu - N^0{}_\nu$ (п. 1.1.2) коэффициенты $\frac{\partial \Phi}{\partial N^p}\bigg|_{N^0 p} \forall p \in P$ могут быть использованы для решения в первых разностях (ΔN) задачи дезагрегирования ресурсов типа (36)*)

$$\Delta\Phi_\nu = \sum_{p \in P} \frac{\partial \Phi}{\partial N^p}\bigg|_{N^0 p} \Delta N_\nu^p \rightarrow \max, \tag{5.2.47}$$

$$\sum_{p \in P} \Delta N_\nu{}^p \leqslant \Delta N_\nu. \tag{5.2.48}$$

Эта задача содержательно соответствует следующей ситуации. Пусть некоторой организации ν дополнительно к наличным выделены финансы ΔN_ν, распределение которых N_ν^{pt} по статьям расходов $p \in P$ и интервалам времени $t \in T$ не фиксировано. Требуется распределить ΔN_ν по статьям расходов ΔN_ν^p (или по интервалам времени) так, чтобы получить максимальный прирост эффективности $\Delta\Phi_\nu(\Delta N_\nu)$.

Для моделей линейного и нелинейного программирования методы построения матриц чувствительности достаточно разработаны [3.15, 89, 110, 111].

На рис. 5.23 при $M(P)=2$ и $M(\psi)=2$ приведен пример **) решения задачи (47), (48) для различных значений $N = N^0 + \Delta N$; звездоч-

*) При выпуклых функциях $\Phi(N^p)$ точное решение задачи может быть получено методами типа градиентных.

**) Для расчетов использовались алгоритмы и программы, разработанные А. Е. Умновым и А. И. Бирюковым.

ки соответствуют оптимальным решениям (47), (48) $\{N^{*1}, N^{*2}\}$, кружки — оптимальным решениям ИОМ (30)—(33), (36) при распределении N^1, N^2 в (48) в заданной пропорции, например «от базы» $N^{01}=0{,}5N^{02}$.

На рис. 5.23, *а* приведены траектории оптимальных решений ИОМ (30)—(33), (36) $\{u^*_\nu\}$, на рис. 5.23, *б* — распределение ресурсов $\{N^1, N^2\}$, на рис. 5.23, *в* — значения $\Phi(u^*, N)$.

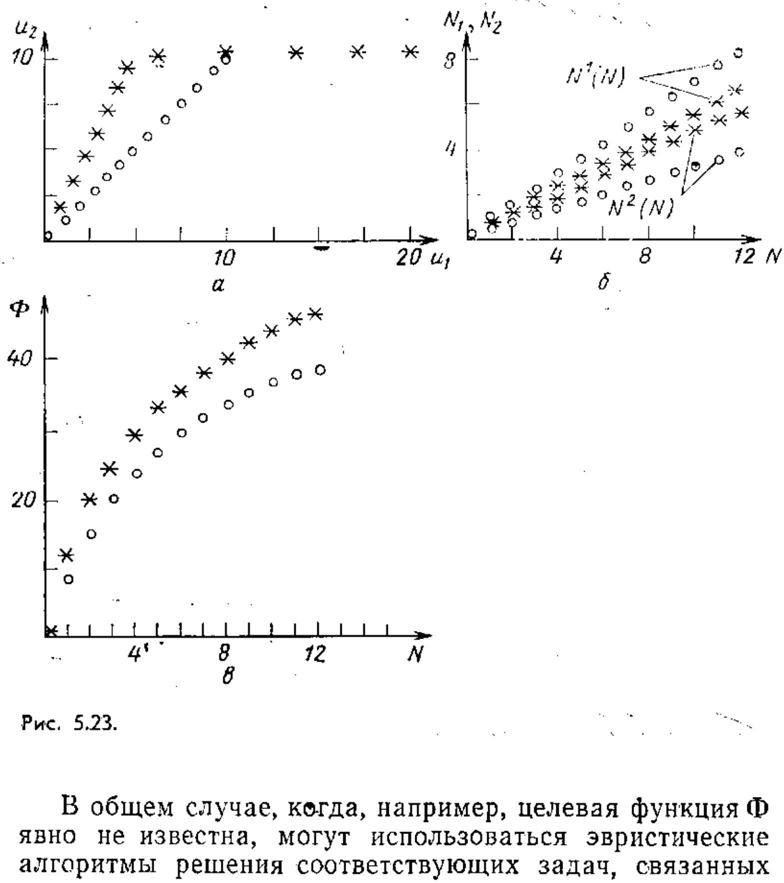


Рис. 5.23.

В общем случае, когда, например, целевая функция Ф явно не известна, могут использоваться эвристические алгоритмы решения соответствующих задач, связанных с анализом чувствительности.

Пусть, например, для сетевой модели определено правило приоритета операции, дающее приемлемое решение задачи (42), и для выполнения i_0-й разработки выделено $N_{i_0}=N$ ресурсов типа мощностей в стоимостном выражении.

Тогда для оптимального по Θ_{i_0} (42) распределения ресурсов $N_{i_0}^{*pt}$

$$\Theta_{i_0}(N_{i_0}^{*pt}) = \min_{N_{i_0}^{pt}} \left\{ \Theta_{i_0}(N_{i_0}^{pt}) \;\middle|\; \sum_{t \in T} \sum_{p \in P} N_{i_0}^{pt} \leqslant N_{i_0} \right\}$$

по интервалам времени $t \in T$ и типам мощностей $p \in P$ можно использовать, например, следующий эвристический алгоритм [62, 133].

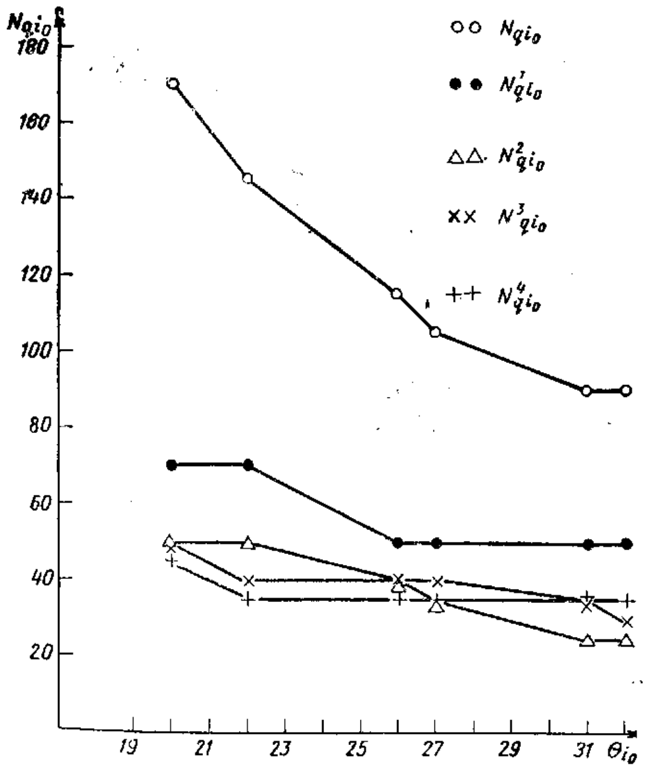


Рис. 5.24.

Задается некоторое минимальное значение величин $N_0^{pt} = N_0^p$ $\forall t \in T$ и при решении задачи (42) на каждом шаге ξ фиксируется число операций γ_ξ^p, входящих в E_ξ, но не вошедших в I_ξ^1 из-за нарушения ограничений (43) по p-му типу ресурсов. На следующем цикле увеличивается на ΔN наличие ресурса p^*-го типа с

$$\gamma^{p^*} = \max_{p \in P} \sum_{\xi=1}^{\xi^*} \gamma_\xi^p$$

и. т. д., пока через $N/\Delta N$ циклов не получим распределения $\{Np_1\}$. Построив серию $\{Np_k\}$, $k=\overline{1,K}$, реализаций, например, при рандомизации приоритетов, выбираем в качестве $\{N^*p\}$ наилучшую по Θ_{i_0} реализацию k^*

$$\Theta_{i_0}(N^*p) = \min_{1 \leq k \leq K} \{\Theta_l(Np_k)\}.$$

Определив затем для этой реализации календарный план $\{u_l^{*pt}\}$ (42), получим дезагрегацию N_{i_0} по времени и типам ресурсов

$$N_{i_0}^{*pt} = \sum_{i \in i_0} u_i^{*pt}.$$

На рис. 5.24 приведен пример*) определения дезагрегации N_{i_0} на четыре вида ресурсов $N_{qi_0} = \sum_{p=1}^{4} N_{qi_0}^{*p}$ типа мощностей для различных значений наличного количества ресурсов N_{qi_0}, $q=\overline{1,6}$.

2.3. Взаимодействие моделей

Пусть построена процедурная схема типа рис. 5.3, 5.8 (п. 1.2, 1.3), регламентирующая процессы переработки плановой информации; определен перечень моделей, обслуживающих каждый блок процедуры, и выбрана схема агрегирования и дезагрегирования информации типа описанной в п. 2.1.

Остановимся кратко на примере схемы информационного согласования системы моделей и связанных с ней вопросах вычислительного характера.

Рассмотрим для определенности конкретную ситуацию, соответствующую этапу годового планирования при формировании системы терминальных программ $I = \{i_l\}$. Пусть эту ситуацию характеризуют следующие условия.

1. Трехуровневая структура разработок Λ_i, в которой общая цель i_0 разбивается на подцели $\{i_l\} = i_0$ и соответствующие им независимые целевые разработки

*) Расчеты для рис. 5.24 проводились по программе, разработанной Б. И. Калюжным, для параметрического решения задачи (42) [62, 133].

$I=\{i_1\}$ (например, i_1 — проблема НИР или разработка месторождения).

Каждой разработке i_1 соответствует задаваемый сетевой моделью комплекс операций $\{i_2\}_{i_1}=i_1$ (например, i_2 — тема НИР или разработка участка месторождения). Для каждой операции i_2, являющейся в данной ситуации элементарной, считается известным режим потребления ресурсов

$$\{u_{i_2}^{1pt}\} \quad \forall p \in P, \quad \forall t, \quad \theta_i^{н} < t \leqslant \theta_i^{ок}.$$

2. Трехуровневая организационная структура Λ_ν, где ν_0 — объединение (например, научных учреждений или горнодобывающий комбинат) которое состоит из первичных организаций $\{\nu_1\}=\nu_0$ (например, НИУ, приисков). Каждая первичная организация ν_1 выполняет часть I_{ν_1} перечня разработок I_{ν_0} объединения

$$I_{\nu_0}=I=\{i_1\}=\bigcup_{\nu_1 \in \nu_0} I_{\nu_1}.$$

В свою очередь, каждая организация ν_1 представлена ответственными исполнителями (руководителями) $\{\nu_2\}=\nu_1$ разработок $I_{\nu_1}=\{i_1\}_{\nu_1}$.

3. Двухуровневая ресурсная структура Λ_p, где p_0 — общие затраты в стоимостном выражении, $\{p_1\}=p_0$ — затраты по статьям расходов.

4. Двухуровневая календарная структура Λ_t: t_0 — год, $\{t_1\}=t_0$ — кварталы.

При расширении масштабов Λ_s (t_0—пятилетка, t_1—год, t_2 — квартал, ν_0—отрасль, ν_1—объединение, ν_2 — предприятие и т. п.) рассмотрение проводится совершенно аналогично.

Остановимся на одной из возможных схем (рис. 5.25) взаимодействия моделей, соответствующей примеру реализации рассмотренной в § 2.1 схемы агрегирования.

Выделим следующие укрупненные фазы обработки информации, соответствующие фазам G_{t_i}, G_{t_k}, $G^{и}_{t_i}$ (рис. 5.3, 5.8).

I. *Фаза предпланирования.* (этапы 1 — 3, рис. 5.3, 5.8). На выходе получается (рис 5.25, *а*) структура разработок Λ_i, согласованная с организационной структурой Λ_ν. При этом формируются альтернативные варианты $\{j_1\}$ выполнения целевых заданий i_1 (граф $\dot{G}_{t_i}$ типа ИЛИ). Для решения используются процедуры системного анализа [1.3, 1.10, 3.29, 3.39] и их конкретизации типа СПУТНИК [54, 55], приводящие к построению комплексов операций $\{i_2\}_{j_1}$.

Кроме того, выявляются и в соответствии со степенью достижения цели i_0 упорядочиваются возможные варианты достижения цели,

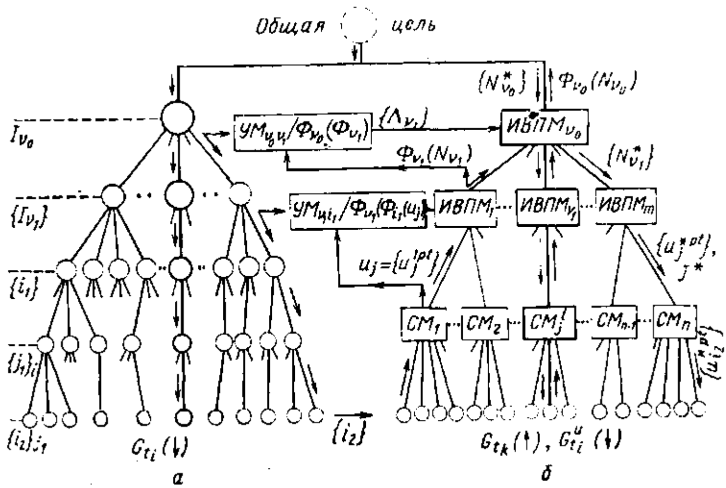


Рис. 5.25.

определяемые комбинациями возможных исходов целевых разработок $\{i_1\}$. Строятся целевые функции, моделирующие оператор упорядочения ϑ (модели упорядочения $УМ_{i_0}$, $УМ_{i_1}$)

$$\Phi_{i_0} = \Phi_{i_0}(\{\Phi_{i_1}\}), \quad i_1 \in i_0, \tag{5.2.49}$$

$$\Phi_{i_1} = \Phi_{i_1}(\{\Phi_{i_2}\}), \quad i_2 \in i_1, \tag{5.2.50}$$

например, аддитивная свертка

$$\Phi_{i_0} = \sum_{i_1 \in i_0} \lambda_{i_1} \Phi_{i_1} \tag{5.2.51}$$

и модели упорядочения $УМ_{\nu_1}$ для подмножества I_{ν_1} разработок (рис. 5.25)

$$\Phi_{\nu_1} = \Phi_{i_0}(\{\Phi_{i_1}\}), \quad i_1 \in I_{\nu_1}, \quad \forall \nu_1 \in \nu_0, \tag{5.2.52}$$

дающие возможность оценить варианты планов разработок по каждому отдельному предприятию. Для построения модулей УМ можно использовать схемы решающих матриц (гл. 3, 4), на каждом шаге которых свертка может определяться на основе описанных в § 3 диалоговых процедур.

II. *Фаза анализа «затраты — эффективность»* (этапы 4—5, рис. 5.3, 5.8).

Для каждого технологического варианта выполнения целевой разработки i_1 с помощью технологической сетевой модели $СМ_j^{i_1}$ (38), (40) формируется набор u_j возможных режимов потребления ресурсов $u_j = \{u_j^{1pt}\}$ («ресурсные» варианты). Каждому варианту $\{u_j^{pt}\}$ соответствует расписание выполнения операций $\{i_2\}_j$, т. е. вариант исполнительного плана целевой разработки ($j \in J_i$).

На вход каждой $СМ_j^{i_1}$ поступают: комплекс операций $\{i_2\}_{j_1}$, задаваемый графом G_{Tj} (40) и, например, директивные сроки $\{\Theta^0{}_j\}$ его выполнения (или уровни наличия ресурсов N_j^{pt} в (41)), также данные $\{u_{i_2}^{1pt}\}$ о режимах потребления ресурсов каждой элементарной операцией i_2. На выходе СМ формируются режимы u_j^{1pt} как функции Θ_j^0 или N_j^{pt} (42), (43).

Затем для каждого предприятия ν_1 с помощью модели (23) — (27) инвестирования и выбора проектов ($ИВПМ_{\nu_1}$) формируются зависимости «затраты — эффективность» Φ_{ν_1} (N_{ν_1}).

С выхода $СМ_j^{i_1}$, $i_1 \in I_\nu$ непосредственно на вход $ИВПМ_{\nu_1}$ (рис. 5.25, *б*) поступают данные о режимах $\{u_j^{1pt}\}$, которые используются как коэффициенты при неизвестных x_j в левой части ограничений (24). Кроме того, эти данные поступают на вход модели упорядочения $УМ_{i_1}$ (50), на выходе которой определяются конкретные значения $\alpha_j = \Phi_{i_1}$ (u_j^{1pt}) оценок эффективности проектов. Оценки α_j поступают на вход $УМ_{\nu_1}$ (52), конкретизированной в виде (23), и используются как параметры свертки целевой функции, например,

$$\Phi_{\nu_1} = \sum_{j \in J_\nu} \alpha_j x_j, \tag{5.2.53}$$

которая поступает на вход $ИВПМ_{\nu_1}$.

Определяется прогноз $N_{\nu_1 \min}$, $N_{\nu_1 \max}$ количества экзогенных ресурсов*), ожидаемых от вышестоящего уровня ν_0 и определяются Q_{ν_1} значений параметра N_{ν_1}

$$N_{\nu_1 q} = N_{\nu_1 \min} + \Delta N q, \quad q = 0, 1, 2, \ldots, Q_{\nu_1}, \tag{5.2.54}$$

$$Q_{\nu_1} = \frac{1}{\Delta N} (N_{\nu_1 \max} - N_{\nu_1 \min}), \tag{5.2.55}$$

для каждого из которых решается задача $ИВПМ_{\nu_1}$.

Полученные значения $\Phi_{q\nu_1} = \Phi_{\nu_1}$ $(N_{q\nu_1})$, $q = \overline{1, Q_{\nu_1}}$, используются на входе модели (30) — (33) инвестирования организаций ($ИОМ_{\nu_0}$); $\Phi_{q\nu_1}$ — как элементы целевой функции $\Phi_{\nu_0} = \Phi_{\nu_0}$ (Φ_{ν_1}) (30), а $N_{q\nu_1}$ как коэффициенты в левой части ограничений (31).

---

*) Для простоты будем рассматривать ресурсы в стоимостном выражении.

При этом можно решать модель целочисленного программирования (30) — (33) или же, построив приближение $\tilde{\Phi}$ зависимости $\Phi_{\nu_1}(N_{q\nu_1})$ непрерывной функцией $\tilde{\Phi}_{\nu_1}(N_{\nu_1})$, решать задачу нелинейного программирования с одним ограничением вида

$$\Phi_{\nu_0} = \sum_{\nu_1 \in \nu_0} \lambda_{\nu_1} \tilde{\Phi}_{\nu_1}(N_{\nu_1}) \to \max, \tag{5.2.56}$$

$$\sum_{\nu_1 \in \nu_0} N_{\nu_1} \leqslant N_{\nu_0}, \tag{5.2.57}$$

$$N_{\nu_1 \min} \leqslant N_{\nu_1} \leqslant N_{\nu_1 \max} \quad \forall \nu_1 \in \nu_0. \tag{5.2.58}$$

В общем случае решается Q_{ν_0} задач ИОМ$_{\nu_0}$ и формируется запрос $N_{q\nu_0}$ и $\Phi_{\nu_0}(N_{q\nu_0})$ в вышестоящую организацию. В рассматриваемом случае (ν_0 — верхний уровень Λ_ν) будем считать, что наличное количество ресурсов N_{ν_0} известно и равно $N^*_{\nu_0}$.

III. *Фаза принятия решений о распределении ресурсов* (этапы 6 — 8 на рис. 5.3 — 5.8).

Значение $N^*_{\nu_0}$ поступает на вход ИОМ$_{\nu_0}$ и используется как ограничение в правой части (31) или (57). При определенных на фазе II значениях остальных параметров $\{\lambda_{\nu_1}, \Phi_{q\nu_1}, N_{q\nu_1}\}$ один раз решается модель ИОМ$_{\nu_0}$, на выходе которой определяются оптимальные значения $\{N^*_{\nu_1}\}$.

Значения $N^*_{\nu_1}$ используются как ограничения в правой части (16) или (57) и при определенных на фазе II значениях $\{\alpha_j, u^1{}_j\}$ один раз для каждого $\nu_1 \in \nu_0$ решается модель ИВПМ$_{\nu_1}$ типа (23) — (27) или типа (15—20). На выходе определяется оптимальный набор проектов J^*: $j \in J^*$, если $x^*_j = 1$.

Таким образом снимается неопределенность в выборе варианта $j \in J_{i_1}$ достижения каждой подцели i_1, что можно использовать далее (§ 2) для централизованного утверждения целевых показателей разработок φ_{i_1} (например, сроков $\Theta^0{}_{i_1}$ и т. п.) и выделенных для ν_1-го предприятия ресурсов $N^*_{\nu_1} = \sum_{j \in J^*_\nu} u^1{}_j$. При этих условиях решается задача типа (3) — (7) построения плана, оптимального, например, по экономическим показателям φ_{ν_1} ν_1-го предприятия. Для решения снова используется ИВПМ$_{\nu_1}$, на выходе которой для каждого $i_1 \in I_{\nu_1}$ определяется оптимальный режим потребления ресурсов $\{u^*_{i_1}\}$.

Значения $u^*_{i_1}$ используются как ограничения в правой части (41) соответствующей СМ; для каждой СМ^{i_1} один раз решается задача (42), на выходе которой получается оптимальный календарный план $\{u^{*p_1 t_1}_{i_2}\}$ (расписание) выполнения операций $\{i_2\}$, и процедура заканчивается.

Отметим, что если на фазе I с участием ЛПР были построены адекватные модели упорядочения $УМ_{\nu_1}$, $УМ_{\nu_0}$, то процесс обработки информации на фазах II, III может быть автоматизирован полностью. В общем случае на фазе I строятся приближенные модели УМ в агрегированных показателях и на фазе II происходит их «подстройка», связанная с уточнением целевых требований, возможностей организации и т. д.

Тогда на фазе II в автоматическом режиме с помощью $ИВПМ_{\nu_1}$ для каждого фиксированного уровня $N_{q\nu_1}$ экзогенного ресурса готовится, например, H лучших по $\tilde{\Phi}$ вариантов решения и $ЛПР_{\nu_1}$ в режиме диалога (§ 3) осуществляет выбор варианта, идущего наверх по Λ_ν. При этом (п. 3.4) одновременно корректируется и свертка $\tilde{\Phi}_{\nu_1}$. Аналогично на фазе III H лучших вариантов распределения ресурсов, полученных в автоматическом режиме на выходе $ИОМ_{\nu_0}$, представляются $ЛПР_{\nu_0}$ соответствующего уровня, который осуществляет выбор (утверждение) варианта $\{N^*_{\nu_1}\}$, идущего вниз по Λ_ν, и т. д.

Таким образом, при построении схемы типа рис. 5.25 решаются проблемы встраивания моделей и ЭВМ в процедуры планирования и информационного согласования этих моделей в системе.

Как уже отмечалось, на выходе описанной выше процедуры (фазы II, III) требуется построение точного (оптимального) решения. Очевидно, что достаточным условием его получения является точное решение всех возникающих в процедуре задач. Однако с вычислительной точки зрения точное решение большого числа (особенно на фазе II) экстремальных комбинаторных задач большой размерности, к которым относятся задачи ИВП, ИО, задача (42) на СМ, нереально из-за большого времени счета (рис. 5.17). В этих условиях вопрос определения требований к точности решения отдельных моделей становится особенно важным.

Остановимся кратко на анализе этих требований для примера описанной конкретной процедуры, заметив, что точное решение всех задач не является необходимым условием получения точного решения на выходе процедуры в целом.

Начнем с модели ИОМ$_{\nu_0}$, решение которой является заключительным этапом фазы II и первым фазы III процедуры. Эта модель решается один раз, причем в данной схеме это простая модель (для определенности будем ее рассматривать в форме (56)—(58), для которой легко получить точное решение).

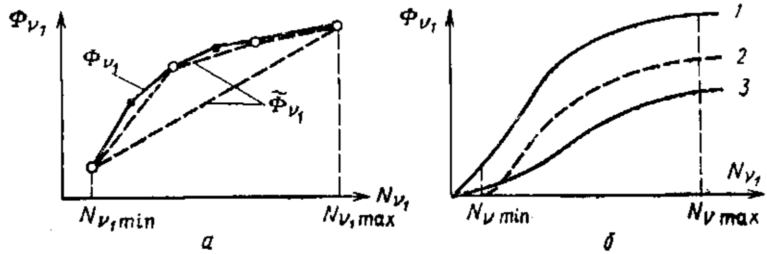


Рис. 5.26.

Таким образом, точность значений $\{N^*_{\nu_1}\}$ на выходе ИОМ$_{\nu_0}$ определяется точностью используемых в ней исходных данных, причем по построению модели — только точностью определения зависимостей $\widetilde{\Phi}_{\nu_1}(N_{\nu_1})$ в целевой функции (56). В свою очередь, погрешность $\widetilde{\Phi}_{\nu_1}(N_{\nu_1})$ зависит от числа Q_{ν_1} точек (54), (55) (рис. 5.26, *а*), в которых вычисляются значения функции $\Phi_{\nu_1}(N_{\nu_1 q})$ (ошибка аппроксимации или интерполяции), и от точности вычисления значения функции $\Phi_{\nu_1 q}$ в каждой точке $N_{\nu_1 q}$, которая определяется точностью решения модели ИВПМ$_{\nu_1}$ (рис. 5.26, *б*). Пусть $\Phi_{\nu_1}(N_{\nu_1})$ — точная, а $\widetilde{\Phi}_{\nu_1}(N_{\nu_1}) = f(a, \Phi_{\nu_1}(N_{\nu_1}))$ — приближенная функция Ф. Напомним, что точное решение рассматриваемой задачи планирования на выходе фазы III при любых N_{ν_0} полностью характеризуется установлением отношения строгого порядка R^* (п. 1.2.2) на множестве всех решений $X = \{x^s\} \longleftrightarrow \{u^s_j\}$.

Тогда в общем случае для построения на выходе процедуры точного решения $x^*(N_{\nu_0})$ при использовании в ИОМ$_{\nu_0}$ неточной информации $\widetilde{\Phi}_{\nu_1} = f(\Phi_{\nu_1}(N_{\nu_1}))$ достаточно, чтобы преобразование $f(\Phi_{\nu_1}(N_{\nu_1}))$ было преобразованием, сохраняющим порядок (структуру отношений $\langle R^*, X\rangle$).

Конкретизируем это положение для рассматриваемой модели (56) — (58) [2]. Пусть $\Phi_{\nu_1}(N_{\nu_1})$, $\nu_1 \in \nu_0$, — выпуклые функции, тогда, как известно, точное решение модели ИОМ$_{\nu_0}$ (56)—(58) дает, например, следующий простой алгоритм типа скорейшего спуска.

Определяется ΔN — единица измерения N (длина шага по N_{ν_1}, N_{ν_0}) (55) и находятся значения производных $\Phi'_{1\nu_1}$ в точках $N_{1\nu_1} = N_{\nu_1 \min}$ (54):

$$\Phi'_{1\nu_1} = \frac{\Delta\Phi_{1\nu_1}}{\Delta N_{\nu_1}} = \frac{\Phi_{\nu_1}(N_{1\nu_1} + \Delta N) - \Phi_{\nu_1}(N_{1\nu_1})}{\Delta N}. \quad (5.2.59)$$

Находится номер ν^*_1 такой, что

$$\Phi'_{1\nu^*_1} = \max_{\nu_1 \in \nu_0} \{\Phi'_{1\nu_1}\} \quad (5.2.60)$$

и фиксируется

$$N_{2\nu_1} = \begin{cases} N_{1\nu_1} + \Delta N & \text{для } \nu_1 = \nu^*_1, \\ N_{1\nu_1} & \text{для } \nu_1 \neq \nu^*_1. \end{cases} \quad (5.2.61)$$

Вычисляются $\Phi'_{2\nu_1}$ в точках $N_{2\nu_1}$ шаг повторяется Q раз, где

$$Q = (1/\Delta N)(N - N_{\min}), \quad N_{\min} = \sum_{\nu_1 \in \nu_0} N_{\nu_1 \min},$$

$$N = \min\left\{\sum_{\nu_1 \in \nu_0} N_{\nu_1 \max}, N_{\nu_0}\right\}.$$

Отметим, что по существу на каждом ξ-м шаге этого алгоритма определяется решение $\{N^*_{\xi\nu_1}\}$ (56) — (58), оптимальное при наличном количестве ресурсов $N_{\xi\nu_0} = N_{\min} + \xi\Delta N$, причем решения $\{N^*_{\xi\nu_1}\} = N^*_\xi$ линейно упорядочены:

$$N^*_Q \underset{R^*}{\succ} N^*_{Q-1} \underset{R^*}{\succ} \ldots N^*_\xi \underset{R^*}{\succ} N^*_{\xi-1} \underset{R^*}{\succ} \ldots \succ N^*_1. \quad (5.2.62)$$

Заметим также, что в данном случае для определения этого линейного порядка R^* используется только информация о производной $\Phi'_{\xi\nu_1}$. Тогда для получения точного решения $\{N^*_{\xi\nu_1}\}$ при любом $N_{\xi\nu_0}$ по неточным данным $\tilde{\Phi}_{\nu_1}(N_{\nu_1}) = f(\Phi_{\nu_1}(N_{\nu_1}))$ достаточно, чтобы преобразование f сохраняло значение производной. Например, f — преобразование сдвига (кривая 2 на рис. 5.26, *б*): $\tilde{\Phi}_{\nu_1}(N_{\nu_1}) = f(\Phi_{\nu_1}) = \Phi_\nu(N_\nu) - \text{const}$.

Достаточным является и менее сильное требование сохранения ранга производных по их значениям:

$$\Phi'_{q_1\nu_1} \geqslant \Phi'_{q_2\nu_2} \Rightarrow \tilde{\Phi}'_{q_1\nu_1} \geqslant \tilde{\Phi}'_{q_2\nu_2} \qquad \forall q_1 q_2 \in \{1, 2, \ldots, Q\},$$

$$\forall \nu_1\nu_2 \in \nu_0, \quad (5.2.63)$$

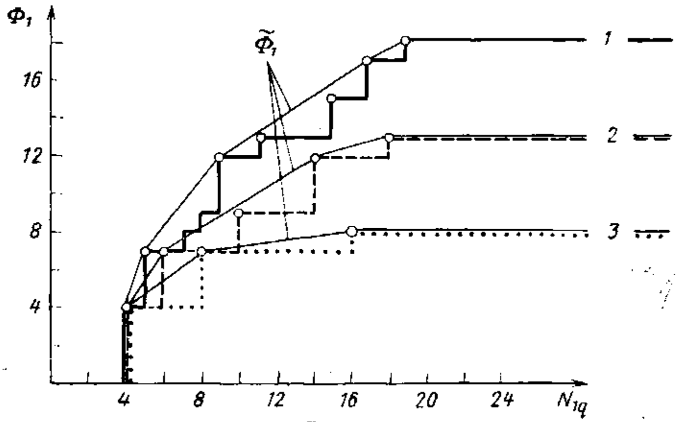
или, что то же ($\Delta N_{\nu_1} = \Delta N = \text{const}$ по (61)), для первых разностей:

$$\Delta\Phi_{q_1\nu_1} \geqslant \Delta\Phi_{q_2\nu_2} \Rightarrow \Delta\widetilde{\Phi}_{q_1\nu_1} \geqslant \Delta\widetilde{\Phi}_{q_2\nu_2}. \tag{5.2.64}$$

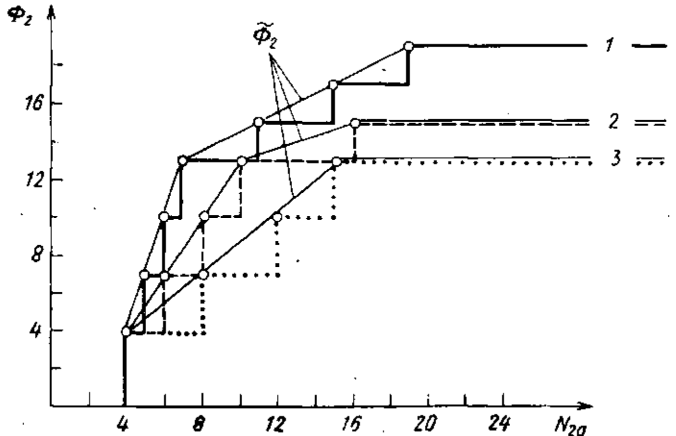
В частности, достаточно, чтобы преобразование f было монотонным, например,

$$\widetilde{\Phi}_{\nu_1} = f(\Phi_{\nu_1}) = \gamma\Phi_{\nu_1}(N_{\nu_1}), \quad \gamma < 1 \tag{5.2.65}$$

(кривая *3* на рис. 5.26,*б*).



а



б

Рис. 5.27.

На рис. 5.27 для иллюстрации приведен пример расчета*) для $M_1^*(\nu_0)=12$. Кривые *1* соответствуют точному решению ИВПМ$_{\nu_1}$ $\times$ $\times \Phi_1(N_{1q})$ (рис. 5.27, *а*) и $\Phi_2(N_{2q})$ (рис. 5.27, *б*), полученному методом прямого перебора за $\tau^*_{\nu_1}=2^{n_{\nu_1}}$ итераций, где $n_{\nu_1}=M(J_{\nu_1})$ — число проектов в задаче ИВПМ$_{\nu_1}$ ($n_{\nu_1}=8$). Кривые *2* соответствуют приближенным решениям ИВПМ$_{\nu_1}$, полученным тем же алгоритмом за $^1/_2\tau^*$ итераций, (3) — за $1/4\,\tau^*$ итераций. Тонкими линиями показаны выпуклые оболочки**) $\tilde{\Phi}_\nu(N_\nu)$, приближающие зависимости $\Phi_\nu(N_\nu)$ оптимистической погрешностью по Φ.

На рис. 5.28 по оси абсцисс отложен уровень наличия ресурсов N_{ν_0} в относительных единицах $d=N_{\nu_0}/N_{\nu_0\,\max}$, где $N_{\nu_0\,\max}=$ $=\sum\limits_{\nu_1\in\nu_0} N_{\nu_1\max}$, по оси ординат — относительные погрешности вычисления функции $\delta(\Phi_{\nu_1})=(1/\Phi_\nu)(\Phi_{\nu_1}-\tilde{\Phi}_{\nu_1})$ (рис. 5.28, *а*) и определения решения $\delta(N^*_{\nu_1})=(1/N^*_{\nu_1})(N^*_{\nu_1}-\tilde{N}_{\nu_1})$ (рис. 5.28, *б*). Отметим, что с ростом n_{ν_1} погрешность $\delta(N^*_{\nu_1})$ падает.

На заключительных этапах фазы III при решении (по одному разу) моделей ИОМ$_{\nu_0}$ и ИВПМ$_{\nu_1}$ необходимо использовать точные алгоритмы и соответствующие им модули программ. Однако при выполнении основного объема расчетов на фазе II для решения $Q=\sum\limits_{\nu_1\in\nu_0} Q_{\nu_1}$ задач ИВПМ$_{\nu_1}$ можно использовать одинаковый для всех ИВПМ$_{\nu_1}$ модуль, дающий приближенное по $\Phi_{\nu_1}(N_{\nu_1})$ решение за малое время.

Для определения значений $\{N_{\nu_1 q}\}$ и числа точек Q_{ν_1}, минимизирующих, например, погрешность определения производной (59) функции $\Phi_{\nu_1}(N_{\nu_1})$, могут быть использованы известные методы наилучшего приближения функций [112, 113]. Здесь лишь заметим, что для рассматриваемой конкретной вычислительной схемы, использующей ИОМ$_{\nu_0}$ в форме (56)—(58), время счета с ростом Q_{ν_1} растет линейно.

---

*) Расчеты данных рис. 5.27—5.30 проведены с использованием программ, разработанных для схемы рис. 5.25 Чепуром В. С. и Лариным В. Я.

**) Заметим, что при $p=1$, $t=1$ выпуклая оболочка $\Phi_\nu(N_\nu)$ получается в результате решения модели линейного программирования (ИВПМ без условий целочисленности).

В общем случае темп роста общего времени расчетов с ростом Q_{ν_1} может быть существенно снижен благодаря выбору оптимального варианта иерархической структуры Λ схемы вычислений (типа рис. 5.25, *б*).

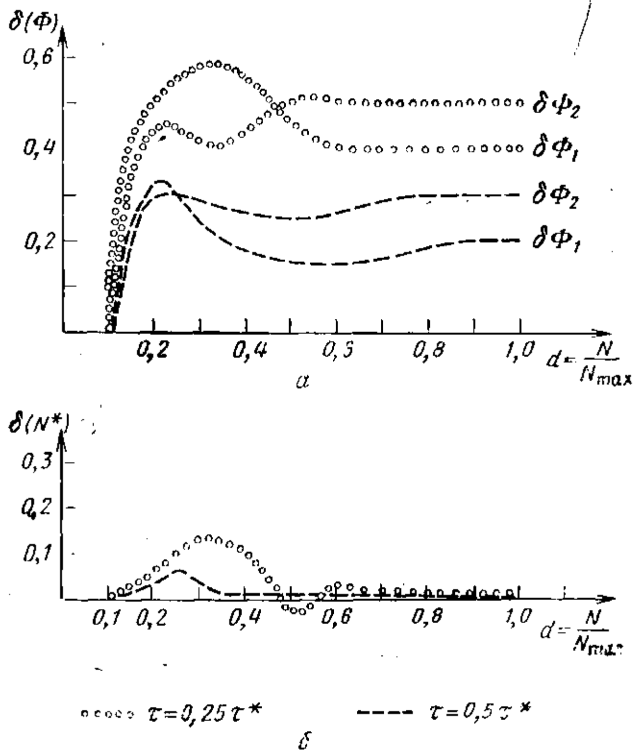


Рис. 5.28.

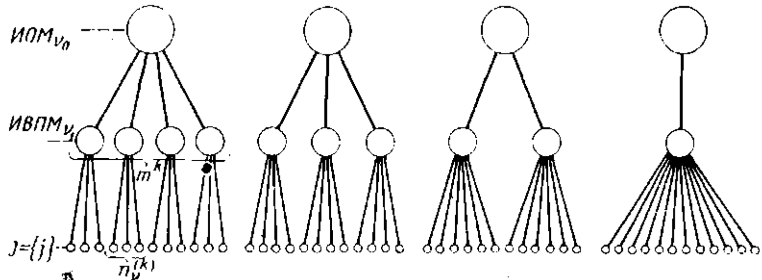
В данном случае каждый k-й вариант Λ^k_B структуры вычислительной схемы определяется одной моделью ИОМ$_{\nu_0}$ верхнего уровня и m^k моделями ИВПМ$_{\nu_1}$, $\nu_1 = \overline{1, m^k}$, (рис. 5.29) промежуточного уровня, каждая из которых включает $n^k_{\nu_1}$ проектов, при этом

$$\sum_{\nu_1=1}^{m^k} n^k_{\nu_1} = n, \qquad (5.2.66)$$

где $n = M(J)$ — общее число проектов на нижнем уровне.

Таким образом, все разнообразие структур $\{\Lambda^k_B\}$ определяется числами $m^k = 1, 2, \ldots, n$ и набором комбинаций значений $\{n^k_\nu\}$ для каждого m^k.

Будем считать, что используются точные методы решения ИВПМ$_{\nu_1}$ (23)—(27) и ИВПМ$_{\nu_0}$ (30)—(33). Тогда точ-



а) $\Lambda^{4*}_B/m=4, Q=2$; б) $\Lambda^{3*}_B/m=3, Q=\{3,4\}$; в) $\Lambda^{2*}_B/m=2, 5\leqslant Q\leqslant 63$; г) $\Lambda^{1*}_B/m=1, Q\geqslant 64$

Рис. 5.29.

ное решение системы моделей (рис. 5.29) в целом будет обеспечено при условии, что на вход ИВПМ$_{\nu_0}$ поступают точные зависимости $\Phi_{\nu_1}(N_{\nu_1})$, описываемые полными наборами значений $\{\Phi_{\nu_1 q} = \Phi_{\nu_1}(N_{\nu_1 q})\}$, $q = \overline{1, Q_\nu}$, при $Q_\nu = Q^{\max}_\nu = 2^{n_\nu}$. При $Q_\nu < Q^{\max}_\nu$ получим приближенные решения.

Интересно отметить, что в данном случае для построения $\{\Phi_{\nu q}\}$ из точных методов решения ИВПМ$_{\nu_1}$ наиболее выгодным может оказаться прямой перебор. Действительно, при одноразовом решении ИВПМ$_{\nu_1}$ полным перебором (при $N_{\nu_1} = N^{\max}_{\nu_1}$) получаются все возможные решения $X = \{x_{jq}\}$, $q = 1, 2^{n_{\nu_1}}$, и соответствующие им значения

$$N_{\nu_1 q} = \sum_{j \in J_q} u_j x_{jq}; \qquad \Phi_{\nu_1 q} = \sum_{j \in J_q}^{m} \alpha_j x_{jq}.$$

Время счета $\tau'_1 = \tau^0 2^{n_{\nu_1}}$, где τ^0 — время, затрачиваемое на анализ одного варианта решения.

Пусть для решения каждой из Q_{ν_1} задач при $N_{\nu_1} = N_{\nu_1 q}$ другими методами требуется время $\tau_q = \gamma\tau'$, $\gamma < 1$. Тогда прямой перебор выгоднее при $\tau' < \sum_{q=1}^{Q_\nu} \tau_q$, т. е. при $\gamma > 1/Q_\nu$ (заметим, что всегда $\tau_q >$ $> \tau^0$ и $\gamma_i > 1/Q_\nu^{\max} = 1/2^{n_\nu}$).

При использовании прямого перебора и условии $Q_\nu =$ $= Q$ общее время счета для k-го варианта структуры Λ^k_B будет равно

$$\tau(\Lambda^k_B) = \tau(m^k, Q) = \tau^0 \sum_{\nu_1=1}^{m^k} 2^{n_{\nu_1}} + \tau^0 Q^{m^k}, \qquad (5.2.67)$$

где τ^0 — время одной итерации; первое слагаемое соответствует времени, затрачиваемому на решение моделей ИВПМ$_{\nu_1}$, $\nu_1 = \overline{1, m^k}$, второе слагаемое — модели ИОМ$_{\nu_0}$. Из (66), (67) следует, что для каждого фиксированного $m^k = m$ минимальное время счета ИВПМ$_{\nu_1}$ достигается при

$$n_{\nu_1} = \begin{cases} [n/m] \text{ при } \nu_1 < m, \\ n - (m - 1)[n/m] \text{ при } \nu_1 = m, \end{cases}$$

где $[n/m]$ — целая часть n/m. Тогда все разнообразие конкурирующих по $\tau(\Lambda^k_B)$ структур ограничивается структурами Λ^m_B, $m = k = \overline{1, n}$, что дает возможность наглядно представить зависимости $\tau(m, Q)$ (67), которые для $n = 12$ приведены на рис. 5.30. На рис. 5.29 перечислены соответствующие значениям Q (которые можно интерпретировать как требования к точности решения задач) оптимальные структуры $\Lambda_B^{m^*}$, такие, что

$$\tau(m^*, Q) = \min_{1 \leq m \leq n} \{\tau(m, Q)\}.$$

Отметим, что при рассмотренной степенной зависимости Q^m роста времени счета ИОМ$_{\nu_0}$ от Q, общее время счета (огибающая на рис. 5.30,*б*) растет с увеличением Q сравнительно медленно (как Q^2). Это время дополнительно сокращается примерно в m раз при параллельном решении ИВПМ$_{\nu_1}$, $\nu_1 = \overline{1, m}$; выбор оптимальной структуры схемы вычислений в этом случае проводится аналогично.

Отметим, что выбор структуры Λ^*_B можно также интерпретировать как выбор оптимальной по времени формирования плана структуры планового органа организационной системы, для которого известен перечень и размерность решаемых задач и имеются данные типа рис. 5.17 о зависимости продолжительности их решения от размерности.

Аналогичная процедура анализа требований к точности решения отдельных моделей в иерархической систе-

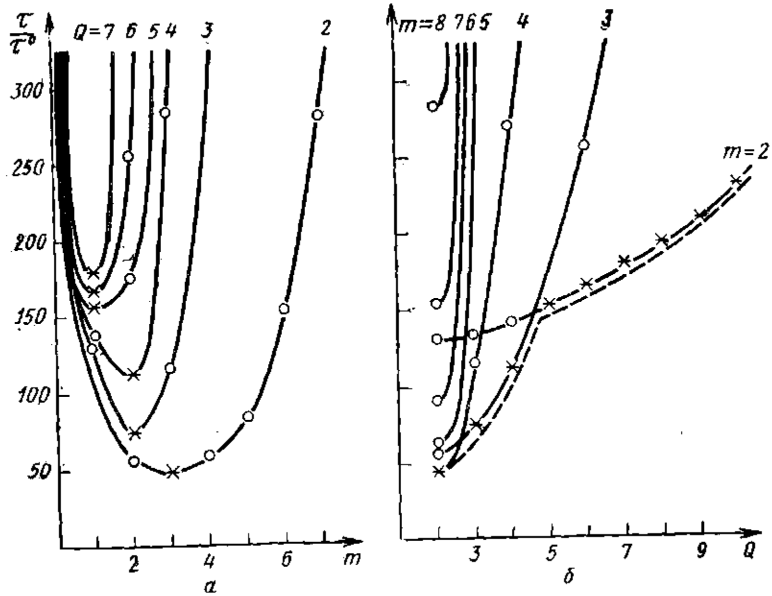


Рис. 5.30.

ме при условиях сохранения отношения порядка R^* на множестве вариантов планов может быть выполнена и для более сложных вычислительных схем.

Остановимся еще на одном примере, когда преобразование f реализуется оператором агрегирования. Например, при распределении ресурсов между целевыми разработками, описываемыми многосетевой моделью, вместо точного оператора (42) определения зависимости $\Theta_{i_0}(N_{i_0})$ срока завершения разработки от выделенных ресурсов N_{i_0} можно в качестве приближенного оператора $\tilde{\Theta}_{i_0}(N_{i_0})$ использовать агрегированную сетевую модель. Зависимости $\Phi_{i_0}(\Theta_{i_0}(N_{i_0}))$ в свертке целевой функции типа (51) также имеют вид рис. 5.26, *б*; заменив индексы ν_1 на i_0, ν_0 на $\{i_0\} = I$ можно повторить все рассуждения, проведенные для $\Phi_{\nu_1}(N_{\nu_1})$. Это обстоятельство позволяет не решать сложную задачу устранения неизбежной ошибки агрегирования $\widetilde{\Theta}_{i_0}(N_{i_0})$, а ограничиться выбором правила агрегирования, дающего как угодно большую, но регулярную, например, в смысле требований типа (63) — (65), ошибку. Тогда аналогично описанной выше процедуре сначала с помощью приближенного оператора $\widetilde{\Theta}_{i_0}(N_{i_0})$ можно получить близкое к точному решение $\{\widetilde{u}^*_{i_1}\}$ с последующим точным решением задачи (42) для каждой отдельной сети.

Следует отметить, что для реализации такого подхода необходимо решить в общем случае сложную задачу выбора конкретной реализации преобразования f, инвариантного по отношению порядка R^* на X, и в каждом конкретном случае требуется проведение экспериментального исследования.

Ряд аналогичных вопросов, связанных с требованиями к точности системы моделей, в целом рассматривается в [3.11, 2, 61].

3. ДИАЛОГОВАЯ ПРОЦЕДУРА ОТБОРА ПРОЕКТОВ В ПОРЯДКОВЫХ ШКАЛАХ

3.1. Введение

Вернемся к рассмотрению основного вопроса в процедуре принятия решения (п. 1.6) — о выборе наиболее предпочтительного варианта плана s^* из множества допустимых альтернатив S^0, $M(S^0) \leqslant 2^n$.

В этом разделе остановимся на типичной для прикладных задач ситуации, когда целевая функция $\Phi(x^s)$, $s \in S^0$, в явном виде неизвестна [2, 5—11] и непосредственное использование описанных в § 2 количественных моделей невозможно.

При моделировании акта принятия решения в этом случае будем исходить из того факта, что в практике планирования процедура выбора s^* всегда так или иначе реализуется и всегда на содержательном уровне имеются некоторые сведения о свойствах, принципах и правилах построения этих процедур. Однако эти правила (оператор выбора ϑ), известные ЛПР, являются скрытыми (латентными, неявными) для исследователя операций, конструирующего математическое обеспечение. Таким образом, интересующие нас возможности моделирования оператора выбора ϑ на ЭВМ, в первую очередь, зависят от степени информированности операциониста о свойствах ϑ и от возможностей формального описания этих свойств. В связи с этим примем следующую схему построения модели оператора ϑ. Операционист с учетом специфики рассматриваемого класса задач формулирует иерархию содержательных гипотез, все более конкретизирующих свойства оператора ϑ, используемого ЛПР. Одновременно эти гипотезы формулируются на формальном языке, например в виде аксиом $\mathcal{P}$, которые можно проверять с помощью ЭВМ. Если гипотеза подтверждается ЛПР, то в ЭВМ вводится соответствующая свойствам $\mathcal{P}$ модель и связанная с проверкой выполнения этих свойств часть операций по отбору альтернатив передается от ЛПР на ЭВМ.

Другими словами, сначала в номинальных шкалах проводится диалог — I «ЛПР — операционист (ЭВМ)» по проверке гипотез о свойствах $\mathcal{P}$ оператора выбора ϑ. Затем проводится диалог — II «ЭВМ — ЛПР», на каждом шаге которого ЭВМ формирует предварительно отобранное с учетом смоделированных свойств $\mathcal{P}$ подмножество альтернатив $E \subseteq S^0$ и предлагает ЛПР для сравнения в порядковых шкалах, например, пару планов (s, k), s, $k \in E$. Ответ ЛПР (например, «да») на вопрос: «План s предпочтительнее k?» — рассматривается как подтверждение гипотезы о элементарном свойстве $\mathcal{P}_{sk}$: $(s \succ k)$, которое учитывается в ЭВМ на следующем шаге диалога (модель в ЭВМ «подстраивается» с учетом ответов ЛПР), и т. д., пока не останется единственная альтернатива $E \equiv s^*$.

Остановимся кратко на основных используемых далее понятиях и предположениях.

Поскольку задача выбора в общем случае является многокритериальной, то возникает сложная проблема упорядочения планов по предпочтительности. В случае единственного критерия задача однозначно сводится к установлению строгого порядка [1.7] на множестве планов. В случае многих критериев возможны различные подходы [5, 73—81]. Например, для упорядочения могут быть использованы такие методики как ELECTRE [5], когда информация об упорядочении планов по каждому из отдельных критериев используется для построения упорядочения (в общем случае нестрогого) по совокупности этих критериев.

Однако в соответствии с принципами программно-целевого планирования можно предположить, что и при многих критериях все-таки существует единый обобщенный критерий (свертка), по которому планы в принципе могут быть упорядочены по степени достижения конечной цели. В данной работе будем рассматривать ситуации, удовлетворяющие этому предположению. Тогда можно считать, что у ЛПР в неявном виде существует скалярная свертка вектора критериев (целевая функция), определяющая степень достижения конечной цели, и мы вновь приходим к строгому порядку. Отметим, что это предположение не является слишком ограничительным, тем более, что, как будет рассмотрено ниже, в процессе диалога происходит уточнение предполагаемой целевой функции.

Существует много эвристических методик [5, 23], приводящих к упорядочению (и выбору) вариантов планов на основе экспертных оценок. Однако различные эвристические методики, будучи примененными к решению одной и той же задачи выбора, приводят к различным упорядочениям. В данной работе будем рассматривать процедуры, свободные от этого недостатка и дающие точное решение в следующем смысле*). Если имеется модель типа (1.27)—(1.31) в количественных шкалах с любой наперед заданной целевой функцией и найдено ее оптимальное решение, то при тех же ограничениях (1.28)—(1.31) модели и при той же целевой функции, заданной неявно, применение точной диалоговой процедуры должно приводить к тому же решению и упорядочению вариантов плана. Выполнение этого требования для излагаемых ниже процедур проверено на многочисленных тестовых примерах.

В качестве меры трудоемкости, *сложности* μ диалоговой процедуры естественно рассматривать число элементарных операций (по сравнению и выбору вариантов планов), которые необходимо выполнить ЛПР для нахождения точного решения $s^* \in S^0$. При сделанных предположениях предпочтения ЛПР описываются ориентированным графом без циклов и петель $G(R(\vartheta), S^0)$, где S^0 — вершины, соответствующие вариантам планов, $R(\vartheta)$ — дуги, соответствующие бинарным предпочтениям ЛПР (оператора ϑ).

Важно отметить, что при этом в ЭВМ совсем не обязательно иметь информацию о самих (возможно очень сложных) правилах и стратегиях ϑ принятия решений,

---

*) Более строгое определение будет дано ниже.

которые использовались ЛПР. Достаточно иметь информацию только о структуре предпочтений $<R(\vartheta), S^0>$, описываемой графом $G(R(\vartheta), S^0)$. В общем случае операционист имеет неполную информацию $<R, S^0>$ о структуре предпочтений $<R(\vartheta), S^0>$: например, ему могут быть неизвестны предпочтения, описываемые на

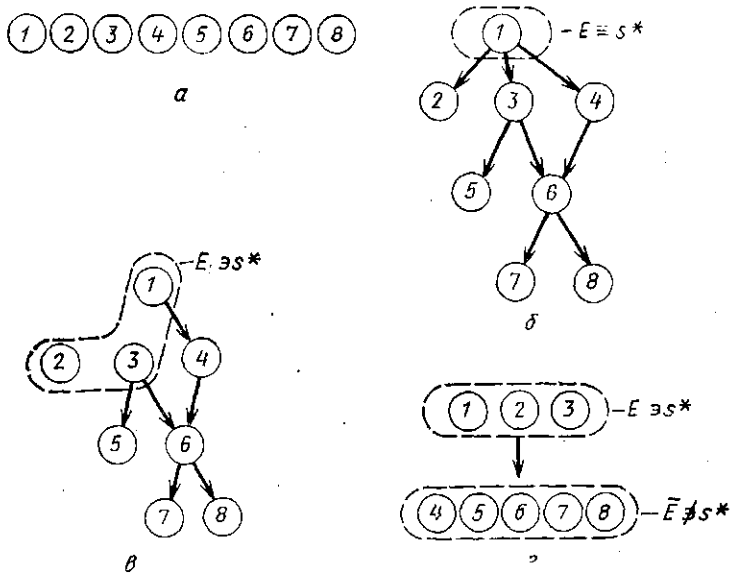


Рис. 5.31.

графе рис. 5.31,*б* дугами *1—2*, *1—3* (рис. 5.31,*в*). В этом случае очевидно, что оптимальное по ϑ решение s^* может содержаться лишь в подмножестве $E<R, S^0>$ вариантов, над которыми нет доминирующих (по информации $R \subseteq R(\vartheta)$). Этому подмножеству $E<R, S^0> \subseteq S^0$, называемому *множеством максимальных элементов* отношения R на S^0, на графе $G(R, S^0)$ соответствует подмножество вершин E, не имеющих входящих дуг (*1*, *2*, *3* на рис. 5.31,*в*) и называемых *ядром графа* структуры отношений R на S^0 (далее просто ядро отношения R).

Иначе говоря, наличие сведений о структуре предпочтений $<R, S^0>$ дает возможность разбить все исходное множество альтернатив $S^0 = E \bigcup \overline{E}$ на два непересекающихся класса эквивалентности: ядро $E<R, S^0>$, в котором содержится оптимальное решение s^*, и доминируемый класс $\bar{E}$, содержащий остальные решения, среди которых заведомо нет оптимального (рис. 5.31,*г*). В частности, если удается полностью восстановить в ЭВМ отношение $R=R(\vartheta)$, то его ядро E_ϑ совпадает с оптимальным планом; если отношение $R(\vartheta)$ восстановлено лишь частично ($R\subseteq R(\vartheta)$) и ядро E состоит из одного элемента, то этот элемент также соответствует оптимальному плану s^* (рис. 5.31,*б*). Без риска потерять оптимальное решение в ЭВМ можно выбирать для предъявления ЛПР только планы из ядра $E<R, S^0>$. Причем, если ЛПР определит, что план s доминирует над k: $s\succ k$, то план k переводится в класс $\bar{E}$ доминируемых планов и больше уже не рассматривается. Эти обстоятельства дают возможность существенно сократить общее число вопросов μ от ЭВМ к ЛПР, поскольку от ЛПР требуется только достроить на $E\subseteq S^0$ структуру $<R, S^0>$ до структуры $<R(\vartheta), E^0>$ с одним максимальным элементом, соответствующим s^*.

В этих целях помимо гипотез о типе отношения порядка $R\subseteq R(\vartheta)$ рассматриваются гипотезы о классе структуры предпочтений $<R, S>$. В этом случае операционист на этапе «диалог—I» задает ЛПР содержательный вопрос типа: (гипотеза 3) «Верно ли, что план станет более предпочтительным, если улучшить хотя бы один из его показателей φ_l, $l\in L$, при прежних значениях остальных?». Если ЛПР отвечает «Нет», то проверяются другие рассматриваемые ниже гипотезы, если «да», то в ЭВМ вводится соответствующая структура предпочтений $<\tilde{R}, F^0>$ на множестве F значений критериев (показателей) $\varphi^s\in F^0$, $s\in S^0$, и на последующих шагах рассматриваются лишь элементы ядра этой структуры. В частности, приведенному вопросу соответствует структура предпочтений, определяемая отношением $\tilde{R}_1$ векторного доминирования: план s предпочтительнее плана k:

$$s \underset{\tilde{R}_1}{\succ} k \longleftrightarrow \varphi^s \underset{R_1}{\succeq} \varphi^k,$$

s, $k\in S^0$, если $\varphi^s{}_l \geqslant \varphi^k{}_l$ для всех $l\in L$ и найдется хотя бы один показатель $l'\in L$, для которого $\varphi^s{}_{l'} > \varphi^k{}_{l'}$. ЭВМ проверяет это неравенство и выделяет ядро E: если для плана k не найдется ни одного плана $s\in S$, $s\neq k$, такого, что $\varphi^s_l > \varphi^k_l \ \forall l \in L$, то план k принадлежит ядру отношения R_1: $k \in E < \tilde{R}_1, S >$. Ядро этого широко распространенного отношения принято называть множеством Парето [114—116], а сами элементы ядра—решениями, оптимальными по Парето.

Следует отметить, что идеи отсеивания подмножеств бесперспективных альтернатив на основе введения правил доминирования широко используются при решении экстремальных задач комбинаторного типа, особенно в методе последовательного анализа вариантов [91—93] и других методах дискретного программирования [90, 94] и распознавания образов [3, 53, 117]. При этом чаще всего используются монотонные функции алгебры логики типа

$$s \succ k \Leftrightarrow \mathcal{P}(x^s) \geqslant \mathcal{P}(x^k) \Leftrightarrow x^s_j \geqslant x^k_j \qquad \forall j \in J; \quad x_j, \quad \mathcal{P} \in \{0, 1\}.$$

Свойства порождаемой ими структуры предпочтений (единичный гиперкуб) достаточно хорошо изучены в математической логике [3, 4, 3.53] и являются частным случаем свойств частично упорядоченных множеств, изучаемых в теории структур (теории решеток) [17, 18].

Аппарат частично упорядоченных множеств, в частности понятие ядра, широко используется также в теории игр [118] и принятия коллективных решений [79, 119, 120]. Однако в этих случаях отношения порядка, как правило, нетранзитивны, что порождает ряд серьезных трудностей при построении конструктивных решений (например, в этом случае не всегда существует ядро и т. п.).

Мы ограничимся изучением достаточных для рассматриваемого класса задач отношений строгого порядка и ряда структур соответствующих гипотезам, учитывающим специфику рассматриваемых задач отбора проектов.

Сложность μ диалога дополнительно снижается при одновременном использовании различных форм представления вариантов $s \in S^0$ исполнительного плана $\pi^s = \{\varphi^s, x^s, u^s\}$ как в пространстве проектов $\{x^s_i\} = x^s \in X^0$, так и в пространствах критериев $\varphi^s = \{\varphi^s_l\}$, $l \in L$, $\varphi^s \in F^0$, и ресурсов $u^s = \{u_j\}$, $j \in J^s$, $u^s \in U^0$, поскольку одни структурные свойства могут выполняться на множестве X^0, другие на множествах F^0, U^0.

Однако важно отметить, что в практических задачах набор критериев $\{l\} = L$ обычно является неполным и тогда рассмотрение решений, соответствующих только ядру $E < \tilde{R}, F^0 >$ отношения $\tilde{R}$ на множестве F^0 (например, E — множество Парето), может привести к потере оптимального по ϑ решения $s^* \in S^0$. Действительно, пусть по части критериев вариант плана $s \in S^0$ оказался не принадлежащим ядру (по Парето); тогда, следуя общим правилам, мы должны его исключить из рассмотрения. Однако, добавив, например, еще один не учтенный ранее критерий, по которому этот вариант s является наилучшим, мы получим, что он содержится в ядре и может оказаться оптимальным по ϑ, а его исключение может привести к потере оптимального решения. В связи с этим неполное пространство критериев можно использовать лишь для приближенного упорядочения решений $s \in S^0$, что, конечно, ускоряет сходимость диалога. В то же время в рассматриваемых задачах пространство проектов — это полное пространство бинарных показателей $\{x_j\}$, $x_j \in \{0, 1\}$, поэтому основное внимание уделяется изучению структур предпочтений $<R, X^0>$ на множестве $X^0 \subseteq X$.

В частности очевидно, что для ЛПР легче при выборе сравнивать показатели простых объектов (например, двух проектов π_{j_1}, π_{j_2}), чем сложных объектов (планов π^s, π^k, являющихся комбинациями проектов $\pi^s = \{\pi^*_j\}$, $j \in J^s$).

Возникает вопрос: нельзя ли информацию, полученную при сравнении подмножества $S' \subseteq S^0$ простых объектов, использовать для определения структуры предпочтений на всем множестве планов S? Анализ этого вопроса для ситуаций, когда возможно сравнение и отбор планов только по их различающимся показателям, дает возможность ограничиться исследованием двух «предельных» в смысле сложности диалога типов отношений на X^0: R_1 и R_2, которые формализуются ниже.

Рассматриваются также дополнительные гипотезы, например, о классе функции свертки $\Phi(x)$, позволяющие ускорить сходимость диалога на ядре установленной структуры предпочтения $E<R, X^0>$ и по окончании диалога получить свертку $\Phi(x)$ в количественных шкалах. Однако введение свертки (при $M(E)>1$) может привести к потере оптимального решения s^*. В связи с этим используется понятие об алгоритмической свертке оператора ϑ, основанное на аксиоме о существовании оптимальной траектории решений $s^* \in S^0(N)$, где N — параметр, соответствующий количеству наличных ресурсов. Это наряду с использованием свойств структур предпочтений дает возможность организовать сходящиеся диалоговые процедуры распределения ресурсов непосредственно в пространстве ресурсов $\{u_j\}$. Такие процедуры наиболее соответствуют существующим в практике планирования и наиболее просты с точки зрения их реализации на ЭВМ.

Полученные оценки сложности μ и экспериментальное опробование рассматриваемых диалоговых процедур показывают принципиальную возможность их использования при решении практических задач.

3.2. Основные гипотезы и аксиомы

Прежде всего, оператор выбора ϑ варианта исполнительного плана s^* на этапе процедуры $G_{t_i}^u$ распределения ресурсов должен удовлетворять принципам программно-целевого подхода (§ 9, гл. 3), основным из которых является принцип планирования на единую цель (от конечного продукта) на всех этапах и фазах планирования и на всех уровнях руководства. Тогда может быть сформулирована

Гипотеза 1. Существует совокупность принципов, инструкций, правил и т. п., известных ЛПР всех уровней, обеспечивающих целенаправленное функционирование организации в целом и регламентирующих процедуры выбора ϑ наилучшего плана s^*.

Применительно к процедуре планирования $G_{t_{t_k}}^u$ гипотеза 1 может быть формализована в виде аксиомы.

Аксиома 1. Существует упорядочение $R(\vartheta)$ всех вариантов плана $s \in S^0 \subseteq S$ по степени достижения единой цели, причем это упорядочение не зависит от формы описания варианта плана.

Уточним формы представления информации о вариантах плана.

В пространстве проектов $\{j\} = J$ плану $s \in S$ будет соответствовать вершина n-мерного единичного куба, т. е. элемент x^s декартова произведения множеств состояний каждого проекта x_j, $M(x_j) = 2$, $M(J) = n$:

$$x^s \in X = x_1 \times x_2 \times \ldots \times x_j \times \ldots \times x_n, \quad x_j = \{0, 1\}, \quad M(X) = 2^n.$$

Будем считать, что существует отображение φ: $X \longrightarrow F$ множества планов X на множество критериев $F = \{\varphi^s = \varphi(x^s), \quad s \in S\}$ и обратное отображение $\varphi^{-1} : F \rightarrow X$. Тогда в пространстве критериев $\{l\} = L$ плану $s \in S$ соответствует элемент $\varphi^s \in F = \varphi_1 \times \varphi_2 \times \ldots \times \varphi_l \times \ldots \times \varphi_m$, где $\varphi_l = \{\varphi_{1l}, \varphi_{2l}, \ldots, \varphi_{ml}\}$ — набор дискретных значений, которые может принимать l-й критерий $M(\varphi_l) = m_l$; $M(F) = \prod_{l=1}^{m} m_l$.

Аналогично, каждому плану (и проекту) соответствует точка $u^s = \{u^s{}_j\}$ в пространстве ресурсов.

Пусть R, $\tilde{R}$, $\tilde{\tilde{R}}$ — отношения порядка, определенные на X, F, U и соответствующие $R(\vartheta)$, тогда из аксиомы 1 следует, что если $sR(\vartheta)k$, то это же соотношение выполняется как в пространстве проектов $x^s R x^k$, так и в пространствах критериев $\varphi^s \tilde{R} \varphi^k$ и ресурсов $u^s \tilde{\tilde{R}} u^k$. Другими словами, непосредственно из аксиомы 1 получаем

Следствие 1.1. Существует гомоморфизм и корреспонденция [1.7] отношений порядка $R \subseteq R(\vartheta)$ на X (структура $\langle R, X \rangle$) в отношения $\tilde{R} \subseteq \tilde{R}(\vartheta)$ на F (структура $\langle \tilde{R}, F \rangle$) и $\tilde{\tilde{R}} \subseteq \tilde{\tilde{R}}(\vartheta)$ на U (структура $\langle \tilde{\tilde{R}}, U \rangle$).

На рассматриваемом заключительном этапе планирования, гипотеза 1, соответствующая предположению о существовании процедуры упорядочения, может быть переформулирована в виде гипотезы о свойствах оператора выбора ϑ *).

Гипотеза 2. Руководитель и его аппарат может (должен) осуществить выбор (а) единственного плана s^* (б) из любого множества вариантов $s \in S' \subseteq S^0 \subseteq S$, причем (в) этот выбор должен быть непротиворечивым; для любой пары планов соотношение $sR(\vartheta)k$ сохраняется при выборе их из любого подмножества $s, k \in S' \subseteq S^0$.

Из единственности (гипотеза 2а) и непротиворечивости (гипотеза 2в) непосредственно следует, что отношение порядка $R(\vartheta)$ асимметрично, т. е. из двух соотношений $sR(\vartheta)k$ и $kR(\vartheta)s$ по крайней мере одно не выполняется, в частности, следует, что если планы s, k эквивалентны, то выбирается любой из них. Из асимметричности $R(\vartheta)$ следует [1.7], что это отношение также антирефлексивно, т. е. не имеет смысла $sR(\vartheta)s$. Из (2б, в) следует, что отношение $R(\vartheta)$ еще и транзитивно. Пусть для произвольных s, d, $k \in S^0$, $s \neq d \neq k$, выполняются соотношения $sR(\vartheta)d$ и $dR(\vartheta)k$, тогда, по определению, если отношение порядка $R(\vartheta)$ транзитивно, из этого должно следовать соотношение $sR(\vartheta)k$. Покажем это. Рассмотрим множество $S' = \{s, d, k\} \in S^0$, для которого по гипотезе 2а, б существует наибольший элемент, которым не может быть d или k (иначе по 2в должно быть $dR(\vartheta)s$ или $kR(\vartheta)d$).

Таким образом, наибольшим элементом S' является s, откуда получаем $sR(\vartheta)k$, т. е. для любых s, d, $k \in S^0$ существует транзитивное замыкание $sR(\vartheta)k$ соотношений $sR(\vartheta)d$, $dR(\vartheta)k$.

---

*) Формально оператору выбора ϑ соответствует теоретико-множественная функция выбора [80, 81], свойства которой мы и определяем (см. также Маркин Б. Г. «Проблема группового выбора. М., «Наука», 1974).

Таким образом, $R(\vartheta)$ — это транзитивное асимметричное антирефлексивное отношение, т. е., по определению (гл. 1, § 2 [1.7, 15—17]), это отношение строгого порядка; тогда гипотеза 2 может быть формализована в виде следующей аксиомы.

Аксиома 2. Для адекватного описания задачи выбора и определения упорядочения $R(\vartheta)$ достаточно использовать отношение строгого порядка $\succ$, определенное на множестве $S(X, F, U)$.

Следствие 2.1. Структура предпочтений $<R(\vartheta), S>$ (соответственно $<R, X>$, $<\tilde{R}, F>$, $<\tilde{\tilde{R}}, U>$) моделируется ориентированным графом без циклов и петель $G(R, S)$, где $S=\{s\}$ — множество вершин, соответствующих планам; $R=\{r_{ks}\}$ — множество дуг, соответствующих бинарным соотношениям $s \underset{R(\vartheta)}{\succ} k$, $s; k \in S$.

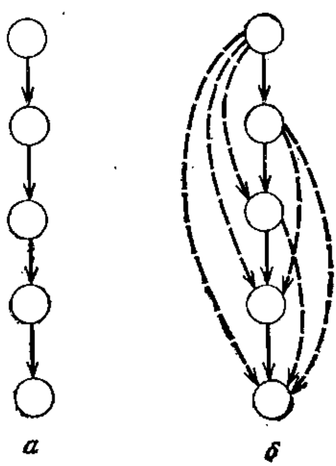


Рис. 5.32.

Следствие 2. 2. В связи с транзитивностью отношения $R(\vartheta)$ можно рассматривать лишь редукцию [1.7] $R'(\vartheta)$ отношения $R(\vartheta)$ (граф структуры отношения $<R(\vartheta)S>$ получается из графа (рис. 5.32,*а*) структуры редукции отношения $<R'(\vartheta), S>$ путем добавления дуг транзитивного замыкания $\widehat{R'(\vartheta)}$ (пунктирные дуги на рис. 5.32,*б*) *).

Следствие 2.3. Для определения упорядочения $R(\vartheta)$ на S достаточно рассмотреть элементарные бинарные соотношения (попарные сравнения вариантов планов)

$$s \underset{R(\vartheta)}{\succ} k \quad \forall s, k \mid r_{sk} \in R(\vartheta).$$

Рассмотрим далее гипотезы о классах структуры предпочтений [2, 10—11], которые могут быть справедливыми в определенных ситуациях.

---

*) Далее всюду без оговорок рассматриваются графы редукции отношений $R'(\vartheta)$, для которых сохранены прежние обозначения $R(\vartheta)$.

Гипотеза 3. План становится более предпочтительным при улучшении хотя бы одного его показателя φ_l, $l \in L$.

Аксиома 3. Пусть $L = \{l\}$ — полное множество критериев $\{\varphi_l\} \in F$, каждый из которых желательно максимизировать; тогда для любых $s \neq k$, s, $k \in S^0 \subseteq S$, имеет место свойство $\tilde{\mathcal{P}}_1$:

$$\tilde{\mathcal{P}}_1:\ s \underset{\tilde{R}_1}{\succ} k \longleftrightarrow \varphi^s \underset{\tilde{R}_1}{\succ} \varphi^k \Longleftrightarrow (\varphi^s{}_l \geqslant \varphi^k{}_l\ \ \forall l \in L) \wedge$$

$$\wedge (\exists l' \in L\ \ \varphi^s{}_{l'} > \varphi^k{}_{l'}). \qquad (5.3.1)$$

Свойство $\tilde{\mathcal{P}}_1$ определяет структуру предпочтений $<\tilde{R}_1, F>$, ядро которой соответствует упоминавшемуся выше множеству Парето.

Перейдем теперь к представлению плана π^s в пространстве проектов и займемся анализом структур предпочтений, в первую очередь, на множестве $X^0 \subseteq X$.

Гипотеза 4. План становится менее предпочтительным **при исключении** из него хотя бы одного проекта.

Аксиома 4. Пусть $\{j\} = J$ — заданное множество проектов и $x^s{}_j \in \{0, 1\}$, $(x^s{}_j = 1) \Longleftrightarrow (j \subseteq J^s)$, $J^s \subseteq J$, тогда для любых s, $s \neq k$, x^s, $x^k \in X^0 \subseteq X$ имеет место свойство $\mathcal{P}_1$:

$$\mathcal{P}_1:\ (s \underset{R_1}{\succ} k) \longleftrightarrow (x^s \underset{R_1}{\succ} x^k) \Longleftrightarrow (x^s{}_j \geqslant x^k{}_j\ \ \forall j \in J) \wedge (\exists_{j'} x^s{}_{j'} > x^k{}_{j'}).$$

$$(5.3.2)$$

Отметим, что свойство $\mathcal{P}_1$ определяет на X отношение частичного строгого порядка R_1, которое не противоречит совершенному (линейному) порядку $R(\Phi)$ (рис. 5.32, *а*), $(R_1 \subset \hat{R}_\Phi)$, устанавливаемому на X неизвестной линейной целевой функцией $\Phi = \sum_{j=1}^{n} \alpha_j x_j$. Используя парные предпочтения $s \underset{R_1}{\succ} k$ и решив соответствующую им систему неравенств

$$s \underset{R_1}{\succ} k \Longleftrightarrow \sum_{j=1}^{n} \alpha_j x^s{}_j > \sum_{j=1}^{n} \alpha_j x^k{}_j, \qquad (5.3.3)$$

получим, что значения α_j лежат в области $\alpha_j > 0$, $j = \overline{1, n}$. Тогда свойство $\mathcal{P}_1$ можно интерпретировать следующим образом: каждый проект исполнительного плана разработки π_j имеет положительную полезность (эффективность) $\alpha_j > 0$, что является естественным при построении любой разумной процедуры G_{t_i}, G_{t_k} формирование проектов.

Ядро структуры предпочтений $<R_1, X^0>$ можно интерпретировать как множество решений, оптимальных по Парето в n-мерном пространстве $\{x_j\}$, если интерпретировать x_j как двузначные критерии.

Гипотеза 5. План становится более предпочтительным при замене в нем менее предпочтительного проекта на более предпочтительный.

Аксиома 5. Пусть $J=\{j\}$ — заданное множество проектов, которое линейно упорядочено по $R(\vartheta)$:

$$\pi_{j_1} \underset{R(\vartheta)}{\succ} \pi_{j_2} \Longleftrightarrow j_1<j_2,\ j_1,\ j_2\in\{1, 2, \dots, n\}=J; \quad (5.3.4)$$

огда для любых $s, k\in S^0$, $s\neq k$, имеет место свойство $\mathcal{P}_2$:

$$\mathcal{P}_2\colon (s \underset{R_2}{\succ} k) \longleftrightarrow (x^s \underset{R_2}{\succ} x^k) \Longleftrightarrow \left(\sum_{\xi=1}^{j} x^s_\xi \geqslant \sum_{\xi=1}^{j} x^k_\xi \ \forall j\in J\right). \quad (5.3.5)$$

Свойство $\mathcal{P}_2$ определяет на X отношение R_2, которое включает отношение R_1: $R_1\subset R_2$ (т. е. кроме дуг $r_{sk}\in R_1$ граф $G(R_2X)$ содержит дополнительные дуги); так же как R_1, отношение R_2 допускает отображение на числовую ось с помощью линейной целевой функции $R_2\subset\widehat{R}_\Phi$ вида (3). Решение системы неравенств (3) $\alpha_1>\alpha_2>\dots>\alpha_n>0$ можно интерпретировать как ранжирование проектов по их полезности (эффективности) $\alpha_j>0$.

Отметим важную для дальнейшего связь свойства $\mathcal{P}_1$ предпочтения планов по эффективности со свойством $\mathcal{P}^0_1$ «быть планом, допустимым по ресурсным ограничениям». Напомним, что $\mathcal{P}^0_1(x) \longleftrightarrow (x\in X^0_1)$,

$$X^0_1=\left\{x \mid x\in X,\quad \sum_{j\in J} u_j^{pt}x_j\leqslant N^{pt},\quad u_j^{pt}\geqslant 0\right\}. \quad (5.3.6)$$

Пусть $x^s \underset{R_1}{\succ} x^k$ и $x^s\in X^0_1$ — допустимый план; тогда очевидно, что план x^k, полученный удалением из x^s хотя бы одного проекта, будет потреблять ресурсов меньше ($u_j^{pt}\geqslant 0$) и, безусловно, будет допустимым, т. е. $(x^s \underset{R_1}{\succ} x^k) \wedge (x^s\in X^0_1) \to x^k\in X^0_1$.

В соответствии с этим можно сформулировать следующую гипотезу.

Гипотеза 6. План становится более предпочтительным по затратам ресурсов при удалении из него хотя бы одного проекта.

Аксиома 6. Пусть $J=\{j\}$ — заданное множество проектов и $\mathcal{P}^0_1(x^s)\in\{0, 1\}$, причем

$$\mathcal{P}^0_1(x^s)=1 \Longleftrightarrow \left(\sum_{j\in J^s} u_j^{pt}\leqslant N^{pt},\quad u_j^{pt}\geqslant 0\right); \quad (5.3.7)$$

тогда для любых s, $k \in S$, $s \neq k$, $\mathscr{P}^1{}_0$:

$$s \underset{R_0}{\succ} k \longleftrightarrow (\mathscr{P}^0{}_1(x^s) \geqslant \mathscr{P}^0{}_1(x^k)) \Longleftrightarrow (x^s{}_j \leqslant x^k{}_j \quad \forall j \in J). \quad (5.3.8)$$

Свойство $\mathscr{P}^1{}_0$ определяет на X отношение строгого частичного порядка R_0, являющееся инверсией [1.7] отношения R_1, т. е. граф структуры предпочтений «по затратам» $G(R_0X^0)$ можно построить из графа структуры предпочтений «по эффективности» $G(R_1X^0)$, $X^0 \subseteq X$, путем замены направления каждой дуги на обратное; в этом смысле отношения R_0, R_1 можно считать двойственными, что будет использовано в дальнейшем.

Заметим, что инверсия не означает, что количественно прирост эффективности соответствует приросту затрат ресурсов и наоборот.

Уточним постановку задачи выбора. На практике типичной является ситуация, когда на данной итерации процедуры планирования руководитель все свои возможности и определяемое ими множество X^0 знает еще неточно (например, неизвестно, какие ресурсы N ему будут выделены вышестоящим органом).

В связи с этим можно уточнить постановку общей задачи выбора (п. 1.6).

Задача 1. *Найти а лучших решений* $X^*{}_a \subseteq E\langle R, X^0\rangle$ *и линейно упорядочить их по* $R(\vartheta)$:$X^*{}_a = \{x^1 \underset{R(\vartheta)}{\succ} \ldots \succ x^a\}$.

Важными частными случаями задачи 1 являются следующие.

Задача А $(a=1)$. *Найти наибольший элемент* $x^* \in X^0$.

Задача В $(a=M(X^0))$. *Найти линейный (совершенный) порядок* $R(\vartheta)$ *на множителе* $X^0 \subseteq X$.

Отметим, что задача В упорядочения сводится к решению a раз задачи А выбора наибольшего элемента. Требование иметь решение задачи А для любого подмножества $X' \subseteq X^0$ и для любых $X^0(N) \subseteq X$ приводит к задаче В на X.

Метод решения задачи 1, приводящий к упорядочению R, не противоречащему упорядочению $R(\vartheta)$: $R \subseteq$ $\subseteq R(\vartheta)$, будем называть, как указывалось выше, *точным методом* ($R(\vartheta)$ — любой наперед заданный порядок). Соответственно любой метод будем называть *корректным*, если для него сформулированы условия (гипотезы), при которых он дает точное решение.

Как отмечалось, оператор ϑ, как правило, представляет собой набор трудноформализуемых операций, выполняемых ЛПР. Для решения задачи А в этом случае используются распространенные эвристические методы обработки экспертных оценок, сводящиеся, как правило, к построению количественных оценок «коэффициентов

α и λ относительной важности» проектов. Эти коэффициенты затем используются как параметры при построении скалярной свертки целевой функции $\Phi=\Phi(\alpha, x)$ или $\Phi=\Phi(\lambda, \varphi(x))$ (функции полезности, эффективности и т. п.) с последующим решением задачи 4 (п. 1.6) в количественных шкалах. Однако несогласованность шкал измерения α, λ и вида функционала Φ, субъективность количественного оценивания качественных факторов приводят к тому, что применение различных методик для решения одной и той же задачи дает различные упорядочения планов, каждое из которых может неконтролируемо отклоняться от упорядочения $R(\theta)$, т. е. такие процедуры неточны и, как правило, некорректны.

Недостатком такого рода методик как инструмента управления является также то, что ЛПР не представляет, к каким конкретно последствиям (значениям показателей плана) приведет выбор им конкретных значений параметров α, λ, их изменение и т. д.

В отличие от методик такого рода мы будем рассматривать точные (в упомянутом на стр. 342, 352 смысле) методики решения задачи выбора.

В дальнейшем, в соответствии со следствием 2.3 аксиомы 2, сложный акт выбора ЛПР из $M(X^0)$ планов наилучшего будем представлять через операции попарного сравнения планов x^k, $x^s \in X^0$.

Решение будем искать в классе итерационных человеко-машинных процедур [5 11], реализуемых в режиме диалога ЛПР—ЭВМ, которые будем строить по следующей схеме.

Предварительный этап. По завершении процедуры предпланирования G_{t_i} операционист формирует согласованные с ЛПР модели (и модули для ЭВМ), позволяющие для каждого варианта исполнительного плана π^s, $s \in S$, (в частности, для каждого проекта) определить:

— значения показателей $\varphi^s = \{\varphi_l(x^s)\}$, характеризующих последствия принятого решения о выборе плана π^s в категориях структуры критериев Λ_φ, определенной на иерархическом графе G_{t_i} целей и задач (эту роль могут выполнять, например, модели анализа (§ 2) или имитационные модели, работающие на едином информационном массиве, определяющем структуру плана Λ_s);

— принадлежность варианта плана x^s множеству допустимых решений X^0, $X^0 = X^0_1 \cap X^0_2$, где X^0_1 — множество решений, допустимых по ресурсным ограничениям (модель — система неравенств типа (6)); X^0_2 — множество решений, допустимых по технологическим ограничениям (например, определяемых сетевыми моделями § 2);

— принадлежность варианта плана x^s ядру E_q заданного перечня $q \in Q$ структур предпочтений $E_q = E < R_q, X^0 >$ (модель — граф $G(R_q, X^0)$);

— сервисные программы, обеспечивающие ввод и отображение информации в виде, удобном для реализации диалога ЛПР — ЭВМ и т. п.

1-й этап (диалог-I). ЭВМ предъявляет ЛПР сформулированные на содержательном уровне вопросы $\{q\} = Q$ по проверке гипотез типа 3—6 о классе структуры предпочтений.

В случае положительного ответа ЛПР на q-й вопрос, считается, что $R_q \subseteq R(\vartheta)$, $q \in Q_\vartheta$, и по окончании диалога-I в ЭВМ вводится модель $G(R, X)$, соответствующая структуре предпочтений $<R, X^0>$, $X^0 \subseteq X$, где $R = \bigcup_{q \in Q_\vartheta} R_q$.

2-й этап (диалог-II). Блок-схему диалога-II (рис. 5.33) можно разбить на две части.

1. Используется только информация $\mathcal{P}^0(x^s)$, $\varphi^s = \varphi(x^s)$, полученная на предварительном и 1-м этапах $(G(R, X))$.

В ЭВМ формируется (машинный блок *1Э* на рис. 5.33) множество допустимых решений X^0. Если допустимых решений нет (*2Э*), то ЭВМ делает сообщение об этом для ЛПР, которое осуществляет (*1Л*) внешний цикл корректировки ограничений $\mathcal{P}^0$(на рис. 5.33 операции, выполняемые ЛПР, выделены двойной линией).

Если имеется единственное допустимое решение (*3Э*), то оно является оптимальным и $X^0 \equiv x^*$ вместе со всеми своими характеристиками (*4Э*) $\pi^{s*} = \{\varphi^*, x^*, u^*\}$ сообщается ЛПР. Если полученный при условиях $\mathcal{P}^0$ исполнительный план π^{s*} ($\mathcal{P}^0$) приемлем (*2Л*), то процедура заканчивается, в противном случае ЛПР повторяет внешний цикл (*2Л—1Л—1Э* и т. д.) изменения ограничений $\mathcal{P}^0$.

В случае существования неединственного допустимого решения $M(X^0) > 1$) определяется (*5Э*) ядро $E = E < R, X^0 >$ установленной в диалоге-I структуры предпочтений (с учетом корреспонденции структур предпочтений на $F = \{\varphi^s\}$ и $U = \{u^s\}$). Если имеется (*6Э*) единственный максимальный элемент $M(E_\xi) = 1$, то он — оптимальный. Тогда $E_\xi \equiv x^*$ и вместе со своими характеристиками (*4Э*) сообщается ЛПР (*2Л*) (рис. 5.33).

В общем случае имеется более одного максимального элемента в ядре $E<R, X^0>$ и проводится итерационная диалоговая процедура выбора $x^* \in E$ на ядре $E<R, X^0>$.

2. На каждом ξ-м шаге на основе установленного на $(\xi - 1)$-м шаге отношения R_ξ выделяется (5Э) ядро $E_\xi =$

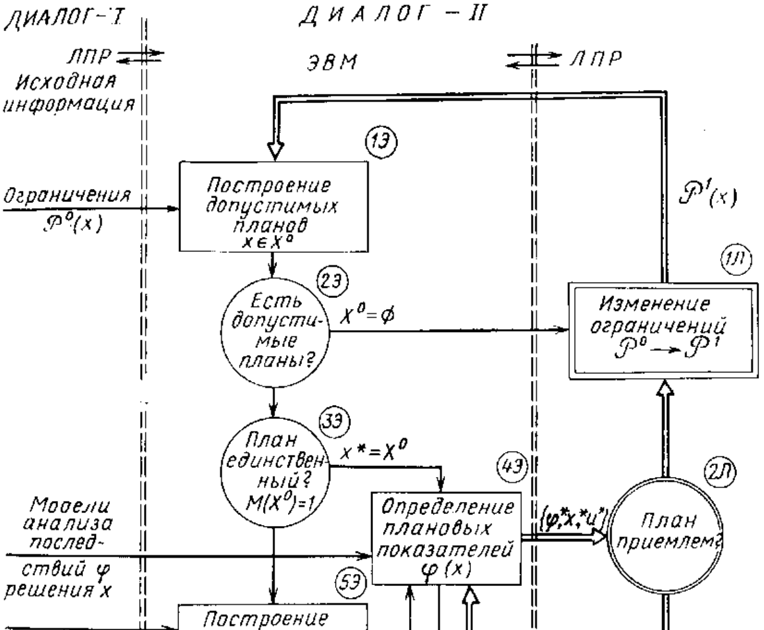


Рис. 5.33.

$=E<R_\xi, X^0>$; в случае $M(E_\xi)=1$ считается, что $E_\xi \equiv x^*$ при условиях $\mathcal{P}^0$. Исполнительный план $\pi^{s*}=\{\varphi^*, x^*, u^*\}$ (*4Э*) предъявляется для утверждения ЛПР (*2Л*). Если он утверждается (*2Л*), то процедура завершена, в противном случае повторяется внешний цикл изменения условий $\mathcal{P}^0$ задачи выбора (*2Л—1Л—1Э* и т. д).

Если $M(E_\xi)>1$ (*6Э*), то в ЭВМ (блок *7Э*) определяется приближенное упорядочение $\sim\succ$ элементов ядра $x^s \in E_\xi$ (например, по неточной, гипотетической информации о свертке $\widetilde{\Phi}(x)$, о траектории $y^*|_{[t_0, t]}$ в пространстве конечных продуктов, по степени информативности вопроса (x^s, x^k) и т. п.). Выделив пару $(s, k)_\xi$ первых планов $x^s \sim\succ x^k \sim\succ \ldots$ ядра E_ξ, ЭВМ формирует для ЛПР вопрос: «Вариант плана $\widetilde{x}^s$ предпочтительнее варианта $\widetilde{x}^k$?»

В результате неформальной процедуры (*3Л*), например, совещания с экспертами и выяснения коллективного мнения, ЛПР отвечает «да» или «нет».

С учетом высказанного ЛПР элементарного парного предпочтения (соотношения $s \underset{R(\vartheta)}{\succ} k$, если получен ответ «да», или $k \underset{R(\vartheta)}{\succ} s$ в противном случае) ЭВМ вводит в граф $G(R_\xi, X^0)$ новые дуги r_ξ (r_{sk} или r_{ks}) и «подстроенная» таким образом модель $G(R_{\xi+1}, X^0)$, где $R_{\xi+1}=R_\xi \cup r_\xi$, поступает на вход блока (*5Э*) и используется на следующем $(\xi+1)$-м шаге.

Если информации для принятия решений о парном предпочтении недостаточно (*3Л*), ЛПР обращается к ЭВМ с вопросом справочного характера о значениях части показателей $\{\varphi^s{}_l\}$, $\{\varphi^k{}_l\}$, $l \in L_\xi \subseteq L$, или их комбинаций, которые являются существенными для сравнительной оценки данной пары вариантов $(s, k)_\xi$. Получив эти данные (*4Э*) $\varphi^k{}_\xi$, $\varphi^s{}_\xi$, ЛПР принимает (*3Л*) решение (отвечает «да» или «нет»). Цикл (*7Э—3Л—8Э—5Э—6Э* и т. д.) повторяется $\xi^* \leqslant \mu_A$ раз до получения точного решения $x^* \in X^0$ (*6Э*) задачи А.

Проанализируем на схеме рис. 5.33 вторую часть итерационной процедуры выбора на ядре. Отметим, что для решения задачи достаточно установить на ядре отношение древесного порядка, т. е. построить граф

$G(R(\vartheta), E)$ типа дерева (рис. 5.34,*а*). Решению задачи В (линейному упорядочению a элементов X^*_a) соответствует граф $G(R(\vartheta), X^*_a)$, в котором имеется путь, проходящий через все вершины (рис. 5.32) X^*_a. Тогда процедуру последовательных попарных сравнений можно

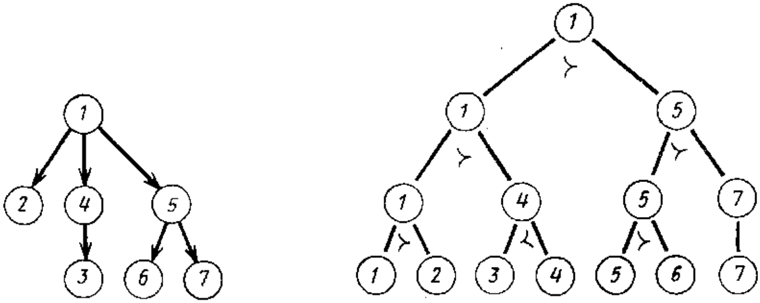


Рис. 5.34.

интерпретировать как процедуру пошаговой разборки графа $G(R, X^0)$, например, в виде следующего алгоритма 3.1.

Предварительный шаг. Строится граф $G = G(R, X^0)$, где $R = \bigcup_{q \in Q_\vartheta} R_q$ — множество дуг, сооответствующих упорядочению множества X^0 по установленным на этапе 1 априорным свойствам $q \in Q_\vartheta$.

Общий ξ-й шаг. Определяется ядро $E^\eta_\xi = E(G^\eta_\xi)$ графа $G^\eta_\xi = G(R^\xi, X^\eta)$, выбирается пара вершин $s, k \in E^\eta_\xi$, на которых ЛПР устанавливает предпочтение $r_\xi \in R(\vartheta)$: $s \underset{r_\xi}{\succ} k$. Модель достраивается путем введения в R^ξ дуг r_ξ и замены G^η_ξ на $G^\eta_{\xi+1} = G(R^{\xi+1}, X^\eta)$, $R^{\xi+1} = R^\xi \cup r_\xi$. Цикл по ξ продолжается, пока в ядре на $\xi^* = \mu_A$ шаге не остается один элемент $E^\eta_{\xi^*} \equiv x^*_\eta$ (решение задачи А на множестве X^η). Для выделения a лучших планов строится новый текущий граф $G^{\eta+1}_{\xi^*}$, получающийся из $G^\eta_{\xi^*}$ удалением вершины x^*_η и множества дуг $R^-(x^*_\eta)$, исходящих из этой вершины. Цикл по η повторяется a раз. При $a = M(X^0)$ процедура приводит к решению задачи В за μ_B шагов.

3.3. Оценка сложности реализации диалоговой процедуры

Как отмечалось, в качестве меры μ сложности (трудоемкости) процедуры решения задачи в диалоговом режиме естественно взять число обращений к ЛПР, совпадающее с числом шагов алгоритма 3.1. Возникает

Задача 2. *Построить процедуру решения задачи $A(B)$ с минимальной сложностью* μ_A (μ_B).

Минимально возможное число $\mu^-_B \leqslant \mu_B$ попарных сравнений планов $X \in X^0$ при решении задачи В линейного упорядочения всех элементов $x \in X^0$ достигается, очевидно, если сразу удастся «угадать» дуги графа редукции (рис. 5.32,*а*) линейного порядка на X^0 (рис. 5.32,*б*). Число таких дуг $\mu^-_B = M(X^0) - 1$. Аналогично для решения задачи А (выбора наибольшего элемента $x^* \in X^0$) минимальное число $\mu^-_A \leqslant \mu_A$ достигается, если сразу удается «угадать» наибольший элемент $x^* \in X^0$. Соответствующий граф G имеет вид дерева (рис. 5.34,*а*) и также содержит $\mu_A = M(X^0) - 1$ дуг.

С другой стороны, для решения задач А, В достаточно выполнить перебор и сравнение всех возможных пар x^h, $x^s \in X^0$ в матрице парных сравнений, т. е. перебрать все дуги полного графа, определенного на X^0, которые составляют множество дуг транзитивного замыкания $\hat{R}(\vartheta)$ (рис. 5.32,*б*). Число таких дуг, соответствующих максимальным оценкам $\mu^+_A \geqslant \mu_A$, $\mu^+_B \geqslant \mu_B$, равно

$$\mu^+_A = \mu^+_B = {}^1/_2 M(M-1).$$

Таким образом, получаем оценку

$$M - 1 = \mu^-_A = \mu^-_B \leqslant \mu_A \leqslant \mu_B \leqslant \mu^+_A = \mu^+_B = {}^1/_2 M(M-1), \tag{5.3.9}$$

где $M = M(X^0)$, $X^0 \subseteq X$.

Пусть теперь априори известно, что на множестве X определено отношение порядка R. Обозначим через $\mu(R, X^\xi)$ сложность реализации диалога на произвольном подмножестве вершин $X^\xi \subseteq X$ (например, $X^\xi = X^0(N)$) и через $\mu^{\max}(R) = \max\limits_{X^\xi \subseteq X} \{\mu(R, X^\xi)\}$ — максимально возможную для отношения R сложность, достигаемую, например, при самом неблагоприятном сочетании допустимых планов $X^0(N)$.

Ядро любой структуры $<R, X^{\xi}>$, состоящее из несравнимых по R элементов, является одним из разрезов графа $G(R, X^{\xi})$, $X^{\xi} \subseteq X$, и его мощность $M(E<R, X^{\xi}>) \leqslant \leqslant H$, где H — число независимости графа $G(R, X)$, равное по определению мощности максимального разреза этого графа [15, 17—19].

Уточненные оценки для μ [2, 10, 11] будут иметь вид

$$H-1 \leqslant \mu_A = M(E<R, X^0>) - 1 \leqslant \mu_A^{\max}(R) = H-1, \tag{5.3.10}$$

$$H-1 \leqslant \mu_B \leqslant \mu_B^{\max} \leqslant M(X) \log_2 H. \tag{5.3.11}$$

Оценка (10) реализуется с помощью **алгоритма 3.2:**

1. Выделяется ядро E графа $G(R, X^0)$.

2. На ядре для поиска наибольшего элемента из $M(E)$ с учетом аксиомы 2 (транзитивности $R(\vartheta)$) применяется известная схема двоичного дерева [12, 13]: M элементов нижнего уровня (рис. 5.34,*б*) разбивается на $[M/2]$ пар, для каждой из которых определяется доминирующий элемент (за $M/2$ вопросов), аналогично процедура повторяется для доминирующих элементов (за $(M+2)/4$ вопросов) и т. д., откуда и следует (10). На рис. 5.34,*б* приведен пример схемы алгоритма 3.2 при $M(E)=7$, на рис. 5.34,*а* — граф полученной в результате структуры предпочтений.

Оценка μ_A (10) является достижимой и совпадает с нижней границей μ^-_A (9).

Для задачи В оценка (11) реализуется, например, алгоритмом 3.3.

1. Строится минимальное цепное разложение множества $X^0 = = \bigcup_{h=1}^{H} X^h$, причем по теореме Дилворта 17, 19, 21] число цепей минимального цепного разложения равно мощности максимального разреза, для определения которого могут использоваться стандартные алгоритмы, например [19].

2. К цепям применяется оптимальный по порядку роста μ_B от $M(X^0)$ алгоритм Неймана [12], сводящийся к попарному слиянию цепей по схеме алгоритма 2, откуда и следует [12, 13] оценка (11).

Оценка (11) не является достижимой: по крайней мере

$$\mu_B^{\max} \leqslant M(X^0) \log_2 H - M(R'),$$

где R' — множество дуг графа $G(R, X^0)$, не попавших в цепное разложение.

Таким образом, алгоритм 3.2 дает оптимальное решение задачи А, алгоритм 3.3 — оптимальное по порядку роста $\mu(n)$ решение задачи В.

Рассмотрим зависимость сложности реализации диалога от степени информированности операциониста о свойствах оператора выбора. Выделим следующие уровни информированности:

1) подтверждены только общие гипотезы 1, 2 (аксиомы 1, 2);

2) подтверждены гипотезы 3, 4, 5 (аксиомы 3, 4, 5) о свойствах структуры предпочтений;

3) известен класс функций свертки $\Phi(\alpha, x)$, $\Phi(\lambda, \varphi(x))$;

4) известны с погрешностью коэффициенты свертки, т. е. области $\alpha \in A^0$, $\lambda \in B^0$ и т. д.

Если нет никакой информации о структуре отношения $R(\vartheta)$ (уровень 1), то решение задач А, В сводится к упорядочению множества независимых элементов. Тогда граф $G(R, X)$ несвязный, $H=2^n$ и из (10), (11) следует

$$\mu_A = \mu_A^- = \mu_A^{\max} = 2^n - 1, \tag{5.3.12}$$

$$2^n - 1 \leqslant \mu_B \leqslant \mu_B^{\max} < n2^n. \tag{5.3.13}$$

Пусть имеет место свойство $\mathcal{P}_1$ (аксиома 4), соответствующее обычному правилу векторного доминирования по монотонности на $X=\{x^s\}$, $s \in S$, (упорядочению подмножеств $J^s \subseteq J$, $s \in S$, по включению $\subseteq$). Отношение R_1, точнее его редукция, приводит к введению $n2^n$ дуг графа $G(R_1, X)$, соответствующих ребрам единичного n-мерного куба и ориентированных к началу координат $x^0=(0, 0, \ldots, 0)$ (сверху вниз между слоями на рис. 5.35). Диаграмма n-мерного единичного куба (его плоское изображение) приведена на рис. 5.35,*а*, на рис. 5.35,*б* приведен 3-мерный, на рис. 5.36,*а* — 4-мерный фрагмент графа $G(R_1, X)$.

Послойное разложение графа $G(R_1, X)$, т. е. выделение вершин, одинаково удаленных от вершины $x^{2^n}=(1, 1, \ldots, 1)=x^* \in X$, по числу дуг в пути, ведущем от x^* до x^s, приводит к разбиению X на n подмножеств X^g (g-слои на рис. 5.35, 5.36,*а*)

$$X = \bigcup_{g=0}^{n} X^g, \quad X^{g_1} \cap X^{g_2} = \varnothing, \quad g_1 \neq g_2,$$

причем каждая вершина g-слоя соответствует вектору $x^s=\{x^s{}_j\}$, $x^s \in X^g$, содержащему g единиц и $n-g$ нулей:

$$\sum_{j=1}^{n} x^s{}_j = g \qquad \forall x^s \in X^g.$$

Соответственно получаем, что мощность каждого слоя равна числу сочетаний из n по g

$$M(X^g) = C^g{}_n. \tag{5.3.14}$$

Как отмечалось, структура n-мерного единичного куба — это традиционный объект исследования математической логики и задача 2 построения диалоговой процедуры с минимальной сложностью на структуре $\langle R_1, X \rangle$ аналогична классической задаче расшифровки монотон-

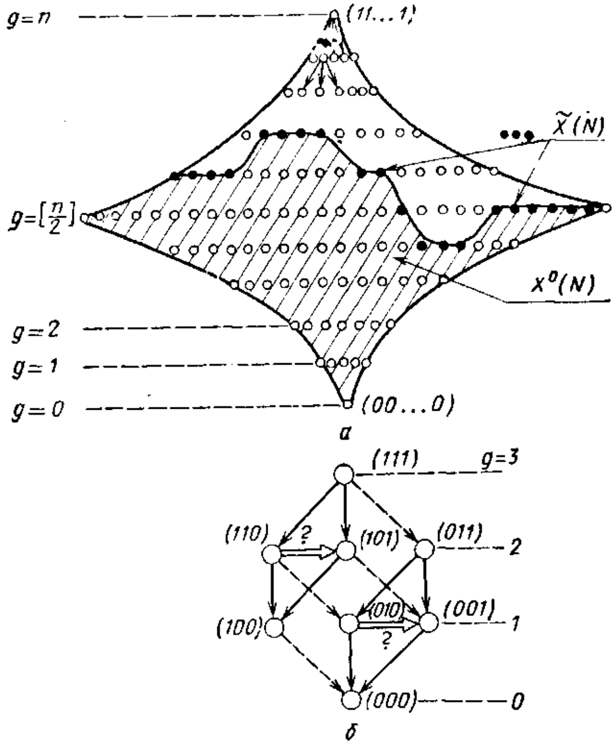


Рис. 5.35.

ной функции алгебры логики минимальным числом тестов. Тогда, например, из леммы Анселя [95] следует, что $H = C_n^{[n/2]}$, где $[n/2]$ — целая часть $n/2$, и соответственно из (10), (11) получаем

$$\mu_A(R_1, X^0) \leqslant \mu_A^{\max}(R_1) = C_n^{[n/2]} - 1, \qquad (5.3.15)$$

$$C_n^{[n/2]} - 1 = \mu^-(R_1, X) \leqslant \mu_B^{\max}(R_1) \leqslant 2^n \log_2 C_n^{[n/2]}. \qquad (5.3.16)$$

Поскольку отношение R_0 (3.8) предпочтения по затратам, определяемое гипотезой 6 и аксиомой 6, является инверсным отношению

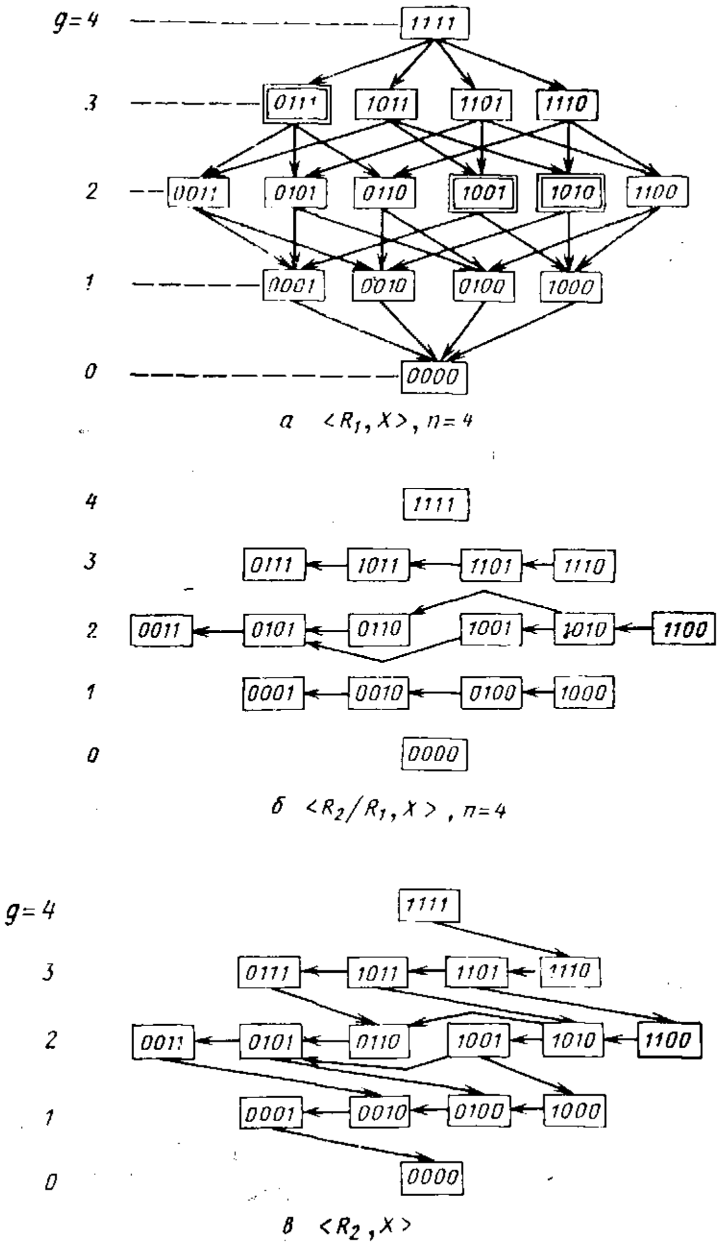

g=4
3
2
1
0
1111
0111
1011
1101
1110
0011
0101
0110
1001
1010
1100
0001
0010
0100
1000
0000
а $\langle R_1, X\rangle$, $n=4$
4
3
2
1
0
1111
0111
1011
1101
1110
0011
0101
0110
1001
1010
1100
0001
0010
0100
1000
0000
б $\langle R_2/R_1, X\rangle$, $n=4$
g=4
3
2
1
0
1111
0111
1011
1101
1110
0011
0101
0110
1001
1010
1100
0001
0010
0100
1000
0000
в $\langle R_2, X\rangle$

Рис. 5.36.

R_1, граф $G(R_0, X)$ получается из $G(R_1, X)$ заменой направлений всех дуг (рис. 5.35, 5.36,*а*) на обратные. Тогда оценки (14)—(16) полностью справедливы и для сложности $\mu(R_0)$. Представляет интерес подмножество (§ 2) максимально допустимых по ресурсам (6), (7) планов $\tilde{X}(N)=\{x^s\}$, таких, что добавление к плану еще одного проекта (замена $x^s{}_j=0$ на $x^s{}_j=1$ для $x^s \in \tilde{X}$) приводит к нарушению ресурсных ограничений (6), (7). Нетрудно видеть, что множество $\tilde{X}(N)$ совпадает с множеством минимальных элементов отношения R_0

$$\tilde{X}=\{x \mid x \in X^0, \neg \exists x' \in X^0 (x \underset{R_0}{\succ} x')\},$$

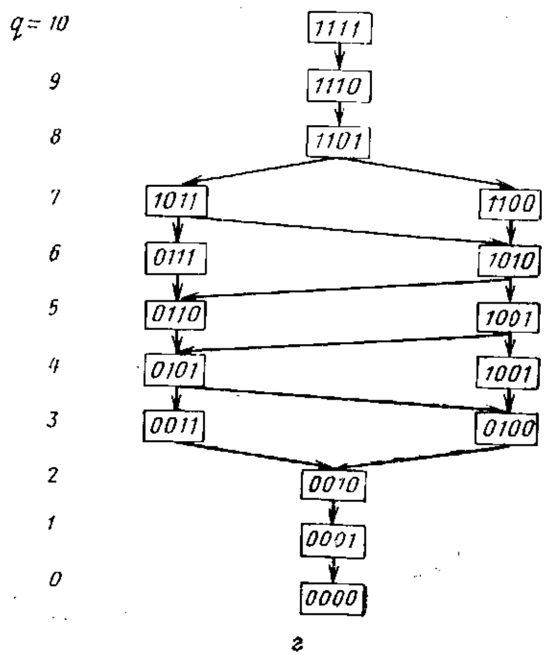
которому на графе $G(R_0, X^0)$ соответствует множество «висячих» вершин, из которых не выходит ни одной дуги $r \in R_0$.

Из двойственности (в смысле инверсии) отношений R_1 и R_0 (8) следует, что множество $\tilde{X}$ минимальных элементов структуры $\langle R_0, X^0 \rangle$ совпадает с множеством E максимальных элементов структуры $\langle R_1, X^0 \rangle$, т. е. множество максимально допустимых по ресурсным ограничениям (7) планов

$$\tilde{X}(N) \equiv E\langle R_1, X^0(N) \rangle \qquad (5.3.17)$$

совпадает с ядром отношения R_1.

Из определения R_0 следует также, что подмножество $\tilde{X}(N)$ на графе $G(R_0, X^0)$ образует границу, разделяющую множества допу-



г

стимых и недопустимых по (7) решений (на рис. 5.34,а, 5.36,а, множество допустимых решений заштриховано, на рис. 5.36,а $\tilde{X}(N)$ выделено двойными линиями). Алгоритмы построения $\tilde{X} \subseteq X^0(N)$ приведены, например, в работах [100, 121].

Пусть на множестве проектов J или, что то же, на подмножестве планов $x^s \in X^1$ первого g-слоя графа $G(R_1, X)$ определен линейный порядок и подтверждается гипотеза 5 (соответственно аксиома 5) о структуре предпочтений $\langle R_2, X \rangle$.

При введении отношения R_2 $(R_2 \supset R_1)$ дополнительно к вертикальным дугам графа $G(R_1, X)$ в $G(R_2, X)$ вводятся горизонтальные дуги $R_2 \setminus R_1$ по g-слоям графа $G(R_1, X)$ (рис. 5.36,б). На рис. 5.36,в приведен граф редукции отношения R_2 для $n=4$ (лишние по транзитивности вертикальные дуги R_1 отброшены).

Для оценки $H(R_2)$ в работах [11, 78] получено рекуррентное соотношение

$$H(R_2) = f(n, [n(n+1)/4]), \tag{5.3.18}$$

где

$$f(n, q) = f(n-1, q) + f(n-1, q-n);$$

$$f(0, 0) = 1, \; f(0, q) = 0, \; q \neq 0.$$

В табл. 5.2 приведены первые значения функции $f(n, q)$, соответствующей числу вершин в q-слое графа $G(R_2, X)$ (рис. 5.36,г). При фиксированном n (столбец табл. 5.2)

$$H = \max_q \{f(n, q)\}.$$

Отметим, что из табл. 5.2 и (10), (11) получаем, что при $n \leqslant 7$

$$\mu_A^{\max}(R_2, n) = H - 1 \leqslant n. \tag{5.3.19}$$

Графики зависимостей*) $\mu_B(R, n)$ сложности диалога от размерности n и класса отношений порядка R, соответствующие (9), (11), (13), (16), (18), приведены на рис. 5.37 (для задачи линейного упорядочения всего множества $X^0 \subseteq X$ допустимых планов). Правые кривые соответствуют сложности $\mu(d)$ при наличии дефицита ресурсов $d=0{,}7$. Звездочками помечены экспериментальные точки, полученные при решении тестовых моделей

*) Расчеты графиков рис. 5.37—5.40 проводились по программам, разработанным В. П. Богомоловым и А. Е. Куриловым.

q	Первые значения функции $f(n, q)$ при n, равном													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	0	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
4	0	0	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
5	0	0	1	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
6	0	0	1	2	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4
7	0	0	0	2	3	4	5	5	5	5	5	5	5	5
8	0	0	0	1	3	4	5	6	6	6	6	6	6	6
9	0	0	0	1	3	5	6	7	8	8	8	8	8	8
10	0	0	0	1	3	5	7	8	9	10	10	10	10	10
11	0	0	0	0	2	5	7	9	10	11	12	12	12	12
12	0	0	0	0	2	5	8	10	12	13	14	15	15	15
13	0	0	0	0	1	4	8	11	13	15	16	17	18	18
14	0	0	0	0	1	4	8	12	15	17	19	20	21	22
15	0	0	0	0	1	4	8	13	17	20	22	24	25	26
16	0	0	0	0	0	3	8	13	18	22	25	27	29	30
17	0	0	0	0	0	2	7	13	19	24	28	30	33	35
18	0	0	0	0	0	2	7	14	21	27	32	36	39	41
19	0	0	0	0	0	1	6	13	21	29	35	40	44	47
20	0	0	0	0	0	1	5	13	22	31	39	45	50	54
21	0	0	0	0	0	1	5	13	23	33	43	51	57	62
22	0	0	0	0	0	0	4	12	23	35	46	56	64	70
23	0	0	0	0	0	0	3	11	23	36	49	61	71	79
24	0	0	0	0	0	0	2	10	23	38	53	67	79	89
25	0	0	0	0	0	0	2	9	22	39	56	72	87	99
26	0	0	0	0	0	0	1	8	21	39	59	78	95	110
27	0	0	0	0	0	0	1	7	21	40	62	84	104	122
28	0	0	0	0	0	0	1	6	19	40	64	89	113	134
29	0	0	0	0	0	0	0	5	18	39	66	94	121	146
30	0	0	0	0	0	0	0	4	17	39	68	100	131	160
31	0	0	0	0	0	0	0	3	15	38	69	104	140	173
32	0	0	0	0	0	0	0	2	13	36	69	108	148	187
33	0	0	0	0	0	0	0	2	12	35	70	113	158	202
34	0	0	0	0	0	0	0	1	10	33	69	115	166	216
35	0	0	0	0	0	0	0	1	9	31	69	118	174	231
36	0	0	0	0	0	0	0	1	8	29	68	121	182	246
37	0	0	0	0	0	0	0	0	6	27	66	122	189	260
38	0	0	0	0	0	0	0	0	5	24	64	123	195	274
39	0	0	0	0	0	0	0	0	4	22	62	124	202	289
40	0	0	0	0	0	0	0	0	3	20	59	123	207	302
41	0	0	0	0	0	0	0	0	2	17	56	122	211	315
42	0	0	0	0	0	0	0	0	2	15	53	121	215	328
43	0	0	0	0	0	0	0	0	1	13	49	118	218	339
44	0	0	0	0	0	0	0	0	1	11	46	115	219	350
45	0	0	0	0	0	0	0	0	1	10	43	113	221	361

прикладных задач типа выбора проектов строительства новых предприятий, в которых поведение ЛПР моделировалось линейной целевой функцией.

В использованном для эксперимента алгоритме 3.4 для ускорения сходимости (сокращения μ_B) учитывалось следующее свойство структуры предпочтений, задаваемой графом $G(R_1, X)$. Граф

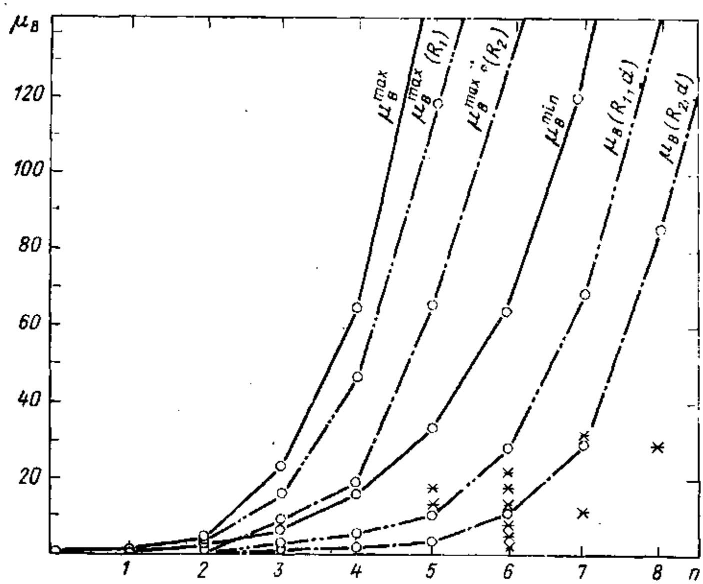


Рис. 5.37.

$G(R_1, X)$ (т. е. n-мерный единичный куб) может быть представлен как объединение 2^{n-m} кубов размерности m; например, двумерный (грань) — двух ребер, трехмерный — двух граней, объединенных по схеме рис. 5.35,*б* (штриховые дуги) и т. д.

Тогда при установлении ЛПР на ξ-м шаге диалога одного соотношения предпочтения по паре планов $x^s \underset{r_\xi}{\succ} x^k$, например, по паре диагональных элементов m-мерного куба (двойная стрелка на рис. 5.35, *б* для $m = 2$), по свойству $\mathscr{P}_2$ и алгоритму 1 в $G_{\xi+1}(R_{\xi+1}, X)$ дополнительно к R_ξ вводится порядка 2^{n-m} дуг. Далее используется алгоритм 3.3.

На рис. 5.38 приведены аналогичные зависимости сложности диалога μ при решении задачи А выбора оптимального решения $x^* \in X^0$, соответствующие оценкам

(9), (10), (12), (15), (18). Заштрихована область значений $\mu_A(R, d)$, полученных при наличии дефицита ресурсов $d=0{,}75$.

Получаемое экспериментально значительное сокращение μ по сравнению с μ^{max}: $\mu_A/\mu_A^{max} \cong \mu_B/\mu_B^{max} \approx 10^{-2} \dots 10^{-1}$

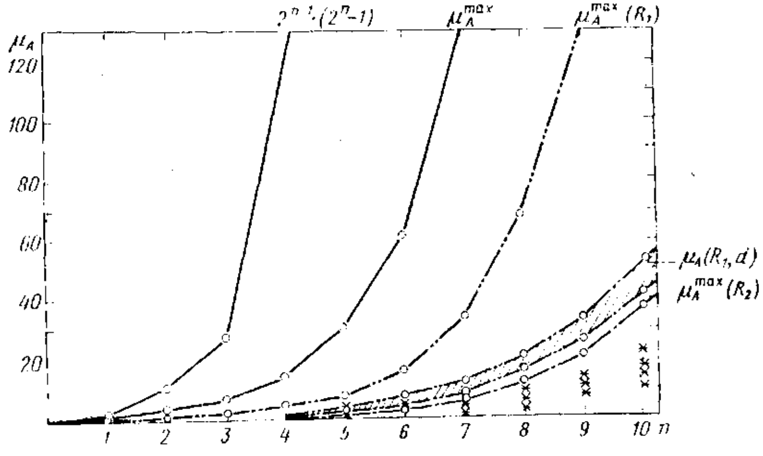


Рис. 5.38.

по-видимому, связано, в первую очередь, с тем, что вероятность реализации $\mu = \mu^{max}(R)$, соответствующая вероятности совпадения границы $\tilde{X}(N)$ множества X^0 и максимального разреза графа G (R, X), на котором достигается (10), (11) $\mu = \mu^{max}$, невелика (порядка $1/W$, где W — число всех возможных разрезов). Так, например, при равновероятных реализациях всех $X^0(N) \subseteq X$ при $n=8$ вероятность

$$\Pr(\mu_A(R_2) = \mu_A^{max}(R_2) = 14) = {}^1/_{37},$$

тогда как

$$\Pr(\mu_A \leqslant 8) = {}^{24}/_{37};$$

при $n=9$

$$\Pr(\mu_A = 22) = {}^1/_{65},$$

тогда как

$$\Pr(\mu_A \leqslant 9) = {}^{24}/_{65} \text{ и т. д.}$$

На рис. 5.39 приведена зависимость вероятности реализации сложности $\Pr(\mu_A = \mu)$ при равновероятном появлении разрезов графа $G(R_2, X)$ для $n=8$.

С другой стороны, мощность ядра $E<R, X^0>$ и, соответственно, сложность $\mu(R)$, зависящие от мощности множества $X^0(N)$ допустимых планов, должны зависеть от степени $0 \leqslant d \leqslant 1$ дефицитности наличных ресурсов N.

Например, пусть $d = N/u^1 < 1$, где $u^1 = \sum_{j=1}^{n} u^1{}_j$ — запрос ресурсов всеми проектами. Полученные зависимости для $\mu_A(R_1, d)$ (рис. 5.40,*б*) и $\mu_A(R_2, d)$ (рис. 5.40,*в*) от d показывают, что при типичной для практики процедур планирования степени дефицитности $d \approx 0{,}9 \ldots 0{,}7$ оценки $\mu^{\max}(R, d)$ значительно (примерно на порядок) улучшается по сравнению с $\mu^{\max}(R)$ (см. графики $\mu_A^{\max}(R, d)$, $\mu_B^{\max}(R, d)$ на рис. 5.37, 5.38, 5.40).

Интересно отметить также зависимость $\mu_A(R, d)$ от характера распределения величин запросов ресурсов по проектам $\{u^1{}_j\}$. Так, например, верхняя граница $\mu_A(R_1, d) = \mu_A^{\max}(R_1)$ достигается лишь при одинаковых запросах $u^1{}_j = (N/n)$ $\forall j \in J$ ресурсов всеми проектами (кривые *I* на рис. 5.40,*а*, *б*), т. е. максимальная сложность реализуется лишь в тривиальном случае. На графе структуры предпочтений $G(R_1, X)$ это означает совпадение ядра $E<R_1, X^0>$ с максимальным разрезом графа $G(R_1, X)$, соответствующим среднему g-слою (рис. 5.35) при $g = \left[\frac{n}{2}\right]$. Максимальная сложность для $\mu_A(R_2, d) = \mu_A^{\max}(R_2)$ реализуется при распределении запросов, отмеченных на рис. 5.40,*а*, в кривой *III* и т. д.

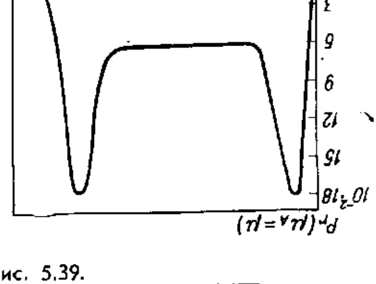


Рис. 5.39.

Для дополнительного сокращения сложности диалога $\mu(R)$ можно сформулировать ряд дополнительных гипотез о свойствах структуры предпочтений $<R(\vartheta), X>$. В частности, существенное сокращение μ дает наличие информации, характеризующей степень неоднородности проектов $\{j\}=J$ по важности. Например, подтверждение гипотезы о свойстве $\mathscr{P}_3$: «любая группа из $n_0<n$ проектов заведомо предпочтительнее любого одного проекта», которое формализуется в виде

$$(\mathscr{P}_3=1)\Longleftrightarrow s \underset{R_3}{\succ} k \Longleftrightarrow \frac{1}{n_0}\sum_{j=1}^{n}(x^s{}_j - x^s{}_j x^k{}_j) \geqslant$$
$$\geqslant \sum_{j=1}^{n}(x^k{}_j - x^s{}_j x^k{}_j). \qquad (5.3.20)$$

Однако ограничимся рассмотренными свойствами $\mathscr{P}_1$, $\mathscr{P}_2$, естественными для предприятий отраслей II рода (гл. 4), для которых анализ оценок сложности $\mu_A(R_1)$, $\mu_A(R_2)$

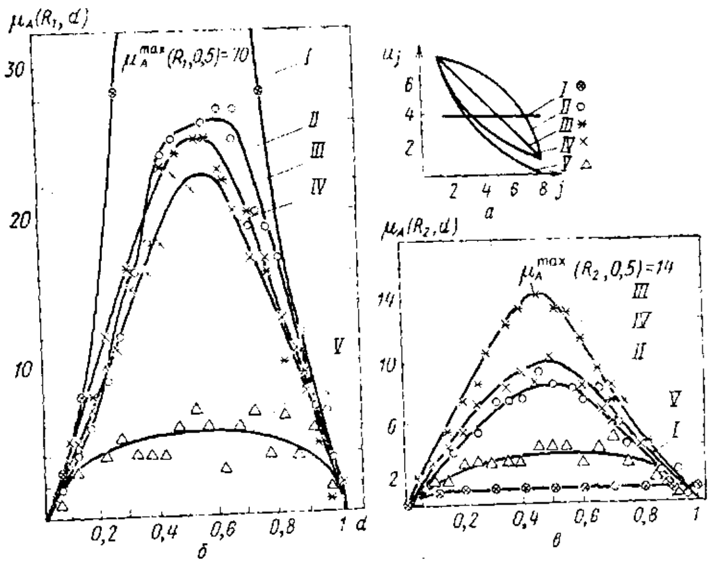


Рис. 5.40.

(рис. 5.37—5.40) приводит к выводу о реализуемости точных диалоговых процедур выбора оптимального плана x^*. На практике каждое ЛПР обычно курирует $n=5 \ldots 10$ проектов, а при этих размерностях рассматриваемые точные процедуры конкурируют по сложности $\mu(R_2)$ с известными эвристическими процедурами.

3.4. Расширения, гомоморфизм и корреспонденция отношений

В общем случае при любом уровне информированности руководителю легче сравнивать проекты π_j, чем их комбинации (планы) $\pi^s=\{\pi_j\}$, $j\in J^s$. В связи с этим важное значение для построения диалоговых процедур приобретает возможность использования отношений порядка, полученных для простых объектов (например, проектов), для упорядочения более сложных объектов (например, всех планов), или, что то же, возможность расширения отношения порядка [1.7], полученного на первом g-слое $X^1\subseteq X^0$, $M(X^1)=n$ диаграммы n-мерного куба (рис. 5.35) на все множество планов X $M(X)=2^n$ (в общем случае расширение на X отношения, полученного на любом подмножестве $X^1\subseteq X$).

Рассмотрим в этих целях важное для приложений свойство D-аддитивного расширения [10, 78], которое содержательно можно сформулировать в следующем виде.

Гипотеза 7. При добавлении к любой паре планов $s \underset{R(\vartheta)}{\succ} k$ любых одинаковых наборов проектов предпочтение не меняется.

Это можно формализовать в следующем виде.

Аксиома 7. Пусть $s\longleftrightarrow J^s$, $k\longleftrightarrow J^k$ — произвольные планы $s,\ k\in S$, J^s, $J^k\subset J$, и пусть s_1, $k_1\in S$ — планы, образованные из s, k следующим образом:

$$s_1\longleftrightarrow J^{s_1}=J^s\bigcup J^1;\ k_1\longleftrightarrow J^{k_1}=J^k\bigcup J^1;$$

$$J^1:=J^{k_1}\bigcap J^{s_1}\subset J, \tag{5.3.21}$$

тогда для $R\subseteq R(\vartheta)$

$$(\mathcal{G}_D(S)=1)\Longleftrightarrow((s\underset{R}{\succ}k)\Rightarrow(s_1\underset{D(R)}{\succ}k_1)). \tag{5.3.22}$$

Аналогично (21), (22), на множестве $X=\{x^s\}$, $s\in S$, получаем

$$x^s{}_j=x_j^{s_1}-x^1{}_j;\ x_j^k=x_j^{k_1}-x_j^1\quad \forall j\in J, \tag{5.3.23}$$

$$(\mathcal{G}_D(X)=1)\Longleftrightarrow((x^s\underset{R}{\succ}x^k)\Rightarrow(x^{s_1}\underset{D(R)}{\succ}x^{k_1})). \tag{5.3.24}$$

Таким образом, свойство $\mathcal{P}_D$ позволяет сравнивать только различающиеся части планов s_1, k_1.

Например, пусть $x^{s_1} = (1011)$, $x^{k_1}=(1101)$, тогда по (23) $x^1=(1001)$ и при справедливости гипотезы 7 ($\mathscr{P}_D(X)=1$) по (24) для определения предпочтения $s_1 \succ k_1$ достаточно сравнить планы $x^s=(0010)$, $x^k = (0100)$, т. е. второй и третий проекты, и, если ЛПР даст ответ (рис. 5.33) $(0010) \underset{R(\vartheta)}{\succ} (0100)$, то из $\mathscr{P}_D=1$ и (24) следует, что и $(1011) \underset{R(\vartheta)}{\succ} (1101)$ и т. д.

Аналогично свойство $\mathscr{P}_D$ (21), (22) формулируется и на множестве критериев $F=\{\varphi^s\}\ s\in S$.

Проанализируем некоторые свойства D-расширения на множестве $X=\{x^s\}$.

Пусть на множестве проектов $J\,(x=\{x_j\})$ определено унарное отношение ρ_1: выполнение любого проекта $j\in J$ $(x_j=1)$ предпочтительнее по конечной цели, чем его отрицание $(\neg x_j)$

$$(\mathscr{P}_{\rho_1}(J)=1)\Leftrightarrow(x_j \underset{\rho_1}{\succ} \neg x_j\quad \forall j\in J) \qquad (5.3.25)$$

и бинарное отношение линейного порядка ρ_2:

$$(\mathscr{P}_{\rho_2}(J)=1)\Leftrightarrow(x_{j_1} \underset{\rho_2}{\succ} x_{j_2} \underset{\rho_2}{\succ} \ldots \succ x_n). \qquad (5.3.26)$$

Можно убедиться, что введенные раньше отношения R_1 и R_2 на множестве планов X являются D-расширениями отношений ρ_1 и ρ_2, определенных на множестве проектов

$$J\longleftrightarrow\{x_j\}=x=X^1:$$

$$<R_1,\ X>=\widehat{D}<\rho_1,\ x>;\ <R_2,\ X>=\widehat{D}<\rho_1\cup\rho_2,\ x>, \qquad (5.3.27)$$

где $\widehat{D}<\rho,\ x>$ — транзитивное замыкание D расширения (24) отношения ρ, определенного на первом g-слое $x=X^1$, на все множество X.

Таким образом, свойство $\mathscr{P}_D$, так же как и транзитивность, является необходимым условием выполнения свойств $\mathscr{P}_1$, $\mathscr{P}_2$ (2, 5), в частности и необходимым условием оптимальности по Парето (1). В общем случае $\widehat{D}$ может являться оператором расширения любого отношения ρ частичного порядка на множестве проектов $J\longleftrightarrow\{x_j\}$. При этом свойства $\mathscr{P}_1$, $\mathscr{P}_2$ (см. 2, 5) интересны тем, что как следует из (10), (11), (24), (27) и $\rho\subseteq\rho_2\ \forall\rho\subseteq J\times J$, для любого отношения частичного строгого порядка R на

X, являющегося D-расширением отношения строгого частичного порядка ρ на $J \longleftrightarrow \{x_j\}$ имеет место оценка

$$\mu_A < R_2,\ X^0 > \leqslant \mu_A < R,\ X^0 > \leqslant \mu_A < R_1,\ X^0 > \ \forall X^0 \subseteq X. \tag{5.3.28}$$

Остановимся кратко на интерпретации*) свойства $\mathscr{P}_D$.

В терминах полезности [23, 120] условия (21), (22) можно сформулировать следующим образом. Пусть $\Phi_s = \Phi(\pi^s)$, $\Phi_k = \Phi(\pi^k)$, $\Phi_1 = \Phi(\pi_1)$ — полезности планов (групп проектов J^s, J^k, J^1) и

$$s \underset{R(\vartheta)}{\succ} k \Longleftrightarrow \Phi_s \geqslant \Phi_k. \tag{5.3.29}$$

Пусть при добавлении к J^s и J^k одной и той же группы проектов J^1 получаются планы J^{s_1}, J^{k_1} и полезности

$$\Phi_{s1} = \Phi_s + \Phi_1 + \Delta\Phi_{1s}; \quad \Phi_{k1} = \Phi_k + \Phi_1 + \Delta\Phi_{1k}, \tag{5.3.30}$$

где $\Delta\Phi_{1s}$, $\Delta\Phi_{1k}$ — эффект взаимодействия групп проектов (их взаимополезность по конечному результату).

Тогда из условий (22), (29), (30) и

$$s_1 \underset{R(\vartheta)}{\succ} k_1 \Longleftrightarrow \Phi_{s1} \geqslant \Phi_{k1} \tag{5.3.31}$$

получаем, что для выполнения свойства $\mathscr{P}_D$ необходимо и достаточно, чтобы для данной интерпретации выполнялось условие

$$\Delta_{sk} = \Phi_s - \Phi_k \geqslant \Delta\Phi_{1k} - \Delta\Phi_{1s} = \Delta^1{}_{sk}. \tag{5.3.32}$$

Другими словами, условие D нарушается лишь в ситуации, когда при $s \underset{R(\vartheta)}{\succ} k$ добавленная группа проектов J_1 дает больший положительный эффект взаимодействия с менее предпочтительной группой проектов J^k, причем разница этих дополнительных эффектов $\Delta^1{}_{sk}$ больше разницы первоначальных полезностей Δ_{sk}. Частным случаем (достаточным условием выполнения свойства $\mathscr{P}_D$) является случай $\Delta^1{}_{sk}=0$: а) когда все группы проектов $J^s \subseteq J$ $\forall s \in S$ независимы (взаимополезность отсутствует, $\Delta\Phi_{1s} = \Delta\Phi_{1k} \equiv 0$); б) взаимополезность есть и как угодно велика, но одинакова: $\Delta\Phi_{1s} = \Delta\Phi_{1k} > 0$.

Важно отметить, что свойство $\mathscr{P}_D$ и соответственно $\mathscr{P}_1$, $\mathscr{P}_2$, $\tilde{\mathscr{P}}_1$ никак не связаны с взаимополезностью проектов по затратам ресурсов, когда выполнение групп проектов J^s, J^1 в комплексе $J^{s_1} = J^s \cup J^1$ ведет к снижению затрат $u(J^s \cup J^1) < u(J^s) + u(J^1)$, например, за счет наличия одинаковых узлов в проектах $j \in J^s$ и $j \in J^1$ и т. п.

---

*) По классификации [81] свойство $\mathscr{P}_D$ можно назвать свойством инвариантности к переносу.

Остановимся еще на одной интерпретации свойства аддитивного расширения, когда при формировании некоторых видов программ (гл. 3) могут быть использованы идеи распознавания образов. Пусть определен перечень дихотомических переменных (факторов) $\{x_j\}$, $j=\overline{1, n}$, дающих полезную информацию об исследуемом объекте y, т. е. учет любого фактора не ухудшает результата распознавания и выполняется условие (25). Пусть, кроме того, удалось проранжировать факторы (26) по информативности, например на основе коэффициентов парной корреляции (y, x_j) и т. п. [117, 3.53].

Типичной является ситуация, когда общее число измеримых факторов n много больше числа переменных g, которое может быть эффективно обработано ЭВМ. Тогда прежде всего требуется выбрать наиболее информативный набор g-факторов $x^* \in X^g$ из C^g_n возможных наборов g-слоя (рис. 5.36).

Поскольку обычно заранее отбираются ортогональные **независимые** факторы [117], естественно принять гипотезу 7 и свойство $\mathscr{P}_D$ (см. 24). Тогда можно ограничиться поиском $x^* = E\langle R_2, X^g\rangle$, затем $x_1 \in E\langle R_2, X^g \setminus x^*\rangle$ и т. д., что резко сокращает перебор (достаточно сравнить зависимости $\mu_A(R_1, n)$, $\mu_A(R_2, n)=1$, рис. 5.38).

Аналогично для сокращения μ используется информация о структуре предпочтений в пространстве критериев и ресурсов.

Выполнение аксиомы 1 достаточно для построения следующей итерационной процедуры (**алгоритм** 3.5) упорядочения в пространствах проектов, критериев и ресурсов.

Предварительный шаг. В результате процедуры предпланирования G_{t_l}, согласующей цели $F^0 = \{\varphi \mid \varphi_l^{\min} \leqslant \varphi_l \leqslant \varphi_l^{\max},\ l \in L\}$ и технологические возможности организации, определяем множество проектов $I \longleftrightarrow \{x_j\}$, множество всех планов $S \longleftrightarrow X = \{x^s\}$, $s \in S$, и ограничения $\mathscr{P}^0(x) = \mathscr{P}^0_1(x) \wedge \mathscr{P}^0_2(x)$, где $\mathscr{P}^0_1(x)$, $\mathscr{P}^0_2(x)$ — предикаты, определяющие технологические и ресурсные ограничения.

1. Используя ограничения $\mathscr{P}^0(x)$, строим структуру предпочтений $\langle R^0, X\rangle$

$$R^0: \qquad x^s \underset{R^0}{\succ} x^k \Longleftrightarrow \mathscr{P}^0(x^s) > \mathscr{P}^0(x^k),$$

описываемую двудольным полным графом $G(R^0, X)$. Выделяем подмножество $X^0 \subseteq X$ допустимых планов, которое является ядром структуры $\langle R^0, X\rangle$, именно $X^0 = E\langle R^0, X\rangle$.

2. Используя гомоморфизм отношения R в $\widetilde{R}$, находим отображение R^0 в $\widetilde{R^0}$ и выделяем ядро $F^1 \subseteq F^0$ структуры $\langle \widetilde{R}^0, F^0\rangle$, $M(F^1) \leqslant M(X^0)$ или, что то же, для задачи А: используя прямое отображение $\varphi: X \to F$, находим F'^1 — образ X^0 в F, именно

$$F'^1 = \{\varphi(x),\ x \in X^0\}, \text{ тогда } F^1 = F'^1 \cap F^0.$$

3. Пусть в пространстве критериев задано разбиение множества всех решений на классы эквивалентности $F^1 = \bigcup\limits_{\varepsilon} F^1_{\varepsilon}$, например

рис. 5. 41) в класс F^1_ε попадают все варианты планов x^s_ε, не различающиеся по φ^s при заданном масштабе единиц измерения $\{\varphi_i\}$.

Тогда, используя обратное отображение φ^{-1}, можем произвести разбиение множества X^0 (прообраз F^1) на классы эквивалентности по значениям критериев.

$$X^0 = \bigcup_\varepsilon X^0_\varepsilon, \text{ т. е. } X^0_\varepsilon = \{x \mid x \in X^0, \ \varphi(x) \in F^1_\varepsilon\}.$$

Выделяем подмножество планов $X^1 \subseteq X^0$, $X^1 = \{x^*_\varepsilon\}$, в которое входит ровно по одному представителю x^*_ε каждого класса эквивалентности X^0_ε (по построению $M(X^0_\varepsilon) \geqslant 1$).

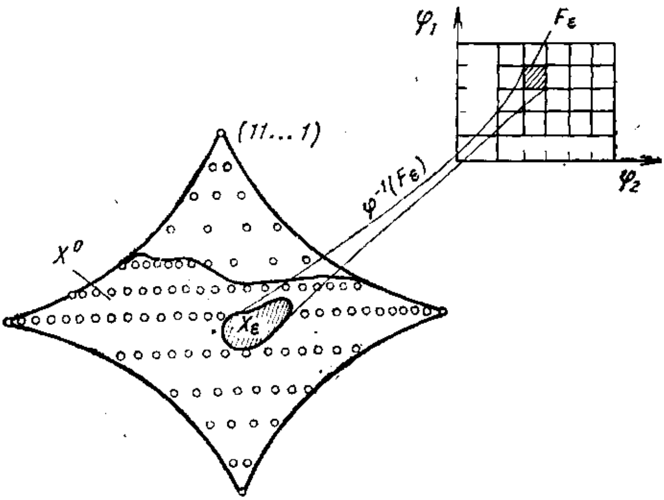


Рис. 5.41.

4. Используя набор гипотез типа 3 — 6, в результате процедуры „диалог — I“, устанавливаем структуры предпочтений $<R^1, X^1>$, $<\tilde{R}^1, F^1>$. Выделяем подмножества $X^2 \subseteq X^1$, $F^2 \subseteq F^1$, являющиеся ядрами соответствующих структур.

5. Используя гомоморфизм отношения R в $\tilde{R}$, определяем отображение R^1 и R'^1 и выделяем очередное подмножество $F^3 \subseteq F^2$, являющееся ядром структуры $<\tilde{R}^2, F^2>$, $\tilde{R}^2 = \tilde{R}^1 \bigcup \tilde{R}'^1$; или, для задачи А, используя прямое отображение φ, находим образ X^2 в $F: F'^2 = \{\varphi(x), \ x \in X^2\}$ и выделяем $F^3 = F'^2 \bigcap F^2$.

6. Используя корреспонденцию отношения R в $\tilde{R}$, определяем отображение $\tilde{R}^2$ в R'^2 и выделяем подмножество $X^3 \subseteq X^2$, являющееся ядром структуры $<R^2, X^2>$, где $R^2 = R^1 \bigcap R'^2$.

Для задачи А, используя обратное отображение φ^{-1}, находим прообраз F^3 в $X: X'^2 = \{x = \varphi^{-1}(\varphi^s), \ \varphi^s \in F^3\}$ и выделяем $X^3 = X'^2 \bigcap \bigcap X^2$.

7. На общем ζ-м шаге алгоритма для пары $(s, k)_\zeta$ планов $x^k \in X^{\zeta-1}$ вместе с их характеристиками φ^s, $\varphi^k \in F^{\zeta-1}$ ЛПР определяет предпочтение r_ζ: $x^s \succ x^k$; ЭВМ строит новое отношение $R^\zeta = R^{\zeta-1} \cup r_\zeta$ или $\widetilde{R}^\zeta = \widetilde{R}^{\zeta-1} \cup \widetilde{r}_\zeta$ и, используя шаги 5, 6, определяет $X^\zeta \subseteq X^{\zeta-1}$ и $F^\zeta \subseteq F^{\zeta-1}$.

Алгоритм прекращает работу при $\zeta = \zeta^* : M(X^{\zeta^*}) = M(F^{\zeta^*}) = 1 (X^{\zeta^*} = x^*)$ для задачи А выбора $x^* \in X^0$ и $\zeta = \zeta^* : M(X^{\zeta^*}) = M(F^{\zeta^*}) = a$ для общей задачи 1 выделения подмножества X^*_a из a лучших решений (п.1.6).

Нетрудно убедиться, что отображение $X^{\zeta-1} \to X^\zeta$, $F^{\zeta-1} \to F^\zeta$, реализуемое алгоритмом 3.5, является сжимающим отображением, т. е. $M(X^\zeta) < M(X^{\zeta-1})$, что обеспечивает сходимость алгоритма 3.5.

Алгоритм 3.5, в частности показывает, что организация диалога только на множестве планов X или только на множестве критериев F нерациональна, так как его трудоемкость существенно сокращается при использовании эффектов взаимодействия процедур выбора в X и F.

Наибольший интерес представляет случай, когда отношение R (или $\widetilde{R}$) имеет единственный элемент в ядре. Для этого необходимо и достаточно, чтобы на S^0 существовало отношение R_g, $R_g \subseteq R$ древесного порядка, точнее, покрытие вершин графа $G<R, S^0>$ графом типа дерева $G<R_g, S^0>$, корень которого является наибольшим элементом s^* множества S^0.

Исходная информация о каждом элементе s (варианте решения π^s) обычно представлена в виде набора значений вектора показателей $\{x^s_j\}$ и (или) $\{\varphi^s_l\}$, $\{u^s_j\}$. Поэтому в задачах принятия решений обычно используется некоторый оператор, свертывающий исходную информацию о значениях компонент векторов $s \in S^0$ в информацию об их упорядочении.

В количественных шкалах в качестве такого оператора используется свертка вектора показателей в скалярную функцию $\Phi(x_j)$ (или $\widetilde{\Phi}(\varphi_l)$, $\widetilde{\Phi}(u_j)$), по значениям которой на S^0 устанавливается линейный порядок (рис. 5.32), являющийся частным случаем древесного порядка.

Однако, как уже отмечалось (§ 1, гл. 5), для нахождения $s^* \in S^0$ достаточно наличие алгоритма, который по значениям компонент векторов x^s или φ^s, u^s выделяет наибольший элемент $s^* \in S^0$ и тем самым устанавливает простейший древесный порядок (рис. 5.34,*а*) на S^0.

В дальнейшем будем различать эти случаи. Свертку, задающую отношение порядка (оператор упорядочения), будем называть аналитической, если, как обычно, строится скалярная функция Φ в количественных шкалах, и алгоритмической в противном случае *).

3.5. Аналитическая свертка оператора упорядочения

Пусть в результате ζ^* шагов диалога установлен порождаемый оператором ϑ порядок $R^* \subseteq R(\vartheta)$ на X (соответственно $\tilde{R}^*$ на F) и желательно построение модели оператора ϑ в количественных шкалах, например в виде аналитической свертки

$$s \underset{R(\vartheta)}{\succ} k \longleftrightarrow x^s \underset{R^*}{\succ} x^k \Longleftrightarrow \Phi(\alpha, x^s) \geqslant \Phi(\alpha, x^k), \quad (5.3.33)$$

$$s \underset{R(\vartheta)}{\succ} k \longleftrightarrow \varphi^s \underset{R^*}{\succ} \varphi^k \Longleftrightarrow \tilde{\Phi}(\lambda, \varphi^s) \geqslant \tilde{\Phi}(\lambda, \varphi^k). \quad (5.3.34)$$

Для решения этой задачи нужно выдвинуть гипотезу о классе функции Φ (или $\tilde{\Phi}$) с неизвестными коэффициентами α (или λ), области значений которых находятся как решение системы ζ^* неравенств (33) или (34).

Для определения неизвестных коэффициентов α (или λ) количественной свертки Φ (или $\tilde{\Phi}$) из этой области может использоваться процедура их последовательной корректировки, как это принято, например, в методике Черчмена—Акоффа [3.12, 3.17]. По этой схеме сначала на основе простой экспертизы определяется нулевое приближение значений оценок $\alpha^0 = \{\alpha^0_j\}$, затем с учетом неравенства (33), соответствующего первому выявленному предпочтению ($\zeta = 1$), эти оценки корректируются $\alpha^1(\alpha^0)$ и т. д. Рассмотрим для определенности (33). Естественно начинать перебор типов Φ с простейших классов (например, с полинома 1-й степени), затем, если для него решения (33) не существует, переходить к полиному 2-й степени и т. д., пока не получим допустимое решение (для полного полинома степени n решение (33) существует для любого наперед заданного порядка $R(\vartheta)$).

---

*) Поскольку аналитическая свертка на ЭВМ реализуется также в виде алгоритма, это удобное для изложения разделение носит чисто условный характер.

Каждому вопросу $(s, k)_\zeta$ (и неравенству ζ) соответствует в пространстве коэффициентов α гиперплоскость, выделяющая полупространство точек α_ζ, удовлетворяющих данному неравенству ζ и соотношению $x^s \underset{r_\zeta}{\succ} x^k$.

Для иллюстрации рассмотрим трехмерный случай с полиномом первого порядка

$$\Phi(\alpha, x) = \sum_{j=1}^{3} \alpha_j x_j; \ \sum_{j=1}^{3} \alpha_j = 1, \ \alpha_j > 0 \quad \forall j \in \{1, 2, 3\}, \qquad (5.3.35)$$

описывающим упорядочение R, не противоречащее свойству $\mathscr{P}_1$ (см. 2) (частичному порядку R_1 на рис. 5.42). В этом случае множество всех возможных комбинаций значений $\{\alpha_j\}$ представляет собой (рис. 5.43,*а*) часть плоскости, пересекающей координатные оси в точках $\alpha_j = 1$, находящуюся в 1-м квадранте ($\alpha_j > 0$, $j \in \{1, 2, 3\}$).

Пусть, например, в результате диалога определен линейный (совершенный) порядок $R(\vartheta)$, задаваемый перестановкой 75643120 (решения пронумерованы в двоичной системе 000—0, 010—2, ..., 111—7). В структуре предпочтений $<R_1, X>$ всегда 7 — наибольший и 0 — наименьший элемент. Тогда, например, соотношению $x^4 \succ x^1$ соответствует неравенство

$$\alpha_1 \cdot 1 + \alpha_2 \cdot 0 + \alpha_3 \cdot 0 \geqslant \alpha_1 \cdot 0 + \alpha_2 \cdot 0 + \alpha_3 \cdot 1$$

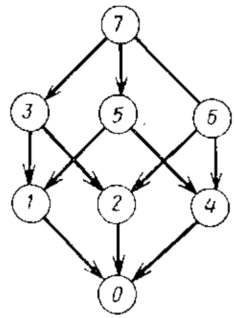
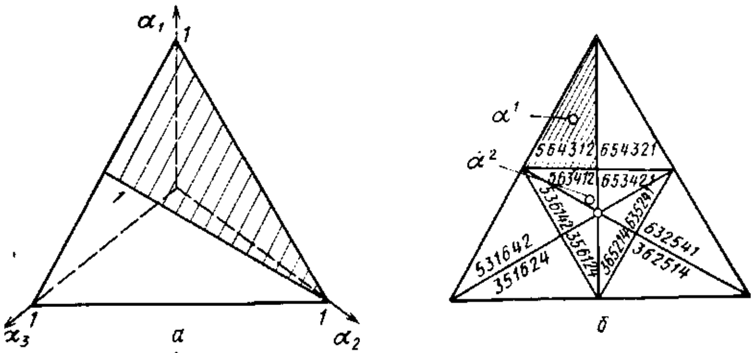


Рис. 5.42.

и в пространстве α — заштрихованное (на рис. 5.43,*а*) подмножество значений векторов (α_j) и т. п. На рис. 5.43,*б* показаны области значений коэффициентов, приводящих к соответствующему решению задачи В линейного упорядочения X (область, соответствующая перестановке 75643120, заштрихована), на рис. 5.43,*в* показаны области значений (α_j), соответствующие выделению наибольшего элемента $x^* \in X^0 \subseteq X$, где $X^0 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

На рис. 3.43,*б* перечислены все 12 упорядочений, которые могут быть получены с помощью линейной свертки (35), в то время как в этом случае существует 18 вариантов упорядочения. Таким образом 6 решений задачи В, например, 75643210 и др. с помощью свертки (35) не могут быть получены в принципе. Это может для любой, не обязательно линейной, произвольно выбранной свертки привести к тому, что в конкретной ситуации из-за произвола оперциониста при выборе свертки все подготовленные на ЭВМ варианты решения могут оказаться заведомо неприемлемыми для руководства (например, для (35) при $R(\vartheta) \longleftrightarrow 75643210$).

Несомненным достоинством получения аналитической свертки оператора упорядочения ϑ является возможность использования моделей исследования операций (§ 2) и соответствующих стандартных программ для решения задач распределения ресурсов большой размерности.



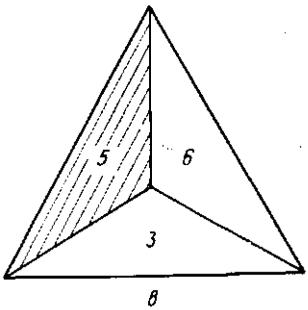


Рис. 5.43.

Кроме того, информация о целевой функции, полученной в предыдущем плановом периоде или из моделей более высокого уровня, может использоваться для приближенного упорядочения решений, что, естественно, приводит к существенному ускорению диалога на ядре структуры предпочтений $<R,\ X>$, $R \subseteq R(\vartheta)$.

Информация о классе функции свертки $\Phi(\alpha,\ x)$, $\tilde{\Phi}(\lambda,\ \varphi)$ может быть и непосредственно использована для сокращения трудоемкости μ_A диалога. Проиллюстрируем это на примере функции $\tilde{\Phi}(\alpha,\ \varphi)$ от двух переменных.

Пусть оператор упорядочения ϑ адекватно описывается аддитивной скалярной функцией

$$\tilde{\Phi} = \lambda_1,\ f_1(\varphi_1(x)) + \lambda_2 f_2(\varphi_2(x)), \qquad (5.3.36)$$

где λ_1, λ_2 — неизвестные коэффициенты. Пусть M — мощность ядра $E<R, X^0>$ и в ЭВМ определены все C^2_M возможных вопросов $\{\eta\}=\{(s, k)_\eta\}$ по сравнению пар планов $(s, k)\in E$ и соответствующие им разделяющие прямые (рис. 5.44). Тогда из непротиворечивости упорядочения $R(\vartheta)$ (гипотезы 1,2) и разрешимости системы (34) для данного типа $\widetilde{\Phi}$ (36) следует, что если для вопроса η_1 из (36), (34) получено, что $s_1 \underset{r_{\eta_1}}{\succ} k_1$ при

$$\lambda_2/\lambda_1 \geqslant f_1(\varphi^{k}_1) - f_1(\varphi^{s}_1)/f_2(\varphi^{s}_2) - f_2(\varphi^{k}_2) = \operatorname{tg}\beta_1, \qquad (5.3.37)$$

то для вопроса η_2 (рис. 5.44, *а*) также должно выполняться $\lambda_2/\lambda_1 \geqslant \geqslant \operatorname{tg}\beta_1$ и при сравнении (s_2, k_2) возможен только один исход $s_2 \succ k_2$.

Это дает возможность снизить сложность μ_A от $\mu_A = M-1$ до

$$\mu_A < 2\log_2 M.$$

Оценка (37) реализуется с помощью алгоритма 3.6 одномерного поиска на множестве вопросов $\{\eta\}$ организованного, например, по следующей схеме.

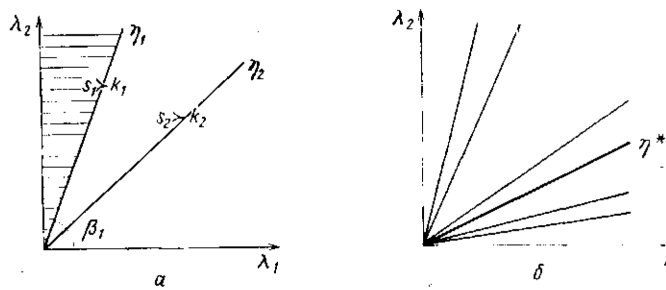


Рис. 5.44.

На каждом шаге η среди $M_{\eta-1} \leqslant M$ вопросов выделяем тот, который отсеивает не менее $\gamma_\eta \times M_{\eta-1}$ вопросов. Например, при $\gamma_\eta = = \frac{1}{2}$ (схема деления отрезка пополам) на первом шаге наиболее информативным считается вопрос η^*, слева и справа от разделяющей прямой которого (рис. 5.44,*б*) лежит одинаковое число прямых и т. д. Тогда на каждом шаге число вопросов сокращается вдвое и алгоритм сходится за

$$\mu_A = \log_2 C^2_M - 1 = \log_2 M + \log_2 (M-1) - 2$$

шагов, откуда и следует (37). При выборе β_η по правилу „золотого сечения“ с использованием чисел Фибоначчи [122] получим минимальную оценку μ_A и соответствующий набор вопросов $\{\eta^*\}$ можно в этом случае считать минимальным тестом для выявления $x^*\in X^0$.

Использование информации об области изменения коэффициентов $\alpha \in A^0$, $\lambda \in B^0$ дает возможность рассматривать подмножество ядра $X' \subseteq E$, где $X' = \bigcup_{\alpha \in A^0} X'_\alpha$,

$$X'_\alpha = \{x' \mid x' \in E,\ \Phi(\alpha, x') = \max_{x \in E} \Phi(\alpha, x)\}. \qquad (5.3.38)$$

Из определения множества точек, оптимальных по Парето: $\varphi^s \in E < \tilde{R}_1, F >$ следует, что оптимальность плана по Парето в любом подпространстве L' критериев остается выполненной и в полном пространстве $L \supset L'$ критериев. Отметим, что на практике трудно учесть и измерить все критерии, полностью характеризующие план и, тогда работа только в пространстве критериев может привести к потере решений, которые могли бы быть оптимальными. От этого недостатка свободно пространство проектов $J \longleftrightarrow \{x_j\}$, каждой точке которого однозначно соответствует определенный план.

К потере оптимальных по ϑ $(R(\vartheta))$ решений приводит также введение операционистом скалярной свертки Φ или $\tilde{\Phi}$ до получения точного решения в диалоговом режиме.

Действительно, в этом случае из одинаково предпочтительных по установленному на ζ-м шаге отношению $R^\zeta \subset R(\vartheta)$ элементов ядра $E_\zeta = E < R^\zeta,\ X^0 >$ руководителю предлагается рассмотреть лишь одно решение (один из $M(E_\zeta)$ планов для задачи А или одну из $(M(E_\zeta)!)$ перестановок для задачи В), лучшее по Φ или $\tilde{\Phi}$, но возможно далеко не лучшее по $R(\vartheta)$. Поэтому для точного решения задачи выбора или упорядочения при использовании количественной модели типа ИВПМ (§ 2) необходимо получать не одно, а порядка $M(E_\zeta)$ решений.

Наконец, из рис. 5.43,*б* видно, что, например, при существенном изменении коэффициентов $\{\alpha_i\}$ аналитической свертки в окрестности α^1 (рис. 5.43,*б*) от 0,51 до 0,99 и 0,49 до 0,01 (т. е. в несколько раз) результат на выходе процедуры упорядочения не изменяется, и в то же время в окрестности точки α^2 (рис. 5.43,*б*) изменение $\{\alpha_i\}$ от 0,49 до 0,51 (на несколько процентов) может резко изменить результат упорядочения. С одной стороны, при удачном выборе решения (33), например, в центре соответствующей области это приводит к устойчивости результата по отношению к ошибкам при определении $\{\alpha_j\}$. С другой стороны, поскольку ЛПР не может определить последствий изменения $\{\alpha_j\}$, это делает неудобным использование коэффициентов аналитической свертки оператора ϑ (33), (34) в качестве управляющих параметров на выходе модели и ЭВМ.

В связи с этим для получения начального приближения $(s, k)_1$, $s, k \in S^0$, и организации диалога на ядре целесообразно, когда это возможно, использование простых алгоритмических сверток оператора ϑ.

3.6. Пример алгоритмической свертки оператора упорядочения

В отличие от п. 3.4 рассмотрим задачи, связанные с пересмотром решений о распределении ресурсов между разработками при появлении дефицита ресурсов.

Пусть на вход процедуры принятия решений (оператора выбора ϑ, реализуемого ЛПР) поступают сведения (рис. 5.45) о наличии ресурсов N и запросе ресурсов $\{u^1_i\}$ по каждой разработке $i \in I$, обеспечивающем достижение поставленных целей (попадание решения $\varphi_i(u^1_i) \in F^0_i$ в целевое множество). Для простоты изложения рассмотрим ресурсы одного типа. На выходе процедуры определяется план $\pi^* = \{x^*_{ij}, u^*_i, \varphi^*_i\}$, наиболее предпочтительный в смысле оператора упорядочения ϑ и удовлетворяющий ограничениям на ресурсы N, имеющиеся в распоряжении у руководства (ЛПР),

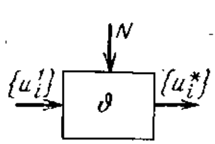


Рис. 5.45.

$$u^*(N) \mid u^*(N) \underset{R(\vartheta)}{\succ} u \quad \forall u \in U^0(N); \tag{5.3.39}$$

$$U^0(N) = \{u = \{u_i\}, i \in I \mid \sum_{i \in I} u_i \leqslant N\}. \tag{5.3.40}$$

Если начальный запрос ресурсов $N^1 = \sum_{i=1}^{n} u^1_i$ не превышает наличия, т. е. степень дефицита $d = N/N^1 \geqslant 1$, то принимается исходный вариант $u^* = u^1 = \{u^1_i\}$, $\varphi^*_i = \varphi_i(u^1_i) \in F^0_i$, $i = \overline{1, n}$, и процедура заканчивается. В противном случае при наличии дефицита ($d < 1$) начинается итерационная процедура формирования и отбора новых вариантов $\{q\}_i$ (проектов $x_j=(iq)$) выполнения i-й разработки, отличающихся запросами ресурсов $u^q{}_i \leqslant \leqslant u^1{}_i$, $i \in I$, на выходе которой получается план $\pi^* = (\{u^*{}_i(N)\}, \{\varphi^*{}_i\}, \{x^*{}_j\})$. Как правило, на каждой итерации процедуры руководству известен лишь интервал возможных значений N: $N^{\min} \leqslant N \leqslant N^{\max}$, и, таким образом, величина N, утверждаемая вышестоящей организацией на последней итерации, является параметром процедуры.

Для алгоритмизации оператора ϑ преобразования (рис. 5.45) «вход — выход» процедуры $u^*{}_i = \vartheta(N, u^1{}_i)$; $\varphi^*{}_i = \vartheta(N, \varphi^1{}_i)$ используем тот факт [2], что в соответствии с гипотезами 1,2 (п. 3.1) для любого допустимого по (40) множества планов $U^0(N) \longleftrightarrow X^0(N)$ существует по крайней мере один наиболее предпочтительный по ϑ план $x^*(N)$, соответственно в пространствах критериев $\varphi^*(N)$ и ресурсов $u^*(N)$.

Другими словами, в каждом из пространств существует параметрически зависящая от N траектория $\Gamma^*{}_x(N) \longleftrightarrow \Gamma^*{}_\varphi(N) \longleftrightarrow \Gamma^*{}_u(N)$ оптимальных по ϑ решений (рис. 5.46). Если такая траектория Γ^* известна, то для любой ситуации, определяемой в данном случае величиной N, решение задачи А выбор оптимального плана $x^* = X^0(N)$ сводится к разработке алгоритма поиска на $\Gamma^*(N)$ точки, соответствующей данному $N = N^0$. В частности, если наряду с уравнением траектории удается записать уравнение, задающее ядро установленного на $X^0(N)$ отношения порядка, то алгоритм сводится к решению этой системы уравнений.

Рассмотрим в качестве примера ситуацию (п. 1.5), когда часть показателей, например, эксплуатационные характеристики разрабатываемых систем фиксированы, а остальные, например, количество произведенной за плановый период продукции, являются невозрастающими функциями сроков Θ_i завершения разработок.

В свою очередь, $\Theta_i = \Theta_i(u_i)$ являются невозрастающими функциями интенсивности потребления ресурсов $\{u_i\} \in \in U^0(N)$, на которые наложено ограничение (40). В этом случае каждая разработка $i \in I$ характеризуется одним критерием $\varphi_i \equiv \Theta_i$, отклонение которого $\Delta\Theta_i = \Theta_i - \Theta^0{}_i$ от директивного значения $\Theta^0{}_i$ при условии (40) желательно минимизировать для каждого $i \in I$, в этом случае $F^0{}_i = \{\Theta_i \mid \Theta_i{}^{\min} \leqslant \Theta_i \leqslant \Theta_i{}^{\max}\}$ — целевое множество.

Для каждой разработки $i \in I$ определяется наилучший проект i_1 (состояние $x_{i_1} \longleftrightarrow u^1{}_i$), характеризуемый временем $\Theta^1{}_i = \Theta_i^{\min} = \max\{\Theta^0{}_i,\ \Theta_i^T\}$, где $\Theta^0{}_i$ — директивный, Θ_i^T — минимально возможный по технологии срок выполнения i-й разработки. Множество J_i альтернативных вариантов (проектов) выполнения каждой разработки $i \in I$ опре-

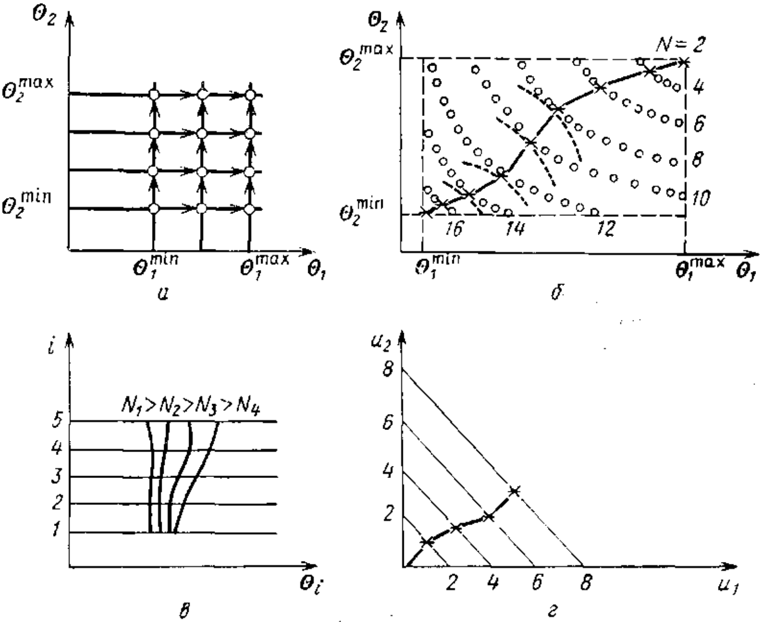


Рис. 5.46.

деляется в данном случае набором дискретных значений $\{\Theta_i^q\}$, образованным по правилу $x_{iq} \longleftrightarrow \Theta_i^q = \Theta_i^{\min} + \Delta q$, где Δ — единица измерения t, зависящая от уровня руководства (месяц, квартал, год); $q = 1, 2, \ldots, Q_i$; $Q_i = (1/\Delta)(\Theta_i^{\max} - Q_i^{\min})$, где $\Theta_i^{\max}$—предельно допустимый срок, позднее которого выполнение разработки становится нецелесообразным. Проекты разработки $J_i = \{i,\ q\}$, $q = \overline{1,\ Q_i}$, линейно упорядочены по $\tilde{\Theta}_i$ и в план включается точно один проект из J_i:

$$\sum_{q=1}^{Q_i} x_{iq} = 1;\quad x_{iq} = \{0,\ 1\}.$$

Каждому проекту iq соответствует потребность в ресурсах $u^q{}_i = u(\Theta_i^q)$.

Множество всех возможных альтернативных вариантов планов $s \in S$ в этом случае определяется декартовым произведением $F = \Theta =$

$= \Theta_1 \times \Theta_2 \times \ldots \times \Theta_i \times \ldots \times \Theta_n$ (узлы решетки рис. 5.46,*а* для $n = 2$). Причем, поскольку увеличение хотя бы одного Θ_i, $\Theta_i \geq \Theta^0{}_i$, приводит к ухудшению показателей плана, то на множестве планов Θ определено отношение частичного строгого порядка $\widetilde{R}_1$ (стрелки на рис. 5.46,*а*). Ядро структуры предпочтений $E < \widetilde{R}_1, \Theta(N) >$, которое в данном случае является множеством Парето, для различных значений параметра N показано на рис. 5.46,*б* точками. Причем, как следует из инверсии отношений R_1 и R_0, это ядро соответствует множеству планов $X(N)$, максимально допустимых по ресурсным ограничениям (40).

Если известна аналитическая свертка целевой функции $\Phi(\Theta_i)$, моделирующей оператор ϑ, то траектория $\Gamma^*_\Theta(N)$ оптимальных решений представляет собой множество точек касания линий уровня $\Phi(\Theta_i)$ (пунктиры на рис. 5.46,*б*) с границей $E(N) \longleftrightarrow X(N)$ множества решений, допустимых при различных N.

Однако обычно $\Phi(\Theta_i)$ неизвестна и траектория $\Gamma^*(N)$, как и сам оператор выбора ϑ, задается неявно. В этом случае для построения траектории $\Gamma^*_\Theta(N)$ можно использовать следующую информацию [2,123]. Как отмечалось, если запрос u^1 не превышает наличия ресурсов N, план $\{u^1{}_i\}$, $\{\Theta^1{}_i\}$ принимается, т. е. при $N = N^{\max}$ план $\Theta^1 = \{\Theta^1{}_i\}$ относится к числу наилучших по $\vartheta: \Theta^1 = \Theta^*(N^{\max})$ и точка $\Theta^1 = \Theta^{\min}$ может считаться крайней лучшей точкой оптимальной траектории $\Gamma^*_\Theta(N)$ при $N = N^{\max}$. Соответственно план $\Theta^{\max} = \{\Theta_i^{\max}\}$ можно считать крайней худшей точкой траектории $\Gamma^*_\Theta(N)$ при $N = N^{\min}$,

$$N^{\min} = \sum_{i \in I} u_i(\Theta_i^{\max}).$$

Значения ($\Theta_i^{\min}$ и $\Theta_i^{\max}$) определяются в процедуре предпланирования G_{t_i} и могут считаться исходными данными. Кроме того, как показывает эксперимент, заказчику (или руководителю) сравнительно нетрудно определить также некоторые промежуточные (приемлемые „на хорошо") сроки $\Theta_i^{\text{хор}}$, ответив, например, на вопрос типа: „Какова предельная величина задержки $\Delta\Theta_i^{\text{хор}} = \Theta_i - \Theta^0{}_i$, влияние которой на достижение конечной цели еще можно компенсировать в ходе дальнейших разработок?"

По аналогии с $\Theta^{\min}$, $\Theta^{\max}$ состояние $\Theta^{\text{хор}} = \{\Theta_i^{\text{хор}} = \Theta_i^0 + \Delta\Theta_i^{\text{хор}}\}$ также можно интерпретировать как одну из оптимальных точек на ядре $E < \widetilde{R}_1, \Theta(N^{\text{хор}}) >$, где $N^{\text{хор}} = \sum_{i \in I} u_i(\Theta_i^{\text{хор}})$, принадлежащих траектории $\Gamma^*_\Theta(N)$ при $N = N^{\text{хор}}$, $\Theta^{\text{хор}} = \Theta^*(N^{\text{хор}})$ и т. д. Эксперимент подтверждает также естественное для прикладных задач предположение о том, что малое изменение ΔN приводит к малым изменениям $\Delta\Theta^*{}_i = \Theta^*{}_i(N) - \Theta^*{}_i(N + \Delta N)$, т. е. что описывающая оптимальную траекторию кривая $\Gamma^*_\Theta(N)$ является достаточно гладкой. На рис. 5.46, *б*, *г* показаны траектории $\Gamma^*_\Theta(N)$, $\Gamma^*_u(N)$, типичные для рассмотренной в п. 1.2.2 задачи строительства предприятий, на рис. 5.46, *в* — развертка зависимостей $\{\Theta^*_i(N)\}$, $i \in I$, для различных N. Для построения начального приближения $\Theta'(N)$ решения $\Theta^*(N)$ на ядре $E < \widetilde{R}_1, \Theta(N) >$ можно использовать алгоритмы, основанные на кусочно-линейной интерполяции траектории $\Gamma^*_\Theta(N)$, например простой алгоритм, сводящийся к решению системы уравнений (41), (42)

$$\sum_{i=1}^{n} \dot{u}_i(N) = N, \tag{5.3.41}$$

$$\gamma_i \left(\sum_{i=1}^{n} (\Theta_i(u_i) - \Theta^0{}_i)^2 \right)^{1/2} = \Theta_i(u_i) - \Theta^0{}_i, \ i = \overline{1,\ n}, \tag{5.3.42}$$

где (41) задает гиперплоскость, соответствующую ядру (множеству Парето), а (42) — уравнение траектории $\Gamma^*(N)$. Такой алгоритм обеспечивает построение допустимого по ресурсным ограничениям и оптимального по Парето плана $\Theta'(N)$, лежащего на отрезке прямой, соединяющей известные точки $\Theta^{\min}$ и $\Theta^{\max}$ (или Θ^{xop}) оптимальной траектории. Здесь

$$\gamma_i = (\Theta_i^{\max} - \Theta_i^{\min}) \left(\sum_{i=1}^{n} (\Theta_i^{\max} - \Theta_i^{\min})^2 \right)^{-1/2}$$

— направляющие косинусы этого отрезка.

В окрестности решения $\Theta'(N)$ в результате описанной ранее (рис. 5.33) диалоговой процедуры на ядре $E < < \bar{R}, \Theta(N) >$ находится $\Theta^*(N)$, и уточненная траектория рис. 5.46,*б*, *г* может использоваться в следующих итерациях. В качестве оператора для построения зависимостей $\Theta_i(u_i)$ и $u_i(\Theta_i)$ может использоваться сетевая модель (§ 2) или приближенные модели, позволяющие строить простые быстродействующие алгоритмы, например алгоритмы объемно-календарного планирования для случая многих типов ресурсов и т. д. [123].

Заметим, что совершенно аналогично процедура может быть построена и непосредственно в пространстве ресурсов (рис. 5.46,*г*).

Проанализируем некоторые свойства простейшего соотношения (43), связывающего (рис. 5.45) в пространстве ресурсов выход $\{u^*_i\}$ рассматриваемой процедуры непосредственно с ее входом $\{u^1_i\}$:

$$u^*_i = d^*_i u^1_i, \ i = \overline{1, n}. \tag{5.3.43}$$

Естественно, что при отсутствии дефицита ($d \geqslant 1$) $d_i \equiv 1$ $\forall i = \overline{1,n}$, а при $d=0$ и $d_i \equiv 0$ $\forall i = \overline{1,n}$. Вообще, из (39), (40), (41) и (43) следует, что d_i связаны с d условием

$$\sum_{i=1}^{n} d_i u^1_i \leqslant N = dN^1. \tag{5.3.44}$$

Типичные зависимости $d^*_i(d)$ приведены на рис. 5.47,*а*, где приоритеты разработок снижаются с ростом i.

Коэффициенты $d^*_i = d_i(\vartheta)$ свертки (43) имеют простую интерпретацию — это процент удовлетворения запроса u^1_i ресурсов по i-й разработке, что делает их удобными для использования в качестве управляющих параметров при построении диалоговой процедуры. Вероятно, в первую очередь с этим связано широкое распространение такого рода показателей в практике планиро-

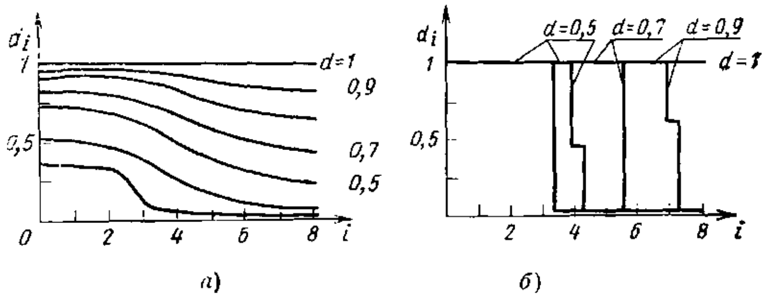


Рис. 5.47.

вания в случаях, когда не удается хорошо структуризовать цели и критерии (например, в процедурах распределения дефицитных материалов по заявкам в снабженческих и т. п. организациях [124]).

Поскольку показатели разработки и плана в целом не ухудшаются при улучшении их обеспечения ресурсами (увеличении u_i), то на множестве возможных комбинаций планов $U \longleftrightarrow X$ в пространстве ресурсов (так же как $\tilde{R}_1$ в F) определено отношение порядка $\tilde{\tilde{R}}_1 \longleftrightarrow R_1$, инверсное отношению порядка $\tilde{\tilde{R}}_0$. Ядро этого отношения (множество Парето) совпадает с множеством максимально допустимых по (40) или (44) планов $\tilde{U}(N) \longleftrightarrow \tilde{X}(N)$, откуда следует важное свойство: свертка (43) с коэффициентами d_i, удовлетворяющими (44), дает допустимые и оптимальные по Парето решения. В частности, этим свойствам удовлетворяет и правило распределения ресурсов пропорционально запросам $d_i = d = \text{const}$ «от базы». Это свойство делает целесообразным использование простой алгоритмической свертки (43), (44) для поиска начального приближения u^* и организации диалога на ядре

$$F < \overset{\approx}{R}_1,\ U^0(N) > = E(N),$$

например, с помощью следующего простого варианта организации диалога (**алгоритм 3.7**).

Предварительный шаг. Фиксируется наличное количество ресурсов $N = N^0$, определяется запрос N^1 (41) и дефицит $d^1 = N^0/N^1$.

Первый шаг. Если $d^1 \geqslant 1$, то принимается $u^*_i = u^1_i$ и процедура закончена.

В противном случае с использованием имеющейся у операциониста информации, например о приоритетности β_i разработок, определяются значения коэффициентов $d^1_i = d^1_i(\beta_i)$; при отсутствии такой информации (или одинаковой приоритетности разработок) принимается $d^1_i = d^1 = \text{const}$ и по (43) в ЭВМ определяется первое приближение u^2_i от u^1_i к u^*_i

$$u^2_i = d^1_i u^1_i \quad \forall i \in I_\nu. \tag{5.3.45}$$

Общий ζ-й шаг. ЛПР$_\nu$ верхнего уровня получает от ЭВМ вариант плана $u^\zeta = \{u_i^\zeta\}$, $i \in I_\nu$, со всеми характеризующими его показателями φ^ζ и отвечает на вопрос 1: „План $\pi^\zeta = \{u^\zeta, \varphi^\zeta\}$ приемлем?"

Если от ЛПР$_\nu$ получен ответ „Да", то план π^ζ можно считать принадлежащим целевому множеству $\pi^\zeta = \pi^*$ и диалог прекращается (сразу или через 1—2 итерации); $u^*_i = u_i^\zeta$, $\varphi^*_l = \varphi_l(u^*)$. Если от ЛПР$_\nu$ получен ответ „Нет", то ЭВМ формирует для ЛПР$_\nu$ вопрос 2. „Какое минимальное количество ресурсов Δu_i^ζ требуется дополнительно к u_i^ζ для получения приемлемого результата, если наличные ресурсы увеличатся примерно на $\Delta N/N$ процентов?".

Для формирования ответа ЛПР$_\nu$ может использовать справочную информацию о зависимостях $\Delta\varphi_l$ (Δu_i^ζ), провести совещания по согласованию Δu_i^ζ с руководителями разработок ЛПР$_i$ нижнего уровня и т. п. По полученным от ЛПР$_\nu$ ответам $\{\Delta u_i^\zeta\}$ в ЭВМ определяются величины

$$d^\zeta = N^0/N^\zeta,$$

где

$$N^\zeta = N^0 + \Delta N^\zeta = \sum_{i \in I_\nu} u_i^\zeta + \sum_{i \in I_\nu} \Delta u_i^\zeta,$$

и формируется новый вариант допустимого по (40) плана

$$u_i^{\zeta+1}(N) = d^{\zeta} u_l(N^{\zeta}), \tag{5.3.46}$$

где $u_l(N_{\zeta}) = u_l^{\zeta} + \Delta u_i^{\zeta}$, и цикл повторяется.

Кроме того, ЭВМ на каждой итерации ζ может задавать ЛПР вопросы типа: „По каким разработкам можно зафиксировать $u_i^{\zeta} = u^*{}_i$?" (эти разработки из дальнейшей процедуры исключаются), „С каких разработок можно снять ресурсы $u_i^{\zeta} - \Delta u^{\zeta}$?" и т. п.

На рис. 5.48 для $n = M(I) = 3$ дана геометрическая интерпретация алгоритма 3.7. Точками показана скрытая (латентная) для операциониста и ЭВМ оптимальная

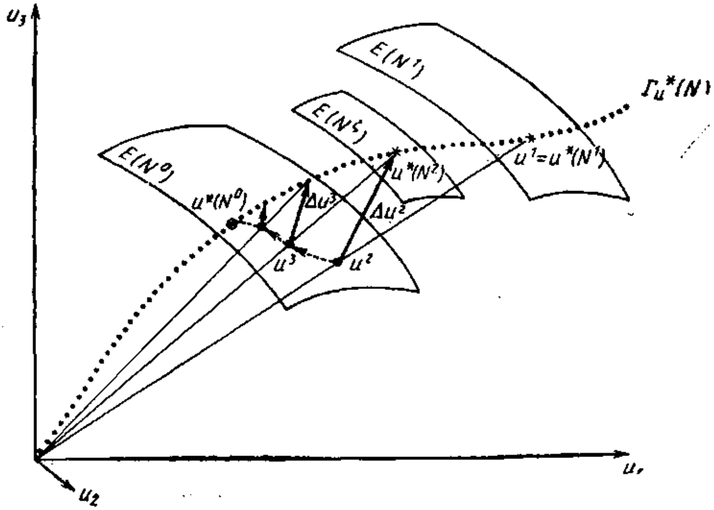


Рис. 5.48.

траектория $\Gamma^*{}_u(N)$, по которой скользит конец вектора, исходящего из начала координат в точку $u(N^{\zeta})$.

На первом шаге точку u^1 можно интерпретировать как решение, которое было бы оптимальным при наличии $N = N^1$ ресурсов, т. е. считаем, что $u^1 = u^*(N^1)$ является точкой пересечения траектории $\Gamma^*{}_u(N)$ с поверхностью $E(N)$ при $N = N^1$. Искомому решению $u^*(N^0)$ соответствует точка пересечения траектории $\Gamma^*{}_u(N)$ с поверхностью $E(N^0) \longleftrightarrow \tilde{X}(N^0)$.

Тогда алгоритм 3.7 соответствует итерационной процедуре последовательных приближений $u'^{\zeta}=u^*(N^{\zeta})$ по кривой $\Gamma^*_u(N)$ траектории Γ от исходной точки $u^1=u^*(N^1)$ к конечной, $u^*(N^0)$, $N^0=dN^1$, $d<1$. Причем определяемому по (46) варианту плана $u^{\zeta+1}$ соответствует точка пересечения поверхности $E(N^0)$ с приближающей траекторию хордой (рис. 5.48), проведенной из начала координат в точку $u(N^{\zeta})$. Направление движения по поверхности $E(N^0)$ от точки u^{ζ} к $u^{\zeta+1}$ определяется „проекцией" (пунктир на рис. 5.48) вектора $\Delta u^{\zeta}=\{\Delta u_i^{\zeta}\}$, направление которого задается ЛПР.

Для построения очередного приближения $u^{\zeta+1}(N)$ на основе данных о $u(N^{\zeta})$ могут использоваться различные правила. Например, проекция точки $u(N^{\zeta})$ на гиперплоскость $E(N)$ (основание перпендикуляра, опущенного из точки $u(N^{\zeta})$) дает выражение

$$u_i^{\zeta+1}(N)=u_i(N^{\zeta})-\frac{(N^{\zeta}-N)}{n}. \qquad (5.3.46а)$$

Если известно кусочно-линейное приближение траектории $\Gamma^*_u(N)$ (рис. 5.46,г)

$$\frac{u_i-u_i(N^q)}{u_i(N^{\zeta})-u_i(N^q)}=\text{const при } N^q\leqslant N\leqslant N^{\zeta}, \qquad (5.3.47)$$

то решение системы уравнений (47) совместно с (41) дает точку пересечения $\Gamma^*_u(N)$ и $E(N)$ в форме

$$u_i^{\zeta+1}(N)=u_i(N^q)+(u_i(N^{\zeta})-u_i(N^q))\frac{N-N^q}{N^{\zeta}-N^q}. \qquad (5.3.46б)$$

В частности, из (46б) при $N^q=0$, $u_i(N^q)=0$ следует формула (46). В случае явного задания $\Phi(u)$ направление Δu^{ζ} соответствовало бы вектору градиента, а алгоритм 3.7 — схеме методов проектирования градиента.

Отметим, что в предположении о гладкости кривой $\Gamma^*_u(N)$ расстояние h^{ζ} между точками $u^*(N^0)$, $u^{\zeta}=u^*(N^{\zeta})$ траектории на каждом шаге ζ будет сокращаться пропорционально расстоянию h_E^{ζ} между поверхностями $E(N^0)$ и $E(N^{\zeta})$. В данном случае это расстояние h_E^{ζ} естественно измерять по норме $\|\Delta u^{\zeta}\|$:

$$h^{\zeta}\sim h_E^{\zeta}=\|\Delta u^{\zeta}\|=\sum_{i=1}|\Delta u_i^{\zeta}|=\Delta N^{\zeta}=N^{\zeta}-N^0.$$

Наложив дополнительные условия на N^ζ, например, по схеме деления отрезка ΔN пополам $\Delta N^\zeta = {}^1/_2 \Delta N^{\zeta-1}$, получим, что алгоритм 3.7 сходится как геометрическая прогрессия

$$h^\zeta \sim \Delta N^\zeta = (N^1 - N^0)/2^\zeta,$$

за $\mu_A \sim \log_2 (N^1 - N^0)$ шагов.

Ответ на вопрос 2, корректируемый на последующих шагах, может даваться ориентировочно и не вызывает психологических трудностей у ЛПР, что подтверждается и экспериментом, показывающим, что при использовании ЭВМ и диалоговых процедур типа алгоритма 3.7 время формирования плана сокращается примерно на порядок с повышением качества решения, например, за счет просмотра и сравнения большого числа вариантов.

Аналогичные алгоритмы могут быть использованы при распределении ресурсов между организациями и т. п.

Остановимся кратко на связи рассмотренных видов алгоритмической свертки, основанных на использовании траектории $\Gamma^*(N)$, с некоторыми видами аналитической свертки.

Начнем со случая минимальной информированности исследователя операций. Пусть он располагает данными лишь о наиболее предпочтительном («отличном») варианте решения $u^1 = \{u^*_i(N^1)\}$ и пусть известно, что при $N=0$, $u^*_i(0)=0$.

При отсутствии другой информации естественно использовать линейное приближение траектории $\Gamma^*_u(N)$ (или $\Gamma^*_\varphi(N)$) прямой, проходящей через точку u^1 (или $\varphi^1 = \varphi(u^1)$) и начало координат. В нормированных координатах $d_i = u_i/u^1_i$, $\varphi'_i = \varphi_i/\varphi^1_i$ получим, что $\varphi'_i(u^1) = d_i(u^1) = 1$ и направляющие косинусы этой прямой $\gamma_i = \cos \pi/4 = 1$.

Тогда при использовании дополнительной гипотезы о монотонности по u_i оптимальное решение $u^*(N) \in \Gamma^*_u(N)$ получается как точка пересечения этой прямой с гиперповерхностью (41). Причем решение $u^*(N)$ удовлетворяет условиям

$$d_i(u^*(N)) = C(N); \quad i = 1, 2, \ldots, n, \tag{5.3.48}$$

$$\varphi'_i(u^*(N)) = C'(N), \quad i = 1, 2, \ldots, n, \tag{5.3.49}$$

где $C(N)$, $C'(N)$ — постоянные, зависящие от параметра N.

Решение $u^*(N)$ может быть получено также с помощью следующего простого алгоритма типа покоординатного спуска по приоритетам (алгоритм 3.8а).

Первый шаг. На каждую i-ю разработку назначается минимальное количество ресурсов $u^{\min}_i$.

Общий k-й шаг. Если

$$\sum_{i=1}^{n} u^k{}_i + \Delta = N, \qquad (5.3.50)$$

где Δ — единица измерения N, то алгоритм заканчивает работу и $u^*{}_i(N) = u^k{}_i$. В противном случае для всех i определяются значения их приоритетов $\rho^k{}_i$ и величина Δu добавляется к $u^k{}_i$ с минимальным значением приоритета.

В качестве приоритетов $\rho^k{}_i$ используются величины

$$d^k{}_i = \frac{u^k{}_i}{u^1{}_i} \text{ или } \varphi_i'^k = \frac{\varphi_i(u^k{}_i)}{\varphi^1{}_i}.$$

Возможно также применение алгоритма 3.8б (в некотором смысле обратного алгоритму 3.8а), в котором на 1-м шаге назначаются не минимальные, а максимальные значения $u^{\max}{}_i = u^1{}_i$. Соответственно на каждом k-м шаге Δ не суммируется, а вычитается из $u^k{}_i$ с максимальным значением приоритета $\rho^k{}_i$, пока не будет выполнено условие (50). Алгоритмы 3.8а, б дают решение $u^*(N)$ с точностью Δ. Нетрудно видеть, что алгоритм 3.8а дает решение задачи

$$\max_{u_i} \Phi_1(u_i) = \max_{u_i} \min_i \{d_i(u_i)\}, \qquad (5.3.51)$$

или

$$\max_{u_i} \widetilde{\Phi}_1(\varphi'_i(u_i)) = \max_{u_i} \min_i \{\varphi'_i(u_i)\} = \max_{u_i} \min_i \left\{\frac{\varphi_i(u_i)}{\varphi^1{}_i}\right\}, \qquad (5.3.52)$$

где $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$, $u_i \in U^0(N)$, U^0 определяется условием (41).

Таким образом, широко используемая (§ 5, 6 гл. 4, [3.47] и др.) аналитическая свертка $\widetilde{\Phi}_1$ векторного критерия $\{\varphi_i\}$, сводящаяся к максимизации минимального по i процента выполнения директивных заданий $\varphi^1{}_i$, соответствует линейному приближению траектории $\Gamma^*{}_\varphi(N)$ при минимальной информированности.

Пусть теперь имеется дополнительная информация о множестве состояний $\{q\}$, $\{u^q = u^*(N_q)\}$, соответствующих различной степени достижения цели, например: $q = 1$ — «удовлетворительно», $q = 2$ — «хорошо» и т. п. Тогда естественно использовать кусочно-линейное приближение (47) траектории с узлами интерполяции в точках $\{u^q\}$ (соответственно, в точках $\{\varphi'^q = \varphi'(u^q)\}$).

Значение N попадает в один из интервалов $N \in [N^q, N^{q+1}]$ линейного приближения, и этот случай сводится к рассмотренному при линейном преобразовании координат. Подстановка новых координат в (51), (52) приводит к тому же типу свертки Φ_2, $\widetilde{\Phi}_2$ векторов $\{d_i\}$,

$\{\varphi'_i\}$, но с весами

$$\max_{u_i} \Phi_2(u_i) = \max_{u_i} \min_i \left\{ a^q_i + b^q_i \frac{u_i}{u^1_i} \right\}, \tag{5.3.53}$$

$$\max_{u_i} \widetilde{\Phi}_2(\varphi_i(u_i)) = \max_{u_i} \min_i \left\{ a'^q_i + b'^q_i \frac{\varphi_i}{\varphi^1_i} \right\}, \tag{5.3.54}$$

где a^q_i, a'^q_i, b^q_i, b'^q_i — константы, зависящие от N*).

Аналогично, использование алгоритма 3.8б приводит к свертке

$$\min_{u_i} \Phi_3(u_i) = \min_{u_i} \max_i \{d_i(u_i)\}. \tag{5.3.55}$$

Соответственно заменой в (52) — (54) min на max получим свертки $\widetilde{\Phi}_3$, Φ_4, $\widetilde{\Phi}_4$.

Аналитические свертки (51)—(54) в n-мерном пространстве $\{u_i\}$ эквивалентны в смысле построения решения $u^*(N)$ алгоритмическим сверткам, осуществляемым алгоритмами 3.8а, б или по (46а, б).

Определим на траектории $\Gamma^*_u(N)$ ломаную в $(n+1)$-мерном пространстве $(u_1, u_2, \ldots, u_n, f)$, задав ее кусочно-линейной монотонно возрастающей по N функцией $f(u(N))$ с узлами интерполяции в точках $f^q = f(u^q)$, $u^q = u^*(N^q)$. Например, f^q можно задать как $f^q = q$ или любым монотонным преобразованием q. Зададим еще n скалярных функций $f_i(u_i)$ полезностей разработок (рис. 5.49,a) как проекции ломаной $f(u)$ на плоскости (f, u_i) в виде $f^q_i = f_i(u^q_i) = f(u^q)$ в узлах u^q_i и с линейной интерполяцией при $u^q_i \leqslant u_i \leqslant u^{q+1}_i$.

Можно убедиться, что $u^*(N)$ получается в результате решения задачи

$$\max_{u_i} \Phi_5(f_i(u_i)) = \max_{u_i} \min_i \{f_i(u_i)\}. \tag{5.3.56}$$

Это решение дает алгоритм 3.8в, получающийся из алгоритма 3.8а при использовании приоритета $\rho^k_i = f^k_i = f_i(u^k_i)$.

Заметим, что алгоритм 3.8в при замене приоритета f^k_i на (2.59)

$$\rho^k_i = \left.\frac{d\Phi_i}{du_i}\right|_{u_i = u^k_i}$$

совпадает с алгоритмом (§ 2.3) решения задачи **(2.56)—(2.58)**.

Построим функции $\Phi_i(u_i) = \Phi_i(f_i(u_i))$ так, **чтобы приоритеты** (2.59) и алгоритма 3.8в совпадали:

$$\rho^k_i = f_i(u^k_i) = \left.\frac{d\Phi_i}{du_i}\right|_{u_i = u^k_i},$$

например, (рис. 5.49,a)

$$\Phi_i(u_i) = \int_0^{u_i} (h - f_i(v_i))dv_i,$$

*) Известно [3.16], что с помощью свертки типа (54) можно выделить любое наперед заданное на множестве Парето решение.

где $h = h_l = \max_q f^{q_l}$. Тогда можно проверить, что $u^*(N)$ совпадает с решением задачи (57) с аддитивной сверткой Φ_6:

$$\max_{u_i} \Phi_6(u_i) = \max_{u_i} \sum_{i=1}^{n} \Phi_i(u_i). \tag{5.3.57}$$

Соответственно рассмотрение алгоритма 3.8б приводит к задачам, получающимся из (55) — (57) заменой max на min.

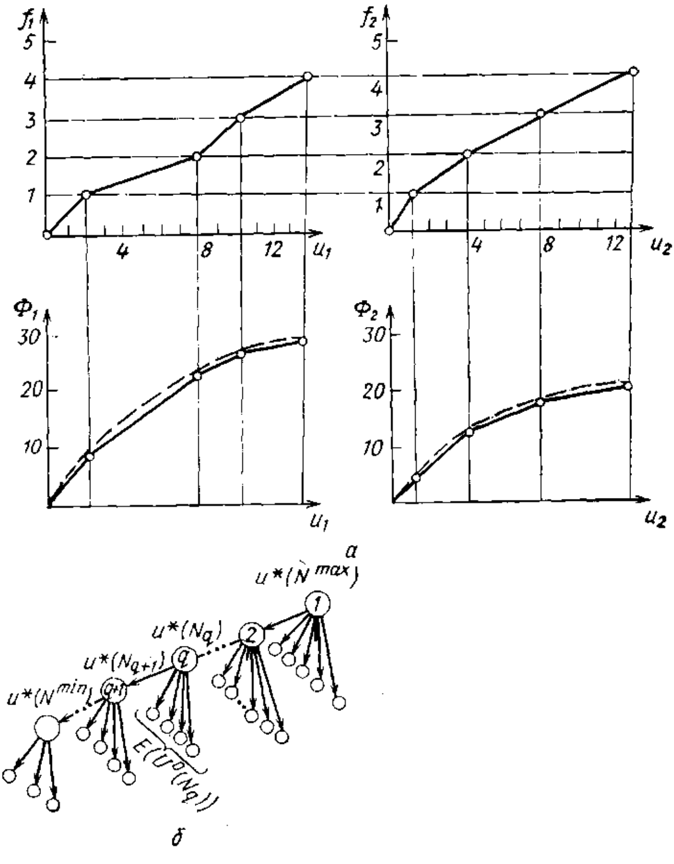


Рис. 5.49.

Следует отметить, что столь богатые (по сравнению с общим случаем п. 3.4) возможности построения аналитических сверток (51)—(57) связаны с сужением класса задач, получающимся при введении учитывающих их специфику упрощающих предположений. В частности, гипотезы о разумном использовании ресурсов u_i ЛПР: имея большее количество средств, ЛПР может получить результат, не худший, чем при меньшем их количестве. Это приводит к монотонности предпочтений по u_i и N и дает возможность рассматривать лишь соответствующее ядро $E(U^0(N))$ множества допустимых решений. Причем использование инверсии отношений R_0 и R_1 (п. 3.1) приводит к простому заданию $E(U^0(N))$ в виде (41).

Другое упрощение связано с отказом от построения древесного порядка R_g на всем множестве возможных альтернатив $U^0(N^{\max})$. С учетом специфики рассматриваемой однопараметрической задачи достаточно построить простейший двухуровневый древесный порядок (рис. 5.49,*б*) для $E(N^q)$ при линейном упорядочении лишь наибольших элементов $u^*(N^q)$ при всех значениях $N=\{N^q\}$.

Заметим еще, что в рассмотренном случае (при ограничении (41)) построение аналитических сверток (51)—(57) представляет скорее методический интерес (сравнение различных интерпретаций и т. п.). Непосредственное использование алгоритмической свертки (46а, б) или алгоритма 3.8а,б при той же исходной информации более целесообразно.

Сходимость (связанная со сложностью μ) описанных диалоговых процедур может быть существенно ускорена за счет более точного выбора начального приближения $\{u^*_i\}$. Рассмотрим прежде всего возможности использования для этих целей коэффициентов важности разработок β_i, полученных на основе метода решающих матриц (гл. 3, 4).

Использование величин β_i как коэффициентов свертки в модели типа (57) для определения d_i (или, что то же, u_i/u^1_i)

$$\Delta\Phi(\overline{d}, \overline{\beta}) = \sum_{i=1}^{n} \beta_i d_i \to \max,$$

$$\frac{1}{N^1}\sum_{i=1}^{n} u^1{}_i d_i = d$$

приводит к скачкообразному изменению $d_i(d)$ на выходе процедуры (рис. 5.47,*б*) и неадекватно моделирует поведение ЛПР, которому соответствуют $d_i(d)$ типа рис. 5.47,*а* [60].

Вполне удовлетворительным оказалось построение приближения $d^1{}_i = d_i(\beta_i)$ на основе (44) и прямого монотонного преобразования типа рис. 5.50, параметры которого подбираются экспериментально.

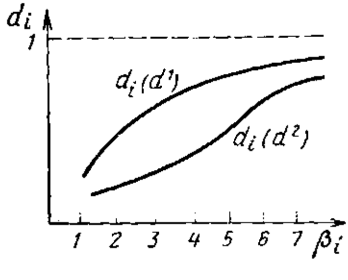


Рис. 5.50.

При отсутствии другой информации для построения начального приближения $\{u^*{}_i\}$ могут использоваться алгоритмы, непосредственно имитирующие действия ЛПР.

Так, например, для решения задач распределения ресурсов при оперативном (квартальном, годовом) планировании НИР в вузе оказалась полезной модель, имитирующая в пространстве состояний разработок максиминную стратегию поведения ЛПР следующим образом (а л г о р и т м 3.9).

Для каждой разработки $i \in I$ определяется ранжированный перечень состояний $y_{i1} \prec y_{i2} \prec \ldots y_{iq} \prec \ldots y_{iQ}$ и соответствующих им роектов. Ищется решение $\{x^*_{iq}\} = x^*$, где $x_{iq} = 1$ при $y_i = y_{iq}$, $x_{iq} = 0$ ри $y_i \neq y_{iq}$, максимизирующее минимальный уровень q^* состояния азработок, включенных в план при ограничениях

$$\sum_{q=1}^{Q} x_{iq} = 1, \quad x_{iq} \in \{0, 1\},$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{q=1}^{Q} u_{iq} x_{iq} \leqslant N. \qquad (5.3.58)$$

Такое решение может интерпретироваться как оптимальное (в порядковой шкале), например, по критерию минимизации максимальной напряженности выполнения работ, максимизации вероятности выполнения всех разработок в директивные сроки.

Решение этой задачи может быть сведено [125, 126] к решению модели линейного программирования типа ИВП — модели (§ 2) с булевыми переменными и целевой функцией вида

$$\Phi(\alpha, x) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{q=1}^{Q} \alpha_q x_{iq} \to \max, \quad \alpha_q = a - \frac{1 - n^q}{1 - n} \varepsilon,$$

где a, ε — произвольные числа (a — начало отсчета, $\varepsilon > 0$ — масштаб) и α_q имеют смысл штрафа за попадание в худшее состояние. Решение $\{x^*{}_{iq}\}$, $\{u^*{}_{iq}\}$ этой задачи может быть получено с помощью простого комбинаторного алгоритма [101, 132], реализуемого за приемлемое для организации диалога время.

Следует отметить, что неопределенность исходных данных, возможность корректировать ход разработок на этапе оперативного управления и т. п. приводят к тому, что на практике требование получения наиболее предпочтительного варианта плана заменяется менее жестким требованием построения любого попадающего в целевое множество приемлемого плана, класс которых достаточно широк (в пространствах F, X, U это соответствует существованию пучка (трубки) оптимальных траекторий $\Gamma^*(N)$).

Кроме того, как отмечалось ранее, на этапе формирования запроса ресурсов $\{u^1_i\}$ исполнители обычно имеют предварительные сведения о возможном наличии ресурсов N, поэтому на практике дефицит d, как правило, мало отличается от 1 ($d \approx 0{,}8 \ldots 0{,}9$).

Плавный характер траектории оптимальных решений приводит к тому, что расстояние точки $u^*(N^0)$ от исходной $u^1 = u^*(N^1)$ по траектории $\Gamma^*_u(N)$ также имеет порядок $(1-d)$ и $u^*(N^0)$ находится в малой окрестности начального приближения u^1. По-видимому, этими обстоятельствами в какой-то степени объясняется тот факт, что экспериментальное опробование описанных диалоговых процедур при планировании НИР в НИИ и вузе [101, 132] показало, что они достаточно быстро сходятся к приемлемому решению (за 3 ... 7 итераций).

Проведенный ограниченный эксперимент дает основания надеяться на возможность успешного решения в режиме диалога некоторых классов задач распределения ресурсов, для которых латентные (неявные, скрытые) критерии не поддаются описанию в виде аналитической функции Φ.

4. УЧЕТ СПЕЦИФИКИ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ

Рассмотрим некоторые вопросы математического обеспечения описанных в пп. 1.2, 1.3 конкретных задач планирования горных работ и исследований и разработок.

Следует отметить, что для полного решения этих задач необходимо решение целого комплекса сложных взаимосвязанных проблем (как математического, так и системного, организационного, юридического и т. п. плана), исследованию которых посвящена обширная литература [24—39]. Мы ограничимся лишь рядом примеров, иллюстрирующих переход от описанной выше (§ 2) общей схемы построения математического обеспечения к моделям и модулям, учитывающим специфику конкретной практической задачи. При учете специфики, с одной стороны, детализируется и расширяется перечень требований к моделям, что делает неприменимыми стандартные модели и модули их решения, с другой — сужается класс задач, что позволяет разрабатывать более эффективные алгоритмы и модули программ, ориентированные на данный конкретный класс задач. Для иллюстрации этого, прежде всего, остановимся на примерах практических задач планирования горных работ, в которых удается конкретизировать описание нижнего уровня альтернативного графа целей и задач G_{t_i} в форме стохастической сетевой модели (ССМ) и построить на ее основе технологическую СМ целевой разработки. Рассмотрим также пример реализации важной для программно-целевого подхода возможности анализа в категориях конечных продуктов (на основе СМ) последствий решений, принимаемых при распределении ресурсов между основными и вспомогательными операциями и т. п.

Поскольку при планировании НИР возникают серьезные трудности построения формальных моделей, при их рассмотрении остановимся в основном на примерах реализации диалоговых процедур формирования конкретных плановых документов.

4.1. Планирование горных работ

Рассмотрим сначала модели программ отработки месторождений.

Специфические особенности построения и использования сетевых моделей, описывающих процессы выполнения производственных операций прежде всего связаны с выбором технологического способа отработки месторождения. Существует несколько технологических способов отработки россыпных месторождений *); остановимся на дражном и подземном [25—26].

*) Конкретные разработки проводились совместно с сотрудниками Свердловского горного института, Центральной лаборатории НОТ и опорных предприятий Главзолото МЦМ СССР.

Драга [26] — это высокопроизводительный плавучий завод, осуществляющий добычу и промывку (обогащение) песков обычно вдоль рек. Добычной участок драги разбивается на части — полигоны, которые отрабатываются последовательно. Типичным для дражного производства является технологический цикл: геологоразведка, строительство дорог и коммуникаций, строительство или капитальный ремонт драги; для каждого полигона в цикл входит: расчистка полигона, проектирование и строительство гидротехнических сооружений (плотин, каналов и т. п.), добыча и обогащение песков, выдача металла.

На этапе предпланирования (этапы 2, 3, рис. 5.3) цель (добыча на i-м участке заданного количества металла $y^{0i}_{[t_0, t]}$) неоднозначно разбивается на подцели — проекты отработки полигонов. Возможны альтернативные варианты разбиения участка на полигоны, выбора способов подготовки каждого полигона и т. п., описываемые графом $G^0{}_T$ (гл. 3) типа И/ИЛИ.

Типичный пример графа $G^0{}_T = G_T(R^0, I^0)$ альтернативной СМ, описывающей технологические варианты отработки дражного участка [27, 29] приведен на рис. 5.51,*а*. Здесь $I^0 = \bigcup\limits_{i_1} I^0{}_{i_1}$ — множество вершин, соответствующих вариантам (проектам) отработки полигонов $\{i_1\}$, R^0 — множество дуг, соответствующих бинарному отношению непосредственного предшествования. На выходе вершин $I^0{}_1$, $I^0{}_3$, $I^4{}_0$ реализуется логическая операция ИЛИ, на входе вершин $I^4{}_0$, $I^7{}_0$, $I^0{}_8$ — разделяющая ИЛИ [64—66].

Выбор подмножества вершин $I^* \subseteq I^0$ (оптимального варианта реализации графа $G^0{}_T$) производится [27] по критерию приведенных затрат Φ, являющемуся аддитивной функцией затрат Φ_{i_1} по каждому отдельному полигону $i_1 \in I$, именно

$$\Phi(I^*) = \min_{k \in K} \left\{ \sum_{I_{i_1} \in I^k} \Phi_{i_1} \right\},$$

где K — множество всех возможных реализаций альтернативного графа $G^0{}_T$. Решение этой задачи, сводящейся к поиску кратчайшего пути на графе $G^0{}_T$, получается с использованием схем сокращенного перебора типа динамического программирования. Например, для рис. 5.51,*а* получим $I^* = \{I_1, I_3, I_4, I_7, I_8\}$.

Типичная технологическая СМ для дражного участка имеет вид, близкий к дереву. Каждая операция выполняется единицей ресурсов — комплексной бригадой; технологически допустимы перерывы операций. На рис. 5.51,*б* приведена в масштабе времени многосетевая модель отработки двух дражных участков (операции расположены по поздним временам начала). Операции на разных участках связаны только через общие в рамках прииска ресурсы (бригады рабочих, бульдозеры, экскаваторы и т. п.).

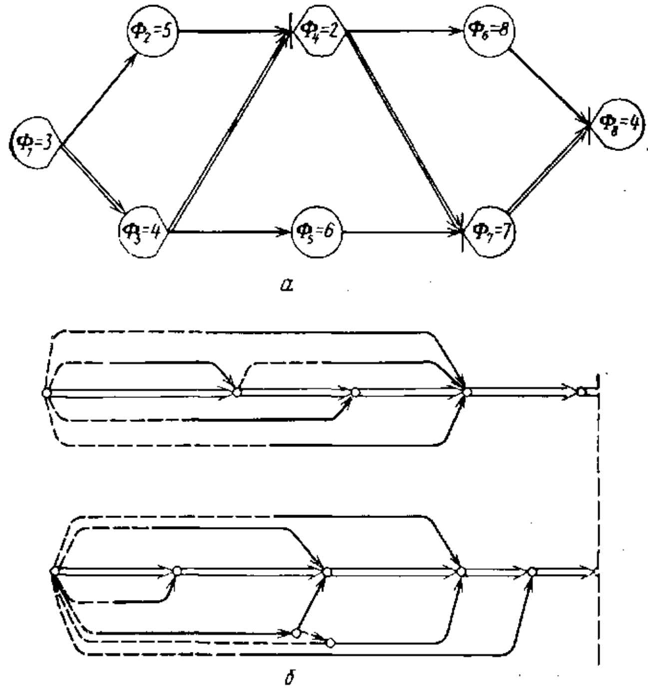


Рис. 5.51.

Для отработки россыпей подземным способом (в шахтах) характерным является цикл: геологоразведка, строительство дорог и коммуникаций, проходка ствола шахты и горизонтальных выработок, выделяющих блоки; для каждого блока в цикл элементарных операций входит: бурение, взрывание, проветривание, откатка горной массы «на гора», строительство передвижной обогатительной фабрики — «промывочного прибора», обогащение песков и выдача металла.

Таким образом, укрупненная технологическая СМ работ представляет собой цепочку этапов цикла: строительство — проходка — добыча — обогащение (промывка). Альтернативные варианты технологической СМ возникают только при выборе порядка проведения работ по проходке [30, 105]. Рассмотрим этот этап более детально.

Пусть техническим проектом отработки шахты определен объем работ и схема горизонтальных выработок

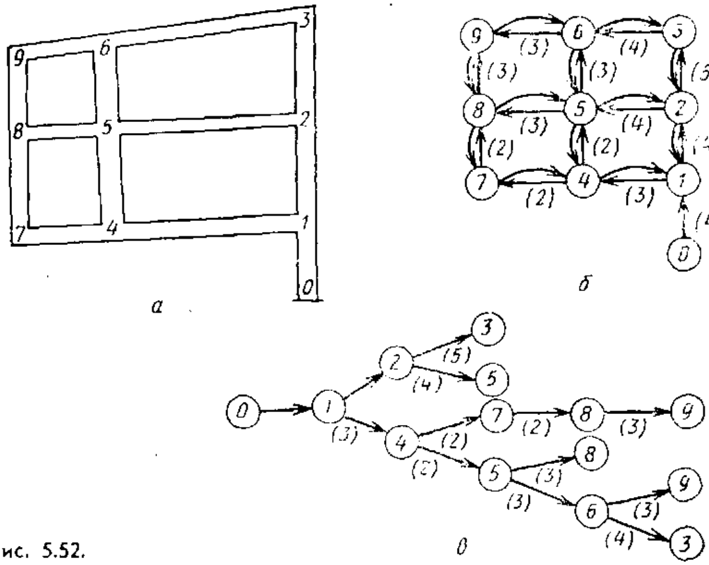


Рис. 5.52.

(рис. 5.52,*а*), порядок проходки которых требуется определить. Точнее, требуется выбрать структуру технологической СМ проходки выработок, обеспечивающую минимальное время выполнения проходческих работ при решении задачи (2.42).

Построим альтернативную сетевую модель. Для этого заметим, что для достижения любого пересечения, например 5, на схеме рис. 5.52,*а* достаточно пройти хотя бы одну из образующих его выработок *2—5*, *4—5*, *6—5*, *8—5*. При этом каждую выработку можно проходить в одном из двух направлений, например *2—5* или *5—2*. Тогда получаем стохастическую СМ, задаваемую графом $G^0{}_T = G_T(I, R^0)$ рис. 5.52,*б*, где $I = \{i\}$, $i = \overline{1, n}$, — множество вершин, соответствующих событиям «достижение *i*-го пересечения схемы выработок» (рис. 5.52,*а*), причем на входе каждого события реализуется логическая операция ИЛИ, а на выходе — операция И (могут начинаться все операции, соответствующие дугам, исходящим из вершины $i \in I$). Множество дуг $R^0 = \{r_{i,j}, i, j \in I\}$ соответствует операциям продолжительности τ_{ij} (указаны в скобках на рис. 5.52,*б*), причем $\tau_{ij}=\tau_{ji}$ (для встречно ориентированных дуг). Каждая реализация $G^k{}_T = G_T(I, R^k)$ графа $G^0{}_T$, соответствующая варианту технологической СМ, включает ровно одну дугу пары (i, j), (j, i) и все вершины I графа $G^0{}_T(I, R^0)$.

Отметим, что из определения логики событий следует, что всякая реализация СМ $G^k{}_T$ имеет вид дерева (рис. 5.52,*в*), а раннее время $\Theta^p{}_i$ свершения i-го события в $G^0{}_T$ определяется по формуле

$$\Theta^p{}_i = \min_{r_{ij} \in R^-_i} \{\Theta_j + \tau_{ji}\}, \tag{5.4.1}$$

где $R^-{}_i$ — множество входящих в событие i дуг.

Можно убедиться [30, 105], что для решения задачи (2.42) оптимальным является вариант реализации $G^*{}_T$ технологической СМ, удовлетворяющий условию

$$\Theta^{kp}(G^*{}_T) = \min_{k \in K} \{\Theta^{kp}(G^k{}_T)\}, \tag{5.4.2}$$

где $\Theta^{kp}(G^k{}_T)$ — длина критического пути сети $G^k{}_T$, $k = 1, 2, \ldots, 2^n$ (обычно $n \simeq 10^2$).

Решение задачи выбора $G^*{}_T(2)$ дает следующий простой **алгоритм разборки сети** $G^0{}_T$.

Общий ξ-й шаг. Определяем множество $H_{\xi-1} = H(t_{\xi-1})$ операций, выполняемых или начатых в момент времени $t = t_{\xi-1}$; отмечаем событие i_ξ, наступающее в момент $t_\xi = \min\{\Theta^{p0}_{ij}\}$, где Θ^{p0}_{ij} — ранние моменты окончания операций $(ij) \in H_{\xi-1}$; считаем начатыми операции $(i_\xi, j) \in R^+_{i_\xi}$, где $R^+_{i_\xi}$ — множество дуг, выходящих из события $i_\xi \in I$. Процедура начинается с события i_0, не имеющего входящих дуг $R^-_{i_0} = \varnothing$ (проходка ствола рис. 5.52, *а*) и завершается не более чем за n шагов, когда все события $i \in I$ будут просмотрены.

Отметим, что алгоритм сводится к простому правилу [30] вычеркивания встречных дуг на графе $G^0{}_T$ (рис. 5.52,*б*) и легко реализуется непосредственно по схеме рис. 5.52,*а*. Реализация сети $G^*{}_T$ для графа $G^0{}_T$ рис. 5.52,*б* приведена на рис. 5.52,*в*.

Для рудных месторождений*) типичным является технологический цикл: геологоразведка месторождения, строительство дорог и коммуникаций, строительство наземных сооружений рудника и обогатительных фабрик, проходка стволов шахт и горизонтальных выработок, выделяющих блоки; отработка каждого блока по одному из типовых циклов, например: глубокое

---

*) При разработке конкретных моделей в основном использовались работы и консультации сотрудников Московского горного института [33, 34, 37, 127] и комбината «Балей золото».

бурение, массовый взрыв, откатка руды «на гора»; транспортировка руды на обогатительную фабрику; обогащение и выдача конечного продукта. Построение ССМ и выбор варианта технологической СМ в этом случае довольно сложен (см., например, [127]). Здесь лишь отметим, что отработка блоков на каждом участке рудника ведется в основном последовательно и технологическая СМ участка имеет вид, близкий к дереву. Работы на отдельных участках связаны в основном только через общие ресурсы [29, 31].

Построенные технологические СМ (точнее, их агрегаты) используются затем на этапах 4,5 процедуры (рис. 5.3) для формирования вариантов $\{q\}$, $q=1, 2, \ldots, Q_i$, запроса ресурсов u_{iq}^{pt} каждым i-м добычным участком (2—3 варианта), соответствующих, например, различным проектам заданий $y^q{}_{i\,[t^0,\,t]}$ по металлу.

Эти варианты используются для построения модели инвестирования и выбора проектов развития горных работ (§ 2) по комбинату в целом типа [32, 128]:

$$\Phi(\alpha,\ x)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{q=1}^{Q_i}\alpha_{iq}x_{iq}\to\min, \tag{5.4.3}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{q=1}^{Q_i}y_{iq}^{\varkappa t}x_{iq}\geqslant y^{0\varkappa t}\qquad \forall\varkappa\in\chi,\qquad \forall t\in T, \tag{5.4.4}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{q=1}^{Q_i}u_{iq}^{pt}x_{iq}\leqslant N^{pt}\qquad \forall p\in P\ \forall t\in T, \tag{5.4.5}$$

$$\sum_{i\in I_\nu}\ \sum_{q=1}^{Q_i}u_{iq}^{pt}x_{iq}\leqslant N_\nu^{pt}\qquad \forall p\in P,\ \forall t\in T,\ \forall\nu\in\psi, \tag{5.4.6}$$

$$\sum_{q=1}^{Q_i}x_{iq}=1\ \ \forall i\in I, \tag{5.4.7}$$

$$x_{iq}\in\{0,\ 1\}\ \ \forall q\in Q_i,\ \ \forall i\in I. \tag{5.4.8}$$

Эта общая модель аналогично § 2 разбивается на иерархию моделей ИВПМ$_\nu$ вида (2.23) — (2.27) на уровне приисков и ИОМ вида (2.30) — (2.33) на уровне комбината. Здесь (3) — критерий типа затрат [32, 128], (4)—требования выполнения задания $y^{0\varkappa}_{[t^0, t]}$ по каждому типу $\varkappa \in \chi$ металла; (5) — ограничения на наличные ресурсы комбината; (6) — ограничения на возможность освоения средств ν-м предприятием; (7) — необходимость выбора ровно одного варианта отработки каждого участка; (8) — условие целочисленности, причем $x_{iq}=1$, если для i-го участка принят q-й вариант разработки.

Отметим, что при планировании горных работ каждый участок месторождения по территориальному признаку уже закреплен за определенным предприятием и в ИВПМ рассматриваются только технологические и ресурсные варианты его разработки. Аналогичные модели выбора «шахтовариантов» используются и в других отраслях горнодобывающей промышленности [33—39].

Экспериментальные расчеты по описанной в п. 2.3 схеме в масштабе комбината дали положительные результаты.

Если допустимое решение модели (3)—(8) получить не удается, то в режиме диалога (§ 3) вышестоящим уровнем (отраслью) могут решаться вопросы об увеличении наличных ресурсов N^{pt} в (5), о капитальном строительстве, расширяющем возможности (6) предприятий и (или) о снижении проектных цифр задания $y^{0\varkappa}_{[t^0, t]}$ (4) по металлу.

Для принятия такого решения необходимо использовать модели более крупного масштаба. Например, на практике часто предприятие может выполнить завышенное задание по металлу в данном году за счет сокращения подготовительных работ (задела) для следующего планового периода, за счет отработки участков с наиболее богатым содержанием металла, что существенно снизит возможности добычи металла в следующих плановых периодах. Поэтому необходимо увеличить масштаб по времени, например t — год, T — пятилетка, десятилетка и т. д. Как отмечалось ранее, при увеличении масштабов задачи отбора проектов, связанном с переходом на более высокие уровни структур Λ_ν, Λ_p, Λ_l, Λ_i, (п. 1.5) могут использоваться те же модели (СМ, ИВПМ, ИОМ) и модули их решения (п. 2.2), но изменится интерпретация их элементов, например будут рассматриваться агрегированные СМ и проекты терминальных программ отработки целых месторождений, капитального строительства и реконструкции и т. п., из частей которых (по фронту работ) формируются затем производственные планы предприятий.

В свою очередь, для определения количества ресурсов N^{pt} и задания по конечному продукту y^{xt} на уровне отрасли, в соответствии с общей схемой программного подхода (гл. 4) требуется использование межотраслевых моделей. На этом уровне ресурсы N^{pt}, являющиеся конечными продуктами других отраслей II рода, рассматриваются наряду с y^{xt} как средства (подцели) достижения целей отраслей I рода. В конечном счете именно в результате комплексной оценки влияния изменений Δy^{xt} и ΔN^{pt} на степень достижения конечной цели должен решаться вопрос об увеличении ресурсов N_{ν}^{0pt} или снижении заданий y_{ν}^{0xt}. При получении этой оценки, определяемой центральным органом (гл. 4) в агрегированных показателях, могут использоваться системные модели типа графа „цели—подцели" G_{t_i} и диалоговые процедуры, организованные на иерархической структуре графа „цели—подцели" G_{t_i} по схеме типа решающих матриц.

После определения ресурсов N_{ν}^{*pt}, выделяемых предприятиям, и исключения альтернативных технологических вариантов отработки месторождений на основе многосетевой модели (МСМ) (этап 7, рис. 5.3) определяются объемно-календарные планы работы участков $\{u_{i\nu}^{pt}\}$ и распределение ресурсов между ними.

Заключительные операции всех блоков (добыча руды) в МСМ представляют собой безрезервные цепочки работ, переходящие в следующие плановые периоды (программы отработки месторождений рассчитаны на сроки до 10 ... 20 лет). В связи с этим оказывается невозможным непосредственное использование стандартных модулей алгоритмов разборки СМ по классическим приоритетам, связанным с резервами времени (поздними началами) работ. Поэтому для построения плана горных работ использовалась [29, 31] следующая схема.

Сначала определяется порядок выполнения заключительных операций по добыче горной массы, например руды (A на рис. 5.53). Для этого на каждом участке i по графику наличия подготовленных запасов руды (рис. 5.53) определяется момент $t_{\xi}^{н}$ начала добычных работ очередного блока и какой именно блок будет отрабатываться, определяется время $t_\xi^{ок}$ окончания его отработки и очередной момент $t_{\xi+1}^{н}$ и т. д. Затем с использованием агрегированных технологических СМ строится объемно-календарный план подготовительных работ, т. е. определяются части объемов этих работ, выполняемые в каждом интервале $\Delta_\xi = t_{\xi+1}^{н} - t_\xi^{н}$, и т. д. При этом в качестве приоритетов операций $i_1 \in i \subseteq I$ используются величины

$$\Delta y_{i_1} = \sum_{i \in I} a_i A_i \Delta\tau_i(i_1), \qquad (5.4.9)$$

где $\Delta\tau_i(i_1)$ — оценка задержки времени окончания выполняемых в конце планового периода операций $i \in I$ по добыче, возникающей из-за задержки в выполнении (постановке на обслуживание) данной

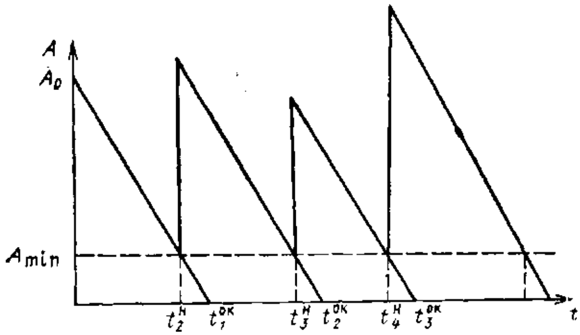


Рис. 5.53.

i_1-й операции по фронту работ; A_i — соответствующая производительность по горной массе; a_i — содержание металла. Величины $\Delta\tau_i(i_1)$ легко определяются по МСМ.

Таким образом, руководитель получает прогнозы объемов руды Δw_{i_1} и металла Δy_{i_1},

$$\Delta w_{i_1} = \sum_{i \in I} A_i \Delta\tau_i(i_1), \qquad (5.4.10)$$

переходящих в следующий плановый период и являющихся последствиями решения, принимаемого по фронту работ. После утверждения наличных ресурсов и коррекции директивных заданий по каждому участку строится календарный план (расписание) выполнения работ только на оперативный период (декаду, месяц) на основе СМ.

Опробование этого алгоритма при оперативном планировании и управлении дало положительные результаты.

Опыт использования формально построенного расписания работ, получающегося в результате решения задачи (2.42) минимизации времени выполнения комплекса работ с помощью алгоритмов разборки сети, показал, что во многих случаях эти решения оказались неприемлемыми из-за идеализации модели, связанной с допустимостью перерывов операций.

Поясним это на примере. Пусть задана сеть $G_T(R, I)$ типа дерева, каждая операция $i \in I$ продолжительностью τ_i выполняется единицей ресурса (бригадой) и в наличии имеется N единиц ресурсов. Заменим каждую i-ю операцию $n_i = [\tau_i/\Delta + 1]$ последовательно выполняемыми операциями $i = \{i_1\}$ продолжительностью $\tau_{i_1} = \Delta$, где Δ — интервал времени, через который разрешены перерывы операций (например, Δ — смена).

Тогда, как показано в [129], оптимальное решение задачи (2.42) минимизации общего времени $\Theta^*(G_T, N)$ выполнения комплекса (с точностью Δ) дает описанный ранее (§ 2.2) алгоритм разборки сети G_T: на каждом шаге ξ в момент времени $t = t_\xi$ из графа G_T^ξ удаляется N вершин-операций продолжительности Δ, имеющих минимальное значение приоритета $\rho_{i_1} = t_{i_1}^{\text{пн}}$. Как показали расчеты, при этом число перерывов λ операций $i \in I$ в общем случае оказывается пропорциональным $1/\Delta$. Так, например, в случае $n = M(I) = N$ независимых операций одинаковой продолжительности $\tau_i = \text{const}$, $t_i^{\text{пн}} = \text{const}$ получим $\lambda = \Theta^*/\Delta$. Тогда при сокращении Δ, $\Delta \to 0$, имеем $\lambda \to \infty$.

Ясно, что формально оптимальное по (2.42) расписание работ, в котором, например, ежедневно бригады перебрасываются с одной работы на другую и обратно, неприемлемо на практике, даже если временем переходов можно пренебречь. В то же время введение запрета на перерывы операций приводит к неоправданному увеличению сроков завершения работ и времени простоев ресурсов.

В связи с этим естественно возникает задача построения алгоритма, дающего для заданного класса D сетей $G_T \in D$ решение $s^*_{\Theta\lambda}$, минимизирующее время выполнения Θ комплекса (2.42) при допустимости перерывов операций ($\Delta \to 0$),

$$\Theta^* = \Theta(s^*_\Theta(G_T, N)) = \min_{s \in S^0(G_T, N)} \{\Theta(s)\}, \quad (5.4.11)$$

где $S^0 \subseteq S$ — множество допустимых по (2.42) календарных планов, и имеющего число $\lambda \leqslant \lambda^*$ перерывов операций

$$\lambda^* = \lambda(s^*_\lambda) \leqslant \lambda_D^{\max} = \max_{G_T \in D} \min_{s \in S^0(G_T)} \{\lambda(s(G_T))\}. \quad (5.4.12)$$

Здесь $\lambda_D^{\max}$ соответствует минимальному числу перерывов $\lambda(s(G_T))$ для худшей реализации сети G_T из класса D.

Можно показать [105], что для рассмотренных выше сетей типа дерева решение задачи (11), (12) существует, причем

$$\lambda(s^*_{\theta\lambda}) \leqslant \lambda_D^{\max} = N, \tag{5.4.13}$$

т. е. каждая единица ресурсов (бригада) в расписании $s^*_{\theta\lambda} \longleftrightarrow \{u^*_{ipt}\}$ не более одного раза переходит с незавершенной операции, что оказывается приемлемым на практике.

Это расписание $\{u^*_{ipt}\} \longleftrightarrow s^*_{\theta\lambda}$ реализуется при следующей простой модификации алгоритма разборки сети G_T по приоритетам поздних начал $t_i^{\text{пн}}$ операций: операция, начатая в момент времени $t \leqslant t_\xi$, прерывается в момент $t = t_\xi$ тогда и только тогда, когда во фронте операций $E(G_T^{t_\xi})$ имеются операции с $t_i^{\text{пн}} \leqslant t_\xi$. Причем $t_i^{\text{пн}}$ определяются по оценке минимального времени Θ^* завершения комплекса. Возможны обобщения этого результата [105], дающие основания для включения этого правила в модули решения задач календарного планирования, которые были реализованы и успешно опробованы на практических задачах [27, 28].

Некоторые особенности использования моделей при формировании программ капитального строительства и ремонта рассмотрим на примере доведенной до практического применения задачи планирования капитального ремонта драг [29, 130], продолжающегося от 1 до 6 месяцев ежегодно.

Одной из специфических особенностей дражного производства являются сезонные изменения $f_i(t)$, $t \in T$, производительности драги (рис. 5.54), определяемой степенью оттайки грунта и мощностью драги [25, 26]. В рассматриваемой задаче планирования эти зависимости $f_i(t)$ играют роль функций своевременности [3.51, 41].

Пусть на предварительном этапе планирования основного производства, например, с помощью описанных выше моделей и алгоритмов, для каждого дражного участка определены задания по металлу $y^0{}_i$ и на основе известной производительности $f_i(t)$ — директивные сроки $\theta_i^{0\text{дир}}$ завершения строительства или ремонта каждой драги.

Драги имеют типовую конструкцию и технологию ремонта, что позволяет использовать унифицированную типовую технологическую СМ $G_T = G(I, R_T)$, объемы ремонтных работ $\{i_1\} = I$ в которой определяются ежегодно для каждой драги i отдельно. В этом случае технологические альтернативы разработок отсутствуют и можно использовать многосетевую модель (п. 2.2) $\{G_i\}$, $i=\overline{1, n}$.

В связи со значительным сезонным износом оборудования для большинства ремонтных работ $i_i \in I$ требуется поставка деталей и материалов. Часть этих поставок $I^1{}_i$ выполняется ремонтно-механическим заводом (РМЗ)

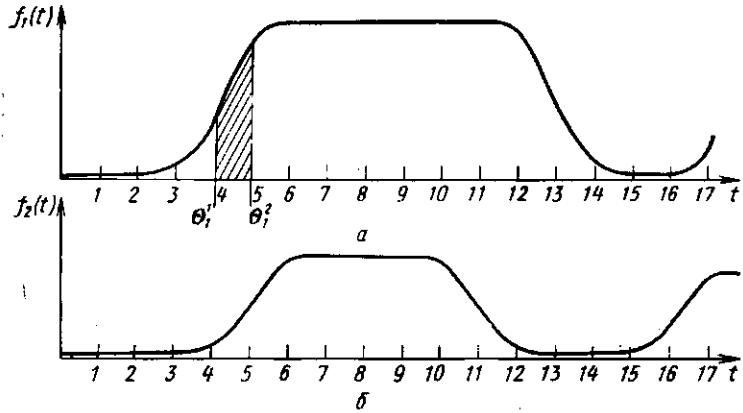


Рис. 5.54.

прииска и является управляемой, часть $I^2{}_i$ приходит централизованно через ОТС и на уровне руководства прииска неуправляема (известны лишь оценки ранних времен поставок).

Таким образом, задача построения комплексного плана строительно-ремонтных работ сводится к решению многосетевой модели, состоящей из комплексов ремонтных работ $\{I_i\} = I$, задаваемых сетями $\{G_{T_i}\}$, $i=\overline{1, n}$, комплекса работ $I^1 = \bigcup_{i=1}^{n} I^1{}_i$ РМЗ, определяемого обычно в объемно-календарных показателях загрузки цехов, и комплекса работ—ожиданий $I^2 = \bigcup_{i=1}^{n} I^2{}_i$ ОТС по неуправляемым поставкам. Все работы I, I^1, I^2 являются средством достижения единой цели, связанной прежде всего с выполнением плана по металлу $y^0 = \sum_{i=1}^{n} y^0{}_i$. Поэтому на первом этапе процедуры объединим все комплексы работ в единую СМ с общим директивным сроком завершения всех работ

$$\theta^0 = \max_{1 \leq i \leq n} \{\theta^0{}_i\}.$$

Для этого достаточно ввести для каждой сети G_{Ti} заключительную фиктивную операцию—ожидание $i'_1 \in I_i$ продолжительностью $\tau'_i = \theta^0 - \theta^0{}_i$. Затем для построения расписания работ I, I^1 используем стандартный алгоритм разборки сети (п. 2.2), дающий решение задачи (2.42) минимизации времени при ограниченных ресурсах. Однако для вычислений используем схему декомпозиции, соответствующую организационной структуре прииска.

Сначала на каждой драге i по G_{Ti} определяются поздние начала $t_{i_1}^{\text{пн}}$ выполнения работ $i_1 \in I_i$ и заявки по поставкам $\{i^1{}_1\} \in I^1{}_i$, $\{i^2{}_i\} \in I^2_{i_2}$. Затем анализируются возможности ОТС: определяются ранние времена поставок $t_{i_1}^{2p}$ и если $t_{i_1}^{2p} > t_{i_1}^{\text{пн}}$, принимаются меры для устранения возможного срыва θ^0 или увеличиваются директивные сроки $\theta^1 = \theta^0 + \Delta^1$.

Одновременно по заказам на поставки $I^2{}_{i_1} \subset I^2$ в РМЗ на основе типовых технологических карт определяется объемно-календарный план работ по цехам и «технологическим переделам». В связи с сезонностью работ обычно мощности РМЗ, рассчитанные на среднегодовую загрузку, оказываются недостаточными. Тогда определяется наиболее дефицитный тип мощностей (для данной задачи это обычно первый передел - металлургический) и недефицитные операции замеряются операциями-ожиданиями известной продолжительности $\tau'^2_{i_1}$.

Упорядочение выполнения заказов и построение объемно-календарного плана РМЗ производится по приоритетам $\rho^2_{i_1} = (t_{i_1}^{\text{пн}} - \tau'^2_{i_0})$, дающим точное решение соответствующей упрощенной модели [105].

Если полученные при этом оценки ранних времен $t_{i_1}^{2p0}$ поставок РМЗ оказываются недопустимыми по директивному сроку θ^1, т. е. $\Delta_{i_1} = t_{i_1}^{2p0} - t_{i_1}^{\text{пн}}(\theta^1) > 0$, то принимаются соответствующие меры по ускорению выполнения критических поставок, а при неустранимости срыва срока θ^1, т. е. $\Delta^2 = \max_{i_1 \in I} \{\Delta_{i_1}\} > 0$, на уровне руководства предприятия принимается решение об изменении $\Delta^2{}_i$ директивных сроков

$\Theta^2_i = \Theta^1_i + \Delta^2_i$. В общем случае величины Δ^2_i определяются руководством неформально с учетом всех критериев. При этом, в первую очередь, должна использоваться оценка влияния принятого решения о Δ^2_i на основной показатель плана y^0, т. е.

$$\Delta y_l = a_l \int\limits_{\Theta^1_i}^{\Theta^1_i + \Delta^2_i} f_i(t)dt,$$

где a_i — содержание металла и Δy_i пропорционально заштрихованной на рис. 5.54 площади. Оценки Δy_i могут быть использованы для получения начального приближения Δ'^2_i, например, из условия

$$\Delta y_l = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \Delta y_i.$$

После определения Δ^2_i и директивных сроков θ^2_i значения $t^{\text{пн}}_{i_1}$, $\rho^2_{i_1}$ корректируются и цикл повторяется. При утвержденных датах поставок производится построение расписания ремонтных работ на каждой драге с использованием приоритетов $t^{\text{пн}}_{i_1}$ по фронту работ сети G_{Ti}.

При наличии ЭВМ можно использовать стандартные модули решения задачи (2.42), более точные модели построения плана РМЗ, более общие модели, включающие выбор объемов управляемых и неуправляемых поставок, и т. д. Однако полученные с учетом специфики данной типовой задачи малые оценки погрешности при использовании упрощенных моделей позволяют в реальных условиях отсутствия ЭВМ на приисках использовать простые правила принятия решений, учитывающие связи, наиболее существенные для согласования планов работ основных и вспомогательных подразделений.

На основе описанной схемы была разработана конкретная инженерная методика планирования капитального ремонта драг и другого горного оборудования. Методика включает типовой комплект документов (дефектная ведомость, ведомости трудозатрат и т. п., в том числе и шаблон — график типовой технологической СМ ремонта драги) и процедуры их заполнения и использования.

При этом к существующим данным добавились лишь данные о поздних началах $\{t^{\text{пн}}_{i_1}\}$, $i_1 \in I_i$, работ, для ручного расчета которых разработан простой алгоритм, использующий график-шаблон СМ. Опытное внедрение методики дало положительные результаты. Были проведены 46-часовые школы по обучению этой методике руководящего состава всех предприятий золото-платиновой и алмазной промышленности МЦМ СССР. В конце обучения проводилась деловая игра, имитирующая производственную обстановку, во время которой участники разбивались на группы (драги, управление прииском, РМЗ, ОТС), получали комплект документации и самостоятельно проводили полный цикл планирования для конкретного прииска. Все расчеты (вручную) занимали в среднем следующее время: расчет поздних начал по каждой драге 10 ... 20 мин.; построение плана в РМЗ для одной-двух драг 1,5 ... 2 ч; построение календарного плана на каждой драге 15 ... 20 мин. Оперативное перепланирование при имитации срыва 2—3 поставок и изменения объемов двух-трех работ занимало порядка 10 ... 15 мин.

На практике (включая формирование финансово-отчетных документов) время планирования на сезон занимало порядка 1—3 дней. Внедрение методики привело (по данным ЦЛНОТ Главзолото) к сокращению сроков ремонта на 10...15% и дало заметный эффект, расширив за счет сокращения простоев основного оборудования возможность добычи дополнительного металла.

Принципы построения этой методики послужили основой разработки аналогичных методик для реконструкции и ремонта фабрик, экскаваторов и другого крупного оборудования, внедрение которых также дало заметный экономической эффект, например по тресту «Уралцветметремонт» — более 1 млн. руб за 1969—1972 гг. [130].

Отметим, что изложенный подход может быть распространен на планирование капитального строительства в масштабах комбината и отрасли. В частности, задаче определения сроков Θ_i, $i=\overline{1, n}$, пуска драг аналогична задача [131] определения очередности ввода в строй вновь строящегося предприятия.

4.2. Планирование исследований и разработок

Как отмечалось ранее, одной из основных специфических особенностей НИР является их новизна и творческий характер. Связанные с этим сложности формализации не только процедур измерения и оценки результатов НИР, но и построения адекватных моделей процесса выполнения исследовательских работ приводят к необходимости использования диалоговых процедур уже на этапе формирования запросов ресурсов (этапы 4, 5, рис. 5.8).

Рассмотрим в качестве примера некоторые задачи математического обеспечения диалоговых процедур при формировании годового тематического плана НИР вуза [60, 101, 132]. На выходе процедуры планирования тематический план НИР вуза представляет собой список $I=\{i\}$, $i=\overline{1, n}$, $n \approx 10^2$ выполняемых в текущем году тем вместе с их характеристиками $\{u_{i\nu}^{pt}\}$ (п. 1.5), которые для каждой темы оформляются в виде четырех основных документов.

Документ 1. Ведомость распределения затрат по этапам (табл. 5.3). Этапы обычно соответствуют кварталам $T=\{t\}$, $t \in \{1, 2, 3, 4\}$. Выделяются четыре основные статьи расходов: на заработную плату p^1, экспериментальные работы p^2, материалы и комплектующие изделия p^3, оборудование p^4. Остальные статьи (табл. 5.3) определяются по общей сумме затрат по теме $_{ai\nu}$

Дальнейшая детализация статей p^3, p^4 осуществляется ответственным исполнителем работ (ОИР) и согласуется с заказчиком и отделом технического снабжения вуза.

Детализация и утверждение расходов по внутриинститутским ресурсам p^1, p^2 осуществляется ОИР и руководством вуза в процессе итерационной процедуры формирования плана. Структура ресурсов Λ_p показана на рис. 5.55.

Документ 2. Штатное расписание по теме (табл. 5.4). Представляет собой расшифровку общей суммы (фонда) зарплаты

$$u_i^{p^1} = \sum_{p \subseteq p^1} u_i^p \tag{5.4.14}$$

по номенклатуре штатных единиц (рис. 5.55) с указанием оклада и числа человеко-месяцев.

Документ 3. Ведомость распределения фонда зарплаты по этапам. Представляет собой развертку данных документа 2 по этапам $t \in T$:

$$u_i^p = \sum_{t \subseteq T} u_i^{pt}, \ p \subseteq p^1. \tag{5.4.15}$$

Документы 1—3, утверждаемые руководителем темы и руководством института, являются основой для оперативного контроля и управления НИР. Кроме того, заказчику направляется утвержденный руководителем темы, руководством института и представителем заказ-

Таблица 5.3

№ пп	№ дог.	Фамилия руководителя	Элементы затрат: заработная плата	начисления на зарплату	матер. и компл. изделия	оборудов.	экспер. работы в маст., на стороне	командировочные	накладные расходы	всего затрат
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
		1. Кафедра вычислительной математики								
1	2771	Иванов П. И.	1000.00	2000.00	1000.00	2000.00		100.00	1000.00	7100.00
			1050.45	1000.00	800.00					
			50.45	1000.00	200.00	2000.00		100.00		3249.55
6	3869	Петров С. Т.	1000.00		1000.00		1000.00		1000.00	4000.00
			300.00		500.00		611.25			
			700.00		500.00		388.75			1588.75
		Всего по кафедре	2000.00	2000.00	2000.00	2000.00	1000.00	100.00	2000.00	11100.00
			1350.45	1000.00	1300.00		611.25			
			649.55	1000.00	700.00	2000.00	388.75	100.00		4838.30
		4. Кафедра теоретической физики								
39	6570	Рептилин В. В.	3000.00	1000.00		3000.00	1000.00			8000.00
			1000.00	500.00	200.00		590.00			
			2000.00	500.00	200.00	3000.00	410.00			5710.00
		Всего по кафедре	3000.00	1000.00		3000.00	1000.00			8000.00
			1000.00	500.00	200.00		590.00			
			2000.00	500.00	200.00	3000.00	410.00			5710.00
		Всего по институту	5000.00	3000.00	2000.00	5000.00	2000.00	100.00	2000.00	19100.00
			2350.45	1500.00	1500.00		1201.25			
			2649.55	1500.00	500.00	5000.00	798.75	100.00		10548.30

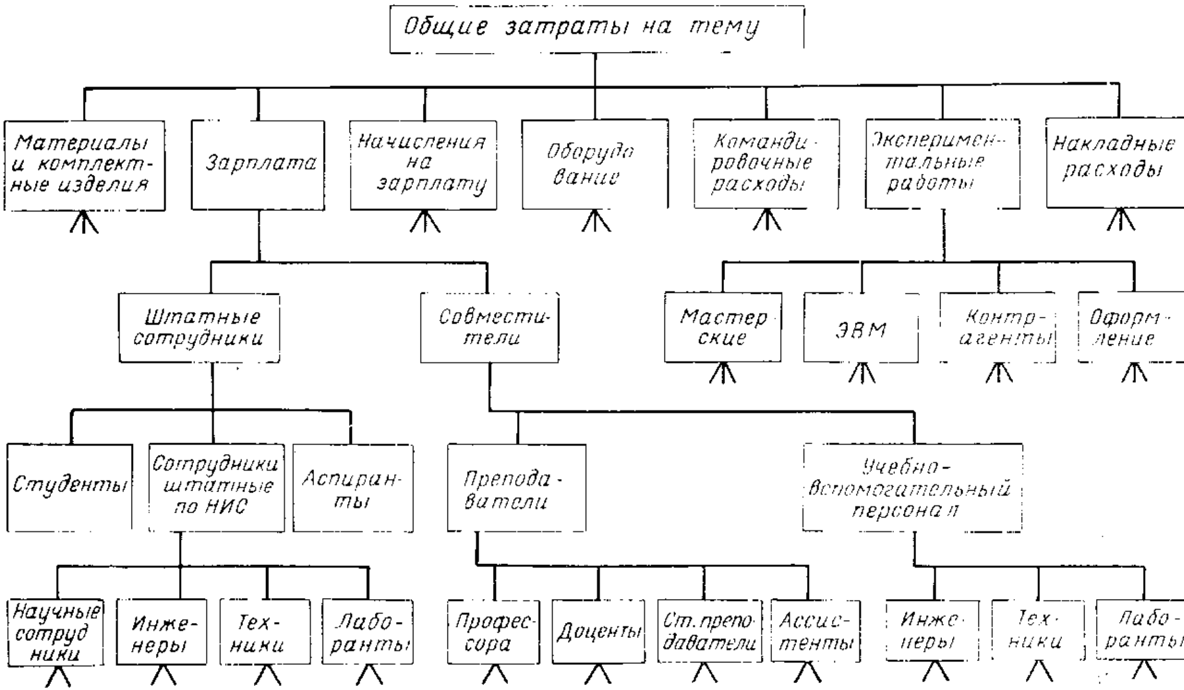

Общие затраты на тему
Материалы и комплектные изделия
Зарплата
Начисления на зарплату
Оборудование
Командировочные расходы
Экспериментальные работы
Накладные расходы
Штатные сотрудники
Совместители
Мастерские
ЭВМ
Контрагенты
Оформление
Студенты
Сотрудники штатные по НИС
Аспиранты
Преподаватели
Учебно-вспомогательный персонал
Научные сотрудники
Инженеры
Техники
Лаборанты
Профессора
Доценты
Ст. преподаватели
Ассистенты
Инженеры
Техники
Лаборанты

Рис. 5.55.

чика документ 4 — программа работ, представляющий собой укрупненный перечень работ и результатов по этапам с указанием общих затрат по каждому этапу u^{t}_{i}.

На предварительном этапе G_{t_l} процедуры планирования (этапы 2, 3, рис. 5.8) руководитель темы предварительно согласует с заказчиком, руководством и ученым советом института задание по теме и общую сумму

Таблица 5.4

	Должность	Ученая степень	Количество единиц	Оклад в месяц	Количество чел-мес.	Годовой фонд
Штатные научный персонал						
	СНС	Д	1	310.00	11.00	3410.00
	МНС	К	1	160.00	11.00	1760.00
Итого			2			5170.00
совместители научный персонал						
	СНС	К		115.00	11.00	1265.00
	МНС			67.50	11.00	742.50
научнопроизвод. и вспом. персонал						
	с. инж.			75.00	11.00	825.00
	инж.			50.00	11.00	550.00
	с. тех.			47.50	22.00	1045.00
	с. лаб.			42.50	11.00	467.50
	лаб.			37.50	188.00	7050.00
	перев.			60.00	11.00	660.00
	преп.			33.75	22.00	742.50
Итого						13347.50
Всего						185117.50

затрат. Далее (этап 4, рис. 5.8) ответственный исполнитель работ по теме формирует перечень работ и исполнителей по этапам, который можно считать укрупненной СМ темы, и формирует проект (14) штатного расписания (документ 2), согласуя его с лимитами отдела кадров и бухгалтерии. Затем в соответствии с перечнем работ по этапам формируются данные (15), соответствующие проекту документа 3 и потребности в материалах и оборудовании, которые после согласования с отделом технического снабжения оформляются в виде проекта документа 1. Запросы ресурсов по статье p^2 детализируются (рис. 5.55) по общеинститутским ресурсам в форме заявок (заказов) в производственные мастерские, отдел оформления, вычислительный центр и т. д. Составляется сводный план-запрос по кафедрам (этап 5 рис. 5.8) $\{\nu\}$ и институту в целом, определяются дефицитные ресурсы, по которым производится перераспределение ресурсов $\{u_\nu^{*p^t}\}$ сначала по кафедрам $\{\nu\}=\Psi$ (этап 6, рис. 5.8), затем по темам i (этап 7, рис. 5.8), $i\in I_\nu$. В заключение утверждаются документы 1—3 и соответствующий им документ 4.

Рассмотрим организацию конкретной диалоговой процедуры формирования документа 2. На входе процедуры — общая сумма затрат по теме u_i, фиксированный бухгалтерией процент заработной платы $u_i^{p^1}=\beta u_i$, перечень должностей $K=\{k\}$, $k=\overline{1,\ 8}$ (рис. 5.55) и ставки $\{u_k^q\}$, $q=1,\ 2,\ 3$, $u_k^q\in\{u_k^{\min},\ u_k^{\text{ср}},\ u_k^{\max}\}$ $\forall k\in K$ — минимальная, средняя и максимальная месячные зарплаты по каждой должности. Руководителем выбирается наилучшее для выполнения работ по теме i количество h_{ik}^q человеко-месяцев по каждой должности, причем величины $\{h_{ik}^q\}$, $k\in K$, должны удовлетворять ограничениям

$$\sum_{k=1}^{8} u_{ik}\leqslant\beta u_i=u_i^{p^1}\ \forall i\in I, \qquad (5.4.16)$$

$$u_{ik}=\sum_{q=1}^{3} u_k^q h_{ik}^q\ \forall i\in I,\ \forall k\in K, \qquad (5.4.17)$$

$$\sum_{i\in I_\nu}\sum_{k=1}^{8} u_k^{\text{ср}} h_{ik}^0=\sum_{i\in I_\nu}\sum_{k=1}^{8}\sum_{q=1}^{3} u_k^q h_{ik}^q, \qquad (5.4.18)$$

$$h_{ik}^0=h_{ik}^{\min}+h_{ik}^{\text{ср}}+h_{ik}^{\max}\ \forall k\in K,\ \forall i\in I, \qquad (5.4.19)$$

где (16) — ограничение на наличный фонд зарплаты; (17) — зарплата по должности k; величина $h^0{}_{ik}$ (19) соответствует общей численности (в человеко-месяцах) сотрудников на теме i по k-й должности; ограничение (18) соответствует существующим финансовым требованиям расчета общей численности $h^0{}_k$ организации ν по средним ставкам $u^{\text{ср}}{}_k$.

Специфической особенностью НИР в вузе является известная гибкость планирования на этом этапе: если численность штатных по НИР сотрудников, как обычно, жестко лимитирована, то руководителем темы свободно (в пределах ограничений (16)—(19)) выбирается состав и количество $\{h^q{}_{ik}\}$, $k \in K$, совместителей из числа сотрудников, аспирантов и студентов института, с которыми ежегодно заключаются индивидуальные договора, составляющие до 80 ... 90% всего фонда зарплаты по теме.

Таким образом, важная для планирования НИР задача выбора наилучшего набора $\{h^q{}_{ik}\}$ при ограничениях (16)—(19) является трудоемкой комбинаторной задачей типа задачи выбора проектов с трудно формализуемым критерием эффективности. Для ее решения в диалоговом режиме использовалась следующая схема [101].

Руководитель указывает ориентировочно пропорцию состава исполнителей по должностям и фиксирует часть особо важных значений $\{h^{*q}{}_k\}$ (под конкретный список ведущих исполнителей). Возможно также ориентировочное ранжирование должностей по важности. На ЭВМ используется набор модулей алгоритмов, имитирующих действия руководителя в подобной ситуации.

Например, в простейшем случае при невыполнении ограничения (18) ЭВМ из состояния $u_k^{\max}$ переводит в состояния $u_k^{\text{ср}}$ и $u_k^{\min}$ прежде всего малоприоритетные должности. Использование простых алгоритмов дает возможность практически одновременно с окончанием ввода информации оператором на средствах отображения ЭВМ (телетайпе, дисплее) в форме соответствующего документа (табл. 5.4) получать предлагаемый руководителю вариант сбалансированного решения. Если этот вариант неудовлетворителен, руководителем может быть подключен другой модуль или (и) в режиме ручной доводки внесены исправления, или фиксированы значения по части величин $h_k^q = h_k^{*q}$.

Опробование на практических задачах показало, что в связи с наличием 10 ... 20% взаимозаменяемых малоприоритетных должностей (лаборанты и м. н. с.) диалог сходится за две-три итерации даже без использования попарных сравнений вариантов (рис. 5.33).

Аналогично формируются документы 3 и 1 (руководителем в начале процедуры указывается ориентировочно лишь пропорция распределения средств по этапам). Данные для документа 4 получаются автоматически из документа 1. Общее время формирования плана темы с использованием диалоговых процедур, включая распечатку результатов в бланки документов, сократилось примерно в 10 раз.

При этом по окончании формирования проекта плана каждой темы автоматически формируется унифицированный массив $\{u^1_{i\nu pt}\}$ данных, по которым определяется сводный план-запрос ресурсов по кафедрам и институту в целом и определяются дефицитные ресурсы.

Для распределения дефицитных ресурсов использовались диалоговые процедуры, описанные в § 3. При опытном опробовании эти процедуры сходились за 3—7 итераций, а общее время формирования сводного согласованного тематического плана сократилось с 2—3 недель до 1—2 дней. Математическое обеспечение (около $6\cdot10^3$ команд) было реализовано*) на малой ЭВМ ODRA 1013, имеющей телетайп и дисплей, причем более 90% команд относилось к сервисным программам ввода, хранения, поиска, сортировки и отображения информации.

Аналогичные результаты (по сходимости, сокращению сроков планирования и объему программ) получены при использовании описанной на с. 387, диалоговой процедуры для формирования годового тематического плана НИР отраслевого НИУ. Полученные от НИУ заявки на ресурсы по темам поступают в объединения, укрупняются по проблемам и далее используется описанная в § 2.3 система моделей СМ, ИВПМ и ИОМ. Предварительное опробование этих моделей на практических задачах дало положительные результаты.

Отметим, что аналогично рассмотренному ранее примеру (п. 4.1) для принятия решений на более высоких уровнях руководства (по структуре Λ_ν) требуется решение задач инвестирования и выбора проектов все более крупного масштаба (по структурам Λ_i, Λ_t, Λ_p). Соответственно рассматриваются (по Λ_i) СМ и проекты агрегированных терминальных программ по проблемам, комплексным проблемам и т. д. на периоды (по Λ_t) в 5, 10, 20 лет. Тематические планы НИУ строятся затем как подмножества операций, детализированных по фронту СМ этих программ. Вопросы применения СМ для координации и управления сложными разработками достаточно хорошо освещены в литературе [82—86]. Здесь лишь отметим, что на верхнем уровне агрегирования СМ по цепочке этапов жизненного цикла разработки НИР—ОКР—опытный образец—эксплуатация (под-

*) Модули и управляющие программы разработаны Е. П. Калиной и П. И. Губиным.

робнее см. гл. 3) получается СМ, имеющая структуру, инвариантную по отношению к выбору технологических или ресурсных вариантов выполнения разработки. Это обстоятельство, а также учет динамики основных этапов цикла «исследование — производство» делает эту модель особенно удобной для формирования единого информационного массива и согласования моделей целевых разработок НИР и ОКР с моделями основного производства.

Для анализа влияния на экономические показатели перераспределения ресурсов между научными направлениями, проблемами, особенно на начальных фазах НИР и ОКР, необходимо использование динамических моделей долгосрочного и среднесрочного планирования на межотраслевом уровне. На этом уровне моделирования результаты терминальных программ, определяющих направление и темпы научно-технического прогресса, должны рассматриваться наряду с результатами $y_{I \setminus 0,\, t}$ деятельности отраслей II рода как средства достижения долгосрочных целей отраслей I рода. Это позволит (гл. 4) принимать в центральном органе согласованные по конечной цели решения о распределении общих ресурсов между наукой и производством и далее, используя методику решающих матриц (гл. 3, 4), между различными научными направлениями, проблемами, темами и т. д.

Проблемам учета влияния научно-технического прогресса в межотраслевых моделях посвящен ряд работ [4.2—4.8, 40, 61, 68 и др.], из которых наиболее близки к рассматриваемым проблемам работы [4.2, 4.3, 4.6, 61]. В работе [61] предлагается один из возможных вариантов постановки задач согласования макроэкономических моделей и моделей целевых разработок НИР. Здесь отметим лишь, что эти задачи относятся к классу обратных задач, наиболее трудных для построения корректного математического решения.

При скорректированных требованиях к результатам НИР и ОКР и утверждении количества наличных ресурсов на верхних уровнях, для распределения ресурсов, начиная с отраслевого уровня и ниже, снова используются описанные ранее модели ИОМ, ИВПМ, МСМ, СМ (§ 2). В частности, при календарном планировании ОКР (этапы 7, 8, рис. 5.8) успешно могут использоваться многосетевые модели [84, 85].

В качестве примера можно привести систему планирования опытного производства *) [62, 133]. Эта система удачно сочетает использование ЭВМ для формирования сбалансированных и предварительно отобранных вариантов календарного плана большой размерности (250 сетей с 6000 работ по фронту при 200 типах ресурсов и учете 5 типов ресурсов на каждой работе) с возможностями вмешательства человека в процесс вычисления. При этом сначала решается параметрическая задача «ресурсы — время» $\Theta_i(u^{pt}{}_i)$ (п. 2.2), точность решения которой зависит от выбора параметров алгоритма, регулируемых в режиме диалога «ЭВМ — исследователь операций» (нижний уровень диалога). Конечный результат выводится в обозримом виде для ЛПР различных уровней (опытный завод, цех, участок), которые могут изменить ограничения по срокам выполнения работ, ресурсам и т. д. (верхний уровень диалога). Реализация математического обеспечения содержит около $5 \cdot 10^4$ команд, более 90% которых относится к сервисным программам. Опытное внедрение системы в ряде НИУ дало положительные результаты.

Таким образом, уже первые опыты разработки и практического опробования отдельных человеко-машинных процедур для решения частных задач планирования показывают, что при их использовании существенно расширяется круг задач планирования, которые могут эффективно решаться с помощью ЭВМ. Важно отметить, что при этом в процесс «машинных» плановых расчетов непосредственно вовлекаются руководители различных уровней, что является необходимым условием построения эффективных человеко-машинных систем программного планирования. В то же время они показывают, что для построения системы математического обеспечения практических задач программного планирования требуется сформулировать и решить большое количество проблем, связанных с разработкой и согласованием диалоговых процедур принятия решений на различных уровнях руководства, с разработкой и согласованием моделей и алгоритмов, учитывающих специфику конкретных практических задач, с реализацией модулей программ на конкретных ЭВМ, общий объем которых для рассматриваемого класса задач, по-видимому, будет составлять около миллиона команд. Наконец, требуется согласование подсистемы математического обеспечения рассматриваемого класса задач планирования целевых разработок с множеством других задач планирования и управления, решаемых в рамках

*) Система разработана коллективом сотрудников, аспирантов и студентов МФТИ под руководством М. И. Шабунина, Б. И. Калюжного.

системы АСУ предприятий, отраслей, районов и страны в целом [1.2, 3.18, 3.19, 3.24, 3.45—3.49].

Кроме того, помимо разработки математического обеспечения, для успешного функционирования человеко-машинной системы в целом необходимы структуризация и четкая регламентация процедур планирования, и, в первую очередь, процедур принятия решений в иерархических организационных системах. Это потребует согласованных с практиками усилий не только исследователей операций и математиков, но и экономистов, финансистов, юристов, социологов и психологов.

СПИСОК ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

i — идентификатор операции (возможно, сложной)

$I=\{i\}$ — множество операций

ν — идентификатор исполнителя

$\Psi=\{\nu\}$ — множество исполнителей

p — идентификатор типа ресурсов

$P=\{p\}$ — множество типов ресурсов

t — идентификатор интервала времени

$T=\{t\}$ — множество интервалов времени

$[t_0, t_1]$ — период планирования; $[t_0, t_1]=\{t_0, t_0+\Delta, t_0+2\Delta, \ldots, t_0+t\Delta, \ldots, t_1\}$

$y_{[t_0, t_1]}=\{y_t\}$, $t\in T$ — траектория в пространстве конечного продукта (например, y_t — количество металла, добываемого в интервале времени t)

$y^0_{[t_0, t_1]}$ — директивное задание по добыче металла

$u_{[t_0, t_1]}=\{u_t\}$, $t\in T$ — набор значений затрат ресурсов по интервалам времени t

G_{t_l} — процедура формирования целей и задач

$G^u_{t_l}$ — процедура распределения ресурсов, необходимых для достижения целей

$I'=\{i'\}$, $\Psi'=\{\nu'\}$, $P'=\{p'\}$, $T'=\{t'\}$ — множества элементарных операций i', их исполнителей ν', типов ресурсов p' и интервалов времени t', используемых при описании элементарных операций

l — идентификатор критерия

$L=\{l\}$ — множество критериев

j — идентификатор проекта

$J=\{j\}$ — множество проектов

$J_i=\{j\}_i$ — подмножество проектов выполнения i-й операции (разработки)

s — идентификатор варианта плана

$S=\{s\}$ — множество возможных вариантов плана

J^s — подмножество проектов, входящих в s-й вариант плана

$x^s{}_j$ — булева переменная, равная 1, если j-й проект включен в план ($j\in J^s$), и равная 0 в противном случае

$x^s=\{x^s{}_j\}$, $j\in J$ — вектор, соответствующий s-му варианту плана

$X=\{x^s\}$, $s\in S$ — множество возможных вариантов плана в пространстве проектов

$\varphi^s{}_l$ — значение l-го критерия для s-го варианта плана

$\varphi^s = \{\varphi^s{}_l\}$, $l \in L$ — вектор критериев, соответствующий s-му варианту плана

$F = \{\varphi^s\}$, $s \in S$ — множество возможных планов в пространстве критериев

φ_i, φ_ν — значения критериев, характеризующих результаты i-й операции (ν-й организации — исполнителя)

$u^s{}_i$ — количество ресурсов, потребляемое i-й операцией при выборе s-го варианта плана

$u^s = \{u^s{}_i\}$, $i \in I$ — вектор затрат ресурсов, соответствующий s-му варианту плана

$U = \{u^s\}$, $s \in S$ — множество возможных планов в пространстве ресурсов

$\pi^s = \{x^s, \varphi^s, u^s\}$ — s-й вариант исполнительного плана

π_j — вариант исполнительного плана, включающего единственный проект j

$X^0 = \{x^s\}$, $s \in S^0$, $X^0 = X^0{}_1 \cap X^0{}_2$ — подмножество допустимых вариантов плана в пространстве проектов: $X^0{}_1$ — ресурсно допустимых, $X^0{}_2$ — технологически допустимых

$U^0 = \{u^s\}$, $s \in S^0$ — подмножество допустимых вариантов плана в пространстве ресурсов

$u_{i\nu pt}$ (или $u^{pt}_{i\nu}$) — режим потребления ресурсов: количество ресурсов p-го типа, используемое ν-м исполнителем в интервале времени t при выполнении i-й операции

$u^l_{i\nu pt}$ — запрос ресурсов, необходимых для выполнения задания по i-й операции

N^{lpt}_ν — суммарный запрос ресурсов типа p в интервале времени t в ν-й организации

N^{pt}_ν, N^{opt}_ν — наличное количество ресурсов у ν-й организации в текущем плановом периоде и на конец предшествующего планового периода

d — степень дефицитности ресурсов (отношение наличного количества ресурсов к запрашиваемому)

s^* — наиболее предпочтительный (оптимальный) вариант плана

x^* — ◇ ~ в пространстве проектов

φ^* — ◇ ~ критериев

u^* — ◇ ~ ресурсов

$\Phi(\alpha, x)$, $\Phi(\lambda, \varphi)$ — целевая функция в пространстве проектов (α — вектор параметров скалярной свертки вектора $X = \{x_j\}$, $j \in J$) и в пространстве критериев (λ — вектор параметров скалярной свертки вектора критериев $\varphi = \{\varphi_l\}$)

Φ^* — экспериментальное значение целевой функции, достигаемое на оптимальном решении

τ — время счета на ЭВМ

τ^* — время нахождения оптимального решения

$<R, \Omega>$ — структура отношения R на множестве $\Omega = \{\omega\}$

$G(R, \Omega)$ — граф, задающий структуру отношения (R — множество дуг, Ω — множество времени)

Λ_i, Λ_ν, Λ_p, Λ_t, Λ_φ, Λ_s — структуры: разработок, организационная, ресурсная, календарная, критериев и структура плана соответственно

$i_0, i_1, i_2, \ldots$; $p_0, p_1, p_2, \ldots$; $t_0, t_1, t_2, \ldots$; $\nu_0, \nu_1, \nu_2, \ldots$ — идентификаторы (множества элементов нулевого, первого и т. д. уровней детализации) показателей соответствующих структур Λ_i, Λ_p, Λ_t, Λ

$\eta(\Lambda_\omega)$ — разрез графа структуры Λ_ω (т. е. Λ_i или Λ_ν, Λ_p, Λ_t, Λ_s), соответствующий некоторому фиксированному уровню агрегирования показателей плана

$M(\Omega) = \text{card}\,\Omega$ — мощность множества Ω

ϑ — оператор (неформальная процедура) выбора наиболее предпочтительного варианта плана

$R(\vartheta)$ — отношение строгого порядка, описывающее предпочтения ЛПР, реализующего оператор выбора ϑ

$s \underset{R(\vartheta)}{\succ} k$ — «вариант плана s предпочтительнее варианта k по отношению $R(\vartheta)$»

R, $\bar{R}$, $\tilde{\tilde{R}}$ — отношения строгого порядка на множествах проектов, критериев и ресурсов

$\hat{R}$ — транзитивное замыкание отношения R

$E = E\langle R, S^0\rangle$ — множество максимальных элементов (ядро) структуры отношения R на множестве S^0

R_1, R_2, R_0 — отношения векторного, приоритетного доминирования и доминирования по затратам

$R_т$ — отношение, соответствующее тхнологическим ограничениям на порядок выполнения операций

$\mathscr{P}(s)$ — предикат, соответствующий свойству плана s.

СМ_i — сетевая модель i-й разработки

ИВПМ_ν — модель инвестирования и выбора проектов, выполняемых ν-й организацией

ИОМ_{ν_0} — модель инвестирования организаций, решаемая на уровне ν_0

$\Theta_i^{н}$, $\Theta_i^{ок}$ — время начала и окончания i-й разработки

$\Theta^0{}_i$, $\Theta^*{}_i$ — директивное и минимальное время выполнения i-й разработки

$\Phi_\nu(N_\nu)$, $\tilde{\Phi}_\nu(N_\nu)$ — точная и приближенная зависимости «затраты — эффективность» для ν-й организации

$Q_\nu = \{q\}_\nu$ — множество уровней (значений) параметра $N_\nu = \{N^1{}_\nu, N^2{}_\nu, \ldots\}$, используемое при построении зависимости $\Phi_\nu(N_\nu)$

μ — сложность диалоговой процедуры (число шагов)

μ^+, μ^- — верхняя и нижняя оценки числа μ при отсутствии информации об отношении R

μ_A, μ_B — сложность решения задачи А (выделения наибольшего элемента) и задачи В (линейного упорядочения всех элементов)

$\mu^{max}(R)$ — максимально возможная сложность диалога при наличии отношения R

$\mathbf{H} = H(G(R, S))$ — число независимости графа структуры $\langle R, S\rangle$

g — номер слоя в послойном разложении графа $G(R_1, X)$

n — число проектов $n = M(J)$

$\hat{X}(N)$ — множество максимально допустимых решений при наличном количестве ресурсов N

$u^*(N) = \{u^*{}_i(N)\}$, $i \in I$ — наиболее предпочтительный (оптимальный) вариант распределения ресурсов при наличном количестве N

$\Gamma^*(N)$, $\mathbf{\Gamma}^*{}_\varphi(N)$ — траектории оптимальных решений в пространствах ресурсов и критериев

$d^*{}_i$ — показатель, характеризующий степень удовлетворения запроса ресурсов по i-й разработке ($u^*{}_i = d^*{}_i u^2{}_i$)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

К введению и главе 1

1. **Материалы** XXIV съезда КПСС. М., Политиздат, 1971.
2. **Глушков В. М.** Введение в АСУ. Киев, «Техника», 1974.
3. **Черняк Ю. П.** Анализ и синтез систем в экономике. М., «Экономика», 1970.
4. **Полетаев И. А.** Сигнал. О некоторых понятиях кибернетики. М., «Сов. радио», 1958.
5. **Акофф Р. Л.** О природе систем. — «Изв. АН СССР. Техническая кибернетика», 1971, № 3.
6. **Фор Р., Кофман А., Дени-Папен М.** Современная математика. Пер. с франц. М., «Мир», 1966.
7. **Шрейдер Ю. А.** Равенство, сходство, порядок. М., «Наука», 1971.
8. Системные исследования. Ежегодники. М., «Наука», 1969—1972.
9. Общая теория систем. Сб. статей. Пер. с англ. М., «Мир», 1966.
10. **Оптнер Л.** Системный анализ для решения деловых и промышленных проблем. Пер. с англ. М., «Сов. радио», 1969.
11. **Месарович М. Д.** Общая теория систем. — В кн.: Исследования по общей теории систем. М., «Прогресс», 1969.
12. **Хорафас Д. Н.** Системы и моделирование. Пер. с англ. М., «Мир», 1967.
13. **Багриновский К. А.** Модели и методы экономической кибернетики. М., «Экономика», 1973.
14. Исследования по общей теории систем. Сб. статей. Пер. с англ. М., «Прогресс», 1969.
15. **Акофф Р., Эмери Ф.** О целеустремленных системах. Пер. с англ. М., «Сов. радио», 1974.
16. **Уилсон А., Уилсон М.** Информация, вычислительные машины и проектирование систем. Пер. с англ. М., «Мир», 1968.

К главе 2

1. **Беллман Р., Калаба Р.** Динамическое программирование и современная теория управления. Пер. с англ. М., «Наука», 1969.
2. **Заде Л.** Понятие состояния в теории систем. — В кн.: Общая теория систем. Пер. с англ. М., «Мир», 1966.
3. **Заде Л., Дезоер Ч.** Теория линейных систем. Пер. с анг. М., «Наука», 1970.
4. **Калман Р., Фалб П., Арбиб М.** Очерки по математической теории систем. Пер. с англ. М., «Мир», 1971.
5. **Первозванский А. А.** Теория автоматического управления в приложении к технико-экономическим задачам. — В кн.: Методы управления большими системами. Иркутск, СО АН СССР, 1970.
6. **Красовский Н. Н.** Теория управления движением. М., «Наука», 1968.

7. **Ройтенберг Я. Н.** Автоматическое управление. М., «Наука», 1971.
8. **Деруссо П., Рой Р., Клоуз Ч.** Пространство состояний в теории управления. Пер с англ. М., «Наука», 1970.
9. **Ли Э. Б., Маркус Л.** Основы теории оптимального управления. Пер. с англ. М., «Наука», 1972.
10. **Барбашин Е. А.** Введение в теорию устойчивости. М., «Наука», 1967.
11. **Ли Т. Г., Адамс Г. С., Гейнз У. М.** Управление процессами с помощью вычислительных машин. Моделирование и оптимизация. Пер. с англ. М., «Сов. радио», 1972.
12. **Ховард Р. А.** Динамическое программирование и марковские процессы. Пер. с англ. М., «Сов. радио», 1964.
13. **Паллю Де Ла Барьер Р.** Курс теории автоматического управления. Пер. с франц. М., «Машиностроение», 1973.
14. **Летов А. М.** Динамика полета и управление. М., «Наука», 1969.
15. **Красовский А. А.** Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование. М., «Наука», 1973.

К главе 3

1. **Моисеев Н. Н.** Математика — управление — экономика. М., «Знание», 1970.
2. **Иванилов Ю. П., Петров А. А.** Динамическая модель расширения и перестройки производства (л-модель). — В кн.: Кибернетику на службу коммунизму, т. 6. М., «Энергия», 1971.
3. **Моррис У.** Наука об управлении. Байесовский подход. Пер. с англ. М., «Мир», 1971.
4. **Диксон Дж.** Проектирование систем: изобретательство, анализ и принятие решений. Пер. с англ. М., «Мир», 1969.
5. **Пойа Д.** Математическое открытие. Пер. с англ. М., «Наука», 1970.
6. **Вентцель Е. С.** Введение в исследование операций. М., «Сов. радио», 1964.
7. **Вентцель Е. С.** Исследование операций. М., «Сов. радио», 1972.
8. **Морз Ф. М., Кимбел Д. Е.** Методы исследования операций. Пер. с англ. М., «Сов. радио», 1956.
9. **Воробьев Н. Н.** Развитие науки и теория игр. — В кн.: Материалы к симпозиуму «Исследование операций и анализ развития науки». М., «Наука», 1967.
10. **Саати Т. Л.** Математические методы исследования операций. Пер. с англ. М., Воениздат, 1963.
11. **Чуев Ю. В.** Исследование операций в военном деле. М., Воениздат, 1970.
12. **Акофф Р., Сасиени М.** Основы исследования операций. Пер. с англ. М., «Мир», 1971.
13. **Кофман А.** Методы и модели исследования операций. Пер. с франц. М., «Мир», 1966.
14. **Карр Ч., Хоув Ч.** Количественные методы принятия решений в управлении и экономике. Пер. с англ. М., «Мир», 1966.
15. **Вагнер Г.** Основы исследования операций. Т. 1, 2, 3. Пер. с англ. М., «Мир», 1973.
16. **Гермейер Ю. Б.** Введение в исследование операций. М., «Наука», 1971.
17. **Черчмен У., Акофф Р., Арнов Л.** Введение в исследование операций. Пер. с англ. М., «Наука», 1968.

18. **Аганбегян А. Г., Багриновский К. А., Гранберг А. Г.** Система моделей народнохозяйственного планирования. М., «Мысль», 1972.
19. **Проблемы** оптимального функционирования социалистической экономики. Сб. статей. Под ред. Н. П. Федоренко. М., «Наука», 1972.
20. **Клыков Ю. И.** Ситуационное управление большими системами. М., «Энергия», 1974.
21. **Лефевр В. А., Смолян Г. Л.** Алгебра конфликта. М., «Знание», 1968.
22. **Воробьев Н. Н.** Приложения теории игр. — В кн.: Материалы II Всесоюзной конференции по теории игр. Вильнюс, 1971.
23. **Гермейер Ю. Б.** Игры с непротивоположными интересами (теория принятия решений при неполном единстве). М., МГУ, 1972.
24. **Глушков В. М.** Научно-технический прогресс в области управления. — В кн.: Доклады II Всесоюзной конференции «Проблемы научной организации управления социалистической промышленностью». Сб. I, ч. I. М., ВИНИТИ, 1972.
25. **Месарович М. Д., Мако Д., Такахара И.** Теория иерархических многоуровневых систем. Пер. с англ. М., «Мир», 1973.
26. **Моисеев Н. Н.** Иерархические структуры и теория игр. — «Кибернетика», 1973, № 6.
27. **Игры** с непротивоположными интересами. — В кн.: Труды всесоюзной школы-семинара по управлению большими системами. Тбилиси, «Мицниереба», 1973. Авт.: Гермейер Ю. Б., Ватель И. А., Ерешко Ф. И., Кононенко А. Ф.
28. **Поспелов Д. А., Пушкин В. Н.** Мышление и автоматы. М., «Сов. радио», 1972.
29. **Янг С.** Системное управление организацией. Пер. с англ. М., «Сов. радио», 1972.
30. **Ijiri Y.** The Linear aggregation coefficient as the dual of the linear correlation coefficient. — «Econometrica», 1968, v. 36, № 2.
31. **Вен В. Л., Эрлих А. И.** Некоторые вопросы агрегирования линейных моделей. — «Изв. АН СССР. Техническая кибернетика», 1970, № 5.
32. **Вен В. Л.** Агрегирование динамической модели межотраслевого баланса — «Ж. Вычислит. математика и матем. физика», 1971, т. 11, № 6.
33. **Fisher W. D.** Clustering and aggregation in economics. The John Hopkins Press. Baltimore, 1969.
34. **Neudecker H.** Aggregation in input-output analysis: an extension of Fisher's method. — «Econometrica», 1970, v. 38, № 6.
35. **Горбунов С. Д.** Метод синтеза иерархической системы управления. Канд. дисс., Харьковский политехнич. ин-т, 1972.
36. **Сухоруков Г. А., Горбунов С. Д.** Синтез иерархической системы управления технологическим комплексом. — «Изв. АН СССР. Техническая кибернетика», 1974, № 1.
37. **Граве П., Растригин Л.** Кибернетика и психика. Рига, «Зинатне», 1973.
38. **Черняк Ю. И.** Закономерность целеобразования в экономических системах. — В кн.: Информация и модели структур управления. М., «Наука», 1972.
39. **Квейд Э.** Анализ сложных систем. Пер. с англ. М., «Сов. радио», 1969.

40. **Миллер Д., Галантер Ю., Прибрам К.** Планы и структура поведения. Пер. с англ. М., «Прогресс», 1965.
41. **Петрова Л. Т.** Введение в сетевое планирование. Новосибирский гос. ун-т, 1969 г.
42. **Зубков Н. А., Иванов Д. А.** Принятие решений на бой. М., Воениздат, 1961.
43. **Труды** конференции «Системный анализ и перспективное планирование» (май 1972). М., ВЦ АН СССР, 1973.
44. **Майминас Е. З.** Процессы планирования в экономике. Информационный аспект. М., «Экономика», 1971.
45. **Аганбегян А. Г.** Тенденции развития методов управления экономическими системами. — В кн.: Автоматизированные системы управления. М., «Экономика», 1972.
46. **Федоренко Н. П.** Экономико-математические методы планирования и управления. В кн.: Автоматизированные системы управления. М., «Экономика», 1972.
47. **Моисеев Н. Н.** Математические модели экономической науки. М., «Знание», 1973.
48. **Емельянов С. В. и др.** Подготовка и принятие решений в организационных системах управления. - В кн.: Итоги науки и техники. Техническая кибернетика. М., «Наука», 1971.
49. **Математическое** описание элементов экономики. М., ИПУ АН СССР, 1973. Авт.: С. В. Дубровский, А. Н. Дюкалов, Ю. Н. Иванов и др.
50. **Акофф Р.** Планирование в больших экономических системах. Пер. с англ. М., «Сов. радио», 1972.
51. **Лопухин М. М.** ПАТТЕРН — метод планирования и прогнозирования научных работ. М., «Сов. радио», 1970.
52. **Иванова Л. В.** Некоторые вопросы формализации построения сценария. См. п. 43.
53. **Журавлев Ю. И., Никифоров В. В.** Алгоритмы распознавания, основанные на вычислении оценок. — «Кибернетика», 1971, № 3.
54. **Beschluß** über die Grundsatzregelung für komplexe Maßnahmen zur weiteren Gestaltung des okononuachen systems Sozialismus in der Planung und Wirtschafts-führung für die Jahre 1969 und 1970 vom 26 Juni 1968. Gesetzblatt der Deutschen Demokratischen Republik. Berlin, den 5 Juli 1968, Teil II, Nr. 66.

К главе 4

1. **Немчинов В. С.** Экономико-математические модели и методы. М., «Мысль», 1965.
2. **Поспелов Г. С., Подузов А. А.** Проблемы управления в экономико-математических моделях. — «Изв. АН СССР. Техническая кибернетика», 1967, № 5.
3. **Подузов А. А.** Моделирование экономического роста в условиях научно-технического прогресса. — В кн.: Кибернетика на службу коммунизма. Вып. 6. М., «Энергия», 1972.
4. **Поспелов Г. С.** К вопросу о программном методе управления многоотраслевым производством. — В кн.: Программный метод управления. М., ВЦ АН СССР, 1971.
5. **Поспелов Г. С.** О программном планировании в народном хозяйстве. — В кн.: Труды конференции «Системный анализ и перспективное планирование» (май 1972). М., ВЦ АН СССР, 1973.

6. **Поспелов Г. С.** Научно-технический прогресс и проблемы планирования в народном хозяйстве. — «Изв. АН СССР. Техническая кибернетика», 1972, № 6.
7. **Лемешев М. Я., Панченко А. И.** Комплексные программы в планировании народного хозяйства. М., «Экономика», 1963.
8. **Поспелов Г. С., Шахнов И. Ф.** Некоторые вопросы формирования долгосрочных программ развития. — В кн.: Проблемы прикладной математики и механики. М., «Наука», 1971.
9. **Байнхауэр Х., Шмакке Э.** Мир в 2000 году. Пер. с нем. М., «Прогресс», 1973.
10. **Глушков В. М.** О прогнозировании на основе экспертных оценок. — «Кибернетика», 1969, № 2.

К главе 5

1. **Принципы** формирования терминальных программ — В кн.: Труды конференции «Системный анализ и перспективное планирование». М., ВЦ АН СССР, 1973. Авт.: Ириков В. А., Курилов А. Е., Шахнов И. Ф., Шеверов В. Г.
2. **Ириков В. А.** Согласование математических моделей и процедур формирования программ. См. п. 1.
3. **Мендельсон Э.** Введение в математическую логику. М., «Наука», 1971.
4. **Клини С.** Математическая логика. М., «Мир», 1973.
5. **Ларичев О. И.** Человеко-машинные процедуры принятия решений (обзор). — «Автоматика и телемеханика», 1972, № 11.
6. **Человек** и вычислительная техника. Киев, «Наукова думка», 1971. Авт.: В. М. Глушков, В. И. Брановицкий, А. М. Довгялло и др.
7. **Трапезников В. А.** Человек в системе управления. — «Автоматика и телемеханика», 1972, № 2.
8. **Сакмэн Г.** Решение задач в системе «человек — ЭВМ». Пер. с англ. М., «Мир», 1973.
9. **Человеко-машинные** процедуры решения оперативных задач в АСУ (материалы семинара). М., «Знание», 1974.
10. **Ириков В. А.** Построение человеко-машинных процедур программно-целевого планирования. — В кн.: Труды всесоюзной школы-семинара по управлению большими системами. Тбилиси, «Мицниереба», 1973.
11. **Ириков В. А., Курилов А. Е.** Оценка сложности реализации диалоговой процедуры определения приоритетов. — «Изв. АН СССР. Техническая кибернетика», 1974, № 1.
12. **Лавров С. С., Гончарова Л. И.** Автоматическая обработка данных. М., «Наука», 1971.
13. **Обработка** информационных массивов в АСУ. Киев, «Наукова думка», 1970. Авт.: В. М. Глушков, В. П. Гладун, Л. С. Лозинский, С. Б. Погребинский.
14. **Нильсон Н.** Искусственный интеллект (методы поиска решений). Пер. с англ. М., «Мир», 1973.
15. **Мальцев А. И.** Алгебраические системы. М., «Наука», 1970.
16. **Калужнин А. А.** Введение в общую алгебру. М., «Наука», 1973.
17. **Рыбников К. А.** Введение в комбинаторный анализ. МГУ, 1972.
18. **Скорняков Л. Н.** Элементы теории структур. М., «Наука», 1970.
19. **Оре О.** Теория графов. М., «Наука», 1968.
20. **Зыков А. А.** Теория конечных графов. М., «Наука», 1969.

21. **Форд Л. Р., Фалкерсон Д. Р.** Потоки в сетях. М., «Мир», 1966.
22. **Суппес П., Зинес Д.** Основы теории измерений. — В кн.: Психологические измерения. Пер. с англ. М., «Мир», 1967.
23. **Фишберн П. К.** Измерения относительных ценностей. — В кн.: Статистическое измерение качественных характеристик. Пер. с англ. М., «Статистика», 1972.
24. **Организация** и планирование на предприятиях цветной металлургии. Под ред. И. А. Бенуни. М., «Наука», 1972.
25. **Шорохов С. М.** Разработка россыпных месторождений и основы проектирования. М., Госгортехиздат, 1963.
26. **Лешков В. Г.** Современная техника и технология дражных работ. М., «Недра», 1970.
27. **Организация** и управление горным производством. [Сб. статей]. Изд-во свердловского горного ин-та. Свердловск, 1972.
28. Проблемы создания АСУ в горной промышленности. [Сб. статей]. Изд-во свердловского горного ин-та. Свердловск, 1973.
29. **Бурков В. Н., Ириков В. А., Кимельман Э. А.** Сетевое планирование и управление на предприятиях золото-платиновой и алмазной промышленности. — В кн.: Опыт применения СПУ на горнорудных предприятиях. М., «Цветметинформация», 1969.
30. **Ириков В. А., Тихомирова Л. В., Кимельман Э. А.** Построение и оптимизация сетевой модели разработки россыпного месторождения подземным способом. — «Изв. вузов СССР, Горный журнал», 1970, № 8.
31. **Ириков В. А.** К задаче календарного планирования горных работ. — В кн.: Оптимизации, исследование операций. М., «Наука», 1973.
32. **О программном** подходе к построению системы оптимального планирования золотодобывающих предприятий. См. п. 27. Авт.: Ириков В. А., Киммельман Э. А., Школьник М. И., Багаутдинов Г. А.
33. **Воробьев Б. М., Мигачев Р. Д., Молчанов В. М.** Календарное планирование развития горных работ на шахте с помощью сетевых графиков и ЭВМ. — «Труды ин-та Гипроуглеавтоматизация», 1969, вып. 7.
34. **Жигалов М. Л.** СПУ на подземных рудниках. — В кн.: Опыт применения СПУ на горнорудных предприятиях. М., «Цветметинформация», 1969.
35. **Науменко К. Д.** и др. Организация и планирование производства на предприятиях горной промышленности. М., «Недра», 1968.
36. **Оптимальное** планирование на ЭВМ в угольной промышленности. [Сб. статей]. Под ред. Астахова А. С. М., «Недра», 1971.
37. **Проблемы** управления горными предприятиями будущего. [Сб. статей]. М., Московский горный институт, 1972.
38. **Трегелис П. Д.** Применение ЭВМ для решения горных задач в Великобритании (обзор). — В кн.: Труды V Международного горного конгресса. М., «Недра», 1968.
39. **Hazzel A. A.** Mine management by objectives. — «J. of The South African Institute on Mining and Metallurgy», 1972, Sept.
40. **Библиография** по вопросам организации планирования и управления научными исследованиями. М., ЦЭМИ АН СССР, 1972.
41. **Янч Э.** Прогнозирование научно-технического прогресса. М., «Прогресс», 1970.

42. **Башин М. Л.** Планирование научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ. М., «Экономика», 1969.
43. **Добров Г. М.** Наука о науке. Киев, «Наукова думка», 1970.
44. **Горфан К. Л., Комков Н. И., Миндели Л. Э.** Планирование и управление научными исследованиями. М., «Наука», 1971.
45. **Архангельский В. Н.** Рационализация управления в НИИ и КБ. М., «Экономика», 1972.
46. **II симпозиум** по проблемам планирования и управления научными исследованиями. Тезисы докладов. М., ЦЭМИ АН СССР, 1973.
47. **Планирование** научных исследований и информационное обеспечение. [Сб. статей]. М., «Наука», 1972.
48. **Заборский П. Л., Нусенбаум Д. М.** Практика сетевого планирования научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ. М., «Экономика», 1967.
49. **Быстров Г. В., Зимин Ю. К., Кузнецов Ю. А.** Рабочие процедуры и документы системы СПУ для НИИ и КБ. М., «Экономика», 1968.
50. **Бруяцкий Е. В., Смирнов Л. П.** Математические методы в задачах управления наукой. Киев, «Наукова думка», 1973.
51. **Комков Н. И.** Математические модели планирования научных исследований и разработок. — «Экономика и математические методы», 1972, № 6.
52. **Ларичев О. И.** Метод оценки проектов проведения прикладных исследований и разработок. — «Автоматика и телемеханика», 1972, № 8.
53. **Косов Е. В., Попов Г. Х.** Управление межотраслевыми научно-техническими программами. М., «Экономика», 1972.
54. **Беляков-Бодин В. И., Кузнецов П. Г., Шафранский В. В.** Системы СПУТНИК. — В кн.: Пути автоматизации научно-исследовательских работ. Киев, ИК АН СССР, 1968.
55. **Афанасьев В. Г., Чесноков В. С.** Системы целевого планирования — инструмент эффективного управления научными исследованиями. В кн.: Научное управление обществом. Вып. 6, М., «Мысль», 1972.
56. **Комков Н. И.** Исследование формализованных процедур для структуризации научных исследований и разработок. — В кн.: Планирование, управление и оценка эффективности НИР. М., ЦЭМИ АН СССР, 1972.
57. **Математические** методы анализа, оценки и планирования НИР [Сб. статей]. М., ЦЭМИ АН СССР, 1974.
58. **Ириков В. А., Шеверов В. Г.** Об одном подходе к планированию программ исследований и разработок. — В кн.: Труды конференции МФТИ, 1970. МФТИ, 1971.
59. **Ириков В. А.** Некоторые человеко-машинные процедуры программного планирования НИОКР. См. п. 46.
60. **Информационное** обеспечение процедур планирования и управления НИР вуза. — В кн.: Кибернетика и Вуз. Вып. 6. Томск, ТПИ, 1973. Авт.: Губин П. И., Ириков В. А., Калина Е. П., Родин М. В.
61. **Согласование** моделей планирования и управления научно-техническим прогрессом. См. п. 57. Авт.: Ириков В. А., Симонов В. К., Шабунин М. И., Шеверов В. Г.
62. **Система** планирования работ опытного производства. V Всесоюзное совещание по проблемам управления (тезисы докладов). М.,

«Наука», 1971. Авт.: Калюжный Б. И., Рабинович И. И., Шабунин М. И., Шафранский В. В.
63. **Ершов Ю. В., Салтысов Н. В., Темперанский В. А.** Некоторые проблемы проведения экспертизы по методу «прогнозного дерева». — «Науковедение и информатика», 1970, № 3.
64. **Поспелов Г. С., Баришполец В. А.** О стохастическом сетевом планировании. — «Изв. АН СССР. Техническая кибернетика», 1966, № 6.
65. **Elmaghraby S.** An algebra for analysis of generalized activity network. — «Manag. Science», 1964, v. 10, № 3.
66. **Pritsker A. A., Whitehouse S. E.** Graphical evaluation and review technique. Pt. 1, 2. — «J. Industr. Eng.», 1966, v. 17, № 5, 6.
67. **Голенко Д. И.** Статистические методы сетевого планирования и управления. М., «Наука», 1968.
68. **Браун М.** Теория и измерение технического прогресса. Пер. с англ. М., «Статистика», 1971.
69. **Лисичкин В. А.** Отраслевое научно-техническое прогнозирование. М., «Экономика», 1971.
70. **Химмельблау Д.** Анализ процессов статистическими методами. Пер. с англ. М., «Мир», 1973.
71. **Дюкалов А. Н., Иванов Ю. Н., Токарев В. В.** Принципы моделирования на ЭВМ систем экономического управления. — «Автоматика и телемеханика», 1973, № 12; 1974, № 1.
72. **Дюкалов А. Н., Илютович А. Е.** Асимптотические свойства оптимальных траекторий экономической динамики. — «Автоматика и телемеханика», 1973, № 3.
73. **Емельянов С. В. и др.** Выбор рациональных вариантов технических схем шахт с учетом большого числа критериев. — «Горный журнал», 1972, № 5.
74. **Киселев Ю. В.** Оценка важности программ методом парных сравнений. — «Изв. АН СССР. Техническая кибернетика», 1971, № 3.
75. **Макаров И. М., Озерной В. М., Ястребов А. П.** Принятие решения о выборе варианта сложной системы автоматического управления. — «Автоматика и телемеханика», 1971, № 3.
76. **Озерной В. М., Гафт М. Г.** Теоретико-множественный подход к задачам принятия решений при векторном критерии. — В кн.: VI симпозиум по кибернетике. Изд-во ИК АН СССР. Тбилиси, 1972.
77. **Дехтяренко В. А.** Алгоритм формирования и обработки экспертных оценок при решении задач прогнозирования в сложных системах. — В кн.: Кибернетика и Вуз. Вып. 4. Томск, ТПИ, 1971.
78. **Курилов А. Е.** Построение теоретико-множественных функций выбора в процедурах принятия решений. Канд. дисс., МФТИ, 1973.
79. **Гюйбо Д. Т.** Теория общего интереса и логическая проблема агрегирования. — В кн.: Математические методы в социальных науках. Пер. с англ. М., «Прогресс», 1973.
80. **Auman R. J.** Utility theory without the completeness axiom. — «Econometrica», 1962, v. 13, № 3.
81. **Herzberger H. G.** Ordinal preference and rational choice. — «Econometrica», 1973, v. 41, № 2.
82. **Зуховицкий С. И., Радчик И. А.** Математические методы сетевого планирования. М., «Наука», 1965.

83. **Сетевые** модели и задачи управления. М., «Сов. радио», 1967. Авт.: В. Н. Бурков, Б. Д. Ланда, С. Е. Ловецкий и др.
84. **Решение** многосетевых и многоцелевых задач с учетом рационального использования ресурсов. (Информ. обзор). Киев, НИИСП, 1968.
85. **Рекомендации** по применению в строительстве разработанных в странах СЭВ алгоритмов и программ решения многосетевых задач с учетом рационального использования ресурсов. Киев, НИИСП, 1970.
86. **Woodgate H. S.** Trends and developments in network planning systems. — «Management Inform.», 1973, v. 2, № 3.
87. **Моисеев Н. Н.** Численные методы в теории оптимальных систем. М., «Наука», 1971.
88. **Зуховицкий С. И., Авдеева Л. И.** Линейное и выпуклое программирование. М., «Наука», 1967.
89. **Фиакко А., Мак-Кормик Г.** Нелинейное программирование. М., «Мир», 1972.
90. **Бурков В. Н., Ловецкий С. Е.** Методы решения экстремальных комбинаторных задач (обзор). — «Изв. АН СССР. Техническая кибернетика», 1968, № 4.
91. **Михалевич В. С.** Последовательные алгоритмы оптимизации и их применение. — «Кибернетика», 1965, №№ 1, 2.
92. **Черенин В. П., Хачатуров В. Р.** Решение методом последовательных расчетов одного класса задач о размещении производства. — В кн.: Экономико-математические методы. Вып. 2. М., «Наука», 1965.
93. **Задачи** календарного планирования и методы их решения. Киев, «Наукова думка», 1966. Авт. В. В. Шкурба, Т. П. Подчасова, А. Н. Пшичук, Л. П. Тур.
94. **Корбут А. А., Финкельштейн Ю. Ю.** Дискретное программирование. М., «Наука», 1969.
95. **Ансель Ж.** О числе монотонных булевых функций n переменных. — В кн.: Кибернетический сборник. Вып. 5. М., «Наука», 1966.
96. **Куликовский Р.** Агрегация, оптимизация и управление организационной структурой больших систем. — «Экономика и математические методы», 1968, т. IV, № 1.
97. **Аганбегян А. Г., Багриновский К. А.** О соотношении народнохозяйственного оптимума и локальных оптимумов в экономической системе социализма. — В кн.: Оптимальное планирование и совершенствование управления народным хозяйством. М., «Наука», 1969.
98. **Бурков В. Н., Макаров И. М., Соколов В. Б.** Централизованное управление активными системами. — «Автоматика и телемеханика», 1973, № 8.
99. **Глушков В. М.** Пути развития вычислительной техники и систем математического обеспечения. — В кн.: Автоматизированные системы управления. М., «Экономика», 1972.
100. **Голиков А. И., Ириков В. А.** К разработке модульной структуры математического обеспечения задач календарного планирования. — В кн.: Труды конференции МФТИ 1971. М., МФТИ, 1972.
101. **Научно-технические** отчеты МФТИ. УДК 65.012.122:001891, гос. регистрация № 710 20 687, МФТИ 1970—1973 гг.

102. **Гурин Л. С., Дымарский Я. С., Меркулов А. Д.** Задачи и методы оптимального распределения ресурсов. М., «Сов. радио», 1968.
103. **Jonson S. M.** Optimal two and three stage production shedules and setup times included.—«Naval Res. Log. Quart.», 1954, № 1.
104. **Бурков В. Н.** Задача разборки графа.—В кн.: Кибернетику на службу коммунизму. № 1. М., «Энергия», 1967.
105. **Ириков В. А.** Некоторые задачи управления комплексами операций класса ресурсы — время и их приложения. Канд. дисс., МФТИ, 1969.
106. **Шафранский В. В.** Применение правил приоритета для оптимизации использования ограниченных ресурсов.—«Изв. АН СССР. Техническая кибернетика», 1968, № 5.
107. **Голиков А. И., Деменчук В. М.** Оптимизация времени выполнения комплекса операций при ограниченных ресурсах. — В кн.: Теория оптимальных решений. Вып. 3. Киев, ИК АН УССР, 1969.
108. **Чеботарев О. Г.** Распределение ресурсов в многотемных разработках на основе агрегирования. См. п. 47.
109. **Ланкастер К.** Математическая экономика. Пер. с англ. М., «Сов. радио», 1972.
110. **Томович Р., Вулкобратович М.** Общая теория чувствительности. Пер. с англ. М., «Сов. радио», 1972.
111. **Умнов А. Е.** Исследование зависимости решения задачи математического программирования от параметров методом штрафных функций. См. п. 28.
112. **Гончаров В. Л.** Теория приближения и интерполирования функций. М., Гостехиздат, 1954.
113. **Бахвалов Н. С.** Численные методы. М., «Наука», 1973.
114. **Озерной В. М.** Принятие решений (обзор).—«Автоматика и телемеханика», 1971, № 11.
115. **Борисов В. И.** Проблемы векторной оптимизации. — В кн.: Исследование операций. М., «Наука», 1972.
116. **Pareto V.** Cours d'Economic politique. Jausanne Rouge, 1896.
117. **Дорофеюк А. А.** Алгоритмы автоматической классификации (обзор). — «Автоматика и телемеханика», 1971, № 12.
118. **Оуэн Г.** Теория игр. Пер. с англ. М., «Мир», 1971.
119. **Льюс Р. Д., Райфа Х.** Игры и решения. Пер. с англ. М., ИЛ, 1961.
120. **Кемени Д., Снелл Д.** Кибернетическое моделирование. Пер. с англ. М., «Сов. радио», 1972.
121. **Иванилов Ю. П., Моисеев Н. Н., Петров А. А.** Некоторые математические вопросы программного управления экономической системой. — В кн.: Кибернетику на службу коммунизму. Вып. 6. М., «Энергия», 1971.
122. **Воробьев Н. Н.** Числа Фибоначчи. М., «Наука», 1969.
123. **Авдонин В. Д., Ириков В. А., Чепур В. С.** Диалоговая процедура распределения ресурсов между комплексами работ. См. п. 28.
124. **Столяров Л. Н.** Некоторые вопросы создания человеко-машинной системы для решения экономических распределительных задач. Канд. дисс, МФТИ, 1971.

125. **Курилов А. Е.** Построение аддитивного критерия на основе экспертизы, использующей порядковые шкалы. — В кн.: Труды конференции МФТИ 1971. М., МФТИ, 1972.
126. **Лебедев Б. Д., Подиновский В. В., Стырикович Б. В.** Задача оптимизации по упорядоченной совокупности критериев. — «Экономика и математические методы», 1971, т. 7, № 4.
127. **Авдулов П. В.** Исследование и разработка научных основ оптимизации развития горных работ на угольных шахтах. Докт. дисс. М., МГИ, 1972.
128. **Система** математических моделей формирования оптимальной производственной программы золотодобывающего предприятия на основе программного подхода. — «Изв. Вузов СССР. Горный журнал», 1974, № 4. Авт.: Ириков В. А., Чепур В. С., Кимельман Э. А., Школьник М. И.
129. **Hu T. C.** Parallel sequencing and accembly line problems. — «Operat. Res.», 1961, v. 9, № 6.
130. **Леготин Ф. Я., Кимельман Э. А.** Применение сетевых моделей при капитальном ремонте технологического оборудования в цветной металлургии. (См. п. 28).
131. **Задачи** определения очередности ввода пусковых технологических комплексов. — В кн.: Автоматизированное оптимальное проектирование производств нефтеперерабатывающей и нефтехимической промышленности. Вып. 3. М., «Нефтехим», 1973. Авт.: Барашков Н. П., Ириков В. А., Мазурик В. П., Телков Ю. К.
132. **Губин П. И., Ириков В. А., Калина Е. П.** Математическое обеспечение человеко-машинных процедур формирования тематического плана НИР в ВУЗе. См. п. 46.
133. **Калюжный Б. И.** Реализация математического обеспечения задач календарного планирования опытно-конструкторских работ с использованием диалога «руководитель — ЭВМ». См. п. 9.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

ОГЛАВЛЕНИЕ

5.

ПОСТРОЕНИЕ ЧЕЛОВЕКО-МАШИННЫХ ПРОЦЕДУР ФОРМИРОВАНИЯ ПЛАНОВ

ГЕРМОГЕН СЕРГЕЕВИЧ ПОСПЕЛОВ
ВАЛЕРИЙ АЛЕКСЕЕВИЧ ИРИКОВ

ПРОГРАММНО-ЦЕЛЕВОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ (ВВЕДЕНИЕ)

Редакторы *В. П. Мазурик, А. Н. Ковалев*
Редактор изд-ва *М. С. Гордон*
Художественный редактор *В. Т. Сидоренко*
Обложка художника *А. С. Завьялова*
Технический редактор *Г. З. Кузнецова*
Корректор *Г. М. Денисова*

Сдано в набор 6/V 1975 г. Подписано в печать 4/XI 1975 г. Т-18968
Формат $84\times108/_{32}$ Бумага машиномелованная
Объем 23,1 усл. п. л., 24,088 уч.-изд. л.
Тираж 13 000 экз. Зак. 248 Цена 1 р. 60 к.

Издательство «Советское радио», Москва, Главпочтамт, а/я 693

Московская типография № 10 Союзполиграфпрома
при Государственном комитете Совета Министров СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.