

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Ю.В. Зайцева**

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ В  
ЕСТЕСТВЕННОЙ МОНОПОЛИИ**

Волгоград 2006

ББК 65.9(2)

3-17

Монография разработана в рамках гранта №26-2006-д/ВолГУ

Рецензенты:

*Ильинский Александр Иольевич*, доктор технических наук, профессор кафедры  
«Математическое моделирование экономических процессов»

Финансовой академии при Правительстве РФ;

*Богачкова Людмила Юрьевна*, кандидат физико-математических наук, доцент,  
заведующая кафедрой «Математические методы и информатика в экономике»

Волгоградского государственного университета

**Зайцева Ю.В.**

3-17 Математические модели ценообразования в естественной монополии [Текст] :  
[монография] / Ю.В. Зайцева ; ВолГУ. – Волгоград: Изд-во ВолГУ, 2006. – 117 с.

ISBN 5-9669-0146-5

В настоящей работе рассматривается современная теория естественной монополии: определение, понятие устойчивости естественной монополии, причины нарушения устойчивости, оптимизационные модели одноставочных и многоставочных тарифов на продукцию и услуги естественных монополий.

Работа может быть полезна для специалистов, занимающихся проблемами регулирования естественных монополий, а также для студентов экономических специальностей (прежде всего для студентов специальности «математические методы в экономике»).

© Ю.В. Зайцева, 2006

© Издательство Волгоградского государственного университета, 2006

## Оглавление

<b>Введение .....</b>	<b>4</b>
<b>1. Определение естественной монополии .....</b>	<b>7</b>
1.1 Классическое определение естественной монополии .....	7
1.2 Современное определение естественной монополии .....	10
1.3 Устойчивость естественной монополии .....	15
1.4 Мировая практика ценообразования в естественных монополиях .....	22
<b>2. Оптимизационные модели одноставочных тарифов на услуги естественных монополий .....</b>	<b>41</b>
2.1 Функция общественного благосостояния для однопродуктовой естественной монополии. ....	41
2.2 Первое наилучшее и второе наилучшее решения для однопродуктовой естественной монополии. ....	42
2.3 Функция общественного благосостояния и первое наилучшее решение для многопродуктовой естественной монополии .....	47
2.4 Второе наилучшее решение для многопродуктовой естественной монополии .....	49
<b>3. Оптимизационные модели многоставочных тарифов на услуги естественных монополий .....</b>	<b>71</b>
3.1 Понятие многоставочного тарифа .....	71
3.2 Оптимизационная модель двухставочного тарифа.....	72
3.3 Оптимизационная модель гладкого нелинейного тарифа.....	87
3.4 Многоставочные тарифы, приводящие к Парето-улучшению .....	105
<b>Список литературы .....</b>	<b>115</b>

## Введение

Значение деятельности естественных монополий обусловлено их ключевым местом в экономике страны. Их эффективное функционирование является необходимым условием эффективного функционирования экономики в целом, оптимальной структуры издержек в смежных отраслях и в итоге – благосостояния потребителей конечной продукции. Однако, являясь монополистами, они могут использовать свое положение в ущерб другим участникам хозяйственного оборота и конечным потребителям, сокращая уровень производства и устанавливая необоснованно высокие цены. Поэтому их деятельность подвергается регулированию и контролю со стороны государства во всех развитых странах мира. Исторически наиболее ранним методом регулирования естественных монополий является ценовое регулирование, а именно регулирование цен на конечную продукцию субъектов естественных монополий.

Современная теория естественной монополии предлагает широкий спектр моделей ценового регулирования, нацеленных на обеспечение оптимального уровня и структуры цен. Эти модели предполагают выделение естественно-монопольного ядра отрасли, исследование его устойчивости, выбор критерия оптимизации. Понятие устойчивости естественной монополии нашло отражение в трудах В.Баумоля, Дж.Панзара, Р.Виллиха. Оптимизационные модели и методы ценообразования представлены в работах С.Брауна, П.Клейндорфена, Е.Кастано, М.Крю, Р.Маддока, Д.Сиблея, Ж.Тироля, Р.Шмалензи.

Модели и методы ценообразования в сфере естественной монополии исследовались также отечественными авторами: Н.Белоусовой, Е.Васильевой, А.Варламовой, В.Гальпериным, Л.Гительманом, Е.Корольковой, В.Лившицем, Б.Ратниковым и др. Однако понятие устойчивости, а также исследование оптимизационных моделей ценообразования и проблема адаптации этих моделей к российским

условиям, пока не получили должного отражения в современной отечественной и переведенной на русский язык литературе.

Действующие в настоящий момент принципы ценообразования в сфере естественной монополии в России ориентированы лишь на установление тарифов, гарантирующих инвестиционную привлекательность соответствующих секторов за счет включения в тариф норм возврата капитала с учетом его доходности. Вопросы устойчивости естественной монополии, а также оптимизации с точки зрения общественного благосостояния не ставятся.

Между тем, регулирование цен, основанное на оптимизационных моделях ценообразования, могло бы обеспечить баланс интересов потребителей (доступные цены), регулируемых предприятий (финансовые результаты, привлекательные для кредиторов и инвесторов) и государства.

В первой главе рассматриваются классическое и современное определение естественной монополии, понятие устойчивости естественной монополии, причины нарушения устойчивости.

Во второй главе исследуются оптимизационные модели одноставочных тарифов на продукцию естественных монополий. Дается понятие функции общественного благосостояния для однопродуктовой и многопродуктовой естественной монополии. Решается задача максимизации функции общественного благосостояния при условии нулевой прибыли естественной монополии. Решение этой задачи для случая взаимонезависимого спроса на продукты, производимые естественной монополией, известно в литературе как ценообразование Рамсея. Случай взаимозависимого спроса пока не освещен в отечественной и переведенной на русский язык литературе. Исследование этого случая проведено с использованием монографии П.Клейндорфена и М.Крю «The Economics of public utility regulation».

В третьей главе рассматриваются оптимизационные модели многоставочных тарифов на услуги однопродуктовой естественной

монополии: модель двухставочного тарифа и модель гладкого нелинейного тарифа. Подобные модели исследовались в монографии С.Брауна, Д.Сибля «The theory of public utility pricing». Приводится пример построения оптимального гладкого нелинейного тарифа на электроэнергию, отпускаемую конечным потребителям. Проводится экономико-математический анализ построенного оптимального тарифа. Здесь же рассматривается модель многоставочного тарифа, приводящая к Парето улучшению по сравнению с действующим линейным тарифом.

В мировой практике имеется опыт ценового регулирования, основанного на оптимизационных моделях. Ценообразование Рамсея применялось в США в электроэнергетике. Наиболее богатый опыт применения многоставочных тарифов накоплен во Франции. Потенциал, накопленный в мире по оптимизации цен, в нашей стране при реформировании естественных монополий используется явно недостаточно. Модели, рассмотренные в данной работе, могут быть использованы в процессе совершенствования системы регулирования естественных монополий в России. Также работа будет полезна студентам экономических специальностей (прежде всего студентам специальности «математические методы в экономике»).

# 1. Определение естественной монополии

## 1.1 Классическое определение естественной монополии

До начала 70-х годов господствовал единый подход к определению естественной монополии. Ключевым моментом считалось наличие экономии от масштабов производства. Классические определения можно встретить в работах Долана, Макконнелла, Фишера [6,13,18]. В соответствии с ними естественной монополией считается отрасль, в которой долгосрочные средние издержки достигают минимума только тогда, когда одна единственная фирма обслуживает весь рынок целиком. В такой отрасли минимальный эффективный масштаб производства товара близок (или даже превосходит) то количество, на которое рынок предъявляет спрос по любой цене, достаточной для покрытия издержек производства. В данной ситуации разделение выпуска между двумя или большим количеством фирм приведет к тому, что масштабы производства каждой будут неэффективно малы.

Если наблюдается экономия от масштаба производства, то кривая средних издержек является убывающей во всем диапазоне объемов выпуска, на которые может быть предъявлен спрос. У Фишера [18] естественная монополия определяется как отрасль, в которой средние издержки длительного периода являются убывающей функцией от объема производства:

$$AC(IQ) < AC(Q) \quad \forall I > 1, Q > 0.$$

Здесь  $Q$  – объем выпуска продукции,  $AC = AC(Q)$  – функция средних издержек. Это определение отражает экономию от масштаба производства. Источник экономии – постоянные издержки, которые в ряде отраслей очень большие и должны быть сделаны независимо от того, каков в дальнейшем будет объем выпуска. Например, для производства электроэнергии в любом случае необходимо строительство электростанции, а для осуществления железнодорожных перевозок – транспортных путей. С увеличением объема

выпуска постоянные издержки «распространяются» на все больший объем выпуска и, следовательно, средние издержки  $AC(Q)$  снижаются. Как видно из рис. 1.1.1, естественная монополия может произвести количество товара  $Q^*$  с меньшими издержками, чем это могут сделать две фирмы, каждая из которых произведет  $\frac{1}{2}Q^*$ . В таких условиях конкуренция, как правило, нежелательна, поскольку наличие более чем одного продавца привело бы к росту издержек.

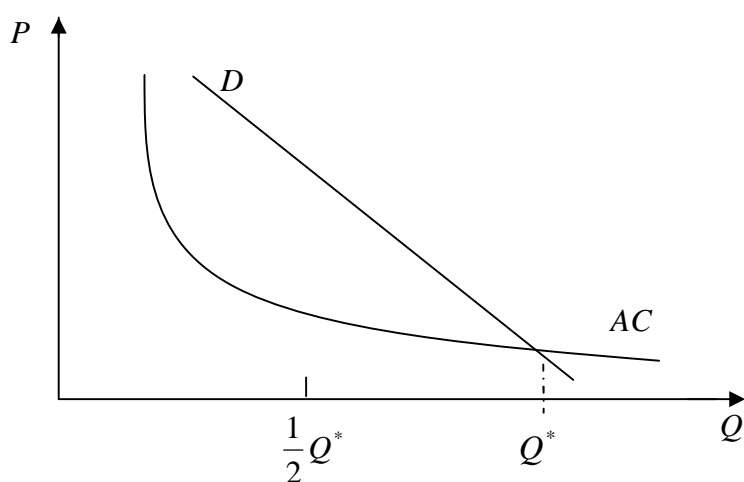


Рис. 1.1.1 Естественная монополия с убывающей функцией средних издержек

Наличие экономии от масштабов производства долгое время считалось достаточным для иллюстрации отличительных свойств естественных монополий при анализе основных видов рыночных структур. Это положение не подвергалось сомнению в течение многих десятилетий: оно господствовало в странах с развитой рыночной экономикой, имеющих большой опыт регулирования естественных монополий.

В конце 70-х – начале 80-х годов на Западе стали отказываться от использования характеристик экономии от масштаба в качестве основного критерия идентификации. В это время были получены первые фундаментальные результаты по современной теории естественной



монополии и проведены соответствующие им прикладные микроэкономические исследования [19-27].

Рассмотрим основные положения этой теории. Даже для однопродуктовой отрасли убывающая функция средних издержек – условие достаточное, но не необходимое для существования естественной монополии. Естественная монополия может иметь место и при убывающей отдаче от масштаба. Простой пример иллюстрирует это. Предположим, что у всех фирм, которые могли бы производить некоторый товар, одинаковая функция издержек. На рис. 1.1.2 линия  $AC_1$  представляет собой кривую средних издержек единственной фирмы в отрасли. Экономия от масштаба наблюдается только до определенного объема выпуска  $Q_0$ .

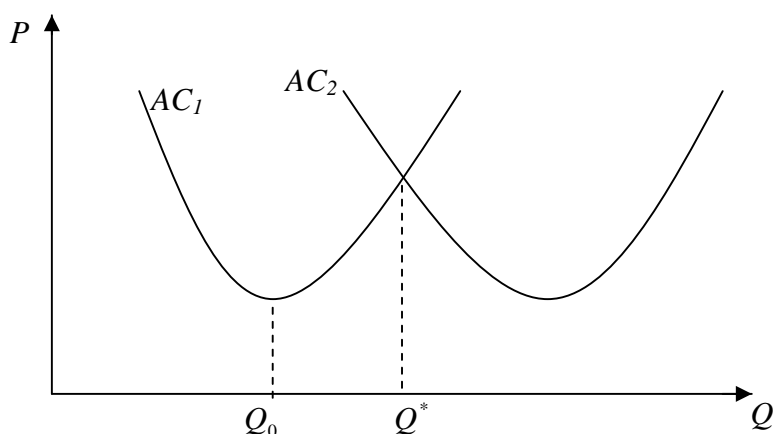


Рис. 1.1.2 Естественная монополия с U-образной кривой средних издержек

Предположим, что число фирм в отрасли увеличится до двух. Кривую средних издержек двух фирм  $AC_2$  можно построить, удвоив уровень выпуска для каждой точки на  $AC_1$ . Очевидно, что для любого объема выпуска ниже  $Q^*$  средние издержки на производство будут ниже при наличии единственной фирмы, которая и будет естественным монополистом. Но если объем спроса превысит  $Q^*$ , естественная монополия более невыгодна и на рынке должны работать две фирмы. Значит, до объема выпуска  $Q^*$

описанная ситуация является естественно-монопольной, несмотря на то, что экономия от масштаба производства наблюдается лишь до момента  $Q_0 < Q^*$ .

## 1.2 Современное определение естественной монополии

Современное определение естественной монополии основано не на концепции экономии от масштаба производства, а на концепции субаддитивности издержек, предложенной Баумодем [20]. Однопродуктовая фирма представляет собой естественную монополию, если ее функция издержек  $C(Q)$  является субаддитивной, то есть для любых объемов выпуска  $Q^1, Q^2, \dots, Q^m$ , выполнено соотношение

$$C(Q^1 + Q^2 + \dots + Q^m) < C(Q^1) + C(Q^2) + \dots + C(Q^m). \quad (1.2.1)$$

Субаддитивность издержек означает, что совместное производство различных объемов выпуска продукции стоит дешевле, чем отдельное.

Несложно показать, что если функция средних издержек  $AC(Q)$  убывает, то функция издержек  $C(Q)$  является субаддитивной.

Действительно, для любого объема выпуска  $Q = \sum_{i=1}^m Q^i$  выполнены соотношения

$$AC(Q^i) > AC(Q), \quad i = 1, \dots, m. \quad (1.2.2)$$

Это следует из того, что для любого  $i$  выполнено  $Q^i \leq Q$ , и функция средних издержек убывает. Домножив обе части неравенства (1.2.2) на  $Q^i$ , получим

$C(Q^i) > \frac{C(Q)}{Q} Q^i, \quad i = 1, \dots, m.$  Суммирование обеих частей последнего

неравенства дает  $\sum_{i=1}^m C(Q^i) > C(Q)$ , что и означает субаддитивность функции

издержек. Таким образом, экономия от масштабов производства является достаточным условием существования естественной монополии.

Однако это условие не является необходимым, то есть естественная монополия может существовать и при возрастающих средних издержках, как показывает приведенный выше пример (рис.1.1.2). Функция издержек в этом примере субаддитивна до момента  $Q^*$ , соотношение (1.2.1) выполняется для любых объемов выпуска  $Q^1, Q^2, \mathbf{K}, Q^m$ , таких что  $Q^1 + Q^2 + \mathbf{K} + Q^m \leq Q^*$ . Следовательно, до момента  $Q^*$  отрасль будет являться естественной монополией, хотя кривая средних издержек в диапазоне  $[Q_0, Q^*]$  возрастает.

Перейдем теперь к случаю многопродуктовой естественной монополии. Этот тип предприятия гораздо более распространен, чем рассмотренная выше естественная монополия с единственным продуктом. Многопродуктовая отрасль производит товары или услуги, адаптированные под различные группы потребителей, условия места и времени и т.п. Типичной многопродуктовой отраслью является железнодорожный транспорт. В рамках основной деятельности этой отрасли можно выделить перевозочную и подсобно-вспомогательную деятельность. В структуру перевозочной работы включают грузовые и пассажирские перевозки, причем грузовые дифференцируются по родам грузов, дальности, направлениям, типам тоннажа и т. д., пассажирские различаются по видам сообщения, качеству обслуживания пассажиров и т.п.

Если наличие возрастающей отдачи от масштаба является достаточным (но не необходимым) условием существования однопродуктовой естественной монополии, то для многопродуктовой фирмы возрастающая отдача не является ни необходимым, ни достаточным условием отнесения фирмы к числу естественных монополистов.

В рамках современной теории определение многопродуктовой естественной монополии строится следующим образом [1, 7, 9, 20]. Пусть все действующие на отраслевом рынке фирмы имеют доступ к одним и тем же технологиям и, соответственно, – одинаковый вид зависимостей

совокупных производственных издержек от объемов выпуска при оптимальных режимах использования всех ресурсов (оптимальных технологиях). Эта зависимость задается функцией издержек  $C(Q)$ , определенной на  $n$ -мерном множестве продуктов  $Q \in R^n$ . Предполагается, что объемы выпуска обусловлены известными для данной отрасли кривыми спроса.

Согласно теории, состояние отраслевого рынка может быть отнесено к сфере естественной монополии тогда и только тогда, когда функция издержек  $C(Q)$  является субаддитивной, то есть для любых  $m$  векторов выпуска  $Q^1, Q^2, \dots, Q^m$ , таких, что  $Q^1 + Q^2 + \dots + Q^m \neq 0$ , выполнено соотношение

$$C(Q^1 + Q^2 + \dots + Q^m) < C(Q^1) + C(Q^2) + \dots + C(Q^m),$$

где  $Q^i = (Q_1^i, Q_2^i, \dots, Q_n^i)$  –  $i$ -й вектор выпуска. Это определение применимо к однопродуктовой функции издержек как к частному случаю. Субаддитивность издержек означает, что производство любой комбинации объемов выпуска различных товаров выгоднее осуществлять одной, а не несколькими фирмами. Таким образом, для любых допустимых объемов выпусков, на которые имеется спрос, величина совокупных издержек, рассчитываемая при оптимальных режимах использования ресурсов, минимальна при отраслевой структуре, состоящей из одной единственной фирмы.

Из субаддитивности издержек следует экономия от разнообразия, известная в литературе также как экономия от диверсификации или экономия от совместного производства. Например, пусть  $Q_1$  и  $Q_2$  – два объема выпуска двух различных товаров. Тогда для субаддитивной функции издержек выполняется неравенство

$$C(Q_1, 0) + C(0, Q_2) > C(Q_1, Q_2). \quad (1.2.3)$$

Примером функции издержек, удовлетворяющей неравенству (1.2.3), является функция  $C(Q_1, Q_2) = F + C_1Q_1 + C_2Q_2$ , где  $F$  – постоянные издержки, а  $C_1$  и  $C_2$  – предельные издержки.

Экономия от разнообразия имеет место, когда производство двух или нескольких продуктов на единственном предприятии обходится дешевле, чем производство каждого из товаров специализированным предприятием. Например, одна железнодорожная компания, обеспечивающая пассажирские и грузовые перевозки (два различных экономических товара), технологически более эффективна, чем две компании, специализирующиеся на одном из двух видов перевозок. Точно также и удовлетворение потребностей в электроэнергии при пиковых и основных нагрузках обходится дешевле, если энергоснабжение обеспечивается одной компанией – производителем электроэнергии.

Ключевой проблемой в регулировании естественной монополии является выделение *естественно-монопольного ядра* в рассматриваемой многопродуктовой отрасли или, иными словами, идентификация естественной монополии [1]. Эта проблема возникает в связи с тем, что в реальной ситуации отрасль-монополист, воспринимаемая в хозяйственной практике как естественная монополия, может иметь достаточно сложную структуру, которая в целом (по совокупности производимых продуктов и услуг, осуществляемых видов деятельности) не является естественной монополией. Степень естественной монополизации производства нередко переоценивается. В вертикально интегрированной компании черты естественной монополии часто присущи только одному из сосредоточенных в ее рамках производств.

Газопроводы действительно являются естественной монополией, но добыча, переработка и сбыт газа вполне могут осуществляться на конкурентной основе. Аналогично, производство электроэнергии не является естественной монополией, к ней относится только передача и распределение

электроэнергии. В ряде стран (например, в Норвегии) потребители могут самостоятельно выбрать поставщика электроэнергии. Этот рынок высококонкурентен, в результате чего цены достаточно низки и имеется тенденция к их понижению. Собственно система передачи электроэнергии регулируется государством и изолирована от производителей и поставщиков энергии. Конкуренция на рынке пассажирских и грузовых железнодорожных перевозок в принципе может быть достаточно высокой, в то время как путевое хозяйство, его обслуживание и организация движения действительно представляют собой естественную монополию.

Для выработки эффективной стратегии ценового регулирования необходимо в рамках отрасли выделить структуру, которая является носителем наиболее существенных, специфических для естественной монополии свойств, т. е. естественно-монопольное ядро отрасли (если оно существует). Решение проблемы идентификации должно в первую очередь опираться на определение естественной монополии и связанный с ним анализ многопродуктовых отраслевых функций издержек. Ценовое регулирование естественной монополии должно быть гибким и соответствовать происходящим в ней технологическим изменениям. Для определения необходимости ценового регулирования многопродуктовой отрасли необходимо периодическое тестирование функции издержек на субаддитивность. С течением времени в силу научно-технического прогресса, изменения в спросе и т.п. многопродуктовая функция издержек может утратить свойство субаддитивности. Тогда следует выделить из сферы естественной монополии производство некоторых товаров или услуг в конкурентный нерегулируемый сектор, так чтобы функция издержек фирмы вновь стала субаддитивной.

### 1.3 Устойчивость естественной монополии

За рамками определения естественной монополии остается целый ряд свойств отрасли, связанных с ее экономическим поведением. Другими словами, такого определения оказывается недостаточно, чтобы судить о характере естественной монополии и рекомендовать те или иные меры управляющего воздействия. Дело в том, что состояние отраслевого рынка, оцененное, исходя из приведенного выше определения, как естественно монопольное, в некоторых ситуациях может нарушаться. Зависит это от многих факторов: конъюнктуры рынка, экономического поведения на рынке как самой фирмы – естественного монополиста, так и ее ближайшего окружения, ограничений, диктуемых государством, научно-технического прогресса и т. д.

Важным вопросом в теории естественной монополии является вопрос о ее устойчивости. Теоретическая основа для анализа устойчивости заложена в работах Панзара, Виллиха, Баумоля [19]. Однопродуктовая естественная монополия называется *устойчивой*, если существует цена, обеспечивающая безубыточность и не привлекающая на рынок конкурентов.

#### **Устойчивость однопродуктовой естественной монополии с убывающей функцией средних издержек**

Рассмотрим сначала однопродуктовую фирму, функция средних издержек которой убывает при любом объеме выпуска (рис. 1.3.1). Если такая фирма минимизирует издержки и получает нулевую прибыль, то она является устойчивой. Действительно, предположим, что естественная монополия имеет функцию средних издержек  $AC(Q)$ , и никакая другая фирма не может производить продукт с издержками на единицу продукции меньшими, чем  $AC(Q)$ . Если фирма установит цену  $P_1$  на уровне средних издержек, то она получит нулевую прибыль, полностью удовлетворит спрос,

и никакая другая фирма-новичок не сможет войти и работать на естественно-монопольном рынке без потерь своей выгоды.

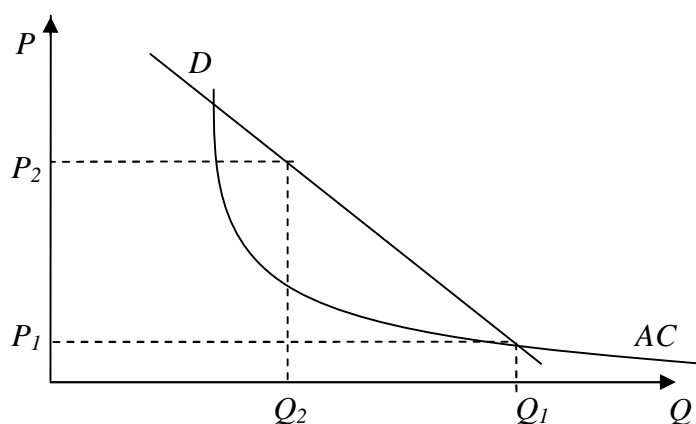


Рис. 1.3.1 Устойчивость естественной монополии с убывающей функцией средних издержек

Минимальные средние издержки и цена  $P_1$  обеспечивает устойчивость естественной монополии и ограждает ее от конкурентов. Рост спроса не нарушит состояние естественной монополии, так как любой объем спроса может быть удовлетворен единственной фирмой с минимальными издержками.

Что может нарушить устойчивость? Допустим, что естественный монополист захотел увеличить свою прибыль и довольно резко поднял цену до уровня  $P_2$ . При этом монопольный рынок может оказаться привлекательным для других фирм – потенциальных производителей того же товара, по той же технологии. Тогда, если барьеры входа на этот рынок преодолимы или не слишком жестки (например, нет прямого законодательного запрета), новые фирмы войдут на естественно-монопольный рынок и, тем самым, оптимальная структура отрасли, при которой издержки на производство могли быть минимизированы, перестанет существовать.

Другая причина нарушения устойчивости естественной монополии – появление новой технологии с более низкими средними издержками у



потенциальных конкурентов. На рис. 1.3.2 изображены кривые средних издержек фирмы-монополиста  $AC^M$  и фирмы-конкурента  $AC^K$ .

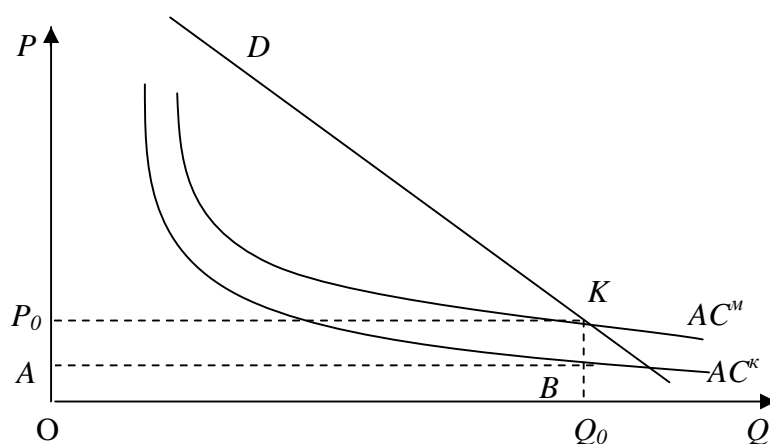


Рис. 1.3.2 Нарушение устойчивости естественной монополии с убывающей функцией средних издержек по причине появления новой технологии

При цене  $P_0$  фирма-монополист обеспечивает только свою безубыточность, имея нулевую прибыль. Потенциальный конкурент при этой же цене имеет положительную прибыль, равную площади прямоугольника  $AP_0KB$ , что может привлечь его к входу на рынок.

### Устойчивость однопродуктовой естественной монополии с U-образной функцией средних издержек

Теперь рассмотрим естественную монополию, которая пользуется преимуществами отдачи от масштаба лишь при определенной величине спроса, то есть кривая средних издержек имеет U-образную форму. В этом случае естественная монополия может быть уязвима к попыткам проникновения на рынок конкурентов, даже в том случае, когда она производит эффективно и получает только нулевую прибыль. Рис. 1.3.3 дает подобный пример.

Предположим, что естественная монополия производит с минимально возможными средними издержками  $AC(Q)$ , и, обслуживая весь рынок, продает выпуск по цене  $P^*$ , имея при этом нулевую прибыль.

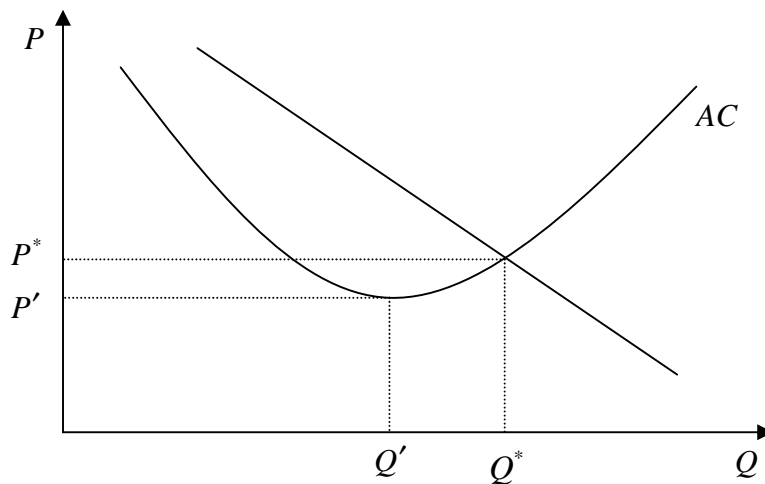


Рис. 1.3.3 Пример рынка, на котором однопродуктовая естественная монополия не может отыскать устойчивой цены

Тогда конкурент может назначить более низкую цену (например  $P'$ ), производить в объеме  $Q'$  и не нести никаких убытков. Это пример рынка, на котором естественная монополия не может отыскать устойчивой цены. Для обслуживания рынка понадобится более, чем одна фирма, так как пришедший конкурент будет производить только в объеме  $Q'$ . Поскольку структура издержек субаддитивна, то проникновение конкурента, с социальной точки зрения, неэффективно.

Устойчивость естественной монополии с U-образной кривой средних издержек может нарушить также рост спроса. На рис. 1.3.4 линия  $AC_1$  представляет собой кривую средних издержек единственной фирмы в отрасли, а линия  $AC_2$  – кривую средних издержек двух фирм. До определенного объема выпуска  $Q^*$  ситуация является естественно-монопольной. Если спрос описывается кривой  $D$ , то объем выпуска  $Q_1$  будет производиться с меньшими средними издержками при наличии единственной фирмы в отрасли ( $AC_1(Q_1) < AC_2(Q_1)$ ). При возможном росте спроса с  $D$  до  $D^+$  монополия перестает быть естественной, так как средние издержки на производство объема выпуска  $Q_2$  ниже при наличии двух фирм в отрасли

$(AC_2(Q_2) < AC_1(Q_2))$ . Следовательно, появляются возможности для входа новых фирм в отрасль и развития конкуренции.

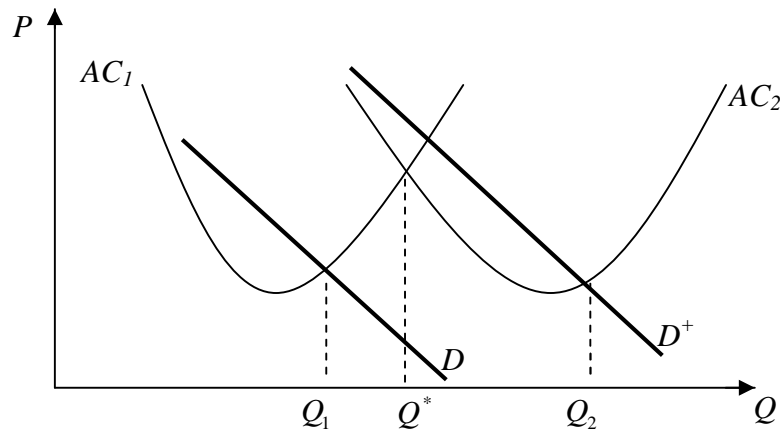


Рис. 1.3.4 Нарушение устойчивости естественной монополии по причине роста спроса

Примером может быть междугородная телефонная связь. В США, например, увеличение спроса на услуги междугородной связи привело к дерегулированию этой отрасли. Единый монополист, компания AT&T, был разукрупнен, и в настоящее время услуги дальней связи являются конкурентным сектором.

Устойчивость естественной монополии с U-образной кривой средних издержек может нарушить также научно-технический прогресс. На рис.1.3.5 технологические изменения существенно уменьшили минимально эффективный размер предприятия (кривая средних издержек  $AC_1$  сместилась влево в положение  $AC_2$ ). Относительная емкость рынка стала достаточно велика, чтобы дать место нескольким предприятиям. На рынке услуг городской телефонной связи революцию произвело появление систем радиотелефонной связи. Теперь в крупных городах могут работать по нескольку фирм-операторов, предоставляющих услуги мобильной телефонной связи потребителям.

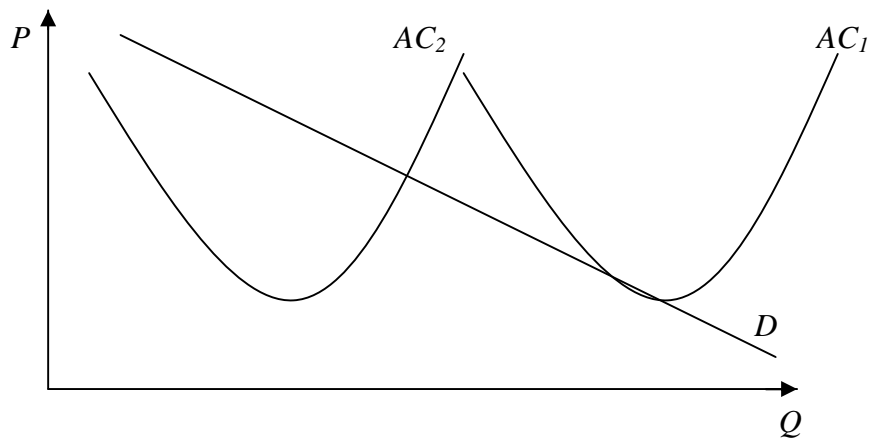


Рис. 1.3.5 Нарушение устойчивости естественной монополии с U-образной функцией средних издержек по причине появления новой технологии

Таким образом, естественная монополия как отраслевая структура, состоящая из одной фирмы, в процессе своего функционирования может быть уязвимой относительно возможного входа на ее рынок фирм-новичков. Причинами неустойчивости однопродуктовой естественной монополии могут быть высокие монопольные цены, появление новых технологий, рост спроса (в случае U-образной кривой издержек). Во всех этих случаях попытки регулирующих органов сохранить монополию не оправданы, так как конкуренция позволит повысить эффективность производства и потребления.

### **Устойчивость многопродуктовой естественной монополии**

Рассмотрим теперь многопродуктовый случай. Многопродуктовая естественная монополия называется устойчивой, если существует некоторый вектор цен, обеспечивающий безубыточность и не привлекающий на рынок конкурентов с той же технологией производства, что и у монополиста. Такие цены носят название устойчивых цен. Устойчивая естественная монополия оказывается неуязвимой относительно возможного входа на ее рынок других фирм, и оптимальная структура отрасли, при которой издержки на производство были минимизированы, продолжает существовать.

В многопродуктовом случае минимальные издержки и нулевая прибыль являются необходимым условием устойчивости цен, однако они не служат достаточным условием устойчивости. Панзар и Виллих показали [26], что естественная монополия не всегда может закрыть доступ на рынок путем введения устойчивого вектора цен. Естественная монополия может быть уязвима к попыткам проникновения на рынок конкурентов, даже в том случае, когда она производит эффективно и получает только нулевую прибыль. Приведем простой пример. Пусть фирма – естественный монополист производит три продукта. Издержки на производство этих продуктов приведены в таблице.

Пример рынка, на котором многопродуктовая естественная монополия не может отыскать устойчивой цены

Продукт	Издержки при производстве каждого продукта отдельно	Издержки при производстве любых двух продуктов вместе, а 3-го отдельно	Издержки при производстве трех продуктов вместе
1	30	49	
2	30		
3	30		
Всего	90	79	75

Монополия производит три продукта, затрачивая на их производство 75 денежных единиц. Такая структура издержек является субаддитивной, так как производство трех товаров вместе обходится дешевле чем производство их по отдельности ( $75 < 90$ ), и дешевле, чем производство любых двух товаров вместе, а третьего отдельно ( $75 < 79$ ). Предположим, что фирма установила цену 25 денежных единиц на каждый товар, имея при этом нулевую прибыль. Тогда такая система цен приведет к неустойчивости естественной монополии. Действительно, если некоторая фирма будет производить товары 1 и 2 вместе, затрачивая на их производство 49 денежных единиц, и

продавать их по цене 25 денежных единиц, то она получит прибыль 1 денежную единицу. У фирмы-конкурента есть стимулы для выхода на рынок, следовательно, при данном наборе цен состояние естественной монополии неустойчиво. Конкурент перехватит у монополиста большую часть рынка и оставит его с убытками и перспективой производства только одного товара. Поскольку структура издержек субаддитивна, то проникновение конкурентов, с социальной точки зрения, является неэффективным, однако, такое проникновение вполне реально даже при отсутствии у конкурента новых технологий или более качественных услуг.

Если функция издержек отрасли субаддитивна, но при этом не существует устойчивого вектора цен, то для сохранения оптимальной структуры производства необходимо установить ограничения для входа на рынок.

Таким образом, для обеспечения устойчивости естественной монополии могут использоваться:

- прямое государственное регулирование по созданию жестких барьеров входа на данный рынок;
- дерегулирование для поддержания жизнестойкости естественной монополии в рыночной среде, ее способности вырабатывать правильное экономическое поведение, т. е. формировать естественные барьеры входа.

Таким естественным барьером могут быть устойчивые цены.

## **1.4 Мировая практика ценообразования в естественных монополиях**

### **Регулирование нормы прибыли**

До недавнего времени это был наиболее распространенный метод регулирования цен на конечную продукцию вертикально интегрированных естественных монополий. При этом методе регулирования доход (отдача) на

капитал, получаемый фирмой, не должен превышать установленный регулируемыми органами «справедливый» уровень  $f$  :

$$\frac{PQ - wL}{K} \leq f, \quad (1.4.1)$$

где  $P$  – цена на единицу продукции,  $Q$  – объем реализованной продукции,  $L$  – объем использованных в процессе производства некапитальных ресурсов (труда),  $w$  – цена единицы труда,  $K$  – капитал фирмы. Фирма может выбирать любые  $K$ ,  $L$ ,  $Q$ ,  $P$  так, чтобы выполнялось неравенство (1.4.1). Для многопродуктовой естественной монополии тариф должен устанавливаться по каждому виду продажи или характеру услуги.

При такой системе все аспекты деятельности естественной монополии – тарифы, инвестиции, прибыльность – подлежат детальному правовому регулированию со стороны государственных органов. Процедура определения тарифа состоит из трех этапов – выявление текущих издержек, инвестиций и задание нормы прибыли на инвестиции. Для многопродуктовой естественной монополии регулирующие органы осуществляют распределение общих издержек по всем продуктам или услугам на основе какого-нибудь принципа, например, объемов производства, размеров продаж, величине прямых издержек, получаемых прибылей и т.п. Регулирующие органы следят за тем, чтобы у компаний не было излишних издержек вследствие покупок по завышенным ценам, установления высокой заработной платы или отказа от поиска поставщиков более дешевых товаров и услуг.

Наиболее сложная проблема в оценке инвестиций – определить какая часть инвестиций была осуществлена оправдано, а потому может быть включена в базу, на которую рассчитывается разрешенная норма прибыли, а какая нет. Еще в 60-е годы американские экономисты Аверх и Джонсон обнаружили эффект, названный впоследствии их именами. Его суть в том, что при заданной норме прибыли регулируемые компании стремятся

получить большую ее массу путем наращивания капитала, то есть знаменателя в формуле нормы прибыли. Соотношение  $K/L$  регулируемой фирмы завышено для ее объема выпуска, то есть выпуск, который производит регулируемая фирма, мог бы быть произведен с меньшими издержками – с использованием меньшего объема капитала и большего объема труда. Стимулы данного механизма ориентированы на капитальную составляющую, но капитал не является объектом регулирования (в конечном счете) и его увеличение не есть цель регулирующих органов. Вывод, к которому пришли Аверх и Джонсон – регулирование нормы прибыли приводит к неэффективному функционированию фирмы и совсем необязательно ведет к росту выпуска и снижению цены – стал в свое время сенсацией и заставил взглянуть иными глазами на работавший десятилетиями и казалось бы проверенный метод.

После энергетического шока 70-х годов регулирующие органы США ужесточили требования к включению инвестиций в базу для расчета нормы прибыли. Активы стали включаться в нормативную базу, на которую может быть начислена прибыль при условии, во-первых, если сами активы были признаны «используемыми» и «полезными», а, во-вторых, если решения об их приобретении – в момент принятия и на основе имеющейся к тому времени информации – обоснованными. Например, в 1988 году крупнейшей электроэнергетической компанией Нью-Хэмпшира “Паблик сервис оф Нью-Хэмпшир” было отказано в получении дохода на атомную электростанцию Сибрук, что стало причиной ее банкротства. В 1984 году из нормативной базы «Карьерной установки №3» было изъято 30%-ое участие «Монтана пауер Корпорэйшн». Эти мощности были признаны «неиспользуемыми и бесполезными», поскольку издержки на 1 кВт/час здесь были выше, чем в других компаниях штата.

Допустимая прибыль определяется на основе экспертных суждений. Ее нижней границей служит цена капитала, а верхней – доход на инвестиции с



той же степенью риска в предприятиях конкурентных отраслей. Расчет величины допустимой нормы прибыли связан с решением массы вопросов: что должно быть принято за цену капитала – цена для данной конкретной компании или среднеотраслевая, ее прошлая или ожидаемая в будущем величина, как при расчете прибыли должны учитываться налоги – фактически уплаченные или начисленные к уплате, и т.д.

Таким образом, регулирование нормы прибыли имеет ряд недостатков.

- Отсутствие механизмов стимулирования повышения эффективности. Модель поощряет режим затратного ценообразования - установление тарифов на базе фактических издержек позволяет перекладывать затраты на потребителей.
- Дороговизна квазисудебной системы регулирования как для компаний, так и для регулирующих органов.
- Низкая эффективность судебного рассмотрения сложных экономических вопросов; политизированность и лоббистское давление со стороны компаний. Регулирующие органы по большей части «идут на поводу» у компаний при определении нормы прибыли и тарифов.

В связи с перечисленными недостатками данный метод ценового регулирования все реже используется в мировой практике.

### **Регулирование верхнего предела тарифа (ценовые лимиты)**

Этот метод ценового регулирования первоначально применялся для регулирования цен на конечную продукцию вертикально-интегрированных естественных монополий. В настоящее время в мировой практике имеется опыт применения метода ценовых лимитов и при вертикальной дезинтеграции компаний. Метод является универсальным, в том смысле, что может быть применен на всех стадиях производства, где есть предоставление услуг естественной монополии.

Метод ценовых лимитов начал применяться со второй половины 80-х годов после серии приватизаций компаний естественных монополий в Великобритании. Установление верхнего предела тарифов было предложено С. Литтлчайлдом и впервые применено для контроля цен компании «Бритиш Телеком», приватизированной в 1984 г. Второй компанией, для которой были введены пределы повышения цен, стала приватизированная в 1986 году «Бритиш Газ». Затем эту форму регулирования распространили в Великобритании на аэропорты (1987 г.), водоснабжение (1989-1990 гг.) и электроэнергетику (1990 г.). Региональные отделы Управления регулирования в электроэнергетике согласовывают и утверждают тарифы для коммунально-бытовых потребителей по принципу ценовых лимитов (что касается тарифов на поставки энергии на оптовый рынок и тарифов для других групп потребителей, то определяются они рыночными условиями). К середине 90-х годов более 50 британских компаний регулировались методом ценовых лимитов. В конце 80-х годов практика ценовых лимитов стала завоевывать признание и в США. Затем ценовые лимиты стали применяться в Новой Зеландии («Телеком Нью Зеланд»), Малайзии, Мексике, Перу, Аргентине.

Основная идея метода ценовых лимитов: установить фиксированный потолок для цены, назначаемой регулируемой фирмой. Фирме разрешается назначать цену меньшую или равную лимиту и присваивать всю получаемую в результате прибыль. Поскольку ограничение, накладываемое на фирму, не привязано и не ставится в зависимость от издержек фирмы, ценовые лимиты являются механизмом, порождающим стимулы для сокращения издержек. Модель предполагает достаточно большой период между пересмотрами лимитов. Продолжительность этого периода заранее и четко зафиксирована (обычно лаг составляет 4-5 лет). Построение формулы расчета предела относительного повышения цен предполагает определение объекта регулирования и корректирующего показателя.

В однопродуктовых отраслях или отраслях, оказывающих преимущественно личные услуги, объектом регулирования является доход на единицу продукции или на обслуживаемое лицо (клиента). Такой принцип взят на вооружение в «Бритиш Гэс» и в Британском управлении аэропортов, где контролируется средний доход на единицу выпуска и на пассажира.

В многопродуктовой ситуации объектом регулирования является средний доход (совокупный доход фирмы, деленный на ее совокупный выпуск). Фирме разрешается менять цены на продукты с тем лишь условием, что средний доход не превысит установленного лимита. Это упрощает процедуру расчета, так как не надо исчислять фактические издержки на производство каждого вида продукции. В некоторых случаях продукты или услуги естественной монополии группируются по нескольким корзинам, для каждой из которых рассчитывается средний доход и устанавливается ценовой лимит. Например, в США услуги АТ&Т сгруппированы в 3 корзины с тем, чтобы воспрепятствовать перекрестному субсидированию определенных видов услуг.

Ценовой лимит рассчитывается на основе заранее установленного экзогенного для фирмы корректирующего показателя. Очень часто таким показателем является индекс потребительских цен  $RPI$  за вычетом фактора производительности –  $X$ , выраженного в процентах:

$$P_{t+1} = P_t \cdot (RPI - X).$$

Здесь  $P_t$  - базовая цена в предшествующий период времени (месяц, год),  $P_{t+1}$  - цена на следующий период времени. Данный механизм получил название  $RPI-X$  регулирования. Величина  $X$  определяется на основе оценок перспективного спроса, объема капиталовложений, величины прибылей от прочей (нерегулируемой) деятельности, вероятности снижения издержек и роста производительности, а также потребностей в инвестициях.  $RPI-X$  регулирование естественных монополий используется в Великобритании. В

США корректирующим показателем является дефлятор ВВП. В странах, где имеются сложности в подсчете индекса потребительских цен, хозяйство которых сильно интегрировано с другими более мощными экономиками, при неустойчивости реального курса национальной валюты, а также при высокой доли импортных материалов и услуг в издержках регулируемых компаний целесообразно фиксировать тариф относительно соответствующего индекса чужой экономики. Именно так поступили при установлении тарифов на телефонную связь в Аргентине.

Основное достоинство модели регулирования методом ценовых лимитов состоит в том, что она менее подвержена затратной неэффективности и тенденции к завышению капиталоемкости (эффект Аверха-Джонсона). Поскольку производителям гарантируется сохранение выгод от повышения эффективности в период между пересмотром  $X$ , у естественной монополии возникают стимулы для повышения производственной эффективности. При правильном определении параметра  $X$  часть предполагаемой возросшей эффективности будет передаваться потребителям в виде более низких цен. Кроме того, процедура регулирования становится значительно проще и дешевле: существенно уменьшаются затраты на сбор и анализ информации о финансово-хозяйственной деятельности регулируемого предприятия. Компания может изменять уровень и структуру тарифов по заданной формуле, а регулятор не должен участвовать в изнурительных процедурах пересмотра цен и детального рассмотрения инвестиционной программы.

Приватизация коммунальных предприятий и их регулирование на основе RPI-X показали свою эффективность в Великобритании. С 1992 по 1997 г. операционные издержки в электроэнергетике упали на 17% в реальном выражении, а число занятых сократилось на 26%. В газовой отрасли с 1992 г. цены для конечных потребителей упали на 14% в реальном выражении, что больше, чем снижение оптовых цен на газ за тот же период.

Качество предоставляемых услуг в большинстве случаев увеличилось. Все эти позитивные сдвиги нашли отражение и на фондовом рынке - за период с 1992 по 1998 г. ежегодная средняя доходность вложений в коммунальные предприятия газо-, электро- и водоснабжения составляла 28% .

Несмотря на очевидные преимущества, метод RPI-X регулирования имеет ряд недостатков.

- При использовании метода ценовых лимитов нарушается нормальный график осуществления капиталовложений. Один из побочных эффектов RPI-X состоит в том, что предприятие становится заинтересованным в осуществлении всех мероприятий по сокращению издержек в начале регулируемого периода, поскольку в этом случае оно сможет аккумулировать всю величину получаемой экономии за весь период. В конце регулируемого периода стимулы для повышения эффективности и сокращения издержек у компании практически исчезают.
- С одной стороны, некоторая свобода в отношении цен дает фирме возможность повысить прибыли, и если потребители от этого не страдают, то повышается и общее благосостояние. Однако ущемление фирмой интересов широких групп потребителей приведет к нежелательным перераспределительным эффектам и социальному напряжению, так как типичное направление корректировки цен фирмой – увеличение цен для мелких потребителей и снижение цен для крупных потребителей.
- Величина фактора производительности  $X$  во многом зависит от информации, которой располагают власти. Если регулируемая фирма имеет «монополию информации» в отрасли, невозможно установить обоснованность понесенных ею затрат и полученной прибыли. Кроме того, определение величины  $X$  требует от регулирующей организации определенных предположений относительно возможностей технического прогресса отрасли и прогноза ее развития, а такого рода предположения никогда не могут быть точными.

- Метод ценовых лимитов не обеспечивает стимулы к поддержанию и повышению качества услуг. Возникает прямая необходимость в регулировании качества.

### **Многоставочные тарифы**

Привлекательность *многоставочных тарифов* состоит в том, что они при правильном построении позволяют достичь большего значения совокупного излишка, чем одноставочные. В мировой практике используются многоставочные тарифы двух видов: тарифы с дифференциацией цен по объему покупки и тарифы с дифференциацией цен по времени приобретения товара.

*Многоставочные тарифы с дифференциацией по объему покупки* могут быть использованы для регулирования цен для конечных потребителей. Они включают в себя плату за вход и последовательность ставок, зависящих от объема потребления. Эти тарифы подробно рассматриваются в главе 3. Методика построения многоставочного тарифа зависит от цели, которую преследуют регулирующие органы. Такой целью может быть максимизация функции общественного благосостояния, улучшение по Парето положения всех участников рынка, сглаживание социального неравенства. Например, большую пользу в социальном плане принесли многоставочные тарифы на коммунальные услуги в Колумбии [24]. В штате Меделлин в конце 80-х годов действовала помесечная оплата за электроэнергию, потребляемую домохозяйствами, рассчитываемая по сложному многоставочному тарифу. Национальное статистическое агентство делило все здания, занимаемые домохозяйствами, на 6 категорий в зависимости от характеристик здания и качества жилья. Для каждой отдельно взятой категории разрабатывался сложный тариф, включающий в себя: во-первых, фиксированную входную плату, или ежемесячный взнос за подключение к электросети, не зависящий от объема потребления

электроэнергии, во-вторых, пять возрастающих с объемом потребления тарифных ставок.

Такая система цен отличается от большинства общепринятых понятий об эффективном ценообразовании. Теория эффективного ценообразования, рассматриваемая в главе 3 приводит к многоставочным тарифам со ставками, снижающимися по мере роста объема выпуска, что и реализуется на практике в большинстве стран. Система цен, использованная в Колумбии, наоборот устанавливает самые высокие предельные цены для тех, кто потребляет больше всего электроэнергии. Цель такого ценообразования – перераспределение дохода в пользу наименее обеспеченных слоев населения. В условиях, когда дифференциация населения по доходам велика, а собираемость подоходных налогов низка и информация об уровне доходов богатых практически отсутствует, цены на коммунальные услуги могут стать эффективным средством перераспределения доходов и, следовательно, для определенного сглаживания социального неравенства. Авторы статьи [24] показали, что в результате такого ценообразования беднейшие слои населения получают трансферт в размере примерно 5% от их совокупного дохода. Причем этот трансферт они получают не из бюджета, а от наиболее зажиточных слоев, которые по оценке авторов теряют только 1% своих доходов.

*Многоставочные тарифы с дифференциацией по времени* улучшают использование производственных мощностей естественной монополии во времени. Многие виды продукции естественных монополий, например, электроэнергия, услуги связи или трубопроводного транспорта, должны потребляться сразу в процессе их производства, их невозможно хранить и запасать. Вместе с тем спрос на эту продукцию, как правило, существенно колеблется во времени. Например, населению и предприятиям требуется значительно больше электроэнергии в дневное и вечернее время, чем ночью. В силу указанных причин производственные мощности естественной

монополии загружаются неравномерно. Готовность предприятий удовлетворить спрос в периоды его пикового подъема обеспечивается ценою содержания производственных мощностей, которые не используются в другое время. Построение тарифа, дифференцированного по времени, производится на обычной концепции максимизации функции общественного благосостояния. Простейшая модель с двумя периодами времени и линейными функциями спроса рассмотрена в [4]. Оптимальное ценообразование приводит к более высоким ценам на продукцию в периоды пикового спроса и более низким в прочие периоды.

В области управления спросом на электроэнергию в целях ее экономии под непосредственным действием дифференцированных по времени тарифов, с точки зрения достигнутых результатов, весьма интересен опыт Франции. В 1982-1986 гг. во Франции был осуществлен ввод новой системы тарифов на электроэнергию, отличающейся от предыдущей более широкой их дифференциацией по различным критериям (по сезонам года, по времени суток, по видам потребителей, по плотности заполнения графика нагрузки, по уровням, учитывающим значение присоединенной мощности, по длительности использования присоединенной мощности). Новые тарифы позволили полнее учитывать структуру выработки и потребления электроэнергии, баланс генерирующих мощностей и формы графика нагрузки энергосистемы Франции.

В процессе эксплуатации выявилось, что новые тарифы стимулируют в общем случае снижение нагрузки потребителей в период зимнего максимума нагрузки за счет действия льготных тарифов в остальное время года. Благодаря широкой дифференциации тарифов было достигнуто то, что пиковая электроэнергия в некоторых случаях стоит более чем в 20 раз дороже базовой летней. Учет сезонных факторов в производстве и потреблении электроэнергии проявляется также в том, что абонентская плата за присоединенную мощность нагрузки в зимний период в 2 раза выше, чем



летом. Это позволяет в летнее время в отдельных тарифных зонах отпускать электроэнергию потребителям по ценам ниже ее среднегодовой себестоимости по энергосистеме.

В целом среднегодовые цены на электроэнергию во Франции, несмотря на структуру генерирующих мощностей, в которых доминирует дорогостоящая выработка электроэнергии на АЭС (75% общей выработки), ниже, чем в большинстве западноевропейских стран. Это достигается за счет хорошей оптимизации электроэнергии по схеме «производство-потребление», которая происходит под непосредственным воздействием новой системы тарифов.

Нелинейные многоставочные тарифы дают выигрыш в общественном благосостоянии только если имеется хорошая оценка функций спроса. Изучение спроса с целью построения цен, дифференцированных по времени, сложнее и потребует больше средств, чем изучение спроса для формирования тарифов, дифференцированных по объему потребления. Внедрение в практику многоставочных тарифов с ценами, зависящими от объема потребления, потребует меньших затрат, но необходимы научные исследования таких тарифов.

### **Ценообразование при различных формах конкуренции, совместимых с естественной монополией**

Мировая теория и практика показывают, что для достижения эффективных режимов функционирования отраслей, не являющихся естественными монополиями, доминирующую роль (по сравнению с государственным регулированием) играет конкуренция. Конкуренция обеспечивает минимизацию отраслевых издержек, обеспечивает определенный уровень спроса на товары и услуги требуемого качества, максимизирует общественную полезность. Речь при этом, как правило, идет о традиционных формах конкуренции, укладывающихся в общепринятую

типологию рыночных структур.

Напротив, для отраслей естественной монополии роли государственного регулирования и конкуренции как средств повышения эффективности меняются местами. Причем формы конкуренции, используемые как регуляторы деятельности таких отраслей, выходят за рамки общепринятой типологии.

В теории выделяются определенные типы совместимых с естественной монополией рыночных сред, побуждающих ее работать в социально желаемых режимах. К таким рыночным средам относят следующие модели конкуренции:

- конкуренцию доступного рынка;
- конкуренцию “за” рынок;
- ярдостик-конкуренцию.

Концепция *доступного рынка* (рынка типа contestable) была сформулирована в работах таких исследователей, как Баумоль, Панзар и Виллих [19]. Доступный рынок определяется как рынок со свободным входом и не сопряженным с убытками выходом. Свободный вход подразумевает, что компания, желающая попасть на рынок, имеет доступ к той же технологии и к тем же источникам ресурсов, что и уже действующая фирма, а потребители будут относиться к ее продукции так же, как и к продукции фирмы уже действующей. Не сопряженный с убытками выход означает, что фирма может покинуть рынок и восстановить все издержки, которые ей пришлось сделать при входе.

Если описанные предпосылки выполняются, то доступный рынок при условии однопродуктовой естественной монополии гарантирует нулевую прибыль и минимизацию издержек. Собственно вход на рынок конкурента совсем не нужен и может никогда не произойти, так как только лишь одна угроза подобной ситуации будет мотивировать действующего монополиста производить эффективно и с нулевой прибылью. Назначение цены выше

уровня средних издержек привлечет конкурентов, которые вернут цену на этот уровень.

Для многопродуктовой естественной монополии в некоторых ситуациях внедрение конкуренции оказывается неэффективным даже если выполняются предпосылки концепции доступного рынка. Если функция издержек отрасли субаддитивна, но при этом структура издержек такова, что не существует устойчивого вектора цен, то для сохранения оптимальной структуры производства необходимо установить ограничения для входа на рынок. Проникновение конкурента, с социальной точки зрения неэффективно, так как совместное производство любых объемов выпуска продукции стоит дешевле, чем раздельное. Однако, такое проникновение при свободном входе на рынок вполне реально даже при отсутствии у конкурента новых технологий или более качественных услуг. Как показано в параграфе 1.3, нулевая прибыль и минимальные издержки являются необходимым условием устойчивости цен, однако они не служат достаточным условием устойчивости. Поэтому даже при получении нулевой прибыли и минимизации издержек монополист не гарантирован от вытеснения конкурентом, приход которого существенно снизит эффективность. В литературе это получило название неэффективного входа в отрасль с целью «снятия сливок».

По общепринятому мнению, предпосылки концепции доступного рынка не выполняются для сетевых коммуникаций, в частности для передачи электроэнергии, так как огромные невозвратные издержки являются основной характеристикой сетевых коммуникаций. Но эти издержки не столь существенны, когда речь идет о генерировании или поставке электроэнергии. В этих сферах деятельности предпосылки концепции доступного рынка выглядят реалистично.

Опыт показывает, что введение режима открытого доступа – сложная задача, ее реализация требует большой подготовительной работы. Любым

мерам дерегулирования и либерализации должны предшествовать исследования функций издержек и функций спроса. Регулирующие органы, не располагая информацией об издержках и спросе, не могут рассчитывать на то, что свободный доступ и следующая за ним конкуренция сыграют роль механизма, ведущего к эффективности. Кроме того, при решении вопроса о возможности введения открытого доступа необходимо учитывать не только экономическую эффективность, но и социальные аспекты.

Концепция *конкуренции за рынок* применительно к отрасли с естественно-монопольными характеристиками была сформулирована в конце 60 – начале 70-х годов учеными из Чикагского университета Г. Демсецем, Дж. Стиглером и Р. Познером. Суть этой концепции состоит в том, что регулирующие органы организуют продажу монопольной франшизы с аукциона. Заявки участников содержат информацию о цене, по которой фирма-претендент намерена в дальнейшем реализовывать товар потребителям. Регулирующие органы выбирают самую низкую цену. Фирма, предложившая ее, становится победительницей и с ней заключается контракт. В ходе аукциона цена снижается действительно до цены, обеспечивающей нулевую прибыль и минимизацию издержек. Отпадает необходимость осуществлять ценовое регулирование в отношении монополиста, так как производство становится эффективным, второе наилучшее решение достигается без какого-либо регулирующего вмешательства.

Вся конкуренция в этой модели «сосредоточена» тогда в одном моменте — моменте аукциона. Условия контракта подразумевают, что компания, выигравшая его, остается под определенным контролем. Тот факт, что по истечении срока контракта будет организован новый аукцион, дает компании-победительнице стимулы повышать эффективность и создавать себе хорошую репутацию. Результатом этой формы конкуренции часто

становятся частно-государственные партнерства. Государство не выступает более в качестве поставщика услуги, оно поручает это на определенных условиях частной компании.

Конкуренция за рынок естественных монополий стала широко распространяться с середины 80-х годов. Например, этот метод применялся в Великобритании в ходе приватизации железных дорог, когда компании-операторы подвижного состава должны были подавать заявки и конкурировать за право получения 7-летней монопольной франшизы. Сходные франшизы широко используются в водоснабжении Франции.

В электроэнергетике достаточно распространенными стали конкурентные аукционы в области генерирования (*competitive bidding in generation*). Большое преимущество этой модели заключается в том, что она совместима с ограниченной конкуренцией (которая распространяется только на новые генераторы) при любой структуре электрического сектора до или после основной реформы. Конкурентный аукцион не требует реструктурирования отрасли, и потому он может быть организован уже на начальных этапах дерегулирования электрического рынка. Но для того чтобы в ходе аукциона цена действительно снизилась до цены, обеспечивающей нулевую прибыль и минимизацию издержек необходимо наличие избыточного предложения в сфере генерирования электроэнергии. В странах, идущих по пути реформирования рынка электричества, конкурентный аукцион часто комбинируют с другими элементами реформы.

У критиков теории конкуренции за рынок есть убедительные аргументы, которые существенно ограничивают сферу ее применимости. Одна из основных проблем: как учесть фактор времени? Продолжительный контракт, фиксирующий цену, может при изменившихся условиях повергнуть фирму в банкротство или принести ей огромные прибыли, так как цена, оптимальная в определенный момент времени, может быть далека от оптимальности спустя месяц, неделю или год. Краткосрочные контракты

порождают проблему инвестиций. Возникает угроза недоинвестирования в активы долгого срока жизни. Еще одна проблема связана с обеспечением качества услуг. Контракт не может гарантировать, что снижение издержек компаний не поведет к снижению качества обслуживания.

Третий вид конкуренции – *ярдостик конкуренция* – самый слабый, по сути прямой конкуренции он не влечет. Элемент соревновательности привносится через сравнение данной компании и результатов ее работы с другими компаниями, действующими в сходных условиях. Этот подход может применяться там, где есть несколько регулируемых компаний, использующих схожую технологию для обслуживания различных рынков. Например, в Англии водоснабжение и отчасти электроэнергетика были приватизированы не как национальные, а как региональные монополии. В этой ситуации возникла возможность использовать и сопоставлять информацию о результатах функционирования региональных монополий, которые и образуют отрасль. В качестве ограничения, накладываемого регулирующими органами на фирму, используется внешняя рекомендательная оценка, основанная не на уровне издержек регулируемой фирмы, а на уровне издержек других фирм, действующих в сходных условиях. Она получена как средняя величина фактических издержек других подобных фирм. Этот режим дает регулируемой фирме стимулы к снижению издержек, так как выгоды от снижения издержек не изымаются регулирующими органами, а остаются в руках самой фирмы.

## **Выводы главы 1**

1. Наличие возрастающей отдачи от масштаба является достаточным (но не необходимым) условием существования однопродуктовой естественной монополии. Для многопродуктовой фирмы возрастающая отдача не является ни необходимым, ни достаточным условием отнесения фирмы к естественным монополистам.

2. С точки зрения современной теории, состояние отраслевого рынка может быть отнесено к естественной монополии в том и только том случае, если функция издержек отрасли является субаддитивной. Это определение охватывает как однопродуктовый, так и многопродуктовый случай.
3. Естественная монополия называется устойчивой, если существует некоторый вектор цен, обеспечивающий безубыточность и не привлекающий на рынок конкурентов с той же технологией производства, что и у монополиста. Минимизация средних издержек и нулевая прибыль гарантируют устойчивость однопродуктовой естественной монополии с убывающей функцией средних издержек. Многопродуктовая естественная монополия может быть неустойчивой, даже если она минимизирует издержки и имеет нулевую прибыль. В этом случае для сохранения оптимальной структуры издержек необходимы барьеры для входа на рынок.
4. Причинами нарушения устойчивости естественной монополии могут быть неправильно выбранный вектор цен, появление новых технологий, рост спроса. В некоторых случаях, например, при появлении новых технологий, сохранение естественной монополии экономически нецелесообразно и регулирование должно быть прекращено. В других случаях кроме осуществления мер исключительно государственного вмешательства (нередко масштабных и дорогостоящих), могут создаваться иные условия (естественные барьеры) с помощью рыночных средств для развития и поддержания естественной монополии.
5. Для выработки эффективной стратегии ценового регулирования необходимо в рамках отрасли выделить естественно монопольное ядро отрасли (если оно существует). Решение проблемы идентификации должно в первую очередь опираться на определение естественной монополии, основанное на субаддитивности многопродуктовых

отраслевых функций издержек, и на понятие устойчивости естественной монополии.



## 2. Оптимизационные модели одноставочных тарифов на услуги естественных монополий

### 2.1 Функция общественного благосостояния для однопродуктовой естественной монополии.

Социально оптимальным результатом деятельности естественной монополии считается результат, который обеспечивает максимум функции общественного благосостояния [9, 10, 17, 21, 22, 23, 25].

Рассмотрим сначала определение функции общественного благосостояния для однопродуктовой естественной монополии. Пусть  $Q(p)$  – функция спроса на продукт, производимый естественной монополией;  $P(q)$  – обратная функция спроса;  $C(q)$  – функция совокупных издержек естественной монополии.

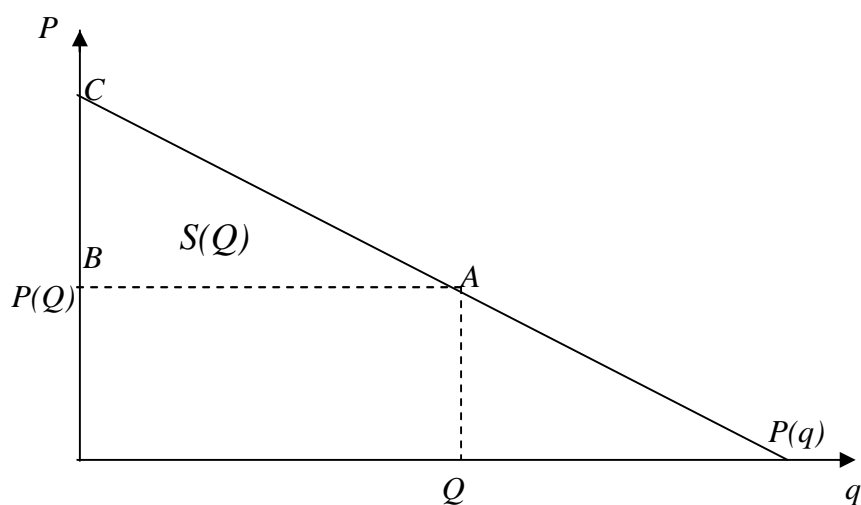


Рис. 2.1.1 Совокупный потребительский излишек

Совокупный потребительский излишек при объеме потребления  $Q$  определим как разность между максимальной ценой, которую потребители готовы были заплатить за товар и действительной ценой товара  $P(Q)$ , проинтегрированную по всем единицам приобретенного товара:

$$S(Q) = \int_0^Q (P(q) - P(Q))dq = \int_0^Q P(q)dq - P(Q) \cdot Q. \quad (2.1.1)$$

На рис. 2.1.1 совокупный потребительский излишек равен площади треугольника  $ABC$ .

Прибыль монополиста  $\Pi(Q)$  может быть вычислена как разность дохода  $R(Q)$  и валовых издержек  $C(Q)$ :

$$\Pi(Q) = R(Q) - C(Q) = P(Q) \cdot Q - C(Q). \quad (2.1.2)$$

Функцию общественного благосостояния определим как совокупный выигрыш всех участников рынка, то есть сумму потребительского излишка  $S(Q)$  и прибыли монополиста  $\Pi(Q)$ :

$$W(Q) = S(Q) + \Pi(Q).$$

Учитывая соотношения (2.1.1) и (2.1.2), функцию общественного благосостояния можно представить в виде:

$$W(Q) = \int_0^Q P(q)dq - C(Q). \quad (2.1.3)$$

## **2.2 Первое наилучшее и второе наилучшее решения для однопродуктовой естественной монополии.**

Цены, максимизирующие функцию общественного благосостояния, в экономической теории называются *эффективными* ценами, а соответствующее им ценообразование – *первым наилучшим* решением. Необходимым условием максимизации функции общественного благосостояния является равенство цены предельным издержкам:  $P(Q) = MC(Q)$ . В этом легко убедиться, продифференцировав равенство (2.1.3) по переменной  $Q$ .

Известно, что именно такие цены, равные предельным издержкам, обеспечиваются конкурентным рынком и соответствуют Парето-эффективности производства и потребления продукции [4]. Однако в случае

естественной монополии первое наилучшее решение недостижимо, что иллюстрирует Рис. 2.2.1.

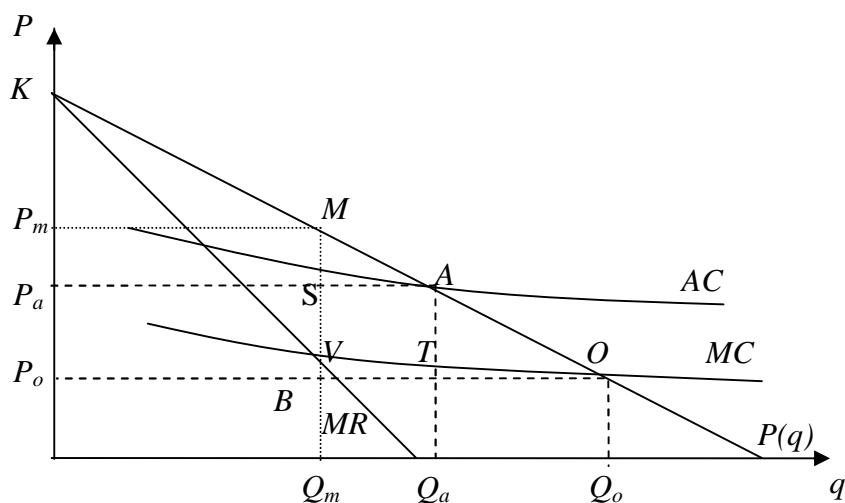


Рис. 2.2.1 Первое и второе наилучшие решения для однопродуктовой естественной монополии

Здесь изображены обратная функция спроса на продукт, производимый естественной монополией  $P(q)$ , функция предельных издержек  $MC(q)$ , функция средних издержек  $AC(q)$  и функция предельного дохода  $MR(q)$ . Заметим, что если имеет место экономия от масштабов производства, то кривая средних издержек  $AC$  расположена выше, чем кривая предельных издержек  $MC$ , то есть средние издержки превосходят предельные издержки во всем диапазоне действия эффекта экономии от масштабов производства. Действительно, если средние издержки  $AC(q)$  являются убывающей функцией, то  $(AC(q))' < 0$ . Так как

$$(AC(q))' = \left( \frac{C(q)}{q} \right)' = \frac{q \cdot C'(q) - C(q)}{q^2} = \frac{1}{q} \left( C'(q) - \frac{C(q)}{q} \right) = \frac{1}{q} (MC(q) - AC(q)),$$

то  $MC(q) < AC(q)$ . А это значит, что средние издержки превосходят предельные издержки для любого объема выпуска.

Точка  $O$  на рис. 2.2.1 представляет политику ценового регулирования, при которой достигается социально оптимальный результат деятельности однопродуктовой естественной монополии (первое наилучшее решение). В этой точке цена равна предельным издержкам:  $P(Q_o) = MC(Q_o)$  и, следовательно, функция общественного благосостояния достигает максимума. Совокупный потребительский излишек при таком ценообразовании равен площади треугольника  $P_oKO$ . Однако в точке  $O$  цена оказывается ниже средних издержек:  $P_o = MC(Q_o) < AC(Q_o)$ . Естественная монополия несет убытки, так как доход от реализации объема выпуска  $Q_o$  ниже издержек на производство этого объема выпуска:  $R(Q_o) = MC(Q_o) \cdot Q_o < C(Q_o)$ . Существование естественной монополии будет невозможным без государственных субсидий. Государству придется не только оплачивать работу регулирующих органов, но и компенсировать убытки естественной монополии за счет налогоплательщиков. Но, деформация системы рыночных цен, производимая налогами, может оказаться большей, чем искажения при нерегулируемом монопольном ценообразовании [9]. Кроме того, чаще всего трудно выяснить, покрывает ли субсидия высокие постоянные издержки естественной монополии или также и неэффективность ее технологии и управления.

Точка  $M$  на рис. 2.2.1 соответствует ценовой стратегии нерегулируемой естественной монополии, задача которой – максимизация чистой прибыли  $\Pi(Q) = R(Q) - C(Q)$ . Максимум прибыли достигается для объема выпуска  $Q_m$ , при котором предельный доход равен предельным издержкам  $MR(Q_m) = MC(Q_m)$ . При этом цена на продукт в соответствии со спросом установится на уровне  $P_m$ , значительно превышающем предельные издержки  $MC(Q_m)$ . Тем самым естественная монополия обеспечивает себе высокую норму прибыли. Создаются условия для привлечения инвестиций в

данную отрасль. Вместе с тем стремление к извлечению экономической прибыли, и назначение цены выше предельных издержек приводит к сокращению объема производства относительно общественно-оптимального уровня. Общие потери потребительского излишка при переходе от общественно-оптимального к монопольному ценообразованию составляют площадь трапеции  $P_oP_mMO$ . При этом треугольник  $BMO$  – это безвозвратные потери общего излишка от нерегулируемой естественной монополии, а прямоугольник  $P_oP_mMB$  представляет собой просто передачу части излишка потребителя производителю. Таким образом, нерегулируемая естественная монополия, установив цену  $P_m$ , превышающую общественно оптимальную эффективную цену  $P_o$ , захватывает тем самым большую часть потребительского излишка. При этом нарушается Парето-эффективность производства и потребления продукции.

Регулирующие органы, проводящие ценовое регулирование естественной монополии должны учитывать интересы трех сторон: производителя, потребителей и государства. Производители заинтересованы в первую очередь в получении высокой прибыли, поэтому с точки зрения производителя наилучшим сочетанием цены и объема выпуска является точка  $M$ . Потребители заинтересованы в потреблении продукции естественной монополии в эффективном объеме по общественно оптимальной цене, поэтому оптимальное сочетание цены и объема выпуска для них дает точка  $O$  на рис. 2.2.1. Интересы государства отражают одновременно интересы и потребителей и производителя. С одной стороны государство заинтересовано в том, чтобы наиболее широкие слои населения могли приобретать продукцию естественной монополии по приемлемым ценам. С другой стороны государство заинтересовано в пополнении бюджета из налоговых поступлений со стороны естественной монополии. Но налоги естественная монополия может платить только в том случае, если она

успешно работает, и выручка от реализации продукции достаточна для инвестиций и развития отрасли. Поэтому для государства неприемлемым будет сочетание цены и объема выпуска как в точке  $M$ , так и в точке  $O$  на рис. 2.2.1. В точке  $M$  ущемляются интересы потребителей. В точке  $O$  не учитываются интересы естественной монополии.

Точка  $A$  на рис. 2.2.1 отражает наиболее распространенный на практике метод ценового регулирования, когда применяются цены, максимизирующие функцию общественного благосостояния при ограничении на безубыточность естественной монополии. Такие цены называют *вторым наилучшим решением*. Они обеспечивают самокупаемость естественной монополии и в минимальной степени нарушают эффективность производства и потребления. Для однопродуктовой естественной монополии второе наилучшее решение – это равенство цены средним издержкам. Действительно, из условия безубыточности  $P(Q) \cdot Q = C(Q)$  следует, что  $P(Q) = AC(Q)$ . Цена, равная средним издержкам, позволяет монополисту быть безубыточным, но не является эффективной ценой, так как она увеличивает выпуск продукции (по сравнению с нерегулируемой монополией) с  $Q_m$  до  $Q_a$ , тогда как общественно оптимальным эффективным объемом производства является  $Q_o$ . Несмотря на это, важно то, что ценовое регулирование может увеличить общественное благосостояние: снизить цену, увеличить объем производства и сократить прибыли естественной монополии. Потери совокупного потребительского излишка, связанные с деятельностью нерегулируемой естественной монополии по сравнению со случаем поддержания цены на уровне средних издержек, составят величину, равную площади треугольника  $SMA$  на рис. 2.2.1. Потери прибыли монополиста при этом будут равны площади криволинейной трапеции  $VSAT$ . Таким образом, общие социальные потери, вызванные деятельностью нерегулируемой естественной монополии, по сравнению с установлением

цены на уровне средних издержек составят величину, равную площади фигуры  $VMAT$ .

### 2.3 Функция общественного благосостояния и первое наилучшее решение для многопродуктовой естественной монополии

Предположим, что естественная монополия производит  $n$  продуктов. Пусть  $P = (P_1, P_2, \mathbf{K}, P_n)$  –  $n$ -мерный вектор цен на продукты, выпускаемые естественной монополией;  $Q = (Q_1, Q_2, \mathbf{K}, Q_n)$  –  $n$ -мерный вектор объемов выпуска;  $C(Q) = C(Q_1, Q_2, \mathbf{K}, Q_n)$  – функция издержек естественной монополии,  $Q(P) = (Q_1(P), Q_2(P), \mathbf{K}, Q_n(P))$  –  $n$ -мерная функция спроса. Предположим, что функция спроса удовлетворяет следующим условиям:

- 1)  $\frac{\partial Q_i}{\partial P_i} < 0, i = \overline{1, n}$  ;
- 2)  $\frac{\partial Q_i}{\partial P_j} = \frac{\partial Q_j}{\partial P_i}, i, j = \overline{1, n}, i \neq j$ ;
- 3)  $\left| \frac{\partial Q_i}{\partial P_i} \right| > \sum_{j \neq i} \left| \frac{\partial Q_i}{\partial P_j} \right|, i = \overline{1, n}$ .

Первое условие означает, что с ростом цены на каждый из продуктов, производимых естественной монополией, спрос на него падает. Второе условие говорит о том, что спрос на  $i$ -й продукт в той же мере чувствителен к цене на  $j$ -й продукт, что и спрос на  $j$ -й продукт к цене на  $i$ -й. Третье условие означает, что спрос на каждый из продуктов в большей мере чувствителен к изменению собственной цены, чем к изменению цен на все другие продукты.

Если выполнены эти три условия, то матрица частных производных

$$\frac{\partial Q(P)}{\partial P} = \begin{pmatrix} \frac{\partial Q_1(P)}{\partial P_1} \mathbf{K} & \frac{\partial Q_n(P)}{\partial P_1} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ \frac{\partial Q_1(P)}{\partial P_n} \mathbf{K} & \frac{\partial Q_n(P)}{\partial P_n} \end{pmatrix} \text{ является отрицательно определенной для}$$

любого вектора цен  $P$  [22]. Следовательно, якобиан функции спроса  $\left| \frac{\partial Q(P)}{\partial P} \right| \neq 0 \quad \forall P \in R^n$ . А именно,  $\left| \frac{\partial Q(P)}{\partial P} \right| < 0$ , если  $n$  – нечетно и  $\left| \frac{\partial Q(P)}{\partial P} \right| > 0$ , если  $n$  – четно. В этом случае существует обратная функция спроса  $P(Q) = (P_1(Q), P_2(Q), \mathbf{K}, P_n(Q))$ .

Предположим сначала, что спрос на каждый продукт зависит только от цены на этот продукт и не зависит от цен на другие продукты естественной монополии. Тогда для функции спроса и функции, к ней обратной, справедливы соотношения  $Q_i(P) = Q_i(P_i)$ ,  $i = \overline{1, n}$  и  $P_i(Q) = P_i(Q_i)$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Определим функцию общественного благосостояния простым суммированием излишков производителя и потребителей по всем продуктам:

$$W(Q) = \sum_{i=1}^n \int_0^{Q_i} P_i(q_i) dq_i - C(Q). \quad (2.3.1)$$

В общем случае, когда спрос на один из продуктов естественной монополии может зависеть от цен на другие ее продукты, функцию общественного благосостояния можно определить [22] как

$$W(Q) = \sum_{i=1}^n \int_{(0, Q)} P_i(q) dq_i - C(Q), \quad (2.3.2)$$

где  $\int_{(0, Q)}$  – криволинейный интеграл по пути, соединяющему точки 0 и  $Q$  в

$n$ -мерном пространстве. Если выполнено предположение  $\frac{\partial Q_i}{\partial P_j} = \frac{\partial Q_j}{\partial P_i}$ , то

значение криволинейного интеграла не зависит от пути<sup>1</sup>, соединяющего точки 0 и  $Q$ . Формула (2.3.2) является обобщением (2.3.1) на случай взаимозависимого спроса.

---

<sup>1</sup> См., например, И.Н.Бронштейн, К.А.Семендяев. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов.



Максимум  $n$ -мерной функции  $W(Q)$  можно найти из условия равенства нулю ее частных производных  $\frac{\partial W}{\partial Q_i} = 0$ ,  $i = \overline{1, n}$ , что даст  $P_i(Q) = MC_i(Q)$ ,  $i = \overline{1, n}$ , где  $MC_i(Q)$  – предельные издержки производства  $i$ -го продукта при векторе выпуска  $Q$ . Таким образом, первое наилучшее решение для многопродуктовой естественной монополии предписывает установить цену на каждый производимый продукт на уровне предельных издержек на его производство. Логика первого наилучшего решения проста: если цена какого-либо продукта не равна предельным издержкам на его производство, то цена не будет подавать правильных сигналов потребителям и производителям, чтобы оптимальное количество продукта было запрошено и произведено. Если цена выше предельных издержек, некоторые потребители откажутся от покупки определенного количества продукта, хотя издержки на производство этого количества они готовы были бы оплатить.

#### **2.4 Второе наилучшее решение для многопродуктовой естественной монополии**

Второе наилучшее решение для однопродуктовой фирмы – это равенство цен средним издержкам. Для многопродуктовой естественной монополии второе наилучшее решение дают цены Рамсея [4, 9, 22]. Цены названы по имени французского исследователя Франка Рамсея, который в 1927г. рассматривал вопрос об оптимальном налогообложении: как определить налоговые ставки для различных продуктов таким образом, чтобы правительство имело максимальный доход, а потребительский излишек был сокращен в минимальной степени. Идеи Рамсея развивал француз Буате (1956), а затем в 1970 г. Баумоль и Брадфорд доказали, что правила, выведенные Рамсеем, непосредственно применимы к двухпродуктовой естественной монополии для определения цен второго наилучшего решения. При этом предполагалось, что спрос на первый

продукт и спрос на второй продукт не зависят друг от друга (т.е. перекрестная эластичность спроса равна нулю). В дальнейшем различными исследователями [22] эти правила были обобщены на многопродуктовую естественную монополию, выпускающую продукты с ненулевой перекрестной эластичностью спроса.

Суть ценообразования Рамсея заключается в следующем. Пусть естественная монополия производит несколько видов продукции (услуг). Предположим вначале, что все цены равны предельным издержкам. При этом фирма несет убытки, равные величине постоянных издержек. Каким образом изменить цены, устанавливая надбавки над предельными издержками, так, чтобы потери в экономической эффективности были минимальными? Логично было бы установить высокие надбавки на те продукты, спрос на которые не слишком чувствителен к изменениям цены, то есть на продукты с относительно низкой ценовой эластичностью спроса. Надбавки должны быть меньше для продуктов с высокой эластичностью спроса по цене. Следуя такой стратегии, мы отойдем от общественно-оптимальных цен, равных предельным издержкам, снизив эффективность потребления настолько мало, насколько это возможно при условии безубыточности естественной монополии. Безубыточность обеспечивается за счет передачи части излишка от потребителей производителю.

Построим теперь цены Рамсея, используя методы оптимизации. Предположим, что естественная монополия установила на выпускаемые ею продукты вектор цен  $P = (P_1, P_2, \mathbf{K}, P_n)$ . Тогда вектор спроса на продукты естественной монополии составит  $Q(P) = (Q_1(P), Q_2(P), \mathbf{K}, Q_n(P))$ . Издержки фирмы при объеме выпуска  $Q(P)$  будут равны  $C(Q(P))$ , а выручка от продажи этого вектора выпуска –  $\sum_{i=1}^n P_i Q_i(P)$ . Таким образом, прибыль естественной монополии составит величину  $\Pi(P) = \sum_{i=1}^n P_i Q_i(P) - C(Q(P))$ .

Значение функции общественного благосостояния при векторе цен  $P = (P_1, P_2, \mathbf{K} P_n)$  равно  $W(P) = \sum_{i=1}^n \int_{(0, Q(P))} P_i(q) dq_i - C(Q(P))$ . Поставим задачу – найти вектор цен  $P = (P_1, P_2, \mathbf{K} P_n)$ , максимизирующий функцию общественного благосостояния при ограничении на безубыточность естественной монополии:

$$\begin{cases} \max_P W(P), \\ \Pi(P) = 0, \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \max_P \sum_{i=1}^n \int_{(0, Q(P))} P_i(q) dq_i - C(Q(P)), \\ \Pi(P) = \sum_{i=1}^n P_i Q_i(P) - C(Q(P)) = 0. \end{cases} \quad (2.4.1)$$

Это задача на нахождение условного максимума. Для ее решения можно использовать хорошо известный в математике метод Лагранжа.

### **Второе наилучшее решение в случае взаимонезависимого спроса**

Рассмотрим сначала случай, когда спрос на каждый продукт естественной монополии зависит только от цены на этот продукт и не зависит от цен на другие производимые ею продукты, то есть функция спроса удовлетворяет условию  $Q(P_1, P_2, \mathbf{K} P_n) = (Q_1(P_1), Q_2(P_2), \mathbf{K}, Q_n(P_n))$ . Соответственно, для обратной функции спроса выполнено соотношение  $P(Q_1, Q_2, \mathbf{K} Q_n) = (P(Q_1), P_2(Q_2), \mathbf{K}, P_n(Q_n))$ . Этот случай хорошо освещен и в зарубежной, и в отечественной литературе [4, 9, 22]. Если спрос на каждый продукт естественной монополии зависит только от цены на этот продукт, то функцию общественного благосостояния можно представить в виде (2.3.1), и записать задачу (2.4.1) как

$$\begin{cases} \max_P \sum_{i=1}^n \int_0^{Q_i} P_i(q_i) dq_i - C(Q(P)), \\ \Pi(P) = \sum_{i=1}^n P_i Q_i(P_i) - C(Q(P)) = 0. \end{cases} \quad (2.4.2)$$

Для решения задачи (2.4.2) составим функцию Лагранжа

$$L(P, m) = \sum_{i=1}^n \int_0^{Q_i} P_i(q_i) dq_i - C(Q(P)) + m \left( \sum_{i=1}^n P_i Q_i(P_i) - C(Q(P)) \right), \quad (2.4.3)$$

где  $m > 0$  – константа. Найдем максимум функции Лагранжа (2.4.3), приравняв к нулю ее частные производные:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial P_j} &= P_j(Q_j) \cdot \frac{\partial Q_j}{\partial P_j} - MC_j(Q) \cdot \frac{\partial Q_j}{\partial P_j} + \\ &+ m \left( Q_j(P_j) + P_j \frac{\partial Q_j}{\partial P_j} - MC_j(Q) \cdot \frac{\partial Q_j}{\partial P_j} \right) = 0. \end{aligned} \quad (2.4.4)$$

Группируя слагаемые в (2.4.4), получим

$$(1 + m) \cdot \frac{\partial Q_j}{\partial P_j} (P_j(Q_j) - MC_j(Q)) = -m \cdot Q_j(P_j), \quad j = \overline{1, n},$$

откуда следует *правило обратной эластичности*, или *правило Рамсея* для независимого спроса:

$$\frac{P_j(Q_j) - MC_j(Q)}{P_j(Q_j)} = -k \cdot \frac{1}{E_{jj}}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (2.4.5)$$

Здесь  $E_{jj} = \frac{\partial Q_j}{\partial P_j} \cdot \frac{P_j}{Q_j}$  – эластичность спроса на  $j$ -й продукт по цене на этот

продукт. Постоянная  $k = \frac{m}{1+m} \in (0, 1)$  выбирается из условия безубыточности

фирмы:  $\Pi(P) = 0$ .

Согласно правилу Рамсея, цены на все продукты естественной монополии должны превышать предельные издержки, при этом

относительное отклонение цены от предельных издержек обратно пропорционально эластичности спроса. Поэтому для продуктов с неэластичным спросом относительное отклонение цены от предельных издержек больше, чем для продуктов, спрос на которые чувствителен к изменению цены. Из всех возможных комбинаций цен многопродуктовой естественной монополии цены Рамсея дают максимальный совокупный излишек, фирма не терпит убытков, а прибыль равна нулю.

Если  $m=0$ , то есть ограничение на безубыточность фирмы отсутствует, то константа  $k=0$  и, следовательно, согласно правилу (2.4.5) цены должны быть установлены на уровне предельных издержек:  $P_i(Q_i) = MC_i(Q)$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Это первое наилучшее решение, при котором достигается безусловный максимум функции общественного благосостояния. Для достижения безубыточности необходимо поднять цены до уровня, который в наименьшей степени сокращает производство по сравнению с первым наилучшим решением. Правило Рамсея (2.4.5) может быть записано в другом виде:

$$\frac{P_j(Q_j) - MC_j(Q)}{P_j(Q_j)} \cdot E_{jj} = \frac{P_i(Q_i) - MC_i(Q)}{P_i(Q_i)} \cdot E_{ii} = -k, \quad j = \overline{1, n}, \quad i = \overline{1, n}, \quad i \neq j,$$

то есть для любых двух товаров, произведенных естественной монополией, относительные отклонения цен от предельных издержек, с весовыми коэффициентами, равными эластичности спроса по цене, должны быть одинаковы.

Правило Рамсея можно рассматривать как теоретическое основание для установления цен в соответствии с ценностью услуги. За рубежом давно известна практика установления грузовых железнодорожных тарифов в соответствии с этим принципом ценообразования. Тарифы на перевозку гравия, песка, картофеля, апельсинов относительно ниже, чем тарифы на

перевозку спиртных напитков, электронного оборудования или легковых автомобилей.

### **Пример расчета цен Рамсея для взаимонезависимого спроса.**

Пусть естественная монополия производит два продукта ( $X$  и  $Y$ ). Например, ТЭЦ производит электроэнергию и тепло. Железная дорога перевозит пассажиров и грузы. Такое предприятие использует значительную часть своего оборудования одновременно в производстве двух видов продуктов (услуг).

Предположим, что естественная монополия имеет следующую функцию издержек:

$$C(Q_x, Q_y) = 150 + 10 \cdot Q_x + 10 \cdot Q_y.$$

Функции спроса на  $X$  и  $Y$  представлены следующими уравнениями:

$$Q_x(P_x) = 50 - P_x,$$

$$Q_y(P_y) = 60 - 2P_y.$$

Для упрощения предположим, что предельные издержки на производство  $X$  и  $Y$  равны между собой ( $MC(Q_x) = MC(Q_y) = 10$ ), а сами товары  $X$  и  $Y$  являются независимыми в потреблении (спрос на  $X$  не зависит от цены  $Y$ , спрос на  $Y$  не связан с ценой  $X$ ).

При применении принципа ценообразования по предельным издержкам цены на  $X$  и  $Y$  будут равны 10 ден. ед., объем спроса составит 40 ед. ( $Q_x(10) = Q_y(10) = 40$ ). Выручка от реализации продуктов покрывает только переменные издержки, убытки предприятия равны величине постоянных издержек (150 ден. ед.).

Что произойдет, если цены на  $X$  и  $Y$  будут увеличены в равной пропорции, так, чтобы предприятие не имело ни прибыли, ни убытков?

Общие затраты должны быть равны общей выручке ( $C(Q_x, Q_y) = R(Q_x, Q_y)$ ), и, кроме того, цены должны быть равны между собой  $P_x = P_y$ :

$$150 + 10 \cdot Q_x + 10 \cdot Q_y = P_x \cdot Q_x + P_x \cdot Q_y, \text{ или}$$

$$150 + 10 \cdot (50 - P_x) + 10 \cdot (60 - 2P_x) = P_x \cdot (50 - P_x) + P_x \cdot (60 - 2P_x)$$

Решив это уравнение, получим, что  $P_x = P_y = 12$  ден. ед., объем спроса на  $X$  составит 38 ед., на  $Y$  – 36 ед.

Чистые потери общества в случае пропорционального увеличения цен составят: для товара  $X$  - площадь треугольника  $ABC$  (4 ден.ед.), для товара  $Y$  - площадь треугольника  $ADE$  (2 ден.ед.); в абсолютном выражении они будут равны 6 ден. ед. (рис. 2.4.1)

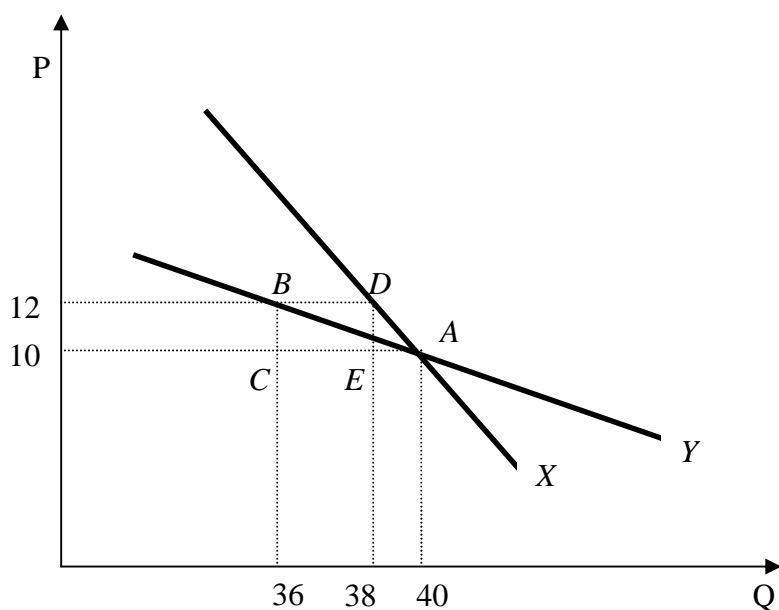


Рис. 2.4.1 Пропорциональное увеличение цен и чистые потери общества

Возможно ли уменьшить потери в эффективности, но получить выручку, достаточную, чтобы покрыть постоянные издержки? Заметим, что одно и то же увеличение цены, если оно касается продукта  $Y$ , приносит меньше для покрытия постоянных затрат и стоит больше в терминах ущерба для эффективности, чем если оно касается продукта  $X$ . Это связано с тем, что

спрос на продукт  $X$  менее эластичен, чем на продукт  $Y$ , поэтому разумнее увеличить цену на продукт  $X$  в большей степени, чем на продукт  $Y$ .

Условие минимума чистых общественных потерь (правило Рамсея) гласит, что увеличение цен должно быть обратно пропорционально эластичностям спроса на товары:

$$\frac{P_x - MC_x}{P_x} = -k \cdot \frac{1}{E_{xx}}, \quad \frac{P_y - MC_y}{P_y} = -k \cdot \frac{1}{E_{yy}}, \quad (2.4.6)$$

где  $P_x, P_y$  – цены товаров  $X$  и  $Y$ ;  $MC_x, MC_y$  – предельные издержки на производство  $X$  и  $Y$ ;  $E_{xx}, E_{yy}$  – эластичности спроса на товары  $X$  и  $Y$  по их ценам;  $k$  – константа, обеспечивающая нулевую прибыль. Очевидно, что из (2.4.6) следует

$$\frac{P_x - MC_x}{P_x} \cdot E_{xx} = \frac{P_y - MC_y}{P_y} \cdot E_{yy}, \text{ или}$$

$$\frac{(P_x - MC_x) \cdot Q'_x(P_x)}{Q_x(P_x)} = \frac{(P_y - MC_y) \cdot Q'_y(P_y)}{Q_y(P_y)} \quad (2.4.7)$$

Заметим, что изменение спроса при переходе от цен Рамсея к ценам на уровне предельных издержкам можно вычислить по формулам

$$\Delta Q_x = Q(MC_x) - Q(P_x) \approx Q'_x(P_x) \cdot (MC_x - P_x), \quad (2.4.8)$$

$$\Delta Q_y = Q(MC_y) - Q(P_y) \approx Q'_y(P_y) \cdot (MC_y - P_y). \quad (2.4.9)$$

Формулы (2.4.8) и (2.4.9) являются, вообще говоря, приближенными, но для линейных функций спроса они точные (так как дифференциал линейной функции равен ее приращению). Подставив выражения (2.4.8) и (2.4.9) в формулу (2.4.7), получим

$$\frac{\Delta Q_x}{Q_x(P_x)} = \frac{\Delta Q_y}{Q_y(P_y)} \quad (2.4.10)$$

Получили одно из следствий правила Рамсея: выпуск всех товаров по сравнению с объемами производства, при которых цена каждого товара



равна предельным издержкам на его производство, должен быть сокращен в одной и той же пропорции. Поскольку в нашем примере объемы производства при ценообразовании по предельным издержкам были одинаковыми (40 ед.), равнопропорциональное их снижение приведет к тому, что и при использовании цен Рамсея  $Q_x = Q_y$ . В совокупности с условием безубыточности работы предприятия (равенства выручки и издержек) это позволяет найти новые объемы выпуска и цены Рамсея из системы уравнений:

$$\begin{cases} Q_x = Q_y, \\ 150 + 10 \cdot Q_x + 10 \cdot Q_y = Q_x(50 - Q_x) + Q_y \cdot (30 - 0.5Q_y) \end{cases}$$

Решением уравнения являются объемы выпуска  $Q_x = Q_y = 37.3$  ед. Этим объемам выпуска соответствуют цены  $P_x = 12.7$  ден. ед.,  $P_y = 11.3$  ден. ед. Эластичности спроса по цене для товаров X и Y будут равны -0.34 и -0.61 соответственно.

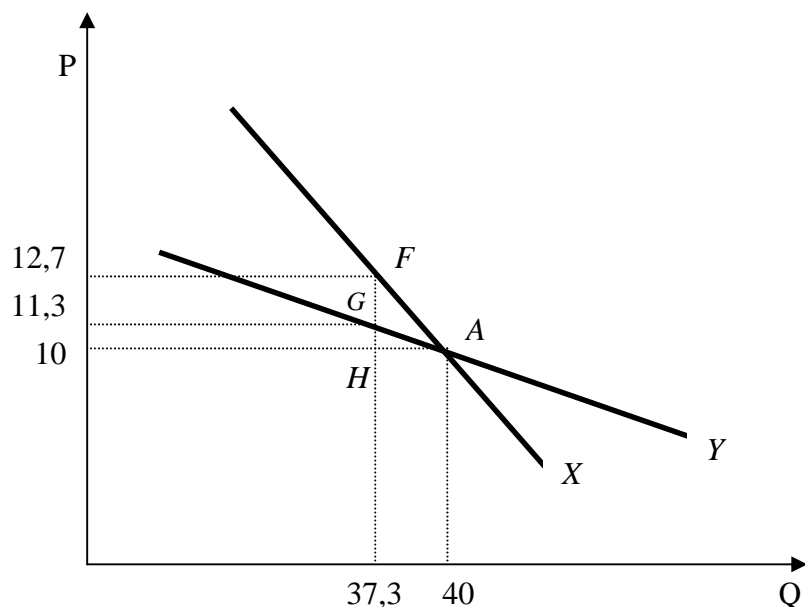


Рис. 2.4.2 Цены Рамсея и чистые потери общества

На рис. 2.4.2 показаны чистые потери общества при применении цен Рамсея. Они составят площадь треугольника  $AFH$  для продукта X (3.6 ден.ед.) и

площадь треугольника  $AGH$  для продукта  $Y$  (1.8 ден.ед.). В абсолютном выражении сумма чистых потерь общества будет равна 5.4 ден. ед., что меньше, чем при пропорциональном увеличении цен (6 ден. ед.).

### Как рассчитать цены Рамсея на практике

Рассмотрим вопрос о практическом применении правила ценообразования Рамсея. Для нахождения цен Рамсея необходимо решить систему из  $n+1$  уравнения с  $n+1$  неизвестными  $P_1, P_2, \dots, P_n, k$ :

$$\begin{cases} \frac{P_j - MC_j(Q(P_1, \mathbf{K} P_n))}{P_j} = -k \cdot \frac{1}{E_{jj}(P_j)}, j = \overline{1, n} \\ \sum_{i=1}^n P_i Q_i(P_i) - C(Q(P_1, \mathbf{K} P_n)) = 0. \end{cases} \quad (2.4.11)$$

Последнее уравнение в системе (2.4.11) является условием нулевой прибыли. Решение системы (2.4.11) можно осуществить численными методами решения систем нелинейных уравнений. Если спрос на все продукты имеет постоянную эластичность по цене и предельные издержки производства всех продуктов постоянны, то систему (2.4.11) можно решить проще.

Предположим, что функции спроса на продукты естественной монополии задаются формулами:

$$Q_j(P_j) = a_j \cdot P_j^{e_j}, e_j < 0, j = \overline{1, n}. \quad (2.4.12)$$

Функции спроса (2.4.12) имеют эластичность спроса по цене  $E_{jj} = e_j$ , не зависящую от объема потребления.

Предположим, что функция издержек естественной монополии имеет вид:  $C(Q) = \sum_{j=1}^n c_j Q_j + F$ , где  $c_j$  – предельные издержки на производство  $j$ -го продукта, не зависящие от объема выпуска, а  $F$  – постоянные издержки.

В этом случае первое уравнение в системе (2.4.11) можно записать в виде:

$$P_j = \frac{c_j \cdot e_j}{k + e_j}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (2.4.13)$$

Прибыль фирмы равна  $\Pi(Q) = \sum_{j=1}^n P_j Q_j - C(Q) = \sum_{j=1}^n (P_j - c_j) Q_j - F$ .

Используя формулы (2.4.12), (2.4.13) и условие нулевой прибыли, получим уравнение

$$-k \cdot \sum_{j=1}^n a_j \left( \frac{c_j e_j}{k + e_j} \right)^{e_j} \cdot \frac{c_j}{k + e_j} = F. \quad (2.4.14)$$

Константа  $k \in (0, 1)$ , удовлетворяющая уравнению (2.4.14), обеспечивает безубыточность фирмы. Уравнение (2.4.14) может быть решено относительно  $k$  численными методами решения уравнений с одной переменной. Найденное значение  $k$  подставляется в формулу (2.4.13). Полученные цены будут являться ценами Рамсея, или вторым наилучшим решением для случая спроса с постоянной ценовой эластичностью.

### **Второе наилучшее решение в случае взаимозависимого спроса**

Рассмотрим теперь случай взаимозависимого спроса, когда спрос на некоторый продукт может зависеть не только от цены на этот продукт, но и от цен на другие продукты естественной монополии:  $Q_i(P) \neq Q_i(P_i)$  для некоторых  $i$ . Этот случай малоизвестен российскому читателю, так как он не достаточно освещен в отечественной литературе. Среди зарубежных работ, в которых исследовался случай взаимозависимого спроса, можно отметить монографию [22].

В случае взаимозависимого спроса задача на нахождение максимума функции общественного благосостояния при ограничении на безубыточность естественной монополии имеет вид

$$\begin{cases} \max_P \sum_{i=1}^n \int_{(0, Q(P))} P_i(q) dq_i - C(Q(P)), \\ \Pi(P) = \sum_{i=1}^n P_i Q_i(P) - C(Q(P)) = 0. \end{cases} \quad (2.4.10)$$

Рассмотрим функцию Лагранжа для задачи (2.4.10):

$$L(P, m) = \sum_{i=1}^n \int_{(0, Q(P))} P_i(q) dq_i - C(Q(P)) + m \left( \sum_{i=1}^n P_i Q_i(P) - C(Q(P)) \right).$$

Приравняем к нулю частные производные этой функции:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial P_j} = \sum_{i=1}^n P_i(Q) \cdot \frac{\partial Q_i}{\partial P_j} - (1+m) \sum_{i=1}^n MC_i(Q) \cdot \frac{\partial Q_i}{\partial P_j} + \\ + m \left( Q_j(P) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial Q_i}{\partial P_j} \cdot P_i \right) = 0, \quad j = \overline{1, n} \end{aligned} \quad (2.4.11)$$

Группировка слагаемых в (2.4.11) дает

$$(1+m) \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\partial Q_i}{\partial P_j} (P_i(Q) - MC_i(Q)) = -m \cdot Q_j(P), \quad j = \overline{1, n},$$

откуда следует

$$\sum_{i=1}^n \frac{P_i(Q) - MC_i(Q)}{Q_j(P)} \cdot \frac{\partial Q_i}{\partial P_j} = -\frac{m}{1+m}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (2.4.12)$$

Пусть  $R_i = P_i Q_i$  – доход от реализации  $i$ -го продукта. Тогда (2.4.12) можно переписать в виде

$$\sum_{i=1}^n \frac{P_i(Q) - MC_i(Q)}{P_i(Q)} \cdot \frac{R_i}{R_j} \cdot E_{ij} = -k, \quad j = \overline{1, n}. \quad (2.4.13)$$

Здесь  $E_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial P_j} \cdot \frac{P_j}{Q_i}$  – перекрестная эластичность спроса на  $i$ -й продукт по

цене на  $j$ -й продукт, показывающая процентное изменение спроса на  $i$ -й продукт при изменении цены на  $j$ -й продукт на 1%. Постоянная

$k = \frac{m}{1+m} \in (0, 1)$  выбирается из условия нулевой прибыли фирмы:  $\Pi(P) = 0$ .

Правило (2.4.13) является обобщением правила Рамсея на случай взаимозависимого спроса. Действительно, если все перекрестные эластичности равны 0 ( $E_{ij} = 0$  для всех  $i \neq j$ ), то есть спрос на любой продукт естественной монополии не зависит от цены на другие ее продукты, то правило ценообразования (2.4.13) превращается в обычное правило Рамсея (2.4.5).

Заметим, что если функция спроса удовлетворяет соотношению  $\frac{\partial Q_i}{\partial P_j} = \frac{\partial Q_j}{\partial P_i}$  для всех  $i$  и  $j$ , то уравнения (2.4.12) можно переписать в виде

$$\sum_{i=1}^n \left( \frac{P_i(Q) - MC_i(Q)}{P_i(Q)} \right) \cdot E_{ij} = -k, \quad j = \overline{1, n}. \quad (2.4.14)$$

### **Экономико-математический анализ второго наилучшего решения для двухпродуктовой естественной монополии**

Рассмотрим частный случай двухпродуктовой естественной монополии. Соотношения (2.4.13) дают в этом случае систему двух уравнений, линейных относительно величин  $\frac{P_1 - MC_1}{P_1}$  и  $\frac{P_2 - MC_2}{P_2}$ :

$$\begin{cases} E_{11} \cdot \frac{P_1 - MC_1}{P_1} + \frac{R_2}{R_1} E_{21} \cdot \frac{P_2 - MC_2}{P_2} = -k \\ \frac{R_1}{R_2} E_{12} \cdot \frac{P_1 - MC_1}{P_1} + E_{22} \cdot \frac{P_2 - MC_2}{P_2} = -k. \end{cases} \quad (2.4.15)$$

Определитель системы (2.4.15) равен  $\Delta = E_{11}E_{22} - E_{12}E_{21}$ . Если  $|E_{ii}| > |E_{ji}|$  для всех  $i \neq j$ , то есть собственная эластичность превышает перекрестную, как это обычно и бывает, то  $\Delta > 0$ . Используя метод Крамера решения систем линейных уравнений, получим

$$\begin{cases} \frac{P_1 - MC_1}{P_1} = -\frac{k}{\Delta} \left( E_{22} - \frac{R_2}{R_1} E_{21} \right), \\ \frac{P_2 - MC_2}{P_2} = -\frac{k}{\Delta} \left( E_{11} - \frac{R_1}{R_2} E_{12} \right). \end{cases}$$

Таким образом, оптимальный вектор цен для двухпродуктовой естественной монополии задается правилом

$$\frac{P_j - MC_j}{P_j} = -\frac{k}{\Delta} \left( E_{ii} - \frac{R_i}{R_j} E_{ij} \right), \quad j=1,2; \quad i \neq j. \quad (2.4.16)$$

Соотношения (2.4.16) определяют цены, которые должны быть установлены на продукты естественной монополии для достижения второго наилучшего решения. Проанализируем формулы (2.4.16) и посмотрим, как влияют перекрестные эластичности  $E_{12}$  и  $E_{21}$  на цены  $P_1$  и  $P_2$ .

Если перекрестные эластичности равны нулю ( $E_{12} = 0$  и  $E_{21} = 0$ ), то есть спрос на каждый продукт естественной монополии не зависит от цены на другой ее продукт, то уравнение (2.4.16) превращается в обычное правило обратной эластичности (2.4.5).

Если перекрестные эластичности положительны ( $E_{12} > 0$  и  $E_{21} > 0$ ), то есть товары взаимозаменяемые, то  $P_j > MC_j$ ,  $j=1,2$ . Поэтому цены на оба взаимозаменяемых товары должны быть установлены выше предельных издержек.

Если перекрестные эластичности отрицательны ( $E_{12} < 0$  и  $E_{21} < 0$ ), то есть товары взаимодополняющие, то для одного из двух продуктов цена может оказаться ниже предельных издержек  $P_j < MC_j$ , и его производство будет субсидироваться за счет другого продукта, цена на который будет значительно выше предельных издержек. Например, если

$$E_{11} - \frac{R_1}{R_2} E_{12} > 0, \quad (2.4.17)$$

то цена на второй продукт должна быть установлена ниже предельных издержек. Из неравенства (2.4.17), с учетом того, что  $E_{11} < 0$ ,  $E_{12} < 0$ , следует неравенство

$$\frac{R_2}{R_1} < \frac{E_{12}}{E_{11}}. \quad (2.4.18)$$

Проведя, элементарные преобразования неравенства (2.4.18), получим

$$E_{22} - \frac{R_2}{R_1} E_{21} < E_{22} - \frac{E_{12}}{E_{11}} E_{21} = \frac{\Delta}{E_{11}} < 0.$$

Тогда в соответствии с правилом (2.4.16), цена на первый продукт должна быть установлена выше предельных издержек. Таким образом, убытки, возникающие при продаже второго продукта по цене, меньшей, чем предельные издержки, покрываются за счет первого продукта.

Рассмотрим, в каких случаях возможно выполнение неравенства (2.4.17), то есть в каких случаях второе наилучшее решение приводит к перекрестному субсидированию. Неравенство (2.4.17) равносильно неравенству

$$\frac{R_1}{R_2} > \frac{E_{11}}{E_{12}}. \quad (2.4.19)$$

Таким образом, если отношение дохода от реализации 1-го продукта к доходу от реализации 2-го продукта превосходит отношение собственной эластичности 1-го продукта к перекрестной эластичности, то цена на 2-й продукт должна быть установлена ниже предельных издержек, а его производство должно субсидироваться за счет 1-го продукта. Неравенство (2.4.19) может выполняться в следующих случаях.

- 1) Доход от реализации 1-го продукта  $R_1$  значительно выше, чем доход от реализации 2-го продукта  $R_2$  для любой комбинации цен  $(P_1, P_2)$ .
- 2) Первый продукт имеет низкую эластичность спроса  $E_{11}$ .

3) Имеется сильная перекрестная эластичность спроса на первый продукт по цене на второй продукт (значение  $E_{12}$  велико по абсолютной величине). В этом случае подъем цены на второй продукт приведет к значительному падению спроса на первый продукт.

Таким образом, анализ соотношений (2.4.16), (2.4.17) показывает, что для достижения наибольшего значения функции общественного благосостояния в некоторых случаях необходимо перекрестное субсидирование.

### **Устойчивость цен Рамсея**

Рассмотрим вопрос о том, в каких случаях цены Рамсея обеспечивают устойчивость естественной монополии, то есть ограждают ее от конкурентов. Эта проблема была исследована Баумолем и Виллингом [19]. Они показали, что цены Рамсея устойчивы, если одновременно выполняются следующие два условия.

- 1) Любой продукт естественной монополии имеет неотрицательную перекрестную эластичность спроса по цене на другие ее продукты ( $E_{ij} \geq 0$  для всех  $i \neq j$ ). Это возможно в двух случаях:
  - a) спрос на все продукты естественной монополии не зависит от цен на другие ее продукты;
  - b) все продукты естественной монополии являются взаимозаменяемыми.
- 2) Функция издержек  $C(Q)$  проявляет одновременно и экономию от масштаба, и экономию от совместного производства. Экономия от масштаба означает, что функция издержек фирмы удовлетворяет неравенству  $C(IQ) < IC(Q)$  для любого вектора выпуска  $Q$  и любого числа  $I > 1$ . Экономия от совместного производства подразумевает, что



функция издержек субаддитивна, то есть для любых векторов выпуска  $Q^1, Q^2, \mathbf{K}, Q^m$  выполнено неравенство

$$C(Q^1 + Q^2 + \mathbf{K} + Q^m) < C(Q^1) + C(Q^2) + \mathbf{K} + C(Q^m).$$

Таким образом, издержки на производство любой комбинации объемов выпуска при совместном производстве будут меньше, чем при раздельном.

Например, второму условию будет удовлетворять двухпродуктовая естественная монополия с функцией издержек  $C(Q_1, Q_2) = F + c_1 Q_1 + c_2 Q_2$ . Здесь  $F$  – постоянные издержки, а  $c_1$  и  $c_2$  – предельные издержки. Эту функцию можно записать в векторном виде  $C(Q) = F + c^T Q$ , где  $c^T = (c_1, c_2)$ ,  $Q = (Q_1, Q_2)^T$ . Тогда для любого числа  $I > 1$ .

$$C(IQ) = F + I c^T Q < I F + I c^T Q = I C(Q).$$

Значит, имеет место экономия от масштаба производства. Очевидно, что имеет место также и экономия от совместного производства, так как

$$C(Q^1 + Q^2 + \mathbf{K} + Q^m) = F + c^T (Q^1 + Q^2 + \mathbf{K} + Q^m);$$

$$C(Q_1) + C(Q_2) + \mathbf{K} + C(Q_m) = (F + c^T Q^1) + \mathbf{K} + (F + c^T Q^m).$$

Устойчивость цен Рамсея для двухпродуктовой естественной монополии с функцией издержек  $C(Q_1, Q_2) = F + c_1 Q_1 + c_2 Q_2$  проиллюстрирована на рис. 2.4.1. Линия нулевой прибыли задается уравнением  $(p_1 - c_1)Q_1(p_1) + (p_2 - c_2)Q_2(p_2) = F$  и представлена на рис. 2.4.1 сплошной линией.

Предположим, что естественная монополия установила цену на первый продукт на уровне предельных издержек  $p_1 = c_1$ . Тогда цена на второй продукт, обеспечивающая нулевую прибыль, находится из условия  $(p_2 - c_2)Q_2(p_2) = F$ . Обозначим корень этого уравнения  $p_2 = d_2$ . Вектору цен  $(c_1, d_2)$  соответствует точка  $D$  на рис. 2.4.1. Аналогично, если цена на второй

продукт установлена на уровне предельных издержек  $p_2 = c_2$ , то для обеспечения безубыточности цена на первый продукт должна удовлетворять уравнению  $(p_1 - c_1)Q_1(p_1) = F$ . Обозначим эту цену через  $d_1$ . Вектору цен  $(d_1, c_2)$  соответствует точка  $E$  на рис.2.4.1.

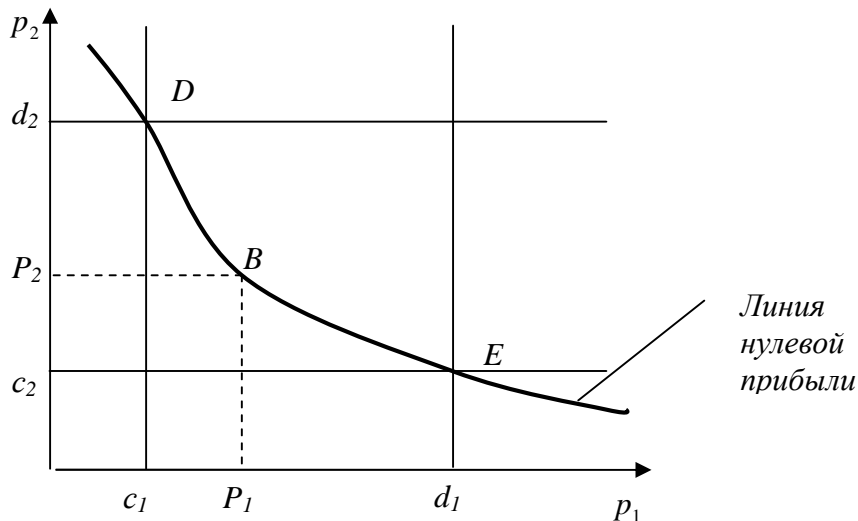


Рис. 2.4.1 Устойчивость цен Рамсея для двухпродуктовой естественной монополии

Любой вектор цен, лежащий на участке линии нулевой прибыли между точками  $D$  и  $E$ , обеспечивает устойчивость и безубыточность естественной монополии. Вектор цен, лежащий на линии нулевой прибыли правее точки  $E$ , является неустойчивым, так как цена на первый продукт будет больше величины  $d_1$ , и, следовательно, эта цена обеспечивает положительную прибыль при отдельном производстве первого продукта, что может привлечь на рынок конкурента. Аналогично, вектор цен, лежащий на линии нулевой прибыли выше точки  $D$ , является неустойчивым, так как цена на второй продукт обеспечивает положительную прибыль при его отдельном производстве.

Пусть  $(P_1, P_2)$  – цены Рамсея. Если все продукты, производимые естественной монополией являются взаимозаменяемыми или независимыми, то как показано ранее, цены Рамсея превышают предельные издержки:

$P_1 > c_1$ ,  $P_2 > c_2$ , следовательно, точка  $B(P_1, P_2)$ , принадлежит участку  $DE$  линии нулевой прибыли, и цены Рамсея обеспечивают устойчивость естественной монополии.

Если среди продуктов естественной монополии есть взаимодополняющие, то, как было показано выше, цена на один из продуктов может оказаться ниже предельных издержек, следовательно, точка  $B(P_1, P_2)$  может оказаться правее точки  $E$  ( $P_2 < c_2$ ) или выше точки  $D$  ( $P_1 < c_1$ ). В этом случае общественно оптимальный вектор цен, обеспечивающий максимум функции общественного благосостояния, будет неустойчивым. Например, если цена на первый продукт будет установлена ниже предельных издержек, то цена на второй продукт должна быть достаточно высокой, чтобы покрыть общие издержки. Высокая цена на второй продукт может привлечь конкурентов. Естественно, что они будут производить только второй продукт и смогут установить цену на него ниже, чем естественная монополия. В этом случае для сохранения оптимальной структуры производства государство должно установить законодательные ограничения для входа на рынок.

Таким образом, цены Рамсея позволяют достигнуть наибольшего значения совокупного излишка при условии безубыточности естественной монополии и во многих случаях обеспечивают ее устойчивость. Однако существует целый ряд проблем, связанных с практическим применением цен Рамсея. Во-первых, их внедрение связано с высокими информационными требованиями – знанием спроса и функции издержек. Эта проблема существенно сузила рамки практического применения цен Рамсея. Во-вторых, функция общественного благосостояния, как интегрированная характеристика, не отражает интересы отдельных групп потребителей. Хотя цены Рамсея обеспечивают максимальный совокупный потребительский излишек, распределение этого излишка между потребителями никак не

регулируется и во внимание не принимается. Поэтому положение некоторых потребителей при втором наилучшем решении может значительно ухудшиться по сравнению с первым наилучшим решением. Встает вопрос: какие группы потребителей выигрывают, а какие дискриминируются? Цены повышаются в большей степени на том рынке, где эластичность спроса ниже. Как правило, низкая эластичность спроса наблюдается у тех групп потребителей, у которых нет выбора в потреблении, а потребление услуги жизненно важно и отказаться от нее нельзя. В большинстве случаев – это низкооплачиваемые слои населения. Получается, что применение цен Рамсея (во многих ситуациях) изначально подразумевает относительно более высокие цены для бедных слоев по сравнению с ценами для людей состоятельных.

Другой способ обеспечения самокупаемости естественной монополии, позволяющий лучше учесть интересы различных групп потребителей и получить большее значение функции общественного благосостояния, – *нелинейные многоставочные тарифы*, которые рассматриваются в третьей главе.

## **Выводы главы 2**

1. Функция общественного благосостояния достигает максимума, если цены на все продукты, производимые естественной монополией, установлены на уровне предельных издержек. Ценообразование по принципу равенства цен предельным издержкам называют первым наилучшим решением. Первое наилучшее решение является необходимым условием Парето-эффективности производства и потребления продукции. Однако, так как в ситуации естественной монополии предельные издержки ниже средних издержек во всем диапазоне действия положительного эффекта масштаба, то общественно оптимальная цена, равная предельным издержкам окажется ниже средних издержек фирмы, что означает прямые убытки для

фирмы. Поэтому первое наилучшее решение для естественной монополии невозможно без государственного субсидирования.

2. Цены Рамсея, максимизирующие функцию общественного благосостояния при условии безубыточности естественной монополии, называются вторым наилучшим решением. В случае, когда спрос на отдельные продукты, производимые естественной монополией, не зависит от цен на другие ее продукты, правило ценообразования Рамсея предписывает установить относительное отклонение цены на каждый продукт от предельных издержек на его производство тем выше, чем ниже эластичность спроса на этот продукт. Поэтому для продуктов с неэластичным спросом относительное отклонение цены от предельных издержек должно быть больше, чем для продуктов, спрос на которые чувствителен к изменению цены.
3. В случае, когда среди продуктов, производимых естественной монополией, имеются только взаимозаменяемые продукты или продукты с независимым спросом, второе наилучшее решение предписывает установить цены на эти продукты выше предельных издержек.
4. Если естественная монополия производит взаимодополняющие продукты (продукты с отрицательной перекрестной эластичностью спроса), то для достижения цели максимизации общественного благосостояния при ограничении на безубыточность естественной монополии в некоторых случаях необходимо установить цены на отдельные продукты ниже предельных издержек и субсидировать производство этих продуктов за счет других продуктов естественной монополии. Это может произойти, например, если спрос на один из взаимодополняющих продуктов значительно превышает спрос на другой продукт при любой цене. В этом случае производство продукта с меньшим спросом должно субсидироваться за счет производства продукта с большим спросом.

5. Если функция издержек естественной монополии проявляет одновременно и экономию от масштаба, и экономию от совместного производства, и при этом спрос на все продукты естественной монополии не зависит от цен на другие ее продукты, или все продукты естественной монополии являются взаимозаменяемыми, то цены Рамсея обеспечивают устойчивость естественной монополии и являются естественным барьером для конкурентов.
6. Если среди продуктов естественной монополии есть взаимодополняющие, и второе наилучшее решение приводит к перекрестным субсидиям, то общественно оптимальный вектор цен, обеспечивающий максимум функции общественного благосостояния, может оказаться неустойчивым. В этом случае для сохранения оптимальной структуры производства, регулирующие органы должны создать искусственные (законодательные) барьеры для конкурентов.
7. Применение ценообразования Рамсея на практике осложняется высокими информационными требованиями к их расчету. Для того чтобы был получен действительный выигрыш в общественном благосостоянии, необходимо тщательное исследование спроса и издержек.

### 3. Оптимизационные модели многоставочных тарифов на услуги естественных монополий

#### 3.1 Понятие многоставочного тарифа

При одноставочном тарифе расходы потребителя представляют собой линейную функцию от объема потребления  $R(Q) = P \cdot Q$ , поэтому одноставочные тарифы называют также *линейными тарифами*. Общие затраты покупателя при линейных тарифах пропорциональны количеству купленной продукции. Цены Рамсея являются линейными ценами, максимизирующими функцию общественного благосостояния при условии безубыточности естественной монополии.

*Многоставочные тарифы* включают в себя плату за подключение к сети (или плату за право пользования услугой) и последовательность ставок, зависящих от объема потребления. Приведем формулу для многоставочного тарифа, включающего  $n$  ставок:

$$P(Q) = \begin{cases} e, & Q = 0; \\ P_1, & Q \in (0, Q_1]; \\ P_2, & Q \in (Q_1, Q_2]; \\ \mathbf{M} \\ P_k, & Q \in (Q_{k-1}, Q_k]; \\ \mathbf{M} \\ P_n, & Q > Q_{n-1}. \end{cases}$$

Здесь  $e$  – плата за подключение к сети, которая должна быть осуществлена независимо от того, каков будет в дальнейшем объем потребления;  $P_1, P_2, \mathbf{K}, P_n$  – последовательность ставок, зависящих от объема потребления. Если, например, покупатель приобретает  $Q$  единиц товара, где  $Q$  лежит в диапазоне от  $Q_1$  до  $Q_2$ , то он заплатит плату за подключение  $e$ , сумму в размере  $Q_1 \cdot P_1$  за первые  $Q_1$  единиц товара и сумму в размере  $(Q - Q_1) \cdot P_2$  за оставшиеся  $Q - Q_1$  единиц товара. Таким образом, общие расходы

покупателя составят  $R(Q) = e + Q_1 \cdot P_1 + (Q - Q_1) \cdot P_2$ . Общие расходы покупателя при многоставочных тарифах не пропорциональны количеству купленной продукции, поэтому многоставочные тарифы также называют *нелинейными*.

Привлекательность многоставочных тарифов состоит в том, что они при правильном построении позволяют достичь большего значения функции общественного благосостояния, чем одноставочные тарифы. Чем большее число ставок включает тариф, тем большее значение функции общественного благосостояния может быть достигнуто. Увеличивая число ставок, можно построить оптимальный нелинейный тариф с непрерывной (гладкой) предельной ценой  $P(Q)$  [21]. В этом случае на каждую единицу товара устанавливается своя цена. Метод построения таких тарифов рассматривается в разделе 3.3.

Оптимизационные модели многоставочных тарифов являются мощным средством для решения широкого спектра задач. В зависимости от ситуации регулирующие органы могут выбирать тот или иной критерий оптимизации многоставочного тарифа. Например, максимум излишка потребителей при условии безубыточности фирмы, или максимум прибыли фирмы при условии Парето-улучшения состояний всех участников рынка, или максимум совокупного излишка при условии безубыточности фирмы и при условии Парето-улучшения состояний всех групп потребителей и т.д.

### **3.2 Оптимизационная модель двухставочного тарифа**

Наиболее простым нелинейным тарифом является двухставочный тариф, включающий в себя плату за подключение  $e$  и ставку (предельную цену)  $P$  за каждую единицу приобретенного продукта. Впервые двухставочный тариф был предложен в 1946 году Коузом. Предельная цена  $P$  в тарифе Коуза равна предельным издержкам, а плата за подключение устанавливается на уровне, достаточном для покрытия постоянных издержек



и определяется делением величины постоянных издержек  $F$  на общее число потребителей  $N$  [8, 21, 27]:

$$P(Q) = \begin{cases} \frac{F}{N}, Q = 0; \\ MC, Q > 0. \end{cases}$$

Идея такого тарифа проста: гарантировать потребление продукции естественной монополии в эффективном объёме. Плата за подключение к сети, внесенная один раз, не влияет на решение потребителей об объеме покупки в дальнейшем, и покупатели приобретут то же количество продукта, что и при линейной цене, равной предельным издержкам.

Может показаться, что двухставочный тариф Коуза дает простое решение проблемы максимизации общественного благосостояния при условии безубыточности естественной монополии. Действительно, если все потребители при таком тарифе получают неотрицательный излишек, то тариф Коуза будет оптимальным тарифом, обеспечивающим безубыточность фирмы. При нем достигается тот же уровень совокупного излишка, что и при ценообразовании по принципу равенства цен предельным издержкам. Эффект входной платы состоит только в передаче величины излишка, равного постоянным издержкам  $F$  от потребителей к фирме. Двухставочный тариф Коуза будет близок к эффективному в случаях, когда рынок участия неэластичен по плате за подключение к сети. Принято считать, что рынки электро-, водо-, газоснабжения являются такими рынками<sup>2</sup>. Если же плата за подключение к сети заставит кого-то из потребителей покинуть рынок, то двухставочный тариф Коуза перестает быть оптимальным. Этот случай характерен для рынков телекоммуникаций. В этом случае, возможно, лучше установить цену  $P > MC$  и взимать меньшую плату за подключение, чем потерять часть потребителей.

---

<sup>2</sup> Однако, при широком распространении бедности и неплатежеспособности части населения может оказаться, что бытовые сегменты этих рынков эластичны по входной плате.

Вопрос об оптимальном двухставочном тарифе в этом случае должен решаться как задача об определении оптимальной цены на двух рынках: рынке участия и рынке потребления с учётом отрицательной перекрестной эластичности между этими двумя рынками. Действительно, рост предельной цены  $P$  не только сокращает общее потребление, но и подталкивает некоторых покупателей отказаться от потребления услуги, что сокращает число участников рынка. Рост входной платы  $e$  заставит некоторых потенциальных потребителей отказаться от выхода на рынок, что приведет к сокращению общего потребления.

Если участие не эластично по цене, что характерно, например, для рынка коммунальных услуг, то оптимальный двухставочный тариф имеет высокую входную плату  $e$  и низкую предельную цену  $P$ , близкую к предельным издержкам. Если участие имеет высокую эластичность по цене, то входная плата  $e$  относительно низка, чтобы увеличить число участников рынка, а предельная цена  $P$  довольно высока, чтобы покрыть общие издержки.

### **Функция общественного благосостояния и критерий оптимизации**

Предположим, что спрос потребителей на продукт естественной монополии зависит не только от цены на данный продукт, но и от параметра  $q$ , позволяющего различать потребителей по их приверженности к данному продукту. На практике таким параметром может быть доход потребителей. Поэтому в дальнейшем параметр  $q$  будем называть доходом. Обозначим через  $Q = Q(p, q)$  функцию спроса потребителей с доходом  $q$ . Причем, функция спроса удовлетворяет условию сильной монотонности по  $q$ : если  $q_1 > q_2$ , то  $Q(p, q_1) > Q(p, q_2)$  для любой цены  $p$ . Условие сильной монотонности означает, что потребитель с большим значением параметра  $q$  купит большее количество продукта при любой цене  $p$ .

Например, если  $Q$  – объем электроэнергии, потребляемой домохозяйством,  $q$  – семейный доход, то функции спроса трех групп потребителей с доходами  $q_1 < q_2 < q_3$  могут выглядеть так, как изображено на рис. 3.2.1.

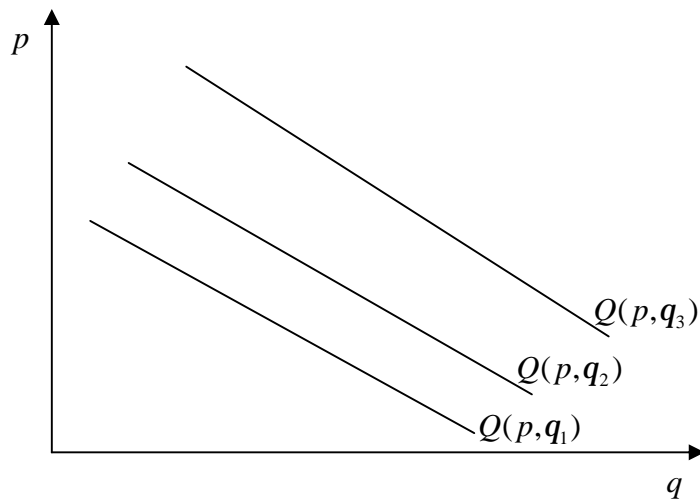


Рис. 3.2.1 Функции спроса трех групп потребителей с доходами  $q_1 < q_2 < q_3$

Доход будем рассматривать как случайную величину с известной функцией распределения  $G(x)$  и плотностью распределения  $g(x)$ <sup>3</sup>. Тогда доля потребителей, имеющих доход меньше, чем  $x$  равна  $G(x)$ , а доля потребителей, имеющих доход в интервале  $[x, x + \Delta x]$ , приблизительно равна  $g(x) \cdot \Delta x$ .

Предположим, что потребителям предложен двухставочный тариф с платой за подключение  $e$  и предельной ценой  $P$ . Максимизируя свой излишек, потребитель со значением дохода  $q$  приобретет  $Q(P, q)$  единиц товара.

Пусть  $r(Q, q)$  – обратная функция спроса. Значение функции  $r(Q, q)$  представляет собой цену, которую покупатель с доходом  $q$  готов заплатить за  $Q$  единиц товара. Для вычисления излишка этого покупателя

<sup>3</sup> Часто предполагают, что среднедушевой доход  $q$  имеет логнормальное распределение, то есть логарифм  $q$  имеет нормальное распределение.

проинтегрируем разность между его готовностью платить за  $q$  единиц товара  $r(q,q)$  и реально уплаченной ценой  $P$  по всем единицам приобретенного товара. Далее вычтем из полученной величины входную плату  $e$ . Получим излишек покупателя

$$S(P, e, q) = \int_0^{Q(P,q)} (r(q,q) - P) dq - e = \int_0^{Q(P,q)} r(q,q) dq - P \cdot Q(P,q) - e.$$

На рис. 3.2.2 излишек потребителя со значением дохода  $q$  равен площади треугольника  $PAB$  за вычетом величины, равной плате за подключение  $e$ .

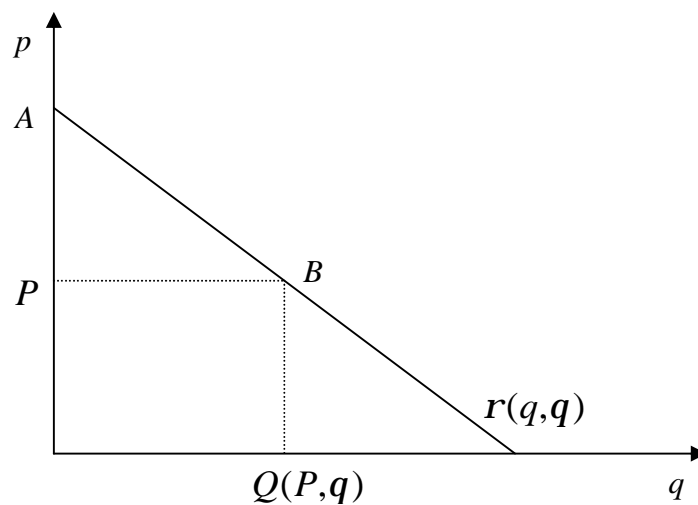


Рис. 3.2.2 Излишек потребителя со значением дохода  $q$

Вычислим средний излишек покупателей при двухставочном тарифе  $(P, e)$ . Обозначим через  $q_0 = q_0(P, e)$  значение дохода, при котором покупатель получает нулевой излишек при тарифе  $(P, e)$ :  $S(P, e, q_0) = 0$ . Для этого покупателя площадь треугольника  $PAB$  равна плате за подключение  $e$ . Все покупатели со значением дохода  $q < q_0(P, e)$  не будут совершать покупку при тарифе  $(P, e)$ , так как их излишек при этом тарифе отрицателен. Будем называть доход  $q_0$  *предельным доходом*. Через  $q_{\max}$  обозначим наибольшее из возможных значений дохода  $q$ . Проинтегрируем излишки потребителей со всеми возможными значениями дохода  $q$  (от  $q_0$  до  $q_{\max}$ ) с весами,

равными плотностям вероятности для этих значений. Получим средний потребительский излишек при двухставочном тарифе  $(P, e)$ :

$$S(P, e) = \int_{q_0(P, e)}^{q_{\max}} S(P, e, x)g(x)dx.$$

Чем многочисленнее группа потребителей с некоторым значением дохода  $q$ , тем с большим весом входит излишек этой группы потребителей в общий потребительский излишек.

Предположим, что функция издержек естественной монополии линейна:  $C(Q) = F + c \cdot Q$ , где  $F$  – постоянные издержки,  $c$  – предельные издержки. Тогда излишек производителя, полученный естественной монополией при обслуживании потребителя со значением дохода  $q \geq q_0$ , равен

$$\Pi(P, e, q) = P \cdot Q(P, q) + e - c \cdot Q(P, q) = (P - c) \cdot Q(P, q) + e.$$

Средняя прибыль фирмы при двухставочном тарифе  $(P, e)$  составит величину

$$\Pi(P, e) = \int_{q_0(P, e)}^{q_{\max}} \Pi(P, e, x)g(x)dx - F.$$

Рассмотрим задачу нахождения максимума функции общественного благосостояния  $W(P, e) = S(P, e) + \Pi(P, e)$  при условии безубыточности фирмы:

$$\begin{cases} \max_{P, e} W(P, e), \\ \Pi(P, e) = 0. \end{cases} \quad (3.2.1)$$

### Решение задачи на условную оптимизацию

Функция Лагранжа для задачи (3.2.1) имеет вид

$$\begin{aligned} L(P, e, I) &= S(P, e) + \Pi(P, e) + I \cdot \Pi(P, e) = S(P, e) + (1 + I) \cdot \Pi(P, e) = \\ &= \int_{q_0(P, e)}^{q_{\max}} (S(P, e, x) + (1 + I)\Pi(P, e, x))g(x)dx. \end{aligned}$$

Значения  $P$  и  $e$ , обеспечивающие максимум функции Лагранжа, определяются из решения системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial P} = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial e} = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial I} = 0. \end{cases}$$

Найдем частные производные функции Лагранжа<sup>4</sup>:

$$\frac{\partial L}{\partial P} = \int_{q_0}^{q_{\max}} \left( \frac{\partial S}{\partial P} + (1+I) \frac{\partial \Pi}{\partial P} \right) g(x) dx - (S(P, e, q_0) + (1+I) \cdot \Pi(P, e, q_0)) g(q_0) \frac{\partial q_0}{\partial P},$$

$$\frac{\partial L}{\partial e} = \int_{q_0}^{q_{\max}} \left( \frac{\partial S}{\partial e} + (1+I) \frac{\partial \Pi}{\partial e} \right) g(x) dx - (S(P, e, q_0) + (1+I) \cdot \Pi(P, e, q_0)) g(q_0) \frac{\partial q_0}{\partial e}.$$

Учитывая, что  $S(P, e, x) = \int_0^{Q(P, x)} r(q, x) dq - P \cdot Q(P, x) - e$ , имеем

$$\frac{\partial S}{\partial P} = r(Q(P, x), x) \cdot \frac{\partial Q}{\partial P} - Q(P, x) - \frac{\partial Q}{\partial P} \cdot P = P \cdot \frac{\partial Q}{\partial P} - Q(P, x) - \frac{\partial Q}{\partial P} \cdot P = -Q(P, x),$$

$$\frac{\partial S}{\partial e} = -1.$$

Здесь  $r(Q(P, x), x) = P$ , так как  $r(Q, x)$  – обратная функция спроса.

Так как  $\Pi(P, e, x) = (P - c) \cdot Q(P, x) + e$ , то

$$\frac{\partial \Pi}{\partial P} = Q(P, x) + (P - c) \cdot \frac{\partial Q}{\partial P}, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial e} = 1.$$

Излишек потребителя, имеющего предельный доход, равен нулю:

$S(P, e, q_0) = 0$ . Таким образом,

<sup>4</sup> Для нахождения частных производных используем правило Лейбница для дифференцирования по параметру:

$$\frac{d}{dz} \int_{u(z)}^{v(z)} f(x, z) dx = \int_{u(z)}^{v(z)} \frac{d}{dz} f(x, z) dx + f(v(z), z) \frac{dv}{dz} - f(u(z), z) \frac{du}{dz}.$$

$$\frac{\partial L}{\partial P} = \int_{q_0}^{q_{\max}} \left( I \cdot Q(P, x) + (1+I) \cdot (P-c) \frac{\partial Q}{\partial P} \right) g(x) dx - (1+I) \cdot \Pi(P, e, q_0) g(q_0) \frac{\partial q_0}{\partial P},$$

$$\frac{\partial L}{\partial e} = \int_{q_0}^{q_{\max}} I \cdot g(x) dx - (1+I) \cdot \Pi(P, e, q_0) g(q_0) \frac{\partial q_0}{\partial e}.$$

Обозначим через  $\bar{Q}(P, e) = \int_{q_0(P, e)}^{q_{\max}} Q(P, x) g(x) dx$  величину среднего

спроса при двухставочном тарифе  $(P, e)$ . Средний спрос получается в результате интегрирования спроса различных групп потребителей по всем возможным значениям дохода  $q$ , с весами, равными плотности вероятности для этих значений. Чем многочисленнее группа потребителей с некоторым значением дохода  $q$ , тем с большим весом входит спрос этой группы потребителей в общий спрос.

Пусть  $\bar{Q}_p = \int_{q_0(P, e)}^{q_{\max}} \frac{\partial Q}{\partial P} g(x) dx$  – среднее значение производной спроса

по цене. Тогда

$$\frac{\partial L}{\partial P} = I \cdot \bar{Q} + (1+I) \cdot (P-c) \cdot \bar{Q}_p - (1+I) \cdot \Pi(P, e, q_0) g(q_0) \frac{\partial q_0}{\partial P},$$

$$\frac{\partial L}{\partial e} = I \cdot (1-G(q_0)) - (1+I) \cdot \Pi(P, e, q_0) g(q_0) \frac{\partial q_0}{\partial e}.$$

Приравняв частные производные к нулю, получим систему уравнений

$$I \cdot \bar{Q} + (1+I) \cdot (P-c) \cdot \bar{Q}_p - (1+I) \cdot \Pi(P, e, q_0) g(q_0) \frac{\partial q_0}{\partial P} = 0, \quad (3.2.2)$$

$$I \cdot (1-G(q_0)) - (1+I) \cdot \Pi(P, e, q_0) g(q_0) \frac{\partial q_0}{\partial e} = 0. \quad (3.2.3)$$

Из уравнения (3.2.3) следует соотношение

$$\Pi(P, e, q_0) = \frac{I}{1+I} \cdot \frac{1-G(q_0)}{\frac{\partial q_0}{\partial e} g(q_0)}. \quad (3.2.4)$$

Используя соотношение (3.2.4), уравнение (3.2.2) можно переписать в виде

$$I\bar{Q} + (1+I) \cdot (P-c) \cdot \bar{Q}_p = I(1-G(q_0)) \frac{\partial q_0}{\partial P} \cdot \left( \frac{\partial q_0}{\partial e} \right)^{-1}. \quad (3.2.5)$$

Величину  $\frac{\partial q_0}{\partial P} \cdot \left( \frac{\partial q_0}{\partial e} \right)^{-1}$  найдем из уравнения

$$S(P, e, q_0) = \int_0^{Q(P, q_0)} r(q, q_0) dq - P \cdot Q(P, q_0) - e = 0. \quad (3.2.6)$$

По правилу дифференцирования неявной функции

$$\frac{\partial q_0}{\partial P} = - \frac{\partial S / \partial P}{\partial S / \partial q_0}, \quad (3.2.7)$$

$$\frac{\partial q_0}{\partial e} = - \frac{\partial S / \partial e}{\partial S / \partial q_0}. \quad (3.2.8)$$

Из (3.2.7) и (3.2.8) следует

$$\frac{\partial q_0}{\partial P} \cdot \left( \frac{\partial q_0}{\partial e} \right)^{-1} = \frac{\partial S / \partial P}{\partial S / \partial e} = \frac{P \frac{\partial Q}{\partial P} - Q(P, q_0) - P \frac{\partial Q}{\partial P}}{-1} = Q(P, q_0). \quad (3.2.9)$$

Используя соотношение (3.2.9), уравнение (3.2.5) можно переписать в виде

$$(1+I)(P-c) \cdot \bar{Q}_p = I \cdot \left( (1-G(q_0)) \cdot Q(P, q_0) - \bar{Q} \right),$$

или

$$\frac{P-c}{P} = - \frac{I}{1+I} \cdot \frac{\bar{Q}}{\bar{Q}_p P} \cdot \left( 1 - \frac{(1-G(q_0)) \cdot Q(P, q_0)}{\bar{Q}} \right). \quad (3.2.10)$$

Подставив в уравнение (3.2.4) величину  $\Pi(P, e, q_0) = (P-c) \cdot Q(P, q_0) + e$ , получим

$$\frac{(P-c) \cdot Q(P, q_0) + e}{e} = \frac{I}{1+I} \cdot \frac{1-G(q_0)}{\frac{\partial q_0}{\partial e} g(q_0) e}. \quad (3.2.11)$$

Уравнения (3.2.10) и (3.2.11) определяют оптимальный двухставочный тариф.

Величина  $1-G(q_0)$  представляет собой долю участников данного рынка при двухставочном тарифе  $(P, e)$  по отношению к совокупной



численности всех потребителей. Определим эластичность участия по входной цене  $e$  как

$$E_e(N) = \frac{\partial(1-G(q_0))}{\partial e} \cdot \frac{e}{1-G(q_0)} = -g(q_0) \frac{\partial q_0}{\partial e} \cdot \frac{e}{1-G(q_0)}.$$

Эластичность участия по входной цене показывает на сколько процентов уменьшится доля участников рынка при увеличении платы за подключение на 1%.

Определим эластичность среднего спроса по плате за подключение как

$$E_e(\bar{Q}) = \frac{\partial \bar{Q}}{\partial e} \cdot \frac{e}{\bar{Q}} = -Q(P, q_0) g(q_0) \frac{\partial q_0}{\partial e} \cdot \frac{e}{\bar{Q}}.$$

Эта величина показывает на сколько процентов сократится средний спрос при увеличении платы за подключение на 1%.

Определим эластичность среднего спроса по предельной цене как

$$E_p(\bar{Q}) = \bar{Q}_p \frac{P}{\bar{Q}} = \int_{q_0(P,e)}^{q_{\max}} \frac{\partial Q}{\partial P} g(x) dx \cdot \frac{P}{\bar{Q}}.$$

Эта величина показывает на сколько процентов сократится средний спрос при увеличении предельной цены на 1%.

Используя эластичности среднего спроса по предельной цене и по плате за подключение, а также эластичность участия по плате за подключение, уравнения (3.2.10) и (3.2.11) можно переписать в виде

$$\frac{P-c}{P} = -\frac{I}{1+I} \cdot \frac{1}{E_p(\bar{Q})} \cdot \left( 1 - \frac{E_e(\bar{Q})}{E_e(N)} \right), \quad (3.2.12)$$

$$\frac{(P-c) \cdot Q(P, q_0) + e}{e} = -\frac{I}{1+I} \cdot \frac{1}{E_e(N)}. \quad (3.2.13)$$

Тариф  $(P, e)$ , удовлетворяющий уравнениями (3.2.12) и (3.2.13), является оптимальным двухставочным тарифом. Константа  $I > 0$  выбирается из условия безубыточности фирмы:  $\Pi(P, e) = 0$ .

## Экономико-математический анализ оптимального двухставочного тарифа

Из условия (3.2.12) следует, что, как и в случае ценообразования Рамсея, относительное отклонение цены от предельных издержек должно быть тем выше, чем ниже эластичность среднего спроса по предельной цене  $P$ . Отличие от обычной формулы Рамсея состоит в присутствии корректирующего множителя  $1 - \frac{E_e(\bar{Q})}{E_e(N)}$ , учитывающего эластичность среднего спроса и эластичность участия по плате за подключение.

Покажем, что корректирующий множитель  $0 < 1 - \frac{E_e(\bar{Q})}{E_e(N)} < 1$  для любого двухставочного тарифа  $(P, e)$ . По определению эластичность среднего спроса по плате за подключение равна

$$E_e(\bar{Q}) = \bar{Q}_e \frac{e}{\bar{Q}} = -Q(P, q_0) g(q_0) \frac{\partial q_0}{\partial e} \frac{e}{\bar{Q}},$$

а эластичность участия по плате за подключение равна

$$E_e(N) = -g(q_0) \frac{\partial q_0}{\partial e} \cdot \frac{e}{1 - G(q_0)}.$$

Найдем отношение этих эластичностей :

$$\frac{E_e(\bar{Q})}{E_e(N)} = \frac{Q(P, q_0)}{\bar{Q}} (1 - G(q_0)) = \frac{\int_{q_0}^{q_{\max}} Q(P, q_0) g(x) dx}{\int_{q_0}^{q_{\max}} Q(P, x) g(x) dx}.$$

Если функция спроса удовлетворяет условию сильной монотонности по параметру  $q$ , то  $Q(P, q_0) < Q(P, x)$  для всех  $x > q_0$ . Отсюда следует, что

$$\int_{q_0}^{q_{\max}} Q(P, q_0) g(x) dx < \int_{q_0}^{q_{\max}} Q(P, x) g(x) dx. \quad \text{Поэтому} \quad 0 < \frac{E_e(\bar{Q})}{E_e(N)} < 1, \quad \text{то есть}$$

эластичность среднего спроса по плате за подключение меньше эластичности участия по плате за подключение по абсолютной величине:

$|E_e(\bar{Q})| < |E_e(N)|$ . Таким образом, корректирующий множитель  $0 < 1 - \frac{E_e(\bar{Q})}{E_e(N)} < 1$  и, следовательно, как хорошо видно из формулы (3.2.12),

предельная цена будет превосходить предельные издержки.

Если  $E_e(\bar{Q}) = 0$ , то есть размер платы за подключение не влияет на величину среднего спроса, то предельная цена будет вычисляться по тому же правилу, что и цена Рамсея:

$$\frac{P-c}{P} = -\frac{I}{1+I} \cdot \frac{1}{E_p(\bar{Q})}.$$

Величина  $(P-c) \cdot Q(P, q_0) + e$  в формуле (3.2.13) представляет собой прибыль, полученную фирмой от потребителя с предельным доходом  $q_0$ . Другие потребители, участвующие на данном рынке, имеют значение дохода  $q > q_0$  и, соответственно, спрос  $Q(P, q) > Q(P, q_0)$ . Следовательно, фирма получит от них прибыль, не меньшую, чем  $(P-c) \cdot Q(P, q_0) + e$ . Из формулы (3.2.13) следует, что чем ниже эластичность участия по плате за подключение  $E_e(N)$ , тем выше должна быть эта плата, и тем в большей степени издержки фирмы должны покрываться за счет высокой платы за подключение. Если участие имеет высокую эластичность по плате за подключение  $E_e(N)$ , то издержки фирмы должны покрываться в основном за счет высокой предельной цены  $P$ , а плата за подключение  $e$  должна быть относительно низка.

### **Пример построения оптимального двухставочного тарифа.**

Предположим, что телефонная компания имеет постоянные издержки  $F=5,38$  доллара и предельные издержки  $MC=3,5$  цента за один звонок. Функция спроса описывает число телефонных звонков в месяц в зависимости от цены за один звонок и дохода потребителя:

$$Q(P, q) = -3,57 + 0,21 \cdot q - 213,4 \cdot P.$$

Пусть распределение денежного дохода потребителей описывается логнормальным распределением ( $\ln q$  имеет нормальное распределение) с плотностью

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2p} \cdot s \cdot x} \exp\left(-\frac{(\ln x - \ln m)^2}{2s^2}\right), \quad x > 0.$$

Параметр  $m$  является медианой, то есть половина всех потребителей имеют доход меньше чем  $m$ , половина – больше чем  $m$ . Параметр  $s^2$  является мерой разброса в значениях дохода. Предположим, что  $m = 468$ ,  $s = 0,55$  долларов. Плотность логнормального распределения с этими параметрами приведена на рис. 3.2.3. Пунктиром отмечен медианный уровень доходов. Пунктирная прямая делит график на две части одинаковой площади 0,5.

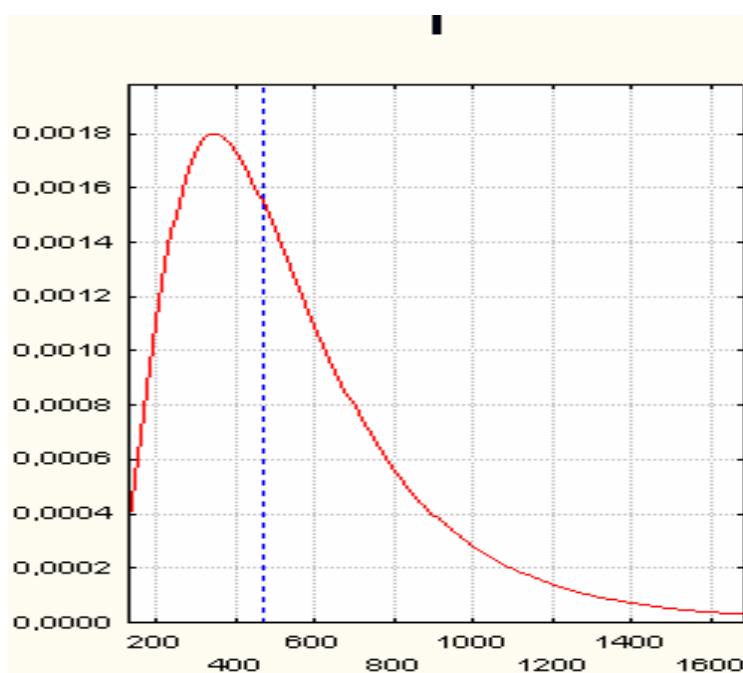


Рис. 3.2.3 Плотность логнормального распределения с параметрами  $s = 0,55$ ,  $m = 468$

Вычислим сначала одноставочный тариф, равный средним издержкам

$$\bar{P} = AC. \text{ Для этого необходимо решить уравнение } \bar{P} = \frac{F}{\int_0^{\infty} Q(\bar{P}, x) g(x) dx} + MC.$$

Вычислим

$$\int_0^{\infty} Q(\bar{P}, x) g(x) dx = \int_0^{\infty} (-3,57 + 0,21 \cdot x - 213,4 \cdot \bar{P}) g(x) dx =$$

$$= -3,57 - 213,4 \cdot \bar{P} + 0,21 \cdot Mq,$$

где  $Mq$  – математическое ожидание (среднее значение) дохода. Известно, что для логнормального распределения  $Mq = m \cdot \exp(0,5s^2)$ . Для нашего примера средний доход равен  $Mq = 468 \cdot \exp(0,5 \cdot 0,55^2) = 544,42$  долларов.

Таким образом, одноставочный тариф  $\bar{P}$  задается уравнением

$$\bar{P} = \frac{5,61}{-3,57 - 213,4 \cdot \bar{P} + 0,21 \cdot 544,42} + 0,035.$$

Как нетрудно показать, решением этого уравнения будет тариф  $\bar{P} = 9,7$  цента за звонок. Эта цена значительно превышает предельные издержки.

Оптимальный двухставочный тариф, вычисленный по формулам (3.2.12), (3.2.13), имеет входную плату  $e = 1,24$  доллара и предельную цену  $P = 8,34$  цента за звонок.

Найдем предельный доход  $q_0$  для этого двухставочного тарифа. Излишек потребителя с доходом  $q$  при оптимальном двухставочном тарифе представляет собой площадь треугольника  $ABC$  за вычетом величины, равной плате за подключение  $e = 1,24$  (рис. 3.2.4):

$$S(P, e, q) = \frac{1}{2} AC \cdot BC - 1,24 = \frac{1}{2} (r(0, q) - 0,0834) \cdot Q(0,0834, q) - 1,24.$$

Обратная функция спроса имеет вид  $r(q, q) = \frac{-3,57 + 0,21q - q}{213,4}$ . Поэтому

$$S(P, e, q) = \frac{1}{2} \left( \frac{-3,57 + 0,21q}{213,4} - 0,0834 \right) \cdot (-3,57 + 0,21 \cdot q - 213,4 \cdot 0,0834) - 1,24 =$$

$$= \frac{1}{2} (-0,1 + 0,00098 \cdot q) \cdot (-21,37 + 0,21 \cdot q) - 1,24.$$

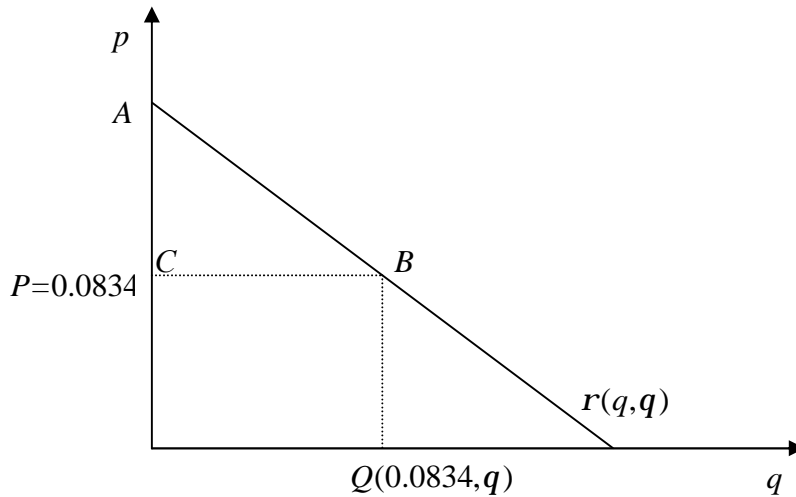


Рис. 3.2.4 Излишек потребителя со значением дохода  $q$  при оптимальном двухставочном тарифе

Предельный доход  $q_0$  является корнем уравнения

$$\frac{1}{2}(-0,1 + 0,00098 \cdot q) \cdot (-21,37 + 0,21 \cdot q) - 1,24 = 0.$$

Несложно показать, что  $q_0 = 211,3$  доллара. Покупатели с доходом ниже, чем 211,3 доллара откажутся от услуг телефонной станции, так как их потребительский излишек будет отрицательным. Доля таких потребителей составит<sup>5</sup>  $G(q_0) = G(211,3) = 0,074$ . Таким образом, 7,4 % потребителей уйдут с рынка.

Вычислим выигрыш в потребительском излишке при переходе от цены, равной средним издержкам, к оптимальному двухставочному тарифу.

Средний потребительский излишек при цене  $\bar{P} = AC = 0,097$  равен<sup>6</sup>

$$S(\bar{P}) = \int_0^{\infty} \frac{1}{2} \left( \frac{-3,57 + 0,21x}{213,4} - 0,097 \right) \cdot (-3,57 + 0,21 \cdot x - 213,4 \cdot 0,097) g(x) dx = 29,93.$$

Средний потребительский излишек при оптимальном двухставочном тарифе

$$P = 8,34, \quad e = 1,24 \text{ равен}$$

<sup>5</sup>Значение функции логнормального распределения можно посчитать, например, в системе STATISTICA, в пакете Maple и т.д.

<sup>6</sup> Интеграл можно вычислить в пакете Maple.

$$S(P, e) = \int_{211,3}^{\infty} \left( \frac{1}{2}(-0,1 + 0,00098 \cdot x) \cdot (-21,37 + 0,21 \cdot x) - 1,24 \right) g(x) dx = 31,14.$$

Таким образом, при переходе от линейной цены, равной средним издержкам, к оптимальному двухставочному тарифу средний потребительский излишек увеличился на 5%.

### 3.3 Оптимизационная модель гладкого нелинейного тарифа

Увеличивая число ставок, можно построить оптимальный нелинейный тариф с непрерывной (гладкой) предельной ценой  $P(Q)$  [21]. В этом случае на каждую единицу товара устанавливается своя цена. Основная идея построения такого тарифа заключается в том, что для любого объема потребления  $Q$  рассматривается рынок, на котором предлагаются очередные  $DQ$  единиц товара (в дальнейшем такой рынок будем называть *рынком дополнительного потребления*). Величина  $P(Q)$  представляет собой дополнительную плату, которую потребитель должен заплатить фирме, если он изменит объем потребления с  $Q$  до  $Q + DQ$ .

Предположим, что функция спроса потребителя зависит от дохода  $q$ :  $Q = Q(P, q)$ . Доход будем рассматривать как случайную величину с известной функцией распределения  $G(x)$  и плотностью распределения  $g(x)$ . По-прежнему будем считать, что функция спроса удовлетворяет условию сильной монотонности по  $q$ . Обозначим через  $r(Q, q)$  обратную функцию спроса. Значение функции  $r(Q, q)$  представляет собой цену, которую покупатель с доходом  $q$  готов заплатить за  $Q$  единиц товара. При заданном гладком нелинейном тарифе  $P(Q)$  потребитель с доходом  $q$  выберет уровень потребления  $Q_q$  максимизируя свой общий потребительский излишек, складывающийся из потребительских излишков на отдельных рынках дополнительного потребления. Покажем, что это будет уровень потребления, при котором его готовность платить за очередные  $\Delta Q$  единиц товара равна

предельной цене:  $r(Q_q, q) = P(Q_q)$ . Действительно, на рынках дополнительного потребления, связанных с уровнями потреблений  $Q < Q_q$ , потребитель с доходом  $q$  получает положительный излишек, так как его готовность платить на этих рынках превосходит предельную цену. На рынке дополнительного потребления, связанного с уровнем потребления  $Q = Q_q$  потребитель с доходом  $q$  имеет нулевой излишек. На рынке дополнительного потребления, связанного с уровнем потребления  $Q > Q_q$ , потребитель с доходом  $q$  имеет отрицательный излишек, так как его готовность платить на этих рынках ниже предлагаемой предельной цены. Поэтому, максимизируя свой потребительский излишек, потребитель с доходом  $q$  выберет уровень потребления  $Q_q$ .

На рис. 3.3.1 изображены обратные функции спроса  $r(Q, q)$  для покупателей со значениями дохода  $q_1 < q_2 < q_3$  и некоторый гладкий нелинейный тариф  $P(Q)$ . Покупатель с доходом  $q_i$  максимизирует свой потребительский излишек, приобретая  $Q_i$  единиц товара.

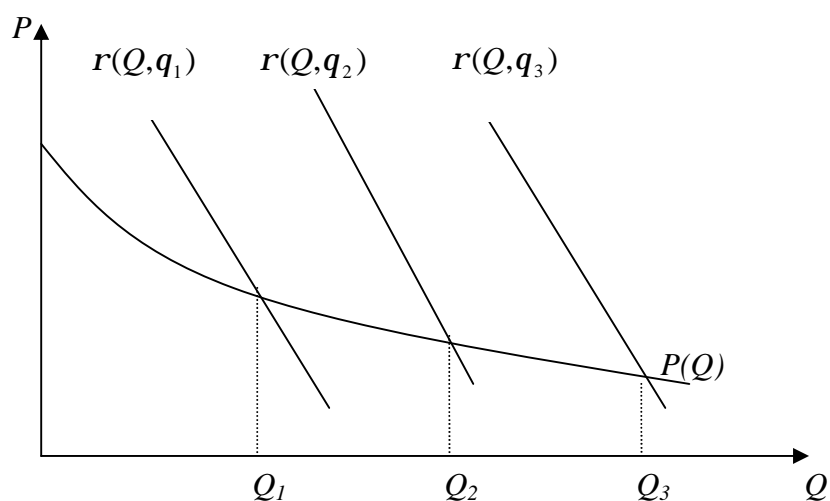


Рис. 3.3.1 Предельные доходы для различных уровней потребления

Для каждого уровня потребления  $Q$  и, связанного с ним рынка дополнительного потребления, определим предельный доход  $\bar{q} = \bar{q}(Q, P(Q))$



как доход покупателя, имеющего нулевой излишек на этом рынке. Иными словами, предельный доход для уровня потребления  $Q$  это доход покупателя  $\bar{q} = \bar{q}(Q, P(Q))$ , чья готовность платить за  $Q$  единиц товара равна предельной цене:  $r(Q, \bar{q}) = P(Q)$ . Например, на рис. 3.3.1 предельным доходом для уровня потребления  $Q_1$  является доход  $q_1$ , а предельным доходом для уровня потребления  $Q_2$  – доход  $q_2$ .

Все покупатели со значением дохода  $\bar{q} < \bar{q}(Q, P(Q))$  не будут участвовать на рынке дополнительного потребления, связанного с уровнем потребления  $Q$ , так как они имеют отрицательный излишек на этом рынке, и, следовательно, покупка очередных  $\Delta Q$  единиц товара приведет к сокращению их общего потребительского излишка. На рис. 3.3.1 на рынке дополнительного потребления, связанном с уровнем потребления  $Q_2$ , не будут участвовать покупатели со значением дохода меньшим, чем  $q_2$ , например, на этом рынке не будет покупателей с доходом  $q = q_1$ .

Пусть  $q_{\max}$  – наибольшее возможное значение дохода  $q$ ,  $Q_{\max} = Q(0, q_{\max})$  – спрос потребителя с наибольшим значением дохода при нулевой цене. Каждый потребитель при любом гладком нелинейном тарифе  $P(Q)$  приобретет меньше, чем  $Q_{\max}$  единиц товара. Для любого объема потребления  $Q \in [0, Q_{\max}]$  рассмотрим рынок, на котором предлагаются дополнительные  $\Delta Q$  единиц товара (рынок дополнительного потребления). Средний потребительский излишек покупателей на рынке дополнительного потребления, связанного с уровнем потребления  $Q$ , при данном гладком нелинейном тарифе  $P(Q)$  равен

$$S(Q, P(Q)) = \int_{\bar{q}(Q, P(Q))}^{q_{\max}} (r(Q, x) - P(Q)) g(x) dx.$$

Пусть  $C(Q)$  – функция издержек естественной монополии. Тогда излишек производителя на рынке дополнительного потребления, связанного с уровнем потребления  $Q$ , равен

$$\Pi(Q, P(Q)) = \int_{\hat{q}(Q, P(Q))}^{q_{\max}} (P(Q) - MC(Q)) g(x) dx = (P(Q) - MC(Q)) \cdot (1 - G(\hat{q})).$$

Совокупный излишек на рынке дополнительного потребления, связанного с уровнем потребления  $Q$ , составит  $W(Q, P(Q)) = S(Q, P(Q)) + \Pi(Q, P(Q))$ .

Функционал общественного благосостояния определим как интеграл от совокупных излишков на каждом из рынков дополнительного потребления:

$$W(P(\cdot)) = \int_0^{Q_{\max}} \left\{ \int_{\hat{q}(Q, P(Q))}^{q_{\max}} (r(q, x) - P(q)) g(x) dx + (P(q) - MC(q)) (1 - G(\hat{q})) \right\} dq.$$

Общая прибыль естественной монополии составит интеграл от излишков производителя на каждом из рынков дополнительного потребления за вычетом постоянных издержек:

$$\Pi(P(\cdot)) = \int_0^{Q_{\max}} (P(q) - MC(q)) (1 - G(\hat{q})) dq - F.$$

Рассмотрим задачу нахождения наибольшего значения функционала общественного благосостояния по всем возможным гладким нелинейным тарифам  $P(Q)$ , обеспечивающим безубыточность естественной монополии:

$$\begin{cases} \max_{P(\cdot)} W(P(\cdot)), \\ \Pi(P(\cdot)) = 0. \end{cases} \quad (3.3.1)$$

### Решение задачи на условную оптимизацию

Для решения задачи (3.3.1) составим функционал Лагранжа

$$L(P(\cdot), I) = W(P(\cdot)) + I \cdot \Pi(P(\cdot))$$

и найдем его вариацию

$$dL = \int_0^{Q_{\max}} \left\{ \int_{\bar{q}}^{q_{\max}} -g(x)dx - (r(q, \bar{q}) - P(q))g(\bar{q}) \frac{\partial \bar{q}}{\partial P} - g(\bar{q}) \frac{\partial \bar{q}}{\partial P} (P(q) - MC(q)) + (1 - G(\bar{q})) \right\} dPdq +$$

$$+ I \left( \int_0^{Q_{\max}} \left( -g(\bar{q}) \frac{\partial \bar{q}}{\partial P} (P(q) - MC(q)) + (1 - G(\bar{q})) \right) dPdq \right).$$

Учитывая, что для предельного типа покупателя выполнено равенство  $P(q) = r(q, \bar{q})$ , получим

$$dL = \int_0^{Q_{\max}} \left\{ -(1+I)g(\bar{q}) \frac{\partial \bar{q}}{\partial P} (P(q) - MC(q)) + I(1 - G(\bar{q})) \right\} dPdq.$$

Функционал Лагранжа достигает максимума, если вариация  $dL = 0$  для любой вариации  $dP$ , что возможно только если выражение, стоящее в фигурных скобках равно 0 для всех  $q \in [0, Q_{\max}]$ :

$$-(1+I)g(\bar{q}) \frac{\partial \bar{q}}{\partial P} (P(q) - MC(q)) + I(1 - G(\bar{q})) = 0.$$

Отсюда для любого уровня потребления  $Q \in [0, Q_{\max}]$  должно выполняться равенство

$$\frac{P(Q) - MC(Q)}{P(Q)} = \frac{I}{1+I} \cdot \frac{1 - G(\bar{q})}{\frac{\partial \bar{q}}{\partial P} g(\bar{q}) P(Q)}.$$

Величина  $1 - G(\bar{q})$  представляет собой долю потребителей, участвующих на рынке дополнительного потребления, связанного с уровнем потребления  $Q$ , в совокупной численности всех потребителей. Определим эластичность участия на этом рынке по цене на очередные  $\Delta Q$  единиц товара как

$$E_{P(Q)}(N(Q)) = \frac{\partial(1 - G(\bar{q}))}{\partial P} \cdot \frac{P}{1 - G(\bar{q})} = -g(\bar{q}) \frac{\partial \bar{q}}{\partial P} \cdot \frac{P}{1 - G(\bar{q})}.$$

Эта величина показывает процентное уменьшение числа участников рынка при повышении предельной цены  $P(Q)$  на 1%.

Тогда для каждого из рынков дополнительного потребления получим правило

$$\frac{P(Q) - MC(Q)}{P(Q)} = -\frac{I}{1+I} \cdot \frac{1}{E_{P(Q)}(N(Q))}, \quad (3.3.2)$$

где  $I$  – константа, обеспечивающая безубыточность фирмы, находится из условия равенства прибыли нулю:

$$\int_0^{Q_{\max}} (P(q) - MC(q)) \left(1 - G\left(\frac{q}{Q}\right)\right) dq - F = 0. \quad (3.3.3)$$

Уравнения (3.3.2) и (3.3.3) определяют оптимальный гладкий нелинейный тариф.

Из формулы (3.3.2) следует, что относительное превышение предельной цены над предельными издержками на каждом из рынков дополнительного потребления будет тем выше, чем ниже эластичность участия по цене на этом рынке. Вместо того чтобы находить функцию предельных цен  $P(Q)$  целиком, можно находить оптимальные цены на каждом из множества рынков дополнительного потребления  $DQ$ , используя ценообразование Рамсея. Собранные вместе, эти цены Рамсея и дадут оптимальный гладкий нелинейный тариф. При таком ценообразовании издержки фирмы покрываются за счет тех рынков дополнительного потребления, где эластичность спроса на дополнительное потребление низка. На участках спроса с высокой эластичностью цены будут близки к предельным издержкам.

Одна из особенностей построенного оптимального гладкого нелинейного тарифа состоит в том, что предельная цена за последнюю единицу товара, приобретаемую покупателем с наибольшим значением дохода  $q_{\max}$ , будет равна предельным издержкам. Действительно, на последнем из рынков дополнительного потребления предельным доходом является доход  $\bar{q} = q_{\max}$ , поэтому доля потребителей, участвующих на последнем рынке дополнительного потребления, равна

$1 - G(\bar{q}) = 1 - G(\bar{q}_{\max}) = 0$  и, следовательно, ценовая эластичность участия на этом рынке  $E_{P(Q)}(N(Q)) = -\infty$ . Отсюда из правила (3.3.2) следует, что предельная цена равна предельным издержкам на последнем рынке дополнительного потребления, связанном с предельным доходом  $\bar{q} = q_{\max}$ .

### **Численные исследования свойств оптимального нелинейного тарифа**

В данном разделе приводится пример построения оптимального гладкого нелинейного тарифа на электроэнергию, отпускаемую конечным потребителям.

Известно, что распределение среднедушевого денежного дохода потребителей хорошо описывается логнормальным распределением. Поэтому предположим, что доход  $q$  имеет логнормальное распределение ( $\ln q$  имеет нормальное распределение) с плотностью

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot s \cdot x} \exp\left(-\frac{(\ln x - \ln m)^2}{2s^2}\right), \quad x > 0.$$

Параметр  $m$  является медианой, то есть половина всех потребителей имеют среднедушевой доход меньше чем  $m$ , половина – больше чем  $m$ . Параметр  $s^2$  является мерой разброса в значениях среднедушевого дохода. Среднее значение для логнормального распределения  $q_{cp} = m \cdot \exp(0,5s^2)$ , а модальное значение  $q_{mod} = m \cdot \exp(-s^2)$ .

Для оценки параметров логнормального распределения  $m$  и  $s^2$  используем данные Госкомстата о распределении населения России по величине среднедушевого денежного дохода в 2000 году [16]. Эти данные приведены в табл. 3.3.1. Выборочное среднее, рассчитанное по данным таблицы,  $q_{cp} = 2023$  рубля. В качестве оценки модального значения выбрана середина интервала, на который приходится наибольшее число наблюдений,  $q_{mod} = 1250$  рублей.

Таблица 3.3.1

Распределение населения России по величине среднедушевого денежного дохода в 2000 году [16]

Среднедушевой денежный доход (руб.)	Процент населения
До 500	3,1
500,1 – 750	7,2
750,1 – 1000	9,8
1000,1 – 1500	20,7
1500,1 – 2000	17,0
2000,1 – 3000	21,1
3000,1 – 4000	10,2
больше 4000,1	10,9

Параметры логнормального распределения, вычисленные по формулам

$$s^2 = \frac{2}{3} \ln \left( \frac{q_{cp}}{q_{mod}} \right), \quad m = q_{mod} \cdot \exp(s^2),$$

составили  $s^2 = 0.321$ ,  $m = 1723$ .

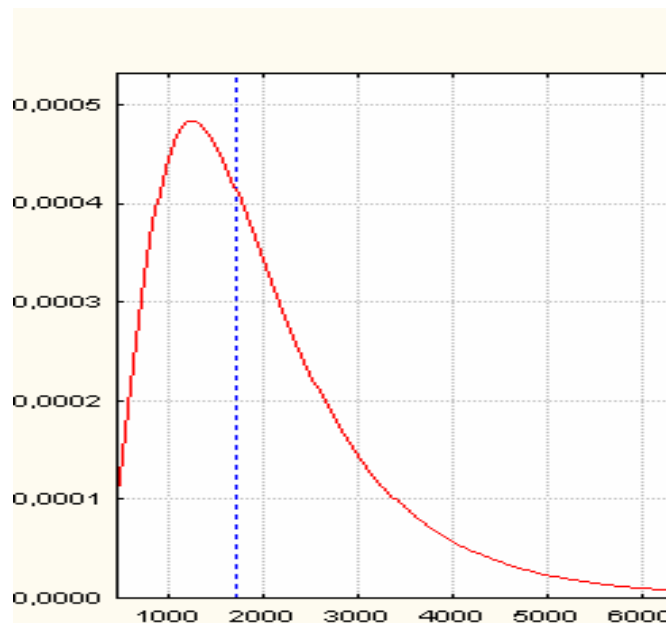


Рис. 3.3.2 Плотность логнормального распределения с параметрами  $s^2 = 0.321$ ,  $m = 1723$

На рис. 3.3.2 изображен график плотности логнормального распределения с этими параметрами. Пунктиром отмечен медианный

уровень доходов. Пунктирная прямая делит график на две части одинаковой площади 0,5.

По расчетам специалистов<sup>7</sup>, постоянные издержки 1000 МВт генерирующей мощности комбинированного газотурбинного цикла составляют 600000 долларов США, а предельные издержки – 18-24 долларов США за 1 МВт·ч. В соответствии с этими значениями, при расчете оптимального тарифа постоянные издержки  $F$  электроэнергетической компании возьмем равными 18 млн. рублей, а предельные издержки  $c$  – 0,6 рубля за 1кВт·ч.

Расчет оптимального нелинейного тарифа проведем для двух функций спроса: изоэластичной и линейной.

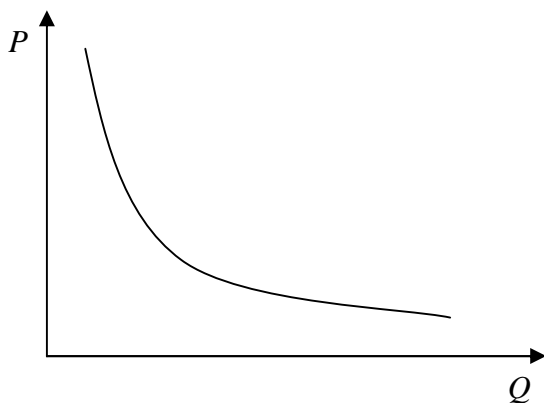


Рис. 3.3.3 Изоэластичная функция спроса

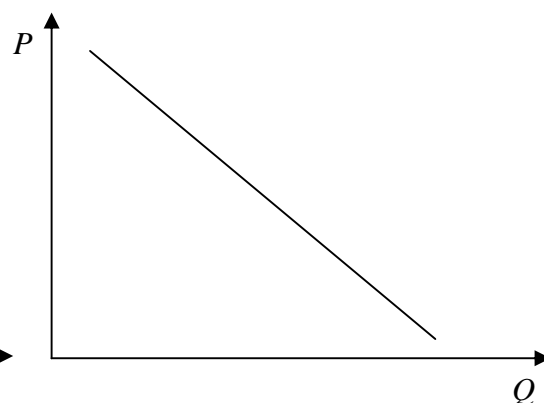


Рис. 3.3.3 Линейная функция спроса

На рис. 3.3.2 изображена изоэластичная функция спроса вида  $Q(P, q) = aq^b P^{-d}$ , где  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $d > 0$ . Эластичность спроса по цене для этой функции  $E_p(Q) = -d$  не зависит ни от дохода потребителя, ни от цены.

На рис. 3.3.3 изображена линейная функция спроса вида  $Q(P, q) = -aP + bq + d$ , где  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $d > 0$ . Эластичность спроса по цене

<sup>7</sup> Хуберт Ф. Перекрестное субсидирование в российской электроэнергетике – зло или благо?. -[http://www.po.pssr.ru/News\\_02/03070205.htm](http://www.po.pssr.ru/News_02/03070205.htm)

для этой функции, равная  $E_p(Q) = -aP/(bq + d - aP)$ , зависит и от цены, и от дохода.

Для реальной оценки параметров функций спроса на электроэнергию в России требуется детальное изучение спроса, сбор данных и проведение эконометрического исследования. В настоящем примере используем оценки параметров функций спроса на электроэнергию по цене и по доходу, полученные рядом авторов<sup>8</sup> в результате эконометрического моделирования:

изоэластичная –  $a = 0.093$ ,  $b = 0.856$ ,  $d = 1.461$ ;

линейная –  $a = 85.18$ ,  $b = 0.033$ ,  $d = 93.6$ .

Оптимальный нелинейный тариф для изоэластичной кривой спроса изображен на рис. 3.3.4, а для линейной кривой спроса на рис. 3.3.5.

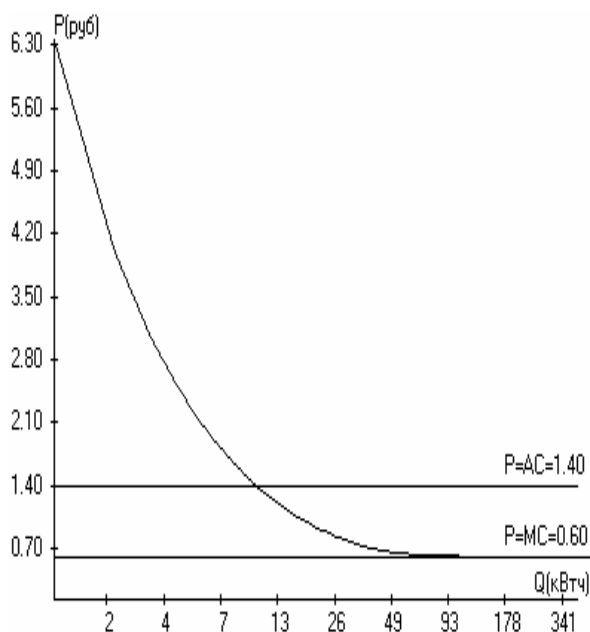


Рис. 3.3.4 Оптимальный нелинейный тариф для изоэластичной кривой спроса с параметрами  $a = 0.093$ ,  $b = 0.856$ ,  $d = 1.461$

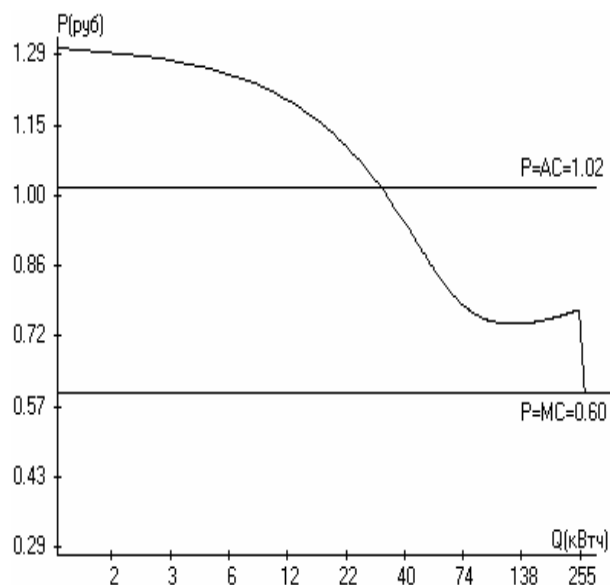


Рис. 3.3.5 Оптимальный нелинейный тариф для линейной кривой спроса с параметрами  $a = 85.18$ ,  $b = 0.033$ ,  $d = 93.6$

На этих рисунках изображены также два линейных тарифа: тариф с ценой, равной предельным издержкам, и тариф с ценой, равной средним издержкам.

<sup>8</sup> Econometric Studies in Energy Demand and Supply / Edited by G.S. Maddala, Wen S. Chern, Gurmukh S.Gill. - Holt Rinehart & Winston, 1978. - p.20



Средние издержки  $AC$  определим как корень уравнения

$$\frac{F}{\int_0^{q_{\max}} Q(AC, x)g(x)dx} + c = AC.$$

Рисунки 3.3.4, 3.3.5 наглядно демонстрирует тот факт, что скользя по гладкому графику оптимального ценового расписания от низких объемов потребления к высоким, цены могут как снижаться, так и повышаться. Главным критерием выбора оптимальной цены является эластичность спроса на дополнительное потребление. Оптимальный тариф имеет высокие предельные цены для тех объемов потребления, где ценовая эластичность спроса на дополнительное потребление низка. Низкие уровни цен устанавливаются при высокой эластичности спроса на дополнительное потребление. Для товаров первой необходимости, например, для электроэнергии ценовая эластичность спроса на дополнительное потребление при каждом заданном уровне дохода, скорее всего, будет возрастать с ростом объема потребления, и, следовательно, максимальные надбавки к цене будут устанавливаться для низких уровней потребления.

Распределение покупателей по объему потребляемой электроэнергии при оптимальных нелинейных тарифах, изображенных на рис. 3.3.4, 3.3.5, приведено в табл. 3.3.2.

Для изоэластичной кривой спроса кривая оптимального нелинейного тарифа убывает, устанавливая самую высокую цену за первый кВт·ч электроэнергии (6,3 руб.) и приближаясь к предельным издержкам (0,6 руб.) для средних уровней потребления (больше 50 кВт·ч). Большая часть покупателей (93,3%) потребляют более 50 кВт·ч электроэнергии, уплачивая за последние кВт·ч электроэнергии цену, равную предельным издержкам.

Для линейной функции спроса кривая оптимального нелинейного тарифа устанавливает относительно невысокую цену за первый кВт·ч

электроэнергии (1,3 руб.), и сначала медленно убывает с ростом объема потребления. Но при уровне потребления, равном примерно 80 кВт·ч, предельные цены начинают незначительно расти с ростом потребления, а затем, начиная с 250 кВт·ч, резко падают до предельных издержек.

Таблица 3.3.2

Распределение потребителей по объему потребляемой электроэнергии при оптимальном нелинейном тарифе

Объем потребляемой электроэнергии (кВт·ч)	Доля потребителей (%)	
	изоэластичная функция спроса	линейная функция спроса
до 25	1,4	4,7
25,1-50	5,3	8,5
50,1-100	33,4	51,0
100,1-150	31,2	26,4
150,1-200	16,2	6,8
200,1-250	7,1	1,6
250,1-300	3,0	0,6
больше 300,1	2,4	0,4

Именно такие тарифы со снижающимися по мере роста потребления ценами обычно устанавливаются на услуги коммунальных предприятий. Например, во многих развитых странах традиционно предоставляются скидки в цене с ростом потребления электроэнергии.

Для сравнения положения потребителей с различными уровнями доходов при оптимальном нелинейном тарифе с их положением при линейном тарифе  $P=AC$ , вычислим следующие величины: абсолютное изменение спроса (объема потребления электроэнергии)  $\Delta Q^D(q)$  (кВт·ч), абсолютное изменение расходов на электроэнергию  $\Delta R(q)$  (руб.) и относительное изменение потребительского излишка  $dS(q)$  (%):

$$\Delta Q^D(q) = Q^D(P(\cdot), q) - Q(AC, q);$$

$$\Delta R(q) = R(P(\cdot), q) - R(AC, q);$$

$$dS(q) = \frac{S(P(\cdot), q) - S(AC, q)}{S(AC, q)} \cdot 100\% .$$

Здесь

$Q^D(P(\cdot), q)$  – объем электроэнергии, потребляемой покупателем с доходом  $q$  при оптимальном нелинейном тарифе  $P(\cdot)$  (корень уравнения  $P(Q) = r(Q, q)$ );

$Q(AC, q)$  – объем электроэнергии, потребляемой покупателем с доходом  $q$  при линейном тарифе  $P = AC$  ;

$R(P(\cdot), q) = \int_0^{Q^D(P(\cdot), q)} P(q) dq$  – общие расходы на электроэнергию потребителя с

доходом  $q$  при оптимальном нелинейном тарифе  $P(\cdot)$  ;

$R(AC, q) = AC \cdot Q(AC, q)$  – общие расходы на электроэнергию потребителя с доходом  $q$  при линейном тарифе  $P = AC$  ;

$S(P(\cdot), q) = \int_0^{Q^D(P(\cdot), q)} (r(q, q) - P(q)) dq$  – потребительский излишек покупателя

с доходом  $q$  при оптимальном нелинейном тарифе  $P(\cdot)$  ;

$S(AC, q) = \int_0^{Q(AC, q)} (r(q, q) - AC) dq$  – потребительский излишек покупателя с

доходом  $q$  при линейном тарифе  $P = AC$  .

Также вычислим: совокупный объем потребления всех потребителей при оптимальном нелинейном тарифе  $Q^D(P(\cdot))$  и при линейном тарифе  $Q^D(AC)$ , общие расходы всех потребителей на электроэнергию  $R^D(P(\cdot))$  и  $R^D(AC)$ , совокупные потребительские излишки  $S(P(\cdot))$  и  $S(AC)$  :

$$Q^D(P(\cdot)) = \int_0^{q_{\max}} Q^D(P(\cdot), x) g(x) dx ; \quad Q^D(AC) = \int_0^{q_{\max}} Q^D(AC, x) g(x) dx ;$$

$$R^D(P(\cdot)) = \int_0^{q_{\max}} R^D(P(\cdot), x) g(x) dx; R^D(AC) = \int_0^{q_{\max}} R^D(AC, x) g(x) dx;$$

$$S(P(\cdot)) = \int_0^{q_{\max}} S(P(\cdot), x) g(x) dx; S(AC) = \int_0^{q_{\max}} S(AC, x) g(x) dx.$$

Результаты расчетов приведены в таблице 3.3.3.

Таблица 3.3.3

Изменение положения потребителей с различным уровнем среднедушевого дохода  $q$  при переходе от линейной цены  $P=AC$  к оптимальному нелинейному тарифу:  $\Delta Q^D(q)$  – абсолютное изменение спроса (кВт·ч),  $\Delta R(q)$  – абсолютное изменение расходов на электроэнергию (руб.),  $d S(q)$  – относительные изменения потребительского излишка (%)

$q$ (руб.)	Изоэластичная функция спроса			Линейная функция спроса		
	$\Delta Q^D(q)$ (кВт·ч)	$\Delta R(q)$ (руб.)	$d S(q)$ (%)	$\Delta Q^D(q)$ (кВт·ч)	$\Delta R(q)$ (руб.)	$d S(q)$ (%)
400	-4	4,66	-96,7	-25	-27,31	-100
500	14	25,25	-69,9	-23	-23,68	-100
700	31	34,88	-29,7	0	3,29	-81,8
1000	49	41,71	1,0	16	17,13	-33,3
1500	71	48,51	23,5	22	17,79	4,1
2000	92	54,49	33,9	23	14,55	16,8
2500	112	60,22	39,8	24	10,37	21,0
3000	131	65,64	43,5	24	6,15	22,0
3500	150	70,70	46,1	24	1,22	21,7
4000	167	75,36	47,9	24	-3,67	20,8
4500	186	80,8	49,2	24	-7,75	19,8
5000	203	85,19	50,3	24	-12,5	18,7

Переход от однородной (не зависящей от объема потребления) цены, установленной на уровне средних валовых издержек, к неоднородному ценообразованию, основанному на многоставочном тарифе, со ставками, снижающимися по мере роста объема потребления, стимулирует рост

энергопотребления. Так, при изоэластичном спросе все потребители с уровнем среднедушевого дохода выше 500 рублей, увеличивают объем потребления электроэнергии. Доля таких потребителей составляет 98,7%. При линейном спросе объем потребления увеличивают все потребители с уровнем среднедушевого дохода выше 700 рублей. Доля таких потребителей – 95,2%. Совокупный объем потребления всех потребителей при оптимальном нелинейном тарифе увеличился по сравнению с линейным тарифом для изоэластичного спроса на 238,2%, а для линейного спроса – на 26,3%. Стимулирование энергопотребления для бытовых, и в особенности, для промышленных потребителей важно для современной российской экономики, так как за последнее десятилетие сократилось потребление электроэнергии, выросли резервы установленных мощностей в Единой энергетической системе России. В силу действующего эффекта масштаба производства образовавшийся избыток мощностей превращается в дополнительную нагрузку на потребителей, так как он сам по себе становится причиной повышения тарифов на электроэнергию.

Себестоимость 1 кВт·ч электроэнергии для изоэластичного спроса при оптимальном нелинейном тарифе составила величину  $\frac{F}{Q^D(P(\cdot))} + c = 0,84$  руб., а для линейного спроса – величину  $\frac{F}{Q^D(AC)} + c = 0,92$  руб. Чем выше степень дифференциации тарифных ставок по объему потребления, тем в большей степени стимулируется энергопотребление, и тем дешевле обходится производство единицы электроэнергии (1 кВтч). Так, в случае изоэластичного спроса построение гладкого нелинейного оптимального тарифа приводит к большей дифференциации предельных цен по объему потребления, чем в случае линейного спроса. Поэтому переход к нелинейному ценообразованию в случае изоэластичного спроса приводит к более значительному снижению средних валовых издержек (с  $AC=1,4$

руб./кВт·ч до  $AC=0,84$  руб./кВт·ч), а в случае линейного спроса — к менее значительному их снижению (с  $AC=1,02$  руб./кВт·ч до  $AC=0,92$  руб./кВт·ч).

Общие расходы большинства потребителей на электроэнергию увеличиваются (за счет значительного роста объема потребления). Исключение составляют только потребители со среднедушевым доходом ниже 700 и выше 4000 руб. при линейном спросе. Потребители со среднедушевым доходом ниже 700 рублей при оптимальном нелинейном тарифе не покупают ни одного кВт·ч электроэнергии, так как их готовность платить даже за первый кВт·ч электроэнергии оказалась ниже его предельной цены. Потребители со среднедушевым доходом выше 4000 руб. оказались в наибольшем выигрыше, так как их расходы снизились, несмотря на возросший объем потребления электроэнергии. Общие расходы всех потребителей на электроэнергию возросли для изоэластичного спроса на 234,8%, для линейного спроса – на 89,3%.

Относительный прирост совокупного потребительского излишка составил для изоэластичной кривой спроса 33,3%, для линейной кривой спроса – 14,5%. В абсолютном выигрыше при переходе от однородного ценообразования к неоднородному в случае изоэластичного спроса оказывается 83,6% потребителей, а в случае линейного спроса – 63,8%. Причем, как показано в таблице 3.3.3, большинство из них выигрывают в значительной степени. Проигрыш наименее обеспеченных слоев потребителей можно было бы компенсировать путем выдачи адресных субсидий. На практике построение неоднородного оптимального тарифа следовало бы осуществлять по критерию максимизации общественного благосостояния при условии не безубыточности, а при достижении заданного уровня прибыли. В таком случае было бы возможно отчислять часть прибыли в специальные фонды для финансирования адресных субсидий. Заметим, что можно организовать выдачу таких компенсаций малообеспеченным потребителям не по предъявлению ими документов об их

легальных доходах, а в соответствии с реальными объемами потребленной электроэнергии (при низких объемах потребления).

Исследуем теперь влияние распределения потребителей по доходу  $q$  на дифференциацию тарифных ставок. Предположим, что во всех экспериментах доход потребителя  $q$  имеет логнормальное распределение, варьируются лишь параметры распределения. Рис. 3.3.6 и 3.3.7 иллюстрируют влияние среднего  $q_{cp}$ , а рис. 3.3.8 и 3.3.9 – влияние модального значения  $q_{mod}$ .

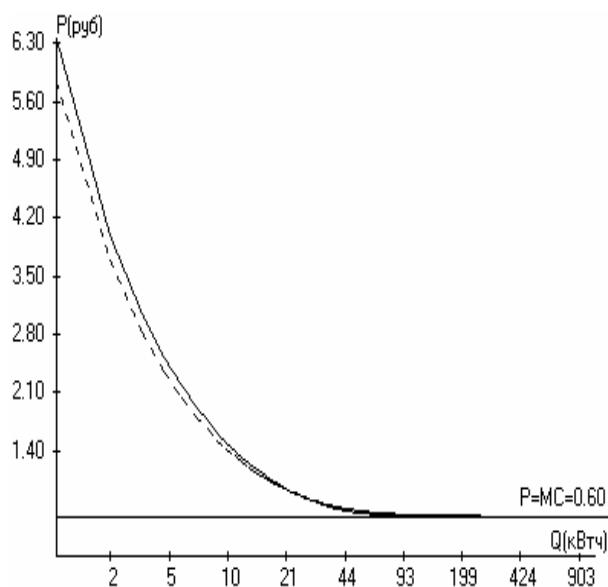


Рис 3.3.6 Оптимальный нелинейный тариф для изоэластичной функции спроса. Сплошная кривая –  $q_{cp} = 2023, q_{mod} = 1250$ ; пунктирная кривая –  $q_{cp} = 3500, q_{mod} = 1250$ .

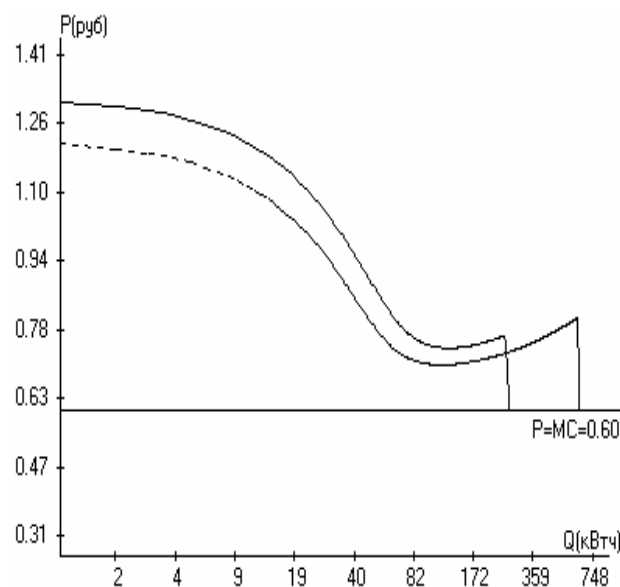


Рис. 3.3.7 Оптимальный нелинейный тариф для линейной функции спроса. Сплошная кривая –  $q_{cp} = 2023, q_{mod} = 1250$ ; пунктирная кривая –  $q_{cp} = 3500, q_{mod} = 1250$ .

С ростом среднего  $q_{cp}$  (при неизменной моде) увеличивается среднедушевой доход «богатых» потребителей. За счет этого эластичность спроса на дополнительное потребление на высоких уровнях потребления уменьшается и, следовательно, согласно правилу обратной эластичности, предельные цены для высоких уровней потребления увеличиваются (особенно хорошо это видно для линейной функции спроса). Поскольку

общий доход фирмы должен покрыть постоянные издержки, то на низких уровнях потребления предельные цены уменьшаются.

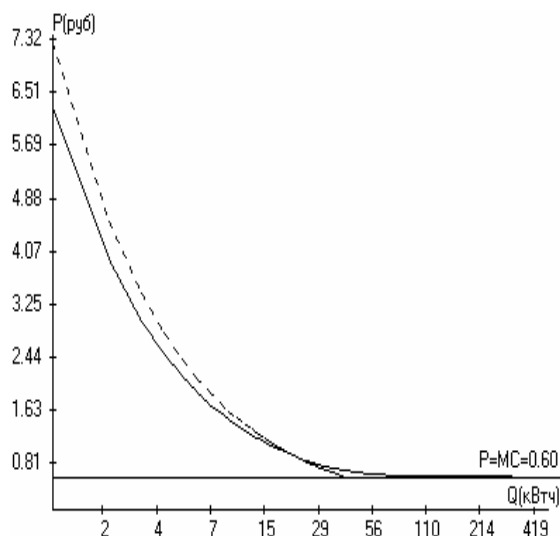


Рис. 3.3.8 Оптимальный нелинейный тариф для изоэластичной функции спроса. Сплошная кривая –  $q_{cp} = 2023, q_{mod} = 1250$ , пунктирная кривая –  $q_{cp} = 2023, q_{mod} = 1600$ .

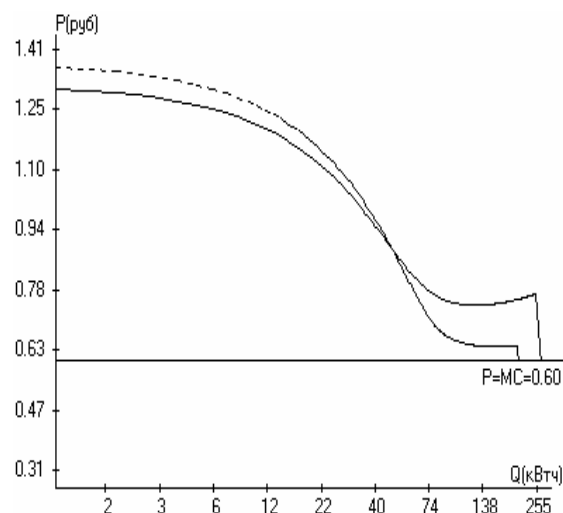


Рис. 3.3.9 Оптимальный нелинейный тариф для линейной функции спроса. Сплошная кривая –  $q_{cp} = 2023, q_{mod} = 1250$ , пунктирная кривая –  $q_{cp} = 2023, q_{mod} = 1600$ .

С ростом моды  $q_{mod}$  (при неизменном среднем доходе) увеличивается среднедушевой доход «бедных» потребителей, и, как следствие, уменьшается эластичность спроса на дополнительное потребление на низких уровнях потребления. Предельные цены для низких уровней потребления растут, за счет чего предельные цены для высоких уровней потребления снижаются.

В табл. 3.3.4 продемонстрировано также влияние медианы  $m$  на величину выигрыша в общем потребительском излишке, который может быть достигнут при переходе от линейной цены, равной средним издержкам, к оптимальному нелинейному тарифу.

Показанное в табл. 3.3.4 снижение средних издержек объясняется положительным эффектом масштаба производства и тем обстоятельством, что оптимальный гладкий тариф стимулирует рост потребления. Из табл. 3.3.4 видно, что с ростом медианы  $m$ , средние издержки приближаются к



предельным издержкам, и выигрыш в общем потребительском излишке уменьшается. Таким образом, чем ниже медианный уровень доходов, тем больший выигрыш в общем потребительском излишке может быть достигнут при переходе от линейной цены к нелинейному ценообразованию.

Таблица 3.3.4

Зависимость выигрыша в общем потребительском излишке от медианы логнормального распределения

Медиана $m$	Линейная цена $P=AC$	Выигрыш в излишке (в%)
1500	1,64	44,6
2000	1,10	26,7
2500	0,93	16,8
3000	0,85	9,0
3500	0,81	3,1
4000	0,78	1,2
4500	0,73	0,3

Замечание:  $s^2 = 0,321$ , функция спроса изоэластичная.

### 3.4 Многоставочные тарифы, приводящие к Парето-улучшению

Рассмотрим теперь методику построения  $N$ -ставочных тарифов, приводящих к Парето-улучшению по сравнению с действующим одноставочным тарифом [21]. Тарифы, построенные по этой методике, не являются оптимальными, однако они привлекательны низкими информационными требованиями. По-прежнему будем предполагать, что функция спроса зависит от дохода потребителя  $q$ :  $Q = Q(P, q)$  и удовлетворяет условию сильной монотонности по  $q$ : если  $q_1 > q_2$ , то  $Q(P, q_1) > Q(P, q_2)$  для любой цены  $P$ . Обозначим через  $q_{\max}$  наибольшее из возможных значений дохода. Тогда  $Q(P, q_{\max})$  – функция спроса потребителей с наибольшим доходом.

Сначала покажем, что для любого линейного тарифа с ценой  $P_1$  можно построить двухставочный тариф, который будет Парето-предпочтительнее

одноставочного. Пусть  $P_2$  – любая цена, удовлетворяющая условию  $P_1 > P_2 > MC(Q)$  для любого уровня потребления  $Q$ . Определим двухставочный тариф

$$P(Q) = \begin{cases} P_1, & Q \in (0, Q(P_1, q_{\max})]; \\ P_2, & Q > Q(P_1, q_{\max}). \end{cases}$$

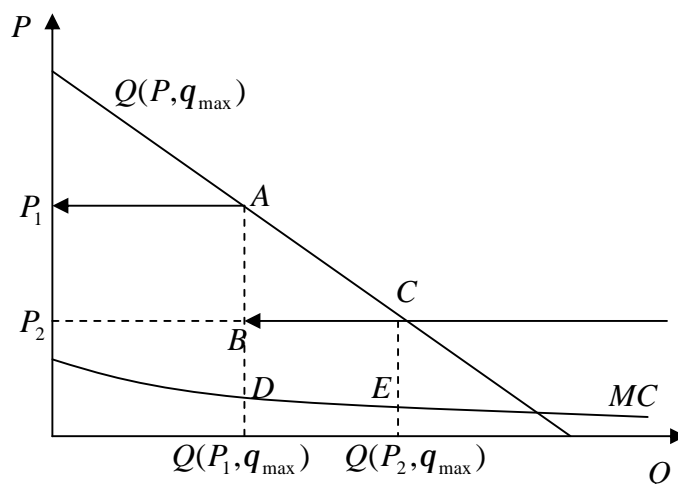


Рис. 3.4.1 Двухставочный тариф, приводящий к Парето-улучшению по сравнению с одноставочным тарифом

Этот тариф изображен на рис. 3.4.1. Покупатель с наибольшим доходом  $q = q_{\max}$ , максимизируя свой излишек, приобретет  $Q(P_2, q_{\max})$  единиц товара. Его излишек при двухставочном тарифе увеличится по сравнению с одноставочным на величину, равную площади треугольника  $ABC$ . Потребители остальных типов  $q < q_{\max}$  могут либо сохранить тот же уровень потребления  $Q(P_1, q)$ , либо перейти на более высокий уровень потребления  $Q(P_2, q)$ . В любом случае их излишек не уменьшится. Прибыль фирмы, полученная от покупателя с доходом  $q_{\max}$ , увеличится при двухставочном тарифе по сравнению с одноставочным на величину, равную площади  $DBCE$ . Остальные типы покупателей дадут фирме прибыль такую же, как и при одноставочном тарифе, если они сохранят прежний уровень потребления, или большую, если они увеличат уровень потребления. Таким

образом, положение всех участников рынка не ухудшится при переходе от одноставочного к двухставочному тарифу, а положение фирмы и покупателя с наибольшим значением дохода улучшится. Следовательно, построенный двухставочный тариф является Парето-предпочтительнее одноставочного.

Пусть теперь существует  $k$ -ставочный тариф ( $k < N$ ), построенный по правилу

$$P(Q) = \begin{cases} 0, & Q = 0; \\ P_1, & Q \in (0, Q(P_1, q_{\max})]; \\ P_2, & Q \in (Q(P_1, q_{\max}), Q(P_2, q_{\max})]; \\ \mathbf{M} \\ P_{k-1}, & Q \in (Q(P_{k-2}, q_{\max}), Q(P_{k-1}, q_{\max})], \\ P_k, & Q > Q(P_{k-1}, q_{\max}), \end{cases}$$

где  $P_1 > P_2 > P_3 > \mathbf{K} > P_k > MC(Q)$  для любого уровня потребления  $Q$ . Покажем, что можно построить  $(k+1)$ -ставочный тариф, который будет Парето-предпочтительнее  $k$ -ставочного. Пусть  $P_{k+1}$  - любая цена, удовлетворяющая условию  $P_1 > P_2 > P_3 > \mathbf{K} > P_k > P_{k+1} > MC(Q)$  для любого  $Q$ . Определим  $(k+1)$ -ставочный тариф

$$P(Q) = \begin{cases} 0, & Q = 0; \\ P_1, & Q \in (0, Q(P_1, q_{\max})]; \\ P_2, & Q \in (Q(P_1, q_{\max}), Q(P_2, q_{\max})]; \\ \mathbf{M} \\ P_k, & Q \in (Q(P_{k-1}, q_{\max}), Q(P_k, q_{\max})], \\ P_{k+1}, & Q > Q(P_k, q_{\max}). \end{cases}$$

Этот тариф изображен на рис. 3.4.2.

Покупатель с наибольшим доходом, максимизируя свой излишек, перейдет от потребления  $Q(P_k, q_{\max})$  к потреблению  $Q(P_{k+1}, q_{\max})$ , увеличив тем самым свой излишек на величину, равную площади треугольника  $ABC$ . Излишки остальных типов потребителей останутся, как минимум, на том же уровне, что и при  $k$ -ставочном тарифе. Прибыль фирмы увеличится как минимум на величину, равную площади  $BCDE$ . Прибыль может увеличиться и на большую величину, если некоторые типы покупателей,

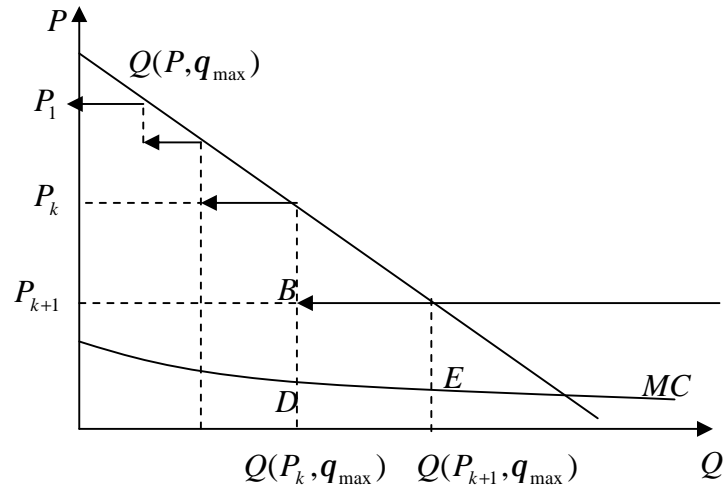


Рис. 3.4.2  $(k+1)$ -ставочный тариф, приводящий к Парето-улучшению по сравнению с  $k$ -ставочным тарифом

максимизируя свой излишек, увеличат потребление при  $(k+1)$ -ставочном тарифе по сравнению с  $k$ -ставочным. Значит, построенный  $(k+1)$ -ставочный тариф будет Парето-предпочтительнее  $k$ -ставочного.

Таким образом, для любого одноставочного тарифа  $P_1$  и любого числа ставок  $N$  можно построить  $N$ -ставочный тариф, который будет Парето-предпочтительнее одноставочного. Этот тариф задается формулой

$$P(Q) = \begin{cases} 0, & Q = 0; \\ P_1, & Q \in (0, Q(P_1, q_{\max})]; \\ P_2, & Q \in (Q(P_1, q_{\max}), Q(P_2, q_{\max})]; \\ \mathbf{M} \\ P_i, & Q \in (Q(P_{i-1}, q_{\max}), Q(P_i, q_{\max})]; \\ \mathbf{M} \\ P_N, & Q > Q(P_{N-1}, q_{\max}), \end{cases} \quad (3.4.1)$$

где  $P_2, \mathbf{K} P_N$  — произвольные цены, удовлетворяющие условию  $P_1 > P_2 > \mathbf{K} > P_N \geq MC(Q)$  для любого уровня потребления  $Q$ . На рис. 3.4.3 изображен  $N$ -ставочный тариф, определенный формулой (3.4.1). Чем больше число ставок  $N$ , тем большего Парето-улучшения состояний всех участников рынка можно достигнуть по сравнению с линейной ценой.

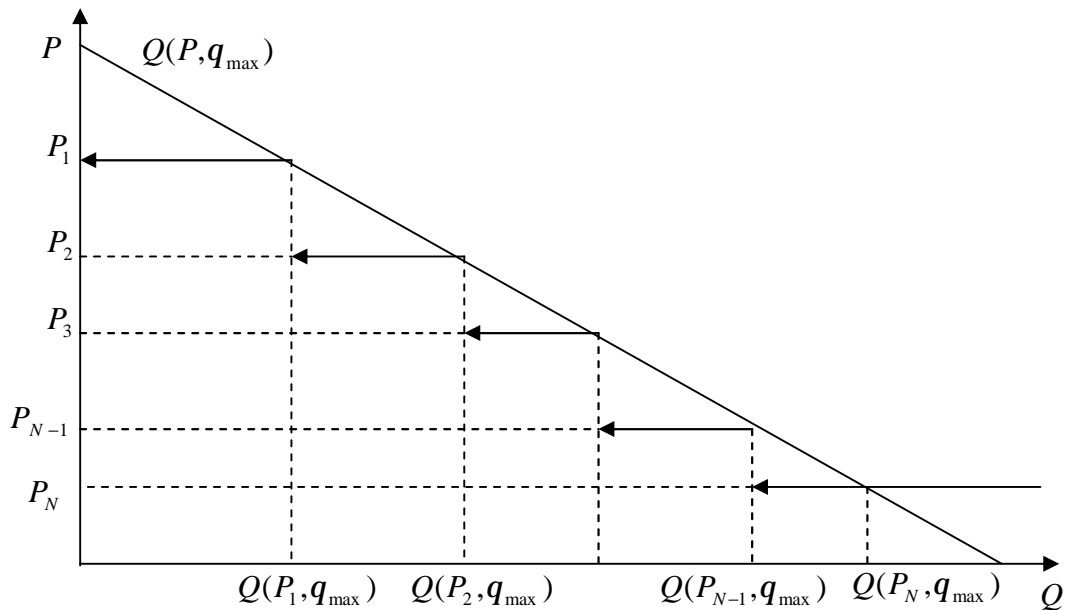


Рис. 3.4.3  $N$ -ставочный тариф, приводящий к Парето-улучшению по сравнению с одноставочным тарифом

Заметим, для построения тарифа, приводящего к Парето-улучшению по сравнению с одноставочным тарифом необходимо знание только функции спроса потребителя с наибольшим доходом. Информация о распределении потребителей по доходу не требуется.

### Пример многоставочного тарифа, приводящего к Парето-улучшению

Предположим, что телефонная компания имеет постоянные издержки  $F=5,38$  доллара и предельные издержки  $MC=3,5$  цента за один звонок. Пусть имеется три покупателя с функциями спроса

$$Q_1(P) = 38,43 - 213,4 \cdot P,$$

$$Q_2(P) = 48,93 - 213,4 \cdot P,$$

$$Q_3(P) = 59,43 - 213,4 \cdot P.$$

Очевидно, что третий потребитель имеет наибольший спрос при любой цене, а первый – наименьший. При цене  $P=10$  центам за звонок телефонная

компания покрывает свои общие издержки и имеет нулевую прибыль. Действительно, при данной цене объемы спроса составят:

$$\text{для первого покупателя} \quad Q_1(0,1) = 38,43 - 213,4 \cdot 0,1 = 17,09,$$

$$\text{для второго покупателя} \quad Q_2(0,1) = 48,93 - 213,4 \cdot 0,1 = 27,59,$$

$$\text{для третьего покупателя} \quad Q_3(0,1) = 59,43 - 213,4 \cdot 0,1 = 38,09.$$

$$\text{Прибыль фирмы будет равна } (17,09 + 27,59 + 38,09) \cdot (0,1 - 0,035) - 5,38 = 0.$$

Построим на базе одноставочного тарифа трехставочный, который приведет к Парето-улучшению. Воспользуемся формулой 3.4.1, выбрав цены  $P_1 = 10$ ,  $P_2 = 5$ ,  $P_3 = 3,5$  центов за звонок. Вычислим спрос третьего потребителя при этих ценах:

$$Q_3(0,1) = 59,43 - 213,4 \cdot 0,1 = 38,09,$$

$$Q_3(0,05) = 59,43 - 213,4 \cdot 0,05 = 48,76,$$

$$Q_3(0,035) = 59,43 - 213,4 \cdot 0,035 = 51,96.$$

Получим трехставочный тариф

$$P(Q) = \begin{cases} 0,1, & Q \in [0; 38,09]; \\ 0,05, & Q \in (38,09; 48,76]; \\ 0,035, & Q > 48,76. \end{cases}$$

Выясним, как изменились излишки каждого из потребителей и прибыль фирмы при переходе к трехставочному тарифу. На рис. 3.4.4 изображены обратные функции спроса трех потребителей и трехставочный тариф. Объем спроса первого потребителя при трехставочном тарифе составит  $17,09$  звонков, как и при одноставочном. Таким образом, излишек потребителя с наименьшим спросом не изменится. Объем спроса второго потребителя также не изменится. Хотя график его функции спроса и пересекает вторую ступеньку тарифа, но площадь треугольника  $AFK$  превосходит площадь треугольника  $BFX$ . Поэтому излишек второго потребителя останется тем же, что и при одноставочном тарифе.

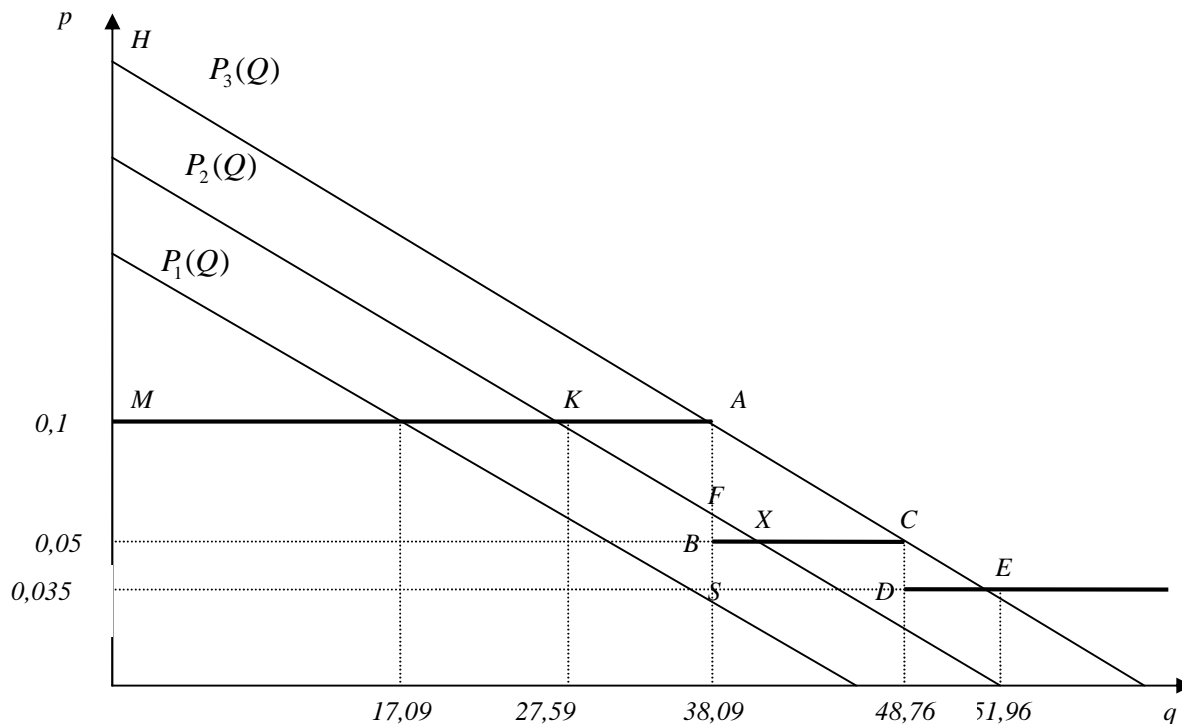


Рис. 3.4.4 3-ставочный тариф, приводящий к Парето-улучшению по сравнению с одноставочным тарифом

Третий потребитель при трехставочном тарифе увеличит объем потребления до 51,96 звонков и его излишек возрастет на величину, равную сумме площадей треугольников  $ABC$  и  $CDE$ , что составит  $\frac{1}{2}AB \cdot BC + \frac{1}{2}CD \cdot DE = \frac{1}{2} \cdot 0,05 \cdot (48,76 - 38,09) + \frac{1}{2} \cdot 0,015 \cdot (51,96 - 48,76) = 0,29$ . Излишек третьего потребителя при одноставочном тарифе составлял площадь треугольника  $HMA$ , то есть

$$\frac{1}{2}HM \cdot MA = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{59,43}{213,4} - 0,1 \right) \cdot 38,09 = 3,4.$$

Следовательно, излишек третьего покупателя вырос по сравнению с одноставочным тарифом на 8,5%.

Прибыль фирмы при переходе к трехставочному тарифу увеличится на величину, равную площади прямоугольника  $BCDS$ , которая равна

$$BS \cdot SD = 0,015 \cdot (48,76 - 38,09) = 0,16.$$

Таким образом, переход к трехставочному тарифу привел к Парето-улучшению по сравнению с одноставочным тарифом. Положение первых двух покупателей не изменилось, а положение третьего покупателя и фирмы улучшилось.

### **Выводы главы 3**

1. Оптимальные нелинейные многоставочные тарифы проектируются с применением математических методов оптимизации и обеспечивают достижение таких целей, как максимизация совокупного излишка при заданной норме рентабельности (в частности, при условии безубыточности) или же максимизация чистой прибыли при условии перехода всех участников рынка в Парето-улучшенное состояние.
2. Наиболее простым нелинейным тарифом является двухставочный тариф, включающий в себя плату за подключение  $e$  и предельную цену  $P$  за потребление каждой единицы товара. В случаях, когда рынок участия неэластичен по плате за подключение  $e$ , оптимальным двухставочным тарифом будет тариф Коуза, при котором входная плата  $e$  определяется делением величины постоянных издержек  $F$  на общее число потребителей  $N$ , а предельная цена  $P$  устанавливается на уровне предельных издержек. Однако если плата за подключение заставит кого-то из потребителей покинуть рынок, то двухставочный тариф Коуза перестает быть оптимальным. Вопрос об оптимальном двухставочном тарифе в этом случае решается как задача об определении оптимальных цен на двух рынках: рынке участия и рынке потребления с учётом отрицательной перекрестной эластичности между этими двумя рынками: чем выше эластичность участия по входной цене, тем меньше должна быть плата за подключение  $e$ , и тем больше должна быть предельная цена  $P$ .
3. Исследование нелинейного многоставочного тарифа с неограниченно увеличивающимся числом ставок приводит к гладкому тарифу  $P(Q)$ . В



этом случае на каждую единицу товара устанавливается своя цена. Рассматривая последовательно рынки, на которых предлагается очередная единица товара, можно применить правило Рамсея к каждому из этих рынков. Превышение предельной цены над предельными издержками на каждом рынке должно быть обратно пропорционально эластичности участия потребителей на этом рынке по предельной цене. При таком ценообразовании издержки фирмы покрываются за счет тех рынков, где эластичность спроса на дополнительное потребление низка. На участках спроса с высокой эластичностью цены будут близки к предельным издержкам.

4. Если в качестве критерия оптимизации выбрана величина совокупного излишка при условии безубыточности естественной монополии, то максимальные надбавки к цене будут устанавливаться для низких уровней потребления, и оптимальный тариф будет иметь понижающиеся по мере роста объема потребления ставки.
5. Численные исследования показывают, что переход от линейной цены, установленной на уровне средних валовых издержек, к нелинейному ценообразованию, основанному на многоставочном тарифе, со ставками, снижающимися по мере роста объема потребления, стимулирует спрос на продукты (услуги), производимые естественной монополией, и приводит к улучшению по Парето положения большей части потребителей.
6. Чем выше степень дифференциации тарифных ставок по объему потребления, тем в большей степени оптимальный нелинейный тариф стимулирует спрос, и тем дешевле обходится производство единицы продукта.
7. Для любой линейной цены, превышающей предельные издержки, можно построить такой нелинейный многоставочный тариф, основанный на этой цене, который не ухудшит положение ни одного из потребителей, улучшит положение некоторых из них и позволит увеличить доходы

фирмы-производителя. Чем большее число ставок включает тариф, тем большего Парето-улучшения можно достигнуть по сравнению с линейной ценой.

## Список литературы

1. Белоусова Н.И., Васильева Е.М., Лившиц В.Н. Реформирование естественных монополий в России: теоретический аспект // ЭКО. - 2001. - №4. - С. 85-100.
2. Белоусова Н.И., Васильева Е.М., Лившиц В.Н. Теоретические проблемы разработки стратегии реформирования естественных монополий в России // Экономическая наука современной России. - 2000. - №3/4. - С.55-71.
3. Варламова А.Е. Естественные монополии в России // Участие государства в коммерческой деятельности. - М.: Юристъ, 2001. - С. 231-264.
4. Гальперин В.М., Игнатъев С.М., Моргунов В.И. Микроэкономика. - С-Пб: Экономическая школа, 1998. - Т. 1,2. - 348 с., 503 с.
5. Гительман Л.Д., Ратников Б.Е. Эффективная энергокомпания. Экономика Менеджмент. Реформирование. - М: ЗАО "Олимп-Бизнес", 2002. - 544 с.
6. Долан Э.Дж., Линдсей Д.Е. Рынок: микроэкономическая модель: Пер. с англ. - С-Пб., 1992. - 496 с.
7. Естественная монополия // С-Пб: Экономическая школа. - 1999. - Вып. 5. - С. 303-311.
8. Естественная монополия: инструменты регулирования // С-Пб: Экономическая школа. - 1999. - Вып. 5. - С. 312-335.
9. Королькова Е.И. Тенденции в развитии теоретических подходов к регулированию естественных монополий // Экономический журнал ВШЭ. - 1999. - № 2. - С. 238-261.
10. Королькова Е.И. Естественные монополии: регулирование и конкуренция: Лекция 1. Регулирование и естественная монополия // Экономический журнал ВШЭ. - 2000. - №2. С. 235-273.
11. Королькова Е.И. Естественные монополии: регулирование и конкуренция: Лекция 3. Электроэнергетика: регулирование и конкуренция // Экономический журнал ВШЭ. - 2000. - №4. - С. 528-551.

12. Королькова Е.И. Естественные монополии: регулирование и конкуренция: Лекция 4. Газовый сектор: регулирование и конкуренция // Экономический журнал ВШЭ. - 2001. - № 1. - С. 83-112.
13. Макконнелл К.Р., Брю С.Л. Экономикс: принципы, проблемы и политика: В 2-х т. Т. 2: Пер. с 13-го англ. изд. - М: ИНФРА-М, 2000. - 528с.
14. Малинникова Е. В. Зарубежный опыт регулирования естественных монополий // Экономический журнал ВШЭ. - 2000. - №3. - С. 342-357.
15. Малинникова Е.В. Естественные монополии в экономике России: проблемы, противоречия и первые итоги // Экономический журнал ВШЭ. - 2000. - № 4. - С. 516-535.
16. Российский статистический ежегодник Статистический сборник. - М.: Госкомстат России, 2001. - 679 с.
17. Тироль Ж. Рынки и рыночная власть: теория организации промышленности: В 2-х т. / Пер. с англ. Гальперина В. М. и Зенкевича Н. А. - Изд. 2-е испр. – С-Пб: Экономическая школа, 2000. - 778 с.
18. Фишер С., Дорнбуш Р., Шмалензи Р. Экономика: Пер. с англ. - М.: Дело, 1993. – 829 с.
19. Baumol W., Panzar J., Willig R. Contestable markets and the theory of industry structure. - New York: Harcourt Brace Jovanovich, 1982. - 510 p.
20. Baumol W.J. On the proper tests for natural monopoly in a multiproduct industry // American Economics Review. - 1977. - N 7. - December. - P. 809-822.
21. Brown S. Sibley D. The theory of public utility pricing. Ch.3,4,5. - Cambridge University Press, 1986. - P. 26-129.
22. Crew M.A., Kleindorfer P.R. The Economics of public utility regulation. - Oxford: Oxford University Press, 1986. - P. 3-30.
23. Goldman M., Leland H., Sibley D. Optimal nonuniform Pricing // Rev. Econ. Stud. - 1984. - V.51. - P. 305-320.

24. Maddock R., Castano E. The Welfare impact of pricing block pricing: electricity in Columbia // *The Energy Journal*. - 1991. - Vol. 12. - N 4. - P. 65-77.
25. Mirman L., Sibley D. Optimal nonlinear Prices for Multiproduct Monopolies // *Bell Journ. Econ.* - 1980. - Vol. 11. - P. 659-670.
26. Panzar J.S., Willig R.D. Free entry and the sustainability of natural monopoly // *Bell Journal of Economics*. - 1977. - Vol. 8. – P. 1-22.
27. Schmalensee R. Monopolistic Two-Part Pricing Arrangements // *Bell Journ. Econ.* - 1982. - Vol. 12. - P. 445-466.