

НОУ ВПО «Липецкий эколого-гуманитарный институт»

Блюмин С.Л.,
Шмырин А.М.,
Седых И.А.,
Филоненко В.Ю.

**ОКРЕСТНОСТНОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ
СЕТЕЙ ПЕТРИ**

Липецк

2010

ББК 22.18
УДК 519.854
О 51

Окрестностное моделирование сетей Петри : монография / С.Л. Блюмин, А.М. Шмырин, И.А. Седых, В.Ю. Филоненко. - Липецк: ЛЭГИ, 2010. - 124 с.

Табл. 10. Ил. 28. Библиогр. 108 назв.

В издании представлено решение актуальной задачи разработки и анализа на основе сетей Петри новых классов четких и нечетких недетерминированных динамических окрестностных моделей, обобщающих классические и окрестностные динамические дискретные модели, допускающих нечеткий характер значений в узлах и связей между узлами организационно-технической системы, а также разработки алгоритмов идентификации и решения задачи достижимости с частично заданными параметрами для этих новых классов моделей.

Монография утверждена научно-техническим советом ЛЭГИ (протокол № 2 от 23.09.2009 г.) и рекомендована научным сотрудникам и специалистам в области прикладной математики, систем искусственного интеллекта, занимающимся вопросами проектирования автоматизированных систем управления, а также студентам и аспирантам соответствующих направлений подготовки и специальностей.

Рецензенты:

д.ф.-м.н., профессор **В.Б. Пеньков** (ЛГТУ, г. Липецк)

д.ф.-м.н., профессор **Е.С. Жуковский** (ТГУ имени Г.Р. Державина, г. Тамбов)

ISBN 978-5-900037-73-8

ВВЕДЕНИЕ

При разработке моделей организационно-технических систем производства возникает проблема выбора адекватной математической модели, связанная со сложной структурой взаимосвязей между элементами системы, эволюцией объекта во времени, и частичной неопределенностью, проявляющейся в различной реакции объекта на одну и ту же ситуацию в различные моменты времени.

Перспективным направлением в моделировании сложных организационно-технических систем являются окрестностные модели, отличающиеся гибкостью описания с помощью окрестностей структуры связей между узлами системы. Однако существующие виды окрестностных моделей не позволяют моделировать недетерминированные параллельные процессы, присущие значительной части организационно-технических систем. Успешным средством решения таких задач являются сети Петри, отличающиеся возможностью моделирования параллельных и недетерминированных процессов, наглядностью представления функционирования динамических организационно-технических систем.

Но в теории сетей Петри недостаточно рассмотрены существенные для реальных производственных объектов, обладающих неопределенностью параметров и структурных связей, вопросы нечеткости и достижимости с частично заданными параметрами. Указанные вопросы могут быть решены в рамках окрестностных моделей.

В связи с этим, актуальной является разработка и анализ на основе сетей Петри новых классов четких и нечетких недетерминированных динамических окрестностных моделей, обобщающих классические и окрестностные динамические дискретные модели, допускающих нечеткий характер значений в узлах и связей между узлами организационно-технической системы, а также разработка алгоритмов идентификации и решение задачи достижимости с частично заданными параметрами для этих новых классов моделей.

Целью данного издания является разработка и исследование новых классов окрестностных моделей, полученных на основе сетей Петри, построение окрестностных моделей сетей Петри для организационно-технических систем производства, разработка алгоритмов параметрической идентификации и решения задач достижимости, комплекса программ для исследования свойств данных моделей и проведения вычислительных экспериментов.

В первой главе дано понятие организационно-технической системы производства. Приведены два вида моделей, применяемых для представления организационно-технических систем: окрестностные модели и сети Петри. Показаны их достоинства и недостатки. Рассмотрено состояние проблемы идентификации окрестностных моделей и сетей Петри. На основании результатов выполненного анализа поставлена цель исследований и сформулированы задачи работы.

Во второй главе обобщено понятие четких окрестностных динамических моделей. Предложена схема положения четких сетей Петри в классе четких окрестностных моделей. Рассмотрено моделирование четкой обобщенной и временной сети Петри окрестностными моделями, а также приведен алгоритм параметрической идентификации окрестностных моделей сетей Петри.

Даны постановки задач достижимости с частично заданными параметрами и приведены алгоритмы их решения для различных видов четких динамических недетерминированных окрестностных моделей. Дано понятие меры недетерминированности окрестностной модели, а также приведен алгоритм решения задачи достижимости для окрестностной модели с переменной недетерминированностью и приоритетами слоев.

В третьей главе обобщено определение нечетких окрестностных динамических моделей. Предложена схема положения нечетких сетей Петри в классе нечетких окрестностных моделей. Введены новые классы сетей Петри с нечеткой структурой. Рассмотрено моделирование различных классов нечетких сетей Петри окрестностными моделями. Даны постановки задач достижимости с частично заданными параметрами и приведены алгоритмы их решения для нечетких динамических недетерминированных окрестностных моделей.

В четвертой главе дано описание цементного производства как сложной организационно-технической системы. Рассмотрены традиционные модели данной системы, а также четкие и нечеткие недетерминированные динамические окрестностные модели четких и нечетких сетей Петри. Произведено сравнение рассмотренных моделей по степени адекватности модельных значений годового производства цемента фактическим данным.

Для планирования мероприятий по модернизации производства на основе построенных моделей разработан комплекс программ, позволяющий оценить годовое производство цемента при изменении состава и технических характеристик оборудования.

1. ДИСКРЕТНЫЕ МОДЕЛИ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ: СЕТИ ПЕТРИ И ОКРЕСТНОСТНЫЕ МОДЕЛИ

В данной главе дано понятие организационно-технической системы производства. Приведены два вида моделей, применяемых для представления организационно-технических систем: окрестностные модели и сети Петри. Показаны их достоинства и недостатки. Рассмотрено состояние проблемы идентификации окрестностных моделей и сетей Петри. Обоснована необходимость разработки динамических недетерминированных окрестностных моделей сетей Петри для организационно-технических систем.

1.1. Организационно-техническая система производства

Организационно-техническая система производства $OTS = (S, F)$ – совокупность внутренне взаимосвязанных частей производства, взаимодействующая с окружающей средой U , выполняющая определенные функции F и имеющая структуру S .

Окружающая среда U – совокупность внешних объектов, взаимодействующих с системой. Функция F – свойство системы, используемое для преобразования входных величин при внешних дополнительных воздействиях и условиях работы в выходные величины.

Структура S – совокупность элементов [50] M и отношений R между ними внутри системы $S=(M,R)$. Элемент системы при проектировании рассматривается как одно целое, хотя он может иметь различную степень сложности [41].

Элементами организационно-технической системы производства могут являться промышленные агрегаты, при этом структура системы производства – связь между отдельными агрегатами.

Организационно-техническую систему можно отнести к сложной системе, если выполняются следующие условия [6]:

- 1) отсутствие подробного математического описания;
- 2) стохастичность, связанная в основном с большим числом внешних факторов, оказывающих влияние на поведение объекта;
- 3) нестационарность, проявляющаяся в эволюции объекта во времени;
- 4) частичная невозпроизводимость экспериментов (неопределенность), что проявляется в различной реакции объекта на одну и ту же ситуацию или управление в различные моменты времени.

Успешным средством для моделирования сложных организационно-технических систем являются окрестностные модели, допускающие неоднозначность трактовки характера переменных, отличающиеся гибкостью описания с помощью окрестностей (шаблонов соседства) структуры связей между узлами системы.

1.2. Окрестностные модели

В работах [4-9,12,14,15,17,21,22,37,38,65-67,74,77-79,81,88,89,97,98, 106] введены и исследованы окрестностные модели, развивающие общие подходы теории систем [35,50,100,108] и являющиеся обобщением для традиционных дискретных моделей таких, как конечные автоматы [35], клеточные автоматы и т.д.

Простейшим классом окрестностных моделей являются симметричная линейная окрестностная модель для состояния и входа (1.1) и линейная смешанная модель для состояния, входа и выхода (1.2) [6,14].

$$\sum_{\alpha \in O_x[a]} w_x[a, \alpha] X[\alpha] = \sum_{\beta \in O_v[a]} w_v[a, \beta] V[\beta], \quad (1.1)$$

$$\sum_{\alpha \in O_x[a]} w_x[a, \alpha] X[\alpha] + \sum_{\beta \in O_v[a]} w_v[a, \beta] V[\beta] + \sum_{\gamma \in O_y[a]} w_y[a, \gamma] Y[\gamma] = 0, \quad (1.2)$$

где $X[a] \in R^n$, $V[a] \in R^m$, $Y[a] \in R^q$ – состояние, вход и выход в узле сис-

темы; $w_x[a, \alpha] \in R^{c \times n}$, $w_v[a, \beta] \in R^{c \times m}$, $w_y[a, \gamma] \in R^{c \times q}$ – матрицы-параметры; $O_x[a]$, $O_v[a]$, $O_y[a]$ – окрестность узла a по состоянию, входному и выходному воздействию соответственно; $a, \alpha, \beta, \gamma \in A$, $A = \{a_1, a_2, \dots, a_N\}$ – конечное множество значений дискретного аргумента системы, $|A| = N$.

Простейшим классом нелинейных окрестностных моделей являются рассмотренные в [6] билинейные окрестностные модели для состояния и входа:

$$\sum_{\alpha \in O_x[a]} w_x[a, \alpha] X[\alpha] + \sum_{\beta \in O_v[a]} w_v[a, \beta] V[\beta] + \sum_{\alpha \in O_x[a]} \sum_{\beta \in O_v[a]} [w_{1vx}[a, \alpha, \beta] v[\beta, 1] X[\alpha] + \dots + w_{mvx}[a, \alpha, \beta] v[\beta, m] X[\alpha]] = 0, \quad (1.3)$$

где $w_{ivx}[a, \alpha] \in R^{c \times n}$ ($i = 1, \dots, m$) – матрицы-параметры; $v[a, i]$ ($i = 1, \dots, m$) – координаты вектора входов $V[a]$.

Модель (1.3) в более короткой записи:

$$\sum_{\alpha \in O_x[a]} w_x[a, \alpha] X[\alpha] + \sum_{\beta \in O_v[a]} w_v[a, \beta] V[\beta] + \sum_{\substack{\alpha \in O_x[a] \\ \beta \in O_v[a]}} w_{xv}[a, \alpha, \beta] X[\alpha] V[\beta] = 0, \quad (1.4)$$

где $w_{xv}[a, \alpha, \beta] \in R^{c \times n \times m}$ – блочная матрица параметров.

В общем виде нелинейные окрестностные модели можно представить:

$$\Phi(a, \{X(\alpha), \alpha \in O_x[a]\}; \{V(\beta), \beta \in O_v[a]\}; \{Y(\gamma), \gamma \in O_y[a]\}) = 0, \quad (1.5)$$

где $a \in A$; $O_v[a]$, $O_x[a]$, $O_y[a]$ – окрестности узла a модели по входу, состоянию, выходу соответственно; $\alpha, \beta, \gamma \in A$ [14].

Дальнейшим развитием теории окрестностных систем являются нечетко-окрестностные модели [17, 37, 38, 77, 78], которые учитывают степень нечёткого влияния друг на друга элементов окрестностей.

Нелинейная смешанная нечётко-окрестностная модель описывается уравнением:

$$\Phi(a; \{\mu_x, x(\alpha), \alpha \in O_x[a]\}; \{\mu_v, V(\beta), \beta \in O_v[a]\}; \{\mu_y, y(\gamma), \gamma \in O_y[a]\}) = 0, \quad (1.6)$$

где $\mu_v, \mu_x, \mu_y \in [0, 1]$ – функции принадлежности по входу, состоянию, выходу и являются элементами матриц инцидентности по входу $F_v = \{m_v\}$, состоянию $F_x = \{m_x\}$, выходу $F_y = \{m_y\}$ и характеризуют степень нечёткого влияния друг на друга элементов окрестностей

O_v, O_x, O_y .

Отметим, что перечисленные выше окрестностные модели являются статическими, следовательно применимы для моделирования объектов, не изменяющих свое состояние с течением времени. Однако большинство реальных моделируемых объектов являются динамическими.

Попытка ввести динамику в окрестностные модели была сделана в [6]. Явно выделено время в линейных окрестностно-временных моделях, рассмотренных в [9,65-67]. Симметричная линейная окрестностно-временная модель имеет вид:

$$\begin{aligned} & \sum_{\alpha' \in O_x[a,t+1]} w_x[a,\alpha'] X[\alpha',t+1] + \sum_{\alpha'' \in O_x[a,t]} w_x[a,\alpha''] X[\alpha'',t] = \\ & = \sum_{\beta \in O_v[a,t]} w_v[a,\beta] V[\beta,t] \end{aligned} \quad (1.7)$$

где $X[a,t] \in R^n$, $V[a,t] \in R^m$ – состояние и вход в узле a модели в момент времени t ; $w_x[a,\alpha] \in R^{c \times n}$, $w_v[a,\beta] \in R^{c \times m}$ – постоянные матрицы-параметры в узле a модели для рассматриваемого узла окрестности α ; $O_x[a,t]$, $O_v[a,t]$ – окрестности узла a по состоянию и входному воздействию соответственно в момент времени t ; $a, \alpha', \alpha'', \beta \in A$, $A = \{a_1, a_2, \dots, a_N\}$ – конечное множество значений дискретного аргумента модели, $|A| = N$.

Нелинейные окрестностные динамические модели в общем виде можно представить [65-67]:

$$\begin{aligned} & \Phi(a, \{X(\alpha', t+1), \alpha' \in O_x[a, t+1]\}; \{X(\alpha'', t), \alpha'' \in O_x[a, t]\}; \\ & \{V(\beta, t), \beta \in O_v[a, t]\}; \{Y(\gamma, t), \gamma \in O_y[a, t]\}) = 0 \end{aligned} \quad (1.8)$$

Заметим, что все рассмотренные выше окрестностные модели являются четкими по значениям, то есть входы, состояния и выходы показанных моделей являются четкими величинами.

Кроме того, существующие виды окрестностных моделей не позволяют моделировать параллельные процессы, присущие значительной части организационно-технических систем. Заметим, что удобным средством для моделирования указанных процессов являются сети Петри, отличающиеся наглядностью представления функционирования динамических недетерминированных процессов.

1.3. Сети Петри

Сети Петри и их многочисленные модификации являются одним из классов моделей, неоспоримым достоинством которых является возможность адекватного представления не только структуры сложных организационно-технических систем и комплексов, но также и логико-временных особенностей процессов их функционирования. Сети Петри представляют собой математическую модель для представления структуры и анализа динамики функционирования систем в терминах «условие-событие». Эта модель может быть успешно использована для описания так называемых динамических дискретных систем различных классов, таких как: вычислительные процессы и программы, технологические процессы, информационные, экономические, биологические, социальные и технические системы [44].

Модели сетей Петри позволяют исследовать работоспособность моделируемых систем, оптимальность их структуры, эффективность процесса их функционирования, а также возможность достижения в процессе функционирования определенных состояний. Сети Петри и их обобщения являются удобным и мощным средством моделирования асинхронных, параллельных распределенных и недетерминированных процессов, позволяют наглядно представить динамику функционирования систем и составляющих их элементов. Свойство иерархического вложения сетей Петри позволяет рассматривать модели различной степени детализации, обеспечивая тем самым необходимую декомпозицию сложных систем и процессов [44].

1.3.1. Базовый формализм классических сетей Петри. Область применения

В данном разделе рассмотрим классические сети Петри, опишем их область применения, основные достоинства и недостатки.

Классические сети Петри используются для описания и изучения поведения дискретных динамических систем. Они обладают наилуч-

шими возможностями для описания взаимосвязей и взаимодействий параллельно работающих процессов.

Теория сетей Петри разработана немецким математиком Карлом-Адамом Петри в диссертационной работе «Взаимодействующие автоматы» в 1962 году, с тех пор она получила широкое распространение [26] и, по существу, превратилась в самостоятельную научную дисциплину, области применения которой непрерывно расширяются [56]. В настоящее время сетям Петри посвящена обширная отечественная и зарубежная литература [**Ошибка! Источник ссылки не найден.,Ошибка! Источник ссылки не найден.,24-27,33,34,42,45-47,49,52,55,56,62,68,94-96,101-105,107**].

Как сказано в [68], построение моделей систем в виде сетей Петри связано со следующими действиями.

1. Моделируемые процессы (явления), совершающиеся в системе, описываются множеством событий и условий, которыми эти события определяют, а также причинно-следственными отношениями, устанавливаемыми на множестве «события-условия».

2. Определяются события – действия, последовательность наступления которых управляется состояниями системы. Состояния системы задаются множеством условий.

3. Условия могут выполняться и не выполняться. Только выполнение условий обеспечивает возможность наступления событий.

4. После того, как событие наступило, будет обеспечено выполнение других условий.

В сетях Петри условия – это позиции, а события – переходы. Последовательная реализация событий в системе отображается в сети в виде последовательного срабатывания ее переходов [55].

Сеть Петри является интеграцией графа и дискретной динамической системы. Она может служить, таким образом, и статической, и динамической моделью представляемого с ее помощью объекта [45,62].

1.3.1.1. Способы задания сетей Петри

Можно указать три эквивалентных способа задания сети Петри: аналитический, графический и матричный [26]. При этом следует отме-

тить, что теория сетей Петри разрабатывалась рядом авторов. У них были различные мотивы и предпосылки. Вследствие такого разнообразия многие фундаментальные понятия были определены по-разному. В большинстве работ по сетям Петри различия только в обозначениях. Однако в некоторых случаях определения могут ограничить класс сетей Петри тем, что не допускаются кратные входные и выходные дуги, и существуют ограничения на форму переходов. То есть требуется, чтобы переходы имели непустые множества входных и выходных позиций или входные и выходные позиции перехода не должны совпадать (без петель). Но даже эти различия не имеют большого значения [55].

Течение процесса в сетях Петри отображается с помощью графических примитивов четырех типов: позиции, переходы, дуги и метки. Сеть представляет собой ассиметричный направленный (ориентированный) граф [43,53] с двумя типами вершин – позициями и переходами, при этом дуги не могут соединять вершины одного типа, т.е. граф является двудольным. Множество позиций (обозначаются кружками) описывают состояния системы. Переходы (обозначаются планками) описывают условия изменения состояний [45,68].

Заметим, что сеть Петри неточно было бы называть просто графом. В [55] отмечается, что сеть Петри является мультиграфом, так как допускает существование кратных дуг от одной вершины графа к другой. Таким образом, сеть Петри – двудольный ориентированный мультиграф.

Условия-позиции и события-переходы связаны отношениями зависимости, которые отображаются с помощью ориентированных дуг. Выделяются входные позиции, которые направлены на некоторый переход и выходные позиции, на которые направлены дуги от переходов.

Для отражения динамических свойств в сетях Петри введено понятие маркировки (разметки) сети, которая реализуется с помощью так называемых маркеров (меток, фишек), размещаемых в позициях (изображаются точкой в кружке). Пример сети Петри с заданной маркировкой показан на рис. 1.1.

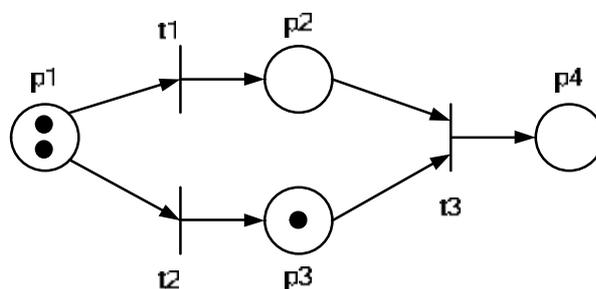


Рис. 1.1. Пример сети Петри с заданной маркировкой

Состояние сети Петри формируется в результате выполнения условий реализации событий. Любой разрешенный переход может произойти, удалив несколько входных меток и установив метки в выходных позициях, что отражает изменение условий. Если числа входных и выходных дуг отличаются, число меток не сохраняется. Если разрешено более одного перехода, может произойти любой из них. Переход осуществляется, если выполнены все условия реализации данного события. Выполнение условий отображается помещением соответствующего числа меток в соответствующую позицию.

Если два или более переходов могут осуществиться (т.е. выполнены все условия) и они не имеют общих входных позиций, то их реализация независима и может происходить в любой последовательности. Выбор перехода, вообще говоря, не определен. Для случая, когда условия ни для одного из переходов не реализованы, сеть считается заблокированной.

Процесс перераспределения фишек называется функционированием (выполнением) сети Петри. Вектором маркировки для сети Петри называется вектор, в котором число элементов равно числу позиций, а значением элемента является количество фишек в соответствующей позиции.

Одной из основных аналитических задач сетей Петри является задача определения достижимости маркировки, когда для исходного вектора маркировки требуется установить существование последовательности переходов, выполнение которых обеспечивает достижение заданного выходного вектора маркировки [25,44,55].

1.3.1.2. Обобщенная маркированная сеть Петри. Основные понятия

Дадим определение сети Петри и рассмотрим правила ее функционирования. Обобщенная маркированная сеть Петри (или кратко сеть Петри) S определяется как $S = (N, m_0)$ [44,45,55], где:

1). $N = (P, T, I, O)$ – структура сети Петри S , для которой: $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ – непустое конечное множество позиций; $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ – непустое конечное множество переходов (множества P и T не пересекаются: $P \cap T = \emptyset$); $I: P \times T \rightarrow \mathbf{N}_0$ – входная функция переходов; $O: T \times P \rightarrow \mathbf{N}_0$ – выходная функция переходов;

2). $m_0 = (m_1^0 \ m_2^0 \ \dots \ m_n^0)^T$ – вектор начальной маркировки сети Петри, при этом $m_i^0 \in \mathbf{N}_0$ ($i = 1, \dots, n$) – количество фишек в позиции p_i до начала функционирования сети Петри. Здесь и далее через \mathbf{N}_0 будет обозначаться множество натуральных чисел и ноль, т.е. $\mathbf{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$.

Для удобства описания правил функционирования перейдем к матричному виду сети Петри. Пусть R^- – матрица инциденций дуг, входящих в переходы, R^+ – матрица инциденций дуг, выходящих из переходов, R – матрица инциденций сети Петри.

Матрицы R^+, R^-, R определяются по формулам:

$$r_{ij}^- = I(p_i, t_j); \quad r_{ij}^+ = O(t_j, p_i); \quad r_{ij} = O(t_j, p_i) - I(p_i, t_j); \quad R = R^+ - R^-.$$

Значение функции $I(p_i, t_j)$ равно кратности дуги от позиции p_i до перехода t_j . Соответственно, значение функции $O(t_j, p_i)$ равно кратности дуги от перехода t_j до позиции p_i . Если кратность дуг ограничена единицей, т.е. $I: P \times T \rightarrow \{0,1\}$ и $O: T \times P \rightarrow \{0,1\}$, то сети Петри называются ординарными.

Динамика изменения начальной и последующих маркировок сети Петри после момента ее запуска подчиняется следующим правилам.

1). **Правило определения текущей маркировки.** Любое текущее состояние сети Петри S определяется некоторой маркировкой сети

Петри, которая представляет собой вектор $m_q = (m_1^q \ m_2^q \ \dots \ m_n^q)^T$. Компоненты вектора маркировок $m_i^q \in \mathbb{N}_0$ интерпретируются как количество маркеров в соответствующих позициях $p_i \in P$ сети Петри ($i = 1, \dots, n$). Начальное состояние сети Петри определяется вектором начальной маркировки m_0 .

2). **Правило (условие) активности перехода.** Переход $t_k \in T$ сети Петри называется активным (разрешенным, возбужденным) при некоторой текущей маркировке m_q , если выполнено следующее условие:

$$m_q \geq R^- \cdot \mu(k), \quad (1.9)$$

где $\mu(k)$ – вектор-столбец длины m с единицей на k -м месте.

3). **Правило срабатывания перехода.** Если переход $t_k \in T$ сети Петри является активным при некоторой текущей маркировке m_q , т.е. для него выполнено условие (1.9), то срабатывание данного перехода приводит к новой маркировке $m_{q+1} = (m_1^{q+1} \ m_2^{q+1} \ \dots \ m_n^{q+1})^T$, определяемой по формуле:

$$m_{q+1} = m_q + R \cdot \mu(k). \quad (1.10)$$

Срабатывание перехода считается неделимым актом, т.е. предполагается, что изъятие маркеров из всех входных позиций и их перемещение во все выходные позиции осуществляется мгновенно, с нулевой задержкой. Если при текущей маркировке активны несколько переходов, то срабатывает только один из них, выбираемый случайным образом.

1.3.1.3. Достоинства и недостатки классических сетей Петри

Еще раз следует подчеркнуть, что особенную роль сети Петри играют при моделировании параллельных процессов, здесь это удобный инструмент моделирования [42]. Параллельные процессы протекают в системе независимо друг от друга. На выполнение таких процессов не накладываются какие-либо условия синхронизации. Моменты начала и

завершения параллельных процессов, интервалы их реализации не являются в системе взаимно обусловленными.

Выполнение сети Петри рассматривается как последовательность дискретных событий. Порядок появления событий является одним из возможных, допустимых основной структурой [55].

Параллельным процессам соответствуют состояния сети Петри, в которых оказываются возбужденными сразу несколько переходов. Каждый из этих переходов может сработать. Однако вопрос о том, какой именно переход будет выполняться, решается всякий раз случайным образом по правилам равновероятного выбора.

Действие такого механизма проявляется в свойстве явной недетерминированности сетей Петри. Ни два, ни более возбужденных в некотором состоянии перехода одновременно не выполняются. Всякий возбужденный переход готов для выполнения, но момент его фактического срабатывания точно не определен. Любой из нескольких возможных переходов может стать следующим запускаемым. Иначе говоря, в сетях Петри не моделируется ход времени. События упорядочиваются по отношению «выполняется после». Это важная особенность сетей Петри [55,64].

Следует отметить, что существуют противоположные точки зрения на порядок выполнения нескольких активных переходов. Одна из них принадлежит автору [56], который придерживается мнения, что нельзя отвергать возможность одновременного срабатывания двух и более возбужденных переходов, т.к. это противоречит концепции независимого поведения сетей Петри от времен срабатывания переходов.

Заметим, что в условиях равновероятного выбора срабатывания одного из нескольких возбужденных переходов может возникнуть конфликтная ситуация, когда при срабатывании одного из возбужденных переходов один или несколько готовых к выполнению переходов становятся неактивными. После этого сеть Петри в процессе функционирования может никогда не достичь некоторой заданной маркировки. Таким способом в сети моделируется конфликт между событиями, когда реализация одного может исключить возможность реализации других [42].

К недостаткам классических сетей Петри также можно отнести невозможность внешнего управляющего воздействия на процесс. Задается только начальная маркировка, а далее функционирование сети Петри протекает недетерминировано. При этом отсутствует возможность изменить последовательность срабатывания переходов и, следовательно, сориентировать процесс в нужном направлении.

Сегодня существуют стохастические сети Петри и сети Петри с приоритетами, которые при возникновении конфликтной ситуации позволяют направить процесс функционирования сети Петри в заданном направлении.

Авторы [62] относят к недостаткам сети Петри отсутствие времени в определении ее динамического функционирования. Они утверждают, что, хотя большинство теоретических исследований исключает из рассмотрения время, практика требует учета времени. Однако, те же авторы замечают, что при этом происходит существенное усложнение в методах анализа сетей Петри и, как бы, переход от алгебраических уравнений к дифференциальным.

В настоящее время разработаны временные сети Петри, являющиеся расширением классических сетей Петри с заданным временем срабатывания переходов и задержки маркеров в позициях.

Недостатком классических сетей Петри можно также считать один тип маркеров, присутствующих в сети. То есть одновременно можно наблюдать за протеканием только одного процесса в сети Петри. Для устранения этого недостатка были введены раскрашенные или цветные сети Петри, в которых присутствуют маркеры нескольких цветов.

Классические сети Петри являются четкими моделями, т.е. имеют детерминированный характер структурных взаимосвязей и правил функционирования [44], что существенно ограничивает возможности их практического использования. Нечеткие сети Петри или сети Петри с неопределенностью позволяют значительно расширить область их применения при решении прикладных задач.

1.3.2. Некоторые разновидности сетей Петри

Можно вводить ряд дополнительных правил и условий в алгоритмы моделирования классических сетей Петри, получая ту или иную их разновидность и устраняя те или иные недостатки классических сетей Петри.

К настоящему времени известно большое количество разновидностей и обобщений классического формализма сетей Петри [44], к которым, в первую очередь, следует отнести временные сети Петри, нечеткие сети Петри и др.

1.3.2.1. Временные сети Петри

Выше было сказано, что некоторые авторы, например [62], относят к недостаткам сети Петри отсутствие времени в определении ее динамического функционирования.

Временные сети Петри лишены этого недостатка, они позволяют моделировать не только последовательность событий, но и их привязку ко времени.

Возможны три варианта временных сетей Петри.

1). Каждому переходу временной сети Петри присписывается вес – продолжительность (задержка) срабатывания перехода. Активный переход в начале срабатывания блокируется на заданное время. При этом заданное количество маркеров «исчезает» из всех входных позиций перехода, но в выходных позициях еще не «появляется». После завершения времени блокировки перехода заданное количество маркеров переходит в его выходные позиции.

2). Каждой позиции временной сети Петри присписывается вес – время выполнения (задержка маркеров в позиции). Все маркеры, поступающие в позицию, оказываются недоступными (заблокированными) для срабатывания перехода в течение заданного времени выполнения.

3). Комбинация первого и второго варианта временных сетей Петри: каждому переходу и каждой позиции временной сети Петри присписываются веса соответственно продолжительности срабатывания перехода и времени выполнения позиции.

Рассмотрим первый вариант временных сетей Петри. Временная сеть [31,32] Петри C_t определяется как $C_t = (N, m_0, Z)$, где:

1). $Z = (z_1 \ z_2 \ \dots \ z_m)^T$, $z_k \in \mathbf{R}_+$, $(k=1, \dots, m)$ – вектор продолжительности срабатывания переходов (временных задержек, блокировок).

Определения N, m_0 совпадают с определениями в обобщенной маркированной сети Петри $C = (N, m_0)$.

При функционировании сети C_t переходы блокируются на заданное время. Следовательно, меняются некоторые правила функционирования сети Петри. Правило 1 аналогично описанному в п. 1.3.1.

2). **Правило (условие) активности перехода.** Переход $t_k \in T$ временной сети Петри называется активным при некоторой текущей маркировке m_q , если он не заблокирован и выполнено условие (1.9).

3). **Правило блокировки перехода.** Если переход $t_k \in T$ сети Петри является активным при некоторой текущей маркировке m_q , то начало его работы приводит к новой маркировке m_{q+1} :

$$m_{q+1} = m_q - R^- \cdot \mu(k). \quad (1.11)$$

Далее переход блокируется на время z_k .

4). **Правило срабатывания перехода.** Если время блокировки z_k перехода $t_k \in T$ заканчивается при текущей маркировке m_q , то его срабатывание приводит к новой маркировке m_{q+1} :

$$m_{q+1} = m_q + R^+ \cdot \mu(k). \quad (1.12)$$

Таким образом временные сети Петри позволяют моделировать динамику изменения состояний системы в привязке их ко времени.

1.3.2.2. Нечеткие сети Петри

Рассмотренные выше классы моделей сетей Петри позволяют представить структуру и динамику функционирования моделируемых систем в условиях отсутствия влияния тех или иных факторов неопределенности. Указанное предположение о детерминированном характере структурных взаимосвязей и динамики функционирования сетей Петри существенно ограничивает возможности практического использования

моделей данных классов и не отражает адекватным образом отдельные аспекты знаний о предметной области.

Включение описания неопределенности в различные детерминированные разновидности и обобщения сетей Петри может быть осуществлено, вообще говоря, различным образом по каждому из основных компонентов исходного формализма соответствующего класса сетей Петри. Поскольку при этом можно рассматривать различные формы неопределенности (стохастическая, нечеткая, комбинированная), то, следуя по этому пути, можно получить чрезвычайно большое количество вариантов формализма соответствующих классов сетей Петри с неопределенностью [44].

Таким образом, можно вводить неопределенность в маркировку, структуру сети Петри, правила функционирования, время срабатывания переходов и т.д.

Рассмотрим подкласс нечетких сетей Петри C_f с нечеткой маркировкой.

Нечеткая сеть Петри C_f (НСП C_f), в соответствии с [44], определяется как $C_f = (N, f(\omega), \lambda, m_0(\omega))$, где:

1). $N = (P, T, I, O)$ – структура НСП C_f , для которой:
 $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ – непустое конечное множество позиций;
 $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ – непустое конечное множество переходов ($P \cap T = \emptyset$);
 $I: P \times T \rightarrow \{0,1\}$ – входная функция переходов; $O: T \times P \rightarrow \{0,1\}$ – выходная функция переходов. Связи между переходами и позициями удобно задавать с помощью матриц инцидентий R^+, R^-, R [64];

2). $f(\omega) = (f_1(\omega), f_2(\omega), \dots, f_m(\omega))$ – вектор значений функции принадлежности [92] нечеткого срабатывания переходов, при этом $f_k(\omega) \in [0,1]$ ($k = 1, \dots, m$);

3). $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ – вектор значений порога срабатывания переходов, при этом $\lambda_k \in [0,1]$ ($k = 1, \dots, m$);

4). $m_0(\omega) = (m_1^0(\omega), \dots, m_n^0(\omega))$ – вектор начальной маркировки, каждая координата которого определяется значением функции принадлежности нечеткого наличия одного маркера в соответствующей позиции данной НСП C_f .

Динамика изменения начальной и последующих маркировок НСП C_f после момента ее запуска подчиняется следующим правилам.

1). **Правило определения текущей маркировки.** Любое текущее состояние НСП C_f определяется вектором $m_q(\omega) = (m_1^q(\omega), \dots, m_n^q(\omega))$, компоненты которого ($m_i(\omega) \in [0,1]$) интерпретируются как значения функции принадлежности нечеткого наличия одного маркера в соответствующих позициях $p_i \in P$ НСП C_f . Начальное состояние НСП C_f определяется вектором начальной маркировки $m_0(\omega)$.

2). **Правило (условие) активности перехода.** Переход $t_k \in T$ НСП C_f называется активным (разрешенным, возбужденным) при некоторой текущей маркировке $m_q(\omega)$, если выполнено следующее условие:

$$\min_{(i \in \{1,2,\dots,n\}) \wedge (I(p_i, t_k) > 0)} \{m_i^q(\omega)\} > \lambda_k, \quad (1.13)$$

где λ_k – значение порога срабатывания перехода $t_k \in T$.

3). **Правило нечеткого срабатывания перехода.** Если переход $t_k \in T$ НСП C_f является активным при некоторой текущей маркировке m_q , т.е. для него выполнено условие (1.13), то нечеткое срабатывание данного перехода приводит к новой маркировке $m_{q+1}(\omega) = (m_1^{q+1}(\omega), \dots, m_n^{q+1}(\omega))$, координаты которой определяются по следующим формулам:

- для каждой из входных позиций $p_i \in P$, для которых $I(p_i, t_k) > 0$:

$$m_i^{q+1}(\omega) = 0; \quad (1.14)$$

- для каждой из выходных позиций $p_j \in P$, для которых $O(t_k, p_j) > 0$:

$$m_j^{q+1}(\omega) = \max \left\{ m_j^q(\omega), \min_{(i \in \{1,2,\dots,n\}) \wedge (I(p_i, t_k) > 0)} \{m_i^q(\omega), f_k(\omega)\} \right\}, \quad (1.15)$$

где $f_k(\omega)$ – значение функции принадлежности или мера возможности нечеткого срабатывания перехода $t_k \in T$.

Если некоторые из позиций $p_i \in P$ являются одновременно входными и выходными для разрешенного перехода $t_k \in T$, то для них коор-

динаты вектора новой маркировки рассчитываются последовательно, сначала по формуле (1.14), а затем по формуле (1.15).

В работах [31,32] рассмотрен другой подкласс нечетких сетей Петри – нечеткие временные сети Петри, отличающиеся нечетким временем функционирования сети.

Таким образом, в данном пункте рассмотрены нечеткие сети Петри с нечеткой маркировкой и нечетким временем.

1.4. Идентификация как метод построения моделей

В данном разделе рассмотрим постановку задачи идентификации для динамических систем и методы ее решения. Термин «идентификация» появился в 60-х годах XX века. В настоящее время теории и методам идентификации посвящено большое количество работ отечественной и зарубежной литературы, например [6,29,30,36,39,48,54,57,61,69,93,99].

Под идентификацией динамических объектов понимают процедуру определения структуры и параметров их математических моделей, которые при одинаковых входном сигнале объекта и модели обеспечивают близость выхода модели к выходу объекта при наличии какого-то критерия качества [6].

При идентификации для построения моделей непосредственно используются экспериментальные данные, т.е. ведётся регистрация входных и выходных сигналов системы, и модель формируется в результате их обработки [48].

Задача идентификации формулируется следующим образом: по результатам наблюдений за входными и выходными переменными объекта построить его оптимальную в некотором смысле модель [93]. При этом объект находится в нормальном режиме функционирования (т.е. без пробных воздействий на объект) [70].

Модель объекта необходима при реализации любого алгоритма управления сложным объектом, т.к. она позволяет предсказывать поведение объекта и определять наиболее эффективные управляющие воздействия с точки зрения целей управления.

Пусть объект описывается некоторым неизвестным оператором F_0 . Под моделью объекта управления понимается оператор F , связывающий выход объекта Y с его наблюдаемыми входами $V: Y = F(V) + \delta$, $V \in R^m$, $Y \in R^q$, $\delta \in R^q$ – ошибка модели. Оператор модели, как правило, задается алгоритмически, т.е. указывается правило, позволяющее по заданным входам определить выход без обращения к реальному объекту [70].

В динамических объектах вход и выход изменяются с течением времени, следовательно, их можно рассматривать как функции времени: $V(t)$, $Y(t)$ и $Y(t) = F(V(t)) + \delta(t)$.

Основная задача идентификации состоит в построении по измеренным входным и выходным данным оценки F (оператора модели) неизвестного оператора F_0 , оптимальной в смысле некоторого критерия.

Успех идентификации объекта существенно зависит от соотношения двух факторов: объема априорной информации о структуре объекта и объема измерительной информации. Различают задачи идентификации в узком и широком смысле.

Задача идентификации в узком смысле состоит в оценивании параметров и состояния системы по результатам наблюдений над входными и выходными переменными, полученными в условиях функционирования объекта. При этом известна структура системы и задан класс моделей, к которому данный объект относится. Априорная информация об объекте достаточно велика [93].

Априорная информация об объекте при идентификации в широком смысле отсутствует или очень бедная, поэтому приходится предварительно решать большое число дополнительных задач: выбор структуры системы и задание класса моделей, оценивание степени стационарности и линейности объекта и действующих переменных, оценивание степени и формы влияния входных переменных на выходные, выбор информативных переменных и другие [93].

Процедуру идентификации можно представить в виде следующих трех этапов [6]:

1. Выбор структуры модели на основании имеющейся априорной информации об исследуемом процессе и некоторых эвристических соображений.

2. Выбор критерия близости объекта и модели, основанный на специфике задачи (критерия качества).

3. Определение параметров модели, оптимальных с точки зрения выбранного критерия близости.

Первая из перечисленных задач идентификации называется структурной, а последняя – параметрической [6].

Формирование критерия качества, характеризующего адекватность модели реальному объекту, является одним из основных этапов идентификации.

Пусть реальный объект описывается оператором F_0 , т.е. $Y(t) = F_0(V(t), \varepsilon(t))$, который нельзя найти, но можно сделать его оценку. Применяя некоторый алгоритм идентификации, необходимо построить модель $\tilde{Y}(t) = F(V(t))$ с оптимальным оператором F , достаточно близким к F_0 .

Однако близость операторов непосредственно оценить трудно или просто невозможно, тем более что часто об операторе объекта мало известно. В связи с этим естественно оценивать близость операторов по их реакциям на одно и то же входное воздействие $V(t)$, т.е. по выходам объекта $Y(t) = F_0(V(t), \varepsilon(t))$ и модели $\tilde{Y}(t) = F(V(t))$, где $\varepsilon(t)$ – ненаблюдаемое возмущение.

Оптимальный оператор F модели ищется в смысле некоторого критерия, связанного с выходами $Y(t)$ и $\tilde{Y}(t)$. С этой целью вводится понятие функции потерь (функции невязки) $e_i(t) = y_i(t) - \tilde{y}_i(t)$, ($i = 1, \dots, q$), которая в любой фиксированный момент времени t зависит от выходов объекта и модели и не зависит от оператора. Эта скалярная неотрицательная функция векторных аргументов — выходов объекта и модели. В процессе идентификации эта функция минимизируется.

Для ряда практических задач наиболее естественной, а иногда и единственно возможной является оценка эффективности идентификации по максимально возможному на рабочем отрезке времени

$0 \leq t \leq T$ отклонению. Тогда проблема идентификации является по существу задачей минимизации максимального отклонения [70]:

$$J = \max_{t \in [0, T]} \sum_{i=1}^q |e_i(t)| = \max_{t \in [0, T]} \sum_{i=1}^q |y_i(t) - \tilde{y}_i(t)| \rightarrow \min. \quad (1.16)$$

Наиболее часто используется функция потерь в виде квадрата отклонения:

$$J = \max_{t \in [0, T]} \sum_{i=1}^q (e_i(t))^2 = \max_{t \in [0, T]} \sum_{i=1}^q (y_i(t) - \tilde{y}_i(t))^2 \rightarrow \min. \quad (1.17)$$

Для сетей Петри структурная идентификация состоит в задании позиций, переходов, связей от позиций к переходам и от переходов к позициям, а также коэффициентов связей. Параметрическая идентификация для классических обобщенных сетей Петри не производится, так как коэффициенты модели однозначно следуют из заданной структуры. То есть, зная структуру сети Петри, можно сразу найти уравнения пересчета маркировок.

Для различных расширений сетей Петри под параметрической идентификацией можно подразумевать задание дополнительных параметров функционирования сети. Например, для временных сетей Петри, параметрическая идентификация состоит в задании времен задержек срабатывания переходов и нахождения маркеров в позициях.

В [6,14] для линейных и билинейных окрестностных моделей были поставлены и решены задачи параметрической идентификации. Рассмотрим постановку задачи параметрической идентификации для смешанной линейной окрестностной модели (1.2).

Пусть для смешанной системы, заданной моделью (1.2), полностью определен набор всех входных воздействий $V[a] \in R^m$, состояний $X[a] \in R^n$ и выходов $Y[a] \in R^q$ во всех N узлах модели. Таким образом, необходимо знание $(m + n + q) \cdot N$ компонентов входных сигналов [14].

Требуется найти элементы матриц-параметров $w_x[a, \alpha] \in R^{c \times n}$, $w_v[a, \beta] \in R^{c \times m}$, $w_y[a, \gamma] \in R^{c \times q}$ для всех N узлов системы, описываемой моделью (1.2), т.е. восстановить коэффициенты модели. С учетом того, что $a \in A$, $\alpha \in O_x[a]$, $\beta \in O_v[a]$, $\gamma \in O_y[a]$, число неизвестных матриц w_x ,

w_v , w_y равно соответственно $\sum_{i=1}^N \deg_x[a_i]$, $\sum_{i=1}^N \deg_v[a_i]$, $\sum_{i=1}^N \deg_y[a_i]$, где

$\deg_x[a_i]$, $\deg_v[a_i]$, $\deg_y[a_i]$ – число соседей вершины a_i соответственно по состояниям, входам и выходам. Общее число неизвестных задачи равно:

$$c \cdot n \cdot \sum_{i=1}^N \deg_x[a_i] + c \cdot m \cdot \sum_{i=1}^N \deg_v[a_i] + c \cdot q \cdot \sum_{i=1}^N \deg_y[a_i].$$

Если часть элементов матриц-параметров задана, то задача параметрической идентификации называется задачей смешанной параметрической идентификации [14]. При этом уменьшается число решений данной задачи. Задать часть элементов матриц-параметров можно как с помощью экспертных оценок, так и с использованием физических соотношений между параметрами симметричной системы.

В качестве критерия идентификации можно выбрать минимум квадратичного функционала следующего вида [14]:

$$J = \sum_{i=1}^N \left(\sum_{\alpha=1}^{\deg_x[a_i]} w_x[a_i, \alpha] x[\alpha] + \sum_{\alpha=1}^{\deg_v[a_i]} w_v[a_i, \alpha] v[\alpha] + \sum_{\alpha=1}^{\deg_y[a_i]} w_y[a_i, \alpha] y[\alpha] \right)^2. \quad (1.18)$$

Рассмотрим постановку задачи параметрической идентификации для билинейной окрестностной модели (1.3). Пусть для билинейной системы, заданной моделью (1.3), полностью определен набор всех входных воздействий $V[a] \in R^m$ и состояний $X[a] \in R^n$ во всех N узлах модели. Таким образом, необходимо знание $(m+n) \cdot N$ компонентов сигналов [6].

Требуется найти элементы матриц-параметров $w_x[a, \alpha] \in R^{c \times n}$, $w_v[a, \beta] \in R^{c \times m}$, $w_{xv}[a, \alpha, \beta] \in R^{c \times n \times m}$ для всех N узлов модели (1.3). Потребуем, чтобы часть элементов матриц-параметров была задана экспертами. Это требование позволит ограничить число решений данной задачи [6].

Критерием идентификации является минимум функционала:

$$J = \sum_{i=1}^N \left(\sum_{\alpha=1}^{\deg_x[a_i]} w_x[a_i, \alpha] x[\alpha] + \sum_{\alpha=1}^{\deg_v[a_i]} w_v[a_i, \alpha] v[\alpha] + \sum_{\alpha=1}^{\deg_x[a_i]} \sum_{\beta=1}^{\deg_v[a_i]} w_{xv}[a_i, \alpha, \beta] x[\alpha] v[\beta] \right)^2. \quad (1.19)$$

В данном пункте проведен обзор известных методов идентификации, рассмотрено состояние проблемы идентификации для окрестност-

ных моделей и сетей Петри, приведено несколько критериев идентификации.

1.5. Постановка задач исследования

В предыдущих разделах данной главы рассмотрены два вида моделей, используемых для моделирования организационно-технических систем производства: окрестностные модели и сети Петри.

Перспективным направлением в моделировании сложных организационно-технических систем являются окрестностные модели, допускающие неоднозначность трактовки характера переменных и отличающиеся гибкостью описания с помощью окрестностей структуры связей между узлами системы.

Однако существующие виды окрестностных моделей не позволяют моделировать недетерминированные параллельные процессы, присутствующие значительной части организационно-технических систем. Успешным средством решения таких задач являются сети Петри, отличающиеся возможностью моделирования параллельных и недетерминированных процессов, наглядностью представления функционирования динамических организационно-технических систем.

Но в теории сетей Петри недостаточно рассмотрены существенные для реальных производственных объектов, обладающих неопределенностью параметров и структурных связей, вопросы нечеткости, детерминизации и достижимости с частично заданными параметрами. Указанные вопросы могут быть решены в рамках окрестностных моделей.

В связи с этим, актуальной является разработка и анализ на основе сетей Петри новых классов четких и нечетких недетерминированных динамических окрестностных моделей, обобщающих классические и окрестностные динамические дискретные модели, допускающих нечеткий характер значений в узлах и связей между узлами организационно-технической системы, а также разработка алгоритмов идентификации и решение задачи достижимости с частично заданными параметрами для этих новых классов моделей.

В соответствии с вышеперечисленным, можно дать следующую формулировку цели данной работы: разработать и исследовать новые

классы окрестностных моделей, полученных на основе сетей Петри, построить окрестностные модели сетей Петри для организационно-технических систем производства, разработать алгоритмы параметрической идентификации и решения задач достижимости, комплекс программ для исследования свойств данных моделей и проведения вычислительных экспериментов

В соответствии с приведенной формулировкой цели в монографии поставлены следующие задачи исследования:

- провести анализ существующих моделей организационно-технических систем производства, их достоинств и недостатков; обосновать разработку новых классов окрестностных моделей;

- разработать четкие и нечеткие динамические недетерминированные окрестностные модели сетей Петри для организационно-технических систем, а также алгоритмы их параметрической идентификации и решить задачу достижимости;

- разработать комплекс программ для проведения вычислительных экспериментов по изучению свойств сложной организационно-технической системы цементного производства и анализу получаемых данных;

- сравнить результаты эксперимента, полученные различными моделями, с реальными данными.

2. ЧЕТКИЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ НЕДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ ОКРЕСТНОСТНЫЕ МОДЕЛИ СЕТЕЙ ПЕТРИ

В данной главе обобщено понятие четких окрестностных динамических моделей. Предложена схема положения четких сетей Петри в классе четких окрестностных моделей. Рассмотрено моделирование четкой обобщенной и временной сети Петри окрестностными моделями, а также приведен алгоритм параметрической идентификации окрестностных моделей сетей Петри.

Даны постановки задач достижимости с частично заданными параметрами и приведены алгоритмы их решения для различных видов четких динамических недетерминированных окрестностных моделей.

Дано понятие меры недетерминированности окрестностной модели, а также приведен алгоритм решения задачи достижимости для окрестностной модели с переменной недетерминированностью и приоритетами слоев.

2.1. Положение сетей Петри в классе четких окрестностных моделей

Приведем обобщенное определение окрестностных моделей и покажем место сетей Петри в классе окрестностных моделей [20]. Окрестностная модель описывается набором $NS = (N, X, V, Z, W, X[0])$, где:

1). $N = (A, O_x, O_v)$ – структура окрестностной модели, $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ – множество узлов, O_x – окрестности связей узлов по состояниям, O_v – окрестности связей узлов по управлениям. Для каждого узла $a_i \in A$ определена своя окрестность по состояниям $O_x[a_i] \subseteq A$ и управлениям $O_v[a_i] \subseteq A$; $O_x = \bigcup_{i=1}^n O_x[a_i]$, $O_v = \bigcup_{i=1}^m O_v[a_i]$;

2). $X \in R^n$ – вектор состояний окрестностной модели в текущий момент времени;

3). $V \in R^m$ – вектор управлений окрестностной модели в текущий момент времени;

4). $Z \in \mathbf{R}_+^n$ – вектор временных задержек в узлах, где \mathbf{R}_+ – множество неотрицательных действительных чисел;

5). $W : X_{O_x} \times V_{O_v} \rightarrow X$ – функция пересчета состояний окрестностной модели (в общем случае недетерминированная), где X_{O_x} – множество состояний узлов, входящих в окрестность O_x , V_{O_v} – множество управлений узлов, входящих в окрестность O_v ;

6). $X[0]$ – начальное состояние модели.

Функция W может быть произвольной, например линейной, билинейной, квадратичной, полиномиальной и т.д. В линейном случае W можно представить в виде системы линейных уравнений:

$$\sum_{x \in O_x[t+1, a_i]} w_x[t+1, a_i, \alpha] x[t+1, \alpha] = \sum_{x \in O_x[t, a_i]} w_x[t, a_i, \alpha] x[t, \alpha] + \sum_{\beta \in O_v[t, a_i]} w_v[t, a_i, \beta] v[t, \beta] \quad , \quad (2.1)$$

где $O_x[t+1, a_i]$, $O_x[t, a_i]$ – окрестности узла a_i по x соответственно в моменты времени $t+1$ и t , $O_v[t, a_i]$ – окрестность узла a_i по v в момент времени t , $a_i \in A$, $x[t+1, a_i] \in R^n$, $x[t, a_i] \in R^n$ – состояния в узле a_i модели соответственно в моменты времени $t+1$ и t , $v[t, a_i] \in R^m$ – вход в узле a_i модели в момент времени t , $w_x[t+1, a_i, \alpha] \in R^{c \times n}$, $w_x[t, a_i, \alpha] \in R^{c \times n}$, $w_v[t, a_i, \beta] \in R^{c \times m}$ – матрицы-параметры.

Здесь t – номер такта функционирования модели. В начальный момент времени $t=0$ блокируются все узлы модели $a_i \in A$ на заданное время z_i . Первый такт $t=1$ соответствует разблокированию узлов с минимальной временной задержкой $z_k = \min_{i=1, \dots, n} z_i$, состояния разблокированных узлов модели пересчитываются по формуле (2.1), узлы снова блокируются на заданное время и т.д.

Представим модель (2.1) в матричном виде. Для этого определим матрицы $W_x[t+1]$, $W_x[t]$ коэффициентов по состояниям в моменты времени $t+1$ и t соответственно и матрицу $W_v[t]$ коэффициентов по входам в момент времени t :

$$W_x[t+1] = \begin{bmatrix} w_x[t+1, a_1, a_1] & w_x[t+1, a_1, a_2] & \dots & w_x[t+1, a_1, a_n] \\ w_x[t+1, a_2, a_1] & w_x[t+1, a_2, a_2] & \dots & w_x[t+1, a_2, a_n] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_x[t+1, a_n, a_1] & w_x[t+1, a_n, a_2] & \dots & w_x[t+1, a_n, a_n] \end{bmatrix};$$

$$W_x[t] = \begin{bmatrix} w_x[t, a_1, a_1] & w_x[t, a_1, a_2] & \dots & w_x[t, a_1, a_n] \\ w_x[t, a_2, a_1] & w_x[t, a_2, a_2] & \dots & w_x[t, a_2, a_n] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_x[t, a_n, a_1] & w_x[t, a_n, a_2] & \dots & w_x[t, a_n, a_n] \end{bmatrix};$$

$$W_v[t] = \begin{bmatrix} w_v[t, a_1, a_1] & w_v[t, a_1, a_2] & \dots & w_v[t, a_1, a_m] \\ w_v[t, a_2, a_1] & w_v[t, a_2, a_2] & \dots & w_v[t, a_2, a_m] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_v[t, a_n, a_1] & w_v[t, a_n, a_2] & \dots & w_v[t, a_n, a_m] \end{bmatrix}.$$

Тогда модель (2.1) будет иметь вид:

$$W_x[t+1] \cdot X[t+1] = W_x[t] \cdot X[t] + W_v[t] \cdot V[t]. \quad (2.2)$$

Изменяя составляющие общего описания окрестностной модели, можно получить различные классы дискретных распределенных моделей. Схема связи классов дискретных моделей представлена на рис. 2.1 [20].



Рис. 2.1. Схема связи классов дискретных моделей

Окрестностные модели можно разделить на детерминированные и недетерминированные. В свою очередь, недетерминированные окрестностные модели делятся на четкие и нечеткие. К четким окрестностным моделям можно отнести обобщенные сети Петри, ординарные сети Петри (как частный случай обобщенных), временные сети Петри и другие модели. К нечетким окрестностным моделям относятся нечеткие сети Петри и другие модели.

Таким образом, в данном пункте приведено обобщенное определение окрестностных моделей и показано место сетей Петри в классе окрестностных моделей.

2.2. Моделирование четких сетей Петри окрестностными моделями

Рассмотрим представление четких моделей сетей Петри в виде окрестностных моделей.

2.2.1. Моделирование обобщенной маркированной сети Петри окрестностной моделью

Пусть задана обобщенная маркированная сеть Петри (или кратко сеть Петри) $C = (N, m_0)$. Покажем, что сеть Петри является динамической окрестностной моделью [16,19,20,23,58,59,71-73]. Поставим в соответствие позициям сети Петри $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ узлы окрестностной модели $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$. Маркировки позиций сети Петри будут соответствовать состояниям узлов окрестностной модели, начальная маркировка сети – состоянию окрестностной модели в начальный момент времени: $X[0] = m_0$. На каждый узел a_i ($i = 1, \dots, n$) окрестностной модели в каждый момент времени t воздействует управляющий сигнал $v[a_i, t]$, определяющий величину изменения состояния этого узла.

Все множество связей между узлами A разобьем на m совокупностей окрестностей (слоев) $O[1], O[2], \dots, O[m]$. В каждый k -тый слой ($k = 1, \dots, m$) входят все узлы окрестностной модели $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ и часть связей между ними, соответствующая k -му переходу сети Петри. Так $x[j] \in O[k]_{x[i]}$ и $x[j] \in O[k]_{v[i]}$, если $\{p_i, t_k\} \subseteq F$ и $\{t_k, p_j\} \subseteq F$ ($i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n$).

Матрица смежности по состояниям $S_x^k \in R^{n \times n}$ k -го слоя ($k = 1, \dots, m$) формируется на основе k -го столбца матриц R^+ и R^- сети Петри по описанному ниже правилу:

$$S_x^k = R_k^- \cdot (R_k^+)^T + E,$$

где R_k^+, R_k^- – k -тые столбцы матриц R^+ и R^- соответственно, E – единичная матрица размера $n \times n$. Заметим, что $S_x^k = S_v^k$, так как окрестности для X и V совпадают. Далее будем обозначать $S_x^k = S_v^k = S^k$. Общую матрицу смежности окрестностной модели, эквивалентной сети Петри, обозначим S :

$$S = (s_{ij}), \quad s_{ij} = \max_{k=1, \dots, m} s_{ij}^k, \quad (i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n).$$

Для каждого k -го слоя окрестностной модели на основании формулы (1.10) было выдвинуто предположение о линейной связи состояний модели:

$$W_x^k[t+1] \cdot X[t+1] = W_x^k[t] \cdot X[t] + W_v^k[t] \cdot V[t], \quad (2.3)$$

где $W_x^k[t+1] \in R^{n \times n}$, $W_x^k[t] \in R^{n \times n}$ – матрицы коэффициентов k -го слоя по состояниям в моменты времени $t+1$ и t соответственно, $W_v^k[t] \in R^{n \times n}$ – матрица коэффициентов k -го слоя по входам в момент времени t ; $X[t+1] \in R^n$, $X[t] \in R^n$ – вектор состояний окрестностной системы в моменты времени $t+1$ и t соответственно; $V[t] \in R^n$ – вектор входов в момент времени t .

Заметим, что время в окрестностной модели сети Петри является условной величиной и равно номеру такта функционирования модели.

В каждый момент времени $t = \{0, 1, 2, \dots, l, \dots\}$ на основании текущего состояния узлов модели $X[t]$ формируется случайный вектор $D \in R^m$, состоящий из нулей и одной единицы в позиции, соответствующей выбираемому слою k , по уравнениям которого происходит пересчет состояний узлов окрестностной модели в следующий момент времени $t+1$.

Таким образом, уравнение динамической линейной окрестностной модели сети Петри будет иметь вид:

$$\begin{aligned} & [W_x^1[t+1] \ W_x^2[t+1] \dots W_x^m[t+1]] \cdot D \cdot X[t+1] = \\ & = [W_x^1[t] \ W_x^2[t] \dots W_x^m[t]] \cdot D \cdot X[t] + \\ & + [W_v^1[t] \ W_v^2[t] \dots W_v^m[t]] \cdot D \cdot V[t] \end{aligned} \quad (2.4)$$

В формуле (2.4) умножение блочной матрицы $[W^1[t] \ W^2[t] \dots W^m[t]]$ на вектор $D = [d_1 \ d_2 \ \dots \ d_m]^T$ происходит по следующему правилу:

$$[W^1[t] \ W^2[t] \dots W^m[t]] \cdot D = \sum_{k=1}^m W^k[t] \cdot d_k,$$

Результатом умножения является квадратная матрица размера $n \times n$.

Динамическую окрестностную модель, описываемую уравнением (2.4), назовем четкой недетерминированной динамической окрестностной моделью сети Петри.

Таким образом, в данном пункте показано, что четкие сети Петри можно представить в виде динамических недетерминированных окрестностных моделей.

2.2.2. Представление временной сети Петри в виде окрестностной модели

Методика перехода от временной сети Петри к окрестностной модели практически аналогична описанной в пункте 2.2.1. Однако существуют и некоторые отличия.

Каждому k -му слою ($k = 1, \dots, m$) $O[k]$ окрестностной модели сопоставляется время его блокировки $z_k \in \mathbf{R}_+$. Уравнение (2.3) разбивается на два уравнения: в начале (2.5) и в конце блокировки слоя (2.6):

$$W_x^k{}'[\tau] \cdot X'[\tau] = W_x^k[\tau] \cdot X[\tau] + W_v^k[\tau] \cdot V[\tau], \quad (2.5)$$

$$W_x^k{}''[\tau] \cdot X''[\tau] = W_x^k[\tau] \cdot X[\tau] + W_v^k{}''[\tau] \cdot V[\tau], \quad (2.6)$$

где τ – текущий момент времени; $X[\tau] \in R^n$ – текущее состояние; $X'[\tau] \in R^n$ – состояние после начала блокировки слоя; $X''[\tau] \in R^n$ – состояние после завершения блокировки слоя; $V[\tau] \in R^n$ – текущее входное воздействие; $W_x^k{}'[\tau], W_x^k[\tau] \in R^{n \times n}$ – матрицы коэффициентов k -го слоя по состояниям в начале блокировки слоя; $W_v^k{}'[\tau] \in R^{n \times n}$ – матрица коэффициентов k -го слоя по входам в начале блокировки слоя; $W_x^k{}''[\tau], W_x^k[\tau] \in R^{n \times n}$ – матрицы коэффициентов k -го слоя по состояниям в конце блокировки слоя; $W_v^k{}''[\tau] \in R^{n \times n}$ – матрица коэффициентов k -го слоя по входам в конце блокировки слоя.

Следовательно, четкие временные сети Петри можно представить в виде динамических недетерминированных окрестностных моделей.

2.3. Идентификация окрестностной модели сети Петри

Приведем постановку задачи параметрической идентификации, алгоритм ее решения, результаты идентификации и пример для четких недетерминированных динамических окрестностных моделей сетей Петри.

2.3.1. Постановка задачи идентификации

Недетерминированная динамическая окрестностная модель сети Петри описывается системой уравнений (2.4). Особенностью модели является ее разбиение по слоям, причем каждому k -му слою соответствует своя система уравнений (2.3) [71,72].

Пусть для окрестностной модели (2.4) для каждого k -го слоя ($k=1, \dots, m$) полностью определен набор всех $x[a_i, t]$, $v[a_i, t]$ в некоторый текущий момент времени t и $x[a_i, t+1]$ в следующий момент времени $t+1$ ($\forall a_i \in A$). Таким образом, для каждой k -ой модели (2.3) заданы наборы векторов $X[t]$, $X[t+1]$, $V[t]$. Исходные данные для идентификации модели получены в результате функционирования сети Петри. Требуется найти элементы матриц коэффициентов k -го слоя $W_x^k[t+1]$, $W_x^k[t]$, $W_v^k[t]$. В связи с особенностями полученной окрестностной модели, идентификация производится для каждого слоя отдельно.

Приведем систему (2.3) для каждого k -го слоя к виду [71,72]:

$$A^k L^k = 0, \quad (2.7)$$

где L^k – матрица неизвестных коэффициентов специальной структуры k -го слоя. Число неизвестных коэффициентов в матрице L^k равно $3n^2$.

Для получения нетривиального решения системы (2.7) следует задать часть неизвестных матриц $W_x^k[t+1]$, $W_x^k[t]$, $W_v^k[t]$, т.е. решить задачу смешанной идентификации системы. Необходимое число задаваемых ненулевых элементов [71,72] равно $3n^2 - 3n$. Тогда (2.7) примет вид:

$$A^k L^k = B^k. \quad (2.8)$$

Критерий параметрической идентификации имеет вид: $\|A^k L^k - B^k\| \rightarrow \min$, для выполнения которого необходимо найти псевдорешение (2.9) [18]:

$$L^k = A^{k+} B^k + (E - A^{k+} A^k) y, \quad (2.9)$$

где A^{k+} – псевдообратная матрица к A^k ; E – единичная матрица; y – вектор с произвольными элементами соответствующей размерности.

В данном пункте приведена постановка задачи параметрической идентификации окрестностной модели сети Петри.

2.3.2. Алгоритм параметрической идентификации

Рассмотрим алгоритм параметрической идентификации для окрестностной модели сети Петри, суть которого состоит в следующем: для каждого слоя окрестностной модели составляется система (2.8) и с помощью псевдообращения по формуле (2.9) находится ее решение.

Схема алгоритма параметрической идентификации окрестностной модели сети Петри приведена на рис. 2.2. [71,72].

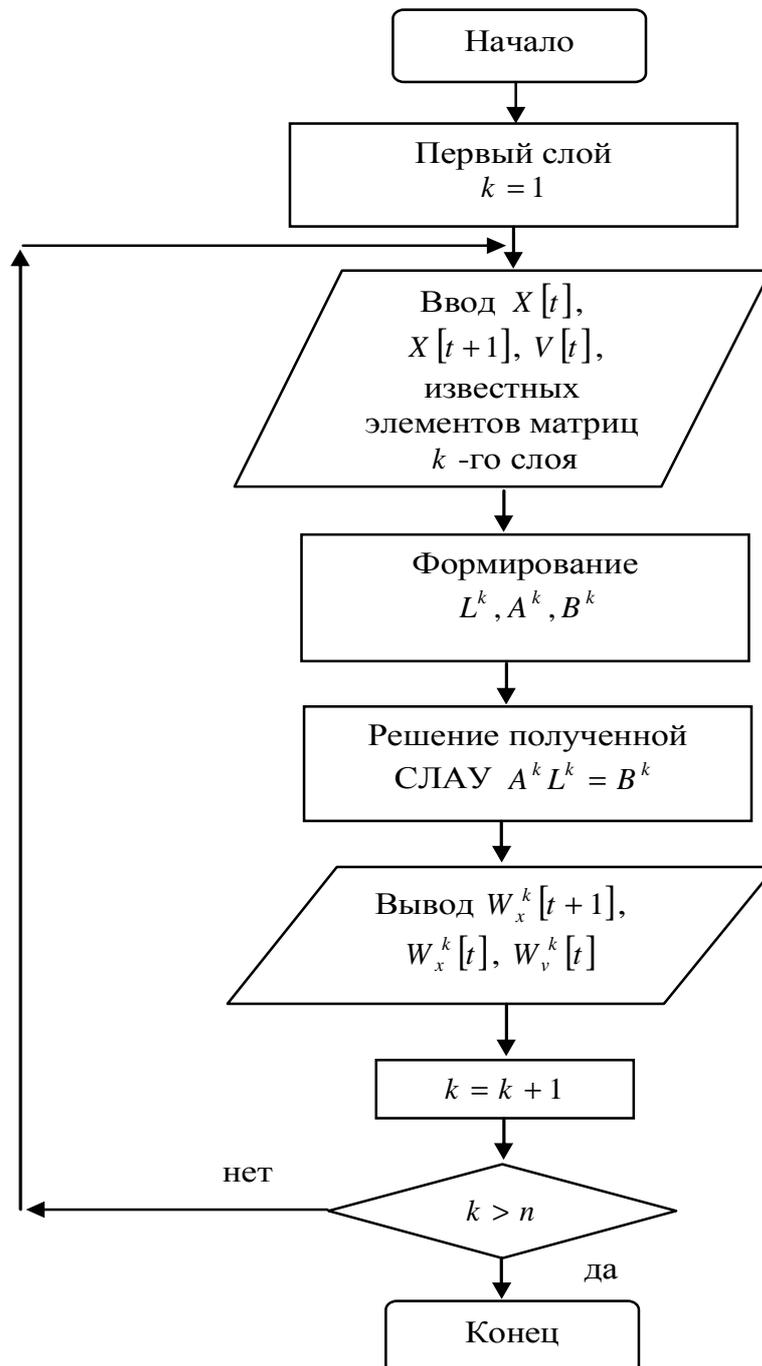


Рис. 2.2. Схема алгоритма параметрической идентификации

Таким образом, приведенный в данном пункте алгоритм параметрической идентификации является послойным.

2.3.3. Результаты идентификации

Идентификация модели (2.4) дает следующие результаты [20,71,72]:

1. Все матрицы коэффициентов k -го слоя равны между собой: $W_x^k[t+1] = W_x^k[t] = W_v^k[t] = W^k$ ($k = 1, \dots, m$).

2. Матрица коэффициентов любого слоя в уравнениях модели совпадает с матрицей смежности этого слоя: $W^k = S^k$ ($k = 1, \dots, m$).

3. Вектор $V[t]$ зависит от выбранного слоя: $V[t] = [R_1 \ R_2 \ \dots \ R_m] \cdot D$, где R_k – k -ый столбец матрицы R ($k = 1, \dots, m$).

Тогда уравнение (2.4) принимает вид:

$$[W^1 \ W^2 \ \dots \ W^m] \cdot D \cdot (X[t+1] - X[t] - [R_1 \ R_2 \ \dots \ R_m] \cdot D) = 0 \quad (2.10)$$

или

$$X[t+1] = X[t] + [R_1 \ R_2 \ \dots \ R_m] \cdot D. \quad (2.11)$$

Идентификация окрестностной модели временной сети Петри аналогична идентификации окрестностной модели, приведенной выше для обобщенных сетей Петри [20]. Различия проявляются лишь в том, что каждому k -му слою ($k = 1, \dots, m$) приписано время его блокировки z_k , и уравнение (2.11) разбивается на два уравнения: в начале и в конце блокировки слоя:

$$X'[\tau] = X[\tau] - [R_1^- \ R_2^- \ \dots \ R_m^-] \cdot D, \quad (2.12)$$

$$X''[\tau] = X[\tau] + [R_1^+ \ R_2^+ \ \dots \ R_m^+] \cdot D. \quad (2.13)$$

В данном пункте приведены результаты параметрической идентификации окрестностных моделей сети Петри и временной сети Петри.

2.3.4. Пример идентификации окрестностной модели сети Петри

Приведем пример параметрической идентификации окрестностной модели сети Петри на рис. 2.3.

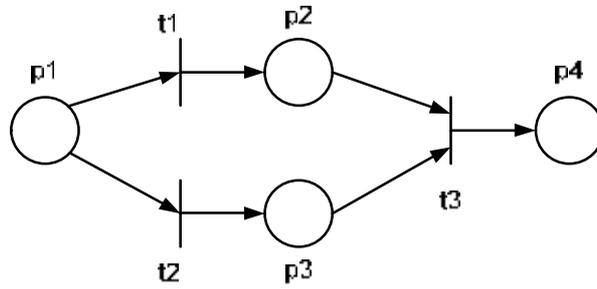


Рис. 2.3. Пример сети Петри

Матрица инциденций рассматриваемой сети Петри:

$$R = R^+ - R^- = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} .$$

Данной сети Петри соответствуют три совокупности элементарных окрестностей (слоя) [72].

1. Первый слой.

Связи между узлами первого слоя окрестностной модели, соответствующего первому переходу сети Петри показаны на рис. 2.4.

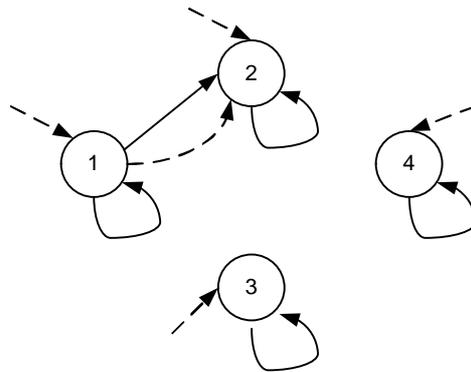


Рис. 2.4. Первый слой окрестностной модели

Запишем уравнения этого слоя в общем виде.

$$\begin{cases} w_x^1[t+1,1,1]x_1[t+1] + w_x^1[t+1,1,2]x_2[t+1] = w_x^1[t,1,1]x_1[t] + w_x^1[t,1,2]x_2[t] + \\ + w_v^1[t,1,1]v_1[t] + w_v^1[t,1,2]v_2[t] \\ w_x^1[t+1,2,2]x_2[t+1] = w_x^1[t,2,2]x_2[t] + w_v^1[t,2,2]v_2[t] \\ w_x^1[t+1,3,3]x_3[t+1] = w_x^1[t,3,3]x_3[t] + w_v^1[t,3,3]v_3[t] \\ w_x^1[t+1,4,4]x_4[t+1] = w_x^1[t,4,4]x_4[t] + w_v^1[t,4,4]v_4[t] \end{cases} .$$

После идентификации получаем следующую систему уравнений.

$$\begin{cases} x_1[t+1] + x_2[t+1] = x_1[t] + x_2[t] + v_1[t] + v_2[t] \\ x_2[t+1] = x_2[t] + v_2[t] \\ x_3[t+1] = x_3[t] + v_3[t] \\ x_4[t+1] = x_4[t] + v_4[t] \end{cases}$$

В матричной форме:

$$W_x^1[t+1] \cdot X[t+1] = W_x^1[t] \cdot X[t] + W_v^1[t] \cdot V[t],$$

$$\text{где } W_x^1[t+1] = W_x^1[t] = W_v^1[t] = S^1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Матрица S^1 формируется следующим образом:

$$\begin{aligned} S^1 &= R_1^- \cdot (R_1^+)^T + E = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [0 \ 1 \ 0 \ 0] + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{Управление для первого слоя: } V[t] = R_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

2. Второй слой.

Связи между узлами второго слоя окрестностной модели, соответствующего второму переходу сети Петри, показаны на рис. 2.5.

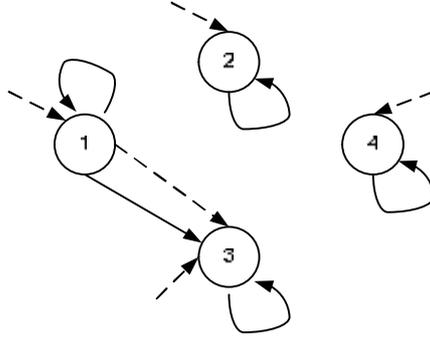


Рис. 2.5. Второй слой окрестностной модели

Запишем уравнения этого слоя.

$$\begin{cases} w_x^2[t+1,1,1]x_1[t+1] + w_x^2[t+1,1,3]x_3[t+1] = w_x^2[t,1,1]x_1[t] + w_x^2[t,1,3]x_3[t] + \\ + w_v^2[t,1,1]v_1[t] + w_v^2[t,1,3]v_3[t] \\ w_x^2[t+1,2,2]x_2[t+1] = w_x^2[t,2,2]x_2[t] + w_v^2[t,2,2]v_2[t] \\ w_x^2[t+1,3,3]x_3[t+1] = w_x^2[t,3,3]x_3[t] + w_v^2[t,3,3]v_3[t] \\ w_x^2[t+1,4,4]x_4[t+1] = w_x^2[t,4,4]x_4[t] + w_v^2[t,4,4]v_4[t] \end{cases} .$$

После идентификации получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1[t+1] + x_3[t+1] = x_1[t] + x_3[t] + v_1[t] + v_3[t] \\ x_2[t+1] = x_2[t] + v_2[t] \\ x_3[t+1] = x_3[t] + v_3[t] \\ x_4[t+1] = x_4[t] + v_4[t] \end{cases} .$$

В матричной форме:

$$W_x^2[t+1] \cdot X[t+1] = W_x^2[t] \cdot X[t] + W_v^2[t] \cdot V[t],$$

$$\text{где } W_x^2[t+1] = W_x^2[t] = W_v^2[t] = S^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} : V[t] = R_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} .$$

3. Третий слой.

Связи между узлами третьего слоя окрестностной модели, соответствующего третьему переходу сети Петри, показаны на рис. 2.6.

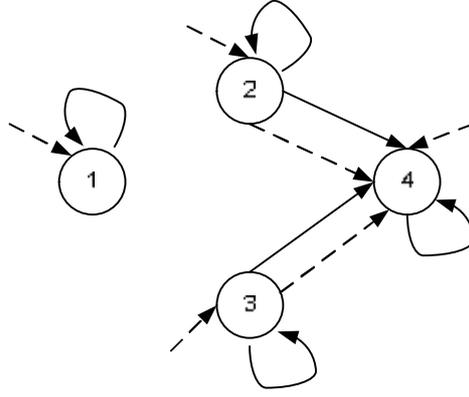


Рис. 2.6. Третий слой окрестностной модели

Запишем уравнения слоя.

$$\begin{cases} w_x^3[t+1,1,1]x_1[t+1] = w_x^3[t,1,1]x_1[t] + w_v^3[t,1,1]v_1[t] \\ w_x^3[t+1,2,2]x_2[t+1] + w_x^3[t+1,2,4]x_4[t+1] = w_x^3[t,2,2]x_2[t] + w_x^3[t,2,4]x_4[t] + \\ + w_v^3[t,2,2]v_2[t] + w_v^3[t,2,4]v_4[t] \\ w_x^3[t+1,3,3]x_3[t+1] + w_x^3[t+1,3,4]x_4[t+1] = w_x^3[t,3,3]x_3[t] + w_x^3[t,3,4]x_4[t] + \\ + w_v^3[t,3,3]v_3[t] + w_v^3[t,3,4]v_4[t] \\ w_x^3[t+1,4,4]x_4[t+1] = w_x^3[t,4,4]x_4[t] + w_v^3[t,4,4]v_4[t] \end{cases}$$

После идентификации получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1[t+1] = x_1[t] + v_1[t] \\ x_2[t+1] + x_4[t+1] = x_2[t] + x_4[t] + v_2[t] + v_4[t] \\ x_3[t+1] + x_4[t+1] = x_3[t] + x_4[t] + v_3[t] + v_4[t] \\ x_4[t+1] = x_4[t] + v_4[t] \end{cases}$$

В матричной форме:

$$W_x^3[t+1] \cdot X[t+1] = W_x^3[t] \cdot X[t] + W_v^3[t] \cdot V[t],$$

$$\text{где } W_x^3[t+1] = W_x^3[t] = W_v^3[t] = S^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad V[t] = R_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, в пункте 2.3 приведены постановка задачи параметрической идентификации, алгоритм ее решения, результаты идентификации и пример для четких недетерминированных динамических окрестностных моделей сетей Петри.

2.4. Задача достижимости для динамических недетерминированных окрестностных моделей с частично заданными параметрами

Приведем постановки задач достижимости с частично заданными параметрами для нескольких видов динамических недетерминированных окрестностных моделей, рассмотрим алгоритмы и примеры их решения.

2.4.1. Динамическая недетерминированная окрестностная модель обобщенной маркированной сети Петри

В пункте 2.3 было получено уравнение динамической недетерминированной окрестностной модели обобщенной маркированной сети Петри S :

$$X[t+1] = X[t] + [R_1 \ R_2 \ \dots \ R_m] \cdot D, \quad (2.14)$$

где R_k – k -тый столбец матрицы R ($k=1, \dots, m$); $D \in R^m$ – случайный вектор, состоящий из нулей и одной единицы.

Управление динамической недетерминированной окрестностной моделью осуществляется вектором D , единица в котором соответствует слою окрестностной модели [20,71,72,91]. По уравнениям выбранного слоя происходит переход к новым состояниям.

Вектор D определяется на основании условия активности слоя недетерминированной окрестностной модели. Активным считается слой, для которого выполняется условие:

$$X[t] \geq R_j^-. \quad (2.15)$$

В каждый момент времени может быть активно несколько слоев. Пусть в момент времени t активны слои $O[j_1], \dots, O[j_q]$, $j_1, \dots, j_q \in \{1, \dots, m\}$. Тогда в векторе D единица может появиться случайным образом только в координатах j_1, \dots, j_q . Таким образом, вектор D зависит от текущего состояния окрестностной модели:

$$D = D(X[t]) = D[t]. \quad (2.16)$$

Уравнение динамической недетерминированной окрестностной модели сети Петри (2.14) с учетом (2.16) можно записать:

$$X[t+1] = X[t] + [R_1 \ R_2 \ \dots \ R_m] \cdot D[t]. \quad (2.17)$$

Для полученной модели (2.17) рассмотрим задачу достижимости с частично заданными параметрами, которая является модификацией известной задачи достижимости для сетей Петри.

2.4.1.1. Постановка задачи достижимости с частично заданными параметрами

Приведем постановку задачи достижимости с частично заданными параметрами для недетерминированной динамической окрестностной модели. Пусть в начальный момент времени функционирования окрестностной модели задано начальное состояние $X[0]$ [60,86].

Пусть Dt – сумма управляющих воздействий от начального момента времени до текущего, т.е.: $Dt = D[0] + D[1] + \dots + D[t]$.

Пусть $X^* \in R^n$ – состояние окрестностной модели, которого она должна достигнуть в результате функционирования, вектор $D^* \in R^m$ – сумма управляющих воздействий, переводящих начальное состояние $X[0]$ окрестностной модели в состояние X^* .

Причем, известна только часть координат вектора состояний X^* и вектора суммы управлений D^* . Требуется определить неизвестные компоненты вектора состояний X^* и вектора суммы управлений D^* , а также последовательность управляющих воздействий в каждый момент времени функционирования модели $D[0], D[1], \dots$, переводящих начальное состояние $X[0]$ в состояние X^* .

2.4.1.2. Решение задачи достижимости

При решении задачи достижимости с частично заданными параметрами для окрестностной модели может быть использован критерий [60]:

$$K(X[t+1], Dt) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_x} \left(\frac{x_i[t+1] - x_i^*}{x_i^*} \right)^2 + \sum_{j=1}^{N_D} \left(\frac{dt_j - d_j^*}{d_j^*} \right)^2} \rightarrow \min, \quad (2.18)$$

где $t=0, \dots, T-1$; $x_i[t+1]$ ($i=1, \dots, N_x$) – неизвестные компоненты состояния $X[t+1]$ в момент времени $t+1$; x_i^* – номинальные значения компонент состояния; N_x – количество заданных компонент состояния X^* ; dt_j ($j=1, \dots, N_D$) – координаты вектора Dt ; d_j^* – номинальные значения компонент управления; T – максимальное количество тактов функционирования модели. Номинальные значения и T могут быть заданы экспертами.

Необходимо получить минимальное значение функционала $K(X[t+1], Dt)$ за заданное количество тактов T функционирования динамической окрестностной модели.

Алгоритм решения задачи достижимости с частично заданными параметрами

Рассмотрим по шагам алгоритм решения задачи достижимости с частично заданными параметрами для динамической недетерминированной окрестностной модели сети Петри [60].

1). Задать начальное состояние $X[0]$, часть координат вектора состояний X^* и вектора управлений D^* , максимальное количество тактов T функционирования динамической окрестностной модели, точность решения $\varepsilon > 0$.

2). Время функционирования модели $t=0$. Управление $Dt=0$.

3). Пусть $X[0]$ – корень дерева состояний и текущий элемент дерева.

4). Минимальное значение функционала $K_{\min} := \infty$. Оптимальный путь, соответствующий K_{\min} , равен $P_{K_{\min}} := \emptyset$.

5). Найти множество активных слоев A_t модели в момент времени t , в соответствии с условием (2.15). $q[t] := |A_t|$ – мощность множества A_t .

6). Если $q[t]=0$, $t=T+1$. Перейти к пункту 10. Иначе перейти к пункту 7.

7). Пусть в момент времени t активны слои $O[j_1], \dots, O[j_{q[t]}]$, $j_1, \dots, j_q \in \{1, \dots, m\}$. Перебрать элементы $O[j_1], \dots, O[j_{q[t]}]$ множества активных слоев A_t и соответственно каждому элементу $O[j_k]$ сформировать вектор $D^{j_k}[t]$. Для активного $O[j_k]$ слоя компоненты вектора $D^{j_k}[t]$ равны:

$$d_u^{j_k}[t] = \begin{cases} 1, & u = j_k \\ 0, & u \neq j_k \end{cases}, \quad u = 1, \dots, m.$$

8). Для каждого вектора $D^{j_k}[t]$ решить уравнение:

$$X^{j_k}[t+1] = X[t] + [R_1 \quad R_2 \quad \dots \quad R_m] \cdot D^{j_k}[t].$$

и найти $X^{j_k}[t+1]$. Для каждого состояния $X^{j_k}[t+1]$ и управления $Dt = Dt + D^{j_k}[t]$ посчитать и запомнить значение функционала (2.18) $K(X^{j_k}[t+1], Dt)$. Путь, приводящий к данному состоянию, $P(X^{j_k}[t+1]) = P(X[t]) \cup j_k$.

9). Если для какого-либо состояния $X^{j_k}[t+1]$ значение функционала $K(X^{j_k}[t+1], Dt) < \varepsilon$, то найдено оптимальное управление Dt , дающее оптимально решение $X^{j_k}[t+1]$ с точностью ε при $K_{\min} = K(X^{j_k}[t+1], Dt)$. Соответствующий оптимальный путь равен $P_{K_{\min}} = P(X^{j_k}[t+1])$. Конец алгоритма. Иначе перейти к пункту 10.

10). Если $t+1 > T$, то достигнута максимальная глубина дерева. В полученном дереве найти состояние, дающее минимальное значение функционала (2.18) K_{\min} , соответствующее ему управление Dt , и путь $P_{K_{\min}}$, приводящий к этому состоянию. Найдено квазиоптимальное решение. Иначе перейти к пункту 11.

11). Добавлять к текущему элементу дерева состояний состояния $X^{j_1}[t+1], \dots, X^{j_{q[t+1]}}[t+1]$ в качестве потомков. Запомнить для каждого $X^{j_k}[t+1]$ ($k = 1, \dots, q[t]$) значение функционала (2.18), управление и путь, приводящий к данному состоянию. Для каждого $X^{j_k}[t+1]$ ($k = 1, \dots, q[t]$) выполнять алгоритм, начиная с пункта 5, при $t = t+1$.

Для получения более точного решения необходимо увеличить количество тактов T функционирования динамической окрестностной модели.

Как видно из описания, алгоритм решения задачи достижимости с частично заданными параметрами для динамической недетерминированной окрестностной модели сети Петри, является рекуррентным. На рис. 2.7 приведена блок-схема начального этапа запуска рекуррентной процедуры и конца алгоритма.

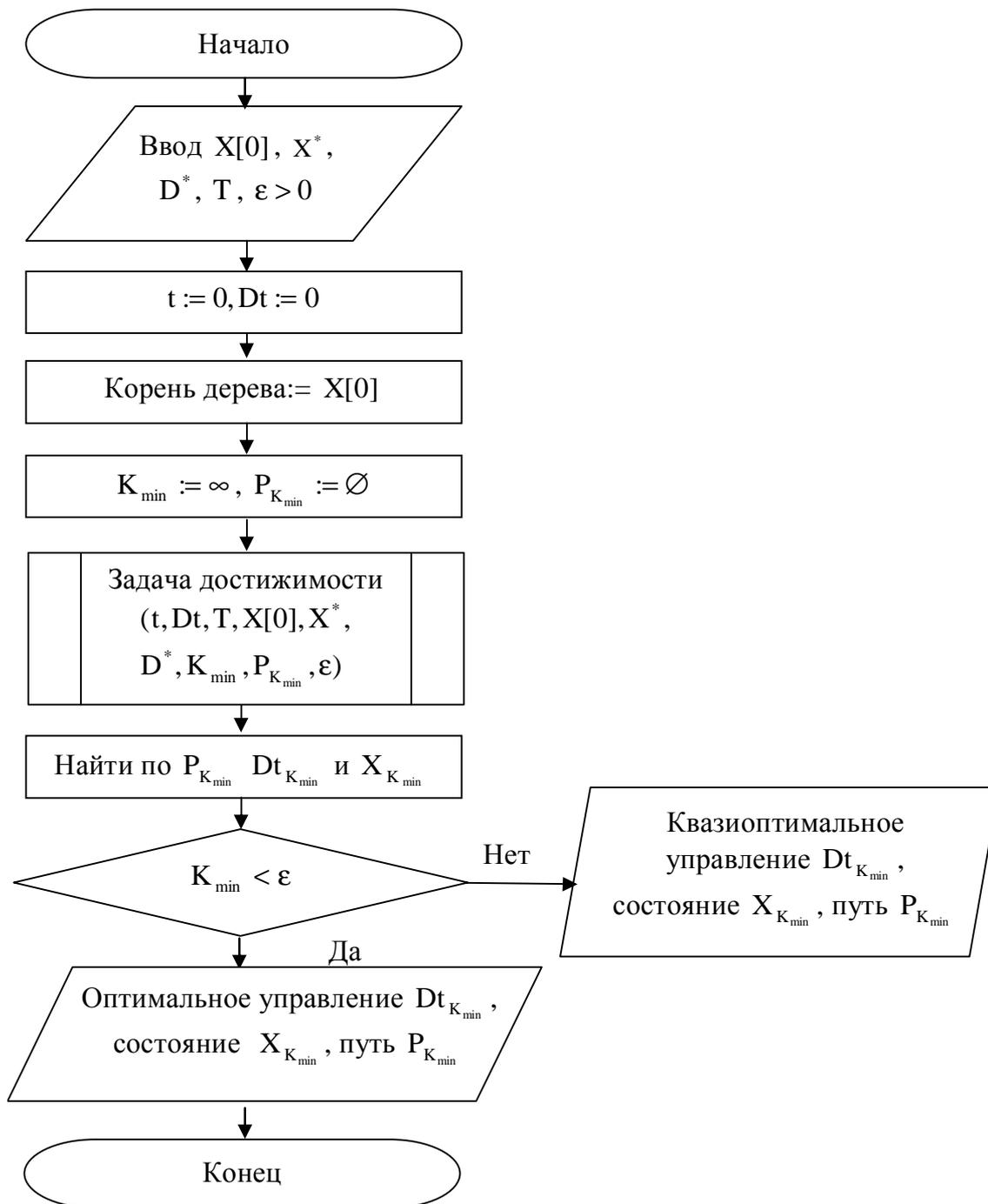
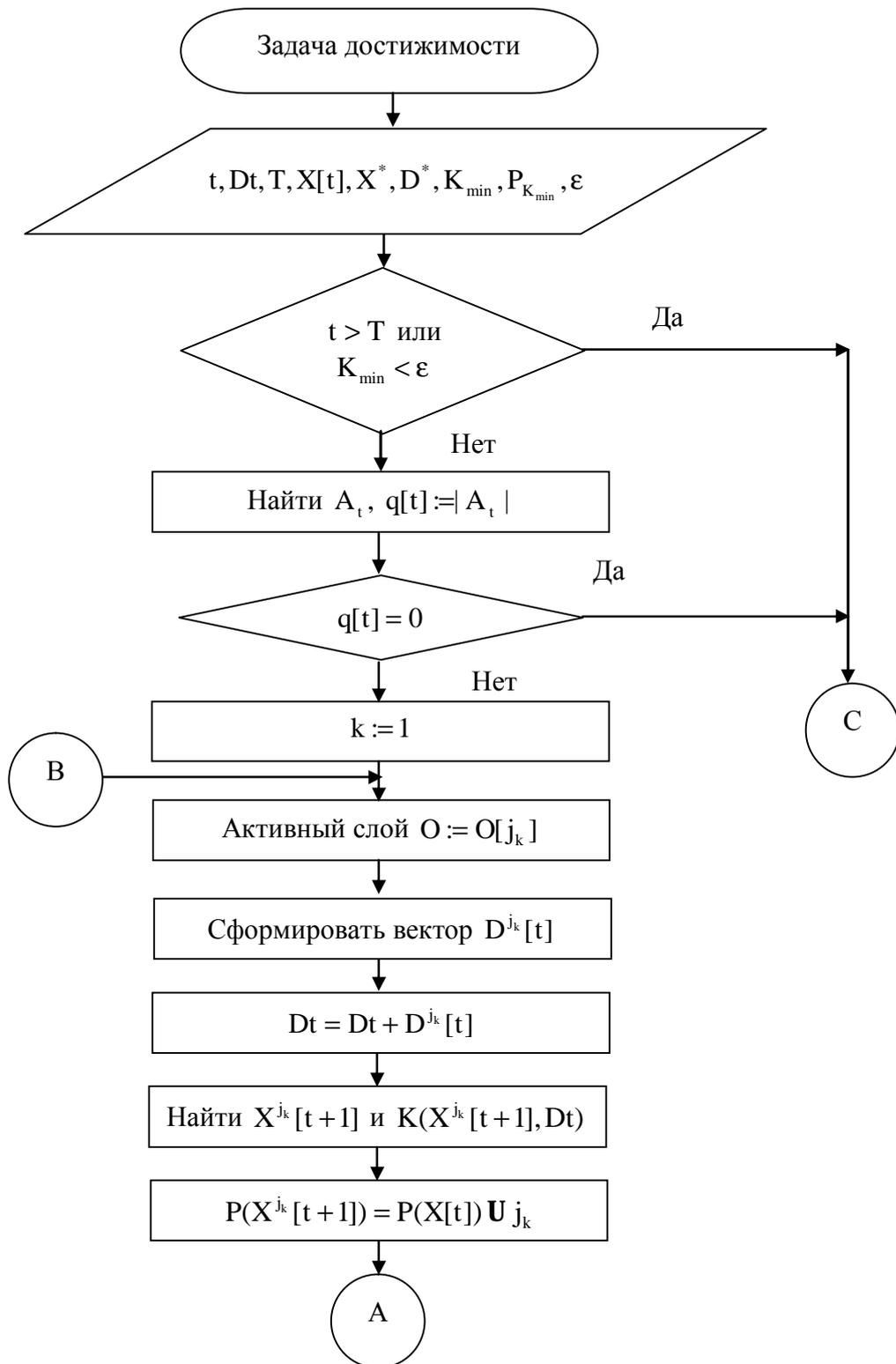


Рис. 2.7. Начало и конец алгоритма решения задачи достижимости

На рис. 2.8 приведем блок-схему основной рекуррентной части алгоритма решения задачи достижимости.



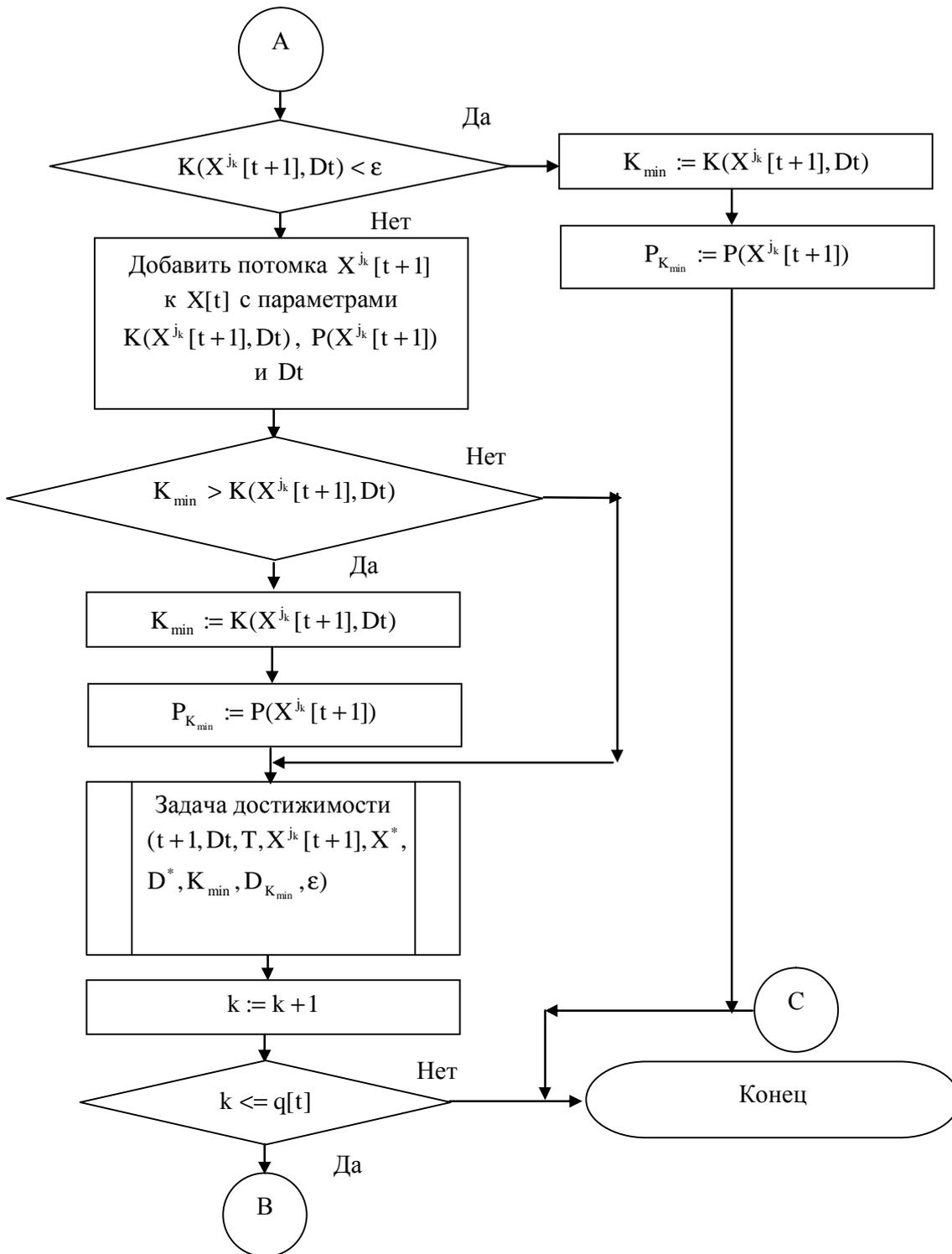


Рис. 2.8. Блок-схема основной рекуррентной части алгоритма решения задачи достижимости

Таким образом, рассмотрен алгоритм решения поставленной в пункте 2.4.1.1. задачи достижимости с частично заданными параметрами, являющейся модифицированной задачей достижимости для сетей Петри.

2.4.1.3. Пример решения задачи достижимости

Рассмотрим окрестностную модель на рис. 2.9, полученную на основе сети Петри из пункта 2.3.4. Уравнения данной окрестностной модели приведены там же.

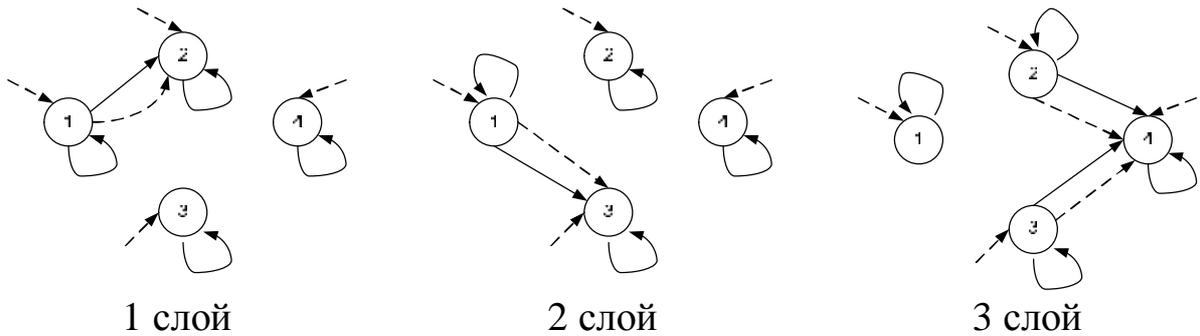


Рис. 2.9. Пример окрестностной модели из пункта 2.3.4

Пусть $X[0] = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $X^* = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ 3 \end{bmatrix}$, $D^* = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ 3 \end{bmatrix}$, $\varepsilon = 0,1$.

Построим дерево состояний с корнем в $X[0]$.

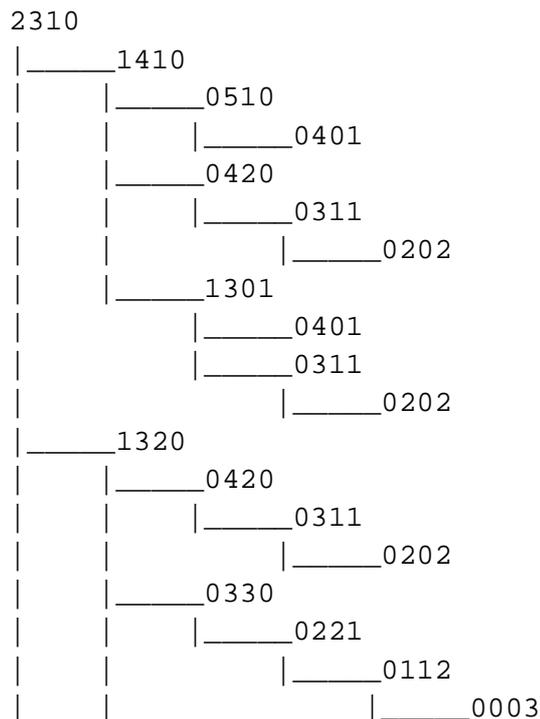


Рис. 2.10. Дерево состояний для окрестностной модели на рис. 2.9

Для каждого найденного состояния и соответствующего ему управления найдем значение функционала (2.19), в соответствии с формулой (2.18):

$$K(X[t+1], Dt) = \sqrt{\frac{(x_4[t+1]-3)^2}{3^2} + \frac{(dt_3-3)^2}{3^2}}, \quad (2.19)$$

и запишем его в таблицу 2.1.

Таблица 2.1

Значения функционала (2.19) для окрестностной модели на рис. 2.9

t	$X[t+1]$				Dt			K
0	1	4	1	0	1	0	0	1,414214
1	0	5	1	0	2	0	0	1,414214
2	0	4	0	1	2	0	1	0,942809
1	0	4	2	0	1	1	0	1,414214
2	0	3	1	1	1	1	1	0,942809
3	0	2	0	2	1	1	2	0,471405
2	1	3	0	1	1	0	1	0,942809
2	0	4	0	1	2	0	1	0,942809
2	0	3	1	1	1	1	1	0,942809
3	0	2	0	2	1	1	2	0,471405
0	1	3	2	0	0	1	0	1,414214
1	0	4	2	0	1	1	0	1,414214
2	0	3	1	1	1	1	1	0,942809
3	0	2	0	2	1	1	2	0,471405
1	0	3	3	0	0	2	0	1,414214
2	0	2	2	1	0	2	1	0,942809
3	0	1	1	2	0	2	2	0,471405
4	0	0	0	3	0	2	3	0

Как видно из дерева состояний и таблицы 2.1, оптимальное решение можно получить с помощью последовательности управляющих воздействий:

$$D[0] = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; D[1] = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; D[2] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; D[3] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; D[4] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Отсюда вектора Dt равны:

$$D0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; D1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}; D2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}; D3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}; D4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

При этом состояния изменяются следующим образом:

$$X[0] = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; X[1] = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}; X[2] = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}; X[3] = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}; X[4] = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}; X[5] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix},$$

а значения функционала (2.19) соответственно равны:

$$K(X[1], D0) = 1,414214; K(X[2], D1) = 1,414214; K(X[3], D2) = 0,942809; K(X[4], D3) = 0,471405; K(X[5], D4) = 0.$$

Таким образом, оптимальное решение, дающее минимальное значение функционала (2.19) $K_{\min} = 0$, равно $X[5]$. Оптимальное управление, приводящее к данному решению равно $D4$, оптимальный путь – $P_{K_{\min}} = \{2,2,3,3,3\}$.

2.4.2. Динамическая недетерминированная окрестностная модель с заданной недетерминированностью

2.4.2.1. Понятие меры недетерминированности

При функционировании недетерминированной окрестностной модели можно ввести ограничение на количество активных слоев, которое позволит варьировать недетерминированность модели в каждый момент времени t . Введем понятие меры недетерминированности окрестностной модели [20,71,72,91].

Пусть Ω – множество всех слоев окрестностной модели, Φ – множество всех подмножеств Ω , включая \emptyset . Покажем, что Φ является σ -алгеброй [40]:

- 1). $\Omega \in \Phi$ (по определению множества Φ) – выполняется.
- 2). Если $A \in \Phi$, то и $\bar{A} = \Omega \setminus A \in \Phi$ (по определению множества Φ) – выполняется.

3). Если $A_1, A_2, \dots \in \Phi$, то и $A_1 \cup A_2 \cup \dots \in \Phi$ (также по определению множества Φ) – выполняется.

Следовательно, Φ – σ -алгебра.

Число элементов любого множества $A \in \Phi$ назовем мощностью множества A и обозначим $|A|$. Очевидно, что $|\emptyset| = 0$ – мощность пустого множества равна нулю, $|\Omega| = m$ – мощность множества Ω равна количеству слоев окрестностной модели.

Назовем мерой недетерминированности окрестностной модели функцию $g : \Phi \rightarrow [0,1]$: $\forall A \in \Phi \quad g(A) = |A|/|\Omega| = h/m$, где h – мощность множества A .

Покажем, что g обладает свойствами вероятностной меры.

1). Для любого $A \in \Phi \quad g(A) \geq 0$ – выполняется по определению функции g .

2). Для любого счетного набора множеств $A_1, A_2, \dots \in \Phi$ таких, что $A_1 \cap A_2 \cap \dots = \emptyset$, имеет место равенство:

$$g\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} g(A_i) \text{ – выполняется.}$$

Действительно, пусть $A_1, A_2, \dots \in \Phi$, $|A_1| = h_1, |A_2| = h_2, \dots$ и $A_1 \cap A_2 \cap \dots = \emptyset$. Тогда $\left|\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right| = h_1 + h_2 + \dots$; $g\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \frac{h_1 + h_2 + \dots}{m}$.

$$g(A_1) = \frac{h_1}{m}, g(A_2) = \frac{h_2}{m}, \dots \Rightarrow \sum_{i=1}^{\infty} g(A_i) = \frac{h_1}{m} + \frac{h_2}{m} + \dots = \frac{h_1 + h_2 + \dots}{m}.$$

Следовательно, $g\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} g(A_i)$.

3). $g(\Omega) = 1$ – выполняется. Действительно, $g(\Omega) = \frac{m}{m} = 1$.

Таким образом, функция g является вероятностной мерой.

Пусть A_0, A_1, A_2, \dots – множества активных слоев недетерминированной окрестностной модели в моменты времени $t = 0, 1, 2, \dots$, тогда $g(A_0), g(A_1), g(A_2), \dots$ будем называть мерой недетерминированности g_t окрестностной модели соответственно в моменты времени $t = 0, 1, 2, \dots$. Очевидно, чем больше активных слоев в каждый момент времени, тем больше мера недетерминированности окрестностной модели. Меняя

меру недетерминированности, можно регулировать процесс функционирования недетерминированной окрестностной модели.

2.4.2.2. Постановка задачи достижимости с частично заданными параметрами, приоритетами слоев и мерой недетерминированности

Приведем постановку задачи достижимости с частично заданными параметрами, приоритетами слоев и мерой недетерминированности для окрестностной модели сети Петри. Пусть в начальный момент времени функционирования окрестностной модели задано начальное состояние $X[0]$.

Пусть $X^* \in R^n$ – состояние окрестностной модели, которого она должна достигнуть в результате функционирования, вектор $D^* \in R^m$ – сумма управляющих воздействий, переводящих начальное состояние $X[0]$ окрестностной модели в состояние X^* , причем известна только часть координат вектора состояний X^* и вектора суммы управлений D^* .

Каждому слою k ($k = 1, \dots, m$) окрестностной модели экспертами задан приоритет $w_k \in [0, 1]$. Задана мера недетерминированности модели g .

С учетом приоритетов слоев и меры недетерминированности модели, требуется определить неизвестные компоненты вектора состояний X^* и вектора суммы управлений D^* , а также последовательность управляющих воздействий в каждый момент времени функционирования модели $D[0], D[1], \dots$, переводящих начальное состояние $X[0]$ в состояние X^* .

2.4.2.3. Решение задачи достижимости

Для решения задачи достижимости для рассматриваемой окрестностной модели может быть использован критерий (2.18).

Необходимо получить минимальное значение функционала $K(X[t+1], Dt)$ за заданное количество тактов T функционирования ди-

намической окрестностной модели с учетом приоритетов слоев и меры недетерминированности.

На рис. 2.11 приведем блок-схему алгоритма решения задачи достижимости с частично заданными параметрами, приоритетами слоев и мерой недетерминированности.

Блок А алгоритма решения задачи достижимости с приоритетами слоев и мерой недетерминированности совпадает с блоком А алгоритма решения задачи достижимости из пункта 2.4.1.2.

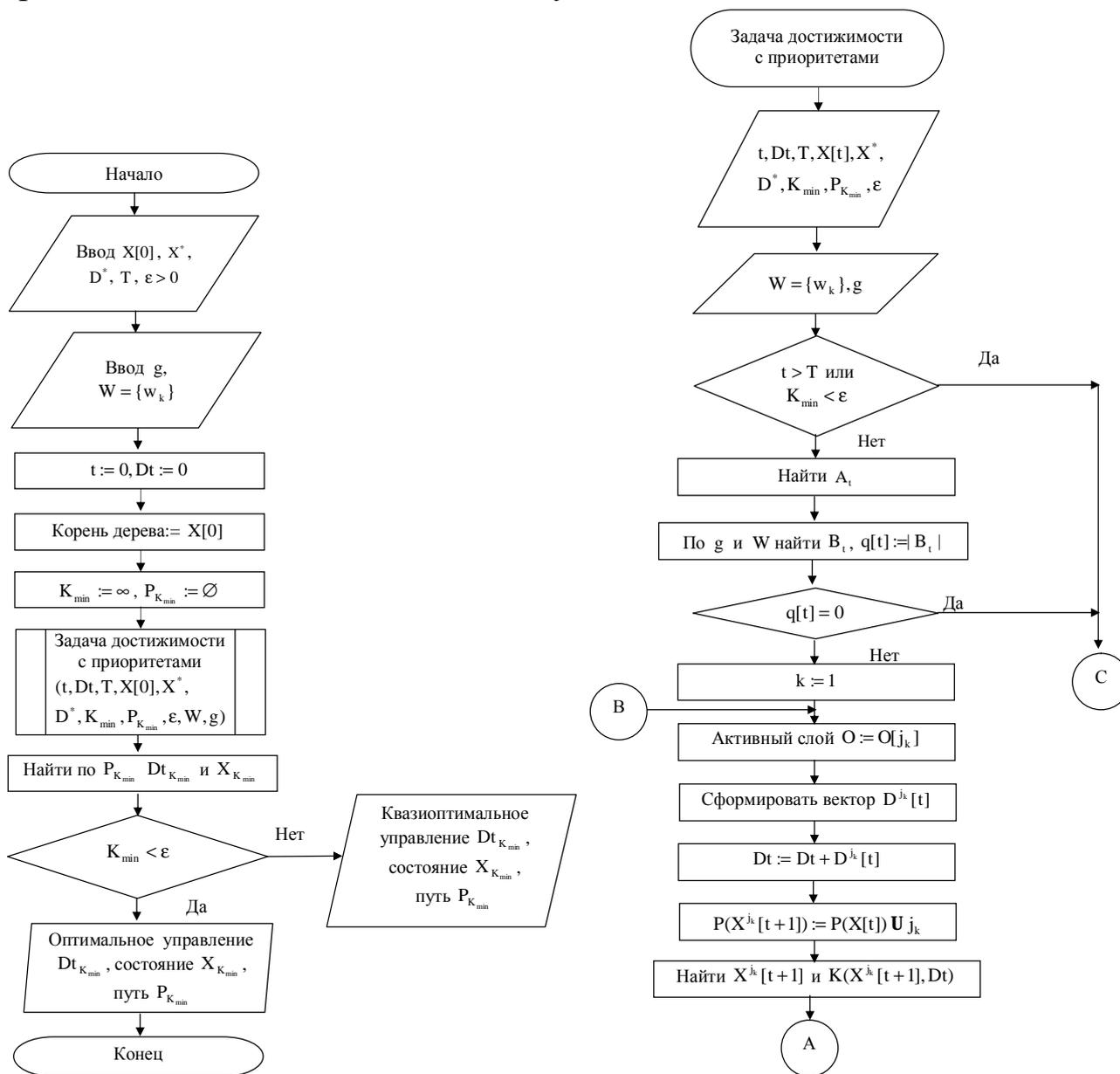


Рис. 2.11. Блок-схема алгоритма решения задачи достижимости с заданными приоритетами слоев и мерой недетерминированности

Заметим, что алгоритм дает оптимальное решение до определенного значения меры недетерминированности. При значительном уменьшении меры недетерминированности можно получить квазиоптимальное решение, однако, при этом существенно снижается время работы алгоритма.

2.4.2.4. Пример решения задачи достижимости с заданными приоритетами слоев и мерой недетерминированности

Рассмотрим окрестностную модель на рис. 2.9., полученную на основе сети Петри из пункта 2.3.4.

Введем приоритеты слоев: $w_1 = 0,1$; $w_2 = 0,7$; $w_3 = 0,5$.

$$\text{Пусть } X[0] = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, X^* = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ 3 \end{bmatrix}, D^* = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ 3 \end{bmatrix}; g = \frac{2}{3}, \varepsilon = 0,1.$$

Построим дерево состояний с учетом приоритетов.

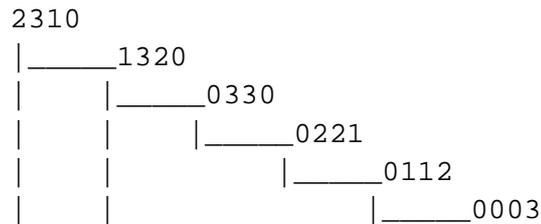


Рис. 2.12. Дерево состояний для окрестностной модели на рис. 2.9 с учетом приоритетов

Для каждого найденного состояния и соответствующего ему управления найдем значение функционала (2.19) и запишем его в табл. 2.2.

Значения функционала (2.19) для окрестностной модели
на рис. 2.9 с учетом приоритетов

t	$X[t+1]$				Dt			K
0	1	3	2	0	0	1	0	1,414214
1	0	3	3	0	0	2	0	1,414214
2	0	2	2	1	0	2	1	0,942809
3	0	1	1	2	0	2	2	0,471405
4	0	0	0	3	0	2	3	0

Таким образом, оптимальное решение, дающее минимальное значение функционала (2.19) $K_{\min} = 0$, равно $X[5] = [0,0,0,3]^T$. Оптимальное управление, приводящее к данному решению равно $D4 = [0,2,3]^T$, оптимальный путь – $P_{K_{\min}} = \{2,2,3,3,3\}$.

Из приведенного примера видно, что оптимальное решение при сопоставлении слоям приоритетов и использовании меры недетерминированности можно получить значительно быстрее (дерево состояний короче), чем без использования приоритетов.

2.4.3. Динамическая недетерминированная окрестностная модель временной сети Петри

В пункте 2.3 были получены два уравнения окрестностной модели временной сети Петри C_i . С учетом (2.16), они имеют вид:

$$X'[\tau] = X[\tau] + [R_1^- \quad R_2^- \quad \dots \quad R_m^-] \cdot D[\tau], \quad (2.20)$$

$$X''[\tau] = X[\tau] + [R_1^+ \quad R_2^+ \quad \dots \quad R_m^+] \cdot D[\tau], \quad (2.21)$$

где τ – текущий момент времени; $X[\tau]$ – текущее состояние; $X'[\tau]$ – состояние после начала блокировки слоя; $X''[\tau]$ – состояние после завершения блокировки слоя; R_k^- – k -ый столбец матрицы R^- , R_k^+ – k -ый столбец матрицы R^+ ($k = 1, \dots, m$); $D[\tau] \in R^m$ – случайный вектор, состоящий из нулей и одной единицы, в текущий момент времени.

Первое уравнение (2.20) отражает изменение состояний модели в начале блокировки k -го слоя ($k=1, \dots, m$). Второе уравнение (2.21) – изменение состояний модели после завершения блокировки k -го слоя.

Каждому k -му слою ($k=1, \dots, m$) $O[k]$ окрестностной модели сопоставлено время его блокировки $z_k \in \mathbf{R}_+$.

Управление динамической недетерминированной окрестностной моделью осуществляется вектором $D[\tau]$, который определяется на основании условия активности слоя недетерминированной окрестностной модели. Активным считается незаблокированный слой j ($j=1, \dots, m$), для которого выполняется условие:

$$X[\tau] \geq R_j^- . \quad (2.22)$$

В каждый момент времени может быть активно несколько слоев.

Для полученной модели (2.20)-(2.21) рассмотрим задачу достижимости с частично заданными параметрами.

2.4.3.1. Задача достижимости с частично заданными параметрами для динамической недетерминированной окрестностной модели временной сети Петри

Постановка задачи достижимости с частично заданными параметрами для динамической недетерминированной окрестностной модели временной сети Петри аналогична постановке задачи, описанной в пункте 2.4.1.1.

Пусть $D\tau$ – сумма управляющих воздействий от начального момента времени до текущего, т.е.: $D\tau = D[0] + \dots + D[\tau]$.

При решении задачи достижимости с частично заданными параметрами может быть использован критерий:

$$K(X[\tau], D\tau) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_X} \left(\frac{x_i[\tau] - x_i^*}{x_i^*} \right)^2 + \sum_{j=1}^{N_D} \left(\frac{d\tau_j - d_j^*}{d_j^*} \right)^2} \rightarrow \min , \quad (2.23)$$

где $\tau \in (0, T]$; $x_i[\tau]$ ($i=1, \dots, N_X$) – неизвестные компоненты состояния $X[\tau]$ в момент времени τ ; x_i^* – номинальные значения компонент состояния; N_X – количество заданных компонент состояния X^* ; $d\tau_j$

$(j=1, \dots, N_D)$ – координаты вектора $D\tau$; d_j^* – номинальные значения компонент управления; T – ограничение времени функционирования модели. Номинальные значения и T могут быть заданы экспертами.

Необходимо получить минимальное значение функционала $K(X[\tau], D\tau)$ за заданное время T функционирования динамической окрестностной модели.

Алгоритм решения задачи достижимости с частично заданными параметрами

Рассмотрим по шагам алгоритм решения задачи достижимости с частично заданными параметрами для динамической недетерминированной окрестностной модели временной сети Петри.

1). Задать начальное состояние $X[0]$, часть координат вектора состояний X^* и вектора управлений D^* , ограничение времени функционирования динамической окрестностной модели T , точность решения $\varepsilon > 0$.

2). Время функционирования модели $\tau = 0$. Управление $D\tau = 0$. Все слои не заблокированы, то есть вектор блокировок $Z = 0$, $Z \in \mathbf{R}^m$. $\tau_{\min} = \infty$.

3). Пусть $X[0]$ – корень дерева состояний и текущий элемент дерева.

4). Минимальное значение функционала $K_{\min} := \infty$. Оптимальный путь, соответствующий K_{\min} , равен $P_{K_{\min}} := \emptyset$.

5). Если $\tau > T$, то достигнута максимальная глубина дерева. В полученном дереве найти состояние и управление, дающие минимальное значение функционала (2.23) K_{\min} , и путь $P_{K_{\min}}$, приводящий к найденному состоянию. Найдено квазиоптимальное решение. Конец алгоритма. Иначе перейти к пункту 6.

6). Если в момент времени τ существует хотя бы один слой $O[k]$ ($k = 1, \dots, m$), время блокировки которого заканчивается, то есть $z[k] = \tau_{\min}$, то перейти к пункту 7, иначе – к пункту 12.

7). Пусть в момент времени τ заканчивается время блокировки слоев $O[j_1], \dots, O[j_s]$, $j_1, \dots, j_s \in \{1, \dots, m\}$, то есть $z[j_1] = \dots = z[j_s] = \tau_{\min}$. Рас-

смотреть каждый слой $O[j_k]$ ($k=1, \dots, s$), и соответственно ему сформировать вектор $D^{j_k}[\tau]$, компоненты которого $d_u^{j_k}[\tau]$ равны:

$$d_u^{j_k}[\tau] = \begin{cases} 1, & u = j_k \\ 0, & u \neq j_k \end{cases}, u = 1, \dots, m.$$

8). Решить уравнение:

$$X''[\tau] = X[\tau] + [R_1^+ \quad R_2^+ \quad \dots \quad R_m^+] \cdot \sum_{k=1}^s D^{j_k}[\tau].$$

и найти $X''[\tau]$. Для найденного состояния $X''[\tau]$ и управления $D\tau + \sum_{k=1}^s D^{j_k}[\tau]$ посчитать и запомнить значение функционала (2.23)

$$K\left(X''[\tau], D_\tau + \sum_{k=1}^s D^{j_k}[\tau]\right).$$

9). Если значение функционала $K\left(X''[\tau], D_\tau + \sum_{k=1}^s D^{j_k}[\tau]\right) < \varepsilon$, то найдено оптимальное управление $D_\tau = D_\tau + \sum_{k=1}^s D^{j_k}[\tau]$, дающее оптимально решение $X''[\tau]$ с точностью ε при $K_{\min} = K(X''[\tau], D_\tau)$. Соответствующий оптимальный путь равен $P_{K_{\min}} = P(X[\tau])$. Конец алгоритма. Иначе перейти к пункту 10.

10). Для всех заблокированных слоев (то есть слоев, для которых $z[j_k] \geq \tau_{\min}$) уменьшить время блокировки: $z[j_k] = z[j_k] - \tau_{\min}$.

11). Рассмотренные слои $O[j_1], \dots, O[j_s]$, $j_1, \dots, j_s \in \{1, \dots, m\}$ пометить как незаблокированные.

12). Найти множество активных слоев A_τ модели в момент времени τ , в соответствии с условием (2.23). $q[\tau] := |A_\tau|$ – мощность множества A_τ .

13). Если $q[\tau] = 0$, перейти к пункту 14. Иначе – к пункту 15.

14). Если в момент времени τ существуют заблокированные слои, то найти среди них слой с минимально оставшимся временем блокировки τ_{\min} . $\tau = \tau + \tau_{\min}$, $X'[\tau] = X[\tau]$, $D'[\tau] = D[\tau]$. Перейти к пункту 5. Иначе $\tau = T + 1$ и перейти к пункту 5.

15). Пусть в момент времени τ активны слои $O[j_1], \dots, O[j_{q[\tau]}]$, $j_1, \dots, j_q \in \{1, \dots, m\}$. Перебрать элементы $O[j_1], \dots, O[j_{q[\tau]}]$ множества активных слоев A_τ и соответственно каждому элементу $O[j_k]$ сформировать вектор $D^{j_k}[\tau]$. Для активного $O[j_k]$ слоя компоненты вектора $D^{j_k}[\tau]$ равны:

$$d_u^{j_k}[\tau] = \begin{cases} 1, & u = j_k \\ 0, & u \neq j_k \end{cases}, \quad u = 1, \dots, m.$$

16). Для каждого вектора $D^{j_k}[\tau]$ решить уравнение:

$$X^{j_k}[\tau] = X[\tau] + [R_1^- \quad R_2^- \quad \dots \quad R_m^-] \cdot D^{j_k}[\tau]$$

и найти $X^{j_k}[\tau]$. Для каждого состояния $X^{j_k}[\tau]$ запомнить путь $P(X^{j_k}[\tau]) = P(X[\tau]) \cup j_k$.

17). Добавить к текущему элементу дерева состояний состояния $X^{j_1}[\tau], \dots, X^{j_{q[\tau]}}[\tau]$ в качестве потомков. Для каждого $X^{j_k}[\tau]$ ($k = 1, \dots, q[\tau]$) выполнять алгоритм, начиная с пункта 12.

Для получения более точного решения необходимо увеличить количество тактов T функционирования динамической окрестностной модели.

В данном пункте рассмотрен рекуррентный алгоритм поставленной в пункте 2.4.3.1 задачи достижимости с частично заданными параметрами для динамической недетерминированной окрестностной модели временной сети Петри.

2.4.3.2. Пример решения задачи достижимости

Рассмотрим окрестностную модель временной сети Петри, структура которой представлена на рис. 2.3. Структура рассматриваемой окрестностной модели совпадает со структурой модели на рис. 2.9.

Введем время блокировки слоев: $z_1 = 10$; $z_2 = 7$; $z_3 = 15$.

Уравнения окрестностной модели:

$$X'[\tau] = X[\tau] + [R_1^- \quad R_2^- \quad \dots \quad R_m^-] \cdot D[\tau],$$

$$X''[\tau] = X[\tau] + [R_1^+ \quad R_2^+ \quad \dots \quad R_m^+] \cdot D[\tau],$$

где $X[\tau]$ – текущее состояние; $X'[\tau]$ – состояние после начала блоки-

ровки слоя; $X''[\tau]$ – состояние после завершения блокировки слоя.

$$\text{Пусть } X[0] = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, X^* = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ 2 \end{bmatrix}, D^* = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ 2 \end{bmatrix}, \varepsilon = 0,1.$$

Построим дерево состояний с корнем в $X[0]$ (рис. 2.13).

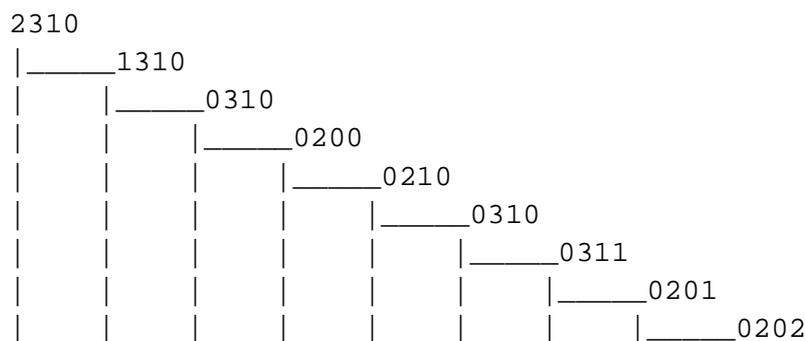


Рис. 2.13. Дерево состояний для рассматриваемой окрестностной модели

Для каждого найденного состояния и соответствующего ему управления найдем значение функционала (2.24), в соответствии с формулой (2.23):

$$K(X[\tau], Dt) = \sqrt{\frac{(x_4[\tau] - 2)^2}{2^2} + \frac{(d\tau_3 - 2)^2}{2^2}}, \quad (2.24)$$

и запишем его в табл. 2.3.

Таблица 2.3

Значения функционала (2.24) для рассматриваемой окрестностной модели

τ	Z			$X[\tau]$				$D\tau$			K
0	10	0	0	1	3	1	0	1	0	0	1,414214
0	10	7	0	0	3	1	0	1	1	0	1,414214
0	10	7	15	0	2	0	0	1	1	1	1,118034
7	3	0	8	0	2	1	0	1	1	1	1,118034
10	0	0	5	0	3	1	0	1	1	1	1,118034
15	0	0	0	0	3	1	1	1	1	1	0,707107
15	0	0	15	0	2	0	1	1	1	2	0,5
30	0	0	0	0	2	0	2	1	1	2	0

Как видно из дерева состояний и табл. 2.3, оптимальное решение можно получить с помощью последовательности управляющих воздействий:

$$D[0]=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; D[0]=\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; D[0]=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; D[15]=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Отсюда векторы $D\tau$ равны:

$$D0=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad D0=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad D0=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad D7=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad D10=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad D15=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix};$$

$$D15=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}; \quad D30=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Соответствующие векторам $D\tau$ состояния и значения функционала записаны в табл. 2.3.

Таким образом, оптимальное решение, дающее минимальное значение функционала (2.24) $K_{\min} = 0$, равно $X[30] = [0, 2, 0, 2]^T$. Управление, приводящее к данному решению, равно $D30 = [1, 1, 2]^T$, оптимальный путь — $P_{K_{\min}} = \{1, 2, 3, 3\}$.

3. НЕЧЕТКИЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ НЕДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ ОКРЕСТНОСТНЫЕ МОДЕЛИ НЕЧЕТКИХ СЕТЕЙ ПЕТРИ

В данной главе обобщено определение нечетких окрестностных динамических моделей. Предложена схема положения нечетких сетей Петри в классе нечетких окрестностных моделей.

Введены понятия нечеткой сети Петри с нечеткой структурой, временной сети Петри с нечеткой структурой и нечеткой временной сети Петри с нечеткой структурой, а также приведено формализованное определение нечеткой временной сети Петри.

Рассмотрено моделирование различных классов нечетких сетей Петри окрестностными моделями. Даны постановки задач достижимости с частично заданными параметрами и приведены алгоритмы их решения для различных видов нечетких динамических недетерминированных окрестностных моделей.

3.1. Положение нечетких сетей Петри в классе нечетких окрестностных моделей

Приведем обобщенное определение нечетких окрестностных моделей и покажем место нечетких сетей Петри в классе нечетких окрестностных моделей [13]. В общем случае нечеткая окрестностная модель описывается набором $NS(\omega) = (N(\omega), X(\omega), V(\omega), Z(\omega), W(\omega), X(\omega)[0])$ (здесь и далее ω – признак нечеткости), где: 1). $N(\omega) = (A, O_x(\omega), O_v(\omega))$ – нечеткая структура окрестностной модели, $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ – множество узлов, $O_x(\omega)$ – нечеткие окрестности связей узлов по состояниям, заданные функциями принадлежности μ_x , $O_v(\omega)$ – нечеткие окрестности связей узлов по управлениям, заданные функциями принадлежности

μ_v . Для каждого узла $a_i \in A$ определена своя нечеткая окрестность по состояниям $O_x(\omega)[a_i] \subseteq A$ и управлениям $O_v(\omega)[a_i] \subseteq A$; $O_x(\omega) = \bigcup_{i=1}^n O_x(\omega)[a_i]$, $O_v(\omega) = \bigcup_{i=1}^n O_v(\omega)[a_i]$; 2). $X(\omega) = (x_1(\omega), \dots, x_n(\omega))$ – вектор нечетких состояний окрестностной модели в текущий момент времени, заданных функциями принадлежности η_x ; 3). $V(\omega) = (v_1(\omega), \dots, v_m(\omega))$ – вектор нечетких управлений модели в текущий момент времени, заданных функциями принадлежности η_v ; 4). $Z(\omega) = (z_1(\omega), \dots, z_n(\omega))$ – вектор нечетких временных задержек в узлах [4], заданных функциями принадлежности ψ_z ; 5). $W(\omega): X_{O_x(\omega)}(\omega) \times V_{O_v(\omega)}(\omega) \rightarrow X(\omega)$ – нечеткая функция пересчета состояний окрестностной модели (в общем случае недетерминированная), где $X_{O_x(\omega)}(\omega)$ – нечеткое множество состояний узлов, входящих в окрестность $O_x(\omega)$, $V_{O_v(\omega)}(\omega)$ – нечеткое множество управлений узлов, входящих в окрестность $O_v(\omega)$; 6). $X(\omega)[0]$ – нечеткое начальное состояние модели.

Функция $W(\omega)$ может быть произвольной, например линейной, билинейной, квадратичной, полиномиальной и т.д. В полиномиальном случае $W(\omega)$ можно представить в виде системы уравнений:

$$\begin{aligned}
& \sum_{\alpha_1 \in O_x(\omega)[t+1, a_i]} (w_x[t+1, a_i, \alpha_1] \cdot \mu_x[a_i, \alpha_1] \cdot x(\omega)[t+1, \alpha_1]) = \\
& = \sum_{\alpha_1 \in O_x(\omega)[t, a_i]} (w_x[t, a_i, \alpha_1] \cdot \mu_x[a_i, \alpha_1] \cdot x(\omega)[t, \alpha_1]) + \\
& + \sum_{\alpha_1, \alpha_2 \in O_x(\omega)[t, a_i]} (w_{xx}[t, a_i, \alpha_1, \alpha_2] \cdot \mu_x[a_i, \alpha_1] \cdot x(\omega)[t, \alpha_1] \cdot \\
& \mu_x[a_i, \alpha_2] \cdot x(\omega)[t, \alpha_2]) + \dots + \\
& + \sum_{\alpha_1, \dots, \alpha_n \in O_x(\omega)[t, a_i]} (w_{x\dots x}[t, a_i, \alpha_1, \dots, \alpha_n] \cdot \mu_x[a_i, \alpha_1] \cdot x(\omega)[t, \alpha_1] \cdot \dots \cdot \\
& \cdot \mu_x[a_i, \alpha_n] \cdot x(\omega)[t, \alpha_n]) + \sum_{\beta \in O_v(\omega)[t, a_i]} (w_v[t, a_i, \beta] \cdot \mu_v[a_i, \beta] \cdot v(\omega)[t, \beta])
\end{aligned} \tag{3.1}$$

где $O_x(\omega)[t+1, a_i]$, $O_x(\omega)[t, a_i]$ – нечеткие окрестности узла a_i по x соответственно в моменты времени $t+1$ и t , $O_v(\omega)[t, a_i]$ – нечеткая окрестность узла a_i по v в момент времени t , $a_i \in A$, $x(\omega)[t+1, a_i] \in R^n$, $x(\omega)[t, a_i] \in R^n$ – состояния в узле a_i модели соответственно в моменты времени $t+1$ и t , $v(\omega)[t, a_i] \in R^m$ – вход в узле a_i модели в момент време-

ни t , $w_x[t+1, a_i, \alpha_1] \in R^{c \times n}$, $w_x[t, a_i, \alpha_1] \in R^{c \times n}$, $w_{xx}[t, a_i, \alpha_1, \alpha_2] \in R^{c \times n^2}$, ..., $w_{x...x}[t, a_i, \alpha_1, \dots, \alpha_n] \in R^{c \times n^n}$, $w_v[t, a_i, \beta] \in R^{c \times m}$ – матрицы-параметры, $\mu_x[a_i, \alpha_1], \dots, \mu_x[a_i, \alpha_n]$ – функции принадлежности узлов $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ окрестности узла a_i по состояниям, $\mu_v[a_i, \beta]$ – функция принадлежности узла β окрестности узла a_i по входам.

Здесь t – номер такта функционирования модели. В начальный момент времени $t=0$ блокируются все узлы модели $a_i \in A$ на заданное нечеткое время $z_i(\omega)$. Первый такт $t=1$ соответствует разблокированию узлов с минимальной временной задержкой $z_k(\omega) = \min_{i=1, \dots, n} z_i(\omega)$, состояния разблокированных узлов модели пересчитываются по формуле (3.1), узлы снова блокируются на заданное время и т.д.

Определим матрицу коэффициентов $W_{\text{хл}}[t+1]$ по состояниям в момент времени $t+1$:

$$W_{\text{хл}}[t+1] = \begin{bmatrix} w_x[t+1, a_1, a_1] \mu_x[a_1, a_1] & w_x[t+1, a_1, a_2] \mu_x[a_1, a_2] & \dots & w_x[t+1, a_1, a_n] \mu_x[a_1, a_n] \\ w_x[t+1, a_2, a_1] \mu_x[a_2, a_1] & w_x[t+1, a_2, a_2] \mu_x[a_2, a_2] & \dots & w_x[t+1, a_2, a_n] \mu_x[a_2, a_n] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_x[t+1, a_n, a_1] \mu_x[a_n, a_1] & w_x[t+1, a_n, a_2] \mu_x[a_n, a_2] & \dots & w_x[t+1, a_n, a_n] \mu_x[a_n, a_n] \end{bmatrix}.$$

Введем также определение нелинейной векторной функции $G: X \times V \times M_x \times M_v \rightarrow \mathbf{R}^n$, где M_x – множество функций принадлежности μ_x , M_v – множество функций принадлежности μ_v . Координаты функции G равны:

$$\begin{aligned} g_i(X[t], V[t], M_x, M_v) = & \sum_{\alpha_1 \in O_x(\omega)[t, a_i]} (w_x[t, a_i, \alpha_1] \cdot \mu_x[a_i, \alpha_1] \cdot x(\omega)[t, \alpha_1]) + \\ & + \sum_{\alpha_1, \alpha_2 \in O_x(\omega)[t, a_i]} (w_{xx}[t, a_i, \alpha_1, \alpha_2] \cdot \mu_x[a_i, \alpha_1] \cdot x(\omega)[t, \alpha_1] \cdot \\ & \mu_x[a_i, \alpha_2] \cdot x(\omega)[t, \alpha_2]) + \dots + \\ & + \sum_{\alpha_1, \dots, \alpha_n \in O_x(\omega)[t, a_i]} (w_{x...x}[t, a_i, \alpha_1, \dots, \alpha_n] \cdot \mu_x[a_i, \alpha_1] \cdot x(\omega)[t, \alpha_1] \cdot \dots \cdot \\ & \cdot \mu_x[a_i, \alpha_n] \cdot x(\omega)[t, \alpha_n]) + \sum_{\beta \in O_v(\omega)[t, a_i]} (w_v[t, a_i, \beta] \cdot \mu_v[a_i, \beta] \cdot v(\omega)[t, \beta]) \end{aligned}$$

С учетом введенных обозначений, модель (3.1) можно записать:

$$W_{\text{хл}}[t+1] \cdot X(\omega)[t+1] = G(X(\omega)[t], V(\omega)[t], M_x, M_v), \quad (3.2)$$

где $X(\omega)[t+1]$, $X(\omega)[t]$ – вектор состояний в моменты времени $t+1$ и t соответственно, $V(\omega)[t]$ – вектор управлений в момент времени t .

Изменяя составляющие общего описания нечеткой окрестностной модели, можно получить различные классы дискретных распределенных моделей. Ниже подробно рассмотрим представление нечетких сетей Петри в виде окрестностных моделей. Схема связи классов дискретных моделей представлена на рис. 3.1 [13].

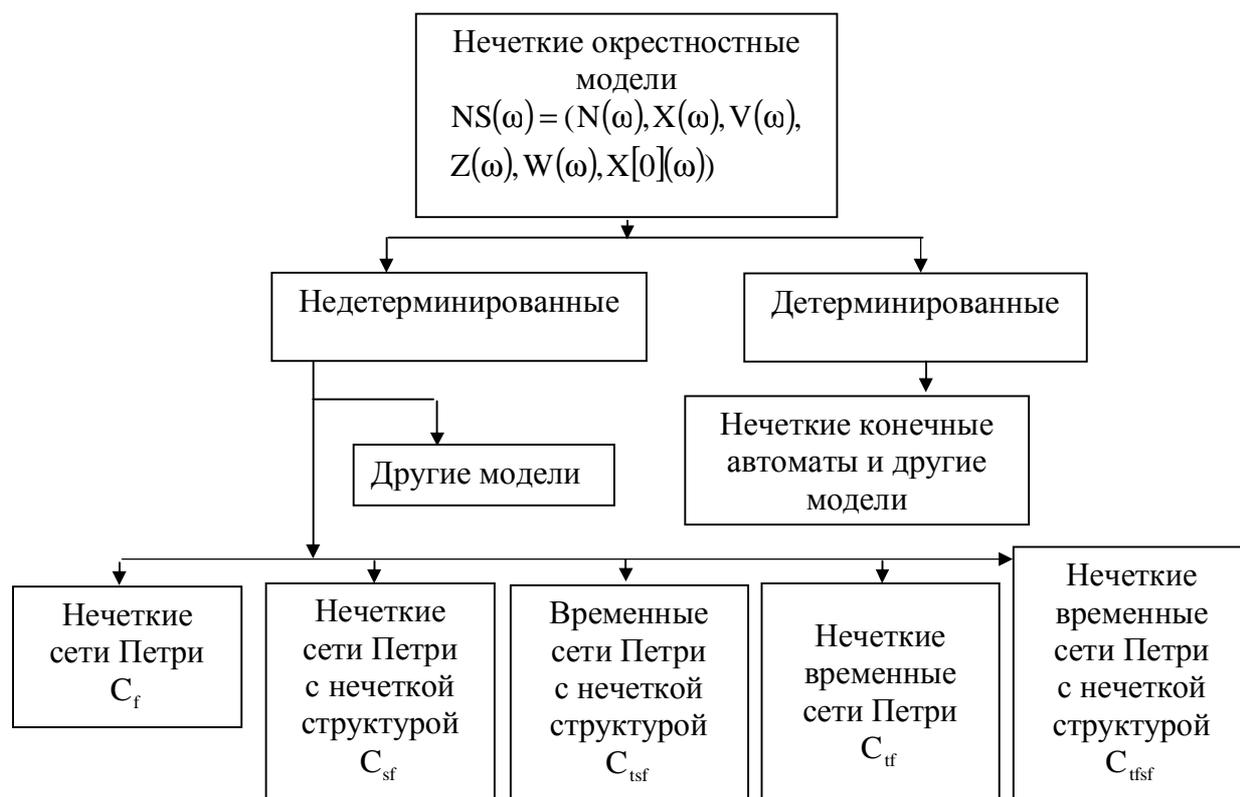


Рис. 3.1. Схема связи классов нечетких дискретных моделей

Нечеткие окрестностные модели можно разделить на детерминированные и недетерминированные. К недетерминированным окрестностным моделям можно отнести различные классы нечетких сетей Петри и другие модели. К детерминированным окрестностным моделям относятся нечеткие конечные автоматы и другие модели.

Таким образом, в данном пункте приведено обобщенное определение нечетких окрестностных моделей и показано место нечетких сетей Петри в классе окрестностных моделей.

3.2. Классы нечетких сетей Петри

Рассмотрим различные классы нечетких сетей Петри: нечеткую сеть Петри с нечеткой структурой, временную с нечеткой структурой, нечеткую временную и нечеткую временную сеть Петри с нечеткой структурой [10,11,13,60,75,76,86,87].

3.2.1. Нечеткая сеть Петри с нечеткой структурой C_{sf}

Введем нечеткость по структуре в рассмотренной ранее (в гл. 1) нечеткой сети Петри C_f . Нечеткая сеть Петри с нечеткой структурой C_{sf} (НСПНС C_{sf}) [11,13] определяется как $C_{sf} = (N(\omega), f(\omega), \lambda, m_0(\omega))$, причем определение $f(\omega), \lambda, m_0(\omega)$ аналогично НСП C_f . Нечеткая структура НСПНС C_{sf} задается как $N(\omega) = (P, T, I(\omega), O(\omega))$, где $I(\omega)$ и $O(\omega)$ – нечеткие входная и выходная функции переходов с функциями принадлежности μ^{PT} и μ^{TP} соответственно.

Динамика изменения начальной и последующих маркировок НСПНС C_{sf} после момента ее запуска подчиняется правилу 1 нечеткой сети Петри типа C_f . Правила 2 и 3 несколько изменены.

2). **Правило (условие) активности перехода.** Переход $t_k \in T$ НСПНС C_{sf} называется активным (разрешенным, возбужденным) при некоторой текущей маркировке $m_q(\omega)$, если выполнено следующее условие:

$$\min_{(i \in \{1, 2, \dots, n\}) \wedge (I(\omega)(p_i, t_k) > 0)} \{m_i^q(\omega)\} > \lambda_k, \quad (3.3)$$

где λ_k – значение порога срабатывания перехода $t_k \in T$.

3). **Правило нечеткого срабатывания перехода.** Если переход $t_k \in T$ НСПНС C_{sf} является активным при некоторой текущей маркировке m_q , т.е. для него выполнено условие (3.3), то нечеткое срабатывание данного перехода приводит к новой маркировке $m_{q+1}(\omega) = (m_1^{q+1}(\omega), \dots, m_n^{q+1}(\omega))$, координаты которой определяются по следующим формулам:

• для каждой из входных позиций $p_i \in P$, для которых $I(\omega)(p_i, t_k) > 0$:

$$m_i^{q+1}(\omega) = 0; \quad (3.4)$$

• для каждой из выходных позиций $p_j \in P$, для которых $O(\omega)(t_k, p_j) > 0$:

$$m_j^{q+1}(\omega) = \max\{m_j^q(\omega), \min_{(i=\{1,2,\dots,n\}) \wedge (I(\omega)(p_i, t_k) > 0)} \{m_i^q(\omega), f_k(\omega), \mu_{ik}^{PT}, \mu_{kj}^{TP}\}\}. \quad (3.5)$$

В данном пункте введена нечеткая сеть Петри C_{sf} , совмещающая нечеткость как по маркировке, так и по структуре.

3.2.2. Временная сеть Петри с нечеткой структурой C_{tsf}

Введем нечеткость по структуре в рассмотренной ранее (в гл. 1) временной сети Петри C_t . Временная сеть Петри с нечеткой структурой C_{tsf} (ВСПНС C_{tsf}) определяется как $C_{tsf} = (N(\omega), m_0, Z)$, где:

1). $N(\omega) = (P, T, I(\omega), O(\omega))$, где $I(\omega)$ и $O(\omega)$ – нечеткие входная и выходная функции переходов с функциями принадлежности μ^{PT} и μ^{TP} .

2). $m_0 = (m_1^0, m_2^0, \dots, m_n^0)$ – вектор начальной маркировки, каждый компонент которого $m_i^0 \in \mathbf{R}_+$, ($i = 1, \dots, n$);

3). $Z = (z_1 \ z_2 \ \dots \ z_m)^T$, $z_k \in \mathbf{R}_+$, ($k = 1, \dots, m$) – вектор продолжительности срабатывания переходов (временных задержек, блокировок).

Введем обозначения матриц $R\mu^+$, $R\mu^-$, $R\mu$:

$$r\mu_{ij}^- = I(p_i, t_j) \cdot \mu_{ij}^{PT}; \quad r\mu_{ij}^+ = O(t_j, p_i) \cdot \mu_{ji}^{TP};$$

$$r\mu_{ij} = O(t_j, p_i) \cdot \mu_{ji}^{TP} - I(p_i, t_j) \cdot \mu_{ij}^{PT}; \quad R\mu = R\mu^+ - R\mu^-.$$

Правила 1 и 2 ВСПНС C_{tsf} совпадают соответствующими правилами временной сети Петри C_t . Остальные правила изменены.

3). **Правило блокировки перехода.** Если переход $t_k \in T$ ВСПНС C_{tsf} является активным при некоторой текущей маркировке m_q , то начало его работы приводит к новой маркировке m_{q+1} :

$$m_{q+1} = m_q - R\mu^- \cdot \mu(k). \quad (3.6)$$

Далее переход блокируется на время z_k .

4). **Правило срабатывания перехода.** Если время блокировки z_k перехода $t_k \in T$ заканчивается при текущей маркировке m_q , то его срабатывание приводит к новой маркировке m_{q+1} :

$$m_{q+1} = m_q + R\mu^+ \cdot \mu(k). \quad (3.7)$$

В данном пункте введена временная сеть Петри C_{tsf} с нечеткой структурой, являющаяся модификацией обычной временной сети Петри C_f .

3.2.3. Нечеткая временная сеть Петри C_{tf}

Приведем формализованное определение нечеткой временной сети Петри C_{tf} (см. гл. 1). Нечеткая временная сеть Петри C_{tf} (НВСП C_{tf}) определяется как $C_{tf} = (N, m_0, Z(\omega))$, где:

1). $Z(\omega) = (z_1(\omega), z_2(\omega), \dots, z_m(\omega))$ – нечеткий вектор продолжительности срабатывания переходов (временных задержек, блокировок), $z_k(\omega)$ ($k = 1, \dots, m$) – неотрицательная нечеткая величина с функцией принадлежности $\psi(z_k(\omega))$;

Определения N, m_0 совпадают с определениями в обобщенной маркированной сети Петри $C = (N, m_0)$.

Правила 1 и 2 НВСП C_{tf} совпадают соответствующими правилами временной сети Петри C_t . Остальные правила изменены.

3). **Правило блокировки перехода.** Если переход $t_k \in T$ НВСП C_{tf} является активным при некоторой текущей маркировке m_q , то начало его работы приводит к новой маркировке m_{q+1} : $m_{q+1} = m_q - R^- \cdot \mu(k)$.

Далее переход блокируется на время $z_k(\omega)$.

4). **Правило срабатывания перехода.** Если время блокировки $z_k(\omega)$ перехода $t_k \in T$ заканчивается при текущей маркировке m_q , то его срабатывание приводит к новой маркировке m_{q+1} : $m_{q+1} = m_q + R^+ \cdot \mu(k)$.

В данном пункте приведено формализованное определение нечеткой временной сети Петри C_{tf} , рассмотренной ранее в 1 главе.

3.2.4. Нечеткая временная сеть Петри с нечеткой структурой C_{tfsf}

Введем нечеткую временную сеть Петри, объединяющую нечеткость как по структуре, так и по значениям. Нечеткая временная сеть Петри с нечеткой структурой C_{tfsf} (НВСПНС C_{tfsf}) [13] определяется как $C_{tfsf} = (N(\omega), m_0, Z(\omega))$, где:

1). $N(\omega) = (P, T, I(\omega), O(\omega))$, где $I(\omega)$ и $O(\omega)$ – нечеткие входная и выходная функции переходов с функциями принадлежности μ^{PT} и μ^{TP} .

2). $m_0 = (m_1^0, m_2^0, \dots, m_n^0)$ – вектор начальной маркировки, каждый компонент которого $m_i^0 \in \mathbf{R}_+$, ($i = 1, \dots, n$);

3). $Z(\omega) = (z_1(\omega), z_2(\omega), \dots, z_m(\omega))$ – нечеткий вектор продолжительности срабатывания переходов (временных задержек, блокировок) [4], $z_k(\omega)$ ($k = 1, \dots, m$) – неотрицательная нечеткая величина с функцией принадлежности $\psi(z_k(\omega))$;

Правила 1 и 2 НВСПНС C_{tfsf} совпадают соответствующими правилами временной сети Петри C_t . Остальные правила изменены.

3). **Правило блокировки перехода.** Если переход $t_k \in T$ НВСПНС C_{tfsf} является активным при некоторой текущей маркировке m_q , то начало его работы приводит к новой маркировке m_{q+1} : $m_{q+1} = m_q - R\mu^- \cdot \mu(k)$.

Далее переход блокируется на время $z_k(\omega)$.

4). **Правило срабатывания перехода.** Если время блокировки $z_k(\omega)$ перехода $t_k \in T$ заканчивается при текущей маркировке m_q , то его срабатывание приводит к новой маркировке m_{q+1} : $m_{q+1} = m_q + R\mu^+ \cdot \mu(k)$.

В данном пункте введена нечеткая временная сеть Петри C_{tfsf} с нечеткой структурой, функционирующая в нечетком времени и являющаяся модификацией нечеткой временной сети Петри C_{tf} .

Таким образом, в пункте 3.2 введены различные классы нечетких сетей Петри: нечеткая сеть Петри с нечеткой структурой, временная с нечеткой структурой и нечеткая временная сеть Петри с нечеткой структурой, а также приведено формализованное описание нечеткой временной сети Петри.

3.3. Нечеткие динамические недетерминированные окрестностные модели нечетких сетей Петри

Покажем, что описанные выше нечеткие сети Петри можно представить в виде нечетких окрестностных моделей [13].

Рассмотрим произвольную нечеткую сеть Петри $C_f = (N, f(\omega), \lambda, m_0(\omega))$. Поставим в соответствие позициям сети Петри $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ узлы окрестностной модели $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$. Маркировки позиций сети Петри будут соответствовать состояниям узлов окрестностной модели, начальная маркировка сети – состоянию окрестностной модели в начальный момент времени: $X(\omega)[0] = m_0(\omega)$. На каждый узел a_i ($i = 1, \dots, n$) окрестностной модели в каждый момент времени t воздействует входной сигнал $v(\omega)[t, a_i]$.

Все множество связей между узлами A разобьем на m совокупностей окрестностей (слоев) $O[1], O[2], \dots, O[m]$. В каждый k -ый слой ($k = 1, \dots, m$) входят все узлы окрестностной модели $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ и часть связей между ними, соответствующая k -му переходу сети Петри. Так $x(\omega)[a_j] \in O[k]_{x(\omega)[a_i]}$ и $v(\omega)[a_j] \in O[k]_{v(\omega)[a_i]}$, если $I(p_i, t_k) > 0$ и $O(t_k, p_j) > 0$ ($i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n$).

Введем операции минимума \ominus и максимума \oplus двух действительных чисел a и b : $a \ominus b = \min(a, b)$, $a \oplus b = \max(a, b)$.

Тогда для каждого k -го слоя окрестностной модели ($k = 1, \dots, m$), в соответствии с правилами нечеткого срабатывания k -го перехода (1.14)-(1.15), справедливы следующие уравнения:

- для каждого узла $a_i \in A$, для которого $|O[k]_{x(\omega)[a_i]}| > 1$ ($i = 1, \dots, n$):

$$x(\omega)[t + 1, a_i] = 0; \quad (3.8)$$

- для каждого узла $a_i \in A$, для которого $|O[k]_{x(\omega)[a_i]}| = 1$ ($i = 1, \dots, n$):

$$\begin{aligned} x(\omega)[t+1, a_i] = & x(\omega)[t, a_i] \oplus (\mu_D^k \bullet \\ & \bullet x(\omega)[t, a_{k_1}] \bullet \dots \bullet x(\omega)[t, a_{k_q}]) \end{aligned} \quad (3.9)$$

где $x(\omega)[t, a_{k_1}], \dots, x(\omega)[t, a_{k_q}]$ – состояния узлов, входящих в узел a_i ; $\mu_D^k = f_k(\omega)$ – значение функции принадлежности k -го слоя.

Для каждого k -го слоя окрестностной модели ($k = 1, \dots, m$) определим функцию $F^k : X \times M_D \rightarrow R^n$, координаты которой равны:

$$F_i^k(X(\omega)[t], M_D) = \begin{cases} 0, |O[k]_{x(\omega)[a_i]}| > 1 \\ x(\omega)[t, a_i] \oplus (\mu_D^k \bullet \\ \bullet x(\omega)[t, a_{k_1}] \bullet \dots \bullet x(\omega)[t, a_{k_q}]), |O[k]_{x(\omega)[a_i]}| = 1 \end{cases} \quad (3.10)$$

где M_D – множество функций принадлежности μ_D .

Таким образом, окрестностная модель нечеткой сети Петри C_f является полиномиальной недетерминированной окрестностной моделью с операциями \oplus и \bullet . Для каждого k -го слоя окрестностной модели нечеткой сети Петри система уравнений (3.8)-(3.9), с учетом (3.10), будет иметь вид:

$$X(\omega)[t+1] = F^k(X(\omega)[t], M_D).$$

В каждый момент времени $t = \{0, 1, 2, \dots, q, \dots\}$ на основании текущего состояния узлов модели $X(\omega)[t]$ формируется случайный вектор $D \in R^m$, состоящий из нулей и одной единицы в позиции, соответствующей выбираемому слою k , по уравнениям которого происходит пересчет состояний узлов окрестностной модели в следующий момент времени $t+1$. Таким образом, уравнение недетерминированной динамической нелинейной окрестностной модели нечеткой сети Петри C_f , будет иметь вид:

$$\begin{aligned} X(\omega)[t+1] = & [F^1(X(\omega)[t], M_D) \ F^2(X(\omega)[t], M_D) \dots \\ & F^m(X(\omega)[t], M_D)] \cdot D \end{aligned} \quad (3.11)$$

Нечеткую сеть Петри C_{sf} также можно представить в виде недетерминированной динамической окрестностной модели [13]. Для каждого k -го слоя окрестностной модели ($k = 1, \dots, m$), в соответствии с пра-

вилами нечеткого срабатывания k -го перехода (3.4), (3.5), справедливы следующие уравнения:

- для каждого узла $a_i \in A$, для которого $|O(\omega)[k]_{x(\omega)[a_i]}| > 1$ ($i=1, \dots, n$) верно уравнение (3.8).

- для каждого узла $a_i \in A$, для которого $|O(\omega)[k]_{x(\omega)[a_i]}| = 1$ ($i=1, \dots, n$):

$$\begin{aligned} x(\omega)[t+1, a_i] &= x(\omega)[t, a_i] \oplus (\mu_x^k[a_i, a_i] \circ \\ &\circ \mu_D^k \circ \mu_x^k[a_{k_1}, a_i] \circ x(\omega)[t, a_{k_1}] \circ \\ &\circ \dots \circ \mu_x^k[a_{k_q}, a_i] \circ x(\omega)[t, a_{k_q}]) \end{aligned} \quad (3.12)$$

где $x(\omega)[t, a_{k_1}], \dots, x(\omega)[t, a_{k_q}]$ – состояния узлов, входящих в узел a_i ; $\mu_D^k = f_k(\omega)$ – значение функции принадлежности k -го слоя, $\mu_x^k[a_i, a_i] = \mu_{ki}^{TP}$, $\mu_x^k[a_{k_1}, a_i] = \mu_{k_1k}^{PT}$, \dots , $\mu_x^k[a_{k_q}, a_i] = \mu_{k_qk}^{PT}$ из п. 3.2.1.

Для каждого k -го слоя окрестностной модели ($k=1, \dots, m$) определим функцию $G^k : X \times M_x \times M_D \rightarrow R^n$, координаты которой равны:

$$G_i^k(X(\omega)[t], M_x, M_D) = \begin{cases} 0, |O(\omega)[k]_{x(\omega)[a_i]}| > 1 \\ x(\omega)[t, a_i] \oplus (\mu_x[a_i, a_i] \circ \mu_D^k \circ \mu_x^k[a_{k_1}, a_i] \circ \\ \circ x(\omega)[t, a_{k_1}] \circ \dots \circ \mu_x^k[a_{k_q}, a_i] \circ \\ \circ x(\omega)[t, a_{k_q}]), |O(\omega)[k]_{x(\omega)[a_i]}| = 1 \end{cases} \quad (3.13)$$

где M_x – множество функций принадлежности μ_x , M_D – множество функций принадлежности μ_D .

Для каждого k -го слоя окрестностной модели нечеткой сети Петри C_{sf} система уравнений (3.8), (3.12), с учетом (3.13), будет иметь вид:

$$X(\omega)[t+1] = G^k(X(\omega)[t], M_x, M_D).$$

Таким образом, уравнение недетерминированной динамической окрестностной модели нечеткой сети Петри C_{sf} :

$$\begin{aligned} X(\omega)[t+1] &= [G^1(X(\omega)[t], M_x, M_D) \dots \\ &G^m(X(\omega)[t], M_x, M_D)] \cdot D \end{aligned} \quad (3.14)$$

Временная сеть Петри с нечеткой структурой C_{tsf} представляется в виде окрестностной модели аналогично временной сети Петри C_t (см.

уравнения (2.12) и (2.13)), однако матрицы R^- и R^+ заменяются соответственно на матрицы $R\mu^-$ и $R\mu^+$, согласно (3.6) и (3.7):

$$X'[\tau] = X[\tau] - [R\mu_1^- \quad R\mu_2^- \quad \dots \quad R\mu_m^-] \cdot D, \quad (3.15)$$

$$X''[\tau] = X[\tau] + [R\mu_1^+ \quad R\mu_2^+ \quad \dots \quad R\mu_m^+] \cdot D. \quad (3.16)$$

Соответственно, окрестностная модель нечеткой временной сети Петри C_{if} функционирует по следующим уравнениям:

$$X'[\tau(\omega)] = X[\tau(\omega)] - [R_1^- \quad R_2^- \quad \dots \quad R_m^-] \cdot D, \quad (3.17)$$

$$X''[\tau(\omega)] = X[\tau(\omega)] + [R_1^+ \quad R_2^+ \quad \dots \quad R_m^+] \cdot D, \quad (3.18)$$

а окрестностная модель нечеткой временной сети Петри с нечеткой структурой C_{ifsf} :

$$X'[\tau(\omega)] = X[\tau(\omega)] - [R\mu_1^- \quad R\mu_2^- \quad \dots \quad R\mu_m^-] \cdot D, \quad (3.19)$$

$$X''[\tau(\omega)] = X[\tau(\omega)] + [R\mu_1^+ \quad R\mu_2^+ \quad \dots \quad R\mu_m^+] \cdot D, \quad (3.20)$$

где $\tau(\omega)$ – нечеткое время.

Таким образом, в данном пункте показано, что различные классы нечетких сетей Петри можно представить в виде нечетких динамических недетерминированных окрестностных моделей.

3.4. Обобщение понятия «нечеткой структуры» для окрестностных моделей

Ранее нами рассмотрены следующие виды нечеткой структуры динамических недетерминированных окрестностных моделей:

1). Нечеткость влияния (связи) каждого слоя модели на другие слои по управлению. Выражается в значениях функций принадлежности слоев модели μ_D^k ($k = 1, \dots, m$).

2). Нечеткость связи между любыми двумя парами узлов в каждом слое окрестностной модели по состоянию. Выражается в значениях функций принадлежности $\mu_x^k[a_i, a_j]$ ($i, j = 1, \dots, n$), ($k = 1, \dots, m$).

Очевидно, что в общем случае нечеткой окрестностной модели $NS(\omega) = (N(\omega), X(\omega), V(\omega), Z(\omega), W(\omega), X(\omega)[0])$ возможны следующие виды нечеткой структуры (от общего к частному) [75]:

1). Нечеткость влияния (связи) каждого слоя модели на другие слои по состоянию и управлению. Выражается в значениях функций принадлежности слоев модели μ_x^k и μ_v^k ($k=1, \dots, m$).

2). Степень участия узла в окрестности по состоянию и управлению в каждом слое окрестностной модели. Выражается в значениях функций принадлежности $\mu_x^k[a_i]$, $\mu_v^k[a_i]$ ($i=1, \dots, n$), ($k=1, \dots, m$).

3). Нечеткость связи между любыми двумя парами узлов в каждом слое окрестностной модели по состоянию и управлению. Выражается в значениях функций принадлежности $\mu_x^k[a_i, a_j]$, $\mu_v^k[a_i, a_j]$ ($i, j=1, \dots, n$), ($k=1, \dots, m$).

На рис. 3.2 отражена иерархия задания нечеткой структуры.

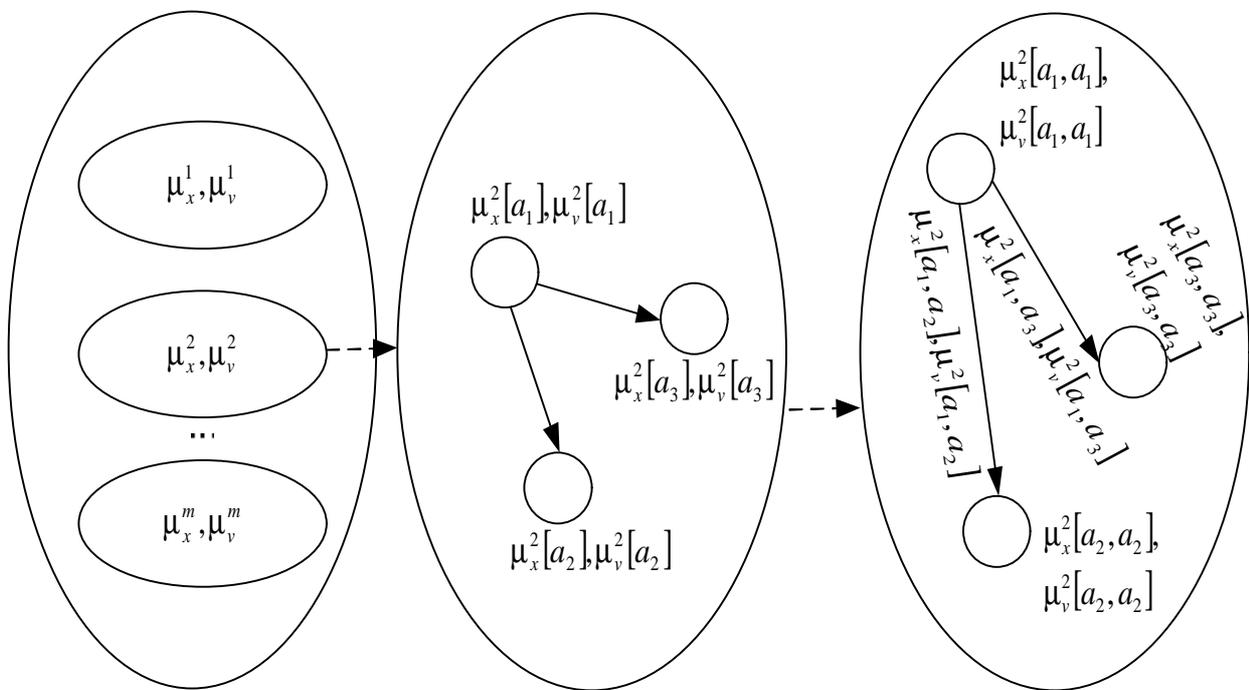


Рис. 3.2. Иерархия задания нечеткой структуры

Таким образом, обобщено понятие «нечеткой структуры» для окрестностных моделей.

3.5. Задача достижимости с частично заданными параметрами для нечетких динамических недетерминированных окрестностных моделей

В данном пункте рассмотрим постановки задач достижимости с частично заданными параметрами для рассмотренных ранее видов нечетких динамических недетерминированных окрестностных моделей. Приведем алгоритмы решения задач достижимости для нечетких окрестностных моделей.

3.5.1. Нечеткая окрестностная модель нечеткой сети Петри C_f

В пункте 3.3 были получены уравнение недетерминированной динамической окрестностной модели нечеткой сети Петри C_f . С учетом (2.16), оно имеет вид [87]:

$$X(\omega)[t+1] = [F^1(X(\omega)[t], M_D) \ F^2(X(\omega)[t], M_D) \dots \ F^m(X(\omega)[t], M_D)] \cdot D[t], \quad (3.21)$$

где F^k – некоторые нелинейные функции, $D[t] \in R^m$ – случайный вектор, состоящий из нулей и одной единицы, M_D – множество функций принадлежности слоев μ_D^k ($k = 1, \dots, m$).

Управление нечеткой окрестностной моделью нечеткой сети Петри C_f осуществляется вектором $D[t]$, который определяется на основании условия активности слоя недетерминированной окрестностной модели. Активным в нечеткой окрестностной модели нечеткой сети Петри C_f считается слой k , для которого выполняется условие [60,87]:

$$\min_{(i \in \{1, 2, \dots, n\}) \wedge (O[k]_{x[a_i]} > 1)} \{x(\omega)[t, a_i]\} \geq \lambda_k, \quad (3.22)$$

где $\lambda_k \in [0, 1]$ ($k = 1, \dots, m$) – значение порога активности k -го слоя.

Для полученной модели (3.21) рассмотрим задачу достижимости с частично заданными параметрами, которая является модификацией известной задачи достижимости для сетей Петри.

3.5.1.1. Постановка задачи достижимости с частично заданными параметрами

Пусть в начальный момент времени функционирования окрестностной модели задано начальное состояние $X(\omega)[0]$ [60,87]. Пусть $X(\omega)^* \in R^n$ – состояние окрестностной модели, которого она должна достигнуть в результате функционирования, вектор $D^* \in R^m$ – сумма управляющих воздействий, переводящих начальное состояние $X(\omega)[0]$ окрестностной модели в состояние $X(\omega)^*$, причем, известна только часть координат вектора состояний $X(\omega)^*$ и вектора суммы управлений D^* .

Требуется определить неизвестные компоненты вектора состояний $X(\omega)^*$ и вектора суммы управлений D^* , а также последовательность управляющих воздействий в каждый момент времени функционирования модели $D[0], D[1], \dots$, переводящих начальное состояние $X(\omega)[0]$ в состояние $X(\omega)^*$.

3.5.1.2. Решение задачи достижимости

При решении задачи достижимости с частично заданными параметрами для окрестностной модели сети Петри C_f , может быть использован критерий [60,87]:

$$K(X(\omega)[t+1], Dt) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_x} \left(\frac{x(\omega)_i[t+1] - x(\omega)_i^*}{x(\omega)_i^*} \right)^2 + \sum_{j=1}^{N_D} \left(\frac{dt_j - d_j^*}{d_j^*} \right)^2} \rightarrow \min, \quad (3.23)$$

где $t = 0, \dots, T-1$; $x_i(\omega)[t+1]$ ($i = 1, \dots, N_x$) – неизвестные компоненты состояния $X(\omega)[t+1]$ в момент времени $t+1$; $x(\omega)_i^*$ – номинальные значения компонент состояния; N_x – количество заданных компонент состояния $X(\omega)^*$; dt_j ($j = 1, \dots, N_D$) – координаты вектора Dt ; d_j^* – номинальные значения компонент управления; T – максимальное количество тактов функционирования модели. Номинальные значения и T могут быть заданы экспертами.

Необходимо получить минимальное значение функционала $K(X(\omega)[t+1], Dt)$ за заданное количество тактов T функционирования динамической окрестностной модели.

Алгоритм решения задачи достижимости с частично заданными параметрами

Алгоритм решения задачи достижимости с частично заданными параметрами для нечеткой динамической недетерминированной окрестностной модели нечеткой сети Петри C_f [60,87] практически полностью совпадает с алгоритмом решения задачи достижимости для четкой окрестностной модели, описанным в пункте 2.4.1. Отличия присутствуют только в 5 и 8-11 пунктах:

5). Найти множество активных слоев A_t модели в момент времени t , в соответствии с условием (3.22). $q[t] := |A_t|$ – мощность множества A_t .

8). Для каждого вектора $D^{j_k}[t]$ решить уравнение:

$$X(\omega)^{j_k}[t+1] = [F^1(X(\omega)[t], M_D) \ F^2(X(\omega)[t], M_D) \dots \\ F^m(X(\omega)[t], M_D)] \cdot D^{j_k}[t]$$

и найти $X(\omega)^{j_k}[t+1]$. Для каждого состояния $X(\omega)^{j_k}[t+1]$ и управления $Dt = Dt + D^{j_k}[t]$ посчитать и запомнить значение функционала (3.23) $K(X(\omega)^{j_k}[t+1], Dt)$. Путь, приводящий к данному состоянию $P(X(\omega)^{j_k}[t+1]) = P(X(\omega)[t]) \cup j_k$.

9). Если для какого-либо состояния $X^{j_k}[t+1]$ значение функционала $K(X(\omega)^{j_k}[t+1], Dt) < \epsilon$, то найдено оптимальное управление Dt , дающее оптимально решение $X(\omega)^{j_k}[t+1]$ с точностью ϵ при $K_{\min} = K(X(\omega)^{j_k}[t+1], Dt)$. Соответствующий оптимальный путь равен $P_{K_{\min}} = P(X(\omega)^{j_k}[t+1])$. Конец алгоритма. Иначе перейти к пункту 10.

10). Если $t+1 > T$, то достигнута максимальная глубина дерева. В полученном дереве найти состояние, дающее минимальное значение функционала (3.23) K_{\min} , соответствующее ему управление Dt , и путь $P_{K_{\min}}$, приводящий к этому состоянию. Найдено квазиоптимальное решение. Иначе перейти к пункту 11.

11). Добавлять к текущему элементу дерева состояний состояния $X(\omega)^{j_1}[t+1], \dots, X(\omega)^{j_{q(t)}}[t+1]$ в качестве потомков. Запомнить для каждого $X(\omega)^{j_k}[t+1]$ ($k=1, \dots, q[t]$) значение функционала (3.23), управление и путь, приводящий к данному состоянию. Для каждого $X(\omega)^{j_k}[t+1]$ ($k=1, \dots, q[t]$) выполнять алгоритм, начиная с пункта 5, при $t=t+1$.

В данном пункте рассмотрен рекуррентный алгоритм решения поставленной в пункте 3.5.1.1 задачи достижимости с частично заданными параметрами для нечетких окрестностных моделей сетей Петри C_f .

3.5.1.3. Пример решения задачи достижимости

Рассмотрим нечеткую окрестностную модель нечеткой сети Петри C_f , структура которой представлена на рис. 2.3. Структура рассматриваемой окрестностной модели совпадает со структурой модели на рис. 2.9 [87].

$$\text{Пусть } X(\omega)[0] = \begin{bmatrix} 0,6 \\ 0,3 \\ 0,7 \\ 0,0 \end{bmatrix}, \quad X^* = \begin{bmatrix} \\ \\ 0,5 \\ 0,2 \end{bmatrix}, \quad D^* = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \varepsilon = 0,1.$$

Зададим значение порога активности каждого слоя: $\lambda_k = 0,1$ ($k=1,2,3$).

Значения функции принадлежности k -го слоя ($k=1,2,3$): $\mu_D^1 = 1,0$, $\mu_D^2 = 0,5$, $\mu_D^3 = 0,2$.

Построим дерево состояний с корнем в $X(\omega)[0]$ (рис 3.3).

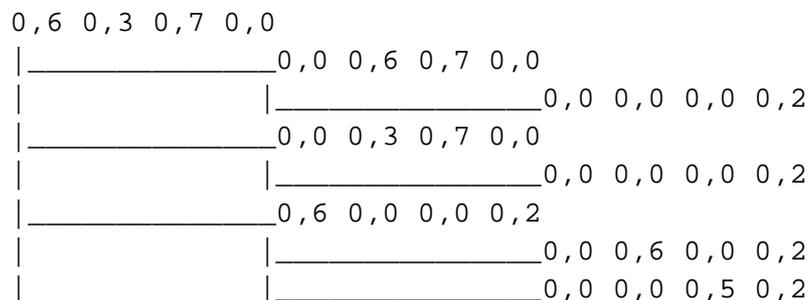


Рис. 3.3. Дерево состояний для нечеткой окрестностной модели

Для каждого найденного состояния и соответствующего ему управления найдем значение функционала (3.24), в соответствии с формулой (3.23):

$$K(X(\omega)[t+1], Dt) = \sqrt{\frac{(x(\omega)_3[t+1] - 0,5)^2}{0,5^2} + \frac{(x(\omega)_4[t+1] - 0,2)^2}{0,2^2} + \frac{(dt_3 - 1)^2}{1^2}} \quad (3.24)$$

и запишем его в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Значения функционала (3.24) для рассматриваемой нечеткой окрестностной модели

t	$X[t+1]$				Dt			K
0	0,6	0,3	0,7	0,0	0	0	0	1,47
1	0,0	0,4	0,7	0,0	1	0	0	1,47
2	0,0	0,0	0,0	0,2	1	0	1	1,00
1	0,0	0,3	0,7	0,0	0	1	0	1,47
2	0,0	0,0	0,0	0,2	0	1	1	1,00
1	0,6	0,0	0,0	0,2	0	0	1	1,00
2	0,0	0,4	0,0	0,2	1	0	1	1,00
2	0,0	0,0	0,5	0,2	0	1	1	0,00

Как видно из дерева состояний и данных табл. 3.1, оптимальное решение можно получить с помощью последовательности управляющих воздействий:

$$D[0] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad D[1] = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Отсюда вектора оптимального управления Dt равны:

$$D0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad D1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Соответствующие управлениям Dt состояния и значения функционала записаны в табл. 3.1.

Таким образом, оптимальное решение, дающее минимальное значение функционала (3.24) $K_{\min} = 0$, равно $X[1] = [0; 0; 0,5; 0,2]^T$. Управление

ние, приводящее к данному решению, равно $D1 = [0,1]^T$, оптимальный путь – $P_{K_{\min}} = \{3,2\}$.

3.5.2. Нечеткая окрестностная модель нечеткой сети Петри C_{sf}

В пункте 3.3 были получены уравнение недетерминированной динамической окрестностной модели нечеткой сети Петри C_{sf} . С учетом (2.16), оно имеет вид [87]:

$$\begin{aligned} X(\omega)[t+1] = & [G^1(X(\omega)[t], M_x, M_D) \dots \\ & G^m(X(\omega)[t], M_x, M_D)] \cdot D[t], \end{aligned} \quad (3.25)$$

где G^k – некоторые нелинейные функции; $D[t] \in R^m$ – случайный вектор, состоящий из нулей и одной единицы; M_x – множество функций принадлежности узлов по состоянию μ_x ; M_D – множество функций принадлежности слоев по управлению μ_D^k ($k = 1, \dots, m$).

Активным в нечеткой окрестностной модели нечеткой сети Петри C_{sf} считается слой k , для которого выполняется условие [60,87]:

$$\min_{(i \in \{1, 2, \dots, n\}) \wedge (O(\omega)[k]_{x[a_i]} > 1)} \{x(\omega)[t, a_i]\} \geq \lambda_k, \quad (3.26)$$

где $\lambda_k \in [0,1]$ ($k = 1, \dots, m$) – значение порога активности k -го слоя.

Постановка и алгоритм решения задачи достижимости с частично заданными параметрами для рассматриваемой нечеткой окрестностной модели совпадают с постановкой задачи и алгоритмом задачи достижимости для нечеткой окрестностной модели нечеткой сети Петри C_f (см. пункт 3.5.1).

3.5.3. Нечеткая окрестностная модель нечеткой временной сети Петри C_{tf}

В пункте 3.3 были получены два уравнения окрестностной модели нечеткой временной сети Петри C_{tf} . Первое уравнение (3.17) отражает изменение состояний модели в начале блокировки k -го слоя ($k = 1, \dots, m$).

Второе уравнение (3.18) – изменение состояний модели после завершения блокировки k -го слоя.

Каждому k -му слою ($k = 1, \dots, m$) $O[k]$ окрестностной модели сопоставлено время его блокировки $z_k(\omega)$ – неотрицательная нечеткая величина с функцией принадлежности $\psi(z_k(\omega))$.

Управление динамической недетерминированной окрестностной моделью осуществляется вектором $D[\tau(\omega)]$, который определяется на основании условия активности слоя недетерминированной окрестностной модели. Активным считается незаблокированный слой j ($j = 1, \dots, m$), для которого выполняется условие:

$$X[\tau(\omega)] \geq R_j^- . \quad (3.27)$$

В каждый момент времени может быть активно несколько слоев.

Приведем постановку задачи достижимости с частично заданными параметрами, алгоритм ее решения и пример для нечеткой окрестностной модели нечеткой временной сети Петри C_{ff} .

3.5.3.1. Задача достижимости с частично заданными параметрами

Постановка задачи достижимости с частично заданными параметрами для динамической недетерминированной окрестностной модели нечеткой временной сети Петри C_{ff} аналогична постановке задачи, описанной в пункте 2.4.3.

Пусть $D\tau(\omega)$ – сумма управляющих воздействий от начального момента времени до текущего, т.е.: $D\tau(\omega) = D[0] + \dots + D[\tau(\omega)]$.

При решении задачи достижимости с частично заданными параметрами для окрестностной модели может быть использован критерий:

$$K(X[\tau(\omega)], D\tau(\omega)) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_x} \left(\frac{x_i[\tau(\omega)] - x_i^*}{x_i^*} \right)^2 + \sum_{j=1}^{N_D} \left(\frac{d\tau(\omega)_j - d_j^*}{d_j^*} \right)^2} , \quad (3.28)$$

где $\tau(\omega) \in (0, T(\omega)]$; $T(\omega)$ – ограничение нечеткого времени функционирования модели. Номинальные значения и $T(\omega)$ могут быть заданы экспертами.

Необходимо получить минимальное значение функционала $K(X[\tau(\omega)], D\tau(\omega))$ за заданное нечеткое время $T(\omega)$ функционирования динамической окрестностной модели.

Алгоритм решения задачи достижимости для рассматриваемой нечеткой окрестностной модели совпадает с алгоритмом решения задачи достижимости для окрестностной модели временной сети Петри S_i (см. пункт 2.4.3). Следует только учесть, что время блокировок слоев и время функционирования модели являются нечеткими.

3.5.3.2. Пример решения задачи достижимости

Рассмотрим окрестностную модель нечеткой временной сети Петри, структура которой представлена на рис. 2.3. Структура рассматриваемой окрестностной модели совпадает со структурой модели на рис. 2.9. Введем время блокировки слоев в виде нечетких треугольных чисел: $z_1(\omega) = \langle 10, 2, 1 \rangle_{\Delta}$; $z_2(\omega) = \langle 7, 3, 1 \rangle_{\Delta}$; $z_3(\omega) = \langle 15, 4, 3 \rangle_{\Delta}$.

$$\text{Пусть } X[0] = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad X^* = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ 2 \end{bmatrix}, \quad D^* = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \varepsilon = 0,1.$$

Дерево состояний рассматриваемой модели совпадает с деревом состояний на рис. 2.13. Для каждого найденного состояния и соответствующего ему управления найдем значение функционала (3.29), в соответствии с формулой (3.28):

$$K(X[\tau(\omega)], D\tau(\omega)) = \sqrt{\frac{(x_4[\tau(\omega)] - 2)^2}{2^2} + \frac{(d\tau(\omega)_3 - 2)^2}{2^2}}, \quad (3.29)$$

и запишем его в табл. 3.2.

Следовательно, оптимальное решение, дающее минимальное значение функционала (3.29) $K_{\min} = 0$, равно $X[\langle 30, 19, 17 \rangle_{\Delta}] = [0, 2, 0, 2]^T$, причем достигается оптимальное решение за нечеткое время $\tau(\omega) = \langle 30, 19, 17 \rangle_{\Delta}$. Управление, приводящее к данному решению, равно $D30 = [1, 1, 2]^T$, оптимальный путь – $P_{K_{\min}} = \{1, 2, 3, 3\}$.

Значения функционала (3.29)
для рассматриваемой окрестностной модели

$\tau(\omega)$	$Z(\omega)$			$X[\tau(\omega)]$				$D\tau(\omega)$			K
$\langle 0,0,0 \rangle_{\Delta}$	$\langle 10,2,1 \rangle_{\Delta}$	0	0	1	3	1	0	1	0	0	1,41
$\langle 0,0,0 \rangle_{\Delta}$	$\langle 10,2,1 \rangle_{\Delta}$	$\langle 7,3,1 \rangle_{\Delta}$	0	0	3	1	0	1	1	0	1,41
$\langle 0,0,0 \rangle_{\Delta}$	$\langle 10,2,1 \rangle_{\Delta}$	$\langle 7,3,1 \rangle_{\Delta}$	$\langle 15,4,3 \rangle_{\Delta}$	0	2	0	0	1	1	1	1,12
$\langle 7,3,1 \rangle_{\Delta}$	$\langle 3,3,4 \rangle_{\Delta}$	0	$\langle 8,5,6 \rangle_{\Delta}$	0	2	1	0	1	1	1	1,12
$\langle 10,6,5 \rangle_{\Delta}$	0	0	$\langle 5,9,9 \rangle_{\Delta}$	0	3	1	0	1	1	1	1,12
$\langle 15,15,14 \rangle_{\Delta}$	0	0	0	0	3	1	1	1	1	1	0,71
$\langle 15,15,14 \rangle_{\Delta}$	0	0	$\langle 15,4,3 \rangle_{\Delta}$	0	2	0	1	1	1	2	0,50
$\langle 30,19,17 \rangle_{\Delta}$	0	0	0	0	2	0	2	1	1	2	0,00

Таким образом, приведена постановка задачи достижимости с частично заданными параметрами, алгоритм ее решения и пример для нечеткой окрестностной модели нечеткой временной сети Петри C_{ff} .

3.5.4. Нечеткие окрестностные модели временной сети Петри с нечеткой структурой C_{tsf} и нечеткой временной сети Петри с нечеткой структурой C_{tfsf}

Постановка и алгоритм решения задачи достижимости с частично заданными параметрами для нечеткой окрестностной модели временной сети Петри с нечеткой структурой C_{tsf} совпадают с постановкой и алгоритмом решения задачи достижимости для окрестностной модели временной сети Петри C_t (см. пункт 2.4.3).

Постановка и алгоритм решения задачи достижимости с частично заданными параметрами для нечеткой окрестностной модели нечеткой временной сети Петри с нечеткой структурой C_{tfsf} совпадают с постановкой и алгоритмом решения задачи достижимости для нечеткой окрестностной модели нечеткой временной сети Петри C_{ff} (см. пункт 3.5.3).

4. РАЗРАБОТКА ОКРЕСТНОСТНЫХ МОДЕЛЕЙ ЦЕМЕНТНОГО ПРОИЗВОДСТВА

В данной главе дано описание цементного производства как сложной организационно-технической системы. Рассмотрены традиционные модели данной системы, а также четкие и нечеткие недетерминированные динамические окрестностные модели четких и нечетких сетей Петри. Произведено сравнение рассмотренных моделей по степени адекватности модельных значений годового производства цемента фактическим данным.

Для планирования мероприятий по модернизации производства на основе построенных моделей разработан комплекс программ, позволяющий оценить годовое производство цемента при изменении состава и технических характеристик оборудования.

4.1. Описание цементного производства как сложной организационно-технической системы

Цемент – один из важнейших строительных материалов, предназначенных для бетонов и строительных растворов, скрепления отдельных элементов (деталей) строительных конструкций, гидроизоляций и др. Цемент представляет собой гидравлический вяжущий материал, который после смешения с водой и предварительного затвердевания на воздухе продолжает сохранять и наращивать прочность в воде [1].

Цемент состоит в основном из материалов, содержащих кальций и кремний с небольшими количествами оксидов алюминия и железа. Он является конечным продуктом смешивания цементного клинкера, получаемого в обжиговых печах, с гипсом. Основными материалами для производства цемента являются природный известняк (CaCO_3)

и глина. Остальные материалы для сырья получают из глины, глинистых сланцев, бокситов, кварцевого песка и железной руды.

Процесс производства цемента состоит из нескольких стадий. Исходное сырье в виде камней размером 1,2-1,5 м дробят в жираторных, щековых и роликовых дробилках, а затем подвергают более мелкому дроблению в сепараторных и трубных мельницах.

Последующая обработка зависит от способа производства цемента. При сухом способе для сушки сырого материала используют поток отходящих газов от обжиговых печей. Высушенное сырье мелко размалывается, хорошо перемешивается и нагревается до температуры более 800 °С. Образовавшийся CO_2 поступает в обжиговую печь вместе с другим сырьем и топливом. При мокром способе загрузку сырья в мельницы производят вместе с водой. Для сушки шлама используют сушильные печи, вакуумные фильтры и пр.

Обжиг шлама ведется в наклонной вращающейся печи. Сырье движется вниз к нижнему торцу печи, где температура достигает 2000 °С, и спекается до получения цементного клинкера. После печи клинкер охлаждается, смешивается с гипсом и шлаком и размельчается до получения цемента [28,63].

Производство цемента является сложной организационно-технической системой (см. гл. 1). Сооружения системы включают в себя подсистемы добычи и первичной обработки известняка, добычи и первичной обработки глины, помола сырья, обжига, помола клинкера, экологическую подсистему. Подсистема добычи и первичной обработки известняка представлена экскаваторами, грузовиками, дробилками. Подсистема добычи и первичной обработки глины – экскаваторами, грузовиками, глиноприемным отделением, усреднительным складом глины, сушильным барабаном. Подсистема помола сырья содержит расходные бункеры, сырьевые мельницы, пневмокамерный насос, силос сырьевой муки. Подсистема обжига представлена расходными бункерами, бункером постоянного уровня, циклонным теплообменником, гранулятором, кальцинатором, вращающимися печами, холодильниками, складом клинкера. Подсистема помола клинкера – установкой сушки шлама, расходными бункерами, сепараторами, пневмокамерными

насосами, сепаратором, цементными мельницами, силосом цемента. Экологическая подсистема – фильтрами.

В упрощенном варианте систему цементного производства можно рассматривать как совокупность шести крупных узлов:

- 1 – «вход системы», 2 – «помол сырья», 3 – «обжиг»,
 - 4 – «помол клинкера», 5 – «отгрузка цемента», 6 – «экология».
- Связь между подсистемами представлена в виде схемы на рис. 4.1.

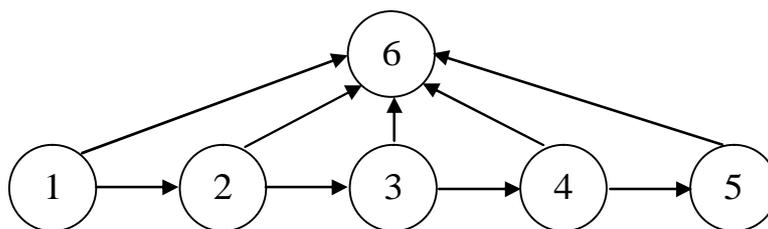


Рис. 4.1. Укрупненная схема цементного производства

Каждый узел на рис. 4.1 состоит из совокупности агрегатов и складов. Рис. 4.2 более детально отражает связи между агрегатами и складами системы цементного производства.

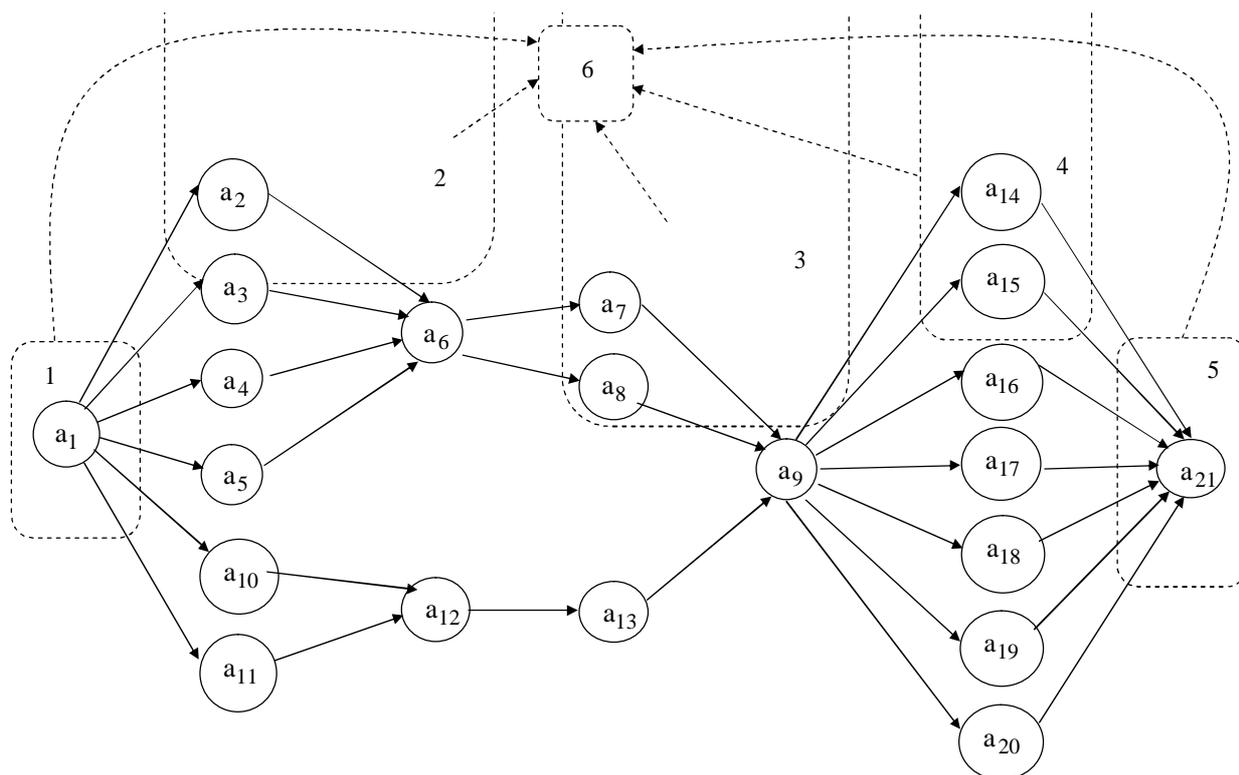


Рис. 4.2. Схема цементного производства

На рис. 4.2 введены следующие обозначения:

- a_1 – склад сырья;
- $a_2 - a_5$ – сырьевые сепараторные мельницы (№1, 2, 3, 4) 3,2 $\bar{1}$ 8,5 м;
- a_6 – силос сырьевой муки;
- $a_7 - a_8$ – вращающиеся печи (№1, 2) 4 $\bar{1}$ 60 м;
- a_9 – склад клинкера;
- $a_{10} - a_{11}$ – сырьевые трубные мельницы (№5, 6) 4,2 $\bar{1}$ 10 м;
- a_{12} – силос сырьевой муки;
- a_{13} – вращающаяся печь (№3) 5 $\bar{1}$ 75 м;
- $a_{14} - a_{17}$ – цементные мельницы (№1, 2, 3, 4) 3 $\bar{1}$ 14 м;
- $a_{18} - a_{20}$ – цементные мельницы (№5, 6, 7) 3,2 $\bar{1}$ 15 м;
- a_{21} – силос цемента.

При анализе работы цементного производства были выбраны следующие существенные характеристики (см. табл. 4.1).

Таблица 4.1

Существенные характеристики цементного производства

Обозначение показателя	Наименование показателя
	Показатели основного производства
$x[1]$	Количество материала в агрегате, т
$x[2]$	Коэффициент загрузки оборудования
$y[1]$	Выпуск продукции агрегатом, т
	Показатели экологии
$x[3]$	Концентрация пыли в трубе, г/м ³
$x[4]$	Концентрация СО в трубе, г/м ³
$x[5]$	Концентрация NO ₂ в трубе, г/м ³
$x[6]$	Расход газовойдушной смеси, м ³ /с
$x[7]$	Температура газа на выходе, °С
$y[2]$	Максимальная концентрация пыли, мг/м ³

В данном пункте приведена технология производства цемента. Цементное производство рассмотрено как сложная организационно-техническая система. Выделены основные подсистемы и существенные характеристики цементного производства.

4.2. Модели цементного производства

В данном пункте рассматриваются модели цементного производства: статические традиционные, полученные по классическим методикам, четкие и нечеткие динамические недетерминированные окрестностные модели [80,82,90]. По разработанным моделям решается задача достижимости.

4.2.1. Традиционные модели цементного производства

В целях выявления существенных технологических параметров цементного производства, наиболее сильно влияющих на выходные показатели (выпуск клинкера, цемента, максимальная концентрация пыли), были определены коэффициенты корреляции между параметрами состояния и указанными выходными показателями.

Анализ показывает, что по значению коэффициента корреляции ($|r| \geq 0,6$) существенными факторами по влиянию на выходы являются: 1) по выпуску продукции: коэффициент загрузки оборудования $r = 0,996$; 2). по максимальной концентрации пыли: выпуск продукции $r = 0,608$; концентрация выбросов в трубе $r = 0,999$.

Для каждой вращающейся печи и цементной мельницы были построены регрессионные модели зависимости выпуска продукции от коэффициента загрузки оборудования. Приведем некоторые из полученных моделей.

Заметим, что в приведенных ниже моделях второй индекс соответствует номеру агрегата на рис. 4.2.

Выпуск продукции за месяц для цементной мельницы № 5:

$$y[1,18]=2285,23+26957,45 \cdot x[2,18], \quad (4.1)$$

где $x[2,18]$ – коэффициент загрузки цементной мельницы № 5.

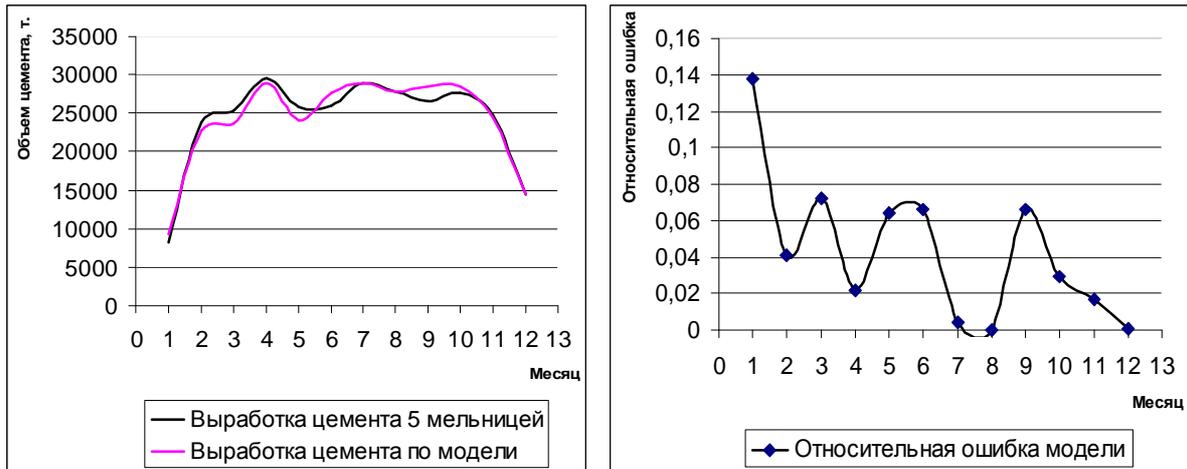


Рис. 4.3. Результаты моделирования и относительная ошибка модели (4.1)

Выпуск продукции за месяц для вращающейся печи № 3:

$$y[1,13]= -1619,77+63731,57 \cdot x[2,13] \quad (4.2)$$

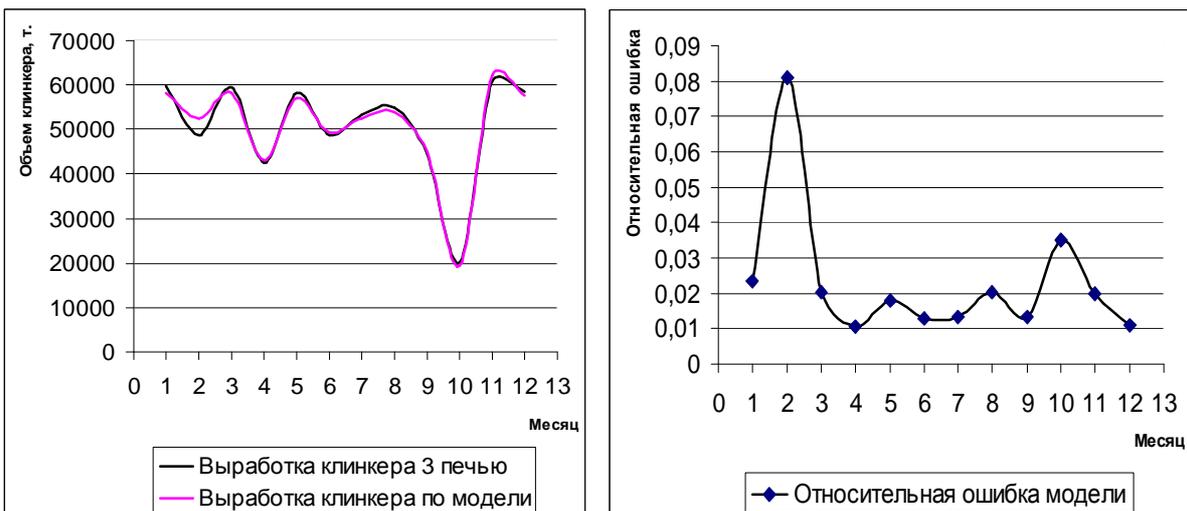


Рис. 4.4. Результаты моделирования и относительная ошибка модели (4.2)

Соединив вместе регрессионные модели для всех вращающихся печей, получаем общую регрессионную модель выработки клинкера за месяц.

Общая регрессионная модель выработки клинкера за месяц:

$$P_{кл} = 2995,23 + 25667,79 \cdot x[2,7] + 24278,66 \cdot x[2,8] + 63731,57 \cdot x[2,13], \quad (4.3)$$

где $P_{кл}$ – выпуск клинкера по модели.

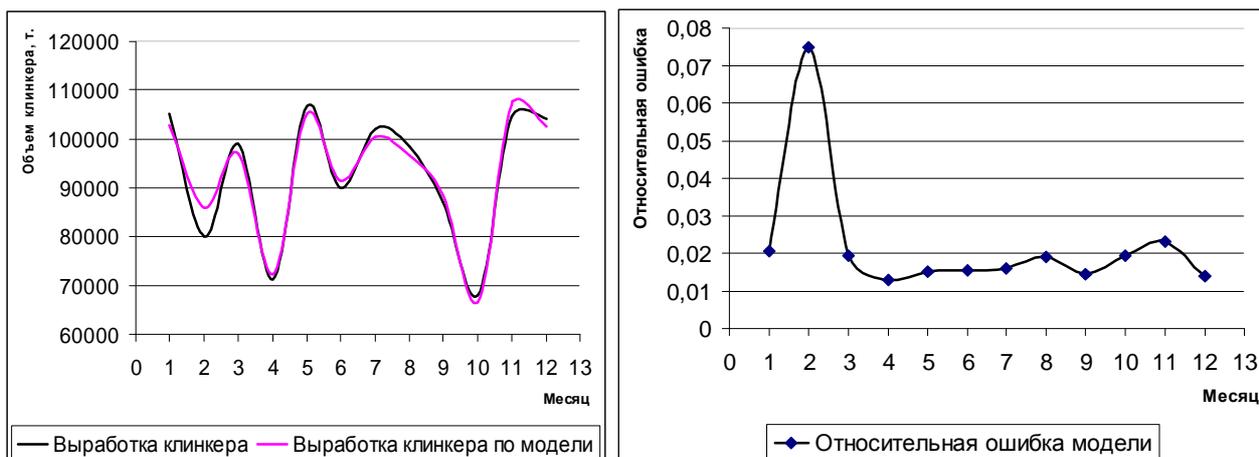


Рис. 4.5. Результаты моделирования и относительная ошибка модели (4.3)

Соединив вместе регрессионные модели для всех цементных мельниц, получаем общую регрессионную модель выпуска цемента за месяц.

Общая регрессионная модель выпуска цемента за месяц:

$$P_{ц} = 2684,24 + 24513,43 \cdot x[2,14] + 24873,54 \cdot x[2,15] + \\ + 24527,55 \cdot x[2,16] + 24169,68 \cdot x[2,17] + 26957,45 \cdot x[2,18] + \\ + 30177,51 \cdot x[2,19] + 27840,72 \cdot x[2,20], \quad (4.4)$$

где $P_{ц}$ – выпуск цемента по модели.

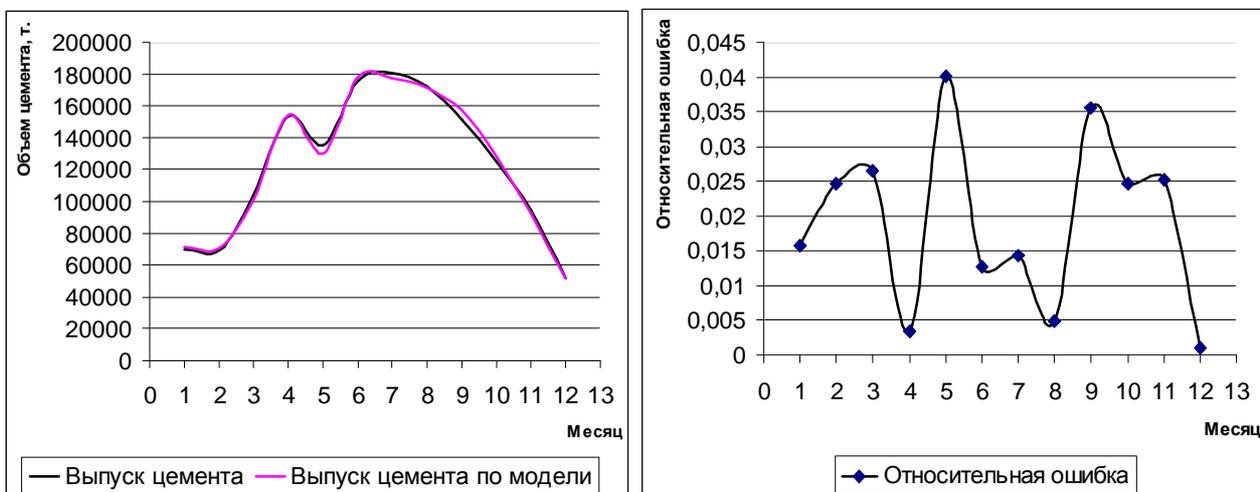


Рис. 4.6. Результаты моделирования и относительная ошибка модели (4.4)

Рис. 4.3-4.6 демонстрируют результаты моделирования и относительные ошибки моделей (4.1)-(4.4).

Проведем статистический анализ разработанных моделей. Адекватность моделей будем оценивать по значению средней относительной ошибки:

$$A_{кл} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{P_{кл}^i - P_{кл}^{i*}}{P_{кл}^*} \right| \cdot 100\% , \quad (4.5)$$

$$A_{ц} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{P_{ц}^i - P_{ц}^{i*}}{P_{ц}^*} \right| \cdot 100\% , \quad (4.6)$$

где n – количество измерений; $P_{кл}^i$ – i -ое значение выпуска клинкера по модели, т; $P_{кл}^{i*}$ – i -тое значение фактического выпуска клинкера, т; $P_{ц}^i$ – i -тое значение выпуска цемента, т; $P_{ц}^{i*}$ – i -тое значение фактического выпуска цемента, т.

Для полученных моделей (4.3) и (4.4) средняя относительная ошибка составляет соответственно $A_{кл} = 2,203\%$ и $A_{ц} = 1,910\%$, что свидетельствует о хорошем подборе моделей к исходным данным.

Коэффициенты детерминации R^2 полученных моделей соответственно равны 0,967 и 0,996, следовательно вариация выпуска клинкера и цемента на 96,7% и 99,6% объясняется изменчивостью включенных в модели переменных.

Расчетные значения F -критерия Фишера для рассматриваемых моделей составляют соответственно 117,433 и 902,748, табличные значения F -критерия Фишера на уровне значимости $\alpha = 0,95$ равны $F_{табл} (4,12-4-1) = 4,12$ и $F_{табл} (8,12-8-1) = 8,84$. Так как $F_{табл} < F$, то полученные уравнения значимы на уровне значимости $\alpha = 0,95$.

Проведенный анализ показывает, что полученные модели (4.3) и (4.4) эффективны для вычисления выпуска клинкера и цемента.

4.2.2. Построение окрестностных моделей цементного производства на основе сетей Петри

Приведенные выше модели являются статическими. Они позволяют оценить выпуск продукции для каждого агрегата в отдельности, но не позволяют учесть взаимодействие агрегатов в процессе производства. Для учёта межагрегатного взаимодействия возникает необходимость в построении динамической модели всего производственного процесса в целом.

Рассмотрим в данном пункте реализацию методики построения четких и нечетких динамических недетерминированных окрестностных моделей четких и нечетких временных сетей Петри на примере сложного организационно-технической системы производства – ЗАО «Липецкцемент».

4.2.2.1. Разработка модели временной сети Петри цементного производства

В качестве первичного инструмента для построения модели цементного производства использованы временные сети Петри, к основным достоинствам которых относится высокая наглядность математической модели, динамическое отражение состояний моделируемой системы и возможность анализа свойств полученной модели. На рис. 4.7 приведена временная сеть Петри, представляющая схему цементного производства ЗАО «Липецкцемент».

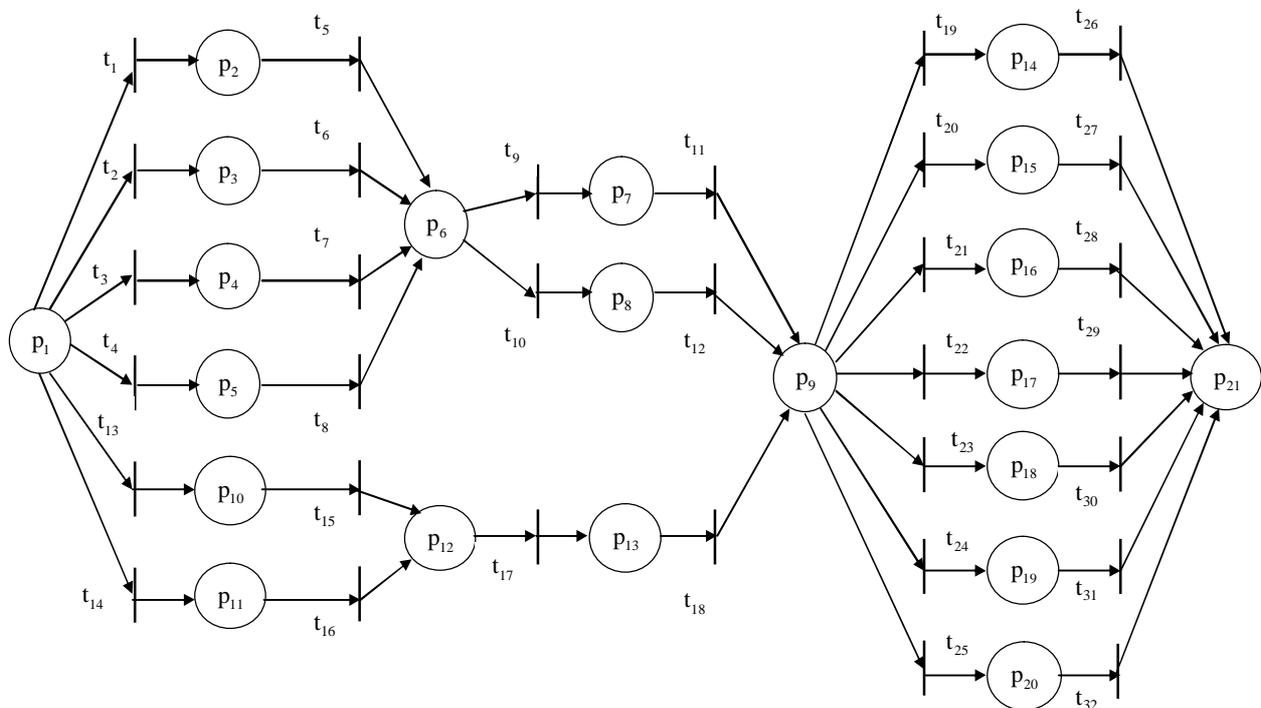


Рис. 4.7. Сеть Петри, представляющая схему цементного производства

Номера позиций сети Петри на рис. 4.7 соответствуют номерам узлов схемы цементного производства на рис. 4.2. Текущая маркировка временной сети Петри m_q показывает количество материала (сырья, клинкера, цемента), находящегося в каждом агрегате или складе в текущий момент времени. Связи от позиций к переходам и от переходов к позициям кратны количеству материала, переходящего от одного агрегата к другому, что отражено в матрицах инцидентий сети Петри R^+ и R^- . При этом кратность связей от переходов к позициям равна производительности агрегатов ц/ч. Фрагменты матриц R^+ и R^- представлены ниже в табл. 4.2 и 4.3.

Переход от текущей маркировки m_q к новой маркировке m_{q+1} осуществляется по формулам:

$$m_{q+1} = m_q + R^- \cdot \mu(k), \quad (4.7)$$

$$m_{q+1} = m_q + R^+ \cdot \mu(k), \quad (4.8)$$

где $\mu(k)$ – вектор-столбец длины m с единицей на k -том месте.

Таблица 4.2

Фрагмент матрицы R^+

R^+	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
p_1	0	367	0	0	0	0
p_2	0	0	372	0	0	0
p_3	0	0	0	372	0	0
p_4	0	0	0	0	362	0
p_5	0	0	0	0	0	328
p_6	0	0	0	0	0	332
p_7	0	0	0	0	0	332
p_8	0	0	0	0	0	323

Таблица 4.3

Фрагмент матрицы R^-

R^-	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
p_1	367	0	0	0	0	0
p_2	372	0	0	0	0	0
p_3	372	0	0	0	0	0
p_4	362	0	0	0	0	0
p_5	0	367	0	0	0	0
p_6	0	0	372	0	0	0
p_7	0	0	0	372	0	0
p_8	0	0	0	0	362	0

Формула (4.7) применяется в начале срабатывания перехода, формула (4.8) – после срабатывания перехода.

На склады силоса сырьевой муки (позиции p_6 и p_{12}) и склад клинкера (позиция p_9) введены ограничения на непереполнение.

4.2.2.2. Разработка четкой окрестностной модели цементного производства на основе сети Петри

После разработки модели временной сети Петри для цементного производства сети Петри осуществляется переход к соответствующей четкой динамической недетерминированной окрестностной модели, с помощью которой можно решать более общие задачи, например, за-

дачу достижимости с частично заданными параметрами. Окрестностная модель сети Петри на рис. 4.7 соответствует схеме цементного производства на рис. 4.2. Некоторые слои рассматриваемой окрестностной модели показаны на рис. 4.8.

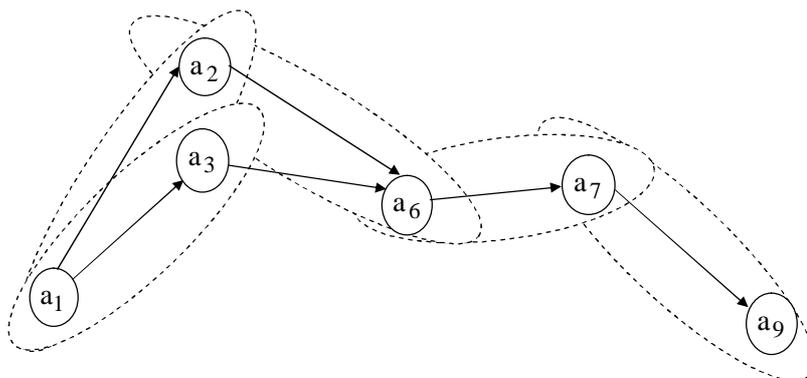


Рис. 4.8. Некоторые слои динамической недетерминированной окрестностной модели цементного производства

Используя методику построения динамической недетерминированной окрестностной модели временной сети Петри и проведя параметрическую идентификацию модели для цементного производства, получим следующие уравнения состояний до и после блокировки слоя с приведенными выше матрицами R^+ и R^- :

$$X'[\tau] = X[\tau] - [R_1^- \quad R_2^- \quad \dots \quad R_m^-] \cdot D; \quad X''[\tau] = X[\tau] + [R_1^+ \quad R_2^+ \quad \dots \quad R_m^+] \cdot D.$$

Для разработанной модели решим задачу достижимости фактических значений выпуска клинкера и цемента с использованием критерия:

$$K(P_{кл}, P_{ц}) = \sqrt{\left(\frac{P_{кл} - P_{кл}^*}{P_{кл}^*}\right)^2 + \left(\frac{P_{ц} - P_{ц}^*}{P_{ц}^*}\right)^2} \rightarrow \min, \quad (4.9)$$

где $P_{кл}$ – выпуск клинкера по модели, т; $P_{кл}^*$ – фактический выпуск клинкера, т; $P_{ц}$ – выпуск цемента по модели, т; $P_{ц}^*$ – фактический выпуск цемента, т.

Для рассматриваемой окрестностной модели средние относительные ошибки по клинкеру (4.5) и цементу (4.6) составляют соответственно $A_{кл} = 0,090\%$ и $A_{ц} = 0,172\%$, что свидетельствует о хорошем подборе модели к исходным данным.

Коэффициенты детерминации R^2 полученной модели по клинкеру и цементу соответственно равны 0,999 и 0,999, следовательно вариация выпуска клинкера и цемента на 99,9% объясняется изменчивостью включенных в модель переменных.

Расчетные значения F -критерия Фишера для рассматриваемой модели составляют соответственно 75132,211 и 97489,061, табличные значения на уровне значимости $\alpha=0,95$ равны $F_{табл}(4,12-4-1) = 4,12$ и $F_{табл}(8,12-8-1) = 8,84$. Так как $F_{табл} < F$, то полученные уравнения значимы на уровне значимости $\alpha = 0,95$.

Проведенный анализ показывает, что полученная четкая окрестностная модель эффективна для вычисления выпуска клинкера и цемента.

4.2.2.3. Нечеткая окрестностная модель цементного производства с нечеткими значениями

Производительность рассматриваемых агрегатов в реальном производстве колеблется от 1 до 10%, т.е. является нечеткой величиной с неизвестным законом распределения. Четкая модель окрестностной системы эти данные не учитывает. Перейдем к рассмотрению нечеткой окрестностной модели, в которой производительность каждого агрегата, а следовательно и время производства – треугольное нечеткое число [44]:

$$\begin{aligned} X'[\tau(\omega)] &= X[\tau(\omega)] - [R_1^- \quad R_2^- \quad \dots \quad R_m^-] \cdot D; \\ X''[\tau(\omega)] &= X[\tau(\omega)] + [R_1^+ \quad R_2^+ \quad \dots \quad R_m^+] \cdot D. \end{aligned}$$

Объем производства клинкера и цемента по результатам рассматриваемой нечеткой модели – нечеткие треугольные числа, функции принадлежности которых приведены на рис. 4.9 и 4.10.

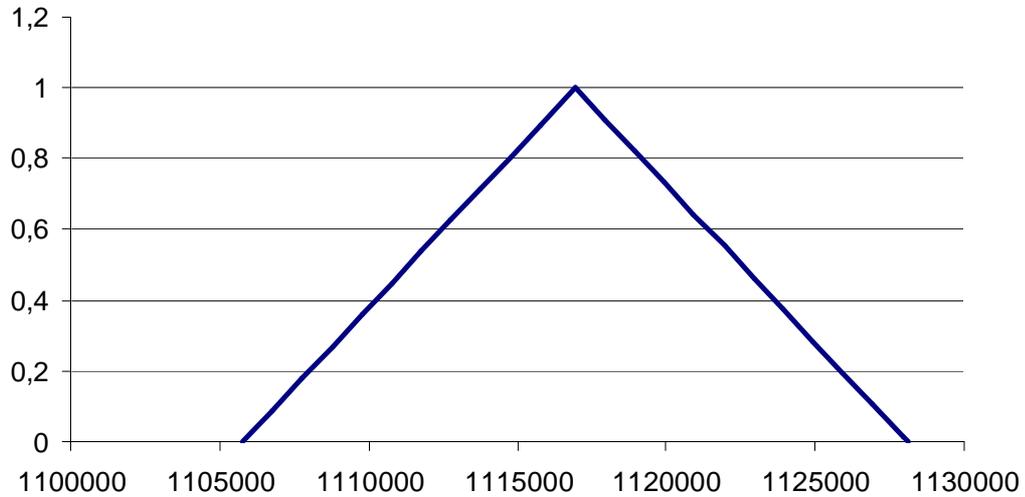


Рис. 4.9. Функция принадлежности объема производства клинкера, полученная по окрестностной модели с нечеткими значениями

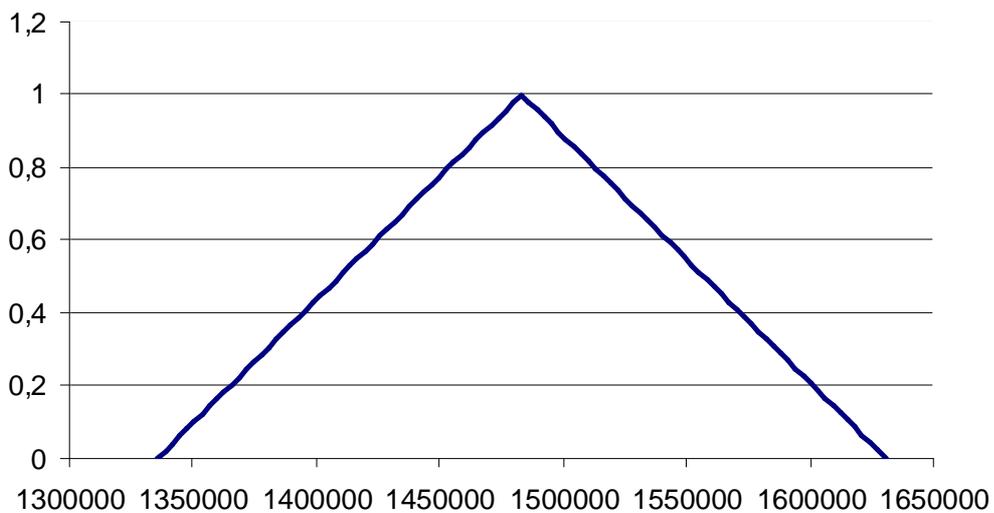


Рис. 4.10. Функция принадлежности объема производства цемента, полученная по окрестностной модели с нечеткими значениями

Для разработанной модели решим задачу достижимости фактических значений выпуска клинкера и цемента с использованием критерия (4.9).

Так как результаты расчетов по модели являются нечеткими числами, то для сравнения с другими моделями была проведена процедура дефаззификации [44] результатов по следующей формуле:

$$K_{def} = \frac{\sum_{i=1}^n K(x_i) \cdot \mu_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i},$$

где x_i ($i=1, \dots, n$) – точки разбиения отрезка значений нечеткой величины; μ_i – значения функции принадлежности в этих точках.

Для рассматриваемой окрестностной модели средние относительные ошибки по клинкеру (4.5) и цементу (4.6) составляют соответственно $A_{кл} = 0,090\%$ и $A_{ц} = 0,172\%$, что свидетельствует о хорошем подборе модели к исходным данным.

Коэффициенты детерминации R^2 полученной модели по клинкеру и цементу соответственно равны 0,999 и 0,999, следовательно вариация выпуска клинкера и цемента на 99,9% объясняется изменчивостью включенных в модель переменных.

Расчетные значения F -критерия Фишера для рассматриваемой модели составляют соответственно 153903,300 и 196393,400, табличные значения F -критерия Фишера на уровне значимости $\alpha = 0,95$ равны $F_{табл}(4,12-4-1)=4,12$ и $F_{табл}(8,12-8-1)=8,84$. Так как $F_{табл} < F$, то полученные уравнения значимы на уровне значимости $\alpha = 0,95$.

Проведенный анализ показывает, что полученная окрестностная модель эффективна для вычисления выпуска клинкера и цемента.

4.2.2.4. Нечеткая окрестностная модель цементного производства с нечеткими связями

При транспортировке материала от одного агрегата к другому происходят его незначительные потери до 0,1%, причем количество потерь – нечеткая величина с неизвестным законом распределения. Четкая модель окрестностной системы эти данные не учитывает. Перейдем к рассмотрению нечеткой окрестностной модели с нечеткими связями, отражающимися в матрицах инциденций $R\mu^-$ и $R\mu^+$:

$$X'[\tau] = X[\tau] - [R\mu_1^- \quad R\mu_2^- \quad \dots \quad R\mu_m^-] \cdot D;$$

$$X''[\tau] = X[\tau] + [R\mu_1^+ \quad R\mu_2^+ \quad \dots \quad R\mu_m^+] \cdot D.$$

Для разработанной модели решим задачу достижимости фактических значений выпуска клинкера и цемента с использованием критерия (4.9).

Средние относительные ошибки по клинкеру (4.5) и цементу (4.6) для модели составляют соответственно $A_{кл} = 0,031\%$ и $A_{ц} = 0,104\%$, что свидетельствует о хорошем подборе модели к исходным данным.

Коэффициенты детерминации R^2 полученной модели по клинкеру и цементу соответственно равны 0,999 и 0,999, следовательно вариация выпуска клинкера и цемента на 99,9% объясняется изменчивостью включенных в модель переменных.

Расчетные значения F -критерия Фишера для рассматриваемой модели составляют соответственно 548938,45 и 146439,635, табличные значения на уровне значимости $\alpha = 0,95$ равны $F_{табл}(4,12-4-1) = 4,12$ и $F_{табл}(8,12-8-1) = 8,84$. Так как $F_{табл} < F$, то полученные уравнения значимы на уровне значимости $\alpha = 0,95$.

Проведенный анализ показывает, что полученная окрестностная модель эффективна для вычисления выпуска клинкера и цемента.

4.2.2.5. Нечеткая окрестностная модель цементного производства с нечеткими связями и значениями

Нечеткая окрестностная модель с нечеткими связями и значениями учитывает и разброс производительности оборудования, и потерю материалов при транспортировке:

$$X'[\tau(\omega)] = X[\tau(\omega)] - [R\mu_1^- \quad R\mu_2^- \quad \dots \quad R\mu_m^-] \cdot D;$$

$$X''[\tau(\omega)] = X[\tau(\omega)] + [R\mu_1^+ \quad R\mu_2^+ \quad \dots \quad R\mu_m^+] \cdot D.$$

Для разработанной нечеткой окрестностной модели с нечеткими значениями и связями решим задачу достижимости фактических значений выпуска клинкера и цемента с использованием критерия (4.9). Здесь, так же как и в пункте 4.2.2.3, объем производства клинкера и цемента – нечеткие треугольные числа.

Средние относительные ошибки по клинкеру (4.5) и цементу (4.6) для модели составляют соответственно $A_{кл} = 0,031\%$ и $A_{ц} = 0,104\%$, что свидетельствует о хорошем подборе модели к исходным данным.

Коэффициенты детерминации R^2 полученной модели по клинкеру и цементу соответственно равны 0,999 и 0,999, следовательно вариация выпуска клинкера и цемента на 99,9% объясняется изменчивостью включенных в модель переменных.

Расчетные значения F -критерия Фишера для рассматриваемой модели составляют соответственно 1084903,000 и 293485,300, табличные значения на уровне значимости $\alpha = 0,95$ равны $F_{табл}(4,12-4-1) = 4,12$ и $F_{табл}(8,12-8-1) = 8,84$. Так как $F_{табл} < F$, то полученные уравнения значимы на уровне значимости $\alpha = 0,95$.

Проведенный анализ показывает, что полученная окрестностная модель эффективна для вычисления выпуска клинкера и цемента.

4.3. Сравнение классических, четких и нечетких окрестностных моделей цементного производства

Далее приводятся результаты решения задачи достижимости, полученные с помощью следующих классов моделей: классической, четкой окрестностной, нечеткой окрестностной с нечеткими значениями, нечеткой окрестностной с нечеткими связями, нечеткой окрестностной с нечеткими связями и значениями.

По разработанным алгоритмам (см. гл. 2, 3) были получены решения задачи достижимости фактических значений выпуска клинкера и цемента для традиционных, четких и нечетких окрестностных динамических недетерминированных моделей с использованием критерия (4.9), а также найдены относительные ошибки моделей (4.5) и (4.6). Сравнение результатов моделирования приведены в табл. 4.4.

Сравнение традиционной и окрестностных моделей
выпуска клинкера и цемента

Показатели	Традиционная	Окрестностные			
		четкая	нечеткая по значениям	нечеткая по окрестности	нечеткая по значениям и окрестности
$K(P_{кл}, P_{ц})$	0,3224	0,1453	0,1436	0,0155	0,0152
$A_{кл}$	2,023	0,090	0,090	0,031	0,031
$A_{ц}$	1,910	0,172	0,172	0,104	0,104

Из табл. 4.4 видно, что четкая окрестностная модель обеспечивает лучший результат по сравнению с традиционной моделью в смысле рассмотренного критерия качества (4.9) и средних относительных ошибок. Кроме того, введение нечеткости окрестности значительно улучшает адекватность четкой окрестностной модели. Введение нечеткости по значениям не приносит существенных результатов.

4.4. Исследование развития цементного производства при увеличении производительности оборудования

Проведенный анализ разработанных моделей реального производственного процесса показал, что вращающиеся печи являются узким местом рассматриваемого цементного производства. То есть, при увеличении производительности существующих вращающихся печей и сохранении производительности остальных агрегатов возможно значительное повышение объема выпуска продукции.

По полученным данным, при модернизации вращающейся печи 5 $\sqrt{1}$ 75 м (печь №3), возможно увеличение ее производительности до 100% от имеющейся мощности. Построим математические модели цементного производства с постепенным увеличением производительности вращающейся печи 5 $\sqrt{1}$ 75 м и выясним предел увеличения выпуска продукции цементного производства при существующих мощностях остальных агрегатов. По полученным в предыдущем пункте результа-

там для моделирования выбрана нечеткая по связям окрестностная модель цементного производства.

Результаты увеличения производительности вращающейся печи 5¹ 75 м представлены в табл. 4.5.

Таблица 4.5

Результаты увеличения производительности печи 5¹ 75 м

Производительность, %	Клинкер			Цемент		
	объем, т	Δ , т	δ , %	объем, т	Δ , т	δ , %
100	1 116 572	–	–	1 483 175	–	–
110	1 177 653	61 081	5,47	1 683 933	200 758	13,54
120	1 239 328	122 756	10,99	1 771 183	288 008	19,42
130	1 300 534	183 962	16,48	1 858 455	375 280	25,3
140	1 361 615	245 043	21,95	1 927 623	444 448	29,97
150	1 421 977	305 405	27,35	1 927 623	444 448	29,97
160	1 483 673	367 101	32,88	1 927 623	444 448	29,97

В таблице Δ – абсолютное отклонение объема производства от текущего, т; δ – относительное отклонение объема производства от текущего, %.

Из анализа данных табл. 4.5 видно, что увеличивать мощность вращающейся печи № 3 при сохранении производительности остального оборудования имеет смысл только до 40%. При дальнейшем увеличении производительности печи №3 мощности цементных мельниц не хватает для переработки всего объема производимого клинкера.

4.5. Экологические аспекты работы цементного производства

Важной проблемой современного цементного производства является защита окружающей среды от выбросов пыли и вредных газов в атмосферу. Высокая концентрация пыли и газов в выбросах наносит

огромный вред природной среде, приводит к безвозвратной потере большого количества сырья и готового продукта.

Основным источником выбросов являются клинкерообжигательные печи. В большинстве случаев количество пыли, выбрасываемое в атмосферу с газами от печей, доходит до 80% от всего количества пыли, выделяемой в процессе производства цемента.

Проведем расчеты максимальной концентрации выбросов пыли из трубы вращающейся печи №3 в соответствии с методикой, описанной в [51].

Для расчетов взяты следующие начальные данные: $A = 180$; $\Gamma = 1$; $T_0 = 20,2$ °С (среднесуточная температура самого жаркого месяца); $D = 4,8$ м; $H = 100$ м; $F = 2$ (для пыли). Результаты расчетов приведены в табл. 4.6. Рис. 4.11 отражает разброс максимальной концентрации пыли.

Таблица 4.6

Максимальная концентрация выбросов пыли

№ замера	M , г/с	ω_0 , м/с	V_1 , м ³ /с	T , °С	C_m^1
1	26,41	25,55	195,6044	135	0,025718
2	16,84	24,9	191,1028	93,5	0,017787
3	41,1	23,1	176,9614	101	0,045240
4	41,8	27,5	212,6156	130	0,038762
5	33,6	27,35	209,0650	124	0,031650
6	35,61	27,25	214,0414	123	0,033373
7	41,55	26,7	204,4619	114	0,040365
8	42,73	26,1	198,0839	125	0,041662
9	42,7	26,45	201,6675	113	0,041888
10	31,4	25,15	192,6208	110	0,032041
11	19,1	26,85	204,8011	120	0,018346
12	11,92	23,1	176,3772	115	0,012831



Рис. 4.11. Максимальная концентрация пыли

Как было сказано в пункте 4.2.1, по значению коэффициента корреляции ($|r| \geq 0,6$) существенными факторами по влиянию максимальную концентрацию пыли являются: выпуск продукции $r = 0,608$; концентрация выбросов в трубе $r = 0,999$.

По полученным данным функционирования вращающейся печи № 3 ЗАО «Липецкцемент» разработаны традиционные модели зависимости максимальной концентрации выбросов пыли в атмосферу при производстве клинкера от перечисленных выше факторов.

Максимальная концентрация пыли в атмосфере в результате функционирования вращающейся печи №3:

$$y[2,13] = 0,013078514 + 0,000002471 y[1,13] x[3,13], \quad (4.10)$$

где $y[1,13]$ – объем выработки клинкера вращающейся печью № 3, т; $x[3,13]$ – концентрация выбросов пыли в трубе печи №3, г/м³, $y[2,13]$ – максимальная концентрация в атмосфере пыли, мг/м³.

Результаты расчетов по модели (4.10) приведены на рис. 4.12.



Рис. 4.12. Результаты расчетов по модели (4.10)

Для рассматриваемой модели средняя относительная ошибка составляет соответственно 11,87%, что свидетельствует о достаточно хорошем подборе модели к исходным данным.

Коэффициент детерминации полученной модели $R^2 = 0,839$, следовательно вариация концентрации пыли на 83,9% объясняется изменчивостью включенных в модель переменных.

Расчетное значение F -критерия Фишера для рассматриваемой модели составляет 20,830, табличное значение на уровне значимости $\alpha = 0,95$ равно $F_{табл}(3,12 - 3 - 1) = 4,07$. Так как $F_{табл} < F$, то полученное уравнение значимо на уровне значимости $\alpha = 0,95$.

Проведенный анализ показывает, что модель (4.10) эффективна для вычисления максимальной концентрации пыли.

4.6. Разработанное программно-техническое обеспечение

Для решения задач идентификации и управления динамическими четкими и нечеткими окрестностными моделями разработаны следующие программно-технические комплексы:

- 1). «Предварительное исследование модели сети Петри перед преобразованием в окрестностную»;
- 2). «Идентификация и управление четкими окрестностными моделями, построенными на основе сетей Петри»;

3). «Идентификация и управление нечеткими окрестностными моделями, построенными на основе нечетких сетей Петри»;

Сферой функционирования разработанных программ является моделирование работы сложного промышленного объекта, представленного в виде совокупности узлов (подсистем) и характеризующегося наличием большого количества связей, а в образовательном процессе – моделирование сложных объектов в рамках курсового и дипломного проектирования.

4.6.1. Предварительное исследование модели сети Петри перед преобразованием в окрестностную

Программа «Предварительное исследование модели сети Петри перед преобразованием в окрестностную» [85] позволяет построить модель сети Петри, провести предварительный анализ модели, проверить свойства достижимости и сохраняемости сети Петри перед преобразованием ее в окрестностную модель.

Основная цель создания программы – имитация функционирования объекта и выявление основных недостатков модели сети Петри перед построением по ней окрестностной модели.

4.6.2. Идентификация и управление четкими окрестностными моделями, построенными на основе сетей Петри

Программа «Идентификация и управление четкими окрестностными моделями, построенными на основе сетей Петри» [84], может использоваться при решении задач исследования, моделирования и управления промышленными объектами или их подсистемами, в частности, цементного производства, и позволяет определить значения производственных показателей (состояний) по цеху и агрегатам.

Характерными свойствами объектов рассматриваемого типа являются: дискретность; конечное число элементов (агрегатов, подсистем и т.д.); распределенность в пространстве; динамичность; параллельность выполнения процессов.

Для таких объектов, обладающих вышеперечисленными свойствами, строится модель временной сети Петри. На основании заданной временной сети Петри моделируется окрестностная динамическая недетерминированная система, состоящая из m слоев. В каждый k -тый слой ($k = 1, \dots, m$) входят все узлы окрестностной системы и часть связей между ними, соответствующая k -му переходу сети временной Петри.

Пользователь программы «Идентификация и управление четкими окрестностными моделями, построенными на основе сетей Петри», выбрав соответствующий пункт меню, может идентифицировать окрестностную модель, т.е. найти матрицы окрестностной модели и сохранить их в файл.

Пользователь также может смоделировать управление функционированием полученной окрестностной модели и сохранить результаты в файл. В программе существуют следующие режимы управления функционированием:

- 1). Случайное;
- 2). Оптимальное, т.е. функционирование модели за минимальное время;
- 3). Случайное несколько раз. Модель запускается несколько раз со случайным управлением и находится среднее время функционирования.
- 4). В зависимости от меры несколько раз. Модель запускается несколько раз управлением, ограниченным задаваемой мерой, и находится среднее время функционирования.

Мера накладывает ограничение на количество активных слоев в каждый момент времени. Например, если мера равна 1, то управление будет оптимальным. Если мера равна нулю, то управление случайное.

4.6.3. Идентификация и управление нечеткими окрестностными моделями, построенными на основе нечетких сетей Петри

Программа «Идентификация и управление нечеткими окрестностными моделями, построенными на основе нечетких сетей Петри» [83] является расширением программы «Идентификация и управление чет-

кими окрестностными моделями, построенными на основе сетей Петри» для нечеткого времени функционирования процесса.

В ней строится модель нечеткой временной сети Петри, а затем на основании полученной временной сети Петри – нечеткая окрестностная динамическая недетерминированная модель, состоящая из m слоев.

Пользователь программы «Идентификация и управление нечеткими окрестностными моделями, построенными на основе нечетких сетей Петри», может идентифицировать окрестностную модель, смоделировать управление функционированием полученной нечеткой окрестностной модели и сохранить результаты в файл.

Время функционирования модели выводится в двух вариантах: нечеткое и дефаззифицированное (четкое). Кроме того, можно дефаззифицировать нечеткое время срабатывания каждого слоя, выбрав соответствующий пункт меню.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В монографии проведен литературный обзор различных видов моделей, применяемых для представления организационно-технических систем, а также известных методов идентификации. На основе рассмотренного материала обоснована необходимость разработки новых классов окрестностных моделей сетей Петри для организационно-технических систем, позволяющих моделировать недетерминированные динамические параллельные производственные процессы, обладающие некоторой неопределенностью параметров.

Авторами разработаны новые четкие и нечеткие динамические недетерминированные окрестностные модели сетей Петри для организационно-технических систем: четкая модель сети Петри, четкая модель временной сети Петри, нечеткая модель нечеткой сети Петри C_f , нечеткая модель нечеткой сети Петри с нечеткой структурой C_{sf} , нечеткая модель временной сети Петри с нечеткой структурой C_{tsf} , нечеткая модель нечеткой временной сети Петри C_{tf} и нечеткая модель нечеткой временной сети Петри с нечеткой структурой C_{tfsf} , а также алгоритмы их параметрической идентификации и решения задач достижимости с частично заданными параметрами.

Разработанный комплекс программ для имитационного моделирования процесса функционирования организационно-технических систем производства реализует данные алгоритмы и позволяет прогнозировать характеристики организационно-технической системы при изменении ее структуры и правил функционирования.

С целью расчета объема выпуска продукции произведены вычислительные эксперименты по моделированию процесса функционирования цементного производства, в том числе произведен прогноз выпуска продукции при изменении текущей мощности оборудования. Проведенное сравнение модельных данных с реальными позволило рассчитать относительное отклонение для каждой модели. Относительное от-

клонение данных, полученных по традиционной модели, от фактических по выпуску клинкера и цемента соответственно составляет 2,023% и 1,910%; по четкой окрестностной и нечеткой по значениям моделям – 0,090% и 0,172%; по нечеткой по окрестности и нечеткой по значениям и окрестности – 0,031% и 0,104%.

Проведенный сравнительный анализ модельных данных с реальными доказывает адекватность полученных моделей.

Минимальные значения функционала качества (4.9) равны: для традиционной модели – 0,3224, для четкой окрестностной модели – 0,1453, для нечеткой по значениям окрестностной модели – 0,1436, для нечеткой по окрестности – 0,0155, для нечеткой по значениям и окрестности – 0,0152.

Таким образом, четкая окрестностная модель обеспечивает лучший результат по сравнению с традиционной моделью в смысле рассмотренного критерия качества (4.9) и средних относительных ошибок. Кроме того, введение нечеткости окрестности значительно улучшает адекватность четкой окрестностной модели. Введение нечеткости по значениям не приносит существенных результатов.

Проведено исследование развития цементного производства при увеличении производительности вращающейся печи № 3 по нечеткой по окрестности модели. По результатам исследования можно сделать вывод, что увеличивать мощность вращающейся печи № 3 при сохранении производительности остального оборудования имеет смысл только до 40%. Исследованием установлено, что при дальнейшем увеличении производительности печи № 3 мощности цементных мельниц не хватает для переработки всего объема производимого клинкера.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Алексеев Б.В. Технология производства цемента. – М.: Высшая школа, 1980. – 266 с.
2. Алексеев Г.И., Мельников С.П. Программная реализация Петри-машины / В кн.: Многопроцессорные вычислительные системы и их математическое обеспечение. – Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1982. – С. 94-103.
3. Башкин В.А., Ломазова И.А. Бисимуляция ресурсов в сетях Петри // Известия РАН: Теория и системы управления, 2003. – №4. – С. 115-123.
4. Блюмин С.Л., Шмырин А.М., Шмырин Д.А. Алгоритм управления симметричными системами // Современные проблемы информатизации: Тез. докл. II Республиканской электронной научн. конф. – Воронеж: ВПУ, 1997. – С. 56-57.
5. Блюмин С.Л., Шмырин А.М., Шмырин Д.А. Алгоритмы смешанного управления симметричными системами // Современные сложные системы управления: Междунар. науч.-техн. конф. – Липецк: ЛГТУ, 2002. – С. 23-26.
6. Блюмин С.Л., Шмырин А.М., Шмырина О.А. Билинейные окрестностные системы. – Липецк: ЛЭГИ, 2006. – 131 с.
7. Блюмин С.Л., Шмырин А.М., Шмырин Д.А. Задача управления смешанными системами // Современные методы в теории краевых задач (Понтрягинские чтения – VIII): Тез. докл. III Воронежской весенней матем. школы. – Воронеж: ВГУ, 1997. – С. 24.
8. Блюмин С.Л., Шмырин А.М., Шмырина О.А. Идентификация и управление окрестностными системами // Идентификация систем и задачи управления: Тр. 4 междунар. конф. SICPRO-05. – М.: ИПУ, 2005. – С. 343-351.
9. Блюмин С.Л., Томилин А.А. Методика моделирования организационной структуры при помощи симметричных окрестностных моделей // Управление большими системами. – Вып. 17. – М.: ИПУ РАН, 2007. – С. 29-39.
10. Блюмин С.Л., Шмырин А.М., Седых И.А. Моделирование нечётких сетей Петри окрестностными системами // Нечеткие системы и мягкие вычисления (НСМВ-2008): Сб. науч. тр. второй Всерос. науч. конф. с междунар. участием. – Ульяновск: УлГТУ, 2008. – С. 96-104.

11. Блюмин С.Л., Шмырин А.М., Седых И.А. Моделирование нечётких сетей Петри с нечёткой структурой окрестностными системами // Технические и программные средства систем управления, контроля и измерения (УКИ 08): Сб. тр. Российской конф. с междунар. участием. – № 02-02. – М.: ИПУ, 2008. – С. 207-214.
12. Блюмин С.Л., Шмырин А.М. Моделирование полилинейных окрестностных систем // Системы управления и информационные технологии. – 2005. – № 1. – С. 4-7.
13. Блюмин С.Л., Шмырин А.М., Седых И.А. Нечеткие сети Петри как окрестностные системы // Системы управления и информационные технологии. – 2008. – №3.2(33). – С. 233-238.
14. Блюмин С.Л., Шмырин А.М. Окрестностные системы. – Липецк: ЛЭГИ, 2005. – 132 с.
15. Блюмин С.Л., Шмырин А.М. Оптимальное управление смешанными окрестностными системами // Современные методы теории функций и смежные проблемы: Тез. докл. Воронежской зимней матем. школы. – Воронеж: ВГУ, 1999. – С. 42.
16. Блюмин С.Л., Шмырин А.М., Седых И.А. Основные свойства сетей Петри как окрестностных систем // Современные методы теории краевых задач (Понтрягинские чтения – XIX): Матер. Воронежской весенней матем. школы. – Воронеж, 2008. – С. 48-49.
17. Блюмин С.Л., Шмырин А.М., Шмырина О.А. Представления нелинейных нечетко-окрестностных систем // Проблемы управления. – 2005. – №2. – С. 37-40.
18. Блюмин С.Л., Миловидов С.П. Псевдообращение: учеб. пособие / – Липецк: ЛГТУ, 1990. – 63 с.
19. Блюмин С.Л., Шмырин А.М., Седых И.А. Сети Петри как окрестностные системы со специальными ограничениями // Идентификация систем и задачи управления: Тр. 8 междунар. конф. SICPRO-09. – М.: ИПУ, 2009. – № 5206. – С. 1550-558.
20. Блюмин С.Л., Шмырин А.М., Седых И.А. Сети Петри с переменной недетерминированностью как окрестностные системы // Системы управления и информационные технологии. – 2008. – №3. 2 (33). – С. 228-233.

21. Блюмин С.Л., Шмырина О.А. Симметричные, смешанные и билинейные окрестностные модели // Экономика и управление, математика: Сб. науч. тр. – Липецк: ЛЭГИ, 2002. – С. 44-48.
22. Блюмин С.Л., Шмырин А.М., Шмырин Д.А. Смешанное управление смешанными системами: Учебное пособие. – Липецк: ЛГТУ, 1998. – 80 с.
23. Блюмин С.Л., Шмырин А.М., Седых И.А. Управление развитием крупномасштабных систем на основе окрестностных моделей сетей Петри // Управление развитием крупномасштабных систем MLSD`2008: матер. 2-й междунар. конф. Т. 1. – М.: ИПУ, РАН, 2008. – С. 206-209.
24. Бодянский, Е.В. Нейро-фаззи сети Петри в задачах моделирования сложных систем. / Е.В. Бодянский, Е.И. Кучеренко, А.И. Михалев. – Днепропетровск: Системные технологии, 2005. – 311 с.
25. Будинас Б.Л. Разрешимость проблемы достижимости для сетей Петри (обзор проблемы) // Автоматика и телемеханика. – 1988. – № 11. – С. 3-39.
26. Васильев, В.В. Сети Петри: параллельные алгоритмы и модели мультипроцессорных систем. / Васильев В.В., Кузьмук В.В. – Киев: Наукова думка, 1990. – 213 с.
27. Гамаюн И.П. Разработка имитационных моделей на основе сетей Петри: Учеб. пособие. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2002. – 143 с.
28. Голованова Л.В. Общая технология цемента. – М.: Стройиздат, 1984. – 118 с.
29. Гроп Д. Методы идентификации систем. – М.: Мир, 1979. – 302 с.
30. Дейч, А.М. Методы идентификации динамических объектов / А.М. Дейч. – М.: Энергия, 1979. – 240 с.
31. Ефимов М.И., Желтов В.П. Алгоритмы анализа для нечетких временных сетей Петри // Успехи современного естествознания. – 2004. – №6. – С. 113-114.
32. Ефимов М.И., Желтов В.П. Нечеткие временные сети Петри // Современные наукоемкие технологии. – 2004. – № 5. – С. 90-91.
33. Захаров Н.Г., Рогов В.Н. Синтез цифровых автоматов: Уч. пособие. – Ульяновск: УлГТУ, 2003. – 135 с.
34. Иванов Н.Н. Алгебраический метод решения проблемы отсутствия тупиковых разметок в сетях Петри // Автоматика и телемеханика. – 1991. – №7. – С. 149-155.

35. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. – М.: Мир, 1971. – 400 с.
36. Карабутов Н.Н. Идентификация систем: структурный и информационный анализ. Ч. 1. – М.: Альтаир, 2005. – 80 с.
37. Карабутов Н.Н., Шмырин А.М. Информационные аспекты идентификации окрестностных и нечетко-окрестностных систем // Идентификация систем и задачи управления: Тр. 5-й междунар. конф. SICPRO-06. – М.: ИПУ, 2006. – С. 244-254.
38. Карабутов Н.Н., Шмырин А.М., Шмырина О.А. Окрестностные и нечетко-окрестностные модели пространственно-распределенных систем // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2005. – № 12. – С. 19-22.
39. Карабутов Н.Н., Шмырин А.М. Параметрическая идентификация сложных систем: Учеб. пособие. – Липецк: ЛипПИ, 1992. – 44 с.
40. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей. – М.: ФАЗИС, 1998. – 144 с.
41. Конструирование приборов: в 2-х кн. / Под ред. В. Краузе. – М.: Машиностроение. 1987. – 376 с.
42. Котов В.Е. Сети Петри. – М.: Наука, 1984. – 160 с.
43. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. – М.: Мир, 1978. – 432 с.
44. Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 736 с.
45. Лескин А.А., Мальцев П.А., Спиридонов А.М. Сети Петри в моделировании и управлении. – Л.: Наука, 1989. – 133 с.
46. Ломазова И.А. Вложение сети Петри: моделирование и анализ распределительных систем с объектной структурой. – М.: Научный мир, 2004. – 208 с.
47. Ломазова И.А., Башкин В.А. Эквивалентность ресурсов в сетях Петри. – М.: Научный мир, 2008. – 208 с.
48. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. – М.: Наука, 1991. – 432 с.
49. Малышкин В.Э. Основы параллельных вычислений. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1998. – 60 с.
50. Месарович М., Такахара Я. Общая теория систем: математические основы. – М.: Мир, 1978. – 312 с.

51. Методика расчета концентраций в атмосферном воздухе вредных веществ, содержащихся в выбросах предприятий: ОНД-86: утв. 04.08.86. – Л.: Гидрометеиздат, 1987. – 76.
52. Норенков И.П., Кузьмин П.К. Информационная поддержка наукоемких изделий. CALS-технологии. – М.: МГТУ им Н.Э Баумана, 2002. – 320 с.
53. Оре О. Теория графов. – М.: Наука, 1980. – 336 с.
54. Перельман И.И. Оперативная идентификация объектов управления. – М.: Энергоиздат, 1982. – 272 с.
55. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем. – М.: Мир, 1984. – 264 с.
56. Розенблюм Л.Я. Сети Петри // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. – 1983. – №5. – С. 12-40.
57. Ротштейн А.П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткая логика, генетические алгоритмы, нейронные сети. – Винница: УНИВЕРСУМ-Винница, 1999. – 320 с.
58. Седых И.А., Шмырин А.М. Моделирование сетей Петри линейными окрестностными системами // Экономика и управление: проблемы, тенденции, перспективы: сб. науч. тр. – Вып. 6. – Липецк, МИПиЭ, 2008. – С. 133-136.
59. Седых И.А. Представление сетей Петри окрестностными системами // Наша общая окружающая среда: Сб. тез. докладов IX науч.-практ. конф. молодых ученых, аспирантов и студентов. – Липецк: ЛЭГИ, 2008. – С. 34-35.
60. Седых И.А. Смешанное управление динамическими недетерминированными окрестностными моделями сетей Петри // Системы управления и информационные технологии. – 2009. – №1. 3(35). – С. 401-404.
61. СейджЭ.П., Мелса Дж. Л. Идентификация систем управления. – М.: Наука, 1974. – 284 с.
62. Слепцов А.И., Юрасов А.А. Автоматизация проектирования управляющих систем гибких автоматизированных производств. – Киев: Техника, 1986. – 160 с.
63. Теория цемента / Под ред. А.А. Пащенко. – К.: Будівельник, 1991. – 168 с.
64. Технология системного моделирования / под ред. С.В. Емельянова, В.В. Калашникова. – М.: Машиностроение, 1988. – 432 с.
65. Томилин А.А. Особенности аппарата формирования организационных структур на основе окрестностно-временных моделей // III Всерос. молодежная

конф. по проблемам управления (ВМКПУ'2008): тр. под ред. Д.А. Новикова, З.К. Авдеевой. – М.: ИПУ РАН. – 2008. – С. 209-210.

66. Томилин А.А. Использование окрестностно-временного моделирования в задачах формирования организационных структур // Управление большими системами. – Вып. 18. – М.: ИПУ РАН, 2007. – С. 91-106.

67. Томилин А.А. Использование окрестностно-временных моделей для оптимизации организационных структур // Системы управления и информационные технологии. – 2007. – №4. – С. 14-18.

68. Управление гибкими производственными системами: модели и алгоритмы / Под ред. С.В. Емельянова. – М.: Машиностроение, 1987. – 368 с.

69. Цыпкин Я.З. Основы информационной теории идентификации. – М.: Наука, 1984. – 320 с.

70. Черноруцкий И.Г. Методы оптимизации в теории управления. – СПб.: Питер, 2004. – 256 с

71. Шмырин А.М., Седых И.А. Алгоритмы идентификации и управления функционированием окрестностными системами, полученными на основе сетей Петри // Управление большими системами: сб. тр. 5-й Всерос. школы-семинара молодых учёных. Т.1. – Липецк: ЛГТУ, 2008. – С. 72-77.

72. Шмырин А.М., Седых И.А. Алгоритмы идентификации и управления функционированием окрестностных систем, полученных на основе сетей Петри // Управление большими системами. – Вып. 24. – М.: ИПУ РАН, 2009. – С. 18-33.

73. Шмырин А.М., Седых И.А. Идентификация линейных окрестностных систем, представляющих сети Петри // Перспективы развития информационных технологий: сб. материалов 1 Всероссийской науч.-пр. конф. – Новосибирск: ЦРНС, СИБПРИНТ, 2008. – С. 91-97.

74. Шмырин А.М., Шмырина О.А. Линеаризация, идентификация и управление окрестностными системами // Системы управления и информационные технологии. – 2005. – № 3. – С. 40-44.

75. Шмырин А.М., Седых И.А. Нечёткая структура недетерминированных динамических окрестностных моделей // Современные методы теории краевых задач (Понтрягинские чтения–XX): матер. Воронежской весенней матем. школы. – Воронеж: ВГУ, 2009. – С. 193-194.

76. Шмырин, А.М. Нечёткие по состояниям и структуре сети Петри как разновидность окрестностных систем / А.М. Шмырин, И.А. Седых // Информа-

ционные технологии моделирования и управления. Вып. 5. – Воронеж: Научная книга, 2008. – С. 553-558.

77. Шмырин А.М. Нечетко-окрестностные нелинейные системы в координатной форме // Современные проблемы математики, механики, информатики: тез. докл. междунар. конф. – Тула: ТулГУ, 2003. – С. 346-347.

78. Шмырин А.М. Нечетко-окрестностные системы // Проблемы непрерывного образования: проектирование, управление, функционирование: матер. междунар. научн.-методич. конф. – Липецк: ЛГПУ, 2003. – С. 69-72.

79. Шмырин А.М. Новое направление в теории систем: окрестностные полилинейные нечёткие системы // Системы управления и информационные технологии. – 2007. – №1. – С. 30-34.

80. Шмырин А.М., Седых И.А. Окрестностные модели в производстве цемента // Современные проблемы информатизации в проектировании и информационных системах: сб. тр. – Вып. 14. – Воронеж: Научная книга, 2009. – С. 442-443.

81. Шмырин А.М., Пименов В.А., Шмырин Д.А. Оптимальное смешанное управление / А.М. Шмырин, // Системы управления и информационные технологии: межвуз. сб. научн. тр. – Воронеж: ВГТУ, 1998. – С. 185-190.

82. Шмырин А.М., Седых И.А. Применение окрестностных моделей для решения экологических проблем в производстве цемента // Современные методы теории функций и смежные проблемы: матер. конф. Воронежской зимней математической школы. – Воронеж: ВГУ, 2009. – С. 193-194.

83. Шмырин А.М., Седых И.А. Идентификация и управление нечеткими окрестностными моделями, построенными на основе нечетких сетей Петри: Программа [Электронный ресурс] // Зарегистр. в ГКЦИТ №50200900008 от 23.12.2008.

84. Шмырин А.М., Седых И.А. Программа «Идентификация и управление четкими окрестностными моделями, построенными на основе сетей Петри» // Зарегистр. в ГКЦИТ №50200900009 от 23.12.2008.

85. Шмырин А.М., Седых И.А. Программа «Предварительное исследование модели сети Петри перед преобразованием в окрестностную» // Зарегистр. в ГКЦИТ №50200900011 от 23.12.2008.

86. Шмырин А.М., Седых И.А. Смешанное управление в чётких и нечётких окрестностных моделях // VIII междунар. ФАМ`2009 конф. по финансово-

актуарной математике и смежным вопросам. – Красноярск: СФУ, Гротеск, 2009. – С. 124.

87. Шмырин А.М., Седых И.А., Арестова Л.Д. Смешанное управление нечёткими окрестностными системами, полученными на основе нечётких сетей Петри // Информационные технологии моделирования и управления. – 2009. – № 1. – С. 92-97.

88. Шмырин А.М. Смешанное управление окрестностными системами // Системы управления и информационные технологии. – 2007. – № 1. – С. 26-30.

89. Шмырин А.М. Смешанное управление окрестностными системами // Системы управления и информационные технологии. – 2007. – № 1. – С. 26-30.

90. Шмырин А.М., Седых И.А. Управление производством цемента на основе окрестностных и традиционных моделей // Современные проблемы прикладной математики и математического моделирования: Матер. 3 междунар. науч. конф. Ч.2. – Воронеж: Научная книга, 2009. – С. 68-70.

91. Шмырин А.М., Седых И.А. Управление функционированием окрестностных систем, полученных на основе сетей Петри // Информационные технологии моделирования и управления. – Вып. 5. – Воронеж: Научная книга, 2008. – С. 549-553.

92. Штовба С.Д. Проектирование нечетких систем средствами MATLAB. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007. – 288 с.

93. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. – М.: Мир, 1975. – 648 с.

94. Application of Petri Nets to Communication Networks: advances in Petri Nets. / J. Billington, M. Diaz, G. Rozenberg (Eds.) – Berlin: Springer, 1999. – 303 p.

95. Applications and Theory of Petri Nets: 26th International Conference, ICATPN 2005, Miami, FL, June 20-25, 2005, Proceedings (Lecture Notes in Computer Science). / Gianfranco Ciardo, Philippe Darondeau (Eds.) – Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2005. – 475 p.

96. Applications and Theory of Petri Nets: 29th International Conference, PETRI NETS 2008, Xi'an, China, June 23-27, 2008 / Kees M. van Hee, Rüdiger Valk (Eds.) – Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2008. – 429 p.

97. Blyumin S.L., Shmyrin A.M. Nonlinear neighborhood models // Нелинейное моделирование и управление: матер. междунар. семинара. – Самара, 2000. – С. 17-18.

98. Blyumin S.L., Shmyrin A.M. Nonlinear Neighborhood Systems // Int. Conf. on Dynamical Modelling and Stability Investigation. – Kiev, Ukraine, 1999.
99. Some Mathematical Tools for Industrial Automation: Linear / Nonlinear Least Squares Identification, Discrete Argument / Alphabet Simulation, Reliability / Service Optimization / S.L. Blyumin, Yu.V. Mashkovtsev, S.A. Pashkov, A.A. Tarasov, D.A. Shmyrin // 5th IEEE Internat. Conf. on Emerging Technologies & Factory Automation. – Kauai, Hawaii. – 1996.
100. Bondia J., Pico J. Analysis of linear systems with fuzzy parametric uncertainty // Fuzzy Sets and Systems. – 2003. – V. 135, № 1. – P. 81-121.
101. Girault G., Valk R. Petri Nets for Systems Engineering: A Guide to Modeling, Verification, and Applications. – Berlin: Springer, 2003. – 607 p.
102. Jensen K. Coloured Petri Nets: Basic Concepts, Analysis Methods and Practical Use. V.1. – Berlin: Springer, 2003. – 234 p.
103. Kordic V. Petri Net: Theory and Applications. – Vienna: I-Tech Education and Publishing, 2008. – 537 p.
104. Murata T. Petri Nets, Marked Graphs and Circuit-System Theory / T. Murata – IEEE C&S Society Newsletter. – 1977. – V. 11. – №3. – P. 2-12.
105. Peter J. Haas Stochastic Petri nets: modelling, stability, simulation. – New York: Springer-Verlag, 2002. – 536 p.
106. Shmyrina O.A. Forecasting of the Material's Characteristics Using the Distributed Neighborhood's Models // Interactive Systems and Technologies: The Problems of Human-Computer Interaction. Proceeding of the International Conference. Ulyanovsk. – 2005. – V. 2. – P. 13-15.
107. Wang J. Timed Petri Nets: Theory and Application. – Norwell: Kluwer Academic Publishers, 1998. – 296 p.
108. Zadeh L.A. From Circuit Theory to System Theory // Proc IRE. – 1962. – № 50. – P. 856-865.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1. Дискретные модели организационно-технических систем:	
Сети Петри и окрестностные модели	6
1.1. Организационно-техническая система производства.....	6
1.2. Окрестностные модели	7
1.3. Сети Петри	10
1.3.1. Базовый формализм классических сетей Петри. Область применения	10
1.3.2. Некоторые разновидности сетей Петри	18
1.4. Идентификация как метод построения моделей.....	22
1.5. Постановка задач исследования.....	27
2. Четкие динамические недетерминированные окрестностные модели сетей Петри	29
2.1. Положение сетей Петри в классе четких окрестностных моделей	29
2.2. Моделирование четких сетей Петри окрестностными моделями.....	32
2.2.1. Моделирование обобщенной маркированной сети Петри окрестностной моделью.....	33
2.2.2. Представление временной сети Петри в виде окрестностной модели.....	35
2.3. Идентификация окрестностной модели сети Петри	35
2.3.1. Постановка задачи идентификации	36
2.3.2. Алгоритм параметрической идентификации.....	37
2.3.3. Результаты идентификации	38
2.3.4. Пример идентификации окрестностной модели сети Петри	38
2.4. Задача достижимости для динамических недетерминированных окрестностных моделей с частично заданными параметрами	43
2.4.1. Динамическая недетерминированная окрестностная модель обобщенной маркированной сети Петри	43
2.4.2. Динамическая недетерминированная окрестностная модель с заданной недетерминированностью	52
2.4.3. Динамическая недетерминированная окрестностная модель временной сети Петри.....	57
3. Нечеткие динамические недетерминированные окрестностные модели нечетких сетей Петри	64
3.1. Положение нечетких сетей Петри в классе нечетких окрестностных моделей	64
3.2. Классы нечетких сетей Петри	68
3.2.1. Нечеткая сеть Петри с нечеткой структурой C_{sf}	68
3.2.2. Временная сеть Петри с нечеткой структурой C_{tsf}	69
3.2.3. Нечеткая временная сеть Петри C_{tf}	70
3.2.4. Нечеткая временная сеть Петри с нечеткой структурой C_{tfsf}	71
3.3. Нечеткие динамические недетерминированные окрестностные модели нечетких сетей Петри.....	72

3.4. Обобщение понятия «нечеткой структуры» для окрестностных моделей --	75
3.5. Задача достижимости с частично заданными параметрами для нечетких динамических недетерминированных окрестностных моделей-----	77
3.5.1. Нечеткая окрестностная модель нечеткой сети Петри C_f -----	77
3.5.2. Нечеткая окрестностная модель нечеткой сети Петри C_{sf} -----	82
3.5.3. Нечеткая окрестностная модель нечеткой временной сети Петри C_{tf} -----	82
3.5.4. Нечеткие окрестностные модели временной сети Петри с нечеткой структурой C_{tsf} и нечеткой временной сети Петри с нечеткой структурой C_{tfsf} -----	85
4. Разработка окрестностных моделей цементного производства -----	86
4.1. Описание цементного производства как сложной организационно-технической системы -----	86
4.2. Модели цементного производства-----	90
4.2.1. Традиционные модели цементного производства -----	90
4.2.2. Построение окрестностных моделей цементного производства на основе сетей Петри-----	94
4.3. Сравнение классических, четких и нечетких окрестностных моделей цементного производства-----	102
4.4. Исследование развития цементного производства при увеличении производительности оборудования-----	103
4.5. Экологические аспекты работы цементного производства -----	104
4.6. Разработанное программно-техническое обеспечение-----	107
4.6.1. Предварительное исследование модели сети Петри перед преобразованием в окрестностную -----	108
4.6.2. Идентификация и управление четкими окрестностными моделями, построенными на основе сетей Петри -----	108
4.6.3. Идентификация и управление нечеткими окрестностными моделями, построенными на основе нечетких сетей Петри -----	109
Заключение -----	111
Библиографический список -----	113

Научное издание

Блюмин Семен Львович
доктор физико-математических наук, профессор

Шмырин Анатолий Михайлович
доктор технических наук, профессор

Седых Ирина Александровна
доцент

Филоненко Виктор Юрьевич
кандидат технических наук

ББК 22.18
УДК 519.854

О 51 ОКРЕСТНОСТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕТЕЙ ПЕТРИ
монография

ISBN 978-5-900037-73-8

Техническое редактирование и компьютерная вёрстка

Н.С. Правильниковой

Подписано в печать 12.01.2010 г. Формат 60x84/16. Бумага 65 г/м².
Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 7,75. Тираж 100 экз.
Заказ № 1178. Цена свободная.
НОУ ВПО «Липецкий эколого-гуманитарный институт».
398600, г. Липецк, ул. Интернациональная, 5а. тел. (8 474)28-03-75

Макет в печать УТВЕРЖДАЮ

Тираж 100 экз.

12 января 2010 г.

_____ Ю.Я. Филоненко

Блюмин С.Л., Шмырин А.М., *Седых И.А.*

Филоненко В.Ю.

ОКРЕСТНОСТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕТЕЙ ПЕТРИ

монография

Макет СОГЛАСОВАН

_____ Ю.Я. Филоненко

30 октября 2009 г.

Липецк

2009