

УДК 527.62  
ББК 39.57-5

## **ПРИМЕНЕНИЕ ИЗМЕРЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ ГРАДИЕНТА МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ В ЗАДАЧЕ НАВИГАЦИИ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА**

**Каршаков Е. В.<sup>1</sup>**

*(Учреждение Российской академии наук  
Институт проблем управления РАН, Москва)*

*В статье приведен анализ информативности параметров градиента магнитного поля Земли для решения задачи навигации с применением корреляционно-экстремального метода. Приводятся алгоритмы решения соответствующей навигационной задачи в варианте комплексирования магнитоградиентной корреляционно-экстремальной и инерциальной навигационных систем. Комплексирование осуществляется методом решения задачи коррекции в инерциальной навигации, которая приводится к стандартной форме линейной стохастической задачи оптимального оценивания. Предлагается решение методами калмановской фильтрации и сглаживания.*

Ключевые слова: инерциальная навигационная система, корреляционно-экстремальная навигационная система, градиент магнитного поля Земли, фильтр Калмана.

### **1. Введение**

Измерение физических полей лежит в основе многих геологоразведочных, инженерных, экологических задач. Кроме того, одна из актуальных проблем навигации летательных аппаратов – использование измерений физических полей, таких, как

---

<sup>1</sup> Евгений Владимирович Каршаков, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник (karshak@mail.ru).

гравитационное или магнитное, в качестве альтернативного или дополнительного источника навигационной информации [8]. Следует отметить, что наиболее энергичное развитие средств и методов измерений физических полей Земли в последние десятилетия связано, главным образом, с технологическим прогрессом в области геофизических, и, в частности, аэрогеофизических исследований.

Один из наиболее распространенных способов применения измерений параметров физических полей Земли для решения задач навигации – использование на борту корреляционно-экстремальных навигационных систем (КЭНС). Существуют несколько типов КЭНС, которые различаются по типу применяемого поля и по методам обработки информации [1]. Суть метода, о котором далее пойдет речь, заключается в том, что измеренные параметры поля сравниваются с координатно привязанным эталоном, хранящимся в памяти бортового вычислителя. Совпадение значений позволяет с той или иной точностью получить навигационные параметры.

Данная работа посвящена вопросам использования параметров магнитного поля Земли для задач навигации летательного аппарата. Современные магнитометры обладают очень высокой чувствительностью, точностью и быстродействием. К примеру, квантовый скалярный магнитометр имеет чувствительность  $0.2 \text{ пТл} \cdot \text{Гц}^{-1/2}$ , диапазон измерений от 10 до 100 мкТл, частота дискретизации – порядка 1000 измерений в секунду [3]. Такие параметры измерительных систем открывают широкие возможности их применения для решения навигационных задач.

Важной особенностью магнитного поля Земли является его вариационная изменчивость. Естественные вариации магнитного поля существенно ограничивают возможность использования его моделей в качестве априорной информации КЭНС. Однако применение синхронных магнитоградиентных измерений позволяет существенно снизить влияние вариаций. Градиент магнитного поля Земли подвержен вариационной изменчивости в существенно меньшей степени. Точность измерений параметров градиента магнитного поля Земли оказывается достаточной для постановки задачи навигации с их использованием [4].

В настоящее время при аэрогеофизических исследованиях достаточно распространены одно, двух и трехкомпонентные векторные магнитные градиентометры, измеряющие градиент скалярной величины – модуля вектора индукции магнитного поля [9]. Принцип работы такого градиентометра заключается в синхронном измерении модуля магнитной индукции в нескольких точках. Вычисляя попарные разности и относя их к расстоянию между датчиками, можно получить все три проекции вектора градиента:

$$(1) \quad \frac{d|B|}{dx} = \left( \frac{d|B|}{dx_1}, \frac{d|B|}{dx_2}, \frac{d|B|}{dx_3} \right).$$

Здесь  $|B|$  – модуль вектора индукции магнитного поля,  $x = (x_1, x_2, x_3)$  – вектор пространственных координат.

При установке градиентометра с использованием четырех квантовых датчиков на борту летательного аппарата Cessna Grand Caravan расстояние между датчиками в горизонтальной плоскости порядка десяти метров, вертикальная составляющая градиента измеряется на расстоянии около трех метров.

Далее приводятся результаты анализа информативности параметров магнитного градиента для решения навигационных задач корреляционно-экстремальными методами, даются алгоритмы решения задачи навигации, приводятся варианты комплексовирования магнитоградиентных измерений и измерений инерциальных навигационных систем (ИНС).

## **2. Анализ информативности и устойчивости параметров градиента магнитного поля Земли**

Для анализа устойчивости параметров магнитного поля во времени использовались результаты аэрогеофизических исследований одного и того же участка в 1998 и в 2010 годах. Размер участка примерно 10 на 10 км. Диапазон изменения величины индукции магнитного поля на данном участке составляет около 500 нТл, среднее значение 54 700 нТл.

Разность измерений разных лет на данном участке составила до 7 нТл. Учитывая точность современных квантовых

датчиков магнитного поля можно констатировать, что поле значительно поменялось на всей территории. Эти изменения могут быть связаны и с глобальными изменениями магнитного поля Земли, и с низкочастотными вариациями поля, которые не удалось скорректировать при обработке данных аэромагнитной съемки. Кроме того, спектр разности существенно смещен в высокочастотную область по сравнению со спектром самих измерений. Данные обстоятельства не позволяют использовать высокочастотную составляющую модуля индукции магнитного поля для задач навигации, что существенно уменьшает точность позиционирования корреляционно-экстремальным методом. Подходящими для навигации на рассмотренном участке являются аномалии характерного размера свыше нескольких километров.

Использование градиента магнитного поля имеет ряд преимуществ. Во-первых, аномалии градиента обусловлены, главным образом, локальными особенностями среды. Как следствие, они в меньшей степени подвержены глобальным изменениям магнитного поля. Во-вторых, измерение градиента на относительно короткой базе позволяет пренебречь вариациями магнитного поля, чего нельзя сделать для измерений самого поля. В-третьих, аномальное поле градиента имеет меньший радиус корреляции, поскольку влияние оказывают в первую очередь приповерхностные объекты, которые дают более контрастные аномалии.

Для анализа параметров градиента были вычислены пространственные производные модуля индукции магнитного поля по полученным картам. Максимальное значение градиента для рассмотренного участка составило 0.15 нТл/м.

Как показало сравнение карты разности модуля магнитной индукции разных лет и карты модуля горизонтального градиента, в них имеются повторяющиеся структуры, которые могут быть связаны только с геологическими особенностями данного региона. Это означает, что временным изменениям подвержено не только нормальное магнитное поле, но и аномальное, которое предполагается использовать для задач навигации. Отсюда можно сделать вывод о том, что при отсутствии актуальных

магнитных данных для корреляционно-экстремальных систем с применением параметров индукции или напряженности магнитного поля, а не его градиента, можно использовать только аномалии амплитудой более 10 нТл и размером порядка нескольких километров. Если же учесть отсутствие данных о магнитных вариациях, порог амплитуды аномалии может еще увеличиться. Как следствие, можно говорить о том, что для корреляционно-экстремальных систем на основе магнитного поля точность современных квантовых датчиков является избыточной. Задача может быть решена при помощи менее сложных датчиков – феррозондов [3].

Разность модулей горизонтального градиента магнитного поля, полученных по данным 2010 и 1998 годов на всем участке, не превышает 0.01 нТл/м. Это соответствует уровню чувствительности градиентометров, построенных на основе квантовых датчиков с оптической накачкой – 0.01-0.001 нТл/м [5]. Таким образом, с одной стороны, можно говорить о том, что квантовые системы измерения вектора магнитного градиента могут использоваться в задачах навигации уже при современном уровне развития инструментальной базы, а с другой стороны, о том, что поле градиента в достаточной мере устойчиво, чтобы полагаться на карты магнитного градиента десятилетиями.

Существующие тензорные градиентометры, измеряющие компоненты тензора градиента

$$(2) \quad \frac{dB}{dx} = \begin{pmatrix} \frac{dB_1}{dx_1} & \frac{dB_1}{dx_2} & \frac{dB_1}{dx_3} \\ \frac{dB_2}{dx_1} & \frac{dB_2}{dx_2} & \frac{dB_2}{dx_3} \\ \frac{dB_3}{dx_1} & \frac{dB_3}{dx_2} & \frac{dB_3}{dx_3} \end{pmatrix},$$

не обладают достаточной чувствительностью, чтобы определить аномалии градиента на данном участке [4]. В формуле (2)  $B_1, B_2, B_3$  – компоненты вектора индукции магнитного поля.

### **3. Алгоритмы комплексирования корреляционно-экстремальных и инерциальных навигационных систем**

Радиус корреляции для поля градиента составляет десятки метров, что обеспечивает потенциально высокую точность решения навигационных задач. При этом конфигурация магнитного градиентометра позволяет решать задачу навигации в два этапа: грубый – с применением значения модуля индукции магнитного поля, и точный – с использованием параметров вектора градиента. Потенциальная точность решения навигационной задачи зависит от высоты полета и геологических условий местности.

Корреляционно-экстремальная система навигации, которая может быть построена на основе магнитного градиентометра, относится к классу КЭНС-I с памятью, поскольку она измеряет поле в одной точке и сравнивает его с эталоном, хранящимся в памяти бортового вычислителя; принцип работы такой системы аналогичен применяемому в системах TERCOM и MAGCOM, которые работают по картам рельефа и магнитного поля [1].

Практический интерес для задач, решаемых информационно-управляющими системами летательных аппаратов, представляет векторный магнитный градиентометр, поскольку он обладает наибольшей точностью измерений и может быть реализован на основе доступных квантовых датчиков. При этом он является автономной системой, поскольку не требует информации о вариациях магнитного поля.

Тем не менее, удобно использовать такую КЭНС совместно с какой-либо другой автономной навигационной системой, например, инерциальной. С одной стороны, позиционная информация ИНС может существенно сузить зону начальных условий для поиска решения КЭНС, а угловая информация позволяет привязать измеренные параметры магнитного градиента к системе координат, связанной с Землей. С другой стороны, показания магнитного градиентометра в совокупности с данными эталонных карт магнитного градиента могут быть

использованы в качестве источника корректирующей информации для бортовой ИНС.

В качестве инерциальной навигационной системы выберем двухкомпонентную платформенную ИНС с горизонтируемой платформой и относительно свободной ориентацией в азимуте [6]. Выбор конкретного вида ИНС позволяет задаться определенной моделью ошибок. Для любой другой системы следует брать соответствующую модель ошибок и определиться с параметрами вертикального канала.

Для реализации алгоритмов комплексирования необходимо, чтобы в бортовом вычислителе осуществлялось не только счисление навигационной информации по показаниям инерциальных датчиков, но и решение дифференциальных уравнений для вектора ошибок и его ковариационной матрицы, которое будет необходимо на этапе коррекции. Ковариационная матрица должна вычисляться с учетом вида уравнений ошибок (в дальнейшем используется форма с разложением ошибок на динамическую и кинематическую составляющие [6]):

$$\begin{aligned} \delta \dot{w}_1 &= \omega_2 (\omega_2 \delta x_1 - \omega_1 \delta x_2) - \omega_0^2 \delta x_1 + \omega_3 \delta w_2 + \Delta f_1 - w_2 v_3, \\ \delta \dot{w}_2 &= \omega_1 (\omega_1 \delta x_2 - \omega_2 \delta x_1) - \omega_0^2 \delta x_2 - \omega_3 \delta w_1 + \Delta f_2 - w_1 v_3, \\ \delta \dot{x}_1 &= \delta w_1 + \omega_3 \delta x_2 + r v_2, \\ (3) \quad \delta \dot{x}_2 &= \delta w_2 - \omega_3 \delta x_1 - r v_1, \\ \dot{\beta}_1 &= \omega_3 \beta_2 - \omega_2 \beta_3 + v_1, \\ \dot{\beta}_2 &= -\omega_3 \beta_1 + \omega_1 \beta_3 + v_2, \\ \dot{\beta}_3 &= \omega_2 \beta_1 - \omega_1 \beta_2 + v_3. \end{aligned}$$

Здесь система координат выбрана таким образом, чтобы центр располагался в центре Земли, а оси повторяли рабочий трехгранник ИНС, связанный с горизонтируемой платформой:  $x_1, x_2$  – горизонтальные оси,  $x_3$  – вертикальная ось. Этот трехгранник не вращается относительно Земли вокруг оси  $x_3$ , т. е. вертикальная составляющая угловой скорости совпадает с вертикальной составляющей угловой скорости Земли.  $\omega$  – вектор абсолютной угловой скорости трехгранника  $x_1 x_2 x_3$ ,  $w$  – абсолютная скорость модельной точки ИНС в инерциальной

системе отсчета,  $r$  – местный радиус кривизны Земли, в случае сферической модели Земли равен сумме радиуса Земли и высоты,  $\omega_0$  – частота Шулера, т. е. частота математического маятника длиной  $r$ ,  $\delta w$  – динамическая составляющая ошибки скорости,  $\delta x$  – динамическая составляющая ошибки определения положения.  $\beta$  – малый угол поворота между приборным и модельным трехгранником (система координат вычислителя), задающий кинематические составляющие ошибок координат и скорости. Полные ошибки координат и скорости вычисляются по формулам

$$(4) \quad \begin{aligned} \Delta x_1 &= \delta x_1 - r\beta_2, \\ \Delta x_2 &= \delta x_2 + r\beta_1, \\ \Delta w_1 &= \delta w_1 + \beta_3 w_2, \\ \Delta w_2 &= \delta w_2 - \beta_3 w_1. \end{aligned}$$

Инструментальные погрешности ИНС представлены двумя векторами:  $\Delta f$  – вектор погрешностей измерений акселерометров,  $\nu$  – вектор дрейфов гироскопов (погрешность задания поворота платформы ИНС). Для упрощения изложения положим, что данные погрешности не имеют постоянной составляющей и могут быть представлены некоррелированными белыми шумами с известными характеристиками.

Введем в рассмотрение вектор состояния  $X$  размерности семь, который включает все компоненты ошибок ИНС, входящие в систему уравнений (3). В этом случае уравнения ошибок могут быть записаны в следующем виде

$$(5) \quad \begin{aligned} \dot{X} &= AX + q, \\ \dot{P} &= AP + PA^T + Q. \end{aligned}$$

Здесь символом  $q$  обозначен вектор случайных составляющих погрешностей ИНС,  $Q = E[qq^T]$  – ковариационная матрица вектора  $q$ .  $P = E[XX^T]$  – ковариационная матрица вектора ошибок ИНС.

Допустим, что на отрезке времени  $[t_0, t_1]$  пройдена траектория над участком, на который имеются данные о величине индукции магнитного поля и ее градиенте. Если приведенные

выше уравнения решались непрерывно с некоторыми начальными условиями, то на момент времени  $t_0$  имеется и априорное значение ошибок, и ковариационная матрица этих ошибок.

Алгоритмы решения задачи комплексирования ИНС-КЭНС можно разложить на несколько этапов.

### 3.1. ГРУБЫЙ ЭТАП ПОИСКА РЕШЕНИЯ КЭНС

Первый этап – грубая оценка ошибок позиционирования по измерениям модуля магнитной индукции. Он наступает, когда начинается движение по эталонному участку согласно показаниям непрерывно работающей ИНС. Для этого этапа необходимо проанализировать статистические параметры карты модуля магнитной индукции и определить радиус корреляции для текущей высоты полета:

$$\rho = \sqrt{F / \pi},$$

$$(6) \quad F = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{R(x_1, x_2)}{R(0,0)} dx_2 dx_1,$$

$$R(x_1 - x_1^0, x_2 - x_2^0) = E \langle B(x_1, x_2) B(x_1^0, x_2^0) \rangle.$$

Здесь  $F$  – площадь корреляции двумерного поля  $B$  на текущей высоте полета,  $R$  – корреляционная функция поля  $B$ . Если среднеквадратическое отклонение позиционной ошибки значительно меньше радиуса корреляции поля, следует переходить ко второму этапу.

Далее зона возможных значений вектора ошибок разбивается на  $N$  равных участков, каждый из которых меньше радиуса корреляции. В каждом участке иницируется траектория  $T_i$  в пространстве вектора ошибок ИНС, которая рассчитывается согласно уравнениям (3) с начальными условиями  $X_{0i}$ , отвечающими центру зоны,  $i = 1, \dots, N$ .

Для каждого момента времени  $t$  можно определить значение поля по эталону, отвечающее координатам, равным текущему показанию инерциальной навигационной системы с поправкой, равной полной ошибке позиционирования (4).

Для каждой траектории  $T_i$  необходимо вычислить интеграл, определяющий степень правдоподобия гипотезы с индексом  $i$ :

$$(7) \quad S_i = \int_{t_0}^{t_1} B(x_1' - \Delta^i x_1(t), x_2' - \Delta^i x_2(t)) - B^m(t) dt.$$

Здесь штрих соответствует модельным координатам ИНС,  $B^m$  – измеренное значение модуля индукции магнитного поля,  $\Delta^i x_{1,2}$  – компоненты ошибки определения координат, полученные из решения уравнений ошибок (3) с начальными условиями, отвечающими гипотезе с номером  $i$ . Сравнивая коэффициент правдоподобия  $S_i$  с заданным порогом, следует отбрасывать гипотезы, не удовлетворяющие условиям правдоподобия. Постепенно по мере увеличения временного интервала количество гипотез будет уменьшаться. После того, как останется единственная гипотеза, можно переходить к следующему этапу.

### 3.2. УТОЧНЕНИЕ ТРАЕКТОРИИ ПО ИЗМЕРЕНИЯМ МАГНИТНОГО ГРАДИЕНТА

Здесь выбранная после первого этапа зона начальных условий также разбивается на участки, по размеру меньшие, чем радиус корреляции градиента. Далее также рассчитываются коэффициенты правдоподобия всех полученных траекторий.

$$(8) \quad S_i = \int_{t_0}^{t_{i1}} f(x_1' - \Delta^i x_1(t), x_2' - \Delta^i x_2(t)) - f^m(t) dt.$$

здесь  $f^m(t)$  – измеренный вектор градиента магнитного поля, а  $f$  – вектор, полученный по эталону.

Сравнением с пороговым значением модуля вектора-коэффициента правдоподобия также осуществляется выбор наиболее вероятных гипотез, число которых уменьшается с увеличением интервала времени. После того, как отобрана единственная гипотеза, наступает следующий этап.

### 3.3. СОПРОВОЖДЕНИЕ ВЫБРАННОЙ ТРАЕКТОРИИ ПО ЭТАЛОНУ МАГНИТНОГО ГРАДИЕНТА

В зоне, где радиус корреляции больше максимальной ошибки определения координат,

$$(9) \quad \rho > \sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2},$$

градиент поля можно линеаризовать по компонентам вектора ошибок. Для этого следует вычислить матрицу частных производных, пользуясь эталонными значениями поля. Будем считать, что уравнения ошибок (5) записаны в безразмерной форме, все величины нормализованы с учетом характерных значений [7]. Тогда можно получить матрицу коэффициентов  $K$ , строки которой определяются следующим соотношением:

$$(10) \quad K_i = \frac{f(X + \Delta_i X) - f(X - \Delta_i X)}{D},$$

$$\Delta_i X = \{\Delta X_1, \dots, \Delta X_7\}, \Delta X_j = \begin{cases} D/2, & i = j, \\ 0, & i \neq j. \end{cases}$$

Здесь  $D$  – размер зоны в нормализованном пространстве ошибок ИНС, в которую попадают возможные отклонения вектора состояния.

Теперь можно записать уравнения измерений магнитного градиента как линейную функцию компонент вектора ошибок:

$$(11) \quad Z(t) = f(X(t)) - f^m(t) = \sum_{i=1}^7 K_i X_i(t) + s(t).$$

Здесь  $s(t)$  – вектор случайных величин, моделирующий погрешности измерений магнитного градиента и ошибки априорной информации о градиенте магнитного поля с учетом пересчета поля на текущую высоту.

Уравнения ошибок (5) и полученные уравнения измерений (11) представляют собой стандартную линейную стохастическую задачу оптимального оценивания, если в качестве критерия выбрать задачу минимизации дисперсии ошибки оценки вектора состояния  $X$ . Если данные соотношения записать в дискретной форме, получим следующую задачу:

$$(12) \quad \begin{aligned} X_{i+1} &= A_i X_i + q_i, & E[q_i] &= 0, & E[q_i q_k^T] &= Q_i \delta_{ik}, \\ Z_j &= H_j X_j + s_j, & E[s_j] &= 0, & E[s_j s_l^T] &= S_j \delta_{jl}. \end{aligned}$$

Здесь шаг по  $i$  соответствует дискретизации данных ИНС, а шаг по  $j$  отвечает частоте измерений магнитного градиента и (или) детальности априорных данных о нем. Символ Кронекера  $\delta_{ik} = 1$  при  $i = k$  и  $\delta_{ik} = 0$  в любом другом случае.

Задача (12) может быть решена методом калмановской фильтрации с применением следующих соотношений [6]:

$$(13) \quad \begin{aligned} \tilde{X}_j^+ &= \tilde{X}_j^- + K_j (Z_j - H_j \tilde{X}_j^-), \\ P_j^+ &= (I - K_j H_j) P_j^-, \\ K_j &= P_j^- H_j^T (H_j P_j^- H_j^T + S_j)^{-1}. \end{aligned}$$

Здесь волна над  $X$  соответствует обозначению вектора оценок фильтра, индексы '-' и '+' обозначают соответственно оценки до и после обработки измерения,  $P$  – ковариационная матрица ошибки оценки вектора  $X$ ,  $I$  – единичная матрица.

Уравнения этапа прогноза для ковариационной матрицы следующие:

$$(14) \quad P_{i+1}^- = A_i P_i^\pm A_i^T + Q_i.$$

Выбор априорной (-) или апостериорной (+) оценки вектора состояния в правой части выражения (14) зависит от того, был ли этап коррекции на шаге  $i$ .

При работе в режиме постобработки возможно использование алгоритмов субоптимального калмановского сглаживания, когда в каждой точке используется корректирующая информация на всем интервале работы системы [6]. Суть алгоритмов заключается в том, что помимо обычного, «прямого» фильтра Калмана, к тому же набору данных применяется «обратный» фильтр, идущий от последней точки интервала к первой. Сглаженная оценка вектора состояния определяется из следующего соотношения:

$$(15) \quad \begin{aligned} \tilde{X}_i^{sm} &= P_i^{sm} \left[ (P_i^+)^{-1} \tilde{X}_i^+ + (P_{bi}^-)^{-1} \tilde{X}_{bi}^- \right], \\ \tilde{P}_i^{sm} &= \left[ (P_i^+)^{-1} + (P_{bi}^-)^{-1} \right]. \end{aligned}$$

Индекс  $b$  соответствует обратному фильтру,  $sm$  – сглаженной оценке вектора  $X$  и ее ковариационной матрице.

#### 4. Варианты комплексирования ИНС-КЭНС

Описанный в предыдущем разделе вариант комплексирования ИНС-КЭНС является лишь одним из способов совместной обработки инерциальных и магнитоградиентных данных. Однако предложенная схема может быть распространена на целый ряд возможных конфигураций комплекса. Их можно классифицировать, во-первых, по типу применяемой инерциальной навигационной системы, а во-вторых, по схеме комплексирования.

По типу применяемой инерциальной навигационной системы следует выделить следующие классы комплексов.

1. Комплекс с двухкомпонентной платформенной ИНС, работающей без вертикального канала. Схема работы такого комплекса описана в предыдущем разделе.

2. Комплекс с двухкомпонентной платформенной ИНС и сторонней информацией о высоте. Информация о высоте может доставляться, например, баровысотомером, радиовысотомером и др. В этом случае необходимо дополнить уравнения (3) уравнением ошибок вертикального канала с учетом связей, входящих в алгоритмы ИНС.

3. Комплекс с трехкомпонентной платформенной ИНС, работающей без коррекции вертикального канала. В этом случае необходимо дополнить уравнения (3) уравнением ошибок вертикального канала с учетом связей, входящих в алгоритмы ИНС. Ошибка вертикального канала неустойчива, что накладывает серьезные ограничения на время работы системы без коррекции.

4. Комплекс с трехкомпонентной платформенной ИНС, работающей с коррекцией вертикального канала. Информация о высоте может доставляться, например, баровысотомером, радиовысотомером и др. В этом случае необходимо дополнить уравнения (3) уравнением ошибок вертикального канала с учетом связей, входящих в алгоритмы ИНС.

5. Комплекс с трехкомпонентной бесплатформенной ИНС (БИНС), работающей без коррекции вертикального канала. Уравнения ошибок БИНС имеют аналогичную варианту 3 форму [2]. Ошибка вертикального канала неустойчива, что накла-

дывает серьезные ограничения на время работы системы без коррекции.

6. Комплекс с трехкомпонентной БИНС, работающей с коррекцией вертикального канала. Информация о высоте может доставляться, например, баровысотомером, радиовысотомером и др. Уравнения ошибок БИНС для этого варианта являются модификацией уравнений варианта 5 с учетом обратной связи.

По способам комплексирования можно выделить следующие типы комплексов.

1. Вариант комплексирования без введения обратных связей в реальном времени. В этом случае инерциальная навигационная система работает в автономном режиме, а решение задачи коррекции получается в виде поправок к решению ИНС, рассчитанных на текущий момент времени.

2. Вариант комплексирования без введения обратных связей в режиме постобработки. В этом случае инерциальная навигационная система работает в автономном режиме. Решение задачи коррекции получается в виде поправок к решению ИНС, рассчитанных на каждый момент времени при помощи алгоритмов субоптимального калмановского сглаживания (15).

3. Вариант комплексирования с введением обратных связей в реальном времени. В этом случае инерциальная навигационная система работает в режиме постоянной коррекции, т. е. на каждом этапе коррекции вводятся поправки текущих координат, скоростей, углов ориентации.

4. Вариант комплексирования с введением обратных связей в режиме постобработки. В этом случае инерциальная навигационная система работает как в варианте 3, т. е. на каждом этапе коррекции вводятся поправки текущих координат, скоростей, углов ориентации. Однако численная в полете траектория может быть уточнена при помощи алгоритмов субоптимального калмановского сглаживания (15). При этом уравнения ошибок ИНС должны быть модифицированы с учетом этапов коррекции, проходивших на борту в реальном времени.

Стоит также отметить, что система уравнений ошибок ИНС может быть дополнена формирующими уравнениями для более

сложных, чем белый шум, моделей инструментальных погрешностей инерциальных и магнитных датчиков.

## **5. Заключение**

В работе был проведен детальный анализ информативности и устойчивости параметров магнитного градиента на основе реальных данных, полученных в одном и том же месте с интервалом в 12 лет. Несмотря на то, что рассмотренный участок достаточно мал и содержит лишь слабовыраженные аномалии градиента магнитного поля, удалось показать, что задача навигации летательного аппарата с использованием измерений градиента магнитного поля Земли может быть решена современными средствами измерения магнитного поля, а именно – векторным магнитным градиентометром с использованием квантовых датчиков с оптической накачкой.

Показано, что магнитоградиентная корреляционно-экстремальная навигационная система может успешно функционировать в комплексе с инерциальной навигационной системой. Получены алгоритмы комплексирования магнитоградиентной корреляционно-экстремальной и инерциальной навигационных систем в форме линейной стохастической задачи оптимального оценивания, которая может решаться при помощи фильтра Калмана.

Перечислены возможные варианты комплексирования в зависимости от типа инерциальной навигационной системы и метода обработки данных. Стоит отметить, что полученные алгоритмы могут быть модифицированы для работы с тензорным магнитным градиентометром.

Описанный алгоритм имеет определенные ограничения, которые влияют на его применимость. Во-первых, он предполагает, что размеры эталонного участка больше величины возможной позиционной ошибки. В противном случае реальная траектория летательного аппарата может проходить вне зоны коррекции, и ни один из этапов комплексирования, описанных выше, работать не будет. Во-вторых, необходимо, чтобы эталонный участок содержал аномалии градиента порядка

0.1 нТл/м и более, амплитуда которых существенно превышает уровень стабильности градиентного поля. В-третьих, высота полета над поверхностью Земли должна составлять не более 1 км, поскольку амплитуда аномалий градиента с высотой падает существенно быстрее, чем амплитуды аномалий магнитного поля. На высотах более 1 км даже в зонах с интенсивными магнитными аномалиями величина градиента имеет порядок 0.01 нТл/м.

Несмотря на данные ограничения, описанные алгоритмы представляют ценность, поскольку при выполнении определенных условий позволяют обеспечить коррекцию увеличивающихся со временем ошибок ИНС в автономном режиме.

Качество решения навигационной задачи определяется целым набором факторов, среди которых наиболее важными являются амплитуда аномалий и радиус корреляции градиентного поля, которые зависят от высоты полета и геологических особенностей местности. Также существенно влияют точность измерения градиента и длина интервала коррекции. Моделирование для начальной позиционной ошибки, равной 300 м, над полем с радиусом корреляции 500 м позволило получить к концу участка коррекции длиной 20 км ошибку определения координат около 50 метров. При уменьшении радиуса корреляции в два раза, которое может быть достигнуто снижением высоты полета, точность решения становится не хуже 20 м.

### **Литература**

1. БЕЛОГЛАЗОВ И. Н. *Основы навигации по физическим полям* / И.Н. Белоглазов, Г.И. Джанджгава, И.П. Чигин. – М.: Наука, 1985. – 328 с.
2. БРАНЕЦ В. Н. *Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем* / В.Н. Бранец, И.П. Шмыглевский. – М.: Наука, 1992. – 280 с.
3. ВОЛКОВИЦКИЙ А. К. *Измерения физических полей для решения задач управления движением и навигации* // Вопросы оборонной техники. Сер. 9. Специальные системы управления, следящие приводы и их элементы. – М.: ФГУП

- «НТЦ «Информтехника», 2011. – Вып. 1(246)–2(247). – С. 83–87.
4. ВОЛКОВИЦКИЙ А. К. *О возможности использования магнитогradientных измерений в задачах управления движением* / А.К. Волковицкий, Е.В. Каршаков, Б.В. Павлов // *Материалы конференции «Управление в технических системах» (УТС-2010)*. – СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2010. – С. 395–398.
  5. ВОЛКОВИЦКИЙ А. К. *Повышение точности магнитогradientных измерений на борту летательного аппарата* / А.К. Волковицкий, Е.В. Каршаков, Б.В. Павлов // *Сборник материалов шестой Всероссийской научно-практической конференции «Перспективные системы и задачи управления»*. – Таганрог, 2011. – С. 57–62.
  6. ГОЛОВАН А. А. *Алгоритмы корректируемых инерциальных навигационных систем, решающих задачу топопривязки* / А.А. Голован, А.Ю. Горицкий, Н.А. Парусников, В.В. Тихомиров (под редакцией Н.А. Парусникова). Препринт № 2. – М.: изд-во мех.-мат. Ф-та МГУ. – 44 с.
  7. НОВОЖИЛОВ И. В. *Фракционный анализ* – М.: Изд-во мех.-мат. ф-та МГУ, 1995. – 190 с.
  8. ПЕШЕХОНОВ В. Г. *Навигационные системы* // *Вестник Российской академии наук*. – 1997. – № 1(67). – С. 43–48.
  9. KILLEEN, P. G. *Exploration Trends and Developments in 2009* // *Pub. in co-op. with The Northern Miner, Toronto*. – 2010. – 28 p.

## **APPLYING MEASUREMENTS OF EARTH'S MAGNETIC FIELD GRADIENT PARAMETERS FOR AERIAL VEHICLE NAVIGATION PROBLEM**

**Evgeny Karshakov**, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand.Sc., senior research fellow (karshak@mail.ru).

*Abstract: Information capacity of the Earth's magnetic field gradient parameters is analyzed in the context of solving the navigation problem with the correlation-extreme method. The navigation algorithms are suggested for the design with coupling of a magnetic-gradiometry-based correlation-extremal system and an inertial navigation system. Integration is supported by the solution of the inertial navigation correction problem, which is reduced to the standard form of a linear stochastic optimal estimation problem. This problem is solved with Kalman filtering and smoothing methods.*

**Keywords:** inertial navigation system, correlation-extremal navigation system, Earth's magnetic field gradient, Kalman filter.

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии В.Н. Афанасьевым*