Системы управления и информационные технологии. 2004. № 5.

УДК 519

РЕФЛЕКСИЯ В МЕХАНИЗМАХ ПЛАНИРОВАНИЯ

REFLEXION IN PLANNING MECHANISMS

Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г.
Novikov D.A., Chkhartishvili A.G.

В работе рассматривается проблема манипулирования результатами коллективного принятия решений. Рефлексивная неманипулируемость механизма принятия решений определяется как его свойство, в соответствии с которым для каждого агента существует фиксированная обстановка игры (являющаяся информационным равновесием), при которой ему выгодно сообщать достоверную информацию о своих предпочтениях. Анализируются модели рефлексивного управления – влияния на представления агентов о предпочтениях оппонентов. Для этих моделей показывается, что субъекты, осуществляющие рефлексивное управление, могут добиться принятия более выгодных для них решений.

The paper considers the problem of collective decision-making results manipulability. Reflexive non-manipulability of the collective decision making procedure is defined as its property, requiring that for any agent there exist a vector of the opponents' strategies (as an informational equilibria), under which his best response is truthful revelation of information about his preferences. Models of reflexive management – influence on agents' "beliefs about beliefs, etc." – are analyzed. It is proved that agents, who implement reflexive management, are able to attain the desired collective decisions.

Введение

На сегодняшний день известно [1, 2], что манипулируемость *процедур принятия решений* может быть обусловлена либо стратегическим *манипулированием* со стороны агентов (искажением ими своих сообщаемых предпочтений [1-7]), либо манипулированием алгоритмом обработки мнений агентов (так называемая *теория агенды* [6]).

В *механизмах планирования* [8-15] (принятия центром решений на основании сообщаемой агентами информации) считается, что предпочтения агентов являются для них *общим знанием* [13], то есть, предпочтения каждого агента известны всем агентам, всем агентам это известно и т.д. до бесконечности. При этом механизм называется *неманипулируемым*, если каждому агенту, каковы бы ни были его предпочтения, при любой обстановке игры (любых предпочтениях оппонентов) выгодно сообщение достоверной информации о своих предпочтениях.

Оказывается, что возможно манипулирование информацией о предпочтениях оппонентов, которую агенты используют при принятии решений. Общее описание такой модели и некоторые примеры приводятся ниже. А именно, рассматриваются рефлексивные модели поведения агентов в механизмах планирования при условии, что представления агентов о предпочтениях оппонентов описываются точечной структурой информированности [13]. Предлагается концепция рефлексивной неманипулируемости, в соответствии с которой для каждого агента ищется фиксированная обстановка игры (являющаяся информационным равновесием), при которой ему выгодно сообщать достоверную информацию о своих предпочтениях. Анализируются модели рефлексивного управления, в которых центр или агенты имеют возможность влиять на представления друг друга о типах оппонентов. Для этих моделей показывается, что субъекты, осуществляющие рефлексивное управление, могут добиться принятия более выгодных для них решений.

1. Механизмы планирования

Рассмотрим *организационную систему* (ОС), состоящую из управляющего органа – центра – и n управляемых субъектов – агентов. Стратегией i-го агента является сообщение центру некоторой информации $s_i \in S_i$, $i \in N = \{1, 2, \ldots, n\}$ – множеству агентов. Центр на основании сообщенной ему информации назначает агентам *планы* $x_i = \pi_i(s) \in X_i \subseteq \Re^1$, где $\pi : S \to X$ – *процедура* (*механизм*) *планирования*, $\pi_i: S \to X_i$, $i \in N$, $s = (s_1, s_2, \ldots, s_n) \in S = \prod_{i \in N} S_i$ – вектор сообщений всех агентов, $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in X = \prod_{i \in N} X_i$ – вектор планов.

Функция предпочтения (целевая функция) агента, отражающая интересы агента в задачах планирования: $f_i(x_i, r_i)$: $X_i \times \Re^1 \to \Re^1$, зависит от соответствующей компоненты назначенного центром плана и параметра $r_i \in \Re^1$ – *типа* агента.

Как правило, при исследовании механизмов планирования, то есть в ОС с сообщением информации, вводится предположение, что функции предпочтения агентов *однопиковые* [9] с точками пика $\{r_i\}_{i \in N}$, то есть функция $f_i(x_i, r_i)$ непрерывна, строго монотонно возрастает по x_i до единственной точки максимума r_i и строго монотонно убывает после нее, $i \in N$. Это предположение означает, что предпочтения агента на множестве допустимых планов таковы, что существует единственное наилучшее для него значение плана – точка пика, степень же предпочтительности остальных планов монотонно убывает по мере удаления от точки пика. Поэтому под типом агента будем понимать точку максимума (*идеальную точку, точку пика*) его функции предпочтения, то есть наиболее выгодное с его точки зрения значение плана.

На момент принятия решений общим знанием для агентов являются: процедура планирования, целевые функции и допустимые множества всех агентов, а также вектор типов $r = (r_1, r_2, \dots, r_n) \in \Re^n$. Центру известны зависимости $f_i(x_i, \cdot)$ и множества $\{S_i\}_{i \in N}$ возможных сообщений агентов, но не известны точные значения типов агентов.

Последовательность функционирования следующая: центр выбирает процедуру планирования $\pi(s) = (\pi_1(s), \pi_2(s), \dots, \pi_n(s))$ и сообщает ее агентам, агенты при известной процедуре планирования одновременно и независимо сообщают центру информацию $\{s_i\}$, на основании которой и формируются планы.

Так как решение, принимаемое центром (назначаемые агентам планы), зависит от сообщаемой агентами информации, последние могут воспользоваться возможностью своего влияния на эти решения, сообщая такую информацию, чтобы получить наиболее выгодные для себя планы. Понятно, что при этом полученная центром информация в общем случае может не быть истинной. Следовательно, возникает *проблема манипулирования*.

Будем считать, что агенты ведут себя некооперативно, выбирая доминантные или равновесные по Нэшу [4] стратегии. Пусть s^* – вектор *равновесных по Нэшу* стратегий (если равновесий несколько, то необходимо ввести *соответствие отбора равновесий*, позволяющее из любого множества равновесий выбрать единственное):

$$\forall i \in N, \forall s_i \in S_i$$
$$f_i(\pi_i(s_{-i}^*, s_i^*), r_i) \geq f_i(\pi_i(s_{-i}^*, s_i), r_i). \quad (1)$$

Очевидно, точка равновесия в общем случае зависит от вектора типов всех агентов: $s^* = s^*(r) = (s_1^*(r), s_2^*(r), \dots, s_n^*(r))$.

Соответствующим механизму $\pi(\cdot): S \to X$ *прямым механизмом* планирования $h(\cdot): \Re^n \to X$ называется механизм $h(r) = \pi(s^*(r))$, ставящий в соответствие вектору точек пика агентов вектор планов. Термин "*прямой*" обусловлен тем, что агенты сообщают непосредственно (прямо) свои точки пика (в исходном – *непрямом* – механизме $\pi(\cdot)$ они могли сообщать косвенную информацию $s \in S$). Если при любых предпочтениях агентов $r \in \Re^n$ в соответствующем прямом механизме сообщение ими достоверной информации $r \in \Re^n$ является равновесием Нэша:

$$\forall r \in \Re^n, \forall i \in N, \forall \tilde{r}_i \in \Re^1$$
$$f_i(h_i(r), r_i) \geq f_i(h_i(r_{-i}, \tilde{r}_i), r_i), \quad (2)$$

то такой механизм называется *эквивалентным прямым* (*неманипулируемым*) *механизмом*. Данное свойство далее будем называть *неманипулируемостью*.

Казалось бы, более сильным, чем (2), является требование того, чтобы сообщение каждым агентом достоверной информации было его *доминантной стратегией* [4]:

$$\forall\, i \in N,\ \forall\, r_i,\ \tilde{r}_i \in \Re^1,\ \forall\ \tilde{r}_{-i} \in \Re^{n-1}$$

$$f_i(h_i(\tilde{r}_{-i}, r_i), r_i) \geq f_i(h_i(\tilde{r}_{-i}, \tilde{r}_i), r_i). \quad (3)$$

Однако легко видеть, что определения (2) и (3) эквивалентны [15, 16]. То есть, так как в определениях (2) и (3) неманипулируемости механизмов планирования вектор $r \in \Re^n$ типов агентов является "параметром", то неманипулируемость можно интерпретировать следующим образом: механизм является неманипулируемым, если, каковы бы ни были истинные типы агентов, сообщение достоверной информации является доминантной стратегией каждого из них.

Качественное отличие прямых механизмов от непрямых (помимо того, что в первых агенты могут сообщать "косвенную" информацию о своих предпочтениях, существенные свойства которых при однопиковых целевых функциях однозначно описываются точкой пика) заключается в "ограниченности" множеств $\{S_i\}_{i \in N}$ возможных сообщений. Если в равновесии в непрямом частично монотонном механизме некоторый агент получает план, строго меньший (больший) его точки пика, то в этом равновесии он должен сообщать максимально (минимально) возможную заявку. На этом свойстве равновесия базируются основные результаты исследования неманипулируемости соответствующих прямых механизмов [2, 3, 5, 9, 14, 15] – см. также механизмы активной экспертизы и механизмы распределения ресурса ниже.

Определение неманипулируемости (см. выше) основывалось на концепции равновесия Нэша. В [13] была предложена концепция информационного равновесия, частным случаем которого (соответствующим общему знанию) является равновесие Нэша. Поэтому представляется перспективным анализ неманипулируемости механизмов планирования с точки зрения информационного равновесия, учитывающего информационную рефлексию агентов.

2. Структуры информированности и информационные равновесия

Откажемся от предположения о том, что вектор типов агентов является общим знанием, и обобщим на этот случай задачу о неманипулируемости прямого механизма (сообщение агента $\tilde{r}_i$ в прямом механизме будем обозначать, как и сообщение в непрямом механизме – s_i).

Обозначим Σ_+ – множество всевозможных конечных последовательностей индексов из N, Σ – объединение Σ_+ с пустой последовательностью, $|\sigma|$

– количество индексов в последовательности σ (для пустой последовательности будем его считать равным нулю).

Пусть информированность i-го агента описывается деревом I_i с элементами вида $r_{i\sigma} \in \Re^1$, $\sigma \in \Sigma$, причем r_i – истинный тип i-го агента – достоверно ему известен, $i \in N$. Дерево I, являющееся "объединением" деревьев $\{I_i\}$ – структур информированности отдельных агентов, назовем *структурой информированности*. Содержательно, r_{ij} обозначает представления i-го агента о типе j-го агента, r_{ijk} – представления i-го агента о представлениях j-го агента о типе k-го и т.д. до бесконечности, i, j, $k \in N$.

Элементы структуры информированности можно интерпретировать следующим образом: каждый из *n реальных агентов i* разыгрывает игру с *фантомными* ij-*агентами*, которые взаимодействуют со своими фантомными *ijk*-агентами и т.д. до бесконечности, i, j, $k \in N$.

Подобная игра в [13] была названа *рефлексивной игрой*. Ее решением – прогнозируемым исходом – является *информационное равновесие* s_τ^*, $\tau \in \Sigma_+$, определяемое следующим образом:

1) структура информированности I имеет конечную сложность, то есть, дерево I содержит конечный набор попарно различных поддеревьев (см. определения свойств структур информированности в [13]);

2) $\forall \lambda, \mu \in \Sigma_+ \quad I_\lambda = I_\mu \Rightarrow s_\lambda^* = s_\mu^*$;

3) $\forall\ i \in N$, $\forall\ \sigma \in \Sigma$

$$s_{\sigma i}^* \in \operatorname{Arg}\max_{s_i \in \Re^1} f_i(h_i(s_{\sigma i1}^*, \ldots, s_{\sigma i,i-1}^*, s_i, s_{\sigma i,i+1}^*, \ldots, s_{\sigma in}^*), r_{\sigma i}). \quad (4)$$

В соответствии с (4) равновесное сообщение i-го агента (реального) зависит от структуры его информированности I_i, то есть

$$s_i^* = s_i^*(I_i),\ i \in N. \quad (5)$$

В частном случае – если имеет место общее знание – выражение (4) совпадает с определением равновесия Нэша.

Обозначим $s^*(I) = (s_1^*(I_1),\ s_2^*(I_2),\ \ldots,\ s_n^*(I_n))$. Решение x, принимаемое в соответствии с механизмом $h(\cdot)$, будет зависеть от всей структуры информированности I:

$$x = h(s^*(I)). \quad (6)$$

Обсудим теперь, что следует понимать под манипулируемостью в случае отсутствия общего знания.

Напомним, что в соответствии с (2) и (3) в условиях общего знания механизм является неманипулируемым, если, каковы бы ни были истинные типы агентов, сообщение достоверной информации является доминантной стратегией каждого агента.

Попробуем обобщить это определение на случай информационного равновесия – потребуем, чтобы какова бы ни была структура информированности реального агента, сообщение достоверной информации являлось бы для него компонентой информационного равновесия (4), то есть

$$\forall\, r \in \Re^n,\ \forall\, i \in N,\ \forall\, I_i \quad r_i \in \operatorname{Arg}\max_{s_i \in \Re^1} f_i(h_i(s^*_{i1}(I_i),\ldots, s^*_{i,i-1}(I_i), s_i, s^*_{i,i+1}(I_i),\ldots, s^*_{in}(I_i)), r_i). \qquad (7)$$

Легко видеть, что, если выполнено (3), то есть механизм является неманипулируемым, то имеет место и (7). В другую сторону: так как множество всевозможных структур информированности включает и структуру, соответствующую общему знанию, то, если выполнено (7), то механизм является неманипулируемым (должно иметь место (3)). Получили, что определения (3) и (7) эквивалентны.

По аналогии с [12] можно определить *стабильность* неманипулируемых механизмов (потребовав, например, чтобы в неманипулируемом механизме реальные и фантомные агенты ожидали друг от друга сообщения достоверной информации, и их ожидания оправдывались.

Если сообщение каждого агента становится известным другим агентам, то определение стабильности (при фиксированной структуре информированности) примет вид:

$$\forall\, i \in N,\ \forall\, \sigma \in \Sigma \quad r_i \in \operatorname{Arg}\max_{s_i \in \Re^1} f_i(h_i(s^*_{\sigma i1},\ldots, s^*_{\sigma i,i-1}, s_i, s^*_{\sigma i,i+1},\ldots, s^*_{\sigma in}), r_{\sigma i}). \qquad (8)$$

Содержательно, (8) означает, что все реальные агенты сообщают достоверную информацию, и каждый агент (реальный или фантомный) наблюдает такие сообщения, которые и ожидает.

Легко видеть, что (8) выполнено тогда и только тогда, когда, во-первых, механизм является неманипулируемым и, во-вторых, истинные типы агентов являются общим знанием.

Следовательно, если сообщение каждого агента становится известным другим агентам, то стабильность неманипулируемого механизма совпадает с неманипулируемостью и имеет место только в случае общего знания.

Перспективным направлением дальнейших исследований представляется определение стабильности информационного равновесия (4) в условиях, когда агенты наблюдают не сообщения друг друга, а некоторые известные агрегаты (функции наблюдения [12]) от этих сообщений. При этом можно изучать стабильность как отдельно, так и совместно с неманипулируемостью. Однако эта задача выходит за рамки настоящей работы.

Итак, можно сделать следующий качественный вывод: если в рассматриваемом прямом механизме у каждого агента при любом его типе существует доминантная стратегия (а это – очень сильное требование, и класс удовлетворяющих ему механизмов чрезвычайно узок), то принимаемые им решения не зависят от структуры информированности. Поэтому рефлексию имеет смысл рассматривать либо для прямых механизмов, в которых нет равновесия в доминантных стратегиях (РДС), либо для непрямых механизмов, для которых существует равновесие Нэша (см. ниже механизмы распределения ресурса), либо ослабить требование неманипулируемости. Исследуем последний случай.

3. Рефлексивная неманипулируемость

Ослабления требования неманипулируемости можно добиться, введя определение рефлексивной неманипулируемости (РН) – существования подструктур информированности $r_{i\sigma} \in \Re^1$, $i \in N$, $\sigma \in \Sigma_+$, таких, что при любых типах реальных агентов сообщение ими достоверной информации является информационным равновесием.

Формально: будем называть механизм $h(\cdot)$ *рефлексивно неманипулируемым*, если существуют *подструктуры информированности* $r_{i\sigma} \in \Re^1$, $\sigma \in \Sigma_+$ реальных агентов ($i \in N$), такие, что, каков бы ни был тип реального агента, сообщение достоверной информации является для него компонентой информационного равновесия, то есть

$$\forall\, i \in N,\ \forall\, r_i \in \Re^1$$

$$r_i \in \operatorname{Arg}\max_{s_i \in \Re^1} f_i(h_i(s^*_{i1}, \ldots, s^*_{i,i-1}, s_i, s^*_{i,i+1}, \ldots, s^*_{in}), r_i), \quad (9)$$

$$\forall\, \sigma \in \Sigma,\ \forall\, j \in N$$

$$s^*_{i\sigma j} \in \operatorname{Arg}\max_{s_j \in \Re^1} f_j(h_j(s^*_{i\sigma j1}, \ldots, s^*_{i\sigma j, j-1}, s_j, s^*_{i\sigma j, j+1}, \ldots, s^*_{i\sigma jn}), r_{i\sigma j}). \quad (10)$$

Понятно, что множество рефлексивно неманипулируемых механизмов не уже множества неманипулируемых механизмов (любой неманипулируемый механизм является рефлексивно неманипулируемым), поэтому их характеризация (в том числе – поиск соответствующих подструктур информированности) является актуальной задачей.

Обозначим E_I – множество всевозможных (при всех допустимых структурах информированности) информационных равновесий, $E_{-i} = \mathrm{Proj}_{-i}\, E_I$, $i \in N$. Определение (9)-(10) можно сформулировать в следующем виде: механизм является рефлексивно неманипулируемым, если для i-го агента существует обстановка $\tilde{r}_{-i} \in E_{-i}$, такая, что:

$$\forall\, r_i,\ \tilde{r}_i \in \Re^1,$$

$$f_i(h_i(\tilde{r}_{-i}, r_i), r_i) \geq f_i(h_i(\tilde{r}_{-i}, \tilde{r}_i), r_i),\ i \in N. \quad (11)$$

Поэтому исследуем сначала свойства информационного равновесия (4). Обозначим множество равновесий Нэша

$$E_N = \{r \in \Re^n \mid \forall\, i \in N,$$

$$\forall\ \tilde{r}_i \in \Re^1\ f_i(h_i(r), r_i) \geq f_i(h_i(r_{-i},\ \tilde{r}_i), r_i)\}, \quad (12)$$

$$X_i^0 = \text{Proj}_i\ E_N,\ i \in N, \quad (13)$$

$$BR_i(X_{-i}) =$$

$$= \bigcup_{r_i \in \Re^1} \bigcup_{x_{-i} \in X_{-i}} \operatorname{Arg}\max_{x_i \in \Re^1} f_i(h_i(x_{-i}, x_i), r_i). \quad (14)$$

Пусть структура информированности агентов представляет собой *регулярное конечное дерево* (РКД) [13]. Тогда (12) описывает равновесие Нэша игры фантомных агентов нижнего уровня, а множества "равновесных" действий агентов более высоких (k-ых, считая снизу) уровней определяются следующим образом:

$$X_i^k = BR_i(X_{-i}^{k-1}),\ i \in N,\ k = 1, 2, \ldots, \quad (15)$$

где $X_{-i}^k = \prod_{j \neq i} X_j^k$, $i \in N$, $k = 0, 1, \ldots$.

В [13] доказано, что $X_i^{k-1} \subseteq X_i^k$, $i \in N$, $k = 1, 2, \ldots$. Обозначим $E^k = \prod_{i \in N} X_i^k$, $k = 0, 1, \ldots$. Тогда в классе РКД $E^{k-1} \subseteq E^k$, $k = 1, 2, \ldots$, и $E_I = E^\infty$.

Отдельный интерес представляет случай, когда *рефлексивное отображение стационарно*:

$$X_i^k = X_i^0,\ i \in N,\ k = 1, 2, \ldots . \quad (16)$$

При этом, как показано в [13], достаточно ограничиться вторым рангом рефлексии агентов. Поэтому поиск условий, достаточных для выполнения (16), является перспективной задачей.

Так как $E^0 \subseteq E_I$, то справедливо следующее утверждение (достаточное условие рефлексивной неманипулируемости (необходимым условием является (11))).

Утверждение 1. Для того чтобы прямой механизм планирования являлся рефлексивно неманипулируемым достаточно, чтобы для i-го агента существовала обстановка $\tilde{r}_{-i} \in X_{-i}^0$, такая, что выполнено (11), $i \in N$.

Ответ на вопрос, какова минимальная глубина соответствующей структуры информированности, дает следующее утверждение.

Утверждение 2. Если рефлексивные отображения стационарны, или если для i-го агента существует обстановка $\tilde{r}_{-i} \in X_{-i}^0$, такая, что выполнено (11), $i \in N$, то при построении рефлексивно неманипулируемых механизмов достаточно ограничиться рассмотрением агентов со вторым рангом рефлексии.

Доказательство утверждения 2. Если рефлексивные отображения стационарны, то в соответствии с результатами [13], любое информационное равновесие может быть реализовано в рамках структуры информированности глубины три (при втором ранге рефлексии агентов). Поэтому рассмотрим случай, когда существует обстановка $\tilde{r}_{-i} \in X^0_{-i}$, такая, что выполнено (11) (отметим, что вне рассмотрения остается случай, когда такой обстановки не существует и рефлексивные отображения не стационарны – тогда обстановки, обеспечивающие рефлексивную неманипулируемость, могут существовать в $E_I \setminus E^0$).

Фиксируем произвольного агента $i \in N$, произвольную обстановку $\tilde{r}_{-i} \in \prod_{j \neq i} X^0_j$, такую, что выполнено (11), а также произвольный "тип" i-го агента $\hat{r}_i$, такой, что $(\tilde{r}_{-i}, \hat{r}_i) \in E^0$.

Пусть структура информированности i-го агента I_i (отметим, что структуры информированности различных агентов можно строить независимо) глубины три такова, что (см. рисунок 1):

$$r_{ij} = \tilde{r}_j,\ j \neq i, \quad (17)$$

$$r_{ijk} = \tilde{r}_k,\ k \neq i, \quad (18)$$

$$r_{iji} = \hat{r}_i,\ j \neq i. \quad (19)$$

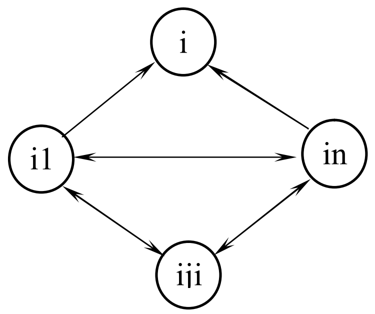

Рис. 1. Граф рефлексивной игры с точки зрения i-го агента, $i, j \in N$

Легко видеть, что с точки зрения i-го агента сообщение достоверной информации является равновесием игры его фантомных агентов, следовательно, выполнено (10), что с учетом (11) приводит к выполнению (9).

Содержательно, представления i-го агента о типах оппонентов и их представлениях должны быть следующими. Агент должен быть, во-первых, уверен, что типы оппонентов таковы, что выполнено условие (11), обеспечивающее совместно с условием $E^0 \subseteq E_I$ выгодность сообщения ими достоверной информации (см. также условие (9)). Во-вторых, представления оппонентов с точки зрения рассматриваемого агента должны быть таковы, что сообщение именно данной информации является равновесием их игры (см. условие (10)). Для этого достаточно, чтобы на нижнем уровне структуры информированности имело место субъективное общее знание фантомных агентов, которые должны считать, что вектор их типов принадлежит области E^0 – тогда они в силу (12) сообщат "достоверную" информацию. Утверждение 2 доказано.

Завершив доказательство, отметим его конструктивность – оно содержит алгоритм построения конкретной структуры информированности (17)-(19), обеспечивающей рефлексивную неманипулируемость.

Приведем примеры механизмов планирования, иллюстрирующие свойство рефлексивной неманипулируемости.

4. Линейные механизмы планирования

Рассмотрим следующий непрямой механизм планирования в системе из двух агентов [10]:

$$x_1 = 2\, s_1 + s_2,\ \ x_2 = s_1 + s_2 / 4,$$
$$s_1, s_2 \in [0; 1]. \quad (20)$$

Соответствующий (20) прямой механизм изображен на рисунке 2 (жирными линиями выделена область $D = \bigcup_{r\in\Re^n} h(r) = \pi([0; 1]^2)$, стрелки показывают отображения точек пика (множеств диктаторства [14], границы которых, отличающиеся от координатных осей, обозначены пунктиром) в область D). Обозначим $D_i = \mathrm{Proj}_i\, D$, $i \in N$.

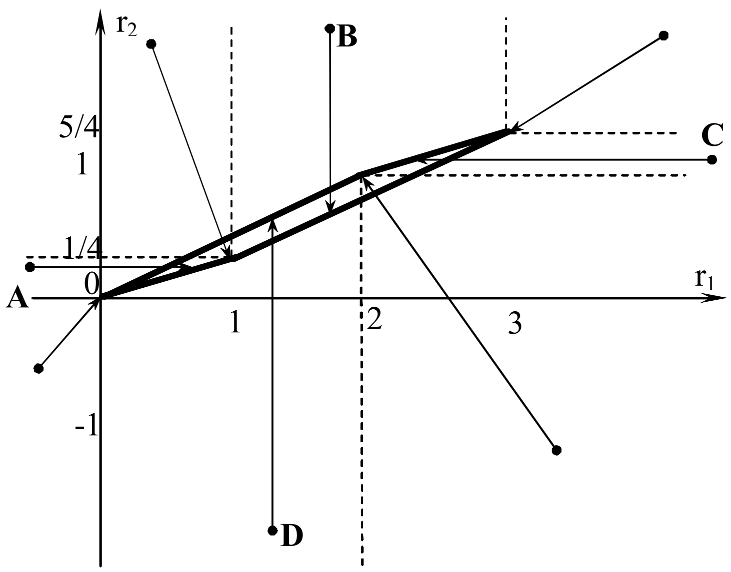

Рис. 2. Соответствующий механизму (20) прямой механизм планирования и множества диктаторства

Механизм (20) является примером линейного механизма планирования, для которого соответствующий прямой механизм является манипулируемым, но рефлексивно неманипулируемым.

Легко видеть, что прямой механизм, изображенный на рисунке 2, является манипулируемым. Например, при любых типах агентов вида A, B, C и D одному из агентов выгодно сообщить недостоверную информацию.

В то же время, прямой механизм, изображенный на рисунке 2, является рефлексивно неманипулируемым: для первого агента существует множество обстановок $(\Re^1 \setminus D_2) \cup [1/4; 1]$ (то есть $r_2 \le 0$ или $r_2 \in [1/4; 1]$, или $r_2 \ge 5/4$), при которых ему выгодно сообщать достоверную информацию о своем типе, каким бы он ни был. Аналогично, для второго агента выгодно сообщать достоверную информацию о своем типе при обстановке, принадлежащей $\Re^1 \setminus D_1$ (то есть при $r_1 \le 0$ или $r_1 \ge 3$).

Например, рефлексивной неманипулируемости можно добиться, сформировав следующую структуру информированности:

$$r_1 \leftarrow r_{12} = 2 \leftrightarrow r_{121} = 4,$$
$$r_2 \leftarrow r_{21} = 4 \leftrightarrow r_{212} = 2.$$

Отметим, что соответствующая структура информированности является "согласованной", то есть, может быть достигнута путем публичного сообщения, например, следующей информации: "тип первого агента равен 4, тип второго агента равен 2".

Приведем пример линейного механизма планирования, который является манипулируемым, и не является рефлексивно неманипулируемым. Пусть:

$$x_1 = s_1 - s_2 / 2, \;\; x_2 = s_2 - s_1 / 2, \quad s_1, s_2 \in [0; 1]. \quad (21)$$

Отметим, что, если построить соответствующий прямой механизм при $s_1, s_2 \in [0; 1]$, то он будет неманипулируемым и, тем более, рефлексивно неманипулируемым.

Вычислим равновесие Нэша:

$$s_1^*(r_1, r_2) = \frac{2}{3}(2\, r_1 + r_2),$$
$$s_2^*(r_1, r_2) = \frac{2}{3}(2\, r_2 + r_1).$$

Получаем, что непрямой механизм (21) является манипулируемым, но при $r_1, r_2 \ge 0$ – рефлексивно неманипулируемым (для достижения рефлексивной неманипулируемости каждого агента необходимо убедить в том, что все остальные агенты считают, что все типы равны нулю и этот факт является для них общим знанием (субъективным)).

В то же время, при $r_1, r_2 > 0$ непрямой механизм (21) не является рефлексивно неманипулируемым, так как какова бы ни была структура информированности (и какова бы ни была ее глубина) каждый из агентов будет уверен в том, что сообщение оппонента будет отлично от нуля.

Таким образом, существуют механизмы, которые не являются рефлексивно неманипулируемыми.

До сих пор мы рассматривали задачу манипулируемости – в каких информационных ситуациях агентам выгодно сообщение достоверной информации. Однако если вспомнить, что механизм планирования представляет собой процедуру принятия решений, то можно сделать вывод, что, изменяя информированность агентов, можно побуждать их сообщать ту или иную информацию, тем самым влияя на решения, принимаемые на основе этой информации. Данный аспект соответствует информационному управлению (точнее, рефлексивному управлению [13]). Поэтому рассмотрим модели рефлексивного управления в механизмах планирования.

5. Рефлексивное управление

Имея рефлексивную модель принятия агентами решений относительно сообщаемой информации, можно (помимо задачи рефлексивной неманипулируемости, то есть задачи поиска такой информационной структуры, при которой всем агентам, при любых значениях их истинных типов, выгодно сообщение достоверной информации) ставить и решать задачи *информационного управления* – поиска таких структур информированности (технологии формирования этих структур информированности мы, в силу принципа доверия [11, 13], не рассматриваем), при которых агенты ведут себя требуемым образом.

Конкретизируем, что может пониматься под "требуемым поведением". В соответствии с общей постановкой задачи информационного управления, приведенной в [13], можно формировать у агентов такие структуры информированности, при которых требуемые (с точки зрения субъекта, осуществляющего управление – центра, агента, или коалиции агентов) действия являются информационными равновесиями с учетом возможности манипулирования. Рассмотрим соответствующую модель.

Пусть множество N агентов характеризуется вектором типов $r \in \Re^n$. Рассмотрим, какие сообщения могут быть реализованы как информационные равновесия при условии, что каждый агент достоверно знает свой тип. Ставить и решать задачу управления будем с точки зрения центра, относительно которого будем считать, что вектор типов агентов ему известен достоверно (ниже также обсуждается возможность использования получаемых результатов в ситуации, когда рефлексивное управление осуществляет один из агентов или их коалиция).

Рассмотрим i-го агента, $i \in N$. Множество всевозможных информационных равновесий игры его фантомных агентов составляет E_I (см. выше). Обозначим $E_{-i} = \mathrm{Proj}_{-i}\, E_I$, $i \in N$. Центр, или другой субъект, осуществляющий рефлексивное управление может "убедить" i-го агента в том, что реализуется любая (конкретная) обстановка из E_{-i}. Тогда множество наилучших ответов i-го агента, имеющего тип $r_i \in \Re^1$, составляет

$$X_i(r_i) = \bigcup_{r_{-i} \in E_{-i}} \operatorname{Arg}\max_{\tilde{r}_i} f_i(h_i(r_{-i}, \tilde{r}_i), r_i),\ i \in N. \quad (22)$$

Таким образом, для каждого действия $x_i \in X_i(r_i)$ существует структура информированности i-го агента, при которой он выбирает данное действие как наилучший ответ на действия оппонентов, являющиеся с его точки зрения информационными равновесием. Следовательно, в силу независимости множеств $\{X_i(r_i)\}_{i \in N}$ можно ставить задачу поиска таких действий

$x^*(r) \in \prod_{i\in N} X_i(r_i)$, при которых целевая функция $\Phi: \Re^n \to \Re^1$ субъекта, осуществляющего рефлексивное управление (определенная на множестве векторов действий всех агентов), принимает максимальное значение:

$$x^*(r) = \arg \max_{x \in \prod_{i\in N} X_i(r_i)} \Phi(x). \quad (23)$$

Задача (23) – *задача информационного* (*рефлексивного*) *управления* центром множеством N агентов – является стандартной оптимизационной задачей.

В случае, когда субъектом, осуществляющим рефлексивное управление, является j-ый агент, он должен решить задачу:

$$x_{-j}(r) = \arg \max_{x_{-j} \in \prod_{i\neq j} X_i(r_i)} \max_{s_j \in \Re^1} f_j(h_j(x_{-j}, s_j), r_j), \quad (24)$$

то есть побудить (созданием соответствующей информационной структуры) оппонентов к выбору таких действий $x_{-j}(r)$, чтобы (с учетом оптимального выбора им своего собственного действия) максимизировать свою целевую функцию.

В случае, когда рефлексивное управление осуществляет коалиция $T \subseteq N$ агентов, задача управления формулируется аналогично задаче (24) с тем лишь отличием, что необходимо определить, что следует понимать под целевой функцией коалиции. Рассмотрение этой (по сути – кооперативной) модели выходит за рамки настоящей работы.

Наибольшую сложность в решении задачи рефлексивного управления (23) или (24) представляет поиск множества информационных равновесий, а также определение для заданного вектора действий, являющегося информационным равновесием, той информационной структуры, при которой данный вектор является равновесием.

Как отмечалось выше, множество информационных равновесий имеет простую структуру в случае, когда рефлексивные отображения стационарны.

<u>Утверждение 3.</u> Если рефлексивные отображения стационарны, то решение задачи рефлексивного управления (23) имеет вид:

$$x^*(r) = \arg \max_{x \in \prod_{i\in N} \bigcup_{r_{-i} \in X_{-i}^0} \operatorname{Arg}\max_{z_i} f_i(h_i(r_{-i}, z_i), r_i)} \Phi(x) \quad (25)$$

и достигается при структурах информированности глубины три (втором ранге рефлексии агентов).

Доказательство утверждения 3. Если рефлексивные отображения стационарны, то в силу результатов, приведенных в [13], выполнено: $E_I = E^0 = \prod_{i\in N} \mathrm{Proj}_i\, E_N$, что с учетом (23) приводит к (25). В этом случае достаточно ограничиться структурами информированности r_{ijk} глубины три: на нижнем уровне ijk-агенты разыгрывают равновесие Нэша и ij-агент выбирает свой наилучший ответ из X_j^0, i, j, k $\in$ N. Утверждение 3 доказано.

Приведем примеры рефлексивного управления в механизмах планирования – применим результат утверждения 3 для механизмов активной экспертизы.

6. Активная экспертиза

Рассмотрим пример рефлексивного управления агентами со стороны центра в модели активной экспертизы. Сначала приведем описание модели и известные результаты исследования [3, 9] *механизмов экспертизы* – получения и обработки информации от экспертов – специалистов в конкретных областях.

Пусть имеются *n* экспертов (далее – агентов), оценивающих какой-либо объект по скалярной шкале (объектом может быть кандидат на пост руководителя, вариант финансирования, эффективность проекта и т.д.). Каждый агент сообщает оценку $s_i \in [d; D]$, $i \in N$, где d – минимальная, а D – максимальная оценка. Итоговая оценка – *коллективное решение* $x = \pi(s)$ – является функцией оценок, сообщенных агентами, $s = (s_1, s_2, ..., s_n)$. Обозначим $r_i \in [d; D]$ – субъективное мнение i-го агента, то есть его истинное представление об оцениваемом объекте. Предположим, что процедура $\pi(s)$ формирования итоговой оценки является строго возрастающей по всем переменным непрерывной функцией, удовлетворяющей *условию единогласия*: $\forall\ a \in [d, D]\ \ \pi(a, a, ... , a) = a$.

Обычно предполагается, что агенты сообщают свои истинные мнения $\{r_i\}_{i \in N}$. При этом если каждый из агентов немного ошибается (несознательно и в зависимости от своей квалификации), то, например, средняя оценка $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} r_i$ достаточно объективно и точно оценивает объект. Однако, если агенты заинтересованы в результатах экспертизы, то они не обязательно будут сообщать свое истинное мнение, то есть механизм $\pi(\cdot)$ может быть подвержен манипулированию.

Формализуем интересы агента. Предположим, что каждый агент, будучи специалистом в своей области, заинтересован в том, чтобы результат экспертизы x был максимально близок к его мнению r_i.

Приведем пример манипулирования. Пусть $n = 3$, $d = 0$, $D = 1$, $r_1 = 0.4$, $r_2 = 0.5$, $r_3 = 0.6$ (агенты упорядочены по возрастанию точек пика), и центр использует следующий механизм обработки оценок: $x = \pi(s) = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3} s_i$. Если $s_i \equiv r_i$, $i = \overline{1,3}$, то есть если все агенты сообщают правду, то $x = 0.5$. При этом итоговая оценка совпала с истинным представлением второго агента, и он полностью удовлетворен коллективным решением. Остальные же агенты (первый и третий) не удовлетворены, так как $r_1 < 0.5$, а $r_3 > 0.5$. Легко вычислить $s^* = (0; 0,5; 1)$ – равновесие Нэша при данном векторе типов.

Определим следующие числа: $w_1 = \pi(d, D, D) = \pi(0, 1, 1) = 2/3$; $w_2 = \pi(d, d, D) = \pi(0, 0, 1) = {}^1/_3$ (отметим, что $\pi(0, 0, 0) = 0$ и $\pi(1, 1, 1) = 1$). При этом $w_2 \le r_2 \le w_1$ $(1/3 \le 1/2 \le 2/3)$ – на отрезке $[w_2; w_1]$ второй агент является «диктатором с ограниченными полномочиями» (его полномочия ограничены границами отрезка). Построим теперь для рассматриваемого примера механизм, в котором всем агентам выгодно сообщить достоверную информацию, и коллективное решение в котором будет то же, что и в механизме $\pi(\cdot)$.

Организатор экспертизы – центр – может попросить агентов сообщить истинные значения $r = \{r_i\}_{i \in I}$ и использовать их следующим образом (эквивалентный прямой механизм): упорядочить агентов в порядке возрастания сообщенных точек пика; если существует число $q \in \overline{2, n}$, такое, что $w_{q-1} \ge r_{q-1}$; $w_q \le r_q$ (легко показать, что существует единственный агент с таким номером q), то $x^* = \min(w_{q-1}; r_q)$. В нашем примере $q = 2$ и $1/2 = \min(2/3; 1/2)$.

При этом, очевидно, $s_i^* = d, i < q, s_i^* = D, i > q$. Итак, по сообщению r центр, воспользовавшись числами w_1 и w_2, восстановил равновесие Нэша s^*.

Можно проверить, что в построенном прямом механизме сообщение достоверной информации является равновесием Нэша для агентов, причем итоговая оценка та же, что и в исходном механизме.

Опишем, следуя [3], общий случай (произвольного числа агентов). Пусть все r_i различны и упорядочены в порядке возрастания, то есть $r_1 < r_2 < \ldots < r_n$ и s^* – равновесие Нэша ($x^* = \pi(s^*)$). По аналогии с рассмотренным выше примером можно показать, что если $x^* > r_i$, то $s_i^* = d$, если $x^* < r_i$, то $s_i^* = D$. Если же $d < s_i^* < D$, то $x^* = r_i$. При этом, если $x^* = r_q$, то $\forall j < q \quad s_j^* = d, \ \forall j > q \ \ s_j^* = D$, а сама величина s_q^* определяется из условия

$$\pi\left(\underbrace{d, d, \ldots, d}_{q-1}, s_q^*, \underbrace{D, D, \ldots, D}_{n-q}\right) = r_q .$$

Таким образом, для определения ситуации равновесия достаточно найти номер q. Для этого введем (n – 1) число:

$$w_i = \pi\left(\underbrace{d, d, \ldots, d}_{i}, \underbrace{D, D, \ldots, D}_{n-i}\right), i = \overline{1, n} .$$

Видно, что $w_0 = D > w_1 > w_2 > \ldots > w_n = d$, и если $w_i \le r_i \le w_{i-1}$, то $x^* = r_i$, то есть i-ый агент является диктатором на отрезке $[w_i; w_{i-1}]$. Легко показать, что существует единственный агент q, для которого выполнено $w_{q-1} \geq r_{q-1}$, $w_q \leq r_q$.

Определив таким образом q, можно найти итоговую оценку в равновесии: $x^* = \min(w_{q-1}; r_q)$. Сообщение достоверной информации $(\tilde{r}_i \equiv r_i)_{i \in N}$ при этом является доминантной стратегией [3].

Мы, фактически, доказали, что для любого механизма экспертизы $\pi(\cdot)$ можно построить эквивалентный прямой механизм, в котором сообщение достоверной информации является равновесием Нэша. Этот результат позволяет говорить, что, если центр заинтересован в получении достоверной информации от агентов, то он может этого добиться, используя неманипулируемый прямой механизм. Однако интересы центра могут быть другими.

Предположим, например, что центр заинтересован в том, чтобы результат экспертизы был как можно ближе к значению $x_0 \in [d; D]$. Пусть центру известны мнения агенов $\{r_i \in [d; D]\}_{i \in N}$, но никому из них не известны достоверно мнения остальных. Рефлексивное управление в данной ситуации заключается в формировании у агентов таких структур информированности (представлений о представлениях оппонентов), чтобы сообщаемая ими как субъективное информационное равновесие информация приводила бы к принятию наиболее выгодного для центра (наиболее близкого к x_0) решения.

Обозначим $x_{0i}(a_i, r_i)$ – решение уравнения

$$\pi(a_i, \dots, a_i, x_0, a_i, \dots, a_i) = r_i, \quad (26)$$

в котором x_0 стоит на i-ом месте, $i \in N$.

Содержательно, условие (26) – наилучший ответ i-го агента на единогласное сообщение остальными агентами величины a_i.

В силу монотонности и непрерывности механизма $\pi(\cdot)$ при фиксированном типе r_i i-го агента $x_{0i}(a_i, r_i)$ – непрерывная убывающая функция a_i. Потребуем, чтобы $x_0 \in [d; D]$, тогда $\forall\ a_i \in \Re^1$, $\forall\ r_i \in [d; D]$

$$x_0 \in [d_i(r_i); D_i(r_i)],\ i \in N, \quad (27)$$

где

$$d_i(r_i) = \max\{d; x_{0i}(D, r_i)\},$$
$$D_i(r_i) = \min\{D; x_{0i}(d, r_i)\},\ i \in N. \quad (28)$$

<u>Утверждение 4.</u> Если тип каждого эксперта известен организатору экспертизы, но неизвестен другим экспертам, то за счет рефлексивного управления любой результат x_0, для которого выполнено

$$x_0 \in [\max_{i \in N} d_i(r_i); \min_{i \in N} D_i(r_i)] \quad (29)$$

может быть реализован как единогласное коллективное решение.

Доказательство утверждения 4. В силу описанной выше структуры равновесия Нэша в механизме активной экспертизы множество информационных равновесий есть $[d; D]^n$.

Рассмотрим следующую структуру информированности i-го агента: $r_{ij} = a_i$, $j \neq i$, $r_{ijk} = a_i$, $k \in N$, то есть все оппоненты с точки зрения i-го агента имеют одинаковые точки пика, равные a_i (см. выражение (26)), считают, что он сам имеет такую же точку пика, и считают этот факт общим знанием.

Таким образом, i-ый агент ожидает от всех оппонентов сообщения a_i как информационного равновесия их игры (отметим, что при этом центру не нужно строить сложные и глубокие структуры информированности и вычислять для них информационные равновесия). Его наилучшим ответом (в силу определения (26) величины a_i) является сообщение $x_{0i}(a_i, r_i)$, диапазон возможных значений которого определяется, в силу утверждения 3, выражениями (27)-(28). Получили, что $X_i(r_i) = [d_i(r_i); D_i(r_i)]$, $i \in N$.

Так как требуется единогласное принятие решения, то следует вычислить пересечение множеств (27)-(28) по все агентам, что дает выражение (29).

Итак, все агенты сообщают x_0, и в силу условия единогласия это решение принимается (сторонним наблюдателям невозможно придраться к "демократичности" механизма принятия решений и результатам его использования). Утверждение 4 доказано.

Применим утверждение 4 к линейному анонимному (напомним, что анонимным называется механизм принятия решений, симметричный относительно перестановок агентов [7, 8]) механизму экспертизы $\pi(s) = \frac{1}{n}\sum_{i \in N} s_i$, $s_i, r_i \in [0; 1]$, $i \in N$. Вычисляем: $a_i = \frac{n\, r_i - x_0}{n-1}$, $i \in N$. Получаем из условия $a_i \in [0; 1]$ (или из (27)-(29)) границы диапазона единогласно реализуемых коллективных решений:

$$\max\,\{0; n\,(\max_{i \in N} r_i - 1) + 1\} \leq$$
$$\leq x_0 \leq \min\,\{1; n \min_{i \in N} r_i\}. \quad (30)$$

Интересно отметить, что из (30) следует ограничение

$$\max_{i \in N} r_i - \min_{i \in N} r_i \leq 1 - \frac{1}{n}$$

на разброс мнений экспертов, при котором существует хотя бы один результат x_0, реализуемый за счет рефлексивного управления как единогласно принятое коллективное решение.

С другой стороны, из (30) следует, что $x_0 \in [0; 1]$, если

$$\max_{i \in N} r_i \geq 1 - \frac{1}{n}, \quad \min_{i \in N} r_i \leq \frac{1}{n}.$$

Последнее условие свидетельствует, что в линейном анонимном механизме экспертизы достаточным условием единогласной реализации любого коллективного мнения в результате рефлексивного управления является значительный разброс мнений экспертов: должны существовать как эксперты с низкими оценками, так и с высокими.

Откажемся теперь от требования единогласного принятия коллективного решения. Введем два вектора:

$$d(r) = (d_1(r_1), d_2(r_2), \ldots, d_n(r_n)),$$
$$D(r) = (D_1(r_1), D_2(r_2), \ldots, D_n(r_n)).$$

Утверждение 5. Если тип каждого эксперта известен организатору экспертизы, но неизвестен другим экспертам, то за счет рефлексивного управления любой результат x_0, для которого выполнено

$$x_0 \in [\pi(d(r)); \pi(D(r))]. \quad (31)$$

может быть реализован как коллективное решение.

Доказательство утверждения 5. Утверждение 5 отличается от утверждения 4 тем, что в нем, с одной стороны, отсутствует одинаковость равновесных сообщений агентов, с другой стороны – расширяется ограничение на реализуемое как информационное равновесие коллективное решение (условие (29) заменено на (31)).

Фиксируем вектор $r \in [d; D]^n$ точек пика агентов. В соответствии со структурой равновесия, описанной выше, каждый агент в равновесии сообщает либо минимальную заявку (ноль), либо максимальную (единицу), либо свой истинный тип (если данный агент является диктатором). Так как у каждого агента можно сформировать произвольные представления о типах остальных агентов и их представлениях и т.д., то каждого из них можно убедить в том, что множество возможных обстановок игры составляет $[d; D]^{n-1}$.

Для этого достаточно сформировать, например, следующую структуру информированности глубины три: ij-ый агент должен быть диктатором и этот факт должен быть общим знанием для ijk-агентов.

В ходе доказательства утверждения 4 установлено, что, что $X_i(r_i) = [d_i(r_i); D_i(r_i)]$, $i \in N$. В силу того, что информационные структуры агентов формируются независимо, получаем, что вектор минимальных равновесных заявок есть $d(r)$, максимальных – $D(r)$. Из монотонности и непрерывности процедуры $\pi(\cdot)$ принятия решений следует (31). Утверждение 5 доказано.

Применим утверждение 5 к линейному анонимному механизму экспертизы $\pi(s) = \frac{1}{n}\sum_{i \in N} s_i$, $s_i, r_i \in [0; 1]$, $i \in N$. Вычислим, какое сообщение s_i i-го агента является для него субъективно оптимальным при обстановке s_{-i} (обозначим $S_{-i} = \sum_{j \neq i} s_j \in [0; n-1]$):

$$s_i(r_i, S_{-i}) = n\, r_i - S_{-i}, \ i \in N. \quad (32)$$

Следовательно, $X_i(r_i) = [\max \{0; 1 - n (1 - r_i)\}; \min \{1; n r_i\}]$, $i \in N$. Подставляя с учетом (32) левые и правые границы множеств $X_i(r_i)$ в линейный анонимный механизм планирования, получаем:

$$x_0 \in [\sum_{i \in N} \frac{1}{n} \max \{0; 1 - n (1 - r_i)\};$$

$$\sum_{i \in N} \frac{1}{n} \min \{1; n r_i\}]. \quad (33)$$

Из утверждений 4 и 5 (см. их доказательства, содержащие описание вида минимальной структуры информированности, реализующей заданное коллективное решение) можно сделать следующий вывод.

<u>Следствие.</u> При решении задач рефлексивного управления в механизмах активной экспертизы достаточно ограничиться вторым рангом рефлексии экспертов.

Рассмотрим приведенный выше числовой пример с тремя агентами, имеющими точки пика: $r_1 = 0.4$, $r_2 = 0.5$, $r_3 = 0.6$. Пусть $x_0 = 0.8$. Если все агенты сообщают правду, то в непрямом механизме $x = 0.5$; в соответствующем прямом (неманипулируемом) механизме будет принято то же решение. То есть, центру хотелось бы, чтобы каждый из агентов сообщил большую оценку, приблизив тем самым итоговое решение к 0.8.

Условие (30) в рассматриваемом примере выполнено. Вычислим следующие величины:

$$0.8 + 2\, a_1 = 3 \times 0.4 \to a_1 = 0.2,$$

$$0.8 + 2\, a_2 = 3 \times 0.5 \to a_2 = 0.35,$$

$$0.8 + 2\, a_3 = 3 \times 0.6 \to a_3 = 0.5.$$

Центр формирует у первого агента убеждение, что типы остальных агентов равны 0.2, они считают, что его тип также равен 0.2 и с их точки зрения этот факт – общее знание. Аналогичные "убеждения" – соответственно 0.35 и 0.5 – формируются у второго и третьего агентов.

Наилучшим ответом первого агента (приводящим к тому, что коллективное решение совпадает с его точкой пика) на сообщение 0.2 остальными агентами является сообщение 0.8. Это же сообщение (в силу определения a_i) является наилучшим ответом всех остальных агентов (второго и третьего). Итак, все сообщают 0.8, и это решение единогласно принимается.

В рассматриваемом числовом примере условие (33) выполнено для любого $x_0 \in [0; 1]$, то есть $n (\max_{i \in N} r_i - 1) + 1 \le 0$ и $n \min_{i \in N} r_i \ge 1$.

Рассмотрим другой пример: пусть $n = 2$, $r_1 = 0.2$, $r_2 = 0.7$. Тогда из (30) получаем, что существует единственное x_0, равное 0.4, которое реализуемо как единогласное коллективное решение. В то же время, множество реализуемых в соответствии с утверждением 5 коллективных решений составляет отрезок [0.2; 0.7].

Совпадение границ этого отрезка с типами агентов случайно: например, при $r_1 = 0.1$, $r_2 = 0.5$ единогласно реализуемы коллективные решения из отрезка [0; 0.2], а в рамках утверждения 5 – из отрезка [0; 0.6].

В заключение рассмотрения рефлексивного управления в механизмах активной экспертизы отметим, что результаты утверждений 4 и 5 были получены в предположении, что тип каждого эксперта известен организатору экспертизы, но неизвестен другим экспертам. Более реалистичным является предположение, что каждый из участников (центр и эксперты) имеет свои представления о диапазонах типов оппонентов, то есть управленческие возможности центра ограничены. Анализ множества коллективных решений, которые могут быть реализованы в этом случае как информационные равновесия, представляется перспективной задачей будущих исследований.

7. Распределение ресурса

Рассмотрим пример рефлексивного управления одним агентом со стороны другого агента в модели распределения ресурса.

Задачей центра является распределение ресурса R на основании заявок $s_i \in [0; R]$, $i \in N$, агентов. Относительно свойств процедуры планирования, следуя [3], предположим:

1) $\pi_i(s)$ непрерывна и строго монотонно возрастает по s_i, $i \in N$;

2) $\pi_i(0, s_{-i}) = 0 \ \forall \ s_{-i} \in [0; R]^{n-1}$, $i \in N$;

3) механизм распределения ресурса анонимен, то есть произвольная перестановка номеров агентов приводит к соответствующей перестановке количеств получаемых ими ресурсов.

Известно [3], что все механизмы распределения ресурса, удовлетворяющие свойствам 1-3, эквивалентны (то есть приводят к тем же равновесиям) *механизму пропорционального распределения*:

$$\pi_i(s) = \begin{cases} s_i, \text{ если } \sum_{j=1}^{n} s_j \le R \\ \min\left\{s_i, \ R\, s_i / \sum_{j=1}^{n} s_j\right\}, \text{ если } \sum_{j=1}^{n} s_j > R \end{cases} ,(34)$$

что позволяет ограничить рассмотрение механизмами пропорционального распределения.

Пусть имеются два агента: $r_1 = 0.4$, $r_2 = 0.8$, и между ними распределяется единичное количество ресурса. Если типы агентов являются общим знанием, то в равновесии первый агент окажется диктатором, то есть получит требуемое количество ресурса, а остаток (0.6) достанется второму агенту. Равновесные сообщения будут: 2/3 и 1, причем это равновесие в условиях общего знания могут априори рассчитать оба агента. При этом в соответствующем прямом механизме у каждого агента имеется доминантная стратегия – сообщение достоверной информации. Поэтому рассмотрим задачу рефлексивного управления в исходном (непрямом) механизме (34).

Первому агенту, являющемуся диктатором, влиять на представления второго агента не имеет смысла. Поэтому будем считать, что второй агент адекватно информирован о первом и влияет на его представления, формируя у него структуру информированности $1 \leftrightarrow 12$. Общая структура информированности при этом имеет вид: $2 \leftarrow 1 \leftrightarrow 12$.

Второму агенту, которому не хватает ресурса, требуется убедить первого сделать минимально возможную заявку. Однако, в силу (34) выполнено (свой тип первый агент знает достоверно):

$$s_1 \geq r_1. \quad (35)$$

Минимальная заявка, удовлетворяющая (35), равна s_1. Она будет субъективно равновесной с точки зрения первого агента, если $r_{21} \leq R - r_1 = 0.6$. Следовательно, второй агент должен убедить первого, что его (второго агента) точка пика не превышает 0.6.

Пусть $r_{21} = 0.6$. Тогда субъективное равновесие с точки зрения первого агента – сообщение "достоверной" информации: заявок 0.4 и 0.6, и получение ресурса в количестве 0.4 и 0.6. Реальные же заявки будут равны 0.4 и 1 (единица является наилучшим ответом второго агента на сообщение первого 0.4). Первый агент получит 0.286 единиц ресурса, второй – 0.714. Видно, что это информационное равновесие не является стабильным, но за счет манипулирования представлениями первого агента второй агент получил дополнительно более 0.1 единицы ресурса и приблизился тем самым к своей точке пика.

В заключение рассмотрения механизмов распределения ресурса отметим, что в случае, когда тип агента достоверно известен только ему самому, для рефлексивной неманипулируемости непрямого механизма распределения ресурса достаточно сформировать у агентов такую структуру информированности, в соответствии с которой диктаторы бы "отсутствовали". Это (в данном примере) возможно, если $r_i \in [0; R]$, $i \in N$, – тогда центру достаточно сформировать любую структуру информированности глубины два, которая удовлетворяет: $r_i + \sum_{j \neq i} r_{ij} \leq R$, $i \in N$. Такое равновесие, правда, в общем случае не будет стабильным

Также подчеркнем, что, так как соответствующий механизму (34) прямой механизм неманипулируем [9, 15], то можно отказаться от рефлексивной неманипулируемости – сообщение достоверной информации будет стабильным информационным равновесием, если истинные типы агентов являются общим знанием.

Заключение

В теории выбора [1, 7] и теории управления организационными системами [3, 15] исследуется манипулируемость соответственно механизмов принятия решений и механизмов планирования, в которых сообщаемая агентами информация зависит от их предпочтений. Если отказаться от предположения о том, что истинные предпочтения всех агентов известны каждому из них (и, более того, являются общим знанием), то возникает задача исследования свойств механизма (манипулируемость, информационное управление и т.д.) в зависимости от структуры информированности агентов. Другими словами, возможна рефлексивная "надстройка" над классическими задачами о манипулируемости и управлении.

Рефлексивная неманипулируемость выше определена как свойство сообщения агентами достоверной информации при заданной структуре информированности. Достаточные условия рефлексивной неманипулируемости даются утверждением 1, соответствующая структура информированности – утверждением 2.

Кроме того, сформулирована задача информационного (рефлексивного) управления – формирования такой структуры информированности агентов, при которых механизм обеспечивал бы принятие требуемых решений. Решение задачи рефлексивного управления для случая стационарных рефлексивных отображений дается утверждением 3, решение задачи рефлексивного управления в механизмах принятия коллективных решений – утверждениями 4 и 5.

Приведенные в настоящей работе результаты свидетельствуют, что задачи рефлексивного управления и построения рефлексивно неманипулируемых механизмов планирования можно и нужно ставить и решать – систематическое их изучение представляется перспективным предметом будущих исследований.

Список литературы

1. Айзерман М.А., Алескеров Ф.Т. Выбор вариантов: основы теории. М.: Наука, 1990. – 236 с.
2. Бурков В.Н., Еналеев А.К., Новиков Д.А. Механизмы функционирования социально – экономических систем с сообщением информации // Автоматика и Телемеханика. 1996. № 3. С. 3 – 26.
3. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Как управлять организациями. М.: Синтег, 2004. – 400 с.
4. Губко М.В., Новиков Д.А. Теория игр в управлении организационными системами. М.: Синтег, 2002. – 148 с.
5. Коргин Н.А. Неманипулируемые механизмы обмена в активных системах. М.: ИПУ РАН, 2003. – 126 с.
6. Лезина З.М. Манипулирование выбором вариантов: теория агенды // Автоматика и телемеханика. 1985. № 4. С. 5 – 22.

7. Мулен Э. Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели. М.: Мир, 1991. – 464 с.
8. Новиков Д.А. Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем. М.: Фонд "Проблемы управления", 1998. – 150 с.
9. Новиков Д.А., Петраков С.Н. Курс теории активных систем. М.: Синтег, 1999. – 108 с.
10. Новиков Д.А. Стимулирование в социально-экономических системах. М.: ИПУ РАН, 1998. – 216 с.
11. Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Активный прогноз. М.: ИПУ РАН, 2002. – 101 с.
12. Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Прикладные модели информационного управления. М.: ИПУ РАН, 2004.
13. Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Рефлексивные игры. М.: Синтег, 2003. – 160 с.
14. Петраков С.Н. Достаточные условия существования эквивалентных прямых механизмов планирования в активных системах // Автоматика и Телемеханика. 2001. № 10.
15. Петраков С.Н. Механизмы планирования в активных системах: неманипулируемость и множества диктаторства. М.: ИПУ РАН, 2001. – 135 с.
16. Dasgupta P., Hammond P., Maskin E. The implementation of social choice rules: some general results on incentive compatibility // Review of Economic Studies. 1979. Vol. 46. № 2. P. 185 – 216.