УДК 681.518.22
ББК 32.96

# АДАПТИВНОЕ ОПТИМАЛЬНОЕ В СРЕДНЕКВАДРАТИЧЕСКОМ СМЫСЛЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Гуляев С. В.[1], Шубладзе А. М.[2],**
**Малахов В. А.,[3] Ольшванг В. Р.[4]**
(*Учреждение Российской академии наук Институт проблем управления РАН, Москва*)
**Кротов А. В.[5]**
(*ОАО «Газавтоматика»*)

*Предлагается метод решения задачи дифференцирования, позволяющий получать оценки производных гауссовских стационарных сигналов, близкие к оптимальным в среднеквадратическом смысле, если спектральные плотности полезного сигнала и помехи известны с точностью до уровня. Решается задача с помощью специальным образом организованных нелинейных динамических систем. Найдено близкое к оптимальному решение задачи дифференцирования, когда для любых фиксированных уровней дробно-рациональных спектральных плотностей полезного сигнала и помехи параметры эквивалентной передаточной функции нелинейного динамического дифференциатора могут быть сделаны близкими к параметрам оптимального винеровского фильтра.*

---

[1] *Сергей Викторович Гуляев, кандидат технических наук* (svgul@inbox.ru).
[2] *Александр Михайлович Шубладзе, доктор технических наук, профессор* (shub@ipu.ru).
[3] *Валерий Александрович Малахов, кандидат технических наук,* (*тел.* (495) 334-88-81).
[4] *Владимир Рафаилович Ольшванг, кандидат технических наук,* (*тел.* (495) 334-88-81).
[5] *Александр Васильевич Кротов, начальник управления,* alex_k@gazauto.gazprom.ru

Ключевые слова: дифференцирование, адаптация, оптимальность, гауссовский шум.

## 1. Введение

При решении задач управления технологическими процессами часто требуется находить производные гауссовских стационарных сигналов в случае, когда интенсивность сигнала и помехи может меняться в широких пределах. Известные методы решения такой задачи, связанные с набором статистики, не всегда могут использоваться для решения практических задач управления, так как темп изменения параметров сигналов может оказаться достаточно высоким. Поэтому представляет интерес разработка таких способов оценки производных, которые могли бы решать задачу для таких случаев.

## 2. Постановка задачи

Постановка задачи дифференцирования следующая. Наблюдаемый сигнал

(1) $z(t) = x(t) + \varphi(t)$,

где $x(t)$ – полезный стационарный гауссовский сигнал; $\varphi(t)$ – стационарная гауссовская помеха, некоррелированная с $x(t)$.

Спектральная плотность полезного сигнала

(2) $$f_x(Q,w) = \frac{Q(\sum\limits_{j=1}^{m-p} b_j w^{2j} + 1)}{\sum\limits_{j=1}^{n} a_j w^{2j} + 1},$$

где $m < n$, $m - p > 0$, $m$, $p$, $n$, $b_j$ и $a_j$ – известные параметры, $Q > 0$ – неизвестный параметр. Спектральная плотность помехи

(3) $$f_j(R,w) = \frac{R\sum\limits_{l=1}^{e} d_l w^{2l}}{\sum\limits_{l=1}^{d} c_l w^{2l} + 1},$$

где $d < n$, $e$, $d_l$, $d$, $c_l$ – известные параметры; $R > 0$ – неизвестный параметр.

Как следует из работ [1, 3], в этом случае передаточная функция оптимального в среднеквадратическом смысле дифференциатора

$$(4)\quad W_{0,q}(iw) = \frac{1}{2py\,(iw)} \int_{0}^{\infty} e^{-iwt} dt \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(iw)^q f_x(w)}{y^*(iw)} e^{iwt} dw,$$

где $q$ – порядок дифференцирования оптимального фильтра, функции $\psi(i\omega)$ и $\psi^*(i\omega)$ находятся из уравнения

$$(5)\quad \psi(i\omega)\psi^*(i\omega) = \psi(i\omega)\psi(-i\omega) = f_x(\omega) + f_\varphi(\omega),$$

Выражение $W_{0,q}(i\omega)$ (4) можно преобразовать к виду

$$(6)\quad W_{o,q} = \frac{1}{2py\,(iw)} \left[ \frac{(iw)^q f_x(w)}{y^*(iw)} \right]^+ ,$$

где $\left[ \frac{(iw)^q f_x(w)}{y^*(iw)} \right]^+$ – сумма вычетов функции $\frac{(iw)^q f_x(w)}{y^*(iw)}$, расположенных в верхней полуплоскости комплексной плоскости. Из (5) следует, что

$$(7)\quad \psi(i\omega) = \sqrt{R}\, F(Q/R, i\omega),\ \ \psi^*(i\omega) = \sqrt{R}\, F(Q/R, -i\omega),$$

где $F$ – дробно-рациональная функция введенных выше параметров.

Имея в виду, что сумма вычетов дробно-рациональной функции также является дробно-рациональной функцией, передаточную функцию (6) можно представить в виде

$$(8)\quad W_{0,q}(Q/R, iw) = \frac{\sum_{j=0}^{q} k_j (Q/R)(iw)^j}{\sum_{j=0}^{n-1} \bar{k}_j (Q/R)(iw)^j + (iw)^n},$$

т. е. параметры передаточной функции $W_{0,q}(Q/R, i\omega)$ (7) являются непрерывной функцией отношения $Q/R$.

## *3. Синтез нелинейного дифференциатора*

Используем полученную передаточную функцию оптимального дифференциатора для синтеза нелинейного дифференциатора, эквивалентная передаточная функция которого была бы близка к передаточной функции оптимального дифференциатора при любых значениях отношения $Q/R$. Близость этих передаточных функций при произвольных $Q/R$ будет гарантировать высокое качество дифференцирования нелинейного дифференциатора, так как известно [1], что среднеквадратическая ошибка дифференцирования любого фильтра с передаточной функцией $W_{\varphi}(i\omega)$ определяется выражением

$$(9)\quad s_{d}^{2} = s_{0}^{2} + \frac{1}{2p}\int_{-\infty}^{\infty}\left|W_{\hat{o}}(iw) - W_{0}(iw)\right|^{2} f_{z}(Q,R,w)\,dw,$$

где

$$s_{0}^{2} = \frac{1}{2p}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\left|(iw)^{q}\right|^{2} f_{x}(Q,w) - \left|W_{0}(iw)\right|^{2} f_{z}(Q,R,w)\right)dw$$

– среднеквадратическая ошибка фильтрации оптимального винеровского дифференциатора.

Нелинейные, близкие к оптимальным дифференциаторы будем синтезировать с помощью симметричных степенных функций, логику работы которых в рассматриваемом случае удобно представить в виде

$$(10)\quad u_{\alpha}(t) = u_{\alpha}^{*}(t)\,sign(s(t))$$

где $s(t)$ связано с $z(t)$ передаточной функцией

$$(11)\quad W_{zs}(iw) = \frac{(iw)^{n}}{\sum_{j=0}^{n-1}\bar{k}_{j}(Q/R)(iw)^{j} + (iw)^{n}},$$

$\bar{k}_{j}(Q/R)$, $j = 0, \ldots, n - 1$, – параметры знаменателя передаточной функции оптимального дифференциатора, а $u_{a}^{*}(t)$ имеет вид

$$(12)\quad u_{\alpha}^{*}(t) = k_{q_{\alpha}}\left|q(t)\right|^{\alpha}\left|s(t)\right|^{1-\alpha} > 0\,,$$

$q(t)$ – линейное преобразование $z(t)$ (1).

Расчет дифференциатора с нелинейным $\acute{I}_{s}^{\alpha}$-элементом (10) наиболее удобно проводить методом статистической линеаризации, который описан в работе [2]. В связи с этим необходимо, прежде всего, найти эквивалентный коэффициент передачи этого элемента, обеспечивающий минимальную среднеквадратическую ошибку

(12) $s^{2} = M\left\{\left[u^{1}(t) - u_{a}(t)\right]^{2}\right\} = \min,$

где

$$u^{1}(t) = k_{\acute{I}_{s}^{\alpha}} s(t).$$

Условие (12) справедливо в предположении, что $q(t)$ и $s(t)$ имеют нулевые математические ожидания. Минимум выражения (12) ищется из условий

(13) $\dfrac{\partial s^{2}}{\partial k_{\acute{I}_{s}^{\alpha}}} = \dfrac{\partial M\left\{\left[k_{\acute{I}_{s}^{\alpha}} s(t) - u_{\alpha}(t)\right]^{2}\right\}}{\partial k_{\acute{I}_{s}^{\alpha}}},$

$$\frac{\partial s^{2}}{\partial k_{\acute{I}_{s}^{\alpha}}} = 0.$$

После дифференцирования (13) получаем

(14) $k_{\acute{I}_{s}^{\alpha}} = \dfrac{M\left\{u_{\alpha}(t)s(t)\right\}}{M\left\{s^{2}(t)\right\}}.$

Считая, что $q(t)$ и $s(t)$ – независимые гауссовские сигналы, найдем из (14) $k_{\acute{I}_{s}^{\alpha}}$

(15) $M\left\{u_{\alpha}(t)s(t)\right\} = \dfrac{4}{2p s_{s} s_{q}} \int\limits_{0}^{\infty}\int\limits_{0}^{\infty} k_{q_{\alpha}} s^{2-\alpha} q^{\alpha} e^{-\frac{s^{2}}{2\sigma_{s}^{2}} - \frac{q^{2}}{2\sigma_{q}^{2}}} ds dq,$

где $s_{s}^{2}$ – дисперсия $s(t)$, а $s_{q}^{2}$ – дисперсия $q(t)$. Преобразуя (15), получаем

(16) $M\left\{u_{\alpha}(t)s(t)\right\} = \dfrac{k_{q_{\alpha}} s_{q}^{\alpha} s_{s}^{2-\alpha}}{2p s_{s} s_{q}} \tilde{A}\left(\dfrac{a+1}{2}\right)\tilde{A}\left(\dfrac{3-a}{2}\right),$

где $\tilde{A}(a) = \int\limits_{0}^{\infty} x^{a-1} e^{-x} dx.$ Знаменатель $k_{\acute{I}_{s}^{\alpha}}$ (14)

(17) $M\left\{s^2(t)\right\} = \dfrac{2k_{q_\alpha} s_q^{\alpha} s_s^{2-\alpha}}{\sqrt{2p}\, s_s} \int\limits_0^{\infty} s^2 e^{-\frac{s^2}{2s_s^2}} ds = s_s^2,$

а сам коэффициент, как следует из (14), (16) и (17),

(18) $k_{Í_s^{\alpha}} = \dfrac{k_{q_\alpha} s_q^{\alpha}}{p s_s^{\alpha}} \tilde{A}\left(\dfrac{a+1}{2}\right) \tilde{A}\left(\dfrac{3-a}{2}\right).$

Следовательно, эквивалентный коэффициент передачи $k_{Í_s^{\alpha}}$ (18) $Í_s^{\alpha}$-элемента (10) зависит от отношения дисперсий, характеризующих $s(t)$ и $q(t)$.

Отмеченные свойства оптимального дифференциатора и найденный эквивалентный коэффициент передачи $k_{Í_s^{\alpha}}$ (18) элемента (10) дают возможность синтезировать нелинейный дифференциатор, эквивалентная передаточная функция которого была бы близка при произвольных отношениях $Q/R$ к передаточной функции оптимального дифференциатора, рассчитанного для случая (1)–(3). Такая близость гарантирует, прежде всего, устойчивость нелинейного дифференциатора, что является основным требованием, предъявляемым к любым устройствам. В этой связи наиболее естественно и просто удовлетворить требованию устойчивости, если знаменатель эквивалентной передаточной функции дифференциатора при произвольных отношениях $Q/R$ будет близок к передаточной функции оптимального дифференциатора, так как оптимальный дифференциатор, рассчитанный из условия минимума среднеквадратической ошибки, всегда устойчив.

Рассмотрим линейную систему, знаменатель передаточной функции которой совпадал бы при любых отношениях $Q/R$ со знаменателем $W_{0,q}(Q/R, i\omega)$ (8):

(19) $z(t) - y^*(t) = s(t),\ y^*(t) = y_1(t) + y_0(t),$

(20) $y_i'(t) = \bar{k}_{n-i}(Q/R)s(t) + y_{i+1}(t)$, $i = 1, \ldots, n,$

(21) $y_{n-1}'(t) = \bar{k}_1(Q/R)s(t),$

(22) $y_0^{(n)}(t) = \bar{k}_0(Q/R)s(t).$

Нетрудно заметить, что знаменатель передаточной функции системы (19)–(22), например, от $z(t)$ к $y_0(t)$, совпадает со знаменателем $W_{0,q}(Q/R,\, i\omega)$ (8). Блок-схема дифференциатора, соответствующая этой системе, представлена на рис. 1.

Добиться близости знаменателей эквивалентной передаточной функции нелинейного дифференциатора и $W_{0,q}(Q/R,\, i\omega)$ (8) можно, заменив в системе (19)–(22) элементы $\bar{k}_j(Q/R)$, $i = 1, ..., n$, нелинейными элементами (10) так, чтобы их эквивалентные коэффициенты передачи при любом значении отношения $Q/R$ были сколь угодно близки к $\bar{k}_j(Q/R)$.

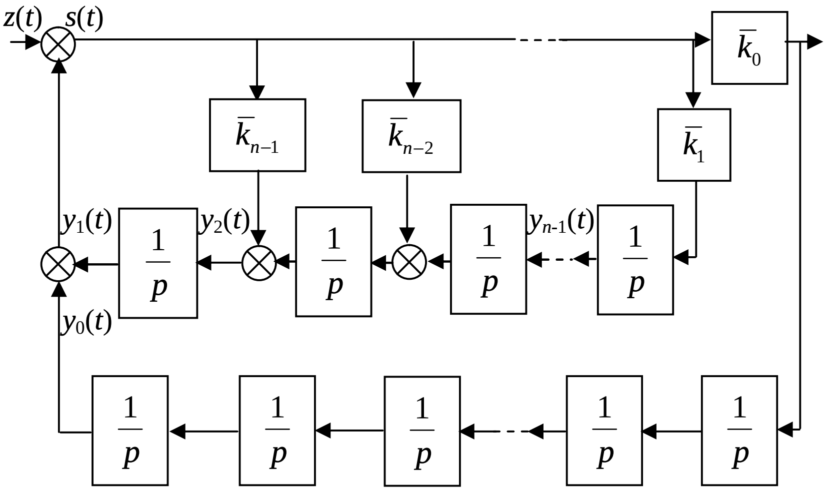


*Рис. 1. Блок-схема линейного дифференциатора*

Для проведения такой замены установим связь между эквивалентным коэффициентом передачи $k_{\acute{I}^{\alpha}_{s}}$ (18) и отношением $Q/R$. Пусть одним из входных сигналов элемента (10) является сигнал $s(t)$ (10), (11), дисперсия которого в случае (1)–(3) определяется помехой, т. е.

$$(23)\ \ s_s^2=\frac{1}{2p}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{R\sum\limits_{l=1}^{e}d_l w^{2l}}{\sum\limits_{l=1}^{d}c_l w^{2l}+1}dw=RA\,.$$

В качестве второго сигнала, входящего в логику элемента (10), возьмем выходной сигнал $q(t)$ низкочастотного линейного фильтра с передаточной функцией $W_{zg}(i\omega)$, на входе которого действует наблюдаемый гауссовский сигнал $z(t)$ (1). В силу того, что фильтр низкочастотный, гауссовский сигнал $q(t)$ будет определяться низкочастотной составляющей сигнала $z(t)$. Дисперсия сигнала $q(t)$, от которой зависит $k_{Í_s^a}$, на основании (1)–(3) имеет вид

$$(24)\ \ s_g^2=\frac{1}{2p}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left|W_{zg}(iw)^q\right|^2 f_{zx}(Q,R,w)dw=QB+RC,$$

где

$$(25)\ \ B=\frac{1}{2p}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left|W_{zg}(iw)\right|^2\frac{\sum\limits_{j=1}^{m-p}b_j w^{2j}+1}{\sum\limits_{j=1}^{d}a_j w^{2j}+1}dw,$$

$$(26)\ \ C=\frac{1}{2p}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left|W_{zg}(iw)\right|^2\frac{\sum\limits_{l=1}^{e}d_l w^{2l}+1}{\sum\limits_{l=1}^{d}c_l w^{2l}+1}dw$$

или

$$s_g=\sqrt{QB+RC}\,.$$

Выражения (18), (23) и (24) позволяют определить зависимость эквивалентного коэффициента передачи

$$(27)\ \ k_{Í_s^a}=\frac{k_{q_a}}{p\,A^{0,5a}}\tilde{A}\left(\frac{a+1}{2}\right)\tilde{A}\left(\frac{3-a}{2}\right)B^{0,5a}\left(Q/R+C/B\right)^{0,5a}$$

от интересующего нас отношения $Q/R$ для сигналов $s(t)$ и $q(t)$, которые определяются дифференциальными уравнениями

$s(t) = W_{zs}(p)z(t)$,

где $W_{zs}(i\omega)$ определяется (11), а $p = \dfrac{d}{dt}$ и

$$g(t) = W_{zg}(p)z(t),\ \ p = \frac{d}{dt},$$

где $W_{zg}(p)$ – передаточная функция низкочастотного фильтра, входящая в выражения (24)–(26).

Теперь для совпадения знаменателей эквивалентной передаточной функции нелинейного фильтра и передаточной функции оптимального фильтра $W_{0,q}(Q/R,\, i\omega)$ (8) достаточно каждый из коэффициентов $\bar{k}_j$, $i = 0, \ldots, n - 1$, (20)–(22) представить с требуемой степенью точности в виде разложения по функциям

(28) $(Q/R + C/B)^{0{,}5\alpha} = (Q/R + D)^{\beta}$, $\alpha = 2\beta > 0$,

которые пропорциональны соответствующим эквивалентным коэффициентам передачи $\psi_s^{\alpha}$-элементов.

Разложения

(29) $$\bar{k}_j(Q/R) \approx \sum_{l=1}^{N_j} \bar{k}_{jl}(Q/R + D)^{b_{jl}},$$

где $(Q/R + D)^{b_{jl}}$ при различных $\beta_{jl}$ – линейно независимые функции, позволяют установить связь между неопределенным пока параметром $k_{q_{\alpha}}$ (12), входящим в $k_{\acute{I}_{s}^{a}}$ (27), и коэффициентами разложения $\bar{k}_{jl}$ (29) функции $\bar{k}_j(Q/R)$. Как следует из (27), (28) и (29), при выполнении равенства

(30) $$k_{g_{2b_{jl}}} = \frac{\bar{k}_{jl} p\, A^{b_{jl}}}{\tilde{A}\left(\dfrac{2b_{jl}+1}{2}\right)\tilde{A}\left(\dfrac{3-2b_{jl}}{2}\right)B^{\beta_{jl}}}$$

коэффициенты разложения $\bar{k}_{jl}$ (29) совпадают с соответствующими коэффициентами перед степенными функциями в $k_{\acute{I}_{s}^{\alpha}}(Q/R)$ (27). Заменяя в системе (19)–(22) каждый из $\bar{k}_j(Q/R)$ группой элементов (10) с параметрами $\alpha_{jl} = 2\beta_{jl}$ и $k_{g_{b_{jl}}}$ в соответствии с (29), (30) добьемся того, что знаменатель эквивалентной передаточной функции нелинейного дифференциатора будет с требуемой степенью точности совпадать со знаменателем передаточной функции оптимального дифференциатора при любом отношении $Q/R$ в постановке (1)–(3). Следовательно, степень устойчивости нелинейного дифференциатора сколь угодно близка к степени устойчивости оптимального дифференциатора.

Качество дифференцирования, определяемое величиной среднеквадратической ошибки дифференцирования, будет тем выше, чем меньше $\left|W_{ýê}\left(Q/R,iw\right)-W_{0,q}\left(Q/R,iw\right)\right|^2$, где $W_{эк}(Q/R, i\omega)$ – эквивалентная передаточная функция нелинейного дифференциатора. Наибольшая близость передаточных функций $W_{эк}(Q/R, i\omega)$ и $W_{0,q}(Q/R, i\omega)$ в смысле минимума $s_d^2$ (9) будет в нелинейном дифференциаторе с элементами (10), описываемом следующей системой уравнений

(31) $z(t)-\tilde{y}(t)=\tilde{s}(t), \tilde{y}(t)=\tilde{y}_1(t)+\tilde{y}_0(t),$

(32) $\tilde{y}_i'(t)=u_{n-i}(t)+\tilde{y}_{i+1}(t)$, $i = 1, \ldots, n-1,$

(33) $\tilde{y}_n'(t)=k\tilde{s}(t),$

(34) $\tilde{y}_0^{(n)}(t)=u_0(t)-k\tilde{s}(t),$

(35) $u_j(t)=\sum_{l=1}^{N_j}u_{2b_{jl}}(t),$

где параметры управления $u_{2b_{jl}}$ (10), (11), такие как $\beta_{jl}$ и $k_{g_{b_{jl}}}$, находятся соответственно из разложения $\bar{k}_j(Q/R)$ (29) и формулы для $k_{g_{2b_{jl}}}$ (30), коэффициент $k$ является пределом

(36) $k=\lim_{Q/R\to 0}\sum_{l=1}^{N_0}k_{0l}(Q/R+D)^{b_{0l}}=\lim_{Q/R\to 0}\bar{k}_0^{í}(Q/R)$.

Выходными координатами нелинейного дифференциатора являются $\tilde{y}_0^{(j)}(t)$, $j = 0, \ldots, n-1$ (34). Блок-схема нелинейного дифференциатора, соответствующая системе (31)–(35), изображена на рис 2.

Введение в схему нелинейного дифференциатора элемента $k$ (33), (34) и (36) сказалось только на числителе

(37) $$W_{ýê}(Q/R, iw) = \frac{(iw)^q(\bar{k}_0^{í}(Q/R) - k)}{\sum_{j=0}^{n-1} \bar{k}_j^{í}(Q/R)(iw)^j + (iw)^n},$$

где $\bar{k}_j^{í} = \sum_{l=1}^{N_j} k_{í_s^{2bjl}}$ , $j = 0, \ldots, n-1$.

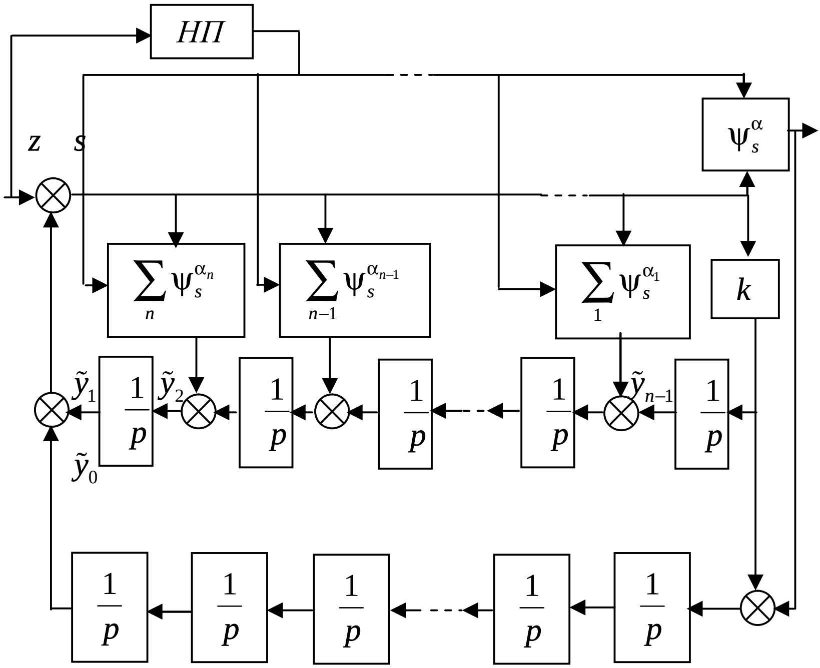


*Рис. 2. Блок-схема нелинейного дифференциатора*

Как показано в [3], модуль передаточной функции оптимального дифференциатора $|W_{0,q}(Q/R, i\omega)| \to |(i\omega)^q|$, $q = 0, \ldots, n-1$, при $Q/R \to \infty$ и $|W_{0,q}(Q/R, i\omega)| \to 0$ при $Q/R \to 0$. Из первого предельного соотношения на основании (8) следует, что $\bar{k}_j(Q/R) \to \infty$ и $\bar{k}_j(Q/R)(\bar{k}_{j+1}(Q/R))^{-1} \to \infty$ при $Q/R \to \infty$. В этом случае, имея в виду $\bar{k}_j(Q/R) \approx \bar{k}_j^{í}(Q/R)$, получаем

$W_{эк}(Q/R, i\omega) \to (i\omega)^q$, $q = 0, \ldots, n-1$ при $Q/R \to \infty$, так как $\overline{k}_j(Q/R)(\overline{k}_{j+1}(Q/R))^{-1} \to 0$ при $Q/R \to \infty$. В другом предельном соотношении при $Q/R \to 0$, как и в оптимальном случае, $W_{эк}(Q/R, i\omega) \to 0$, так как $\overline{k}_0^{\text{í}}(Q/R) - k \to 0$. Имеет смысл отметить, что в наиболее интересном диапазоне $0 < Q/R < 1$, когда оптимальный дифференциатор с передаточной функцией (8) обеспечивает достаточно качественные оценки полезного сигнала и его производных, числитель передаточной функции оптимального дифференциатора с высокой степенью точности приближается функцией $(i\omega)^q$. Но в диапазоне $0 < Q/R < 1$ числитель эквивалентной передаточной функции (37) нелинейного дифференциатора (31)–(35) также с высокой степенью точности приближается той же функцией $(i\omega)^q$.

Следовательно, качество дифференцирования нелинейного дифференциатора (31)–(35) близко к качеству дифференцирования оптимального дифференциатора при любом $Q/R < 1$.

## 4. Заключение

Сравнивая подстраиваемый оптимальный для любого $0 < Q/R$ дифференциатор (8) с нелинейным дифференциатором (31)–(35), можно сказать, что, незначительно проигрывая в качестве дифференцирования, нелинейный дифференциатор, во-первых, реализуется существенно проще подстраиваемого оптимального дифференциатора, где в результате набора статистики определяется отношение $Q/R$, которое затем по нелинейным законам преобразуется, формируя переменные коэффициенты $\overline{k}_j(Q/R)$ и $k_j(Q/R)$ (8), и, во-вторых, время адаптации к изменяющимся параметрам $Q$ и $R$ (2), (3) в нелинейном дифференциаторе (31)–(35), который не требует набора статистики, существенно меньше времени адаптации в подстраиваемом оптимальном дифференциаторе.

Синтезированные в настоящей работе дифференциаторы в силу нелинейных свойств переключающих элементов адаптируются к неизвестным параметрам полезного сигнала и помехи, делая их практически всегда без получения каких-либо дополнительных оценок случайных сигналов близкими к оптимальным в среднеквадратическом смысле. Для получения подобных свойств адаптации в классических оптимальных дифференциаторах необходимо проводить статистические оценки уровней случайных сигналов и с помощью такой статистики корректировать параметры в их передаточных функциях. Очевидно, что такой процесс адаптации и долгий и сложный, поэтому практически он не применяется.

### *Литература*

1. ЕМЕЛЬЯНОВ С. В. и др. *Теория систем с переменной структурой*. – М.: Наука, 1970. – 592 с.
2. КАЗАКОВ И. Е., ДОСТУПОВ Б. Г. *Статистическая динамика нелинейных автоматических систем*. – М.: Физматгиз, 1964. – 332 с.
3. ПУГАЧЕВ В. С. *Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления*. – М.: Физматгиз, 1962. – 883 с.

## THE ADAPTIVE OPTIMAL DIFFERENTIATION BY STANDARD DEVIATION CRITERION

**Sergey Gulyaev**, V.A. Trapeznikov ICS of RAS, Moscow, Cand.Sc., assistant professor (svgul@inbox.ru).
**Alexander Shubladze**, V.A. Trapeznikov ICS of RAS, Moscow, Doctor of Science, professor (shub@ipu.ru)
**Valery Malakhov**, V.A. Trapeznikov ICS of RAS, Moscow, Cand.Sc., assistant professor (Moscow, Profsoyuznaya st., 65, (495)334-88-81).
**Vladimir Olshvang**, V.A. Trapeznikov ICS of RAS, Moscow, Cand.Sc., assistant professor (Moscow, Profsoyuznaya st., 65, (495)334-88-81).
**Alexander Krotov**, Head of the department of “Gazavtomatika” (Moscow, Savvinskaya em., 25), (499)580-41-22.

*Abstract: The method is suggested to solve the differentiation problem. It allows building the estimates for the derivatives of Gaussian stationary signals that are close to the optimal ones by the standard deviation criterion when the spectral density of a useful signal and a noise are known to within level. The problem is solved by the specifically designed nonlinear dynamic systems. A nearly optimal solution of the differentiation problem is found when the equivalent transfer function parameters of nonlinear dynamic differentiator can be made close to the parameters of the optimal Wiener filter for any fixed level of rational spectral density of a useful signal and a noise.*

Keywords: differentiation, adaptation, optimality, Gaussian noise.

*Статья представлена к публикации*
*членом редакционной коллегии А. С. Манделем*