

## **ПОДСИСТЕМА ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РАБОТЫ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ЛИНИЙ**

**Баранов А. А., Денисов А. Р., Левин М. Г.**  
*(Костромской государственной университет  
им. Н. А. Некрасова, Кострома)*  
inf\_service@ksu.edu.ru

*Приведен обобщенный алгоритм распределения изготавливаемых изделий (балансировки) по производственным линиям и описание модуля «Группирование», отвечающего за решение данной задачи в автоматизированной системе конструкторско-технологической подготовки производства.*

Ключевые слова: балансировка производственных линий, сети Петри, эволюционный алгоритм.

### ***Введение***

Одной из тенденций развития современного производства является переход к средне- и мелкосерийности. В этих условиях ключевой проблемой становится повышение гибкости производственной системы, в частности, максимально возможное сокращение сроков подготовки производства и эффективная организация производственного процесса [1]. Однако при решении указанных задач возникает проблема рационального представления результатов технологического проектирования. Так в соответствии с ЕСТД технологический процесс (ТП) записывается на маршрутной карте в виде линейной последовательности технологических операций (ТО) – маршрута обработки [3]. Такая форма представления позволяет упростить планирование ТП, однако в случае изменения производственных условий (изменение объемов выпуска или номенклатуры выпускаемых изделий, изменение структуры производственных линий (ПЛ) и т. п.) может снизить эффективность производства.

## 1. Формирование сетевых планов ТП

Решить указанную проблему можно через представление ТП в виде графа следования ТО ( сетевого плана ТП) [8, стр. 86]. Это позволит повысить гибкость производственной системы, так как в этом случае маршрут обработки формируется применительно к существующим в данный момент производственным условиям. Однако такой подход требует более сложных алгоритмов планирования. Так, например, даже в простейшем случае (изготовление одного вида изделия на одной ПЛ) на основании сетевого плана ТП изготовления женского головного убора (рис. 1) могут быть сформированы следующие маршруты обработки:  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7$ ;  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7$ ;  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 7$ ;  $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7$ ;  $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 7$ ;  $1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 7$ . Естественно, часть маршрутов обработки не могут быть применены в производственных условиях предприятия, что связано:

- с отсутствием в составе ПЛ оборудования, необходимого для выполнения ТО изготовления изделий;
- с расположением оборудования внутри ПЛ.

Во втором случае структура ПЛ накладывает ограничения на некоторые варианты маршрутов обработки одного изделия. Так, например, при развертывании сетевого плана ТП (рис. 1) на ПЛ (рис. 2) недопустимыми являются маршруты:  $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7$ ;  $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 7$ ;  $1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 7$ . Это связано с тем, что структура данной ПЛ предполагает первоначальное выполнение операций раскроя и дублирования. Однако даже в этом случае остаются возможными три варианта маршрутного описания, каждый из которых необходимо проверить, а затем среди них выбрать наилучший.

Особенно остро проблема планирования стоит в многономенклатурном производстве, когда необходимо обеспечить одновременное изготовление нескольких типов изделий заданных объемов выпуска на существующих ПЛ (балансировка ПЛ).



Рис. 1. Сетевой план ТП изготовления головного убора

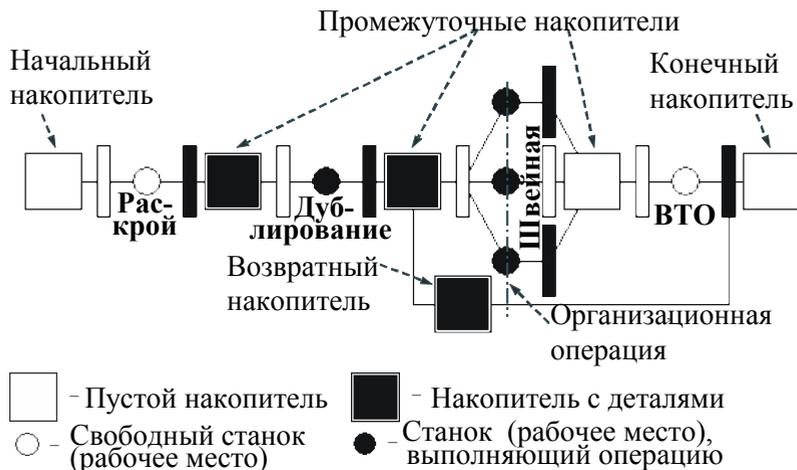


Рис. 2. Пример модели производственной линии  
в виде сети Петри

## 2. Формальное описание задачи балансировки производственных линий

В общем случае задача балансировки ПЛ сводится к формированию оптимального плана распределения всего множества обрабатываемых изделий  $D$  по существующим на предприятии ПЛ. В виде теоретико-множественной модели задача балансировки имеет вид:

$$(1) \quad \forall i = \overline{1, |D|} \left( \langle Gm_{ni}, Кол_i \rangle \xrightarrow{ПЛ} \left\{ \langle TP_{ij}, K_{nl_{ij}} \rangle \mid j = \overline{1, |ПЛ|} \right\} \right),$$

где  $Gm_i$  – сетевой план ТП изготовления  $i$ -го изделия;  $Kол_i$  – размер партии для  $i$ -го изделия;  $ПЛ$  – множество ПЛ предприятия;  $ТП_{ij}$  – маршрут обработки  $i$ -го изделия на  $j$ -ой ПЛ;  $Knл_{ij}$  – объем выпуска  $i$ -го изделий на  $j$ -ой ПЛ:

$$(2) \quad \forall i = 1, \overline{|D|} \left( Kол_i = \sum_{j=1, \overline{|ПЛ|}} Knл_{ij} \right).$$

При этом необходимо учитывать, что современные способы организации производственного процесса подразумевают возможность закрепления на одном рабочем месте ПЛ нескольких видов оборудования. При этом выполняемые на данном рабочем месте технологические операции объединяются в одну организационную (ОО). Такое объединение возможно, если в маршрутном описании ТП не существует ТО, обрабатываемых на другом рабочем месте и транзитивно связанных с объединяемыми операциями:

$$(3) \quad \begin{aligned} & \forall i = 1, \overline{|D|}, \forall j = 1, \overline{|ПЛ|}, \forall TO_1 \in ТП_{ij}, \forall TO_2 \in ТП_{ij} \\ & (\exists P \in ПЛ_j, \exists ОО (TO_1 \in ОО \wedge TO_2 \in ОО \wedge B(TO_1, P) \wedge \\ & \wedge B(TO_2, P) \wedge \neg(\exists TO_3 \in ТП_{ij} (\neg B(TO_3, P) \wedge \\ & \wedge (D(TO_1, TO_3) \wedge D(TO_3, TO_2)) \vee \\ & \vee (D(TO_2, TO_3) \wedge D(TO_3, TO_1)))))) \oplus \\ & \oplus (\exists ОО_1, ОО_2 (ОО_1 \neq ОО_2 \wedge TO_1 \in ОО_1 \wedge TO_2 \in ОО_2)) \end{aligned}$$

где  $TO_1, TO_2, TO_3$  – ТО в маршрутном плане ТП;  $ОО, ОО_1, ОО_2$  – формируемые ОО;  $P$  – рабочее место ПЛ предприятия;  $B(TO, P)$  – функция, определяющая выполнение  $TO$  на  $P$ ;  $D(X, Y)$  – функция достижимости ТО  $Y$  из ТО  $X$  в маршрутном описании ТП.

По результатам балансировки ПЛ определяется их загрузка:

$$(4) \quad 3_j = \left\{ \left\langle D_i, ТП_{ij}, Knл_{ij} \right\rangle \mid i = 1, \overline{|D|} \right\} \mid j = 1, \overline{|ПЛ|}.$$

При оценке эффективности загрузки ПЛ в первую очередь необходимо учитывать ее равномерность. В этом случае в качестве критерия эффективности целесообразно использовать время работы предприятия при изготовлении заданных объемов выпуска:

$$(5) T_1 = \sup_{j=1, |\Pi\Pi|} (T(Z_j)) \rightarrow \min ,$$

где  $T(Z_j)$  – время работы  $j$ -ой ПЛ при выполнении заданных для нее объемов выпуска.

Данный критерий позволяет добиться наилучших временных показателей функционирования производственной системы. Однако при этом на одну ПЛ могут попасть изделия, имеющие различные конструктивные решения, что приведет к усложнению используемой оснастки и увеличению времени переналадки оборудования. Для минимизации этих последствий при балансировке ПЛ необходимо учитывать конструкторско-технологическое сходство распределяемых изделий на основе выявления множеств наивысшей плотности [7] в пространстве описывающих их признаков. В этом случае основным критерием эффективности балансировки производственных линий будет:

$$(6) T_2 = \sum_{j=1, |\Pi\Pi|} (R(Z_j)) \rightarrow \min ,$$

где  $R(Z_j)$  – конструкторско-технологическое сходство изделий, изготавливаемых на  $j$ -ой линии:

$$(7) R(Z_j) = \sum_{i=1, |D|} (K_{nл_{ij}} \cdot r_{ij}^2) \Big|_{j=1, |\Pi\Pi|},$$

где  $r_{ij}$  – расстояние от точки, характеризующей  $i$ -е изделие до центра множества, соответствующего  $j$ -ой ПЛ;  $K_{nл_{ij}}$  – объем выпуска  $i$ -го изделия на  $j$ -ой ПЛ.

При оценке конструкторско-технологического сходства равномерность загрузки ПЛ принимает вид ограничения:

$$(8) T_1 = \sup_{j=1, |\Pi\Pi|} (T(Z_j)) \leq T_1^{\max} ,$$

где  $T_1^{\max}$  – максимально возможное время работы производственной системы.

Другое ограничение по данному критерию эффективности определяется через радиус группирования [7], в соответствии с которым изделие может быть обработано на ПЛ, если расстоя-

ние от него до соответствующего центра множества меньше данного радиуса:

$$(9) \quad \forall j = 1, |\overline{ПЛ}|, \forall i = 1, |\overline{D}| \left( (K_{пл_{ij}} = 0) \vee (r_{ij} \leq r_{sp}) \right),$$

где  $r_{sp}$  – радиус группирования.

### **3. Оценка времени работы производственной системы**

При определении времени работы ПЛ могут быть использованы следующие методы:

– построение диаграмм Ганта, что позволяет с высокой степенью точности определить время изготовления изделий, однако, данный метод характеризуется большой трудоемкостью расчетов;

– выравнивание времени выполнения ОО по принципу *«время выполнения каждой операции должно быть согласовано по такту с учетом допускаемых отклонений от него в пределах  $\pm 10\%$ »* [5], что является приближением при проведении вычислений;

– имитационное моделирование с использованием сетей Петри. Пример модели одной ПЛ представлен на рис. 2. Круглые положения обозначают рабочие места ПЛ. Рабочие места, предназначенные для выполнения одной ОО, располагаются вертикально друг над другом. Квадратные положения обозначают начальные, промежуточные и конечные накопители. Окрашенность положения означает наличие в нем маркеров соответствующего цвета, что в свою очередь означает нахождение в моделируемом элементе полуфабрикатов (деталей или узлов).

При определении времени изготовления женского головного убора (рис. 1, таблица 1) на ПЛ (рис. 2) с использованием каждого из методов были получены следующие результаты:

- диаграмма Ганта – 217,73 мин.
- выравнивание операций – 235,33 мин. (погрешность – 8,08%);

– сеть Петри<sup>1</sup> (1 такт = 0,42 мин.) – 527 тактов или 221,34 мин. (погрешность – 1,66%).

Таблица 1. Трудоемкость выполнения технологических операций изготовления женского головного убора

Технологическая операция	Трудоемкость, мин	Тактов
Раскрой 1	0,83	2
Дублирование 2	6,60	16
Швейная 3	21,30	51
Швейная 4	8,40	20
ВТО 5	2,00	5
Швейная 6	8,50	20
ВТО 7	2,00	5
Транспортировка	1,00	2

Из результатов расчетов видно, что имитационная модель обладает высокой точностью, а время расчетов в автоматизированном режиме составляет менее одной секунды. Также следует заметить, что в отличие от первых двух методов сети Петри позволяют учесть различные возмущающие факторы, например, связанные с простоем оборудования по причине его ремонта.

#### **4. Анализ конструкторско-технологического сходства изделий**

Анализ конструкторско-технологического сходства целесообразно проводить с использованием алгоритмов кластерного анализа, удовлетворяющих следующим условиям:

1. Малое время работы алгоритма.
2. Универсальность алгоритма (возможность использования алгоритма на любом множестве кластеризуемых объектов).

---

<sup>1</sup> Имитационное моделирование выполнялось в среде модуля «Группирование»

3. Равномерность распределения объектов по формируемым кластерам.

4. Независимость результатов группирования от начальных характеристик кластеров.

Проведенный в [4] сравнительный анализ показал, что наилучшими с точки зрения этих критериев являются алгоритмы К-средних и искусственные нейронные сети Кохонена (ИНСК) при обучении методом «нейронного газа». Дальнейшие эксперименты показали, что существенно улучшить качество кластеризации можно через применение следующих приемов:

– *Равномерное первоначальное распределение центров кластеров.* Такой прием позволяет минимизировать зависимость результатов кластеризации от начального расположения центров кластеров (методы К-средних и ИНСК с обучением методом WTA). Для равномерного распределения все записи массива данных необходимо упорядочить по всем характеризующим их признакам. Т. е. сначала все записи сортируются по наиболее значимому признаку. Если несколько записей имеют одинаковое значение данного параметра, то они сортируются в соответствии со вторым по важности параметром и т. д. Далее в массиве выбираются записи, определяющие начальное положение центров кластеризации, причем выбранные записи должны быть расположены в отсортированном массиве равномерно.

– *Комбинированный метод кластеризации.* Другим приемом, улучшающим качество кластеризации, является комбинирование различных методов. В этом случае кластеризация осуществляется в два этапа: первичная кластеризация, например, с использованием ИНСК, с последующим уточнением расположения центров кластеров методом К-средних.

При проведении эксперимента было выявлено, что наилучшие результаты кластеризации достигаются при использовании комбинированного метода на основе нейронного газа и К-средних, что позволяет рекомендовать его в качестве базового метода кластерного анализа. Однако для ряда случаев, лучше качество кластеризации было достигнуто через использование метода К-средних при начальном равномерном распределении

центров кластеров. Соответственно, пользователь должен иметь возможность как самостоятельно определить метод кластеризации, используемый при анализе конструкторско-технологического сходства группируемых изделий, так и отказаться от проведения кластеризации, если необходимо добиться наилучших временных показателей балансировки ПЛ.

## **5. Алгоритм балансировки производственных линий**

Основным недостатком моделирования с использованием сетей Петри является отсутствие формальной аналитической зависимости для определения времени работы ПЛ. Это делает невозможным поиск оптимума по заданному критерию эффективности классическими методами оптимизации. Вследствие этого при решении задачи балансировки ПЛ был использован алгоритм, основанный на принципах эволюционной оптимизации. В настоящее время существует множество описаний подобных алгоритмов, например [6, 9], но все они касаются только балансировки сборочных линий. При этом задача календарного планирования изготовления деталей (как в случае отсутствия, так и при наличии последующих сборочных ТО) остается нерешенной. В частности, приведенные в литературе методы не учитывают конструкторско-технологическое сходство распределяемых по ПЛ изделий. Эволюционный алгоритм балансировки подобных линий имеет вид:

**Шаг 1.** *Определение соответствий (выполнимости) технологических операций изготовления изделий и организационных операций производственных линий.* В результате выполнения этого шага для каждого сочетания «тип изделия – ПЛ» формируется матрица выполнимости, в которой в качестве столбцов выступают организационные операции ПЛ, а в качестве строк – ТО изготовления изделия. В каждую ячейку матрицы ставится «1», если соответствующая ТО может быть выполнена на рабочем месте соответствующей ОО, и «0» – в противном случае.

**Шаг 2.** *Определение всех возможных вариантов изготовления изделий.* На данном этапе на основе матриц выполнимости формируются все варианты изготовления изделий на каждой ПЛ. Каждый вариант проверяется на возможность его выполнения по соответствующему алгоритму [8, стр. 88]. Если какой-либо из анализируемых вариантов не может быть выполнен, то он удаляется. При этом все оставшиеся варианты получают собственные идентификаторы.

**Шаг 3.** *Первоначальное формирование особей эволюционного алгоритма.* На данном этапе случайным образом формируются несколько различных особей (вариантов распределения изделий по ПЛ), где каждая особь имеет вид (рис. 3).

	Линия 1		Линия 2		...	Линия М	
	№ варианта	Кол-во	№ варианта	Кол-во		№ варианта	Кол-во
Изделие 1					...		
Изделие 2							
...							
Изделие N							

Рис. 3. Структура хромосомы особи балансировки производственной линии

При этом учитывается, что часть генов особей не будет использоваться вследствие невозможности изготовления некоторых изделий на отдельных производственных линиях.

**Шаг 4.** *Циклическое улучшение полученных популяций методом эволюционной оптимизации.* При выполнении данного этапа применяются следующие виды мутаций:

- *мутация 1* – изменение варианта изготовления одного типа изделия на одной ПЛ;
- *мутация 2* – перемещение одного изделия с одной ПЛ на другую, при этом проверяется возможность такого переме-

щения, и если оно невозможно, то новая особь считается «мертворожденной»;

- *кроссинговер* – обмен между двумя особями распределениями одного типа изделия по ПЛ.

На ранних этапах в качестве критерия оптимизации используется время работы производственной системы  $T_1$ . На поздних этапах (в случае необходимости) – конструкторско-технологическое сходство распределяемых изделий  $T_2$ . При этом ограничение  $T_1^{max}$  принимает вид, например, «ухудшение ранее достигнутого значения не должно превышать 10%».

## **6. Структура модуля «Группирование»**

Для решения задач балансировки ПЛ с использованием математического аппарата сетей Петри был разработан модуль «Группирование».

Данный модуль позволяет моделировать производственный процесс как в режиме поточного, так и в режиме бережливого производства (*Lean Manufacturing*) [2]. Эти подходы подразумевают различную форму организации производственного процесса:

– в режиме поточного производства изделие последовательно проходит через все накопители от начального до конечного, при этом возможна организация циклов через возвратные накопители (рис. 2);

– в режиме бережливого производства каждая ОО имеет два накопителя (для необработанных и обработанных изделий), при этом, после выполнения одной операции, изделия перемещаются непосредственно на входной накопитель следующей выполняемой для них операции. Однако такое перемещение возможно только в том случае, если накопитель для необработанных деталей второй операции пуст. В таком режиме порядок перемещения изделий по производственной линии произволен, а возвратные операции отсутствуют.

Модуль «Группирование» также позволяет учесть следующие аспекты:

- наличие таких возмущающих факторов, как поломка и плановый ремонт оборудования;
- совмещение ОО для нескольких производственных линий, где для облегчения визуального восприятия каждая совмещаемая ОО обозначается цветом, отличным от цвета других ОО;
- операции сборки, после выполнения которых множество маркеров полуфабрикатов заменятся на маркер узла, что упрощает визуальный анализ результатов моделирования;
- ОО, при выполнении которых одновременно обрабатываются несколько изделий.

Использование модуля «Группирование» позволяет достичь хорошего (близкого к оптимальному) распределения обрабатываемых изделий по производственным линиям. При этом пользователь может оценить полученную загрузку линий через: время изготовления изделий на указанных производственных линиях, загрузку и время простоя оборудования внутри линий, время нахождения полуфабрикатов в накопителях, время работы линий и т. п. Кроме этого система позволяет сохранить результаты моделирования в виде диаграмм Ганта.

Для оценки эффективности модуля «Группирования» был проведен вычислительный эксперимент, который показал, что моделирование работы ПЛ в течение одной смены (8 часов или 1142 такта) в среднем занимает 3,118 с.<sup>1</sup> Также в результате экспериментов было выявлено, что для решения поставленной задачи чаще всего достаточно 500 циклов эволюционного алгоритма (для гарантированного обеспечения качества балансировки целесообразно увеличить количество циклов до 700). Таким образом, в результате работы алгоритма будет синтезировано не более 2804 различных вариантов балансировки, моделирование которых будет осуществляться в течение 8743 с или 2,43 часа. Следовательно, время календарного планирования работы ПЛ на предприятии (три смены по 8 часов) составит 7,29 часов, что требует наличия только одного соответствующего специалиста.

---

<sup>1</sup> Эксперимент проводился на ЭВМ Intel Pentium D 3000.

Это является достаточным условием для подтверждения эффективности использования модуля «Группирование».

### **Литература**

1. БЕЛЯЕВА О. П. *Организационные методы повышения гибкости производственных систем*: дисс. канд. техн. наук. Кострома: КГУ им. Н. А. Некрасова, 2006. – 126 с.
2. ВУМЕК Д. П., ДЖОНС Д. *Бережливое производство: Как избавиться от потерь и добиться процветания вашей компании*. М.: Альпина Бизнес Букс, 2005. – 473 с.
3. ГОСТ 3.1102-81 ЕСТД. Стадии разработки и виды документов.
4. ДЕНИСОВ А. Р. *Сравнение методов кластерного анализа / Информационные технологии*, 2007. №3. С. 7-9.
5. КОКЕТКИН П. П. *Одежда: технология – техника, процессы – качество*. М.: Издательство МГУТД, 2001. – 560 с.
6. МЕРТЕНС П. *Интегрированная обработка информации. Операционные системы в промышленности*. М.: Финансы и статистика, 2007. – 424 с.
7. МИТРОФАНОВ С. П., ГУЛЬНОВ Ю. А., КУЛИКОВ Д. Д. *Применение ЭВМ в технологической подготовке серийного производства*. М.: Машиностроение, 1981. – 287 с.
8. МИТРОФАНОВ С. П., КУЛИКОВ Д. Д. *Технологическая подготовка гибких производственных систем*. Л.: Машиностроение, 1987. – 352 с.
9. AMEN M. *Heuristic methods for cost-oriented assembly line balancing: A survey // International Journal of Production Economics*. vol. 68(1). 2000. October. P. 1-14.

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии М.В. Губко*