Автоматика и телемеханика, № 10, 1999

Автоматизированные системы управления

УДК 681.3

© 1999 г. В. И. ВОРОПАЕВ, д-р техн. наук,
С. М. ЛЮБКИН, канд. техн. наук
(Российская ассоциация управления проектами/СОВНЕТ, Москва),
Д. ГОЛЕНКО-ГИНЗБУРГ, д-р техн. наук
(Кафедра управления производством, Университет им. Бен-Гуриона,
Беер-Шева, Израиль)

МОДЕЛИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ДЛЯ ОБОБЩЕННЫХ АЛЬТЕРНАТИВНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

Предложен новый тип циклических альтернативно-сетевых стохастических моделей (SATM), позволяющих отразить как широкий спектр связей между работами и событиями, так и многоальтернативный характер ветвящихся направлений реализации проекта. В сетевой модели широко используется наличие случайных воздействий, обстоятельств и помех.

Разработан общий подход и процедура нахождения оптимальных решений на SATM. Принятие решений осуществляется в детерминированных (управляемых) точках ветвления, для которых выбор направления реализации проекта принимается менеджером проекта (стохастические ветвления не являются контролируемыми).

Полученное квазиоптимальное решение, состоящее в сведении сети SATM к более простой сетевой модели GAAN, включающей как стохастические, так и детерминированные ветвления. Для сетей типа GAAN решение задачи выбора оптимального допустимого варианта известно. Реализовав существующий алгоритм определения оптимального варианта, мы осуществляем обратное преобразование последнего к сети типа SATM.

Полученные результаты позволяют осуществить оптимальное принятие решений в процессе реализации сетевых проектов наиболее общего вида.

1. Введение

При реализации сетевых проектов с многовариантными исходами (строительство, научно-исследовательские или опытно-конструкторские работы и т.д.) выбор оптимального варианта имеет исключительно важное значение. По сути дела, такой выбор эквивалентен выбору оптимального движения проекта к намеченной цели. При этом неизбежен учет и факторов риска, что весьма важно в управлении проектами.

В ряде областей применения использование существующих сетевых моделей не позволяет принимать обоснованные решения в процессе реализации проектов, хотя последние по своей сути носят многовариантный характер. Так, для строительного производства разработаны и применяются в течение длительного времени обобщенные сетевые модели [1], в которых используется широкий спектр логических связей. Однако эти модели не допускают использования альтернативных ветвлений, хотя в ряде случаев модели строительного производства носят многовариантный характер.

Помимо этого, современные сетевые модели управления проектами должны в полной мере отражать наличие фактора неопределенности. Необходимо учитывать стохастический характер сетевых моделей как при оценке длительности (продолжительности) выполнения отдельных работ, так и при оценке структуры сетевой модели в целом. Имеется в виду стохастический характер ветвящихся направлений, который нередко наблюдается в многовариантном сетевом планировании.

Для решения описанных выше проблем создания более гибкой и адекватной сетевой модели нами предложен новый тип альтернативно-сетевых стохастических моделей (SATM), позволяющих отразить как широкий спектр связей между работами и событиями, так и многоальтернативный характер ветвящихся направлений реализации проекта. В сетевой модели широко используется наличие случайных воздействий, обстоятельств и помех.

Помимо разработки нового класса сетевых моделей, нами предлагаются общий подход и процедура нахождения оптимальных решений на SATM. Речь идет о принятии решений в детерминированных (управляемых) точках ветвления, для которых выбор направления реализации проекта принимается менеджером проекта (стохастические ветвления не являются контролируемыми).

Будем впредь называть два ветвящихся детерминированных события сетевой модели совместно с выбранными в них направлениями непротиворечивыми, если из одного события существует возможность попасть в другое. В каждой сетевой модели существует конечное множество наборов непротиворечивых событий, для которых мы в состоянии выбрать и непротиворечивые направления реализации. Каждый такой набор означает, по сути дела, допустимый вариант реализации процесса. Такого рода вариант содержит ветвления, носящие лишь стохастический характер. Если по каким-либо признакам, параметрам или критериям выбрать *оптимальный* допустимый вариант реализации процесса, то мы в состоянии решить задачу *оптимального управления* многовариантным сетевым проектом. Зададим критерий (целевую функцию реализации проекта) K и ограничения $O_1, O_2, \ldots, O_n$. Если выбранный допустимый вариант доставляет оптимум критерию K и удовлетворяет принятым заранее ограничениям по другим критериям, то мы в состоянии в каждой точке детерминированного ветвления принимать оптимальное решение о продолжении реализации проекта.

Трудность поставленной задачи состоит в сложности построения как одного допустимого набора непротиворечивых событий, так и всех допустимых наборов. Можно показать, что задача выбора оптимального набора является **NP**-сложной, т.е. может быть решена только полным перебором. Мы предлагаем квазиоптимальное решение, состоящее в сведении циклической сети SATM к более простой ациклической сетевой модели GAAN [2], для которой также существуют как стохастические, так и детерминированные ветвления. Для сетей типа GAAN решение задачи выбора оптимального допустимого варианта известно [2, 3]. Реализовав существующий алгоритм определения оптимального варианта, мы осуществляем обратное преобразование последнего к сети типа SATM. Мы вынуждены использовать вспомогательную модель GAAN, поскольку реализация полного набора допустимых вариантов в классе сетей SATM представляет исключительно сложную задачу, для которой пока нам не удалось получить решения.

Полученные результаты позволяют осуществить оптимальное принятие решений в процессе реализации сетевых проектов наиболее общего вида. Заметим, что сетевая модель SATM является, на наш взгляд, наиболее обобщенной из существующих сетевых моделей. Хорошо известные модели PERT, CPM, GERT [4], CAAN [5] и GAAN [2, 3], GNM [1] и др. являются частными случаями SATM.

2. Описание сети SATM

Сетевая модель SATM в процессе своего создания претерпела ряд изменений и модификаций. Первоначально была разработана так называемая обобщенная сете-

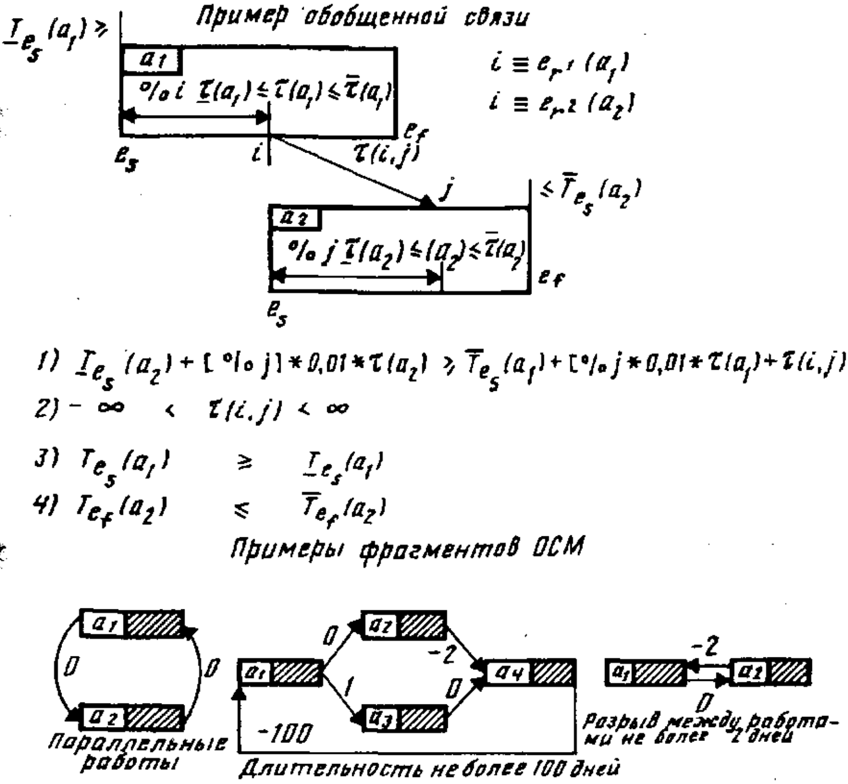


Рис. 1

вая модель (ОСМ) [1], не имеющая в своем составе ни альтернативных ветвлений, ни случайных параметров. На втором этапе ОСМ была расширена и дополнена путем введения случайности и альтернативности.

Обобщенная сетевая модель отличается богатым набором разветвленных логико-временных, связей, недоступных для других существующих сетевых моделей. ОСМ представляет собой конечный ориентированный *циклический* граф (с циклами неположительной длины), состоящий из дуг и событий. Множество дуг подразделяются на дуги-работы и дуги-связи. Первые реализуют определенный объем производственной деятельности во времени, второй тип дуг отражает исключительно логические связи между работами с использованием различных временных ограничений. Таким образом, ОСМ ориентирована в первую очередь на дуги-работы и на логические связи между последними. Поэтому мы будем впредь обозначать ОСМ символом $N(A, L)$, где A обозначает множество активных работ, а L – логические связи во времени между работами. Что касается событий, то последние разбросаны по оси времени выполняемых работ.

Пример связи между произвольными точками двух работ сети ОСМ представлен на рис. 1. Координата точки на работе определяется как процент от объема работы. Параметр связи может быть как положительным, так и отрицательным. Ниже приведены фрагменты сетей допускаемых в ОСМ.

Обозначим несколько основных видов событий, принадлежащих работе:

$e_s(a)$ – событие, принадлежащее дуге-работе $a \in A$ и характеризующее начало выполнения a;

$e_f(a)$ – событие, принадлежащее дуге-работе $a \in A$ и характеризующее окончание выполнения a;

$e_r(a)$ – событие, принадлежащее дуге-работе $a \in A$ и находящееся между $e_s(a)$ и $e_f(a)$; обычно $e_r(a)$ характеризует процесс завершения определенного, заранее заданного, процента от объема работы a. Именно события $e_r(a)$ (их может быть несколько) используются в ОСМ в качестве входных и выходных событий при наложении логико-временных связей между дугами-работами;

$\{e(a)\} = e_s(a),\ e_{r_1}(a), \ldots, e_{r_q}(a),\ e_f(a)$ – множество событий $e \in A$.

Введем ряд дополнительных обозначений:

$\tau(a)$ – детерминированная длительность выполнения работы $a \in A$;

$\overline{\tau}(a)$ – нижняя грань величины $\tau(a)$;

$\widehat{\tau}(a)$ – верхняя грань величины $\tau(a)$. Отметим, что значения $\overline{\tau}(a)$ и $\widehat{\tau}(a)$ задаются заранее для всех работ $a \in A$. Таким образом, имеет место ограничение

$$\overline{\tau}(a) \leqslant \tau(a) \leqslant \widehat{\tau}(a) \forall a :\ a \in A.$$

$T_e(a)$ – момент свершения одного из событий e, принадлежащих дуге-работе $a(e_s(a),\ e_f(a)$ либо одному из $e_r(a))$;

$\overline{T}_e(a)$ – ограничение снизу на момент времени $T_e(a)$;

$\widehat{T}_e(a)$ – ограничение сверху на момент времени $T_e(a)$. Ограничения $\overline{T}_e(a)$ и $\widehat{T}_e(a)$ носят директивный характер. Они могут быть заданы для некоторых $e \in a$ и для некоторых $a \in A$;

$T_{e_r}(a) - T_{e_s}(a) = 0{,}01 \cdot \tau(a) \cdot [\%e_r(a)]$ – длина временного интервала от начала выполнения работы a до события $e_r(a)$, в течение которого будет выполнено $[\%e_r(a)]$ процентов объема работы a;

$-\infty < \tau\{e_{r_V}(a_1), e_{r_W}(a_2)\} < \infty$ – длина дуги, соединяющей события $e_{r_V}(a_1)$ и $e_{r_W}(a_2)$ (дуга выходит из первого события и входит во второе); отметим, что отдельные логические дуги могут иметь отрицательную длину.

Рассмотрим примеры логических связей:

I. $[\%e_{r_W}(a_2)]$ от объема работы a_2 должен быть реализован не раньше, чем через d единиц времени после завершения $[\%e_{r_V}(a_1)]$ от работы a_1.

Последнее ограничение записывается в виде соотношений:

а) $T_{e_s}(a_1) + \tau(a_1) \cdot 0{,}01 \cdot [\%e_{r_V}(a_1)] + \tau\{e_{r_V}(a_1), e_{r_W}(a_2)\} \leqslant T_{e_s}(a_2) + \tau(a_2) \cdot$ $\cdot 0{,}01[\%e_{r_W}(a_2)]$;

б) $\tau\{e_{r_V}(a_1), e_{r_W}(a_2)\} = d$.

II. Ограничения на начало выполнения работы $a \in A$.

Имеет место $T_{e_s}(a) \geqslant \overline{T}_{e_s}(a)$ либо $T_{e_s}(a) \leqslant \widehat{T}_{e_s}(a)$.

III. Ограничения на момент реализации одного или группы событий внутри работы:

$$T_{e_{\xi V}}(a) \geqslant \overline{T}_{e_{\xi V}}(a), \quad 1 \leqslant v \leqslant q, \quad q \geqslant 1, \quad \text{либо}$$
$$T_{e_{\eta V}}(a) \leqslant \widehat{T}_{e_{\eta V}}(a), \quad 1 \leqslant v \leqslant \ell, \quad \ell \geqslant 1.$$

Отметим, что все значения $\overline{T}_e$ и $\widehat{T}_e$ носят директивный характер и задаются заранее. Следует иметь в виду, что в ОСМ работа после начала выполнения реализуется без перерывов.

IV. Ограничения на продолжительность (длину) логических дуг.

$$-\infty < d_1 \leqslant \tau\{e_{r_V}(a_1), e_{r_W}(a_2) \leqslant d_2 < \infty\},\ a_1, a_2 \in A.$$

V. Логические дуги с отрицательной длиной.

Если полная длительность работы или фрагмента ОСМ с входом $e_s(a_V)$ и выходом $e_t(a_v)$ или $e_f(a_W)$ не должна превышать d единиц времени, то имеет место соотношение $\tau\{e_f(a_W),\ e_s(a_V)\} = -d < 0$. Дуги такого типа называются обратными.

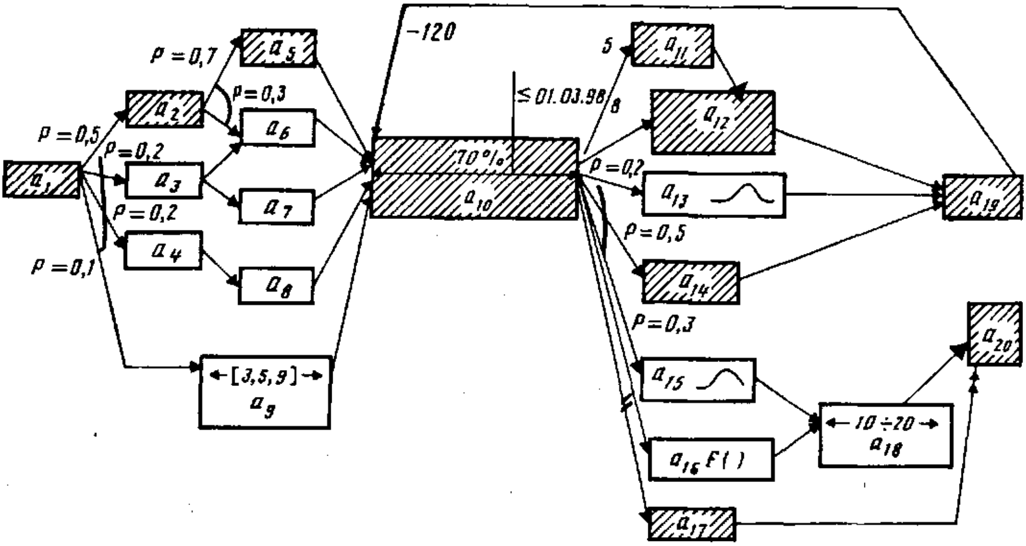


Рис. 2. Фрагмент альтернативно-временной сетевой стохастической модели (SATM)

В процессе анализа ОСМ строится календарный план свершения всех входящих в модель событий. Сеть ОСМ носит название *непротиворечивой*, если существует *хотя бы один* допустимый календарный план, удовлетворяющий описанным выше (и ряду других) ограничениям. В противном случае сеть является противоречивой и не может быть реализована.

На рис. 2 представлен расширенный фрагмент SATM с дополнительными введениями различного рода случайных воздействий и альтернативных ветвлений на входе или на выходе различных событий и работ. Дадим пояснения этому фрагменту:

$a_1 - a_{20}$ – работа.

Заштрихованные работы показывают одну из возможных реализаций сети SATM. Левый край работы обозначает событие начала работы, правый край – окончания работы.

[3, 5, 9] – детерминированный выбор длительности работы из множества 3, 5, 9. В частном случае одна цифра обозначает фиксированную длительность.

– длительность работы есть случайная величина с указанным законом распределения (нормальный, β-распределение, равномерный и др.).

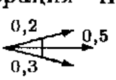
$F(\,)$ – длительность работы является функцией от набора аргументов (например, зависимость от выработки бригады или интенсивности работ и др.).

$<$ 01.03.98 – событие "70% выполнения работы" должно быть завершено к 1 марта 1998 года.

5 – длина дуги – 5 дней.

-120 – событие j (завершение работы a_{19}) должно наступить не позднее 120 дней после события i (начало работы a_{10}).

 – работа начинается после окончания реализации обеих дуг (логическая операция "И").



– только одна из трех дуг, входящих в работу, будет реализована на основе случайного выбора с указанными вероятностями (0,3, 0,6, 0,1) (логическая операция "стохастическое исключающее ИЛИ").

– только одна из трех дуг, входящих в работу, будет реализована на основе детерминированного выбора менеджера проекта (логическая операция "детерминированное исключающее ИЛИ").

Отметим, что сетевая модель SATM может быть сведена к классическим моделям типа GERT [5], CAAN [4], GAAN [2, 3] и др. Для этого необходимо удалить все обратные дуги с отрицательными параметрами. Информация об этих дугах вместе с событиями, которые эти дуги связывают, и параметры об этих дугах помещаются в специальный массив данных Q и, таким образом, "запоминаются".

В случае обратного перехода к сетевой модели SATM от других сетей из заполненного массива Q обратных дуг выбираются дуги, чьи граничные события входят в подлежащую преобразованию модель (например, модель GAAN). Полученные обратные дуги вводятся в модель, которая таким образом приводится к стандартному виду SATM.

Как отмечалось выше, выбор одного из направлений в детерминированных точках ветвления означает принятие решений при реализации проекта. Чтобы такое решение носило оптимальный характер, необходимо решить на SATM оптимизационную задачу, что является весьма затруднительным. С целью решения задачи мы предлагаем преобразовать сети SATM в сети GAAN [2, 3], для которых подобные оптимальные задачи могут быть решены с получением точного решения.

Отметим в заключение, что в дальнейшем мы будем использовать понятие *непротиворечивости для сетей* SATM, *т.е. для сетей с вероятностными параметрами и альтернативами.* Назовем сеть SATM *противоречивой*, если с вероятностью, отличной от нуля, может быть получена *хотя бы одна противоречивая* реализация SATM. Нетрудно убедиться в том, что любая реализация SATM есть описанная выше ОСМ.

3. Описание сети GAAN

В процессе описания GAAN мы будем придерживаться классической терминологии сетевой модели, принятой в ранее разработанных моделях CPM, PERT и GERT [6]. Сетевая модель GAAN является конечным ориентированным и ациклическим сетевым графом $G(N, A)$, в котором работы отражаются дугами графа $(i, j) \in A$, а события – его вершинами $i \in N$. Граф $G(N, A)$ имеет одну исходную вершину и не менее двух конечных вершин. Каждая работа $(i, j) \in A$ относится к одному из трех следующих различных видов:

I. Работа (i, j) имеет логическую операцию "и" на выходе вершины i и на входе вершины j.

II. Работа (i, j) на выходе события i реализует логическую операцию "исключающее ИЛИ" вероятностного типа. Каждой работе $(i, j) \in A$ соотнесена вероятность $0 < p_{ij} < 1$, причем из вершины i выходит не менее двух таких альтернативных дуг.

III. Работа (i, j) на выходе события i реализует логическую операцию "исключающее ИЛИ" детерминированного типа. В вершине i (которая носит название вершины принятия решений) менеджером проекта принимается решение о выборе одной из альтернативных работ.

Из одной и той же вершины $i \in N$ (кроме конечной) могут выходить работы всех трех типов. В любую вершину $i \in N$ (кроме начальной) могут входить работы всех трех типов. Дадим определение допустимому варианту сетевой модели GAAN. Под допустимым вариантом мы будем впредь понимать подграф $G^*(N^*, A^*)$, удовлетворяющий следующим условиям:

а) $G^*(N^*, A^*)$ имеет одну исходную вершину;

б) если событие i принадлежит N^*, то подграф $G^*(N^*, A^*)$ включает все альтернативные работы первого и второго типов, выходящие из этой вершины;

в) если событие i принадлежит N^*, причем в исходной сети $G(N, A)$ событие i было источником набора альтернативных работ третьего типа, тогда допустимый вариант $G^*(N^*, A^*)$ включает только одну альтернативную работу из этого набора;

г) подграф $G^*(N^*, A^*)$ есть максимальный подграф, удовлетворяющий условиям а)–б).

В [2, 3] описан комплекс алгоритмов, осуществляющих полный перебор всех допустимых вариантов сетевой модели GAAN для получения оптимального решения. Заметим, что любой допустимый вариант $G^*(N, A)$ есть сетевая модель типа GERT [5].

4. Решение оптимальной задачи выбора допустимого варианта

Сформулируем задачу выбора оптимального допустимого варианта $G^{*\mathrm{opt}}(N, A)$ из R допустимых вариантов $G_r^*(N, A)$, $1 \leqslant r \leqslant R$:

$$(1) \qquad K_1 \left\{ E\left[G^{*\mathrm{opt}}(N, A)\right] \right\} = \mathop{\mathrm{Opt}}_{1 \leqslant r \leqslant R} \left\{ K_1 \left\{ E\left[G_r^*(N, A)\right] \right\} \right\}$$

при ограничениях

$$(2) \qquad K_V \left\{ E\left[G^{*\mathrm{opt}}(N, A)\right] \right\} \leqslant H_V, \quad 2 \leqslant v \leqslant n,$$

где H_V – заранее заданные ограничения по $(n-1)$ критериям $K_2, \ldots, K_n$; E – символ математического ожидания.

В качестве критерия K можно, например, принять математическое ожидание времени реализации проекта, а в качестве O_2 – математическое ожидание стоимости выполнения проекта и наоборот. Можно использовать и другие критерии, например, надежность, энтропию [2], ресурсные критерии и др.

В работе [2] показано, что задача (1)–(2) есть **NP**-сложная задача. Следовательно, она может быть решена только методом полного перебора.

Идея перенумерации допустимых вариантов для одной из ранее разработанных моделей CAAN [4] сводится к использованию лексикографического метода обхода из множества максимальных путей. Для сетевой модели GAAN упорядочение на множестве путей заменяется упорядочением на множестве подсетей [2]. При этом вводится взаимно однозначное соответствие между множеством допустимых вариантов и множеством векторов с числом координат, равным количеству внутренних точек исходного графа GAAN – графа $G(N, A)$. Для любого конечного множества таких векторов уже не представляет большого труда ввести упорядочение с использованием лексикографического подхода. Таким образом, сначала строится допустимый вариант, соответствующий вектору с минимальным порядковым номером. В дальнейшем осуществляется построение следующего по счету лексикографически упорядоченного вектора с последующим определением допустимого варианта и т.д., вплоть до получения допустимого варианта с максимальным порядковым номером. Алгоритм перенумерации прост в применении и легко программируется на компьютере.

5. Вопросы оптимального управления на основе допустимых вариантов

Выше мы описали идею перенумерации, позволяющую осуществить перебор всех допустимых вариантов $G^*(N, A)$. Можно показать [2], что при этом *ни один* допустимый вариант не будет пропущен. Предположим, что в процессе решения оптимальной задачи (1)–(2) мы определили оптимальный допустимый вариант $G^{*\mathrm{opt}}(N, A)$. Этот вариант, как и все остальные, является одним из вариантов реализации проекта, осуществленного на основе решения руководства последнего. Заметим, *что*

принятие решений в процессе управления сетевыми моделями с многовариантными исходами означает выбор в каждой вершине проекта, которая будет достигнута в процессе реализации последнего и из которой выходят детерминированные альтернативные работы, только одного из возможных направлений. Поэтому в принципе проблема оптимального управления проектом эквивалентна проблеме (1)–(2) выбора оптимального допустимого варианта. Если принять нереалистическое допущение о том, что сетевая модель носит статический характер и параметры модели в процессе реализации проекта изменений не претерпевают, то это означает, что оптимальный допустимый вариант определяет *весь ход* реализации проекта от начала и до конца. Однако на самом деле сетевая информация претерпевает изменения в процессе реализации проекта. Отсюда вытекает, что и оптимальный допустимый вариант в процессе реализации проекта может претерпеть изменения. Вследствие вышеизложенного мы предлагаем следующую методику оптимального управления.

Шаг 1. В каждой вершине с альтернативными детерминированными исходами для проекта SATM, которая достигается в момент t в процессе выполнения проекта:

а) осуществляется трансформация сетевой модели (точнее, оставшейся к моменту t нереализованной подсети) $N_t(A, L)$ к модели GAAN, которую обозначим $G_t(N, A)$;

б) для модели $G_t(N, A)$ решается задача (1)–(2), что позволяет построить все допустимые варианты и выделить оптимальный из них $G_t^{*\mathrm{opt}}(N, A)$;

в) осуществляется обратное преобразование подсети $G_t^{*\mathrm{opt}}(N, A)$ в сеть $N_t^*(A, L)$ модели SATM;

г) осуществляется проверка полученной модели $N_t^*(A, L)$ на непротиворечивость; если сеть $N_t^*(A, L)$ противоречива, вновь перейти к множеству допустимых вариантов $\{G_t^*(N, A)\}$, исключить из рассмотрения вариант $G_t^{*\mathrm{opt}}(N, A)$ и вновь решить оптимальную задачу (1)–(2).

В дальнейшем необходимо вновь реализовывать этапы б) и в) до тех пор, пока сеть $N_t^*(A, L)$ не станет непротиворечивой. Заметим, что если для всех допустимых вариантов $G_t^*(N, A)$ осуществить обратное преобразование к соответствующим этим вариантам подсетям $N_t^*(A, L)$, то ***оптимальный допустимый вариант*** $G_t^{*\mathrm{opt}}(N, A)$ может и не соответствовать оптимальному варианту $N_t^{*\mathrm{opt}}(A, L)$, полученному путем перебора соответствующих сетей $N_t^*(A, L)$. Мы вправе поэтому считать предлагаемую методику лишь квазиоптимальной, тем более принимая во внимание проверку на непротиворечивость на этапе г).

Шаг 2. Реализовать движение проекта SATM в соответствии с выбранным в сети $G_t^{*\mathrm{opt}}(N, A)$ направлением в точке ветвления. Речь идет о выборе направления для сети $N_t^*(A, L)$, полученной на этапе г) шага 1.

После выбора оптимального направления необходимо продолжать реализацию проекта до тех пор, пока движение проекта к цели не достигнет очередной решающей точки (с детерминированным ветвлением) в новый момент времени t. Для оставшейся части проекта $N_{t'}^*(A, L)$ необходимо внести все изменения в значения параметров, имевшие место за период времени $[t, t']$. После этого надо перейти к шагу 1, т.е. повторно решить задачу (1)–(2) для выбора нового оптимального направления. Заметим, что если бы за период $[t, t']$ никаких изменений в проект не было бы внесено, выбор оптимального движения из последующих точек ветвления можно было бы осуществить в соответствии с допустимым вариантом $G_t^{*\mathrm{opt}}(N, A)$, полученным в результате решения задачи (1)–(2) в момент t.

Один из авторов, Голенко-Гинзбург Д., благодарит фонд Н. Иваньера (Университет им. Бен-Гуриона, Израиль) за поддержку в исследовании.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Воропаев В. И.* Модели и методы календарного планирования в АСУ строительных систем. М.: Стройиздат, 1975.
2. *Golenko-Ginzburg D., Blokh D.* A Generalized activity network model // J. Opl. Res. Soc. 1997. V. 48. P. 309–400.
3. *Golenko-Ginzburg D., Gonik A.* Project planning and control using stochastic network models // In book "Managing and Modelling Complex Projects" (T. Williamsed), 1997, Kluwer Academic Publishers, P. 21–48.
4. *Golenko-Ginzburg D.* Controlled alternative activity networks in Project Management // Eur. J. Oper. Res. 1988. V. 37. P. 336–346.
5. *Pritsker A.* Modeling and Analysis Using Q-GERT Networks. New York: Wiley, 1977.
6. *Elmaghraby S. E.* Activity Networks: Project Planning and Control by Network Models, New York: Wiley, 1977.