РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова

Д.К. Васильев, А.Ю. Заложнев,
Д.А. Новиков, А.В. Цветков

ТИПОВЫЕ РЕШЕНИЯ В УПРАВЛЕНИИ ПРОЕКТАМИ

Москва – 2003

УДК 007
ББК 32.81
Н 73

Васильев Д.К., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А., Цветков А.В. **Типовые решения в управлении проектами**. М.: ИПУ РАН (научное издание), 2003. – 75 с.

Настоящая работа содержит результаты исследований теоретико-игровых моделей типовых решений в управлении проектами. Теоретической основой являются обобщенные решения задач управления организационными системами. Рассматриваются модели: агрегирования информации, унифицированных систем стимулирования, шкал оплаты труда, обучения менеджеров проектов.

Работа рассчитана на специалистов (теоретиков и практиков) по управлению проектами.

Рецензент: д.т.н. В.В. Цыганов

Утверждено к печати Редакционным советом Института

Текст воспроизводится в виде, утвержденном Редакционным советом Института

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение

Настоящая работа посвящена исследованию проблемы унификации управления проектами – использованию *типовых*, то есть стандартизованных и типовых, *решений*. Понятно, что априорное ограничение класса возможных управлений, с одной стороны снижает гарантированную эффективность управления, а с другой стороны – позволяет уменьшить информационную нагрузку на руководителя проекта и дать ему возможность максимально использовать в новой ситуации, как свой собственный опыт, так и опыт реализации проектов, накопленный другими руководителями проектов.

Основным используемым аппаратом является теоретико-игровое моделирование (подход теории активных систем (АС) [8, 10, 13, 38] и теории иерархических игр [23, 24]), позволяющее учесть целенаправленность деятельности участников проекта (руководителя проекта – центра и исполнителей – активных элементов (АЭ)) и принятие ими решений в условиях неопределенности (объективной, субъективной, игровой и др. [36, 74]).

Структура изложения материала следующая: во втором разделе качественно обсуждаются проблемы унификации управления проектами. В третьем разделе описываются основные подходы к построению обобщенных решений задач управления организационными системами (ОС), в четвертом – применение этих подходов к анализу проблемы агрегирования информации, в пятом – известные модели унифицированных ранговых систем стимулирования, в шестом – новые свойства этого класса систем стимулирования, в седьмом – шкалы оплаты труда участников проектов, в восьмом – модели обучения менеджеров проектов. Заключение содержит краткое обсуждение основных результатов и перспектив дальнейших исследований.

2. Проблема унификации в управлении проектами

В последнее время все более актуальным становится управление знаниями [22, 47, 69, 76, 77, 81]. Действительно, в динамично изменяющихся внешних условиях существенным становятся корпоративные знания и опыт, накопленный сотрудниками организации. Одной из основ систематизации опыта является выделение типовых ситуаций и управленческих решений, оптимальных (или рациональных) в этих ситуациях (см. также ситуационное управление – [49]). Так как число возможных ситуаций огромно, то «запоминание» всех ситуаций невозможно, да и нецелесообразно – следует выделять множества «похожих» ситуаций и использовать одинаковые решения для ситуаций из одного и того же множества. В теории управления такой подход получил название «*унифицированного управления*» [27, 35, 38, 43, 44, 58, 75], а соответствующие управленческие решения – «*типовых решений*». В проектах, в силу их специфики (каждый проект уникален – см. многочисленную отечественную и зарубежную литературу по управлению проектами [12, 21, 54-58, 68, 71, 78, 80 и др.]), проблема унификации управления обретает еще большую значимость.

При использовании унифицированного управления (типовых решений) возникают несколько задач: определения оптимального (по тем или иным критериям) разбиения множества возможных состояний системы, то есть – выделение типовых ситуаций; поиск оптимальных (опять же по тем или иным критериям) типовых решений и т.д. Использование формальных моделей типовых решений позволяет: агрегировать опыт, накопленный организацией, обеспечивать априори известный уровень гарантированной эффективности управления, а также организовывать обучение менеджеров проектов.

Перейдем к рассмотрению теоретической основы анализа и синтеза типовых решений – обобщенных решений задач управления организационными системами.

3. Обобщенные решения задач управления организационными системами

Рассмотрим модель организационной (активной) системы (ОС), состоящей из управляющего органа – центра (руководителя проекта) и n управляемых субъектов – АЭ (исполнителей проекта), функционирующих в условиях полной информированности обо всех существенных внешних и внутренних по отношению к системе параметрах (детерминированная ОС). Теоретико-игровая формулировка задачи управления заключается в следующем. Пусть $y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in A' = \prod_{i=1}^{n} A_i$ – вектор стратегий (действий) АЭ, компоненты которых они выбирают одновременно и независимо, $u \in U$ – управление со стороны центра.

Предположим, что целевая функция i-го АЭ $f_i(y, u)$, отражает его предпочтения на множестве $A' \times U$. Определим $P(u, f)$ – множество решений игры АЭ как множество равновесных при заданном управлении $u \in U$ стратегий АЭ. В одноэлементной ОС $P(u, f)$ является множеством точек максимума целевой функции АЭ, в многоэлементных системах – множеством равновесий (в максиминных стратегиях, или доминантных стратегиях, или равновесий Нэша, Байеса, Штакельберга и т.д. – в зависимости от конкретной задачи [13, 38, 73, 74]).

При этом задача управления ОС заключается (далее по умолчанию будем считать выполненной гипотезу благожелательности) в поиске допустимого управления, максимизирующего целевую функцию центра: $u^* \in \operatorname{Arg} \max\limits_{u \in U} \max\limits_{y \in P(u, f)} F(u, y)$ при заданной целевой функции АЭ $f(\cdot)$, то есть управления, имеющего максимальную эффективность $K(u, f) = \max\limits_{y \in P(u, f)} F(u, y)$ (или максимальную гарантированную эффективность $K_g(u, f) = \min\limits_{y \in P(u, f)} F(u, y)$). Зависимость $u = \hat{u}(\cdot)$ управления от стратегий АЭ определяет *механизм управления* в узком смысле – совокупность правил и процедур принятия решений центром.

Два важных частных случая общей постановки составляют задачи стимулирования и задачи планирования. В задаче стимулирования управление $\hat{u}(\cdot)$ содержательно соответствует отображению множества действий АЭ (в этом случае стратегией является выбор действий) во множество допустимых вознаграждений (штрафов) [23, 43, 44], в задаче планирования – отображению множества сообщений АЭ (в этом случае стратегией является выбор сообщаемой информации) во множество допустимых планов (желательных состояний АЭ, коллективных решений и т.д.) [8, 10, 13, 43, 46].

До настоящего момента мы считали, что модель ОС совпадает с реальной системой, для которой она строится. Перейдем к анализу возможных различий ОС и ее модели. Примем следующее предположение: модель ОС полностью совпадает с оригиналом по следующим параметрам – состав, структура, число периодов функционирования, порядок функционирования и информированность участников (см. определения в [38]). Таким образом, будем считать, что модель может отличаться от реальной ОС только лишь целевыми функциями участников и множествами их допустимых стратегий.

В общем случае можно выделить три причины несовпадения модели и моделируемой ОС (естественно, возможны все возможные комбинации этих причин):

- неадекватность модели, неосознаваемая центром и исследователем операций (см. подробное обсуждение в [11, 37, 45]);
- наличие неопределенности, то есть неполная информированность центра и исследователя операций о существенный внешних и внутренних по отношению к моделируемой системе параметрах в условиях правильно выбранной структуры модели, аппарата моделирования, общих закономерностей описания и т.д.
- необходимость и/или целесообразность использования известных моделей для описания новой ОС.

Последняя причина характерна для рассматриваемой в настоящей работе проблемы унифицированного управления проектами, при котором для нового проекта используются существующие элементы системы управления (механизмы управления), например, типовые решения. Однако так как существует единый подход к учету всех трех перечисленных причин, основывающийся на понятии обобщенного решения задачи управления [37, 40, 75], то приведем в настоящем разделе общие известные результаты по обобщенным решения, с тем, чтобы использовать их в дальнейшем при анализе и синтезе типовых решений в управлении проектами.

Введение обобщенных решений позволяет получить ответы на следующие вопросы:

- насколько оптимальное решение чувствительно к ошибкам описания модели, то есть, будут ли малые "возмущения" модели приводить к столь же малым изменениям оптимального решения (условно эта задача называется задачей анализа устойчивости оптимального решения по параметрам модели, точнее – задачей анализа устойчивости принципа оптимальности);
- будет ли механизм управления, обладающий определенными свойствами в рамках модели (например, оптимальность, эффективность не ниже заданной и т.д.), обладать этими же свойствами и в реальной ОС, и насколько широк класс реальных ОС, в которых данный механизм еще обладает этими свойствами (условно эта задача называется задачей анализа адекватности модели).

Не претендуя на полноту анализа, приведем некоторые подходы к решению проблем устойчивости и адекватности для ряда механизмов управления ОС. Качественно, основная идея заключается в следующем. Эффективностью управления в известных на сегодняшний день моделях является значение (гарантированное или максимальное) целевой функции центра на множестве решений игры АЭ (множестве тех действий АЭ, которые им выгодно выбирать при использовании центром данного управления). С таким критерием эффективности задача синтеза оптимального управления заключается в поиске допустимого управления, имеющего максимальную эффективность. Использование оптимальных (в определенном выше смысле) решений приводит к тому, что они, как правило, оказываются неоптимальными при малых вариациях параметров модели. Возможным путем преодоления этого недостатка является расширение множества "оптимальных" решений за счет включения в него e-оптимальных (приближенных решений, почти решений и т.д.). Оказывается, что такое ослабление понятия "оптимальность" (корректно называемое регуляризацией принципа оптимальности [31, 32, 53]) позволяет, установив взаимосвязь между возможной неточностью описания модели и величиной e, гарантировать некоторый уровень эффективности множества решений в заданном классе реальных систем, то есть расширить класс гарантированной применимости решений за счет использования менее эффективных из них, нежели, чем оптимальные в классическом понимании. Иными словами, вместо рассмотрения фиксированной модели ОС, необходимо исследовать семейство моделей. Для параметрического решения задачи управления на семействе моделей используется термин "обобщенное решение задачи управления ОС" [37] (следует отметить, что предложенный Д.А. Молодцовым [31, 32] подход к исследованию устойчивости принципов оптимальности, в отличие от теории некорректных задач (в которой семейство приближенных решений совпадает с семейством окрестностей точного решения в некоторой топологии – такой подход достаточно распространен в исследованиях по устойчивости), использует вместо топологии на множестве решений само семейство приближенных решений, что позволяет достаточно просто согласовать понятия устойчивости и приближенного решения).

Перейдем к определению понятия устойчивости решения задачи управления, описываемой иерархической игрой типа Γ_2 [23], для которой известно, что она корректна (устойчива) относительно целевой функции центра и в общем случае неустойчива относительно целевой функции АЭ (см., например [23, 31]). Регуляризация этой задачи возможна и заключается в искусственном введении неточности вычисления максимума целевой функции АЭ [23, 37]. Однако, во-первых, предположение о том, что АЭ согласится выбирать d-оптимальные стратегии, не всегда обоснованно, а, во-вторых, как отмечалось выше, помимо проблемы устойчивости существует и проблема адекватности модели. Перейдем к формальным определениям.

Пусть M – множество моделей организационных систем (ОС), которому в силу введенных предположений принадлежат и реальная (моделируемая) ОС m, и ее модель $\tilde{m}$[1]. Из перечисленных выше параметров модели следует, что модель ОС (и сама моделируемая ОС) может быть представлена кортежем: $\tilde{m} = \{\tilde{\Phi}(\cdot), \tilde{f}(\cdot), \tilde{U}, \tilde{A}\}$ ($m = \{F(\cdot), f(\cdot), U, A\}$), включающем целевые функции и допустимые множества центра и АЭ, соответ-

---

[1] *Индекс «˜» соответствует переменным, описывающим модель.*

ственно. Критерий эффективности управления $K(u)$, естественно, зависит от модели, то есть $K(u) = K(u, \tilde{m})$.

Введем дополнительно следующее предположение: модель ОС может отличаться от оригинала только предпочтениями АЭ, то есть $\tilde{m} = \{F(\cdot), \tilde{f}(\cdot), U, A\})$. В качестве обоснования данного предположения можно привести следующие рассуждения. Так как исследователь операций находится на позициях центра, то его предпочтения (целевая функция $\tilde{\Phi}(\cdot)$) и множество допустимых управлений U ему известны. Основную сложность при построении теоретико-игровой модели, как правило, представляет идентификация именно предпочтений АЭ (отметим, что в [23] показано, что при неточном описании предпочтений управляющего органа на соответствующую величину уменьшается гарантированная эффективность управления; кроме того, в [37, 40] построены обобщенные решения детерминированных задач стимулирования в ОС, модели которых отличаются от оригинала по всем параметрам).

Для описания близости моделей введем псевдометрику $m(\cdot)$ – числовую функцию, определенную на M ´ M, и удовлетворяющую следующим условиям: ″ m_1, m_2, m_3 Î M выполнено:

$$m(m_1, m_1) = 0,\ m(m_1, m_2) + m(m_2, m_3)\ ³\ m(m_1, m_3).$$

Ограничимся рассмотрением критериальных принципов оптимальности, задаваемых критерием эффективности $K(u, m)$, где u Î U, m Î M. Оптимальными (точнее, ε-оптимальными, e ³ 0) будут стратегии из множества[1]:

(1) $R_e(m) = \{u$ Î $U \mid K(u, m)$ ³ $\sup\limits_{t \in U} K(t, m) - e\}$.

Соответствующий принцип оптимальности (в общем случае [32] принцип оптимальности – точечно-множественное отображение, ставящее в соответствии каждой модели или реальной ОС подмножество множества допустимых управлений) называется критериальным.

---

[1] *Так как и реальная ОС, и ее модель в силу введенных предположений принадлежат одному «пространству», то там, где это не приведет к неоднозначности понимания, будем опускать индекс «˜», соответствующий модели. Так, например, множество e-оптимальных решений* (1) *может определяться и для модели* $\tilde{m}$ Î M: $R_e(\tilde{m})$ *и т.д.*

Задача синтеза оптимального ($e = 0$) управления ОС заключается в поиске допустимого управления, максимизирующего эффективность для заданной ОС или ее модели (различий между ними пока мы не делаем):

(2) $K(m) = \sup\limits_{u \in U} K(u, m)$.

То есть «классическому» принципу оптимальности $K(m)$ соответствует множество решений $R_0(m)$.

Будем считать, что U – метрическое пространство с метрикой ν, которая порождает метрику Хаусдорфа $Hn(B_1, B_2)$, определяющую «расстояние» между подмножествами B_1 и B_2 множества U[1].

Принцип оптимальности $R_e(m)$ устойчив на модели $\tilde{m}$ Î M [32], если

(3) " a ³ 0 $ b ³ 0: " m Î M:

$$m(m, \tilde{m}) \text{ £ } b \quad ® \quad Hn(R_e(\tilde{m}), R_e(m)) \text{ £ } a.$$

Определение устойчивости (3) близко к определению устойчивости по Ляпунову и качественно означает, что малые возмущения модели приводят к малым изменениям множеств оптимальных решений.

Критериальный принцип оптимальности $R_0(m)$ называется устойчивым на модели $\tilde{m}$ Î M, если функция $K(m)$, определяемая (2), непрерывна на модели $\tilde{m}$. Более общие определения устойчивости принципов оптимальности можно найти, например, в [32].

Отметим, что когда речь идет об устойчивости принципа оптимальности, в (3) используется «расстояние» между множествами оптимальных решений (1). В то же время, если результаты моделирования используются на практике, то для внедрения предлагается, как правило, единственное решение, поэтому введем определение устойчивости отдельного решения, удовлетворяющего тому или иному принципу оптимальности. Для критериального принципа оптимальности устойчивость решения u Î U на модели $\tilde{m}$ определяется как непрерывность функции $K(u, m)$ на модели $\tilde{m}$.

---

[1] *Особо следует отметить, что выбор метрик* m *и* n *должен в каждой конкретной задаче отражать прикладные потребности и соответствовать содержательным интерпретациям.*

Конкретное решение u Î U абсолютно устойчиво в области $B(e, u)$ Í M, если

(4) " m Î $B(e, u)$ u Î $R_e(m)$.

Другими словами, область абсолютной устойчивости (точнее – абсолютной ε-устойчивости) можно определить следующим образом: $B(e, u) = \{m$ Î $M \mid u$ Î $R_e(m)\}$.

Качественно абсолютная устойчивость конкретного решения u Î U в некоторой области означает, что оно ε-оптимально для любой ОС (и модели) из этой области. Понятно, что " u Î U, " e_1 ³ e_2 ³ 0 $B(0, u)$ Í $B(e_2, u)$ Í $B(e_1, u)$, то есть с ростом ε область абсолютной устойчивости конкретного решения не сужается. Конкретные результаты анализа устойчивости решений ряда задач управления ОС приведены в [37].

Таким образом, с одной стороны, каждой модели (и реальной ОС) принцип оптимальности R_e ставит в соответствие (см. рисунок 1а) множество стратегий, которые ε-оптимальны в данной модели (данной реальной ОС). С другой стороны, каждому управлению u Î U можно поставить в соответствие (см. рисунок 1б) множество $B(e, u)$ моделей (реальных ОС), в которых данное управление ε-оптимально. Отметим, что в обоих случаях величина e является параметром (см. рисунок 1) и на обоих рисунках (1а и 1б) модель $\tilde{m}$ Î M, ОС m Î M и управление u Î U одни и те же.

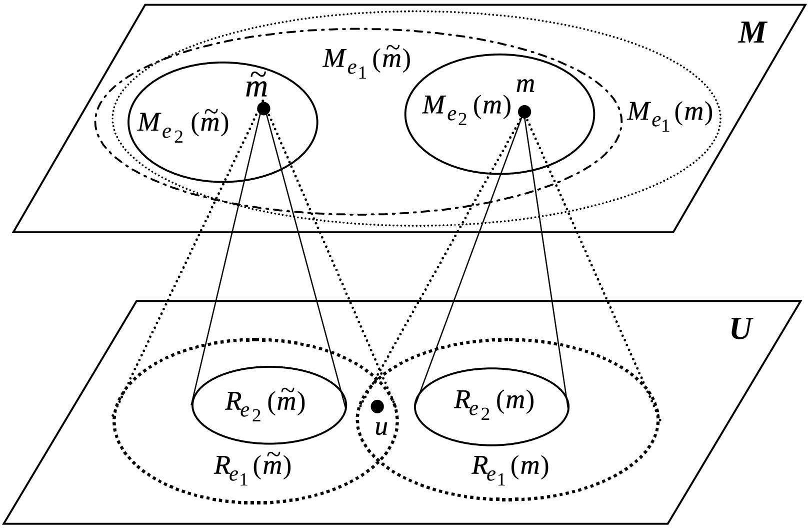

Рис. 1а. Множества e-оптимальных решений (e_1 ³ e_2 ³ 0)

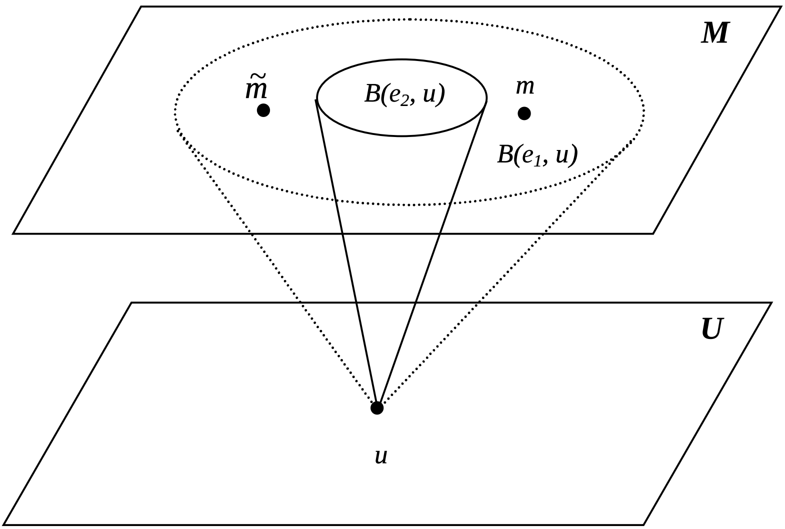

Рис. 1б. Области абсолютной устойчивости
решения u Î U (e_1 ³ e_2 ³ 0)

Перейдем к определению адекватности. Фиксируем некоторую модель $\tilde{m}$ Î M и принцип оптимальности R_e. Интуитивно понятно, что при $e = 0$ адекватность соответствует, в отличие от устойчивости (когда требуется непрерывность $\sup\limits_{t \in U} K(t, m)$ по модели [32]), непрерывности по модели из малой окрестности $\tilde{m}$ следующей функции: $K(u, m)$, u Î $R_e(\tilde{m})$. Поэтому можно считать, что модель $\tilde{m}$ с принципом оптимальности R_e *e-адекватна* (в смысле задачи полного выбора [32]) множеству реальных ОС $M_e(\tilde{m})$, определяемому следующим образом:

(5) $M_e(\tilde{m})$ = {m Î M | $R_e(\tilde{m})$ Ç $R_e(m)$ ¹ Æ} Í M,

то есть тем реальным ОС, в которых хотя бы одно из решений, оптимальное в модели, также оптимально. На рисунке 1а показан случай, когда m Ï $M_{e_2}(\tilde{m})$, но m Î $M_{e_1}(\tilde{m})$.

Другими словами, модель $\tilde{m}$ с принципом оптимальности R_e ε-адекватна множеству реальных ОС $M_e(\tilde{m})$, если $ u Î U: m Î $B(e, u)$, $\tilde{m}$ Î $B(e, u)$ (см. рисунок 1б). Еще один эквивалентный способ формулировки того же определения следующий: $M_e(\tilde{m})$ Ç $M_e(m)$ ¹ Æ. Следовательно, адекватность модели определяется через абсолютную устойчивость оптимальных в ней решений.

Отметим, что определение (5) симметрично относительно реальной ОС и ее модели, поэтому можно считать, что модель $\tilde{m}$ e-адекватна реальной ОС m, если $\tilde{m}$ Î $M_e(m)$. Понятно, что " $\tilde{m}$ Î M, "e_1 ³ e_2 ³ 0 $M_0(\tilde{m})$ Í $M_{e_2}(\tilde{m})$ Í $M_{e_1}(\tilde{m})$.

Совокупность решений (с параметром e ³ 0): {u Î U; $B(e, u)$} в [37] названа ***обобщенным решением*** задачи управления. Совокупность {u Î $R_e(\tilde{m})$; $B(e, u)$} является обобщенным решением задачи управления для модели $\tilde{m}$ Î M.

Следует отметить, что приведенное определение адекватности слишком широко, так как в нем фигурирует множество всех ε-оптимальных (для модели или реальной ОС) решений.

Следовательно, для каждого решения u Î U, помимо его эффективности (эффективности управления, «допустимое» отклонение которого от максимального значения определяется параметром ε), существует еще одна характеристика – множество тех ОС $B(e, u)$, в которых оно ε-оптимально, то есть абсолютно устойчиво.

Областью e-адекватности модели $\tilde{m} \in M$ назовем следующее множество ОС: $M(\tilde{m}, e) = \bigcap_{u \in R_e(\tilde{m})} B(e, u)$, то есть множество тех ОС, для которых любое решение, ε-оптимальное в модели, также является ε-оптимальным. Аналогичным образом можно определить область ε-адекватности реальной ОС $m \in M$: $M(m, e) = \bigcap_{u \in R_e(m)} B(e, u)$.

Итак, появляется возможность сравнения оптимальных решений. Естественно считать, что из двух решений, удовлетворяющих принципу оптимальности, решение, эффективное в большей области ОС, "лучше". Введем на множестве $R_e(\tilde{m})$ следующее отношение "Ð" (в общем случае не полное):

(6) $\forall e \geq 0 \quad \forall u_1, u_2 \in R_e(\tilde{m}) \;\; u_1 \text{ Ð } u_2 \;\; \Leftrightarrow \;\; B(e, u_1) \subseteq B(e, u_2)$.

Понятно, что с точки зрения практического использования результатов математического моделирования целесообразен выбор из $R_e(\tilde{m})$ элемента, максимального по отношению "Ð" (если таковой существует).

Итак, для фиксированных модели и принципа оптимальности можно указать множество реальных ОС (множество моделей ОС), в которых существует решение, гарантированно удовлетворяющее принципу оптимальности. Это множество заведомо не пусто, так как содержит саму модель (см. рисунок 2).

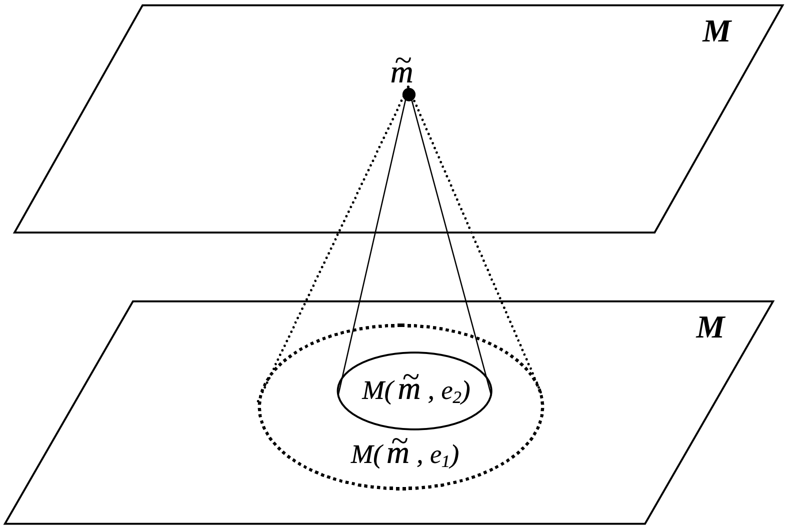

Рис. 2. Области адекватности (e_1 ³ e_2 ³ 0)

Если существует решение, ε-оптимальное в модели, которое ε-оптимально и в реальной ОС, то будем считать, что модель ε-адекватна. Таким образом, критерием ε-адекватности модели является эффективность управления реальной ОС.

Знание множества $B(e, u)$, *u* Î $R_e(\tilde{m})$, позволяет на этапе внедрения результатов анализа модели $\tilde{m}$ оценить возможные потери от практического использования решения и, быть может, при необходимости, пересмотреть модель ОС или принцип оптимальности.

Модификация принципа оптимальности даже при фиксированных параметрах модели представляется достаточно перспективной. Например, снижая требования к эффективности управления, можно для каждого из решений расширить область его устойчивости и, следовательно, расширить множество реальных ОС, в которых решения, удовлетворяющие ослабленному принципу оптимальности, будут гарантированно оптимальными (точнее, в классической терминологии – гарантированно ε-оптимальными).

Приведенные качественные рассуждения свидетельствуют, что существует определенный дуализм между эффективностью решения задачи управления и областью его гарантированной применимости (областью его абсолютной устойчивости или областью адекватности). Конкретные зависимости между эффективностью и областью адекватности для ряда моделей ОС приведены в [37].

Жертвуя эффективностью управления, можно расширить множество ОС, в которых применимы результаты моделирования. Особенно ярко этот эффект проявляется при анализе областей устойчивости решений, удовлетворяющих тем или иным критериальным принципам оптимальности. Величина e, фигурирующая в определении критериального принципа оптимальности, фактически, характеризует те потери эффективности, на которые мы готовы пойти, считая решение еще «оптимальным» (такое общее определение оптимальности несколько противоречит широко распространенному определению, в соответствии с которым оптимальным считается допустимое решение, имеющее максимально возможную эффективность).

Качественно отмеченный выше дуализм между эффективностью и адекватностью (областью устойчивости) для критериальных принципов оптимальности имеет следующий формальный вид: множество ОС, адекватных фиксированной модели с критериальным принципом оптимальности, не уменьшается с ростом e; кроме того, область абсолютной устойчивости фиксированного решения, оптимального в модели, не сужается с ростом e [37,40]. Данный факт (с ослаблением требований к эффективности некоторого решения область его абсолютной устойчивости расширяется и, следовательно, расширяется область адекватности) свидетельствует, что для решения проблем устойчивости и адекватности достаточно указать конкретную зависимость между величиной ε и множеством ОС, котором требуется обеспечить заданную эффективность управления, то есть, например, найти по модели минимальное значение e, обеспечивающее выполнение требования адекватности.

Отметим, что во многих случаях [37] области абсолютной устойчивости оптимальных (при $e = 0$) решений задач управления очень узки и иногда состоят из одной точки. Возможность расширения областей устойчивости "неустойчивых" решений, установленная выше и в [32, 37, 40, 75], свидетельствуют, что критерий ε-оптимальности является регуляризирующим (в смысле [53]) для критерия $K(u, m)$.

Таким образом, мы привели известные подходы к определению понятий устойчивости решений задач управления ОС и адекватности моделей ОС реальным системам. Конструкцией, которая использовалась при этом, явилось понятие обобщенного решения, включающего в себя в явном виде зависимость между эффективностью управления и областью его устойчивости и адекватности. Приведенная методология может быть использована и для анализа проблем унификации управления проектами.

В заключение настоящего раздела определим, что будет пониматься под *эффективностью типового решения*.

Пусть имеется ОС $m \in M$ и ее модель $\tilde{m} \in M$. Определим минимальную величину $e(m, \tilde{m})$ потерь эффективности, при которой существует хотя бы одно решение, которое $e(m, \tilde{m})$-оптимально и в модели, и в ОС:

(7) $e(m, \tilde{m}) = min \{e \geq 0 \mid M(\tilde{m}, e) \cap M(m, e) \neq \emptyset\}$.

Если задано множество ОС $M_1 \subseteq M$, то можно определить для заданной модели $\tilde{m} \in M$ минимальную величину потерь в эффективности $e(\tilde{m}, M_1)$, при которой любое решение, $e(\tilde{m}, M_1)$-оптимальное в модели будет гарантированно $e(\tilde{m}, M_1)$-оптимальным во множестве реальных ОС M_1:

(8) $e(\tilde{m}, M_1) = min \{e \geq 0 \mid M_1 \subseteq M(\tilde{m}, e)\}$.

Величина (8) может рассматриваться как критерий «качества» модели $\tilde{m} \in M$. Следовательно, для заданного класса ОС M_1 можно ставить задачу поиска наилучшей модели, то есть модели, которая давала бы максимальное гарантированное значение эффективности управления:

(9) $\tilde{m}(M_1) = \arg \min_{\tilde{m} \in M} e(\tilde{m}, M_1)$.

Минимальные потери эффективности, которые достигаются при использовании «оптимальной» модели (9), равны:

(10) $e(M_1) = \min_{\tilde{m} \in M} e(\tilde{m}, M_1)$.

Понятно, что $\forall\ M_2 \subseteq M_1 \subseteq M \quad e(M_2) \le e(M_1) \le e(M)$, то есть с расширением класса ОС, для которого решается задача синтеза управлений, гарантированная эффективность не возрастает. Так как множество реальных ОС, фигурирующее в выражении (10), отражает ту информацию о моделируемом объекте, которой обладает исследователь операций, то сделанный вывод можно переформулировать следующим образом: с ростом информированности (с уменьшением неопределенности) гарантированная эффективность управления не убывает, что вполне согласовано с результатами, приведенными в [39].

Отметим, что эффективность управления (10) существенно зависит от той априорной информации, которую имеет исследователь операций, то есть от множества M_1. Если в течение времени поступает новая более точная информация $M_2 \subseteq M_1$ о том классе ОС, которому принадлежит моделируемая система, то, используя эту новую информацию, можно уточнить модель, то есть перейти от модели $\tilde{m}(M_1)$ к модели $\tilde{m}(M_2)$, что даст возможность повысить гарантированную эффективность управления: $e(M_2) \le e(M_1)$ (см. рисунок 3).

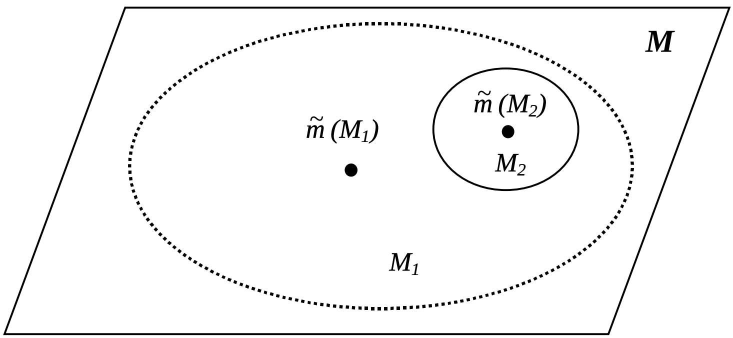

Рис. 3. Повышение гарантированной эффективности управления с ростом информированности

4. Обобщенные решения в управлении проектами: агрегирование информации

В настоящем разделе рассматривается применение приведенных выше общих результатов построения и анализа обобщенных решений к такой задаче управления проектами как агрегирование информации (см. описание задач календарно-сетевого планирования и управления с агрегированием информации в [5, 6, 9, 14]).

4.1. Описание модели

Рассмотрим модель проекта – многоэлементную детерминированную двухуровневую организационную систему (ОС), состоящую из центра – руководителя проекта – и n исполнителей – активных элементов (АЭ). Стратегией АЭ является выбор действий, стратегией центра – выбор функции стимулирования, то есть зависимости вознаграждения каждого АЭ от его действий и, быть может, действий других АЭ или других агрегированных показателей их совместной деятельности.

Обозначим $y_i \in A_i$ – действие i-го АЭ, $i \in I = \{1, 2, \ldots, n\}$ – множество АЭ, $y = (y_1, y_2, \ldots, y_n) \in A' = \prod_{i=1}^{n} A_i$ – вектор действий АЭ, $y_{-i} = (y_1, y_2, \ldots, y_{i-1}, y_{i+1}, \ldots, y_n) \in A_{-i} = \prod_{j \neq i} A_j$ – обстановка игры для i-го АЭ.

Пусть результат деятельности $z \in A_0 = Q(A')$ ОС, состоящей из n АЭ, является функцией (называемой функцией агрегирования) их действий: $z = Q(y)$. Интересы и предпочтения участников ОС – центра и АЭ – выражены их целевыми функциями. Целевая функция центра является функционалом $F(s, z)$ и представляет собой разность между его доходом $H(z)$ и суммарным вознаграждением $u(z)$, выплачиваемым АЭ: $u(z) = \sum_{i=1}^{n} s_i(z)$, где $s_i(z)$ – стимулирование i-го АЭ, $s(z) = (s_1(z), s_2(z), \ldots, s_n(z))$, то есть

(1) $F(\sigma(\cdot), z) = H(z) - \sum_{i=1}^{n} \sigma_i(z)$.

Целевая функция i-го АЭ для простоты считается сепарабельной (все результаты обобщаются на случай несепарабельных целевых функций по аналогии с тем, как это делается в [41-43]) является функционалом $f_i(\sigma_i, y_i)$ и представляет собой разность между стимулированием, получаемым им от центра, и затратами $c_i(y_i, r_i)$, где $r_i \in \Omega_i = [d_i; D_i] \subseteq \Re^1_+$ – тип АЭ, отражающий эффективность его деятельности, то есть:

(2) $f_i(\sigma_i(\cdot), y_i) = \sigma_i(z) - c_i(y_i, r_i), i \in I$.

Отметим, что индивидуальное вознаграждение i-го АЭ в общем случае явным или неявным образом зависит от действий всех АЭ (случай сильно связанных АЭ [36, 43]).

Примем следующий порядок функционирования ОС. Центру и АЭ на момент принятия решения о выбираемых стратегиях (соответственно – функциях стимулирования и действиях) известны целевые функции и допустимые множества всех участников ОС, а также функция агрегирования. Центр, обладая правом первого хода, выбирает функции стимулирования и сообщает их АЭ, после чего АЭ при известных функциях стимулирования выбирают действия, максимизирующие их целевые функции.

Рассмотрим случай, когда центр наблюдает только результат деятельности ОС, от которого зависит его доход, но не знает и не может восстановить индивидуальных действий АЭ, то есть, имеет место *агрегирование информации* – центр имеет не всю информацию о действиях АЭ, а ему известен лишь некоторый их агрегат.

Обозначим $r = (r_1, r_2, .., r_n)$ и введем относительно параметров ОС следующие предположения, которые, если не оговорено особо, будем считать выполненными в ходе всего последующего изложения материала настоящего раздела:

А.1. $\forall\ i \in I\ A_i$ – отрезок $\Re^1_+$ с левым концом в нуле.

А.2. $\forall\ i \in I$ 1) функция $c_i(\cdot)$ непрерывна по всем переменным; 2) $\forall\ y_i \in A_i, r_i \in \Omega_i\ \ c_i(y_i, r_i)$ неотрицательна, не убывает по y_i и не возрастает по r_i, $i \in I$; 3) $\forall\ r_i \in \Omega_i\ c_i(0, r_i) = 0, i \in I$.

А.3. Функции стимулирования принимают неотрицательные значения.

А.4. Функция дохода центра непрерывна и достигает максимума при ненулевом результате деятельности ОС.

А.5. *Q*: *A'* ® *A₀* *Í* *Â* ^{m} – однозначное непрерывное отображение, где *1 £ m < n*.

Обозначим $P(s)$ – множество реализуемых (выбираемых АЭ при данной системе стимулирования) действий. Минимальными затратами центра на стимулирование по реализации действий АЭ *y' Î A'* будем называть минимальное значение суммарных выплат элементам, при которых данный вектор действий является равновесием Нэша в игре АЭ, то есть решение следующей задачи: $\sum_{i \in I} s_i(Q(y')) \to \min_{s(\cdot) \in \Xi(y')}$, где $X(y') = \{s(\cdot) \mid y'$ *Î* $P(s)\}$. Как и в одноэлементной ОС [10, 38], гарантированной эффективностью (далее просто "эффективностью") стимулирования является минимальное значение целевой функции центра на соответствующем множестве решений игры (всюду, где встречаются минимумы и максимумы, будем предполагать, что они достигаются):

(3) $K(s(\cdot)) = \min_{y \in P(s(\cdot))} F(s(\cdot), Q(y))$.

Задача синтеза оптимальной функции стимулирования заключается в поиске допустимой системы стимулирования s^*, имеющей максимальную эффективность:

(4) $s^* = \arg \max_{s(\cdot)} K(s(\cdot))$.

В [41, 43] доказано, что в частном случае, когда действия АЭ наблюдаются центром, и типы АЭ также достоверно известны центру, оптимальной (точнее – d-оптимальной, где $d = \sum_{i=1}^{n} d_i$) является квазикомпенсаторная система стимулирования $\hat{s}_K$, зависящая от наблюдаемых действий АЭ:

(5) $\hat{s}_{iK} = \begin{cases} c_i(y_i^*, r_i) + d_i, & y_i = y_i^* \\ 0, & y_i \neq y_i^* \end{cases}$, *i Î I*,

где d_i – сколь угодно малые строго положительные константы, а оптимальное действие y^*, реализуемое системой стимулирования (5) как единственное равновесие в доминантных стратегиях (РДС)

[38, 74], является решением следующей задачи оптимального согласованного планирования [10, 38]:

$$y^*(r) = \arg \max_{y \in A'} \{ \hat{H}(y) - \sum_{i \in I} c_i(y_i, r_i) \},$$

где $\hat{H}(\cdot)$ – функция дохода центра, зависящая от наблюдаемых действий АЭ. Взаимосвязь между функциями $H(\cdot)$ и $\hat{H}(\cdot)$, а также $s(\cdot)$ и $\hat{s}(\cdot)$ исследовалась в [2, 3]. В частности, можно считать, что $\hat{H}(y) = H(Q(y))$. В ходе дальнейшего изложения мы будем предполагать, что функция дохода центра $H(\cdot)$ и функция стимулирования $s(\cdot)$ зависят от агрегированного результата деятельности $z \in A_0$. Обозначим $K_0(r) = H(Q(y^*(r))) - \sum_{i=1}^{n} c_i(y_i^*, r_i)$.

Определим множество векторов действий АЭ, приводящих к заданному результату деятельности ОС:

$$Y(z) = \{y \in A' \mid Q(y) = z\} \subseteq A', z \in A_0.$$

В [41] доказано, что в случае наблюдаемых действий и типов АЭ минимальные затраты центра на стимулирование по реализации вектора действий $y \in A'$ равны суммарным затратам АЭ $\sum_{i \in I} c_i(y_i, r_i)$. По аналогии вычислим: минимальные суммарные затраты АЭ по достижению результата деятельности $z \in A_0$ $J^*(z, r) = \min_{y \in Y(z)} \sum_{i=1}^{n} c_i(y_i, r_i)$, максимальные суммарные затраты АЭ по достижению результата деятельности $z \in A_0$ $J_*(z, r) = \max_{y \in Y(z)} \sum_{i=1}^{n} c_i(y_i, r_i)$, а также множества действий $Y^*(z, r) = \mathrm{Arg} \min_{y \in Y(z)} \sum_{i=1}^{n} c_i(y_i, r_i)$ и $Y_*(z, r) = \mathrm{Arg} \max_{y \in Y(z)} \sum_{i=1}^{n} c_i(y_i, r_i)$, на которых достигаются соответствующие минимум и максимум.

Фиксируем произвольный результат деятельности $x \in A_0$ и произвольный вектор $y^*(x) \in Y^*(x) \subseteq Y(x)$. В [42, 43] доказано, что при использовании центром следующей d-оптимальной системы стимулирования

$$(6)\quad s^{*}_{ix}(z) = \begin{cases} c_i(y_i^*(x), r_i) + d_i, & z = x \\ 0, & z \neq x \end{cases}, \; i \hat{I} I,$$

вектор действий АЭ $y^*(x, r)$ реализуется как единственное РДС с минимальными затратами центра на стимулирование равными $J^*(x, r)$. На втором шаге решения задачи стимулирования ищется наиболее выгодный для центра результат деятельности ОС $x^* \hat{I} A_0$ как решение задачи оптимального согласованного планирования:

$$x^*(r) = \arg \max_{x \in A_0} [H(x) - J^*(x, r)].$$

По аналогии можно определить «пессимистические» значения планов:

$$x_*(r) = \arg \max_{x \in A_0} [H(x) - J_*(x, r)],$$

что дает две оценки эффективности управления: $" \; r \hat{I} W$

$$K^*(r) = F(s_{x^*(r)}(\cdot), x^*(r)) \;^{3}\; K_*(r) = F(s_{x_*(r)}(\cdot), x_*(r)).$$

В [42, 43] доказана "теорема об идеальном агрегировании в моделях стимулирования", которая утверждает, что в случае, когда функция дохода центра зависит только от результата деятельности ОС, эффективности стимулирования одинаковы как при использовании стимулирования АЭ за наблюдаемые действия, так и при стимулировании за агрегированный результат деятельности, несущий в силу предположения А.5 меньшую информацию, чем вектор действий АЭ. Этот результат справедлив при условии, что центру известны функции затрат АЭ и, в том числе, их типы. Поэтому обобщим рассмотренную модель на случай, когда типы АЭ центру достоверно неизвестны.

4.2. Обобщенные решения задачи стимулирования

Обозначим $d = (d_1, d_2, \ldots, d_n)$ – вектор нижних границ эффективностей (значений типов) АЭ (как будет видно из последующего изложения, значения верхних границ $\{D_i\}$ несущественны).

В соответствии с принципом гарантированной компенсации затрат [30, 38, 39, 43] центр вынужден компенсировать в условиях неопределенности максимальные затраты, то есть, рассчитывать на наихудшие значения типов АЭ. Обозначим $J^*(z, W)$ минимальные затраты на стимулирование по реализации агрегата z Î A_0, которые зависят от информации об области W возможных значений типов:

$$(7)\ J^*(z, W) = \min_{y \in Y(z)} \sum_{i=1}^{n} c_i(y_i, d_i).$$

Аналогичным образом можно определить максимальные затраты на стимулирование $J_*(z, W) = \max_{y \in Y(z)} \sum_{i=1}^{n} c_i(y_i, d_i)$.

Знание величины (7) позволяет определить оптимальные в условиях существующей неопределенности относительно типов АЭ значение агрегатов

$$(8)\ x^*(W) = \arg \max_{z \in A_0} \{H(z) - J^*(z, W)\},$$

$$(9)\ x_*(W) = \arg \max_{z \in A_0} \{H(z) - J_*(z, W)\}.$$

Помимо решений (5), (8) и (5), (9), будем рассматривать два типовых решения, в соответствии с которыми всем АЭ либо назначаются одинаковые планы, либо коллективу АЭ выплачивается общее стимулирование $s_L(z) = l\, z$, пропорциональное величине z Î A_0. Будем называть соответствующие управления *однородным* и *линейным*. Для анализа этих решений введем следующее предположение об однородности АЭ.

А.6. $A_i = A$, $c_i(y_i, r_i) = c(y_i, r_i)$, i Î I; $A_0 = \bigcup_{y \in A} Q(y, y, ..., y)$.

Определим оптимальное однородное управление $x_U(r) = Q(y_U(r))$, где

$$(10)\ y_U(r) = \arg \max_{y \in A} \{H(Q(y, y, \ldots, y)) - \sum_{i=1}^{n} c(y, r_i)\}.$$

При использовании центром линейного управления со ставкой оплаты l центр должен гарантированно компенсировать АЭ затраты: $l(r)\, z$ ³ $J^*(z, r)$ и обеспечить согласованность стимулирования, то есть учитывать, что АЭ выберут действия из множества $\operatorname{Arg} \max_{z \in A_0} \{ l(r)\, z - J^*(z, r)\}$. Предположим, что $J^*(z, r)$ – выпуклая по z Î A_0 функция (этот предположение выполнено, в частности, если АЭ имеют функции затрат типа Кобба-Дугласа) и обозначим $l(x, r)$ – решение следующего уравнения:

$$l(r) = \left.\frac{\partial J^*(z, r)}{\partial z}\right|_{z=x}.$$

Обозначим $J_L(x, r) = l(x, r)\, x$ и определим оптимальное линейное управление:

(11) $x_L(r) = \arg \max\limits_{z \in A_0} \{H(z) - J_L(x, r)\}$.

Исследуем устойчивость и адекватность четырех управлений – $x^*(r)$, $x_*(r)$, однородного управления $x_U(r)$ и линейного управления $x_L(r)$. Для этого вычислим для них приведенные в третьем разделе характеристики.

Области абсолютной устойчивости при $e = 0$ имеют вид:

(12) $B(0, x^*(r)) = \{t\, \hat{I}\, W \mid t_i\, {}^3 r_i,\ i\, \hat{I}\, I,\ x^*(r) \in \operatorname{Arg} \max\limits_{z \in A_0} \{H(z) - J^*(z, t)\}\}$,

(13) $B(0, x_*(r)) = \{t\, \hat{I}\, W \mid \min\limits_{y \in Y(x_*(r))} \sum\limits_{i=1}^{n} c_i(y_i, t_i)\ {}^3 \max\limits_{y \in Y(x_*(r))} \sum\limits_{i=1}^{n} c_i(y_i, r_i),$

$$x_*(r) \in \operatorname{Arg} \max_{z \in A_0} \{H(z) - J^*(z, t)\}\},$$

(14) $B(0, x_U(r)) = \{t\ \hat{I}\ W \mid \min\limits_{i \in I} \{t_i\}\ {}^3 \min\limits_{i \in I} \{r_i\},$

$$x_U(r) \in \operatorname{Arg} \max_{z \in A_0} \{H(z) - J^*(z, t)\}\},$$

(15) $B(0, x_L(r)) = \{t\ \hat{I}\ W \mid J_L(x_L(r), r)\ {}^3\ J^*(x_L(r), t),$

$$x_U(r) \in \operatorname{Arg} \max_{z \in A_0} \{H(z) - J^*(z, t)\}\}.$$

Очевидно, что для решений (8) и (9) области абсолютной устойчивости совпадают с W, так как это – гарантирующие стратегии центра. Обозначив $K^*(W) = F(s_{x^*(\Omega)}(\cdot), x^*(W))$, $K_*(W) = F(s_{x_*(\Omega)}(\cdot), x_*(W))$, можно выписать следующие сравнительные оценки эффективностей:

$$''\ W\ K^*(W)\ {}^3\ K_*(W);\ ''\ r\ \hat{I}\ W\ K^*(r)\ {}^3\ K^*(W),\ K_*(r)\ {}^3\ K_*(W).$$

Отметим, что области абсолютной устойчивости определялись для $e = 0$. В общем случае соответствующие выражения имеют менее конструктивный вид (см. выражения (16) и (17)).

<u>Утверждение 1.</u> $\forall\ r\ \hat{I}\ W$

а) $B(0, x^*(r))$ Í $B(0, x_*(r))$,

б) $B(0, x^*(r))$ Í $B(0, x_U(r))$,

(16) $B(e, x_U(r)) = \{t$ Î $W \mid J_U(x, r)$ ³ $J^*(x, t)$,

$$H(x_U(r)) - \sum_{i=1}^{n} c(y_U(r), t_i) \text{ ³ } K^*(t) - e\},$$

(17) $B(e, x_L(r)) = \{t$ Î $W \mid J_L(x_L(r), r)$ ³ $J^*(x_L(r), t)$,

$$H(x_L(r)) - J_L(x_L(r), t) \text{ ³ } K^*(t) - e\}.$$

Справедливость пунктов а) и б) утверждения 1 следует из сравнения множеств (13)-(15). Справедливость выражений (16) и (17) следует из определения области устойчивости управления (см. третий раздел) и того, что рассматриваемое управление должно побуждать АЭ выбирать требуемые для центра действия.

Отметим, что в соответствии с определением области устойчивости в выражениях (16), (17) эффективность типовых решений (которые, как правило, не оптимальны даже при точном совпадении модели и реальной системы) сравнивается с эффективностью абсолютно оптимального компенсаторного управления, что обуславливает малую область устойчивости. Если интерпретировать область устойчивости как множество реальных систем, в которых оптимальное в модели типовое решение e-оптимально в том же классе типовых решений, то получим более широкие области. Рассмотрим иллюстративный пример.

<u>Пример 1.</u> Пусть имеются два АЭ с квадратичными функциями затрат типа Кобба-Дугласа, а доход центра пропорционален агрегированному результату деятельности $z = \sum_{i \in I} y_i$, то есть:

$$F(z) = z - J(z),\ c_i(y_i, r_i) = (y_i)^2 / 2\, r_i,\ i = 1, 2.$$

Вычисляем: $J^*(z, r) = z^2 / 2\,(r_1 + r_2)$, $J_*(z, r) = z^2 / 2 \min\{r_1; r_2\}$,
$J_U(z, r) = z^2\,(r_1 + r_2) / 8\, r_1 r_2$, $x^*(r) = (r_1 + r_2)$, $x_*(r) = \min\{r_1; r_2\}$,
$x_U(r) = 4\, r_1 r_2 / (r_1 + r_2)$, $l(x, r) = x / (r_1 + r_2)$, $x_L(r) = (r_1 + r_2) / 2$.

Области абсолютной устойчивости (12)-(15) примут соответственно вид:

$$B(0, x^*(r)) = \{t \text{ Î } W \mid t_1 + t_2 = r_1 + r_2\},$$

$$B(0, x_*(r)) = \text{Æ},$$

$$B(0, x_U(r)) = \{t \text{ Î } W \mid 4\, t_1 t_2 / (t_1 + t_2) = r_1 + r_2\},$$

$$B(0, x_L(r)) = \{t \text{ Î } W \mid 2\,(t_1 + t_2) = r_1 + r_2\},$$

$B(\varepsilon, x_U(r)) = \{t \in \Omega \mid t_1 + t_2 \geq 4\, r_1\, r_2 / (r_1 + r_2),$

$4\, r_1\, r_2 / (r_1 + r_2)\, [2 - r_1\, r_2\, (t_1 + t_2) / (r_1 + r_2)\, t_1\, t_2] \geq t_1 + t_2 - 2\varepsilon\}.$

$B(\varepsilon, x_L(r)) = \{t \in \Omega \mid t_1 + t_2 \geq (r_1 + r_2) / 2,$

$(r_1 + r_2)\, [2 - (r_1 + r_2) / (t_1 + t_2)] \geq 2\, (t_1 + t_2) - 4\varepsilon\}$

Оценим эффективности управлений: $K^*(r) = (r_1 + r_2) / 2$, $K_*(r) = \min\{r_1, r_2\} / 2$, $K_U(r) = 2\, r_1\, r_2 / (r_1 + r_2)$. Видно, что $\forall\ r \in \Omega$ $K^*(r) \geq K_*(r)$, $K^*(r) \geq K_U(r)$.

Области адекватности в рассматриваемой модели можно вводить в упрощенном виде – как множество моделей, в которых эффективность типового решения отличается от эффективности оптимального решения не более, чем на заданную величину:

$M_\varepsilon(x_U) = \{t \in \Omega \mid K^*(t) - K_U(t) \leq \varepsilon\} =$

$= \{t \in \Omega \mid (t_1 - t_2)^2 / 2\, (t_1 + t_2) \leq \varepsilon\}.$

Очевидно, что в ОС, в которой все АЭ одинаковы, однородные решения оптимальны. ●[1]

4.3. Задача выбора оператора агрегирования

До сих пор, рассматривая задачу оценки эффективности типовых решений в модели агрегирования информации, мы предполагали, что оператор агрегирования $Q(\cdot)$ задан. В то же время, можно рассматривать задачу выбора оператора агрегирования как одного из параметров модели ОС, влияющей на эффективность управления, в том числе – на эффективность типовых решений.

Необходимость агрегирования обусловлена ограниченностью возможностей управляющих органов (руководителей проектов) по переработке информации о деятельности управляемых субъектов (исполнителей работ проектов). С одной стороны, введение агрегирования снижает информационную нагрузку, с другой стороны – приводит к снижению эффективности управления (то есть, к снижению эффективности состояний системы, в которых она оказывается под влиянием управлений, выбираемых в рамках той или иной модели – системы ограничений). Поиск рационального баланса

[1] *Символ «·» здесь и далее обозначает окончание примера, доказательства и т.д.*

между этими двумя противоположными тенденциями как раз и составляет суть задачи выбора оператора агрегирования.

Основная сложность, возникающая при решении этой задачи, заключается в том, что, если влияние оператора агрегирования на эффективность управлений в рамках рассматриваемой модели может быть оценено количественно, то формальных моделей и количественных оценок (психофизиологического, но не теоретико-информационного или чисто экономического характера) затрат человека, организации и т.д. на получение и переработку информации на сегодняшний день не существует – см. обзор и подробное обсуждение в [35].

Подсказкой к выходу из этой ситуации может служить принятый в моделях с платой за информацию подход к оценке ее ценности. В этом классе моделей информированностью АЭ называется та информация, которой обладает АЭ на момент принятия решений. В [39] доказано, что повышение информированности (снижение неопределенности) приводит к повышению гарантированной эффективности управления. Поэтому максимальный размер платы за получение дополнительной информации ограничен приростом гарантированной эффективности управления, которая может быть достигнута за счет получения этой информации. В случае, если зависимость информированности от затрат АЭ на получение информации задана в явном виде, то возможно решение оптимизационной задачи – определения оптимальной информированности как максимизирующей разность между приростом в гарантированной эффективности управления и затратами на приобретение информации [39]. Отметим, что во многих случаях (в том числе – в управлении проектами) затраты на «приобретение» информации могут определяться затратами на создание автоматизированной информационной системы, которая берет на себя часть функций по сбору, передаче переработке информации. Применим описанный подход к модели агрегирования информации.

Пусть имеется неопределенность относительно типов АЭ – центр известно множество W их возможных значений. При фиксированном векторе типов r $\hat{I}$ W, рассматривая оператор агрегирования $Q(\times)$ как переменную величину, имеем несколько оценок эффективностей управления: $K_0(r)$, $K^*(Q(\times), r)$, $K_*(Q(\times), r)$, $K_U(Q(\times), r)$,

$K_L(Q(\cdot), r)$ и др. В частности, величина $K_0(r)$ характеризует значение целевой функции центра в условиях отсутствия агрегирования. В [42, 43] доказано, что в рамках предположений А.1-А.5 $\forall r \in \Omega$ $K_0(r) = K^*(Q(\cdot), r)$. Следовательно, разность $K_0(r) - K_*(Q(\cdot), r) \geq 0$ может рассматриваться как оценка потерь центра, вызванных наличием агрегирования информации.

Критерием сравнения двух операторов агрегирования могут служить множества действий АЭ, приводящие к одному и тому же агрегированному результату деятельности. Например, можно считать, что оператор агрегирования $Q_1(\cdot)$ более информативен, чем оператор $Q_2(\cdot)$, если $\forall z \in A_0$ $Y_1(z) \subseteq Y_2(z)$.

Введем следующую величину

(18) $D(Q(\cdot), W) = \max\limits_{r \in \Omega} \{K_0(r) - K_*(Q(\cdot), r)\}$,

характеризующую абсолютные потери эффективности при наличии агрегирования в условиях неопределенности. Если рассматривать оператор агрегирования как свойство информационной системы, то получим, что мы доказали справедливость следующего утверждения.

<u>Утверждение 2.</u> Внедрение информационной системы оправданно, если затраты на ее приобретение, адаптацию и т.д. не превышают $D(Q(\cdot), W)$.

Аналогичным образом может оцениваться целесообразность агрегирования при использовании тех или иных типовых решений.

Отметим, что утверждение 2 справедливо в рамках модельной ситуации, когда информационная система внедряется один раз ради однократной реализации единственного проекта. Естественно, целесообразность внедрения и настройки автоматизированных систем на проектно-ориентированном предприятии, постоянно реализующем различные проекты, должна оцениваться по аналогии с (18) с учетом множества проектов, их различий, разнесенности во времени и т.д. В первом приближении затраты на автоматизацию не должны превышать ожидаемых (в смысле математического ожидания по множеству возможных проектов на рассматриваемом временном горизонте) дисконтированных потерь.

По аналогии с (18) можно ввести относительные потери центра:

(19) $d(Q(\chi), W) = \max\limits_{r \in \Omega} \{(K_0(r) - K_*(Q(\chi), r)) / K_0(r)\}$.

Пример 2. Пусть имеются n АЭ с квадратичными функциями затрат типа Кобба-Дугласа, а доход центра пропорционален агрегированному результату деятельности $z = \sum\limits_{i \in I} y_i$, то есть:

$$F(z) = z - J(z),\ c_i(y_i, r_i) = (y_i)^2 / 2\, r_i,\ i = \overline{1, n}.$$

Обозначим $R(r) = \sum\limits_{i \in I} r_i$. Вычисляем: $J^*(z, r) = z^2 / 2\, R(r)$, $J_*(z, r) = z^2 / 2 \min\limits_{i \in I} \{r_i\}$, $J_U(z, r) = (z^2 / 2\, n^2) \sum\limits_{i \in I} 1 / r_i$, $x^*(r) = R(r)$, $x_*(r) = \min\limits_{i \in I} \{r_i\}$, $x_U(r) = n^2 / \sum\limits_{i \in I} 1 / r_i$, $l(x, r) = x / R(r)$, $x_L(r) = R(r) / 2$, $K_0(r) = K^*(r) = R(r) / 2$, $K_*(r) = \min\limits_{i \in I} \{r_i\} / 2$, $K_U(r) = n^2 / 2$, $K_U(r) = (R(r) - 1) / 2$.

Потери от использования агрегирования, которое в данном примере заключается в суммировании действий АЭ равны при фиксированном r Î W:

$$K_0(r) - K_*(r) = ½\, (R(r) - \min_{i \in I} \{r_i\}),$$

что может при значительной неопределенности или большом числе АЭ составить значительную величину. Содержательно, первое слагаемое соответствует оптимальному распределению работ между АЭ – пропорционально эффективности, а второе слагаемое – выполнению всего объема работ одним АЭ, а именно тем, который имеет наименьшую эффективность. Например, при однородных АЭ $d = (n - 1) / 2\, n$. •

4.4. Сообщение информации в задаче агрегирования

До сих пор мы предполагали, что типы АЭ либо точно известны центру, либо ему известно множество их возможных значений, и вычисляли гарантированный результат в условиях существующей интервальной неопределенности. Возможным вариантом является использование механизмов с сообщением АЭ центру информации о своих типах. Рассмотрим соответствующую модель.

Обозначим s_i Î $[d_i, D_i]$ – сообщение i-го АЭ, i Î I, s = $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ – вектор сообщений всех АЭ, $x = g(s)$ Î A_0 план центра по агрегированному результату деятельности, назначаемый им в соответствии с процедурой планирования $g(\cdot)$: W ® A_0, $s_i = p_i(s)$ – вознаграждение i-го АЭ за получение заданного агрегированного результата деятельности, i Î I, $p(\cdot) = \{p_i(\cdot)\}$, то есть, $p(\cdot)$: W ® $\Re^n_+$ – процедура планирования.

Последовательность функционирования следующая: при известной процедуре планирования и виде системы стимулирования АЭ сообщают центру информацию о своих типах, после чего центр определяет план x Î A_0 по агрегированному результату деятельности и сообщает центру систему вознаграждений

(19) $s_i^*(z, s) = \begin{cases} s_i, z = x \\ 0, \quad z \neq x \end{cases}$, i Î I,

затем АЭ выбирают свои действия y Î A', реализуется соответствующий этим действиям результат деятельности z Î A_0, наблюдаемый центром, и выплачиваются вознаграждения.

Если решения центра основываются на информации, сообщаемой АЭ, то последние, осознав возможность влияния на эти решения и обладая в силу собственной активности своими интересами и предпочтениями, могут сообщать недостоверную информацию о типах (эффективности своей деятельности). Следовательно, возникает проблема манипулируемости и необходимость исследования механизма планирования, то есть его свойств, побуждающих или удерживающих АЭ от искажения информации. Идеалом при этом является нахождение механизмов, обладающих свойством неманипулируемости (*механизмов открытого управления*), при использовании которых каждому из АЭ выгодно сообщать достоверную информацию. Если построение неманипулируемого механизма невозможно, то желательно найти такой механизм, при использовании которого отрицательные (с точки зрения центра) последствия манипулирования информацией были бы минимальны. Поэтому исследуем эффективность и манипулируемость механизмов планирования в рассматриваемой модели агрегирования информации.

В рассматриваемой модели имеют место две игры АЭ, разыгрываемые последовательно – игра по выбору сообщений и игра по выбору действий. Целевые функции АЭ имеют вид:

(20) $f_i(\sigma_i, x, s, y) = p_i(s)\, I(Q(y) = g(s)) - c_i(y_i, r_i),\ i \in I,$

где $I(\cdot)$ – функция индикатор. Выбор действия $y \in A'$ является равновесием Нэша второй игры АЭ, если выполнено следующее условие:

(21) $p_i(s) \geq c_i(y_i, r_i),\ i \in I.$

Если предположить, что функция затрат АЭ при любом действии монотонно убывает с ростом значения его типа (возрастанием эффективности деятельности), то адекватна *гипотеза реальных оценок* [10] (ГРО), которая заключается в том, что сообщаемые АЭ оценки не превышают соответствующих истинных значений (то есть АЭ невыгодно завышать свою эффективность): $s_i \leq r_i,\ i \in I.$

Исследуем последовательно несколько механизмов планирования, в том числе – типовых, иллюстрируя их свойства для случая квадратичных затрат АЭ типа Кобба-Дугласа.

1. «Простой» механизм заключается в том, что центр принимает сообщаемые АЭ оценки за истинные и из принципа компенсации затрат назначает $\sigma_i(s) = c_i(y_i, s_i),\ i \in I$, и назначает планы, максимизирующие его целевую функцию:

(22) $x = g(s) = \arg\max\limits_{z \in A_0} \{H(z) - \min\limits_{y \in Y(z)} \sum\limits_{i \in I} c_i(y_i, s_i)\}.$

В условиях второго примера минимум второго слагаемого в выражении (22) достигается при

(23) $y_i^*(s, z) = (s_i / S)\, z,\ i \in I,$

где $S = \sum\limits_{i \in I} s_i$. В силу (22) $g(s) = S$, следовательно, $y_i^*(s, z) = s_i,\ i \in I.$

Тогда функция предпочтения i-го АЭ, $i \in I$, имеет вид

(24) $\varphi_i(s) = c_i(y_i^*(s, g(s)), s_i) - c_i(y_i^*(s, g(s)), r_i) = ½\,(s_i - (s_i)^2 / r_i).$

Из (24) следует, что доминантной стратегией i-го АЭ является сообщение $s_i = r_i / 2,\ i \in I$, то есть, простой механизм планирования манипулируем, и в нем каждый АЭ занижает свою эффективность ровно в два раза. Тем не менее, его эффективность

$$K_1(r) = \max_{z \in A_0} \{H(z) - \min_{y \in Y(z)} \sum_{i \in I} c_i(y_i, r_i / 2)\} = R / 4,$$

где $R = \sum_{i \in I} r_i$, то есть в два раза ниже, чем в случае полной информированности и, очевидно, выше эффективности механизма гарантированной компенсации затрат без сообщения информации. Поэтому рассмотрим, что произойдет, если центр будет использовать механизм с сообщением информации, основывающийся на гарантированной компенсации затрат.

2. «Гарантирующий механизм». Пусть, как и в простом механизме, центр принимает сообщения АЭ за истинные, но гарантированно компенсирует затраты при любом распределении действий АЭ внутри множества $Y(\cdot)$, то есть использует следующую процедуру планирования:

$$(25)\ x = g(s) = \arg \max_{z \in A_0} \{H(z) - \max_{y \in Y(z)} \sum_{i \in I} c_i(y_i, s_i)\}.$$

В условиях второго примера максимум второго слагаемого в выражении (25) достигается при

$$(26)\ y_i^*(s, z) = z, \text{ при } i = \arg \min_{j \in I} \{s_j\},\ y_l^*(s, z) = 0,\ l \neq i.$$

Обозначим $s_{min}(s) = \min_{j \in I} \{s_j\}$. В силу (26) $g(s) = s_{min}(s)$, следовательно, $y_i^*(s, z) = s_i$, $i \in I$. Получаем, что доминантной стратегией i-го АЭ является сообщение $s_i = d_i$, то есть, гарантирующий механизм планирования манипулируем, и в нем каждый АЭ занижает свою эффективность, сообщая минимально возможное значение. Эффективность этого механизма при однородных АЭ (см. предположение А.6 выше)

$$K_2(W) = \max_{z \in A_0} \{H(z) - \max_{j \in I} c(z, d_j)\} = d_{min} / 2,$$

где $d_{min} = \min_{j \in I} \{d_j\}$, очевидно, равна эффективности механизма, основанного на гарантированной компенсации затрат, в котором центр использует также и гарантированный результат по множеству W. Следовательно, использование гарантирующего механизма с сообщением информации не имеет смысла.

Отметим, что сравнительная эффективность простого и гарантирующего механизма зависит как от числа АЭ, так и от априорной неопределенности. Пусть, например, АЭ одинаковы. Тогда

$K_1(r) = n\, r / 4$, а $K_2 = d / 2$. Видно, что " r Î W $K_1(r)$ ³ K_2 при n ³ 2. Наоборот, если имеется единственный АЭ, то простой механизм оказывается более эффективным при r ³ $2\, d$, если же неопределенность «мала», например, $D < 2\, d$, то большей эффективностью обладает гарантирующий механизм.

3. Линейный механизм. Пусть центр, вместо использования (19), устанавливает пропорциональную оплату, свою для каждого АЭ: $s_i(s, x) = a_i(s)\, x$, i Î I. Из (21) получаем, что $g(s) = S$, $a_i(s) = s_i / 2\, S$, i Î I.

Тогда, если АЭ выбирают действия в соответствии с (23), то доминантной стратегией i-го АЭ является сообщение $s_i = r_i / 2$, то есть, линейный механизм планирования манипулируем, и в нем каждый АЭ занижает свою эффективность ровно в два раза. При этом его эффективность

$$K_3(r) = R / 4,$$

очевидно, выше эффективности механизма гарантированной компенсации затрат без сообщения информации и в рассматриваемом примере равна эффективности простого механизма.

Если АЭ выбирают комбинацию действий, минимизирующую истинные суммарные затраты на достижение требуемого результата деятельности, то получаем, что функция предпочтения каждого АЭ монотонна по его сообщению, что в силу ГРО приводит к неманипулируемости линейного механизма планирования. Следует подчеркнуть, что возможность совместных действий АЭ требует анализа кооперативных эффектов. Можно выдвинуть гипотезу, что при сепарабельных функциях затрат и множестве $Y(z)$, состоящем из единственной точки, минимизация суммарных затрат будет устойчивым коалиционным исходом игры АЭ.

4. Механизм «внутренних цен». Если по аналогии с классическим механизмом внутренних цен [38] предположить, что центр устанавливает стимулирование, пропорциональное индивидуальным действиям АЭ, то можно показать, что в случае, если функции затрат АЭ являются обобщенными функциями затрат типа Кобба-Дугласа, то в рамках гипотезы слабого влияния [10, 38] сообщение достоверной информации будет равновесной стратегией АЭ. Однако, содержательные интерпретации использования подобных

механизмах в системах с агрегированием информации затруднительны, так как в последних центр не наблюдает действий АЭ.

5. Механизмы децентрализации. В [10, 38, 46] доказано, что необходимым и достаточным условием существования механизма открытого управления (в котором сообщение достоверной информации является доминантной стратегией АЭ) является существование децентрализующих множеств, для которых выполнено условие совершенного согласования, заключающееся в том, что центр стремится максимизировать назначением плана из соответствующего децентрализующего множества (которое для каждого АЭ зависит от сообщений остальных АЭ, но не зависит от его собственного сообщения) функцию предпочтения АЭ.

Обозначим: $s_{-i} = (s_1, s_2, \ldots, s_{i-1}, s_{i+1}, \ldots, s_n) \in [d; D]^{n-1}$ – обстановку игры для i-го АЭ, $i \in I$; $Y_i^*(z, s_{-i}) = \mathrm{Arg} \min\limits_{y \in Y(z)} \{ \sum\limits_{j \neq i} c_j(y_j, s_j) + c_i(y_i, d_i)\}$, $i \in I$; $D_i(z, s_{-i}) = \{y_i \in A_i \mid \exists\, y_{-i} \in Y^*_i(z, s_{-i}): Q(y_i, y_{-i}) = z\}$, $i \in I$.

Запишем механизм открытого управления:

(27) $p_i(z, s) = \max\limits_{y_i \in D_i(z, s_{-i})} c_i(y_i, s_i)$, $i \in I$,

(28) $g(s) = \arg \max\limits_{z \in A_0} \{H(z) - \sum\limits_{i \in I} p_i(z, s)\}$.

Агрегированный результат деятельности (28) максимизирует целевую функцию центра при условии, что планы, назначаемые АЭ максимизируют их целевые функции по децентрализующим множествам $\{D_i(\cdot)\}$, то есть, (27) являются условиями совершенного согласования, что в силу принципа открытого управления [10, 38, 46] обосновывает справедливость следующего утверждения (эквивалентным прямым механизмом называется неманипулируемый механизм, в котором АЭ сообщают центру непосредственно оценки своих типов и равновесные планы совпадают с равновесными планами в исходном механизме).

Утверждение 3. Для механизма децентрализации существует эквивалентный прямой (неманипулируемый) механизм.

Завершив изучение модели с агрегированием информации, перейдем к изучению такого класса типовых решений как ранговые системы стимулирования.

5. Ранговые системы стимулирования: обзор известных моделей

В большинстве рассматриваемых в работах по управлению социально-экономическими системами моделей вознаграждение АЭ зависит от абсолютных значений их действий и/или результата деятельности [1, 19, 20, 25, 26, 33, 52, 60, 61, 62, 66, 67, 79 и др.]. В то же время, на практике достаточно распространены ранговые системы стимулирования (РСС), в которых величина вознаграждения АЭ определяется либо принадлежностью показателя его деятельности некоторому наперед заданному множеству – так называемые нормативные РСС, либо местом, занимаемым АЭ в упорядочении показателей деятельности всех АЭ – так называемые соревновательные РСС [10, 51, 59]. Преимуществом ранговых систем стимулирования является в основном то, что при их использовании центру иногда не обязательно знать достоверно значения всех действий, выбранных АЭ, а достаточна информация о диапазонах, которым они принадлежат, или об упорядочении действий.

Подробный обзор результатов отечественных и зарубежных авторов по исследованию РСС (турниров – rank-order tournaments – в терминологии теории контрактов [65-67, 70, 72, 73]) приведен в [36, 43]. В работах [7, 43] рассматривался следующий аспект: так как РСС являются подклассом систем стимулирования, каких случаях использование РСС не приводит к потерям эффективности управления (стимулирования), а если приводит, то какова величина этих потерь? Приведем основные результаты, следуя [43].

Нормативные РСС (НРСС) характеризуются наличием процедур присвоения рангов АЭ в зависимости от показателей их деятельности (выбираемых действий и т.д.). Введем следующие предположения, которые будем считать выполненными на протяжении настоящего раздела.

А.1. Множества возможных действий АЭ одинаковы: $A_i = A = \Re^1_+$, $i \in I$.

А.2. Функции затрат АЭ монотонны.

А.3. Затраты от выбора нулевого действия равны нулю.

Пусть $Á = \{1, 2, \ldots m\}$ – множество возможных рангов, где m – размерность НРСС, $\{q_j\}$, $j=\overline{1,m}$ – совокупность m неотрицательных чисел, соответствующих вознаграждениям за "попадание" в различные ранги; d_i: A_i®$Á$, $i=\overline{1,n}$ – процедуры классификации. НРСС называется кортеж $\{m, Á, \{d_i\}, \{q_j\}\}$.

В работе [59] доказано, что для любой системы стимулирования существует НРСС не меньшей эффективности. В [43] подробно рассмотрены НРСС, в которых процедуры классификации одинаковы для всех АЭ, то есть так называемые универсальные НРСС (УНРСС), при использовании которых АЭ, выбравшие одинаковые действия, получают одинаковые вознаграждения.

Введем вектор $Y = (Y_1, Y_2, \ldots, Y_m)$, такой, что 0 £ Y_1 £ Y_2 £ … £ $Y_m < +$¥, который определяет некоторое разбиение множества A. Универсальная НРСС задается кортежем $\{m, \{Y_j\}, \{q_j\}\}$, причем вознаграждение i-го АЭ s_i определяется следующим образом: $s_i(y_i) = \sum_{j=0}^{m} q_j I(y_i$ Î $[Y_j, Y_{j+1}))$, где $I(\cdot)$ – функция-индикатор, $Y_0 = 0$, $q_0 = 0$. Универсальная НРСС называется прогрессивной, если q_0 £ q_1 £ q_2 £ … £ q_m [59].

Так как УНРСС кусочно-постоянна, то в силу монотонности функций затрат очевидно, что АЭ будут выбирать действия с минимальными затратами на соответствующих отрезках. Иначе говоря, условно можно считать, что при фиксированной системе стимулирования множество допустимых действий равно $Y = \{Y_1, Y_2, \ldots, Y_m\}$, причем, так как $c_i(0) = 0$, то $q_0 = 0$. Действие y_i^*, выбираемое i-ым АЭ, определяется парой векторов (Y, q), то есть имеет место $y_i^*(Y, q) = Y_{k_i}$, где

(1) $k_i = \arg \max\limits_{k=\overline{0,m}} \{q_k - c_i(Y_k)\}$, i Î I.

Обозначим $y^*(Y, q) = (y_1^*(Y, q), y_2^*(Y, q), \ldots, y_n^*(Y, q))$. Задача синтеза оптимальной УНРСС заключается в выборе размерности УНРСС m и векторов q и Y, удовлетворяющих заданным ограничениям, которые максимизировали бы целевую функцию центра:

(2) $F(y^*(Y, q)) \to \max\limits_{Y, q}$.

Фиксируем некоторый вектор действий $y^* \in A'$, который мы хотели бы реализовать с помощью УНРСС. Известно, что минимально возможные (среди всех систем стимулирования) затраты на стимулирование по реализации этого вектора соответствуют использованию квазикомпенсаторной системы стимулирования (системы стимулирования QK-типа) и равны [38? 43]:

(3) $J_{QK}(y^*) = \sum\limits_{i=1}^{n} c_i(y_i^*)$.

Из того, что при использовании УНРСС АЭ выбирают действия только из множества Y, следует, что минимальная размерность системы стимулирования должна быть равна числу попарно различных компонент вектора действий, который требуется реализовать. Следовательно, использование УНРСС размерности, большей, чем n, нецелесообразно. Поэтому ограничимся системами стимулирования, размерность которых в точности равна числу АЭ, то есть, положим $m = n$.

Для фиксированного $y^* \in A'$ положим $Y_i = y_i^*$, $i \in I$, и обозначим $c_{ij} = c_i(Y_j)$, $i, j \in I$. Из определения реализуемого действия (см. (1)) следует, что для того, чтобы УНРСС реализовывала вектор $y^* \in A'$ (то есть побуждала АЭ выбирать соответствующие действия) необходимо и достаточно выполнения следующей системы неравенств:

(4) $q_i - c_{ii} \geq q_j - c_{ij},\ i \in I,\ j = \overline{0, n}$.

Запишем (4) в виде

(5) $q_j - q_i \leq a_{ij},\ i \in I,\ j = \overline{0, n}$,

где $a_{ij} = c_{ij} - c_{ii}$. Обозначим суммарные затраты на стимулирование по реализации действия y^* УНРСС

(6) $J_{УНРСС}(y^*) = \sum\limits_{i=1}^{n} q_i(y^*)$,

где $q(y^*)$ удовлетворяет (4).

Задача синтеза оптимальной (минимальной) УНРСС заключается в минимизации (6) при условии (5).

Из того, что $q_i \geq c_{ii},\ i \in I$, следует, что $\forall\, y^* \in A'$ выполнено: $J_{УНРСС}(y^*) \geq J_{QK}(y^*)$, то есть минимальные затраты на стимулирование по реализации любого вектора действий АЭ при использовании универсальных нормативных систем стимулирования не ниже, чем при использовании квазикомпенсаторных систем стимулирования. Следовательно, для эффективностей стимулирования справедлива следующая достаточно "грубая" оценка: $K_{УНРСС} \leq K_{QK}$. Потери от использования УНРСС обозначим

$$\Delta(УНРСС, QK) = J_{УНРСС}(y^*) - J_{QK}(y^*) \geq 0.$$

Введем в рассмотрение n-вершинный граф $G_a(y^*)$, веса дуг в котором определяются $\|a_{ij}(y^*)\|$.

Задача минимизации (6) при условии (5) является задачей о минимальных неотрицательных потенциалах вершин графа G_a, для существования решения которой необходимо и достаточно отсутствия контуров отрицательной длины [6]. Таким образом, справедлива следующая лемма.

Лемма 1 [7, 43]. Для того чтобы вектор $y^* \in A'$ был реализуем в классе УНРСС, необходимо и достаточно, чтобы граф $G_a(y^*)$ не имел контуров отрицательной длины.

Рассмотрим следующую задачу о назначении:

$$(7)\quad \sum_{i,j=1}^{n} c_{ij}\, x_{ij} \to \min_{\{x_{ij}\}}$$

$$(8)\quad x_{ij} \in \{0;1\},\ i, j \in I;\ \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1,\ j \in I;\ \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1,\ i \in I.$$

Лемма 2 [7, 43]. Для того чтобы $x_{ii} = 1,\ i \in I,\ x_{ij} = 0,\ j \neq i$, необходимо и достаточно, чтобы граф $G_a(y^*)$ не имел контуров отрицательной длины.

Из леммы 2 следует, что назначение

$$(9)\quad y_{i_1} = y_1^*,\ y_{i_2} = y_2^*, \ldots,\ y_{i_n} = y_n^*$$

минимизирует (7).

Следствием лемм 1 и 2 является следующая теорема, характеризующая множество всех действий, реализуемых универсальными нормативными ранговыми системами стимулирования.

Теорема 1 [7, 43]. Для того чтобы вектор $y^* \in A'$ был реализуем в классе УНРСС, необходимо и достаточно, чтобы он являлся решением задачи о назначении (7)-(8).

Из теории графов известно [6], что в оптимальном решении задачи (5)-(6) минимальна не только сумма потенциалов вершин графа G_a (суммарные затраты на стимулирование), но и минимальны все потенциалы вершин (индивидуальные вознаграждения). То есть решение задачи о назначении (7)-(8) и двойственной к ней задачи (5)-(6) минимизирует не только суммарные выплаты АЭ со стороны центра, но обеспечивает минимальные значения всем индивидуальным вознаграждениям.

Приведенные выше результаты характеризуют множество действий, реализуемых УНРСС. Исследуем теперь эффективность этого класса систем стимулирования.

Имея результат теоремы 1, можно предложить алгоритм вычисления минимальных потенциалов, и, следовательно, количественно оценить потери в эффективности [7, 43].

Рассмотрим задачу (7)-(8). Перенумеруем АЭ таким образом, чтобы оптимальным было диагональное назначение $\forall j \in I \;\; i_j = j$ ($x_{ii} = 1$). Поставим в соответствие ограничению (7) двойственную переменную u_j, $j \in I$, а ограничению (8) – двойственную переменную v_i, $i \in I$. Ограничения двойственной к (7)-(8) задачи имеют вид:

(10) $u_j - v_i \leq a_{ij}, i, j, \in I$.

Заметим, что, так как $x_{ii} = 1$, $i \in I$, то $u_i - n_i = a_{ii} = 0$, а значит $u_i - n_i = q_i$. Используя этот факт, определим следующий алгоритм:

Шаг 0. $u_j = c_{jj}, j \in I$.

Шаг 1. $v_i := \max\limits_{j \in I} \{u_j - a_{ij}\}, i \in I$.

Шаг 2. $u_j := \min\limits_{i \in I} \{v_i + a_{ij}\}, j \in I$.

Последовательное повторение шагов 1 и 2 алгоритма конечное число (очевидно, не превышающее n) раз даст оптимальное решение задачи (5)-(6):

(11) $q_i = u_i = v_i, i \in I$.

Приведенный выше алгоритм позволяет решать задачу поиска минимальных потенциалов графа G_a, удовлетворяющих условию

(5), то есть реализующих заданный вектор действий АЭ. С одной стороны доказанный выше критерий реализуемости заданных действий и алгоритм синтеза оптимальной УНРСС применимы в широком классе организационных систем, так как при их доказательстве не вводилось практически никаких предположений о свойствах элементов ОС. С другой стороны, для ряда более узких классов ОС, рассматриваемых ниже, существуют более простые алгоритмы синтеза оптимальных УНРСС.

Обозначим

(12) $c_i'(y_i) = \dfrac{dc_i(y_i)}{dy_i}, \ i \in I.$

и введем следующее предположение:

А.4. Существует упорядочение АЭ, такое, что

(13) $\forall\ y \in A \ \ c_1'(y) \geq c_2'(y) \geq \ldots \geq c_n'(y).$

Фиксируем некоторый вектор $y^* \in A'$, удовлетворяющий следующему условию:

(14) $y_1^* \leq y_2^* \leq \ldots \leq y_n^*.$

Предположениям А.2-А.4 удовлетворяют, например, такие распространенные в экономико-математическом моделировании функции затрат АЭ, как: $c_i(y_i) = k_i\, c(y_i)$, $c_i(y_i) = k_i\, c(y_i/k_i)$, где $c(\cdot)$ – монотонная дифференцируемая функция, а коэффициенты (отражающие эффективность деятельности АЭ) упорядочены: $k_1 \geq k_2 \geq \ldots \geq k_n$ (частными случаями являются линейные функции затрат, функции затрат типа Кобба-Дугласа и др.).

<u>Лемма 3 [7, 43].</u> Если выполнены предположения А.1, А.2 и А.4, то в задаче (7)-(8) оптимально диагональное назначение. Кроме того, если выполнены предположения А.1, А.2 и А.4, то универсальными ранговыми системами стимулирования реализуемы такие и только такие действия, которые удовлетворяют (14).

В организационных системах, удовлетворяющих предположениям А.1-А.4 (включая А.3!), для определения оптимальных потенциалов может быть использована следующая рекуррентная процедура, являющаяся частным случаем (соответствующим А.3-А.4) общего приведенного выше алгоритма:

$$q_1 = c_{11},\ q_i = c_{ii} + \max_{j<i} \{q_j - c_{ij}\},\ i = \overline{2,n}\ .$$

<u>Лемма 4 [7, 43].</u> Если выполнены предположения А.1-А.4, то имеет место:

$$\text{"}\ i = \overline{2,n}\quad \max_{j<i} \{q_j - c_{ij}\} = q_{i-1} - c_{ii-1}.$$

Следствием леммы 4 является следующее простое выражение для индивидуальных вознаграждений в УНРСС, реализующей вектор y^* Î A' в организационной системе, удовлетворяющей А.3-А.4:

$$(15)\ q_i = \sum_{j=1}^{i} (c_j(y_j^*) - c_j(y_{j-1}^*)).$$

Подставляя (15) в (6), получаем, что потери от использования универсальных нормативных ранговых систем стимулирования (по сравнению с квазикомпенсаторными) равны:

$$(16)\ D(УНРСС, QK) = J_{УНРСС}(y^*) - J_{QK}(y^*) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \{ \sum_{j=1}^{i} (c_j(y_j^*) - c_j(y_{j-1}^*))\} - c_i(y_{i-1}^*)\}.$$

Совокупность полученных выше результатов сформулируем в виде следующей теоремы.

<u>Теорема 2 [7, 43].</u> Если выполнены предположения А.1 – А.4, то:

а) в классе универсальных нормативных ранговых систем стимулирования реализуемы такие, и только такие действия, которые удовлетворяют условию (14);

б) оптимальное решение задачи стимулирования при этом определяется выражением (15);

в) превышение затратами на стимулирование минимально необходимых определяется выражением (16);

г) оптимальная УНРСС является прогрессивной.

Отметим, что выше исследовались УНРСС размерности n. Частым случаем УНРСС являются унифицированные системы стимулирования С-типа (УНРСС размерности *1*) [7, 43]. Поэтому рассмотрим задачу (первого рода) синтеза унифицированной системы стимулирования, в которой центр назначает общий для всех

АЭ план и использует унифицированную систему стимулирования С-типа или QK-типа.

Пусть выполнено предположение А.1 и центр должен назначить унифицированную систему стимулирования С-типа с одним "скачком":

(17) $s(x, y_i) = \begin{cases} C, \ y_i \geq x \\ 0, \ y_i < x \end{cases}$,

где C – некоторая неотрицательная величина, x – общий для всех АЭ план.

Введем следующее предположение:

А.5. Существует упорядочение АЭ, такое, что

(18) " *y* Î *A* $c_1(y)$ ³ $c_2(y)$ ³ ... ³ $c_n(y)$.

Отметим, что, если выполнены А.1-А.4, то, очевидно, выполнено и А.5. Под совместным выполнением А.4. и А.5 будем подразумевать, что существует упорядочение элементов, удовлетворяющее одновременно (13) и (18).

Обозначим $P(x, C)$ – множество тех АЭ, у которых затраты в точке x не превышают C, то есть таких элементов, которым выгодно выполнение плана x:

(19) $P(x,C)$ = {*i* Î *I* | $c_i(x)$ £ *C*}.

Другими словами, из А.5 следует, что $P(x, C) = \{k(x, C), ... n\}$, где

(20) $k(x, C)$ = min {*i* Î *I* | $c_i(x)$ £ *C*}.

АЭ из множества $Q(x, C) = \{1, 2, ..., k(x, C) – 1\}$ выполнение плана x при вознаграждении C невыгодно (естественно, " *x* Î *A*, " *C* ³ *0* $P(x, C)$ Ç $Q(x, C)$ = Æ, $P(x, C)$ È $Q(x, C)$ = *I*), и они выберут действия, минимизирующие затраты (в рамках А.3 – действия, равные нулю).

Тогда действия $\{ y_i^* \}$, реализуемые системой стимулирования (17), удовлетворяют:

(21) $y_i^*(x,C) = \begin{cases} x, \ i \geq k(x,C) \\ 0, \ i < k(x,C) \end{cases}$.

Суммарные затраты на стимулирование при использовании центром системы стимулирования (17), в силу (21), равны

(22) $J(x,C) = C\,(N – k(x, C) + 1)$.

Как показано в [35], зависимость $y_i^*(x, C)$ не является непрерывной. Поэтому для каждого x Î A существует конечное число минимальных затрат на стимулирование, при которых изменяется число АЭ, выполняющих план x: $\{c_1(x), c_2(x), ..., c_N(x)\}$. Аналогично, для фиксированного ограничения C при непрерывных и строго монотонных функциях затрат АЭ существует конечное число планов $\{c_i^{-1}(C)\}$, где "$^{-1}$" обозначает обратную функцию, при которых изменяется число АЭ, которые их выполняют.

Общий (для случая, соответствующего А.5) алгоритм решения задачи синтеза оптимальной унифицированной системы стимулирования приведен в [7, 43]. Ниже мы сравним минимальные затраты на стимулирование. Фиксируем произвольный план x Î A. Для того чтобы все АЭ выбрали действия, совпадающие с планом необходимо, чтобы $k(x, C) = 1$, то есть $C = c_1(x)$. Тогда из (21)-(22) получаем, что минимальные затраты на стимулирование равны (напомним, что индекс "U" соответствует унифицированным системами стимулирования) $J_{UQK}(x) = N\, c_1(x)$. Следовательно, потери в эффективности (по сравнению с системами стимулирования QK-типа) составляют:

$$(23)\ D(x) = J_{UQK}(x) - J_{QK}(x) = (N - 1)\, c_1(x) - \sum_{i=2}^{n} c_i(x).$$

Если АЭ имеют функции затрат $c_i(y_i, r_i) = r_i\, c(y_i/r_i)$ с типами r_1 £ r_2 £ …£ r_n, то из (23) следует справедливость следующего утверждения.

<u>Утверждение 4.</u> Область устойчивости унифицированной скачкообразной системы стимулирования с планом x Î A есть

$$B(e, x) = \{t \text{ Î } W \mid (N - 1)\, t_1\, c(x/t_1) - \sum_{i=2}^{n} t_i\, c(x/t_i) \text{ £ } e\}.$$

В заключение настоящего раздела рассмотрим кратко известные свойства соревновательных ранговых систем стимулирования (СРСС), в которых центр задает число классов и число мест в каждом из классов, а также величины поощрений АЭ, попавших в тот или иной класс. Таким образом, в СРСС индивидуальное поощрение АЭ не зависит непосредственно от абсолютной величины выбранного им действия, а определяется тем местом, которое он занял в упорядочении показателей деятельности всех АЭ.

Усложним рассматриваемую модель. Предположим, что АЭ имеют произвольные функции затрат, удовлетворяющие А.3-А.4.

<u>Теорема 3 [7, 43].</u> Если выполнены предположения А.3-А.4, то необходимым и достаточным условием реализуемости вектора действий АЭ y^* Î A в классе СРСС является выполнение (14), причем данный вектор реализуем следующей системой стимулирования, обеспечивающей минимальность затрат центра на стимулирование:

(24) $$q_i(y^*) = \sum_{j=2}^{i} \{c_{j-1}(y_j^*) - c_{j-1}(y_{j-1}^*)\},\ i = \overline{1,n}\ .$$

Приведем оценки сравнительной эффективности СРСС и УНРСС, а также СРСС и компенсаторных систем стимулирования (неравенства выполнены в силу предположений А.3 и А.4) [7, 43]:

(25) $$'' \ y^* \hat{I}\ A' \ J_{СРСС}(y^*) - J_{УНРСС}(y^*) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=2}^{i} [c_{j-1}(y_j^*) - c_j(y_j^*) + c_j(y_{j-1}^*) - c_{j-1}(y_{j-1}^*)]\ ^3\ 0.$$

(26) $$D(СРСС, QK) = \sum_{i=2}^{n} \{\sum_{j=2}^{i} \{c_{j-1}(y_j^*) - c_{j-1}(y_{j-1}^*)\} - c_i(y_i^*)\}\ ^3\ 0.$$

Если АЭ имеют функции затрат $c_i(y_i, r_i) = r_i\, c(y_i/r_i)$ с типами r_1 £ r_2 £ …£ r_n, то из (26) следует справедливость следующего утверждения.

<u>Утверждение 5.</u> Область устойчивости СРСС есть

$$B(e) = \{t\ \hat{I}\ W \mid (\sum_{i=2}^{n} \{\sum_{j=2}^{i} \{t_{j-1}c(y_j^*, t_{j-1}) - t_{j-1}c(y_{j-1}^*, t_{j-1})\} - t_i c(y_i^*, t_i)\}£e\}.$$

Рассмотрим кратко основные используемые в управлении проектами формы и методы оплаты труда для того, чтобы в седьмом разделе исследовать свойства НРСС, используемых на практике.

6. Свойства ранговых систем стимулирования

Одним из типовых решений в управлении проектами является использование ранговых систем стимулирования, в которых либо множество возможных результатов деятельности разбивается на равные отрезки («расстояния» между нормативами одинаковы), либо на равные отрезки разбивается множество вознаграждений («расстояния» между размерами вознаграждений за выполнение нормативов одинаковы). Поэтому исследуем последовательно эти два случая для нормативных и соревновательных РСС. Кроме того, в управлении проектами (см. шестой раздел) зачастую предполагается, что существуют нормативы затрат, не зависящие от объемов работ, что в рамках рассматриваемой модели стимулирования приводит к предположению о линейности функций затрат АЭ. На протяжении всего изложения материала настоящего и последующего разделов будем предполагать, что выполнены предположения А.1-А.5 (см. пятый раздел).

Пусть множество $A = [0; A^+] \subseteq \Re^1$ разбито на n равных отрезков $[Y_i, Y_{i+1}]$, $i = \overline{0, n-1}$, $Y_0 = 0$, $Y_n = A^+$, то есть $Y_i = i\, A^+ / n$, $i \in I$. Тогда из выражения (15) пятого раздела получаем, что размеры вознаграждений должны удовлетворять следующему соотношению:

(1) $q_1 = c_1(A^+/n)$, $q_i = q_{i-1} + [c_i(i\, A^+ / n) - c_i((i-1)\, A^+ / n)]$, $i = \overline{2, n}$.

В частности, для линейных функций затрат $c_i(y_i) = k_i\, y_i$, $i \in I$, получаем:

(2) $q_1 = k_1 A^+/n$, $d_i = q_i - q_{i-1} = k_i A^+ / n$, $i = \overline{2, n}$.

Утверждение 6. Если используется равномерное разбиение множества A, то при линейных функциях затрат АЭ УНРСС является прогрессивной и вогнутой функцией.

Доказательство. Из предположения А.4 следует, что

$$c_i(i\, A^+ / n) \geq c_i((i-1)\, A^+ / n),\ i = \overline{2, n},$$

что совместно с (1) обусловливает прогрессивность, а предположение об упорядочении затрат АЭ (см. А.4) совместно с (2) дает $d_i - d_{i-1} \leq 0$, $i = \overline{2, n}$, откуда и следует вогнутость. •

Возникает предположение – может быть всегда УНРСС являются монотонными и вогнутыми (или монотонными и вогнутыми). Ответ на первый вопрос – утвердительный, так как из (1) следует монотонность УНРСС для любых функций затрат, удовлетворяющих А.2-А.4 (см. также теорему 1 в пятом разделе). Ответ на второй вопрос неоднозначен – в зависимости от функций затрат и соотношения типов АЭ УНРСС может быть вогнутой, линейной, выпуклой или ни вогнутой, ни выпуклой. Приведем иллюстративный пример.

Пример 3. Пусть АЭ имеют квадратичные функции затрат типа Кобба-Дугласа. Тогда из (1) следует, что

$$d_i = (A^+)^2(2\,i - 1) / 2\,n^2\,r_i,\ i \in I.$$

Получаем, что «вторая производная» равна

$$d_i - d_{i-1} = \frac{(A^+)^2}{2n^2}\ \frac{(2i-1)r_{i-1} - (2i-3)r_i}{r_{i-1}r_i},\ i = \overline{2,n}.$$

Учитывая, что в силу предположения А.4 $r_i > r_{i-1}$, $i = \overline{2,n}$, имеем, что при $r_{i-1} < r_i < \frac{2i-1}{2i-3}\, r_{i-1}$, $i = \overline{2,n}$, УНРСС является прогрессивной и выпуклой, при $r_i > \frac{2i-1}{2i-3}\, r_{i-1}$, $i = \overline{2,n}$ – вогнутой, а при $r_i = \frac{2i-1}{2i-3}\, r_{i-1}$, $i = \overline{2,n}$ – линейной.

Следовательно, имея распределение АЭ по типам можно для каждого класса функций их затрат предсказывать какими свойствами должна обладать оптимальная УНРСС. Например, если последовательность типов АЭ с квадратичными функциями затрат типа Кобба-Дугласа является монотонно возрастающей и лежит в области I на рисунке 4, то соответствующая оптимальная УНРСС является выпуклой, если – в области II, то вогнутой, на границе этих областей – линейной, а если пересекает границу, то ни выпуклой, ни вогнутой. •

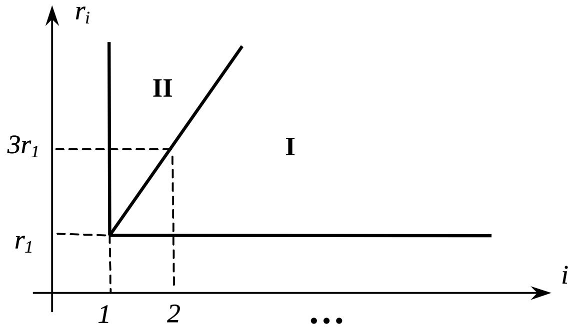

Рис. 4. Выпуклость, линейность и вогнутость оптимальных УНРСС

Перейдем к исследованию УНРСС, в которых равномерны вознаграждения, то есть $q_i = i\, q_1,\ i \in I$. Из выражения (15) пятого раздела получаем, что

(3) $Y_1 = c_1^{-1}(q_1),\ Y_i = c_i^{-1}(q_1 + c_i(Y_{i-1})),\ i = \overline{2,n}$,

где $c^{-1}(\cdot)$ – функция, обратная к функции затрат.

Для линейных функций затрат АЭ имеем: $Y_i = q_1 \sum_{j=1}^{i} 1/k_j$, $i \in I$. Из условия $Y_n = A^+$ окончательно получаем: $q_1 = A^+ / \sum_{j=1}^{n} 1/k_j$,

(4) $Y_i = [A^+ \sum_{j=1}^{i} 1/k_j\ ] / \sum_{j=1}^{n} 1/k_j,\ i \in I.$

Введем в рассмотрение показатель «равномерности» нормативов

(5) $D_i = Y_i - Y_{i-1} = q_1 / k_i = A^+ / [k_i \sum_{j=1}^{n} 1/k_j\ ],\ i = \overline{2,n}$.

Из выражения (5) следует справедливость следующего утверждения.

<u>Утверждение 7.</u> В УНРСС при линейных функциях затрат АЭ и равномерных вознаграждениях (прямо пропорциональных номеру норматива) оптимальные приросты нормативов увеличиваются с ростом эффективности деятельности АЭ.

Аналогично тому, как это делалось для УНРСС, исследуем типовые решения с равномерными нормативами и вознаграждениями для СРСС.

Пусть множество $A = [0; A^+]$ Í $Â^1$ разбито на $(n - 1)$ равный отрезок $[Y_i, Y_{i+1}]$, $i = \overline{1, n-1}$, $Y_1 = 0, Y_n = A^+$, то есть $Y_i = (i - 1)\, A^+ / (n - 1)$, i Î I. Тогда из выражения (24) пятого раздела получаем, что размеры вознаграждений должны удовлетворять следующему соотношению:

(6) $q_1 = 0,\ q_i = q_{i-1} + [c_{i-1}((i-1)A^+/(n-1)) - c_{i-1}((i-2)A^+/(n-1))],\ i = \overline{2, n}$.

В частности, для линейных функций затрат $c_i(y_i) = k_i\, y_i$, i Î I, получаем:

(7) $q_1 = 0,\ d_i = q_i - q_{i-1} = k_{i-1}\, A^+ / (n-1),\ i = \overline{2, n}$.

По аналогии с доказательством утверждения 6, используя (7), можно доказать справедливость следующего утверждения.

Утверждение 8. Если используется равномерное разбиение множества A, то при линейных функциях затрат АЭ СРСС является прогрессивной и вогнутой функцией.

Пример 4. Пусть АЭ имеют квадратичные функции затрат типа Кобба-Дугласа. Тогда из (6) следует, что

$$d_i = (A^+)^2 (2\,i - 3) \,/\, 2\,(n-1)^2\, r_{i-1},\ i = \overline{2, n}.$$

Получаем, что «вторая производная» равна

$$d_{i+1} - d_i = \frac{(A^+)^2}{2(n-1)^2}\ \frac{(2i-1)r_{i-1} - (2i-3)r_i}{r_{i-1} r_i},\ i = \overline{1, n-1}.$$

В рассматриваемом примере можно по аналогии с тем, как это делалось в примере 3, построить области возрастающих последовательностей типов АЭ, при которых УНРСС является выпуклой, вогнутой, линейной или ни выпуклой, ни вогнутой. •

Перейдем к исследованию СРСС, в которых равномерны вознаграждения, то есть $q_i = (i-1)\, q_2$, $i = \overline{2, n}$. Из выражения (24) пятого раздела получаем, что

(8) $Y_1 = 0,\ Y_i = c_{i-1}^{-1}(q_2 + c_{i-1}(Y_{i-1})),\ i = \overline{2, n}$.

Для линейных функций затрат АЭ имеем: $Y_i = q_2 \sum_{j=2}^{i} 1/k_{j-1}$, $i = \overline{2,n}$. Из условия $Y_n = A^+$ окончательно получаем: $q_2 = A^+/\sum_{j=2}^{n} 1/k_{j-1}$ (отметим, что в СРСС основные показатели не зависят от эффективности деятельности победителя конкурса – АЭ, имеющего минимальные затраты),

(9) $Y_i = [A^+ \sum_{j=1}^{i} 1/k_j \,] / \sum_{j=1}^{n} 1/k_j$, i Î I.

Введем в рассмотрение показатель «равномерности» нормативов

(10) $D_i = Y_i - Y_{i-1} = q_2 / k_{i-1} = A^+ / [k_{i-1} \sum_{j=1}^{n} 1/k_j \,]$, $i = \overline{2,n}$.

Из выражения (10) следует справедливость следующего утверждения.

Утверждение 9. В СРСС при линейных функциях затрат АЭ и равномерных вознаграждениях (прямо пропорциональных номеру норматива) оптимальные приросты нормативов увеличиваются с ростом эффективности деятельности АЭ.

Применение используемой в настоящем разделе техники анализа типовых решений дает возможность изучать свойства оптимальных УНРСС и СРСС для различных (конкретных) функций затрат и распределений типов АЭ. Кроме того, сравнивая выражения (1)-(5) с, соответственно, выражениями (6)-(10), можно в каждом конкретном случае исследовать сравнительные свойства типовых решений в УНРСС и СРСС.

Исследовав статические свойства ранговых систем стимулирования, вспомним, что проект является существенно динамическим объектом, поэтому исследуем временн*ы*е характеристики таких типовых решений как различные шкалы оплаты труда (восьмой раздел) и мероприятия по сокращению продолжительности проекта (девятый раздел).

7. Шкалы оплаты труда[1]

При расчетах центра с АЭ – исполнителями работ по проекту, заказчика – с исполнителями работ по договору, а также во многих других реальных ситуациях, размер оплаты, получаемой АЭ, зависит от процента завершения работ. В качестве «процента завершения», в частности, могут выступать показатели освоенного объема [15-18, 28, 62-64].

Предположим, что сумма договора, или стоимость работы или пакета работ согласована центром и АЭ и равна C. *Шкалой оплаты труда* называется кумулятивная зависимость размера вознаграждения (доли от стоимости договора), выплаченного центром АЭ, от процента завершения.

Обозначим через b процент завершения, через g – процент от суммы C, выплаченный АЭ. Тогда шкалой оплаты труда будет зависимость $g(b)$. Эта зависимость обладает следующими свойствами (содержательные интерпретации которых очевидны):

- функция $g(\cdot)$ – неубывающая и непрерывная справа;
- $g(0) = 0$;
- $\forall\ b \in [0;1]\ \ g(b) \in [0; 1]$;
- $g(1) = 1$.

Если ввести зависимость $s(b)$ размера вознаграждения, получаемого АЭ (а не уже полученного за весь выполненный текущий объем работ) от процента завершения, то, очевидно, что этот размер вознаграждения с точностью до мультипликативной константы (стоимости договора) совпадает со скоростью изменения уже полученных АЭ сумм, то есть, если $g(\cdot)$ – кусочно-дифференцируемая[2] функция, то[3]

---

[1] *Настоящий раздел написан совместно с С.В. Садовниковым и К.А. Сухачевым.*

[2] *Условимся считать, что значение производной в точке скачка равна δ-функции Дирака, умноженной на амплитуду скачка.*

[3] *Интуитивно можно интерпретировать $g(b)$ как интегральную функцию некоторого вероятностного распределения, а $s(b)$ – как соответствующую ей плотность распределения (если последняя существует).*

(1) $s(b) = C\ \dfrac{dg(b)}{db},\ b \in [0; 1]$.

Верно и обратное соотношение:

(2) $g(b) = \dfrac{1}{C} \displaystyle\int_0^b s\,(w)dw$.

Из выражений (1) и (2) следует, что на участках возрастания $s(\cdot)$ функция $g(\cdot)$ является «выпуклой», на участках убывания $s(\cdot)$ функция $g(\cdot)$ является «вогнутой», а в точке максимума $s(\cdot)$ функция $g(\cdot)$ имеет «перегиб». Кроме того, очевидно, выполняется «условие нормировки»:

(3) $\displaystyle\int_0^1 s\,(w)dw = C$.

Перечислим некоторые типовые решения, то есть типовые шкалы оплаты труда.

Во-первых, это – равномерная оплата, при которой вознаграждение АЭ за каждую единицу процента завершения одинаково (см. рисунок 5а). Отметим, что именно равномерной оплате соответствуют все рассматриваемые в [39, 43, 58] статические модели стимулирования.

Во-вторых, это – аккордная оплата, при которой вся сумма договора C выплачивается только в момент полного завершения работ (см. рисунок 5б).

В-третьих, это a-процентная предоплата ($a \in [0; 1]$), при которой сумма $a\,C$ выплачивается в момент начала работ, а сумма $(1 - a)\,C$ – в момент полного завершения работ (см. рисунок 5в).

Возможны и другие варианты – любой определенной на отрезке $[0; 1]$ измеримой функции соответствует некоторая шкала оплаты труда. Например, на рисунке 5г приведена так называемая квартильная оплата, при которой за четверть объема работ выплачивается четверть стоимости договора. На рисунках 5д-5ж приведены, соответственно, варианты выпуклых шкал, вогнутых шкал и шкал с перегибом.

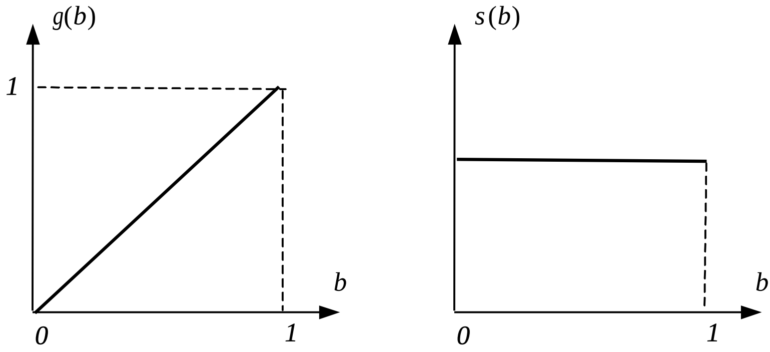

Рис. 5а. Равномерная шкала

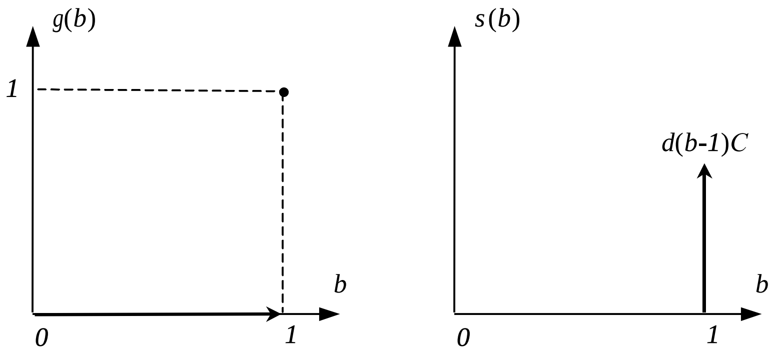

Рис. 5б. Аккордная оплата

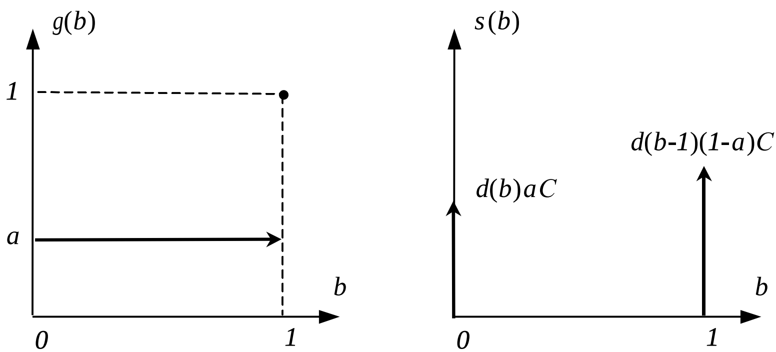

Рис. 5в. α-процентная предоплата

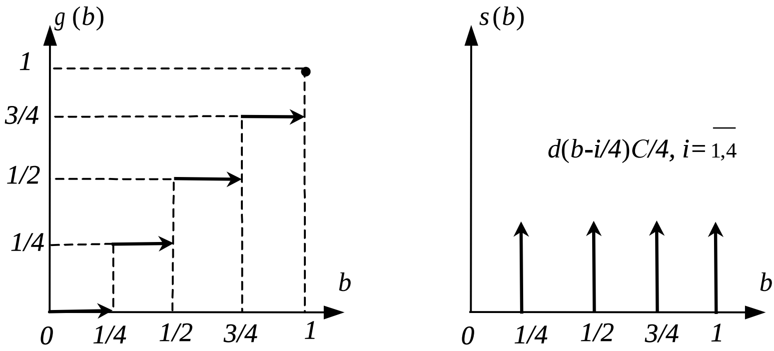

Рис. 5г. Квартильная оплата

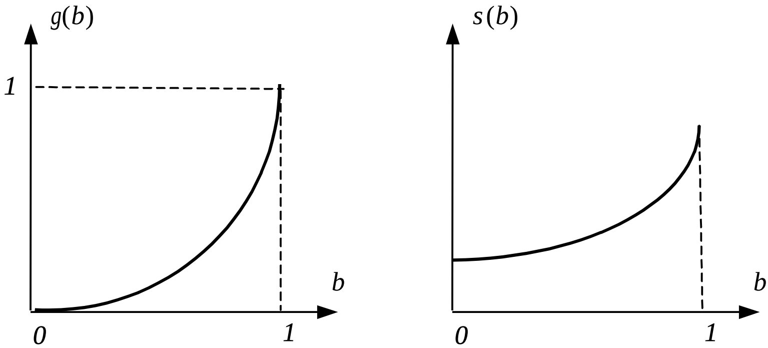

Рис. 5д. Выпуклая шкала

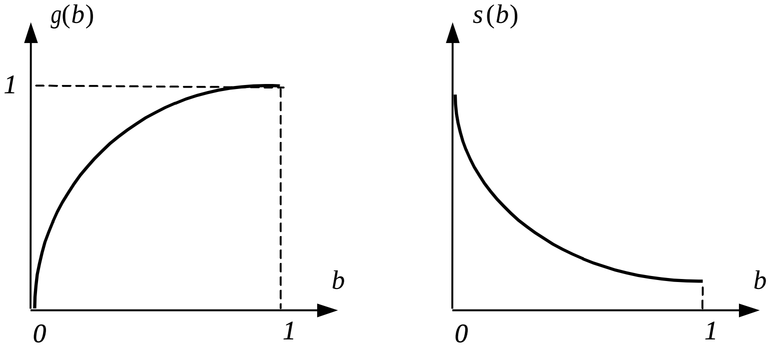

Рис. 5е. Вогнутая шкала

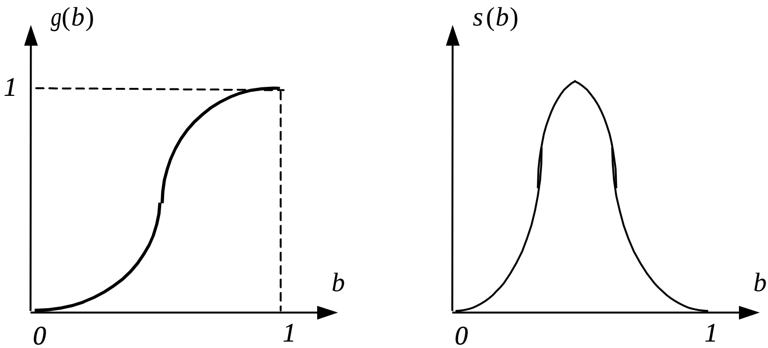

Рис. 5ж. Шкала с перегибом

Введем действие $y(t)$ АЭ в момент времени $t \geq 0$, характеризующее объем работ выполняемый им в единицу времени в момент времени $t \geq 0$. Функцию $y(\cdot)$ назовем траекторией. Очевидно, что время $T = T(y(\cdot))$ завершения работы можно определить как минимальное время, такое, что

$$\int_0^{T(y(\cdot))} y(t)\,dt = 1. \qquad (4)$$

При заданной траектории $y(\cdot)$ можно определить зависимость процента завершения от времени:

(5) $b(t, y(\cdot)) = \int\limits_0^t y(t)dt$.

Из (5) следует, что $b(0) = 0$, $b(T(y(\cdot)) = 1$.

Имея шкалу $g(b)$ и зная зависимость (5) процента завершения от времени, можно найти зависимость от траектории и времени величины процента завершения:

(6) $g(t, y(\cdot)) = g(b(t, y(\cdot)))$

и зависимость от траектории и времени размера вознаграждения, получаемого АЭ:

(7) $s(t, y(\cdot)) = C \dfrac{dg(b(t, y(\cdot))}{db}$.

Введем функции дохода центра $H(t, b)$ и затрат АЭ $c(t, y)$, а также показатели дисконтирования x_0 и x, отражающие степень учета будущего, соответственно, центром и АЭ.

Теперь мы имеем все необходимое для того, чтобы сформулировать теоретико-игровую задачу управления.

Стратегией центра является выбор стоимости работ $C \geq 0$ и шкалы оплаты труда $g(b)$ из множества функций, удовлетворяющих введенным выше требованиям. Он выбирает ее и сообщает АЭ, стратегией которого является выбор траектории $y(\cdot)$, принадлежащей множеству положительнозначных кусочно-непрерывных функций. АЭ выбирает траекторию, которая в соответствии с выражениями (4)-(7) определяет продолжительность работ, динамику процента завершения и выплат. Целью центра является максимизация дисконтированной разности между доходом и выплатами АЭ:

(8) $$\int\limits_0^{T(y(\cdot))} [H(t, b(t, y(\cdot))) - s(t, y(\cdot))]\, e^{-x_0 t} dt \rightarrow \max_{g(\cdot), C},$$

при условии, что АЭ (при известных ему стоимости работ и шкале) выбирает траекторию, максимизирующую дисконтированную разность между вознаграждением, получаемым от центра, и своими затратами:

(9) $$\int\limits_0^{T(y(\cdot))} [s(t, y(\cdot)) - c(t, y(\cdot))]\, e^{-xt} dt \rightarrow \max_{y(\cdot)},$$

Задачу (8)-(9) назовем задачей выбора шкалы оплаты труда. Получим решение этой задачи для различных частных случаев.

Начнем с простейшего случая, соответствующего, статической задаче стимулирования [38, 39], то есть будем считать, что объем работ *y* ³ *0*, выполняемый АЭ в единицу времени, постоянен, функции дохода $H(y)$ и затрат $c(y)$ не зависят от времени, дисконтирование отсутствует. Соответствующую задачу назовем квазидинамической.

Если центр использует шкалу $g(b)$, то из (1)-(7) следует, что: $T(y) = 1 / y$, $b(t, y) = y\, t$, $g(t, y) = g(y\, t)$, $s(t, y) = C\, g'(y\, t)$. Следовательно, задача (8)-(9) выбора шкалы оплаты труда в рассматриваемом (квазидинамическом) случае примет вид:

$$(10)\quad \begin{cases} H(y) / y - C \to \max\limits_{C \geq 0} \\ C - c(y) / y \to \max\limits_{y \geq 0} \end{cases},$$

при ограничениях участия, которое отражают выгодность взаимодействия центра и АЭ (не вступая во взаимодействие друг с другом, и центр, и АЭ могут получить нулевую полезность):

$$(11)\quad \begin{cases} H(y) / y - C \geq 0 \\ C - c(y) / y \geq 0 \end{cases}.$$

Обратим внимание на то, что выражения (10) и (11) не зависят от шкалы $g(\cdot)$. Поэтому решение задачи (10)-(11) тривиально. Обозначим

(12) $y_{min} = \arg \min\limits_{y \geq 0} c(y) / y$.

Тогда, если

(13) $H(y_{min})$ ³ $c(y_{min})$,

тоё

(14) $C^* = c(y_{min}) / y_{min}$,

иначе центру и АЭ взаимодействовать невыгодно.

<u>Утверждение 10.</u> В квазидинамической задаче поиска шкалы оплаты труда при выполнении условия участия (13) оптимальное решение (12), (14) не зависит от шкалы и функции дохода центра.

Справедливость утверждения 10 следует из того, что действие, выбираемое АЭ исходя из второго условия в выражении (10), в квазистатической задаче не зависит от суммы договора и шкалы, следовательно, если выполнено условие участия (12), то центру достаточно выбрать минимальную сумму договора, обеспечивающую АЭ нулевую полезность.

Содержательно утверждение 10 означает, что в квазидинамическом случае все шкалы оплаты труда эквивалентны, поэтому рассмотрим более общий случай.

Введем техническое предположение (которое имеет прозрачные содержательные интерпретации). А именно, предположим, что функция затрат непрерывна и $\lim\limits_{x\to\infty} c(x)/x = \infty$.

<u>Лемма 5.</u> Если функции дохода и затрат не зависят от времени и дисконтирование отсутствует, то для любой траектории $y(\cdot)$ АЭ найдется постоянное его действие $x_{y(\cdot)}$, обеспечивающее ему ту же полезность.

Доказательство. Целевая функция АЭ примет вид:

$$\int\limits_0^{T(y(\cdot))} [Cg'(\int\limits_0^t y(t)dt) - c(y(t))]dt,$$

следовательно, в силу непрерывности функции затрат, найдется $x_{y(\cdot)} \geq 0$, такой что:

$$(15)\ c(x_{y(\cdot)}) / x_{y(\cdot)} = \int\limits_0^{T(y(\cdot))} c(y(t))dt.$$

Условие (15) позволяет вычислить постоянное действие АЭ $x_{y(\cdot)}$, обеспечивающее ему (при произвольной шкале!) ту же полезность, что и траектория $y(\cdot)$. •

Рассматриваемый в лемме 5 случай отличается от квазидинамической задачи тем, что объем работ, выполняемый АЭ в единицу времени, может изменяться во времени.

Из леммы 5 следует, что при любой фиксированной сумме договора и выполнении условия участия (13) АЭ выберет действие (12). Значит, следствием является тот факт, что в рамках введенных предположений при решении задачи выбора шкалы оплаты труда можно ограничиться классом постоянных траекторий (то есть классом квазидинамических задач), что совместно с результатом утверждения 10 обосновывает справедливость следующего утверждения.

Утверждение 11. Если функции дохода и затрат не зависят от времени и дисконтирование отсутствует, то все шкалы оплаты труда эквивалентны.

Очевидно, различие эффективностей шкал проявится, если ввести дисконтирование и зависимость от времени доходов и затрат. Исследование подобных моделей (то есть общей постановки задачи (8)-(9)) представляется перспективным направлением дальнейших исследований.

8. Обучение менеджеров проектов[1]

Эффективным инструментом описания формальных моделей обучения менеджеров проектов являются обобщенные решения задач управления организационными системами (см. выше и [37, 40, 75]).

Основной результат анализа устойчивости и адекватности решений задач управления заключается в том, что решение $u^*(\tilde{m})$ Î $R_0(\tilde{m})$, оптимальное в модели $\tilde{m}$ Î M, может оказаться неэффективным в реальной ОС m Î M, сколь угодно мало отличающейся от модели. В то же время, решение $u_e(\tilde{m})$ оказывается e-оптимальным в области $M_e(\tilde{m})$ Í M. На рисунке 6 приведены зависимости эффективности управлений от ОС для случая $0 < e_1 < e_2$.

[1] *Настоящий раздел написан совместно с Е.О. Пужановой*

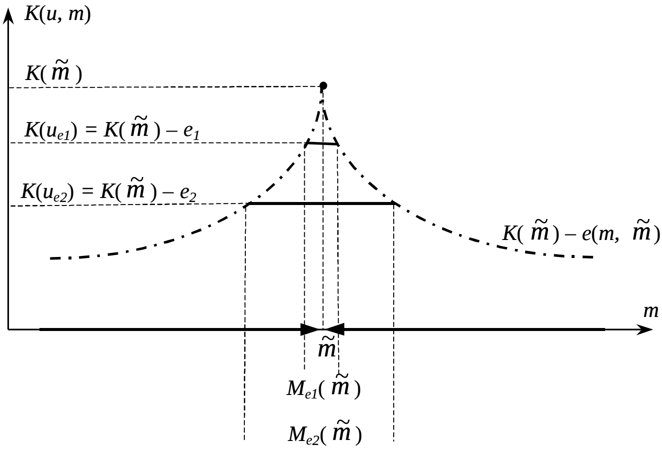

Рис. 6. Зависимость гарантированной эффективности управлений от ОС

Без ограничений общности (при отказе от вводимого предположения исследование проводится аналогично) будем считать, что область адекватности оптимального решения совпадает с самой моделью. Кроме того, предположим, что при использовании оптимального управления в ОС, отличающейся от модели, эффективность равна нулю (что может быть всегда достигнуто соответствующей нормировкой).

Величина $e(m, \tilde{m})$ характеризует потери в эффективности (по сравнению с $K(\tilde{m})$) при использовании одних и тех же управлений в модели $\tilde{m}$ Î M и в реальной ОС M. В ряде случаев можно считать, что $e(m, \tilde{m}) = v(||\tilde{m} - m||)$, где $||\cdot||$ – норма в пространстве M. Если $v(\cdot)$ – строго монотонная вогнутая функция, то $e(m, \tilde{m})$ – метрика в пространстве M.

Будем считать, что ОС (и/или ее модель) соответствует некоторой ситуации – проекту. Тогда обучение менеджера проекта (или, что с формальной точки зрения то же самое – формирование корпоративной базы знаний) может рассматриваться как овладение навыками использования тех или иных управленческих решений в различных ситуациях. Другими словами, обучение менеджера может рассматриваться как установление соответствия между ситуациями и управленческими решениями. Это соответствие может моделироваться отображением $k(\cdot): M \to U$ и ставить в соответствие каждой ситуации $m \in M$ управление $u = k(m) \in U$. Множество всевозможных отображений $M \to U$ обозначим Ψ, то есть $k(\cdot) \in \Psi$.

Следовательно, в рамках рассматриваемой модели задача обучения заключается в выборе отображения $k(\cdot) \in \Psi$. Конкретизируем эту задачу, введя критерии эффективности и ограничения.

Простейшей задачей оптимального обучения является следующая: для заданного множества M ситуаций найти единственную (при этом $k(\cdot)$ является однозначным отображением) модель $\tilde{m}^*(M) \in M$, которую будем называть *типовой ситуацией*, обучение на которой (использование соответствующего e-оптимального решения) приведет к максимальной гарантированной эффективности управления:

(1) $\tilde{m}^*(M) = \arg \max\limits_{\tilde{m} \in M} \min\limits_{m \in M} \{K(\tilde{m}) - e(m, \tilde{m})\}$.

Если сначала произвести нормировку на $K(\tilde{m})$ (то есть рассматривать ситуации, в которых эффективности соответствующих оптимальных управлений одинаковы), то получим:

(2) $\tilde{m}^*(M) = \arg \min\limits_{\tilde{m} \in M} \max\limits_{m \in M} e(m, \tilde{m})$.

Тогда точка $\tilde{m}^*(M)$ может рассматриваться как «центр» множества M по метрике $e(\cdot)$. Следовательно, справедливо следующее утверждение.

<u>Утверждение 12.</u> Если $e(m, \tilde{m}) = v(||\tilde{m} - m||)$, где $v(\cdot)$ – строго монотонная вогнутая функция, то решение задачи (2) имеет вид:

(3) $\tilde{m}^*(M) = \arg \min\limits_{\tilde{m} \in M} \max\limits_{m \in M} ||m - \tilde{m}||$.

В соответствии с утверждением 12 в рамках введенных предположений типовой является ситуация, максимальное удаление от которой всех возможных ситуаций минимально, то есть точка $\tilde{m}^*(M)$ может рассматриваться как «центр» множества M по естественной для этого множества метрике. На практике эта метрика может учитывать относительную сложность ситуаций, их распространенность и т.д.

Содержательно, задача (1) заключается в следующем. Требуется обучить менеджера принимать решения в такой ситуации, которая является «типичной» для множества возможных ситуаций M в смысле критерия минимальности потерь эффективности при использовании типового решения, которое обозначим $u^*(M)$, в любой из ситуаций из множества M. Отметим, что эффективность типового решения $u^*(M)$ равна $\min\limits_{m \in M} \{K(\tilde{m}^*(M)) - e(m, \tilde{m}^*(M))\}$, то есть меньше эффективности решения, оптимального в модели $\tilde{m}^*(M)$. Следовательно, универсальность сформированного в результате обучения опыта менеджера заключается не в том, что он принимает в каждой конкретной ситуации наилучшее решение, а в том, что он обладает набором рецептов, которые позволяют принимать рациональные решения в разнообразных ситуациях.

Отметим, что $u^*(M) \in U$ является управлением, обладающим максимальной гарантированной эффективностью на множестве M, то есть справедливо следующее утверждение.

Утверждение 13. $u^*(M) = \arg \max\limits_{u \in U} \min\limits_{m \in M} K(u, m)$.

Рассматривая приведенное утверждение в отрыве от задачи обучения можно задаться вопросом – зачем было строить модель, когда решение задачи унифицированного управления известно? Все это правильно, и утверждение 13 дает решение задачи синтеза управления, обладающего максимальной гарантированной эффективностью в условиях неопределенности относительно возможных ситуаций $m \in M$. Но это утверждение ничего не говорит о том «откуда берется» это управление, на какой модели следует обучать менеджера (что является типовой ситуацией) и т.д. Ответы на эти вопросы как раз и даются выражениями (1)-(3).

Выше мы рассмотрели задачу оптимального обучения для случая, когда обучение проводилось на единственной модели, что приводило к формированию следующего оптимального отображения $k(\cdot)$: $M \to u^*(M)$. Конечно, лучше было бы обучать менеджеров на наборе моделей, охватывающем все возможные ситуации, то есть формировать отображение $k(\cdot)$ из M на все множество U.

Однако, существуют, как минимум, две весомые причины, демонстрирующие невозможность такого подхода. Во-первых, нельзя априори охватить все возможное многообразие ситуаций, с которым менеджеру придется столкнуться в своей практической деятельности. Во-вторых, время обучения ограничено, и за это ограниченное время можно охватить только конечное число ситуаций.

Поэтому рассмотрим следующую задачу оптимального обучения, в которой предполагается, что в процессе обучения рассматривается не одна, а несколько типовых ситуаций (эта же модель охватывает приобретение личного профессионального опыта менеджером проекта в процессе его практической деятельности, проблему оптимального формирования корпоративной базы знаний и многие другие).

Фиксируем множество M возможных ситуаций и число типовых ситуаций n, обозначив их $m_1, m_2, \ldots, m_n$. Множество $\{m_1, m_2, \ldots, m_n\}$ типовых ситуаций обозначим M_n.

Тогда задача оптимального обучения примет вид: для заданного множества M ситуаций найти набор типовых ситуаций M_n, обучение на которых приведет к максимальной гарантированной эффективности управления:

(4) $M_n^*(M) = \arg \max\limits_{M_n \subseteq M} \min\limits_{m \in M} \max\limits_{\tilde{m} \in M_n} \{K(\tilde{m}) - e(m, \tilde{m})\}$.

Содержательные интерпретации компонент критерия эффективности (4) очевидны.

Если сначала произвести нормировку на $K(\tilde{m})$ (то есть рассматривать ситуации, в которых эффективности соответствующих оптимальных управлений одинаковы), то получим:

(5) $M_n^*(M) = \arg \min\limits_{M_n \subseteq M} \max\limits_{m \in M} \min\limits_{\tilde{m} \in M_n} e(m, \tilde{m})$.

Следовательно, справедливо следующее утверждение.

<u>Утверждение 14.</u> Если $e(m, \tilde{m}) = v(||\tilde{m} - m||)$, где $v(\cdot)$ – строго монотонная вогнутая функция, то решение задачи (5) имеет вид:

(6) $M_n^*(M) = \arg \min\limits_{M_n \subseteq M} \max\limits_{m \in M} \min\limits_{\tilde{m} \in M_n} ||m - \tilde{m}||$.

В соответствии с утверждением 14 в рамках введенных предположений оптимален такой набор типовых ситуаций, что максимальное расстояние от любой возможной ситуации до ближайшей типовой ситуации минимально, то есть набор $\{m_1, m_2, \ldots, m_n\}$ типовых ситуаций должен «равномерно» покрывать множество возможных ситуаций M.

Сформулируем теперь задачу определения оптимального размера обучающей выборки (числа типовых решений). Из (6) следует, что эффективность обучающей выборки M_n может быть определена как

(7) $K(M_n) = \max\limits_{M_n \subseteq M} \min\limits_{m \in M} \max\limits_{\tilde{m} \in M_n} \{K(\tilde{m}) - e(m, \tilde{m})\}$.

Если учесть затраты на организацию обучения $c(M_n)$: 2^M ® $\hat{A}^1$, то получим, что эффективность $K_c(\cdot)$ с учетом затрат равна

(8) $K_c(M_n) = \max\limits_{M_n \subseteq M} \min\limits_{m \in M} \max\limits_{\tilde{m} \in M_n} \{K(\tilde{m}) - e(m, \tilde{m}) - c(M_n)\}$.

Задача об оптимальном обучении в этом случае заключается в выборе

(9) $M_n^*(M) = \arg \max\limits_{M_n \subseteq M} K_c(M_n)$.

Общих методов решения задачи (9) не известно, поэтому получим ее решение для частного случая. А именно, предположим, что: $M \subseteq \Re_+^l$, то есть ситуация описывается точкой l-мерного пространства; произведена нормировка на $K(\tilde{m})$ (то есть для всех ситуаций эффективности соответствующих оптимальных управлений одинаковы); $e(m, \tilde{m}) = v(||\tilde{m} - m||)$, где $v(\cdot)$ – строго монотонная вогнутая функция; $||\cdot||$ – Евклидово расстояние; стоимость обучения является возрастающей вогнутой функцией числа типовых ситуаций: $c(M_n) = c_0 (1 - exp \{- g\, n\})$, где g – скорость обучения, зависящая от применяемых методов обучения и индивидуальных характеристик обучаемых [34].

Вычислим $d(M)$ – *диаметр множества* M, где

$$d(M) = \max_{m_1 \in M} \max_{m_2 \in M} ||m_1 - m_2||.$$

Легко видеть, что в рамках введенных предположений эффективность обучения не зависит от конкретных типовых ситуаций, а определяется их числом n, причем в оптимальном решении типовые ситуации должны «равномерно заполнять» множество M. Следовательно, задача (9) сводится к определению оптимального числа $n^*(M)$ типовых ситуаций, то есть принимает вид (см. также утверждение 14):

(10) $n^*(M) = \arg \min\limits_{n=1, 2, \dots} \{v(d(M) / (n + 1)) + c_0 (1 - exp(- g\, n))\}$.

Задача (10) является стандартной задачей оптимизации. Проиллюстрируем ее решение следующим примером.

Пример 5. Пусть $v(t) = t$, $l = 1$, $d(M) = 1$, $g = 0,02$, $c_0 = 1$. Зависимость $\{v(d(M) / (n + 1)) + c_0 (1 - exp (- g\ n))\}$ эффективности от размера обучающей выборки приведена на рисунке 7.

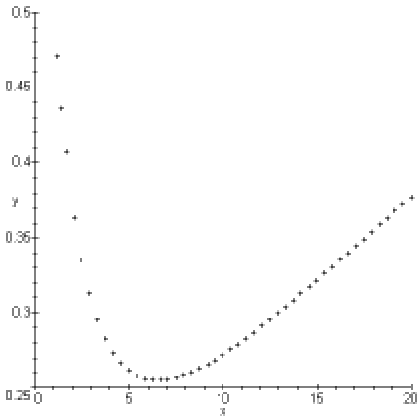

Рис. 7. Зависимость эффективности от размера обучающей выборки

Видно, что оптимальным является использование 6-7 типовых решений (точное значение $n^* = 6,5497$).

Запишем в явном виде выражение для оптимального размера выборки. Внутреннее решение (если оно существует) должно удовлетворять следующему уравнению:

(11) $d / (n^* + 1)^2 = c_0\ e^{-g\ n}$.

Уравнение (11) дает возможность исследовать зависимость оптимального размера обучающей выборки от параметров модели.

На рисунке 8 приведена зависимость оптимального числа типовых решений от потенциальной «сложности» $d(M)$ задач, которые придется решать менеджеру проекта. Жирная точка на рисунках 8-10 соответствует исходным данным.

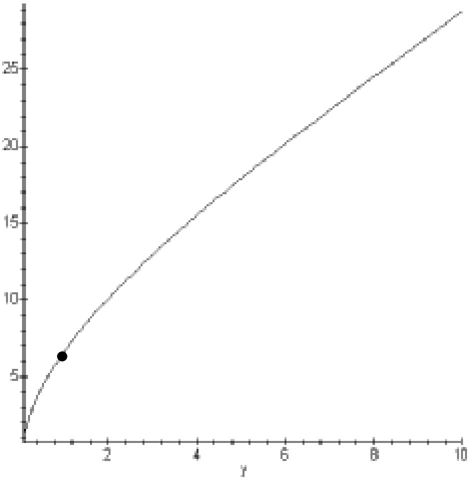

Рис. 8. Зависимость оптимального числа типовых решений от $d(M)$

На рисунке 9 приведена зависимость оптимального числа типовых решений от «стоимости» c_0 обучения.

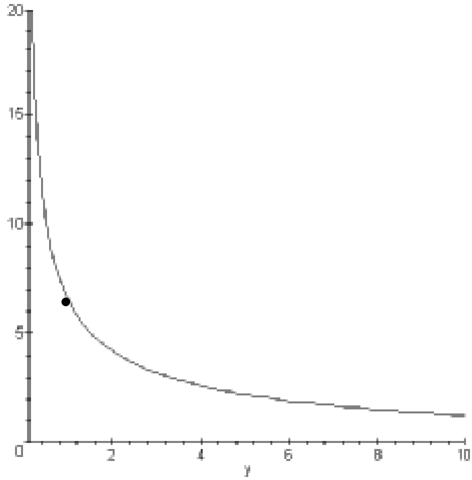

Рис. 9. Зависимость оптимального числа типовых решений от c_0

На рисунке 10 приведена зависимость оптимального числа типовых решений от «стоимости» c_0 обучения.

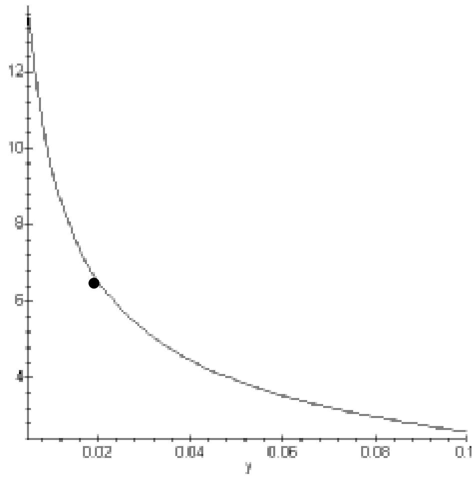

Рис. 10. Зависимость оптимального числа типовых решений от g

Таким образом, проведенный анализ свидетельствует, что обобщенные решения задач управления организационными системами являются эффективным аппаратом моделирования обучения менеджеров проектов, решения задач определения оптимального числа и состава типовых решений.

9. Заключение

Рассмотрение задач анализа и синтеза типовых решений в управлении проектами позволяет сделать вывод, что аппарат обобщенных решений является эффективным средством разработки эффективных унифицированных решений для разнообразных прикладных областей.

В качестве перспективных направлений исследований стоит выделить: дальнейший теоретический анализ обобщенных решений задач управления, постановку и решение задач синтеза программ обучения менеджеров проектов, а также – разработку на основе типовых решений методик создания и развития корпоративных систем управления знаниями в области управления проектами.

Литература

1 Абакумова Н.Н. Политика доходов и заработной платы. М.: ИНФРА-М, 1999. – 223 с.

2 Алиев В.С., Кононенко А.Ф. Об условиях точного агрегирования в теоретико-игровых моделях. М.: ВЦ РАН, 1991. – 28 с.

3 Алиев В.С., Цветков А.В. Игра двух лиц с фиксированной последовательностью ходов при агрегированной информации / Планирование, оценка деятельности и стимулирование в активных системах. М.: ИПУ РАН, 1985. С. 35-42.

4 Ансоф И. Стратегическое управление. М.: Экономика, 1989. – 519 с.

5 Баркалов С.А., Бурков В.Н., Гилязов Н.М. Методы агрегирования в управлении проектами. М.: ИПУ РАН, 1999. – 55 с.

6 Бурков В.Н., Горгидзе И.А., Ловецкий С.Е. Прикладные задачи теории графов. Тбилиси: Мецниереба, 1974. – 234 с.

7 Бурков В.Н., Гуреев А.Б., Новиков Д.А., Цветков А.В. Эффективность ранговых систем стимулирования // Автоматика и телемеханика. № 8. 2000. С. 115 – 125.

8 Бурков В.Н., Данев Б., Еналеев А.К. и др. Большие системы: моделирование организационных механизмов. М.: Наука, 1989. – 245 с.

9 Бурков В.Н., Квон О.Ф., Цитович Л.А. Модели и методы мультипроектного управления. М.: ИПУ РАН, 1998. – 62 с.

10 Бурков В.Н., Кондратьев В.В. Механизмы функционирования организационных систем. М.: Наука, 1981. – 384 с.

11 Бурков В.Н., Новиков Д.А. Идентификация активных систем / Труды международной конференции SICPRO'2000. М.: ИПУ РАН, 2000. С. 106.

12 Бурков В.Н., Новиков Д.А. Как управлять проектами. М.: Синтег, 1997. – 188 с.

13 Бурков В.Н., Новиков Д.А. Теория активных систем: состояние и перспективы. М.: СИНТЕГ, 1999. – 128 с.

14 Вагнер Г. Основы исследования операций. М.: Мир, 1972. Т. 1-3.

15 Васильев Д.К., Карамзина Н.С., Колосова Е.В., Цветков А.В. Деловая игра как средство внедрения системы управления проектами / Материалы Международного симпозиума по управлению проектами в переходной экономике. Москва, 1999.

16 Васильев Д.К., Колосова Е.В., Хулап Г.С., Цветков А.В. Системы и механизмы реализации проектов: опыт внедрения / Материалы Международного симпозиума по управлению проектами в переходной экономике. Москва, 1997. Том 1. С. 683 – 687.

17 Васильев Д.К., Колосова Е.В., Цветков А.В. Процедуры управления проектами // Инвестиционный эксперт. 1998. №№ 31-35.
18 Васильев Д.К., Колосова Е.В., Цветков А.В. Российский опыт внедрения корпоративных систем управления проектами // Аналитический банковский журнал. Бюллетень финансовой информации. 1998. №2(33). С. 10 – 14.
19 Веснин В.Р. Практический менеджмент персонала. М.: Юрист, 1998. – 496 с.
20 Волгин Н.А. Николаев В.В. Доходы работника и результативность производства. М.: Универсум, 1994. – 274 с.
21 Воропаев В.И. Управление проектами в России. М.: Аланс, 1995. – 225 с.
22 Гаврилова Т.А., Хорошевский В.Ф. Базы знаний интеллектуальных систем. СПб: Питер, 2000.
23 Гермейер Ю.Б. Игры с непротивоположными интересами. М.: Наука, 1976. – 327 с.
24 Горелик В.А., Кононенко А.Ф. Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах. М.: Радио и связь, 1982. - 144 с.
25 Дудашова В.П. Мотивация труда в менеджменте. Кострома: КГТУ, 1996. – 80 с.
26 Егоршин А.П. Управление персоналом. Н.Новгород: НИМБ, 1997. – 607 с.
27 Караваев А.П. Унифицированные системы стимулирования // Автоматика и телемеханика. 2003. № 7.
28 Колосова Е.В., Новиков Д.А., Цветков А.В. Методика освоенного объема в оперативном управлении проектам. М.: Апостроф, 2001. – 154 с.
29 Королев А.Н. Корпоративные системы управления знаниями / Управление и обработка информации: модели процессов. Сборник научных трудов МФТИ. М.: 2001. С. 52 – 58.
30 Кочиева Т.Б., Новиков Д.А. Базовые системы стимулирования. М.: Апостроф, 2000. – 108 с.
31 Молодцов Д.А. Устойчивость принципов оптимальности / Современное состояние теории исследования операций. М.: Наука, 1979. – С. 236-262
32 Молодцов Д.А. Устойчивость принципов оптимальности. М.: Наука, 1987. – 280 с.
33 Морозова Л.Л. Труд и заработная плата. СПб.: "ИЧП-Актив", 1997. – 382 с.

34 Новиков Д.А. Закономерности итеративного научения. М.: ИПУ РАН, 1998. – 96 с.
35 Новиков Д.А. Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем. М.: Фонд "Проблемы управления", 1999. – 150 с.
36 Новиков Д.А. Механизмы стимулирования в динамических и многоэлементных социально-экономических системах // Автоматика и Телемеханика. 1997. № 6. С. 3 – 26.
37 Новиков Д.А. Обобщенные решения задач стимулирования в активных системах. М.: ИПУ РАН, 1998. – 68 с.
38 Новиков Д.А., Петраков С.Н. Курс теории активных систем. М.: СИНТЕГ, 1999. – 108 с.
39 Новиков Д.А. Стимулирование в социально-экономических системах (базовые математические модели). М.: ИПУ РАН, 1998. – 216 с.
40 Новиков Д.А. Устойчивость решений и адекватность детерминированных моделей стимулирования в активных системах // Автоматика и Телемеханика. 1999. № 7. С. 115 – 122.
41 Новиков Д.А., Цветков А.В. Декомпозиция игры активных элементов в задачах стимулирования // Автоматика и Телемеханика. 2001. № 2. С. 173 – 180.
42 Новиков Д.А., Цветков А.В. Агрегирование информации в задачах стимулирования // Автоматика и Телемеханика. 2001. № 4.
43 Новиков Д.А., Цветков А.В. Механизмы стимулирования в многоэлементных организационных системах. М.: Апостроф, 2000 – 184 с.
44 Новиков Д.А., Цветков А.В. Механизмы функционирования организационных систем с распределенным контролем. М.: ИПУ РАН, 2001. – 118 с.
45 Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях. М.: Наука, 1986. – 294 с.
46 Петраков С.Н. Механизмы планирования в активных системах: неманипулируемость и множества диктаторства. М.: ИПУ РАН, 2001. – 135 с.
47 Попов Э.В. Управление корпоративными знаниями // Новости искусственного интеллекта. 2000. № 1.
48 Поспелов Г.С., Ириков В.А. Программно-целевое планирование и управление. М.: Советское радио, 1976. – 344 с.
49 Поспелов Д.А. Ситуационное управление: теория и практика. М.: Наука, 1986. – 288 с.
50 Прошкин Б.Г., Поварич И.П. Основы теории и практики стимулирования труда. Кемерово, КГУ, 1988. – 87 с.
51 Сандак Н.Н. Некоторые общесистемные и математические аспекты теории систем с соревнующимися элементами / Управление техническими

и организационными системами с применением вычислительной техники. Труды XXIII конференции молодых ученых. М.: Наука, 1979. С. 160 – 171.
52 Старобинский Э.Е. Как управлять персоналом. М.: Бизнес-школа "Интел-синтез", 1998. – 368 с.
53 Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. – 288 с.
54 Толковый словарь по управлению проектами / Под ред. В.К. Иванец, А.И. Кочеткова, В.Д. Шапиро, Г.И. Шмаль. М.: ИНСАН, 1992.
55 Управление проектами. Зарубежный опыт / Под. ред. В.Д. Шапиро. С.-Пб.: «ДваТрИ», 1993. – 443 с.
56 Управление проектами / Общая редакция – В.Д. Шапиро. С.-Пб.: «ДваТрИ», 1996. – 610 с.
57 Управление проектами: справочное пособие / Под ред. И.И. Мазура, В.Д. Шапиро. М.: Высшая школа, 2001. – 875 с.
58 Цветков А.В. Стимулирование в управлении проектами. М.: Апостроф, 2001. – 144 с.
59 Цыганов В.В. Адаптивные механизмы в отраслевом управлении. М.: Наука, 1991. – 166 с.
60 Armstrong M. Reward management. London, 2000. – 804 p.
61 Baker B., Shrerer B. Carrots and sticks: using rewards in the quality environment // Proceedings of 26-th Annual PMI Symposium. New Orleans, 1995.
62 Byars L.L., Leslie W.R. Human resource management. Boston: Homewood, 1991. – 545 p.
63 Czarnecki M.T. Managing by measuring: How to improve your organization’s performance through effective benchmarking. N.Y.: American management association, 1999.
64 Fleming Q.W., Hoppelman J.M. Earned value Project Management. PMI, 1996. – 141 p.
65 Green J., Stockey N. A comparison of tournaments and contracts // Journal of Political Economy. 1983. Vol. 91. N 3. P. 349 – 364.
66 Hart O.D., Holmstrom B. Theory of contracts // Advances in economic theory. 5th world congress. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1987. P. 71 – 155.
67 Hart O.D. Optimal labor contracts under asymmetric information: an introduction // Review of Economic Studies. 1983. Vol. 50. N 1. P. 3 – 35.
68 Kliem R.L., Ludin I.S. Project management practitioner’s book. N.Y.: American Management Association, 1998.
69 Koulopulos T.M., Frappaolo C. Knowledge management. Dover: Capstone, 1999.

70 Lasear E., Rosen S. Rank-order tournaments as optimal labor contracts // Journal of Political Economy. 1981. Vol. 89. N 5. P. 841 – 864.
71 Lientz B.P., Rea K.P. Project management for the 21-st century. San Diego: Academic Press, 1998.
72 Malcomson J.M. Rank-order contracts for a principal with many agents // Review of Economic Studies. 1986. Vol. 53. N 5. P. 803 – 817.
73 Mas-Collel A., Whinston M.D., Green J.R. Microeconomic theory. N.Y.: Oxford Univ. Press, 1995. – 981 p.
74 Myerson R.B. Game theory: analysis of conflict. London: Harvard Univ. Press, 1991. – 568 p.
75 Novikov D.A. Management of active systems: stability or efficiency // Systems Science. 2001. Vol. 26. N 2. P. 85–93.
76 Rumizen M.C. Knowledge management. N.Y.: Alpha, 2002. – 315 p.
77 Skyrme D.J. Capitalizing on Knowledge: from e-business to k-business. . Boston: Butterworth Hendemann, 2001. – 331 p.
78 The principles of project management / Ed. by J.S. Pennypacker. N.Y.: PMI, 1997.
79 Toney F., Powers R. Project manager pay // Proceedings of 27-th Annual PMI Symposium. Boston, 1996.
80 Turner J.R. The handbook of project-based management. London: McGraw-Hill Companies, 1999.
81 Zack M.H. Knowledge and strategy. Boston: Butterworth Hendemann, 1999. – 312 p.